جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الادارة و الاقتصاد
قسم الاحصاء

اختيار افضل طرائق تقدير المتغير المعتمد متعدد الاستجابة

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة كربلاء

و هي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير في علوم الاحصاء

تقدم بها

ليث علي محمد الحيالي

بإشراف

أ . د . عبد الحسين حسن حبيب الطائي

١٤٣٨ هـ كربلاء المقدسة ٢٠١٧ م

بسم الله الرحمن الرحيم

((قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا
مَا عَلَّمْتَنَا إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ))

صدَقَ آلله العليُّ العظيم

سورة البقرة الآية (٣٢)

الاهداء

إلى منْ سهر الليالي وقدم الغالي والنفيس من أجل تقدمي ونجاحي

إلى بسمة الحياة وسر الوجود

إلى . . . . أبي العزيز

إلى الصبر والتضحية ، إلى القلب الدافئ الرقيق ، وعنفوان الحب والحياة

إلى منْ بوجودها أكتسب قوة ومحبة لا حدود لها

إلى . . . أمي الغالية

إلى أخوتي الذين زرعوا في قلبي حب العلم وساندوني حتى أواصل

مسيرتي العلمية ، الى سندي في الحياة

شكر وتقدير

بسم الله الرحمن الرحيم

((رَبِّ أَوْزِعْنِي أَنْ أَشْكُرَ نِعْمَتَكَ الَّتِي أَنْعَمْتَ عَلَيَّ وَعَلَى وَالِدَيَّ وَأَنْ أَعْمَلَ صَالِحًا تَرْضَاهُ وَأَدْخِلْنِي بِرَحْمَتِكَ فِي عِبَادِكَ الصَّالِحِينَ)) صدق الله العلي العظيم، سورة النمل، الآية (١٩).

أحمدُ الله واسجد له شكراً على ما هدانا اليه وما انعم علينا به من نِعم لو حاولنا عدّها لما احصيناها، وأُصلي وأسلم على اشرف المرسلين سيدنا محمد وعلى آله الطيبين الطاهرين وصحبه المخلصين .

يطيبُ ليّ، بعد أن اتممت رسالتي المتواضعة هذه، أن اتوجه بالشكر والثناء إلى الاستاذ الفاضل الدكتور عبد الحسين حسن حبيب الطائي لتحمله عناء الإشراف على هذه الرسالة ومتابعته المستمرة ليّ بالنصحِ والارشاد والتوجيه، والذي كان لإشرافه العلمي الدقيق وتوجيهاته السديدة وما جادت به نفسه الكريمة من خلق نيّر، الأثر البالغ في إظهار الرسالة وإنجازها على نحوٍ نافعٍ ومفيد، وتبقى المفردة اللغوية قاصرة عن التعبير عما يعتلج في داخلي من مشاعر الودّ والاحترام تجاهه وفقه الله وجزاه خير الجزاء.

كما اتقدم بالشكر والامتنان للأساتذة الأفاضل رئيس وأعضاء لجنة المناقشة المحترمين على تفضلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة بما أبدوه من ملاحظات واراء علمية قيمة تسهم في اغناء هذه الرسالة.

كذلك يحتم عليّ رد الجميل ان اتقدم بالشكر والعرفان الى الاستاذ الفاضل الدكتور عواد كاظم الخالدي عميد كلية الادارة والاقتصاد المحترم و السيد رئيس قسم الاحصاء والسادة اساتذة القسم ممن تتلمذت على ايديهم ، سواءً في دراستي للبكالوريوس أم في الماجستير، فكانوا مشاعِلَ علمٍ باهرةٍ، وجزاهم الله عني ما يجزي به عباده الصالحين.

كما واتقدم بالشكر الجزيل الى الباحثة (**عذراء عقيل عبد الصاحب**) لما قدمته لي من مساعدة في الحصول على البيانات من خلال تجربتها الحياتية التي نفذت في قسم وقاية النبات – كلية الزراعة .

ومن واجب العرفان بالجميل ان اتقدم بالشكر الى زملائي طلبة الدراسات العليا وكذلك طلبة وموظفين الاقسام الداخلية أتمنى لهم جميعاً دوام الموفقية والنجاح وان ينعم عليهم بالخير والبركة .

ولا يفوتني أن اقدم شكري لمنتسبي مكتبة كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء ومكتبة العتبة الحسينيّة المقدسة ومكتبة العتبة العباسيّة المقدسة ، لما ابدوه من تعاون كبير في تيسير الحصول على مصادر الرسالة، كما لا يسعني إلّا أن اقدم شكري وامتناني لكل من مد لي يد العون وساعدني في إتمام هذا الرسالة.

فجزى الله الجميع عني خير جزاء المحسنين ووفقهم لما يحبهُ ويرضاه إنه هو السميع العليم.

ومن الله التوفيق والسداد

الباحث

المستخلص

اختيار افضل طرائق تقدير المتغير المعتمد متعدد الاستجابة

تعد المتغيرات المعتمدة الوصفية من المتغيرات المهمة التي ليس لها وحدات قياس كمية وتخضع لوصف الظاهرة باستخدام دراسة البيانات والمعلومات والتي تّمكن متخذ القرار ان يتعرف على طبيعة الاستجابة في حالة كون المتغير المعتمد ثنائي الاستجابة او متعدد الاستجابة ، لذا قد تكون دالة الاستجابة غير خطية، ولذلك ظهرت الحاجة الى البحث عن اساليب اخرى لتحويل الى دوال استجابة خطية، ويتم ذلك عن طريق اسلوب التحويل اللوغاريتم النسبة المضافة (logit) المعتمد على التوزيع اللوجستي، وأيضا استخدام تحويلة وحدة الاحتمال(probit) المعتمدة على التوزيع الطبيعي، ومن خلال استخدام هذه الاساليب يمكن تحويلها الى استجابات خطية. تضمنت الدراسة استعمال انموذج الانحدار الوصفي في حالة كون المتغير المعتمد متعدد الاستجابة وتم ذلك من خلال دراسة بعض النماذج المتعلقة بهذه المتغيرات الوصفية .

وهدف الرسالة هو دراسة وتحليل المتغير الوصفي وتأثيره في المتغير المعتمد متعدد الاستجابة، وذلك عن طريق تقدير معالم النموذج للمتغير المعتمد متعدد الاستجابة باستعمال طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وطريقة الامكان الاعظم (MLE) ويتم ذلك من خلال الاعتماد على تطبيق طريقة نيوتن رافسن (Newtan Raphson) وايضاً تم استعمال طريقة الجاكنايف (jackknife)،وكما تم استخدام جانبان احدهما هو الجانب التجريبي والاخر هو الجانب التطبيقي، ففي الجانب التجريبي تم استعمال طريقة مونت كارلو(Monte Carlo) في تجربة محاكاة ولثلاث مستويات من العينات (صغيرة، متوسطة، كبيرة) وبأحجام مختلفة وذلك عن طريق توليد ارقام عشوائية لمعالم انموذج الانحدار، فضلاً عن الجانب التجريبي تم تطبيق الجانب العملي على تجربة حياتية لبعض المواد المبيدة للحشرات وبتراكيز مختلفة ، ومن ثم اختيار افضل هذه الطرائق عن طريق الاعتماد على مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) . وتوصلت الدراسة باستعمال طريقة المونت كارلو (Monte Carlo) في المحاكاة الى ان مقدرات معالم الانموذج باستعمال طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الافضل والاكفأ في التقدير في حالة حجوم العينات الصغيرة (n=20) عند الاستجابات الاولى والثانية ، بينما كانت طريقة الجاكنايف (JACK) هي الافضل في تقدير معالم انموذج الانحدار عند حجوم العينات المتوسطة (n=50) لجميع الاستجابات إذ حصلت على اقل (MSE)، اما في حالة العينات الكبيرة (n=100, 200) فقد كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) وطريقة الجاكنايف (JAK) هي الافضل إذ بينت نتائج الدراسة الى وجود تقارب واضح بالقيم عند حجوم العينات الكبيرة للاستجابات الثلاث. بينما في الجانب التطبيقي فقد تم تطبيق الطرائق المستعملة في الجانب النظري على بيانات حقيقية تم تطبيقها على تجربة حياتية خاصة لبعض المواد المبيدة للحشرات وبتراكيز مختلفة وتم الحصول على استجابات متوقعة ، ومن خلال المقارنة تبينت النتائج الى افضلية وكفاءة طريقة الامكان الاعظم(MLE) إذ حصلت على اقل (MSE) وفقاً للنظرية الاحصائية القائلة عند زيادة حجم العينة يقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) .

	قائمة المحتويات	الصفحة
	الفصل الاول	1 – 6
1-1	المقدمة	1
2 -1	مشكلة الدراسة	2
3 -1	اهمية الدراسة	2
4 -1	منهجية الدراسة	2
5 -1	هدف الدراسة	2
6 -1	الاستعراض المرجعي	2
	الفصل الثاني: نماذج المتغيرات المعتمدة متعددة الاستجابة	7 – 33
1-2	البيانات المصنفة	7
2-2	جداول التوافيق	7
3-2	توزيع متعدد الحدود	10
4-2	النماذج الخطية الاعتيادية والعامة	11
5-2	نماذج الانحدار الوصفية	21
5 -2- 1	انموذج الانحدار اللوجستي	22
5 -2-1- 1	انموذج الانحدار اللوجستي الثنائي	23
5 -2- 1- 2	انموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة	25
5- 2 -2	بعض المشاكل الخاصة بالمتغير المعتمد الوصفي	26
6-2	نماذج دوال التحويل	29
6-2 -1	أنموذج لوغاريتم النسبة المضافة	30
6-2-2	أنموذج وحدة الاحتمال	31
7-2	طرائق تقدير معالم المتغير المعتمد متعدد الاستجابة	34 -46
7-2-1	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	34

7-2-2	طريقة الامكان الاعظم	38
7-2 -2-1	طريقة نيوتن رافسن	41
7-2-3	طريقة الجا كنايف	45
	الفصل الثالث المبحث الاول: الجانب التجريبي	46 – 62
1 -3	المقدمة	46
1 -3 -1	مفهوم المحاكاة	46
1 -3-2	توليد الاعداد العشوائية	47
1- 3 -2 -1	توليد المتغيرات المستقل	47
1 -3 -2 -2	توزيع المتغير المعتمد (الاستجابة)	48
1 -3 – 3	مراحل بناء ووصف تجارب المحاكاة	48
1 -3- 4	تحليل نتائج تجارب المحاكاة	50
1-3-5	احتساب قيم المقاييس الاحصائية المستخدمة للاستجابة الاولى والثانية والثالثة	51
2 -3	المبحث الثاني :الجانب التطبيقي	62
2-3 -1	بيانات التجربة	62
2 -3-2	تحليل بيانات التجربة	63
2 -3 -3	نتائج التجربة	65
2 -3 -3-1	نتائج التجربة للاستجابات المتوقعة لقيم وحدة الاحتمال (Probit)	67
2-3 -3 -2	نتائج التجربة لقيم الاستجابة المتوقعة الخاصة للوغاريتم النسبة المضافة (logit)	70
	الفصل الرابع : الاستنتاجات والتوصيات	71 -73
	المصادر	74
	الملحق	80-83

فهرس الجداول والاشكال

رقم الجدول	عنوان الجداول	الصفحة
1-2	تكرار العينة المصنفة	8
2-2	يمثل القيم الاحتمالية	9
3-2	بعض الصيغ التي يمكن تحويلها الى الصيغة الخطية	13
1-3	قيم المعالم الافتراضية	49
2-3	القيم التقديرية $(\widehat{B})$ للاستجابة الاولى لجميع الطرائق وحجوم العينات المستخدمة	53
3-3	قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) للاستجابة الاولى للمعالم المقدرة والانموذج لجميع الطرائق وحجوم العينات المستخدمة	54
4-3	قيم التحيز (Biase) المطلقة للاستجابة الاولى للمعالم المقدرة وحجوم العينات المستخدمة	55
5-3	القيم التقديرية $(\widehat{B})$ للاستجابة الثانية لجميع الطرائق وحجوم العينات المستخدمة	56
6-3	قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) للاستجابة الثانية للمعالم المقدرة والانموذج و لجميع الطرائق وحجوم العينات المستخدمة	57
7-3	قيم التحيز (Biase) المطلقة للاستجابة الثانية للمعالم المقدرة وحجوم العينات المستخدمة	58
8-3	القيم التقديرية $(\widehat{B})$ للاستجابة االثالثة لجميع الطرائق وحجوم العينات المستخدمة	59
9-3	قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) للاستجابة الثالثة للمعالم المقدرة والانموذج لجميع الطرائق وحجوم العينات المستخدمة	60
10-3	قيم التحيز (Biase) المطلقة للاستجابة الثالثة للمعالم المقدرة وحجوم العينات المستخدمة	61
11-3	الاستجابة الحقيقة والمتوقعة المرتبطة بكل تركيز	62
12-3	يمثل قيم المتغيرات التوضيحية X_2 ، X_1 والاحتمالات المقابلة مضافاً اليها قيم Probit الحقيقية	64
13-3	يمثل قيم المتغيرات التوضيحية X_2 ، X_1 والاحتمالات المقابلة لها للاستجابات المتوقعة للطرائق المستخدمة	66
14-3	يمثل القيم التقديرية لمعالم الانحدار الخاصة للاستجابات المتوقعة لـ probit للطرائق المستخدمة	67
15-3	يمثل احتمال الاستجابة الحقيقية وقيم logit الحقيقية	68
16-3	يمثل احتمال الاستجابة المتوقعة وقيم logit المتوقعة	69
17-3	القيم التقديرية لمعالم الانحدار الخاصة للاستجابات المتوقعة لـ logit للطرائق المستخدمة	70
رقم الشكل	عنوان الشكل	الصفحة
1-2	شكل الدالة اللوجستية	24
2-2	العلاقة الغير الخطية بين احتمال الاستجابة (p_i) والمتغيرات المستقلة (X_i)	30
3-2	العلاقة الخطية بين المتغيرات التوضيحية (X_i) والمتغير الاستجابة(Y_i)	31

1-1 المقدمة : introduction

يشهد العالم تطوراً ملحوظاً ومتسارعاً في مجالات الحياة وذلك عن طريق استعمال الاساليب الرياضية والاحصائية والتي تهدف الى حل المشاكل والمعوقات التي تواجه متخذ القرار في معظم مجالات المعرفة، ومن هذا المنطلق يبرز دور علم الاحصاء في استخراج النتائج وتحليلها لمعظم البحوث والدراسات عن طريق استعمال المقاييس والمؤشرات التي يحتاجها المخطط والمجرب، ويتم ذلك عادةً ببناء نماذج لتحليل الانحدار لغرض تحليل اغلب الظواهر التي تتم عن طريق دراسة العلاقة بين المتغير المعتمد وبين متغير واحد او مجموعة من المتغيرات التوضيحية .

إذ تعد النماذج الوصفية من احد النماذج التي تمثل سلوك أغلب الظواهر وذلك عن طريق دراسة مجموعة من المتغيرات والتي يمكن أن يطلق على متغيرات هذه النماذج بالمتغيرات الوصفية والتي يكون عندها متغير الاستجابة أما ثنائي أو متعدد، لذا تكون دالة الاستجابة غير خطية اوقد تكون لوجستية ،ولكن من خلال استخدام أساليب التحويل الخطي ومنها اسلوب تحويل اللوغاريتم النسبة المضافة (logit) المعتمد على التوزيع اللوجستي ، وايضا اسلوب تحويل وحدة الاحتمال (probit) المعتمد على التوزيع الطبيعي ،عندها يمكن تحويلها الى استجابات خطية،[39] ولكن قد تعاني هذه الدالة التي يتم تحويلها من مشكلة عدم ثبات تباين الخطأ عندها سيكون تقدير معلماتها بطريقة (OLS) مضللة وغير دقيقيه، لذلك تم استخدام طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) لمعالجة هذه المشكلة [10]. وقد تركزت الرسالة على كيفية دراسة تحليل البيانات للمتغير المعتمد الوصفي متعدد الاستجابة، وذلك عن طريق بناء نماذج استجابة ثنائية ونماذج استجابات متعددة ومن الناحيتين التجريبية والتطبيقية ويتم ذلك عادة باستعمال طرائق تقدير خاصة للمتغير المعتمد متعدد الاستجابة ومقارنة هذه الطرائق مع المقاييس الاحصائية المستعملة ومنها مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لبيان افضلية هذه الطريقة.

ولتسليط الضوء على فحوى الرسالة فقد تضمنت، أربعة فصول تضمن الاول مشكلة واهمية وكذلك منهجية والهدف والاستعراض المرجعي لبعض الدراسات والبحوث السابقة، أما الثاني فقد تناول مفهوم البيانات المصنفة وعلاقتها بجداول التوافيق والتوزيعات المستعملة، وكذلك تضمن الانموذج الخطي الاعتيادي و العام، بالإضافة الى النموذج الوصفي و النموذج اللوجستي ، وكذلك تضمن بعض الطرائق التقدير الخاصة بمعالم أنموذج الانحدار للمتغير المعتمد متعدد الاستجابة ،إذ تم استعمال طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وكذلك طريقة الامكان الاعظم (MLE) بالاعتماد على تطبيق طريقة نيوتن رافسن ، وايضا تم استعمال طريقة الجاكنايف (jack)، أما في الثالث فقد تضمن مبحثين الاول يتكون من الجانب التجريبي والمتضمن مفهوم المحاكاة للطرائق المستخدمة ومحاولة توليد المتغيرات العشوائية وكذلك مراحل بناء تجربة

المحاكاة واستعراض النتائج ، أما في المبحث الثاني فقد تناول الجانب التطبيقي والمتضمن استعمال تحليل أحدى التجارب الحياتية الخاصة لبعض المواد المبيدة للحشرات ، اما في الرابع فقد تم التطرق الى الاستنتاجات والتوصيات ، فضلا عن المصادر والملاحق.

2-1: مشكلة الدراسة problem of the Study

في بعض التحليلات الاحصائية قد لا تكون المعلومات والبيانات رقمية وإنما قد تكون وصفية لذلك فأن الطرائق الكمية قد لا تفي بالغرض آنذاك، كما ان الانموذج الذي يحتوي على بيانات وصفية سيواجه بعض المشاكل والمعوقات والتي تجعل نتائج التحليل مضللة وليس لها ما يؤيدها من الناحية النظرية، ومنها أن الخطأ العشوائي قد لا يتوزع توزيع طبيعي، وأيضا تباين الخطأ العشوائي قد يكون غير ثابت، وكذلك عدم حصر قيمة الاحتمال ضمن المدى المسموح به (0,1)، لذلك لابد من بحث عن اجراء او اسلوب معين يختص بمعالجة مثل هكذا بيانات ومعلومات، ولذلك تم اختيار هذا الموضوع وكما يأتي.

3-1: اهمية الدراسة importance of The Study

وجد عند تحليل ودراسة البيانات والمعلومات الاحصائية يمكن لمتخذ القرار ان يتعرف على عملية الاستجابة لاسيما اذا كان المتغير المعتمد ثنائي او متعدد الاستجابة ، وعن طريق معطيات الحل يمكن لمتخذ القرار ان يتخذ قراراً صائباً اعتماداً على الفرضيات الاحصائية .

4-1 : منهجية الدراسة methodology of The Study

تم العمل على المنهج الاستدلالي (الاستقرائي) و فيه يبدأ الباحث بملاحظة المشكلة ثم يتم وضع الفروض لها وبعد ذلك يتم اختبارها وقد تم استعمال الاسلوب الاحصائي على وفق هذا المنهج ،

5-1: هدف الدراسة Objective of The Study

تهدف الدراسة الى ما يأتي:

1- دراسة وتحليل المتغير الوصفي وتأثيره في المتغير المعتمد متعدد الاستجابة .

2- تقدير معالم نموذج المتغير المعتمد متعدد الاستجابة باستعمال طرائق التقدير منها طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وطريقة الامكان الاعظم (M.L.E) وذلك عن طريق الاعتماد على تطبيق خوارزمية نيوتن رافسن (Newton Raphson) وأيضا تم استعمال طريقة الجا كنايف (jackknife) .

3- اختيار افضل طرائق التقدير المذكورة أنفاً وذلك اعتماداً على مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) باستعمال الجانب التجريبي (محاكاة) والجانب التطبيقي .

6-1: الاستعراض المرجعي -: Review of Literature

تم مناقشة موضوع البيانات المصنفة بصورة عامة منذ القرن الماضي من لدن كثير من الكتاب والباحثين وبدأت تزداد دراسة المتغيرات الوصفية في حالة كون المتغير المعتمد متعدد الاستجابة بشكل كبير في السنوات الاخيرة .

ففي عام (1973): قام الباحث (**Amemiyal**) [32] باستعمال طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) لتقدير معالم أنموذج الانحدار الوصفي عندما يكون تباين المتغير المعتمد الوصفي مرتبطاً مع المتغيرات التوضيحية .

قدم الباحثان (**MCculagn , p. Nelder , j .A**) [52] في عام (1983) : كتاباً تناولا فيه استعمال اختبار مربع كاي (Chi –Square) واختبار الانحراف (Deviance of Test) ،وذلك لبيان كيفية توفيق او (حسن مطابقة) النموذج اللوجستي، وتوصل الباحثان الى ان كلا الاختبارين يقتربان من توزيع مربع كاي .

وفي عام (1984) م اثبت الباحثان (**Albert and Anderson**) [33] أمكانية وجود مقدرات خاصة لأنموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة للبيانات التي تعاني من مشكلة الفصل اذ تم تقسيمها الى ثلاث فئات هي الفصل التام (complete separation) والفصل شبة التام (quasicomplete separation) ، والتداخل overlap) وعن طريق إجراءات تكرارية ، توصل الباحثان الى ان المقدر الذي يعظم دالة الإمكان ليس له صيغه نهائية و بسبب في ذلك يعود الى استعمال الطرائق التكرارية للحل كطريقة نيوتن- رافسون.

بحثت (**بيثون**) [4] في عام (1992) : أختبار فرضيات المتعلقة بمعلمات انموذج الانحدار اللوجستي وذلك عن طريق دراسة خصائص هذا الاختبار وأسلوب بناء حدود الثقة لتقدير معلمات الخاصة بأنموذج الانحدار اللوجستي .

و في عام (2000) : بحث (**الطائي**) [16]**:** عرض وتحليل المتغيرات المعتمدة الوصفية والمحددة وذلك بدراسة بعض مواصفات انموذج الانحدار الخطي المتعدد ، وقد استعمل طريقة خوارزمية التوقع الاعظم (EM)، وطريقة خوارزمية نيوتن رافسن (N.R)، فضلاً عن طريقة تحويلات المنحني اللوجستي (Logit) لتقدير معالم الانموذج ،وذلك من خلال تجربة محاكاة ولثلاث مستويات من أحجام العينة، وتوصل الباحث باستعمال طريقة مونت كارلو في المحاكاة الى أن مقدرات تحويلات المنحني اللوجستي هي الافضل في العينات الصغيرة، بينما كانت طريقة خوارزمية التوقع الاعظم هي الافضل في العينات المتوسطة ، اما في

حالة العينات الكبيرة فقد كانت جميع الطرائق المستعملة متقاربة ومتكافئة، وكذلك توصل الباحث الى افضلية طريقة تحويلات المنحني اللوجستي في تحليل البيانات الحقيقية في الجانب التطبيقي.

في عام (2002) : بحث (**Tima**) وأخرون[58] : امكانية استعمال أنموذج الانحدار اللوجستي متعدد الحدود لدراسة اثر مجموعة من العوامل في تطور عينة اسرية بالاعتماد على معيارين لاختبار للأنموذج الملائم الاول يمثل معيار معلومات البيزية (Bayesian information Criterion) والاخر يمثل إحصاءه نسبه الامكان باستعمال البيانات الخاصة بالطبقة المهنية، وتوصلوا الى مجموعة من الحقائق منها ان تعليم الاب يعد العامل الاول المؤثر ثم عامل الجنس وأخيرا يأتي عامل الوراثة كأقل تلك العوامل تأثيرا.

وفي العام نفسه بحث (**شخير**) [8] : موضوعاً تناول فيه النماذج اللوغاريتمية الخطية في جداول توافق ثنائية الابعاد (2*2) والمستعملة في تطبيق البيانات المبوبة والمتمثلة بتأثير العمر في الاصابة بمرض السكر والربو إذ تم تصنيف هذه البيانات تحت فرضية معينة لغرض تحليلها ومن ثم الوصول الى النموذج الذي يمثل تلك البيانات، وتوصل الباحث الى ان نموذج الاستقلالية يمثل البيانات بصورة جيدة وان اكثر الاصابات بمرض السكر والربو كانت في المدة العمرية (15-44) وتتزايد الاصابة كلما تقدمت باتجاه الفئات العمرية الكبيرة .

قام(**العزاوي**) [18] في عام (2005): بدراسة المقارنة بين بعض طرائق تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الاعتيادي والطرائق الحصينة عن طريق الاعتماد على مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) اذا استعمل اسلوب المحاكاة للتجارب الحياتية ذات الاستجابة الثنائية ومن اهم الاستنتاجات التي تم توصل اليها الباحث هي كفاءة الطرق الحصينة في تقدير معلمات انموذج الجرعة ذات الاستجابة الثنائية .

وفي عام (2007) : قام الباحث (**McCarthy**) [51] بدراسة انموذج الانحدار اللوجستي ثنائي الاستجابة في جداول توافق ثنائية الابعاد (2*2) وقد استعمل طرائق تقدير متعددة لتقدير معلمات انموذج اللوجستي لمجموعة من البيانات الوصفية و بوجود فئات من نقاط بيانات الفصل التام والفصل شبه التام والتداخل، فضلا عن مشكلة التعدد الخطي ، وتوصل الباحث الى ان طريقة الامكان الاعظم المستعملة في التقدير في حالة التداخل تكون غير دقيقة وصحيحة في حالة وجود مشكلة الفصل التام وغير التام .

في العام ذاته : بحث (ايليا) [3] امكانية تطبيق طريقة (**jackknife**) والتي تستعمل لتقدير التحيز والتباين للإحصاءات المختلفة ،كذلك تهدف الى تقليل التحيز والتباين في تقدير معلمات الانموذج ، إذ تم تطبيق هذه الطريقة على بيانات حقيقية خاصة بدالة الاستهلاك الاسري ومن ثم تطبيق هذه الطريقة على انموذج انحدار غير خطي لا يجاد تقدير المعلمات والتباينات .

قامت **(الثعلبي)** [5] **عام** (2008) : موضوعاً تناولت فيه دراسة أهم العوامل المؤثرة في حدوث التشوهات الولادية والتي اجريت في مستشفى البصرة للنسائية والتوليد ، وتوصلت الباحثة الى كفاءة أنموذج الانحدار اللوجستي الخاصة في دراسة العوامل المؤثرة في حدوث الولادات المشوهة وبينت نتائج البحث ايضاً بأن عامل الموقع الجغرافي لسكن الابوين له تأثير كبير ويكون أحد اسباب حدوث التشوه الولادي.

وفي عام **(2009) : قام الباحث (حسين)** [9]، بدراسة اسلوب المحاكاة للمقارنة بين مقدرات الإمكان الأعظم الموزونة الحصينة WLME مع طرائق أخرى (مقدرات _M ،مقدرات _LP) والمستعملة في تقدير معلمات أنموذج الانحدار اللوجستي ثنائي الاستجابة في حالة كون بيانات الظاهرة المدروسة ملوثة (بيانات شاذة)، بافتراض ثلاث مستويات لتلوث البيانات (30%، 10% ،0%) وتوصل الباحث الى نجاح طريقة WLME على سائر الطرائق المدروسة باعتماد المقاييس الإحصائية للتحيز(Bias) ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) لمعلمات الانموذج.

نشر (AL- AFIFI) [30] **عام (2010)** : بحثاً تناول فيه استعمال انموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة وذلك عن طريق دراسة تطبيقية والتي اجريت على بيانات العنف الجسدي ، وتوصل الباحث الى ان انموذج الانحدار اللوجستي تمكن من تحديد العلاقة بين متغير الاستجابة ومجموعة من المتغيرات التوضيحية وفق نموذج رياضي وكذلك تمكن انموذج الانحدار اللوجستي ان يتنبأ بتصنيف كل مفردة من المفردات في مستويات متغير الاستجابة .

وفي عام (2011): بحث (عبد الرزاق) [19] دراسة وتحليل أثر بعض المتغيرات في الاصابة بمرض اللثة باستخدام انموذج الانحدار اللوجستي، وتوصل الباحث الى مجموعة من أهم الاستنتاجات كان من أبرزها هو ان عامل الترسبات الكلسية يعد السبب الرئيسي في الاصابة بمرض اللثة .

نشر **الباحث (Krieng)** [48] **عام (2012)**: بحثاً تناول فيه امكانية اجراء المقارنة بين الانحدار اللوجستي والتحليل التمييزي في تصنيف مجموعة من المصابين بأمراض سرطان الثدي وتوصل الباحث الى مجموعة من الاستنتاجات كان من أبرزها هي أن نتائج الانحدار اللوجستي يعطي تصنيفاً أكفأ من التحليل التمييزي.

وفي **عام ذاته بحث (العابدي)** [17] : أسلوب تحليل البيانات المصنفة المترابطة والتي تكون فيها الاستجابات عبارة عن أزواج مترابطة فيما بينها وذلك من خلال دراسة تطبيقية أجريت على معدلات الطلبة المتخرجين وعلاقتها بمعدلات قبولهم في المعهد وذلك من خلال الاعتماد على تصنيف هذه المشاهدات تحت صفتي (*positive ,Negative*) وبالاعتماد على أعلى معدل للطالب مع المعدل العام للظاهرة، وتوصل الباحث الى ان زيادة نسبة الترجيح (*odds Ratio*) تكون أعلى لصالح معدلات التخرج.

في عام (2013): درس الباحثان **(Ogoke & others)** [55] تعديل مقدرات انحدار الحرف اللوجستي المعمم بواسطة دالة الاستجابة الأسية لمصفوفة الأوزان ما يقلل من التباين، إذ استعمل المقدر المعدل (Jackknife) لتخفيض التباين ، وتوصل الدراسة الى أن مقدر (Jackknife) متفوق على كل من مقدر الحرف اللوجستي ومقدر الحرف اللوجستي المعدل من خلال التباين والحد من التحيز.

وفي عام (2014): قامت الباحثة (جبارة) [6] بتحليل البيانات متعددة الاستجابة لتشخيص أمراض العيون عن طريق أجراء المقارنة ما بين الانحدار اللوجستي والدالة التميزية، أذ تم التركيز على مسألة الاختيار ما بين أنموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة ودالة التمييز الخطي كدوال تصنيف خطية، إذ يتم تصنيف البيانات على وفق ثلاثة نماذج ، الصيغة الاول أنموذج دالة التمييز الخطية، والثاني أنموذج احتمالات الاستجابة لدالة التمييز الخطي أما الثالث فهو أنموذج الدالة الاحتمالية لدالة الانحدار اللوجستي المتعدد الاستجابة وثم المقارنة بينهم على اساس احتمال خطأ التصنيف للوصول الى افضل نموذج خطي لتشخيص انواع امراض العيون وتوصلت الباحثة الى أن طريقة التصنيف وفق الصيغة الاحتمالية لدالة التمييز الخطي تعطي أقل احتمال لخطأ التصنيف.

في عام (2015): بحث (سعيد) [14] امكانية دراسة العوامل المساعدة على تشخيص حالات الاصابة بمرض سرطان المثانة باستعمال أنموذج الانحدار اللوجستي، إذ تم الاعتماد على عينة قوامها (128) مريضاً وبعد جمع وتحليل البيانات ، توصل الباحث الى مجموعة من الحقائق والاستنتاجات كان من أهمها: هو أن عامل(البيلة الدموية) كان له الاثر الاكبر في أمكانية تشخيص حالات الاصابة بالمرض ، ثم عامل العمر ،أما العوامل الاخرى فلم يكن لها تأثير معنوي في أمكانية تشخيص الإصابة بالمرض.

قامت الباحثة (سهاد) [2] **في عام (2016):** بأجراء مقارنة تضمنت أمكانية استعمال اشجار الانحدار التصنيفية مع الانحدار اللوجستي في تقدير أنموذج تجميعي، وقد تم استعمال طريقة الخوارزمية الجينية وخوارزميتي (Id3 ,c4.5) ولعدم فقدان التعميم تم استعمال التحليل اللوجستي كأداة تحليل مهمة، وتوصلت الباحثة الى أهم الاستنتاجات عن طريق عملية المقارنة ما بين الطرائق المستعملة بأسلوب المحاكاة الى أفضلية طريقة خوارزمية التشجيرية (CART) وتفوق طريقة خوارزمية الجينية عند تحليل البيانات الحقيقية في الجانب التطبيقي.

الفصل الثاني

نماذج المتغيرات المعتمدة متعددة الاستجابة

(1-2) البيانات المصنفة *(Categorized Data)* [17] ، [23], [26]

فاتح التطور الذي حصل في تحليل البيانات المصنفة (Categorized Data) عام *(1960)* من لدن العالم الاحصائي كارل بيرسون(Karl Pearson)[26]،إذ تعتمد البيانات المصنفة بشكل عام على مبدأ العد بدلاً من القياس، وهي تهتم بدراسة المتغيرات الوصفية التي يمكن ان تصنف فيها الاستجابة بشكل صفات (ناجح/فاشل) (جيد/ رديء)، إذ ان مشاهدات الاستجابة التي تصنفها المتغيرات الوصفية للوحدة التجريبية المستعملة تسجل بشكل عدد (أي عدد المشاهدات التي تتحقق في كل صفة)، ولذلك تسمى هذه البيانات في بعض المراجع العلمية بالبيانات المعدودة(Count Data).

إذ تستعمل البيانات المصنفة (النوعية) في مجالات علمية متعددة كالعلوم الصحية والعلوم الاجتماعية وكذلك العلوم النفسية، وان تحليلها يعتمد على جداول توافق ثنائي الاتجاه أي تحتوي على صفوف وأعمدة، ومن ثم حساب بعض الوحدات التجريبية التي تقيس العلاقة بين المتغيرات، و تكون الاصناف على نوعين :-

- الاصناف الاسمية (Nominal categories) ونقصد بها ان مفردة الوحدة التجريبية يمكن ان تصنف ضمن صنف واحد من بين عدة اصناف كصفة الحالة الاجتماعية (متزوج، اعزب، ارمل، مطلق) و أيضا كصفة حالة دم الانسان (A او B او O ...)
- الاصناف المرتبة (ordered categories) هي الاصناف التي يمكن ترتيبها وفقاً لمعيار معين مثلا تصنيف المستوى التعليمي (ابتدائية، متوسطة، جامعية، اعلى من الجامعية) وايضا تصنيف درجة الاصابة بمرض مزمن التي قد تكون (لا شيء، معتدل، حاد) ويمكن اعتبار الاصناف المرتبة حالة خاصة من الاستجابات المتعددة.

(2-2) :جداول التوافق *(contingency tables)* [7] ،[50]

هي عبارة عن اصناف او تراتيب خاصة بالبيانات الوصفية والتي تتمثل على شكل تكرارات موضوعة في جداول توافق تضم متغيرين او اكثر وكل متغير من متغيرات جداول التوافيق يجزأ الى صنفين (مستوين) وفقاً لعدد المتغيرات الوصفية الخاصة بها [8] .

وتكون جداول التوافق عادة على انواع مختلفة منها جداول التوافق ثنائية الابعاد ($r*c$) (*Two -Dimensional contingency tables*)، وهذا النوع من الجداول يقوم على اساس

مبدأ تقسيم او تجزئة بيانات العينة الى صفوف وأعمدة (*Row& colum*) وبيانات هذا النوع من الجداول تكون على شكل تكرارات وتستعمل في الكثير من التطبيقات منها في العلوم الطبية والنفسية والحياتية والاجتماعية وغيرها من التطبيقات الاخرى، على سبيل المثال يتم سحب عينة تتعلق بحالات الاصابة بمرض ما عندها يتم تصنيف بيانات العينة ومن ثم تقسيمها الى قسمين هما جنس المريض التي تمثل الصفوف (r) والقسم الاخر يتعلق بنوع الاصابة بالمرض الذي يمثل الاعمدة (c)، وهناك نوع اخر من جداول التوافق يسمى جداول توافق متعددة الابعاد(*multi-Dimensional contingency tables*)، يستعمل هذا النوع من الجداول في حالة وجود اكثر من متغيرين ولكن بمستويات مختلفة (اي ان كل مستوى يضم بداخله مستويات اخرى) ولهذه الجداول اهمية بالغة في التطبيقات الطبية والبيولوجية .

ويمكن تمثيل بيانات العينة المصنفة على شكل توزيع تكراري موضوع في جداول توافق ثنائية الابعاد ($r*c$) وتوضيحها كما في جدول (**2- 1**) والذي يتكون من صفوف (i) (i=1,2, . . .*r*) والتي تمثل العامل المستعمل في التجربة ، وأعمدة (j) (j= 1, 2, . . . *s*) والتي تمثل أصناف الاستجابة (*categories Response*).

جدول (2- 1)

يمثل تكرارات العينة المصنفة

j / i	1	2	. . . . .	s	Total
1	k_{11}	k_{12}	. . . . .	k_{1s}	$k_{1.}$
2	k_{21}	k_{22}	. . . . .	k_{2s}	$k_{2.}$
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
r	k_{r1}	k_{r2}	. . .. . .	k_{rs}	$k_{r.}$
total	$k_{.1}$	$k_{.2}$	. . . . .	$k_{.s}$	$k_{..} = n$

الجدول من اعداد الباحث بالاعتماد على المصدرين [7], [16]

إذ أن

المشاهدة (i , j) تمثل المشاهدات التي تنتمي للمجموعة (i) وقد استجابت للصنف (j)

كما وان :

k_{ij} : تمثل تكرار المشاهدة في الصف (i) والعمود (j)

$k_{r.}$: تمثل المجموع الكلي للمشاهدات في الصف (i) اي ان :

$$k_{r.} = k_{r1} + k_{r2} + \ldots k_{rj} = \sum_{j=1}^{s} k_{ij}$$

$k_{.s}$: تمثل المجموع الكلي للمشاهدات في العمود (j) اي ان :

$$k_{.s} = k_{1s} + k_{2s} + \ldots k_{is} = \sum_{i=1}^{r} k_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{s} k_{ij} = n$$

إذ أن :

n : تمثل مجموع مشاهدات الاستجابة الكلي

كما ان احتمال استجابة الصنف (i) للمعالجة (j) والذي يرمز له (P_{ij}) والذي يتضمن حاصل قسمة الاعداد التي استجابت للتجربة على المجموع الكلي لوحدة التجربة اي ان :

$$p_{ij} = \frac{k_{ij}}{n} \quad . \quad . \quad . \qquad (2-1)$$

والجدول (**2-1**) يمكن تحويلة الى قيم احتمالية بدلاً من الاعداد اعتماداً على المعادلة (**2-1**) وكما موضح في الجدول(**2-2**)، ولزيادة المعلومات مراجعة المصدر *[37, 7]*

جدول (2-2) يمثل القيم الاحتمالية للعينة المصنفة

j / i	1	2	.....	s	Total
1	p_{11}	p_{12}	.....	p_{1s}	1
2	p_{21}	p_{22}	.....	p_{2s}	1
⋮	⋮	⋮		⋮	
r	p_{r1}	p_{r2}	.....	p_{rs}	1

واعتماداً على هذه القيم الاحتمالية (p_{ij}) للبيانات المصنفة يمكن الحصول على عدة توزيعات إحصائية لها علاقة بهذه البيانات، ومن هذه التوزيعات هو توزيع متعدد الحدود:

(3- 2) توزيع متعدد الحدود (*multinomial Distribution*) [46] , [7]

يعد توزيع متعدد الحدود من التوزيعات الاحتمالية المتقطعة ذات المتغيرات المتعددة المستعملة في البيانات الوصفية ويمثل هذا التوزيع الحالة العامة لتوزيع ثنائي الحدين (*Binomial distribution*) اي عند وجود اصناف متعددة من الحوادث او الحالات بدلاً من الحالتين ، بعبارة اخرى ان تجربة متعدد الحدود (*multinomial*) تكون مماثلة لتجربة ثنائي الحدين (*binomial*) الا انها تشترط ان يكون لها اكثر من محاولتين [15] .

يعد توزيع متعدد الحدود من التوزيعات الاحتمالية كثيرة الاستعمال في مجالات علمية مختلفة كمجالات الهندسة والفيزياء وغيرها ، كما وان توزيع متعدد الحدود له مجالات اخرى من التطبيقات وهي عندما تكون بيانات العينة المستعملة تأخذ صفوفاً واعمدةً فأن متغير الاستجابة هو الاخر يأخذ مستوى صفوف واعمدة فمثلاً، لو كان متغير الاستجابة (y_{ij}) فهذا يعني ان الاستجابة العائدة للمجموعة (i) والواقعة ضمن اصناف الاستجابة (j) على ان تكون اصناف الاستجابة مستقلة من صنف الى اخر [57] .

كما ان دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة لـ ($k_{i1}, k_{i2}, \ldots k_{im}$) الخاصة بتوزيع متعدد الحدود يعبر عنها بالمعادلة الاتية على فرض ان (k) متغير عشوائي و(n) يمثل حجم العينة

$$P(k_{i1}, k_{i2}, \ldots k_{ij}) = \frac{n!}{k_{i1}!k_{i2}!k_{ij}!} \quad p_{i1}^{k_{i1}} p_{i2}^{k_{i2}} \ldots p_{ij}^{k_{ij}}$$

$$= \frac{n!}{\prod_{j=1}^{s} k_{ij}} \prod_{j=1}^{s} p_{ij}^{k_{ij}} \quad \ldots \quad (2-2)$$

إذ ان :

$$P_{ij} \geq 0 \quad ، \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} P_{ij} = 1 \quad , \quad \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} k_{ij} = n$$

كما ان الوسط الحسابي $E(y_{ij})$ والتباين $V(y_{ij})$ لتوزيع متعدد الحدود هو

$$E(y_{ij}) = n\, p_{ij} \quad . \quad . \quad . \qquad (2-3)$$

$$\mathrm{var}(y_{ij}) = n\, p_{ij}(1-p_{ij}) \quad . \quad . \quad . \qquad (2-4)$$

$$\mathrm{cov}(y_{ij}) = -p_{ij}(1-p_{ij}) \quad . \quad . \quad . \qquad (2-5)$$

له مصفوفة ارتباط متماثلة مفردة شاذة $|V|=|R|=0$ والسبب في ذلك يعود الى شروط المفروضة على هذا التوزيع وهو $(\sum x = n)$ ،$(\sum p_i=1)$ ،لذلك من الناحية العملية يتم حذف احد المتغيرات الاقل اهمية من بين متغيرات المتجه X للتخلص من الشذوذ .

(4-2):النماذج الخطية الاعتيادية والعامة *[20] ,[12], [16]*

Ordinal *and Generalized* Linear models

تعرف النماذج الخطية الاعتيادية بشكل عام على انها علاقة رياضية خطية تربط بين متغيرين أحدهما المتغير المعتمد يسمى أحياناً بمتغير الاستجابة والاخر قد يكون من واحد او اكثر من المتغيرات المستقلة (التوضيحية)، ويمكن التعبير عنها بالصيغة الاتية

$$Y_i = \beta o + \beta X_i + U_i \quad . \; . \; .. \; . \; . \; . \; . \qquad (2-6)$$

إذ إن

Y_i: تمثل متغير المعتمد للمشاهدة (i)

X_i: يمثل المتغيرات التوضيحية للمشاهدة (i)

$\beta o, \beta_i$: ثوابت (المقطع الصادي والميل) لنموذج الانحدار على الترتيب

U_i: يمثل الخطأ العشوائي للمشاهدة (i)

كما ان الخطأ العشوائي (U_i) يبنى على عدة افتراضات منها :

١- اعتدالية توزيع الاخطاء (normality of Errors) اي ان تكون الاخطاء موزعة بشكل طبيعي عند كل مستوى من مستويات المتغير المستقل.

٢- تجانس تباين الخطأ العشوائي (U_i)

$$E(U_i^2) = \sigma^2$$

$$E(U_iU_j) = 0 \qquad , i \neq j$$

اما اذا كان تباين الخطأ غير ثابت فسوف تظهر مشكلة عدم تجانس التباين الخطأ (Hotroscedastity Problem)

٣- الاخطاء العشوائية تتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط (0) وتباين ثابت مقداره(σ^2) اي ان

$$U \sim N(0,\sigma^2)$$

٤- الخطأ العشوائي مستقل عن قيمة المتغير التوضيحي (Xi)

$$COV(U_i,X_i) = 0$$

٥- عدم وجود تعدد خطي بين المتغيرات ولا ارتباط ذاتي بين الاخطاء العشوائية (البواقي) .

ان النموذج الذي يمثل مرحلة توصيف البيانات يجب ان يكون خطياً في المتغيرات، أما اذا كان النموذج غير خطي فيمكن استعمال اساليب التحويل لهذه القيم عندها تستعمل البيانات المحولة لإيجاد معالم النموذج والسبب في ذلك يعود الى ان المتغيرات الاصلية عادة ما تحدث فيها انتهاك لفرض واحد او اكثر من فرضيات النموذج القياسية المهمة والتي يجب ان تتوفر في هذا النموذج، لأن دقة التقديرات لمعالم النموذج في الواقع التطبيقي متوقف ومعتمد على مدى صحة هذه الفرضيات، ومن اكثر الفرضيات التي يحدث فيها انتهاك هي تلك الفرضية التي تتعلق بخطية النموذج وكذلك عدم ثبات (تجانس) تباين الخطأ، و تنشأ هاتان الفرضيتان بسبب الطبيعة الثنائية للمتغير المعتمد (Y) ، وان عدم تحققها سيؤدي الى الحصول على سلسة من النتائج والتقديرات لا تحقق صفات او خصائص المقدر الجيد والكفؤ، ما يجعل نتائج الاختبارات مضللة و غير دقيقة، ومن هذه الفرضيات :

١- خطية النموذج : تعد الفرضية الخطية من اهم الفرضيات التي يجب ان تتحقق في نموذج الانحدار، وعندما يعاني النموذج من فقدان هذا الافتراض عندها تكون تقديرات معالمه غير دقيقة وغير صالحة للتنبؤ والسبب في ذلك يعود الى وجود بعض الفجوات التي تظهر نتيجة لفقدان هذا الافتراض بوصفها من الفرضيات المهمة التي يجب ان تتحقق في النموذج، و هناك العديد من النماذج غير الخطية كالنموذج اللوجستي ،اضافة الى الصيغ الأسية واللوغاريتمية، والتي بواسطة تحويلات مناسبة، كالتحويل النسبة المضافة (logit) المعتمدة

على التوزيع اللوجستي ، وكذلك تحويلة وحدة الاحتمال (probit) المعتمدة على التوزيع الطبيعي يمكن معالجتها وتحويلها الى نماذج خطية، والجدول (2-3) يبين بعض المنحنيات القابلة لتحويل الخطي في المعالم والمتغيرات .

جدول (2-3):يبين بعض الصيغ غير الخطية والتي يمكن تحويلها الى الصيغ الخطية:

الصيغة الخطية	التحويل	الصيغة
$y' = A + BX$	$y' = Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$	$y = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$y' = A + BX$	$y' = \ln(\frac{y}{1-y})$	$y = \frac{e^{A+BX}}{1 + e^{A+BX}}$

للمزيد من التحويلات يمكن مراجعة المصدرين [12] , [16]

٢-عدم ثبات(تجانس) التباين *(hetroscedasticity)*: وهو احد اكثر الافتراضات التي تفتقد في انموذج الانحدار الخطي، وهذا المصطلح يتكون من كلمتين الاول (hetro) بمعنى غير متساو بينما الاخر (scedasticity) بمعنى الانتشار، كما وأن مشكلة عدم ثبات التباين يمكن ملاحظتها في معظم الدراسات والابحاث ولاسيما تلك التي تعتمد على بيانات احصائية تأخذ شكل بيانات المقطع العرضي (cross section Data) والسبب في ذلك يعود الى ان كل مشاهدة من مشاهدات المقطع العرضي ولاسيما مشاهدات المتغيرات *التوضيحية*(X_i) تحتوي على مجموعة من المشاهدات لنفس السنة، قد تكون هذه المشاهدات ذات احجام مختلفة ومن ثم فأن هذه المشاهدات قد تؤثر في المتغير التابع. [20], [11]

وايضا يمكن ملاحظة مشكلة عدم ثبات التباين بكثرة في بعض النماذج التي يكون فيها التباين مرتبط مع متوسط ، بعبارة اخرى ان المتغير المعتمد الذي يتم تحليله يخضع لتوزيع احتمالي له تباين يرتبط او يعتمد مع المتوسط فاذا كان المتوسط يرتبط مع قيمة المتغير المستقل (X_i) عندها فأن تباين (Y_i) سوف يتغير مع المتغير المستقل (X_i) ، وفي هذه الحالة فأن تباين الخطأ العشوائي (U_i) قد تجردت منه حالة الثبات وأصبح تباين الخطأ غير ثابت، كما وان توزيع المتغير المعتمد (Y_i) سيخضع الى توزيع احتمالي اخر غير التوزيع الاحتمالي المتعارف عليه الا وهو التوزيع الطبيعي، وهذا بدوره سوف يؤدي الى حصول تغير في توزيع الخطأ العشوائي استناداً الى حكم العلاقة التي تربط المتغير المعتمد مع الخطأ العشوائي(Ui) لان أي تغير في توزيع المتغير المعتمد سيؤدي الى حصول تغير في الخطأ العشوائي (U_i)، وبذلك يكون تباين الخطأ العشوائي غير ثابت، عندها لابد من أخذ حالة عدم الثبات بنظر الاعتبار عند اجراء عمليات التقدير، فاذا لم تؤخذ في الحسبان فأن هذه التقديرات التي يتم الحصول عليها لا تمتلك

اقل تباين مقدر ممكن، لذلك لابد من استعمال بعض الاجراءات التي تجعل التباين ثابتاً ومن ثم يتم تقدير معالم الانموذج [12].

في ظل فرضية عدم تجانس تباين الخطأ (Hetroscdastisty assumption) سوف لن تمتلك تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) لمعالم النموذج الخطي الاعتيادي صفة اقل تباين مقدر ممكن في حالة العينات الكبيرة والصغيرة، بعبارة اخرى سوف لا تتمتع بخاصية افضل تقدير خطي غير متحيز($B.L.U.E$)،لذلك لابد من اللجوء الى طريقة او أسلوب يهدف الى تصحيح كفاءة مقدرات (OLS) في ضل عدم الثبات التباين ، لذا فأن الاسلوب الامثل لهذا هو استعمال طريقة المربعات الصغرى الموزونة (weighted least square) إذ يتم وضع أوزان (w_i) مع تباين الخطأ العشوائي لتخلص من عدم ثبات التباين وكما يأتي [43] :

$$E(u_i^2)= \sigma_i^2 = \frac{\sigma 2}{wi} = \sigma^2 W_i \qquad \ldots\ldots \qquad .. \qquad (2-7)$$

إذ ان :

$$W_i = \frac{1}{w_i}$$

يمكن ان نتخلص من مشكلة عدم تجانس التباين وذلك عن طريق التعامل مع المتغيرات المحولة، وذلك بضرب طرفي المعادلة $(2-6)$ بـ ($\sqrt{wi}$) وكالاتي :

$$\sqrt{w_i}Y_i = Bo\sqrt{w_i} + B_i\sqrt{w_i X_i} + \sqrt{w_i}U_i \qquad \ldots\ldots \qquad (2-8)$$

كما ان توقع مربع الخطأ العشوائي الموزون في النموذج الخطي يأخذ الشكل الاتي :

$$E(\sqrt{wi}U_i)^2 = w_i E(U_i)^2$$

$$= wi\ \sigma_i^2 = wi\ \frac{\sigma 2}{Wi} = \sigma^2$$

كذلك يمكن دراسة انحدار المتغير المعتمد متعدد الاستجابة باستعمال طريقة المصفوفات (الطريقة العامة) او طريقة النموذج الخطي العام (Generalized linear model) الذي يمثل بالصيغة الاتية :

$$\underline{Y} = X\underline{B} + \underline{U} \qquad \ldots\ldots \qquad (2-9)$$

إذ ان

Y : متجه المتغير المعتمد ذات رتبة $(n \times 1)$

X : مصفوفة مشاهدات المتغيرات التوضيحية ذات رتبة $(n \times k)$

B : متجه ثوابت وهي معلمات الانحدار بضمنها الحد الثابت ذو رتبة $(n \times 1)$

U : متجه الاخطاء العشوائية ذو رتبة $(n \times 1)$

وبتطبيق النموذج الخطي العام في المعادلة $(9 - 2)$ وباستعمال المصفوفات لغرض أستبعاد ظاهرة عدم ثبات التباين وكالاتي :

$$\begin{bmatrix} \sqrt{W_1}Y_1 \\ \vdots \\ \sqrt{W_n}Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{W_1}X_{11} & \sqrt{W_1}X_{12} & \cdots & \sqrt{W_1}X_{1K} \\ \sqrt{W_2}X_{21} & \sqrt{W_2}X_{22} & \cdots & \sqrt{W_2}X_{2K} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \sqrt{w_n}X_{n1} & \sqrt{w_n}X_{n2} & \cdots & \sqrt{w_n}X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{W_1}U_1 \\ \sqrt{W_2}U_2 \\ \vdots \\ \sqrt{W_n}U_n \end{bmatrix}$$

وعلى فرض ان :

$$\rho^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{W_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sqrt{W_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{W_n} \end{bmatrix}$$

لذلك فأن المعادلة **(2-9)** بعد ضربها بـ (ρ^{-1}) ستكون بالشكل الاتي :

$$\rho^{-1}\underline{Y} = \rho^{-1}X\underline{B} + \rho^{-1}\,\underline{U} \qquad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2 - 10)$$

وان (ρ) هي $(\rho^{-1})^{-1}$ لذلك فأن (ρ) ستكون مصفوفة قطرية بالشكل الاتي إذ ان قيم القطر الرئيس هي عبارة عن مقلوب الجذر التربيعي للأوزان :

$$\rho = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{W_1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{W_2}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{W_n}} \end{bmatrix}$$

وعند ضرب المصفوفة (ρ) بالمصفوفة المبدلة سنحصل على :

$$\rho\rho' = \begin{bmatrix} \frac{1}{W_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{W_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{W_n} \end{bmatrix}$$

ومن ثم تطبيق طريقة المربعات الصغرى العامة (Generalized least squares) لتقدير معالم الانموذج الخطي العام بعد استبعاد ظاهرة عدم التجانس للحصول على افضل تقدير خطي غير متحيز.

إذ يعد الانموذج الخطي العام (Generalized linear models) حالة عامة (امتداد) للنموذج الخطي الاعتيادي والتي تم التعبير عنه على وفق المعادلة (**2-9**) ، ويحتوي النموذج الخطي العام على المركبات الاتية **[42]** .

*مركبة الجزء العشوائي (*Random* part component) عند تحليل هذه المركبة تفترض ثبات (تجانس) تباين الخطأ وان هذا الخطأ مستقل عن المتغيرات التوضيحية الاخرى، وانه يتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط (0) وتباين (σ^2)، ولذلك فأن متغير الاستجابة (Y) هو الاخر سيتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط (μ) وتباين (σ^2)، وترتبط مركبة الجزء العشوائي بدالة الاستجابة الاحتمالية (Y) و تحتوي هذه المركبة على توزيع احتمالي يعود الى مجموعة من التوزيعات الاحتمالية الاسية وتسمى بتوزيعات العائلة الاسية (exponential family) *[52]*

$Y \sim N(\mu, \sigma^2)$

*مركبة الجزء المنتظم (systematic part component) تحتوي هذه المركبة على مصفوفة مشاهدات المتغيرات التوضيحية (X) ومتجه المعالم (B) التي تحتويها معادلة نموذج الخطي العام وأن الجزء XB يمثل الجزء المنتظم .

*دالة الربط (link function) هي الدالة التي تربط بين مركبة الجزء المنتظم مع مركبة الجزء العشوائي .

وان دالة الاستجابة الاحتمالية $(f_y(y, \theta_i)$ التي تحتويها مركبة الجزء العشوائي في النموذج الخطي العام ، يمكن كتابتها بصيغة العائلة الاسية كما يأتي [52]،[59] :

$$(f_y(y, \theta_i) = \exp\left\{\frac{y\theta_1 - b(\theta 1)}{a(\theta 2)} + c(y, \theta_2)\right\} \quad .- \ . \ . \ . \qquad (2\text{-}11)$$

إذ ان :

a(.), b(.) , c(.) تمثل دوال محدودة ، (θ_i) تمثل معالم النموذج

وبإدخال اللوغاريتم لدالة الامكان الاعظم (*Maximum likely hood*) الخاص للمعادلة (**2-11**) المذكورة انفاً فأن دالة الاستجابة الاحتمالية ستكون :

$$\ln f = \frac{y\theta_1 - b(\theta_1)}{a(\theta_2)} + c(y, \theta_2)$$

ويمكن الحصول على المتوسط والتباين للمتغير الاستجابة (y) عن طريق العمليات الاتية [54]:

اشتقاق المعادلة المذكورة انفاً بالنسبة (θ_1, θ_2) ومن ثم مساواتها للصفر يمكن الحصول على المتوسط والتباين وكما يأتي :

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} = 0$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta_1} = \frac{y - b'(\theta_1)}{a(\theta_2)} = 0 \qquad . \quad . \quad . \qquad (2-12)$$

ومنها نحصل على قيمة (y) إذ أن :

$$y = b'(\theta 1) = E(y)$$

وبذلك فأن متوسط المتغير (y) هو :

$$E(y) = b'(\theta_1) = \boldsymbol{\mu} \qquad . \; . \; . \; . \; . \; . \qquad (2-13)$$

ولإيجاد التباين لابد من ايجاد المشتقة الثانية للمعادلة (**2-12**) بالنسبة لـθ_1 نحصل على :

$$\frac{\partial_2 \ln L}{\partial {\theta_1}^2} = -\frac{b''(\theta_1)}{a(\theta_2)}$$

$$E(\frac{\partial_2 \ln L}{\partial {\theta_1}^2}) + E(\frac{\partial \ln l}{\partial \theta 1})^2 = 0$$

$$= (-\frac{b''(\theta_1)}{a(\theta_2)}) + \frac{E(y - b'(\theta_1))^2}{a(\theta_2)} = 0$$

إذ ان :

$E\,(y - b'(\theta 1)^2$ يعبر عن تباين المتغير المعتمد (y)

$$= -\frac{b''(\theta 1)}{a(\theta 2)} + \frac{var(y)}{a(\theta_2)^2} = 0$$

وعند ضرب طرفي المعادلة المذكورة انفاً بـ $a(\theta_2)^2$ نحصل على :

$$-\,a(\theta_2)\, b''(\theta_1) + v(y) = 0$$

$$var(y) = \; b''(\theta 1) \;\; a(\theta 2) \qquad . \; . \; . \; . \qquad (2-14)$$

$$0 < b''(\theta 1) < \infty$$

من معادلة $(14-2)$ يتبين أن تباين المتغير المعتمد(y) ناتج عن حاصل ضرب دالتين الدالة الاولى تعتمد على معلمة (θ_1) وتسمى بالمعلمة القانونية (canonical parameter)، وتعتمد المعلمة الثانية على (θ_2) وتسمى بمعلمة التشتت (*Dispersion parameter*) .

بينما عندما تسلك دالة الاستجابة الاحتمالية توزيع بواسون (Poisson distribution)، فأن الصيغة الاحتمالية توصف بالصورة الاتية [54]:

$$f(y_i, \theta_i, \mu) = \frac{e^{-\mu} \quad \mu^{yi}}{yi!}$$

$$y_i = 0,1,2, \ldots\ldots n$$

وبأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة نحصل على

$$\ln f(y_i, \theta_i,) = y_i \ln \mu - \mu - \ln y_i!$$

وعند مقارنة المعادلة المذكورة انفاً مع المعادلة $(11-2)$ نجد ان

$$\ln \mu = \theta_1$$

$$e^{\theta 1} = \mu$$

$$b'(\theta_1) = e^{\theta 1} = \mu$$

$$b''(\theta_1) = e^{\theta 1} = \mu$$

$$a(\theta_2) = \theta_2 \quad \text{at } \theta_2 = 1$$

$$c(y_i, \mu) = -\ln(y_i!).$$

و بذلك يمكن الحصول متوسط وتباين المتغير المعتمد (y) الذي يتبع توزيع بواسون بالاعتماد على الصيغتين $(13-2)$ و$(14-2)$

$$E(Y_i) = b'(\theta_1) = e^{\theta 1} = \boldsymbol{\mu}$$

$$\mathrm{var}(Y_i) = a(\theta_2).\, b''(\theta_1) = e^{\theta 1} = \boldsymbol{\mu}$$

نلاحظ ان متوسط التوزيع يكون مساوياً للتباين.

وكذلك عندما تسلك دالة الاستجابة الاحتمالية توزيعاً ثنائياً الحدين binomial distribution فأن الصيغة الاسية للنموذج توصف وفق المعادلة الاتية [16],[42]

$$f(y,\theta_i) = C_y^n p^y (1-p)^{n-y}$$

كما وان دالة الامكان الاعظم لتوزيع ثنائي الحدين ستكون بالشكل الاتي:

$$f(y,\theta_i) = \prod_{i=1}^{n} C_y^n \, p^y (1-p)^{n-y}$$

وبإدخال اللوغاريتم لطرفي المعادلة المذكورة انفاً سوف نحصل على :

$$\ln f(y,\theta_i) = y \ln p + (n-y)\ln(1-p) + \ln C_y^n$$

وبعد ادخال اللوغاريتم الامكان ستكون المعادلة بالصورة الاتية :

$$\ln f(y,\theta_i) \;\; = y \ln\left(\frac{p}{1-p}\right) + n \ln(1-p) + \ln C_y^n$$

وعند مقارنتها مع صيغة المعادلة $(11-2)$ نحصل *على* :

$$\ln \frac{p}{1-p} = \theta_1$$

وبرفع المعادلة المذكورة انفاً للأساس (e) نحصل على

$$\frac{p}{1-p} = e^{\theta_1}$$

ومنها فأن :

$$p = \frac{e^{\theta 1}}{1+e^{\theta 1}}$$

ولذلك فأن احتمال $(1-p)$ ستكون قيمته بالشكل الاتي :

$$1-p \;\; = \frac{1}{1+e^{\theta 1}}$$

وبالتعويض عن $(1-p)$ بما يساويها ومنها فأن :

$$b(\theta_1) = n \ln(1+e^{\theta 1})$$

وبأخذ المشتقة الاولى لـ b لطرفي المعادلة اعلاه بالنسبة الى(θ_1) فأن:

$$b'(\theta_1) = n\ \frac{e^{\theta 1}}{1 + e^{\theta 1}}$$

$$a(\theta_2) = \theta_2 \text{ and } \theta_2\ = 1$$

$$c(y, \theta_2) = \ln C_y^n$$

كما ان المشتقة الثانية لـ b للحصول على التباين :

$$b''(\theta_1) = n.\frac{e^{\theta 1}}{(1 + e^{\theta 1})^2}$$

وبمقارنة المعادلات $(13 - 2)$، $(14 - 2)$ مع النتائج التي تم الحصول عليها ستكون قيمة التوقع والتباين للمتغير المعتمد الذي يخضع لتوزيع ثنائي الحدين كما يأتي

$$E(Y) = b'(\theta_1) = n.\frac{e^{\theta 1}}{1 + e^{\theta 1}} = np$$

$$var(Y) = b''(\theta_1)a(\theta_2)$$

$$= n.\frac{e^{\theta 1}}{(1 + e^{\theta 1})^2}.(1) = n.\frac{e^{\theta 1}}{(1 + e^{\theta 1})}.\frac{1}{(1 + e^{\theta 1})} = np(1 - p)$$

ويمكن وصف دوال الاستجابة الاحتمالية بالطريقة نفسها، اي بصورة الانموذج الخطي مهما اختلف نوع التوزيع أما معادلات الانحدار للبيانات الوصفية فقد تكون مقيدة ببعض القيود.

$(2 - 5)$: نماذج الانحدار الوصفية [16], [31],[40]

Qualitative Regression models

تعد نماذج الانحدار الوصفية من النماذج الاحصائية المهمة و الشائعة الاستعمال في كثير من مجالات المعرفة، والتي تسهم في بناء انموذج احصائي يستعمل لغرض تقدير طبيعة العلاقة بين متغير الاستجابة (y) وبين متغير واحد او مجموعة من المتغيرات التوضيحية، إذ لا يضع انموذج الانحدار الوصفي اي قيود على قيم المتغيرات التوضيحية (X) سواء أكانت هذه المتغيرات قابلة للقياس الكمي ام الوصفي ولا تؤثر في تفسير معلماته [31] .

في نماذج الانحدار الاعتيادية يكون المتغير المعتمد (y) متغيراً مستمراً قد يأخذ قيم حرة غير مقيدة بقيود $(-\infty, \infty)$ عند اجراء عمليات التحليل الاحصائي لها كما في المنحني الطبيعي، ولكن عندما يكون المتغير المعتمد ثنائي الاستجابة يمثل متغيراً متقطعاً يأخذ القيم ($0,1$) عندها ستكون نماذج الانحدار الوصفية على شكل دالة احتمالية خطية (linear probility function) تأخذ القيم (0,1) وكما في المعادلة الاتية:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_{ij} X_{ij} + U_{ij} \qquad . . . . . \qquad (2-15)$$

إذ ان :

y_i: هو متغير الاستجابة ويأخذ قيم محدودة وهي (0,1)

X_i : يمثل المتغيرات التوضيحية

$\beta_o, \beta_1, \ldots \beta_i$:معالم الانحدار

U_{ij}: يمثل الخطأ العشوائي

$i=1,2,\ldots n \qquad ,j=1,2,\ldots k$

بعبارة اخرى ان متغير الاستجابة قد يأخذ قيمة (1) عند حدوث استجابة ويأخذ القيمة (0) عند عدم حدوث استجابة، لكن عند وضع معادلة الانحدار لابد من تحقق الفروض الخاصة بالانحدار، واحياناً بعضها قد لا يتحقق، كتباين الخطأ العشوائي قد لا يتوزع طبيعياً، وكذلك عدم امكانية حصر حدود الاحتمال بين (0,1)، لذا فأن اغلب الباحثين يتجاهلون الطبيعة الثنائية للمتغير المعتمد (y) والتركيز على استخدام الانحدار الاعتيادي لغرض الحصول على تقديرات دقيقة ومنطقية.

معظم النماذج الاحصائية للبيانات الوصفية تعتمد على طبيعة السلوك الذي يحكم الاستجابة وكذلك تعتمد على اهداف التحليل الوصفي.

وتعد نماذج الاستجابة الثنائية (dichotomous) والمتعددة (polychotomous) حالة خاصة من نماذج الانحدار الوصفي.

(1 − 2 − 5): انموذج الانحدار اللوجستي [47], [6]

Logistic Regression Model

من المعلوم أن نماذج الانحدار تكون على نوعين اساسيين اما نماذج انحدار خطي او نماذج انحدار غير خطي ، ويعد النموذج اللوجستي واحد من نماذج الانحدار غير الخطي والذي يمتاز بالمرونة العالية ،ولكنه بحد ذاته يكون مماثلاً للانحدار الخطي الاعتيادي من ناحية توضيح

درجة العلاقة بين متغير الاستجابة وبين متغير واحد او مجموعة من المتغيرات التوضيحية ، لكن جوهر الاختلاف يكمن في طبيعة المتغير المعتمد(y) الخاص بالنموذج الانحدار اللوجستي وهو يجب ان يكون ثنائي أو متعدد الاستجابة، وهذا الاختلاف بحد ذاته ينعكس على الافتراضات الخاصة بالانحدار الاعتيادي .

ومادامت الدالة اللوجستية التي تقدر هي دالة غير خطية لذا يتم استعمال المتغيرات المحولة والذي يتم اختيارها لغرض تحويلها الى دالة الاستجابة الخطية ويتم ذلك عادة عن طريق اسلوب تحويل لوغاريتم النسبة المضافة (*logit*) المعتمد على التوزيع اللوجستي .

يستخدم انموذج الانحدار اللوجستي عادة لوصف طبيعة العلاقة بين متغير الاستجابة وبين متغير او مجموعة من المتغيرات التوضيحية لغرض التنبؤ بوجود خاصية معينة [13] ، ويعد انموذج الانحدار اللوجستي حالة خاصة من نماذج الانحدار الاعتيادي وذلك بسبب الطبيعة الاسمية التي يحملها المتغير المعتمد مثل (حياة، موت)، و يستعمل انموذج الانحدار اللوجستي بشكل واسع في تحليل البيانات والتطبيقات الاحصائية في مجالات علمية مختلفة كالصحية، والاجتماعية، والسلوكية، والتعليمة وغيرها من المجالات العلمية الاخرى [24].

وتوجد انواع متعددة لأنموذج الانحدار اللوجستي منها أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي (binary Logistic Regression)، وانموذج الانحدار اللوجستي المتعدد (Multi- Logistic Regression)، والذي يعد الاكثر شيوعاً [19] .

(5-2-1-1): انموذج الانحدار اللوجستي الثنائي [44], [47]

Binary Logistic Regression Model

يعد الانحدار اللوجستي الثنائي أسلوباً رياضياً يستعمل لغرض تشخيص وتوفيق طبيعة العلاقة بين متغير الاستجابة وبين مجموعة من المتغيرات التوضيحية والتي عادة ما تكون علاقة غير خطية، يعتمد انموذج الانحدار اللوجستي الثنائي على فرض اساسي هو ان المتغير المعتمد (y) متغير ثنائي الاستجابة اي ان استجابة المتغير المعتمد مصنفة ضمن مجموعتين، اذا كانت هذه المجموعة هي المطلوبة فتعد (نجاحاً) واذا كانت غير المطلوبة فتعد(فشلا)، ولقد زادت اهمية استعمال التحليل اللوجستي يوماً بعد اخر لكونه يهتم في تحليل البيانات ثنائية القيم ، والتي يكون فيها المتغير المعتمد عند تحقق الاستجابة يأخذ (y=1) باحتمال (p) وعند عدم تحقق الاستجابة فأن (y=0) وباحتمال (1-p)، وبذلك فأن متغير الاستجابة يتبع توزيع برنولي بالصيغة الاتية

$$E(y_i) = 0(1-p) + 1(p) \qquad i = 0,1$$

$$E(y_i) = p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2-16)$$

كما وأن الدالة اللوجستية يمكن كتابتها على وفق المعادلة الاتية:[27]

$$P_i = \frac{e^{(\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_i X_i)}}{1+e^{\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_i X_i}} \quad . \; . \; . \quad (2-17)$$

$$P(y=1) = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_i X_i)}} \quad . \; . \; . \quad (2-18)$$

$$p(y=0) = 1 - \frac{e^{(\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_i X_i)}}{1+e^{\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_i X_i}}$$

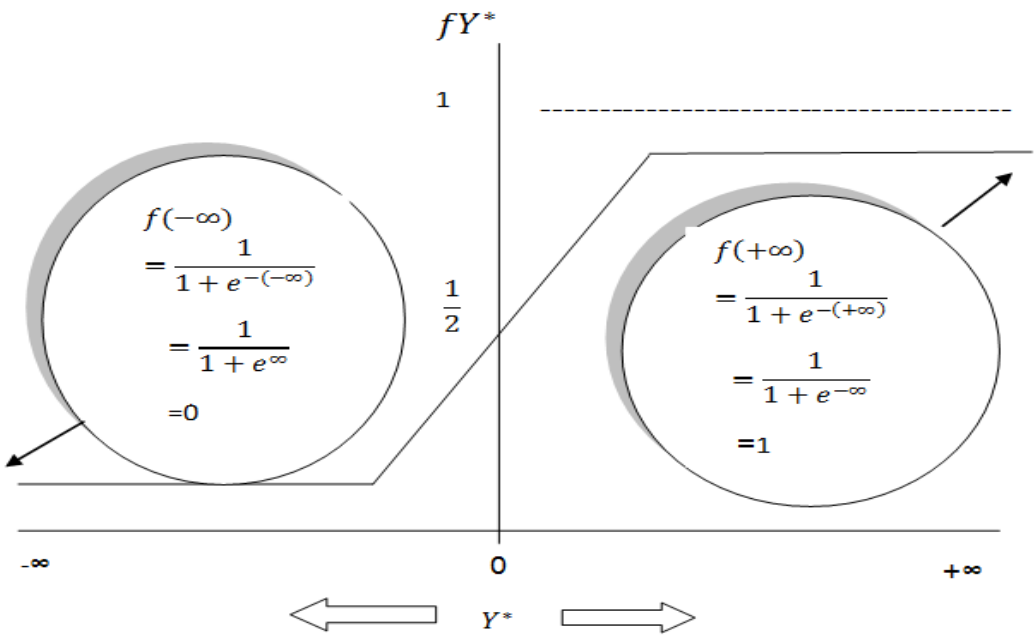
$$\frac{1}{1+e^{(\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_i X_i}} \quad (2-19)$$

حيث ان :

$\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_n$: معالم مجهولة مراد تقديرها

$f(y^*)$: يمثل دالة الاستجابة

ويمكن عرض الدالة اللوجستية بالشكل الاتي [47]:



الشكل (**2- 1**) يبين شكل الدالة اللوجستية

وعن طريق الشكل المذكورة انفاً يتضح بأن الدالة اللوجستية$f(Y^*)$ هي دالة احتمالية واقعة ضمن القيم (0,1).

وبذلك فأن النسبة $(\frac{p_i}{1-p_i})$ عبارة عن مقدار موجب واقع ضمن (∞ ، 0) وبأخذ لوغاريتم هذا المقدار سنحصل على (logit) والتي تهدف الى جعل انموذج الانحدار اللوجستي نموذجاً خطياً اي ان ($-\infty \leq p \leq \infty$) ،وكما في المعادلة الاتية :

$$\text{logit} = \text{Ln}\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-20})$$

(*5-2-1-2*) : أنموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة [6], [25]

Multiple Response Regression model

يعد انموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة واحداً من النماذج الاحصائية المهمة في تحليل البيانات المصنفة ، فاذا كان انموذج الانحدار اللوجستي الثنائي يستعمل عندما يكون متغير الاستجابة له قيمتين فقط (0,1) فان انموذج الانحدار اللوجستي المتعدد يعد امتداداً له اذ انه يستعمل عندما يكون لمتغير الاستجابة اكثر من قيمتين فمثلا في التجارب الطبية فان تأثير دواء معين غالبا ما يتم قياسه بشكل مرتب فاذا كانت طبيعة الاستجابة مصنفة بصيغة لا يوجد تأثير للدواء (None) او يوجد تأثير منخفض (Little) او تأثير متوسط (Moderate) او تأثير عال (Heigh) لذا فأن متغير الاستجابة في هذه الحالة قد يأخذ اكثر من قيمتين، وعليه فان انموذج الانحدار اللوجستي المتعدد يعد محاولة لتطوير وتوسيع الانموذج الثنائي .

يعد نموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة حالة خاصة من توزيع متعدد الحدود (multinomial *Distribution*) كما في معادلة (**2-2**)

وعندما يسلك المتغير المعتمد (y) سلوكاً ثنائي الاستجابة فأن أنموذج الانحدار الخطي هو نموذج احتمالي يقع بين (**0,1**) [43] :

$$y_i = \beta_0 + \beta_i X_i + ui$$

وعندما يأخذ المتغير المعتمد (y) القيمة (**0 ,1**) فأنه يماثل توزيع برنولي ولذلك فأن توقع المتغير المعتمد (y) كما في معادلة (***2 – 16***) يساوي p اي ان $E(y)=p$ لذلك فأن الاحتمال الشرطي $E(Y|X)$) (*conditional probability*) هو ايضاً يقع بين (*0 ,1*) اي ان $0 \leq E(Y|X) \leq 1$ ، عند ذلك فأن معادلة الانحدار ستكون بالصيغة الاتية :

$$E(Y_i|X_i) = \beta_0 + \beta_i X_i \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-21})$$

ومادامَ ان توقع دالة المتغير المعتمد الوصفي (دالة الاستجابة) يمثل احتمالاً ، كما في المعادلة **(2-16)** فأن توقع دالة الاحتمال الشرطي في المعادلة المذكورة انفاً يجب ان يقع بين (1, 0)

وبمقارنة المعادلة $(\mathbf{2-16})$ مع المعادلة $(\mathbf{2-21})$ نحصل على التكافؤ الاتي :

$$E(Y_i|X_i) = \beta_0 + \beta_i X_i = p_i \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-22})$$

اي ان المعادلة المذكورة انفاً وتساوي قيمة الاحتمال ولذلك فأن هذه المعادلة هي ايضاً تكون ثنائية القيم ومحصورة بين (1, 0)، لذلك فأن المتغير المعتمد (الاستجابة) لا يخلو من مشاكل ولاسيما عند استخدام نماذج الانحدار الوصفية.

$(\mathbf{2-2-5})$: بعض المشاكل المتعلقة بالمتغير المعتمد الوصفي [16], [32]

(*Related problems when dependent Variable descriptive*)

في الواقع التطبيقي قد نجد بعض المشاكل المتعلقة بالمتغير المعتمد الوصفي ومن هذه المشاكل:

1 – الخطأ العشوائي قد لا يتوزع طبيعياً (Non normal Random Error) [43]

من شروط الانحدار الخطي أن الخطأ العشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط (0) وتباين (σ^2) على الرغم من ان بعض طرائق التقدير لا تشترط توزيع الخطأ العشوائي توزيعاً طبيعياً كطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية $(O\ LS)$، ولكن لو افترضنا ان الاخطاء العشوائية تتوزع توزيعاً طبيعياً وذلك لغرض الاستدلال الاحصائي والذي يمثل (التقديرات واختبار الفرضيات)، وان متغير الاستجابة في البيانات الوصفية قد يأخذ قيمة (0,1) وعندها فأن الخطأ (U_i) سيتخذ (0,1) ويتبع توزيع برنولي، وعند تعويض متغير الاستجابة بـ (1) أو (0) سنحصل على :

$$U_i = Y_i - \beta_0 - \beta_i X_i \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-23})$$

وان الاحتمالات المرافقة لقيم المتغير المعتمد Y هي :

Y_i	U_i	*Probability*
when 1	$1-\beta_0-\beta_i X_i$	*P*
when 0	$0-\beta_0-\beta_i X_i$	*1-p*

$$. \ . \ .. \ \ldots\ldots\ldots\ldots . \qquad (\mathbf{2-24})$$

وفقاً لذلك لا يمكن اعتبار بأن توزيع الخطأ العشوائي (U_i) يتبع توزيع طبيعي، وإنما سيتبع احتمالي اخر الا وهو توزيع برنولي .

ان عدم تحقق فرضية التوزيع الطبيعي ليس بالموضوع الحرج جداً وذلك لا نه كما هو متعارف عليه اذا كانت مقدرات المربعات الصغرى الاعتيادية ($O\ LS$) هي مقدرات نقطية ذو خاصية (غير متحيزة) [43] اذا كان هدف الباحث هو الحصول على تقديرات نقطية ، وفي هذه الحالة تكون افتراضات (*Normality*) غير ضرورية ، فضلاً عن ذلك، اذا زاد حجم العينة بصورة غير محددة ، فأن النظرية الاحصائية وبالتحديد (نظرية الغاية المركزية) تشير الى اقتراب مقدرات المربعات الصغرى من خاصية التوزيع الطبيعي.

لذا يكون الاستدلال الاحصائي بالنسبة للعينات الكبيرة هو للنموذج الاحتمالي الخطي (L P M) الذي يتبع توزيعاً مقدراً للمربعات الصغرى ($O\ L\ S$) في ظل افتراض نظرية التوزيع الطبيعي .

2 – عدم ثبات تجانس تباين الخطأ (Non constant error variance)[44]

من بعض مشاكل نموذج الاستجابة الثنائية هي خاصية عدم ثبات تجانس تباين الخطأ رغم أن $[\mathrm{E}(u_i) = 0$، $\mathrm{cov}(u_i, x_i) = 0 \text{ if } \mathrm{i} \neq \mathrm{j}]$ و هنا لا يوجد ارتباط متسلسل (serial Correlation) وقد افترض الانموذج الاحتمالي الخطي (L P M) تجانس تباين الخطأ وهذا ليس بالأمر الغريب، وذلك لان النظرية الاحصائية توضح ان المتوسط والتباين لتوزيع برنولي هما ($\mathrm{P}(1-\mathrm{P})$, P) على الترتيب ،

إذ ان :

P : يمثل احتمال النجاح

وهذا يعني ان التباين هو على شكل دالة يعتمد على متوسط التوزيع بعبارة اخرى ان تباين التوزيع يكون مرتبط دالياً مع المتوسط ، وعليه يكون تباين الخطأ العشوائي هو تبايناً غيَر ثابتِ، وهذه المشكلة تؤدي الى اختلال التقديرات التي نحصل عليها من النموذج وابتعادها عن خصائص الجودة (BLUE) وعن طريق تطبيق تعريف صيغة التباين المذكورة انفاً سيكون تباين الخطأ العشوائي هو كالاتي:

$$\mathrm{var}(u_i) = \mathrm{E}(\mathrm{u_i}^2) - \{\mathrm{E}(\mathrm{u_i})\}^2$$

على فرض ان $\mathrm{E}(u_i) = 0$

$$\mathrm{var}(\mathrm{u_i}) = \mathrm{E}(\mathrm{u_i})^2 = (1 - \beta_o - \beta_i \mathrm{X_i})^2 \mathrm{p_i} + (-\beta_0 - \beta_i \mathrm{X_i})^2)(1 - \mathrm{p_i})$$

وبالتعويض عن $\mathrm{p_i}$ في المعادلة ($\mathbf{2-22}$) *نحصل على* :

$$\mathrm{var}(u_i) = E(Y_i|X_i)(1 - E(Y_i|X_i) = p_i(1 - p_i) \quad . \ . \ . \quad (\mathbf{2-25})$$

لذا فأن تباين الخطأ العشوائي في النموذج الاحتمالي الخطي غير متجانس، ويمكن استبعاد ظاهرة عدم التجانس عن طريق العمل مع المتغيرات المحولة اي بتطبيق المعادلة $(\mathbf{2-10})$

3 - عدم تقيد دالة الاستجابة بحدود الاحتمال

Non fulfillment of $0 \leq (\mathrm{E}(Y_i|X_i) \leq 1$

بما ان توقع متغير الاستجابة $(E(Y_i|X_i)$ يمثل احتمال الاستجابة في انموذج الاحتمال الشرطي (L p m) وان قيمته محصورة بين (1, 0)، وبتالي فأن دالة الاستجابة الاحتمالية يجب ان تقع ضمن مدى (1, 0) اي ان

$$0 \leq \mathrm{E}(Y_i|X_i) \leq 1$$

رغم ان ليس هناك ما يضمن (guarantee) بأن مقدر($\mathrm{Y_i}$)اي ($\mathrm{E}(Y_i|X_i$) سيكون بالضروري مقيد ضمن بالقيمة (1, 0)،فاذا لم يتم أستخدم اي اجراء او تحويلة على قيم الطرف الايمن من النموذج، فأن من الممكن في هذه الحالة أن تتعدى قيم الاحتمال (p_i) المتنبأ بها عن قيمة المدى الخاص للاحتمال وتجاوز القيمة التقديرية للمتغير المعتمد $(\hat{Y}_i)$عن قيمة الواحد ، وبذلك تصبح هذه القيمة مضللة وغير منطقية وليس لها ما يؤيدها من الناحية النظرية، وبتالي فأن القرارات التي تتخذ على اساس هذا النموذج لا تمثل المجتمع المدروس ولا تتفق مع الواقع .

لذا فأن هناك طريقتين لجعل مقدر الاحتمال الشرطي $\mathrm{E}(Y_i|X_i)$مقيد بالقيمة (1, 0) ومن هذه الطرق هي :

الطريقة الاولى : يمكن اعتماد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية او غيرها عند تقدير معلمات الانموذج الخطي الاحتمالي لأن هذه الطريقة لا تأخذ التقيد في الحسبان، ويتم ذلك وباستخدام $(\mathbf{2-9})$ فأن :

$$\underline{\mathrm{Y}} = \mathrm{X}\underline{\mathrm{B}} + \underline{\mathrm{U}}$$

$$\mathrm{U} = \mathrm{Y} - \mathrm{XB}$$

وبظرب طرفي المعادلة بمبدلة قيمة موجه الخطأ العشوائي (U') وبتعويض عنها بما يساويها نحصل على

$$\mathrm{U'U} = (\mathrm{Y} - \mathrm{XB})'(\mathrm{Y} - \mathrm{XB})$$

$$\mathrm{U'U} = \mathrm{Y'Y} - \mathrm{Y'XB} - \mathrm{B'X'Y} + \mathrm{B'X'XB}$$

يلاحظ من الصيغة المذكورة بأن الحد الثاني والثالث ذات قيمة محددة ويمكن جمعها

$$\mathrm{U'U} = \mathrm{Y'Y} - 2\mathrm{B'X'Y} + \mathrm{B'X'XB}$$

وعند اخذ مشتقة الخطأ العشوائي بالنسبة لـ B ومساواتها للصفر نحصل على

$$\frac{\partial U'U}{\partial B'} = -2X'Y + 2X'Xb = 0$$

ومنها فأن

$$X'Xb = X'Y$$

$$\hat{b} = (X'X)^{-1}X'Y \qquad . . . . . \qquad (\mathbf{2-26})$$

ثم نعوض القيم التقديرية لمعالم نموذج الانحدار الخطي $(2-26)$ بالمعادلة .$(2-22)$

في بعض الاحيان قد تكون $E(Y_i|X_i)$ اصغر من الصفر (قيمة سالبة) عندها تكون القيمة التقديرية للمتغير المعتمد $(Yi = 0)$

$$E(Y_i|X_i) = \hat{Y}_i = 0$$

واذا كانت اكبر من واحد سوف نفترض بأن

$$E(Y_i|X_i) = \hat{Y}_i = 1$$

الطريقة الاخرى : هي ابتكار تقنية تقدير تضمن (guarantee) بأن توقع الاحتمال الشرطي يقع بين $(0,1)$، منها أساليب التحويل وهما لوغاريتم النسبة المضافة (logit) وانموذج وحدة الاحتمال (probit).

$(2-6)$: نماذج دوال التحويل الخطي

models of transformation linear function

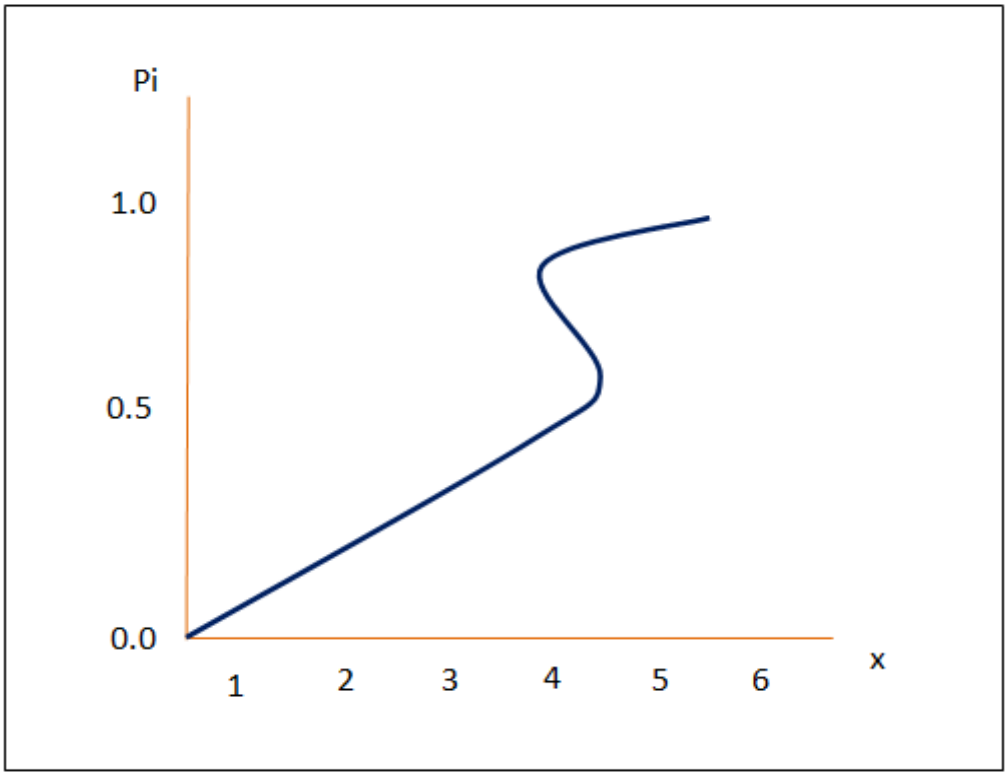
ان الغاية الرئيسة من اجراء عملية التحويل الخطي هو تغير شكل التوزيع التكراري لكي يلائم الافتراضات النظرية المتضمنة في الانموذج، فقد تم استعمال التوزيع اللوجستي والتوزيع الطبيعي كنموذج تحويل (*logit*) ونموذج تحويل (*probit*)،إذ يتم تطبيق البيانات على الحالتين تمثل الحالة الاولى اللوجستيك واستعمل فيها انموذج (*logit*) والحالة الثانية تمثل التوزيع الطبيعي وقد استعمل فيها انموذج (*probit*) ومن هذه النماذج هي:

$(6-2-1)$:أنموذج لوغاريتم النسبة المضافة [35] , [47]

Models of odds ratio (logit)

بما أن طبيعة العلاقة التي تربط متغير ثنائي الاستجابة مع مجموعة من المتغيرات التوضيحية هي علاقة غير خطية، ويمكن مشاهدة هذه العلاقة عن طريق دالة الاستجابة والمعرفة بالمعادلة

(**17- 2**)، ويمكن توضيح هذه العلاقة كما في الشكل (***5-2***) الاتي :



الشكل (2- 2) يمثل العلاقة غير الخطية بين احتمال الاستجابة (p_i) والمتغيرات المستقلة (X_i)

فلو كان (p) هو احتمال النجاح في الانحدار اللوجستي وكان(1-p) هو احتمال الفشل، فأن نسبة النجاح على الفشل ستنتج معادلة غير خطية، و قد يواجه الباحث صعوبة عند التحويل الى انموذج اللوجستي خطي لغرض تقدير معالم النموذج، ولهذا اقترح الباحث الامريكي (*berkson*) عام (*1944*) ألية تحويل صيغة دالة اللوجستيك الى دالة خطية وذلك عن طريق اخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة، واطلق على هذه التحويلة بتحويلة (*logit*) ، والمعرفة في المعادلة (**2-20**) ويمكن اعادة كتابتها لغرض التطبيق التحويل:

$$\text{logit}\,(p_i) = \ln \frac{p_i}{1 - p_i}$$

وبتطبيق المعادلة (**2-17**) و (**2-19**) فأن :

$$\text{logit}\,(p_i) = \ln \left. \frac{\dfrac{e^{\beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_i X_i}}{1 + e^{\beta_0 + \sum \beta_i X_i}}}{\dfrac{1}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_i X_i}}} \right]$$

$$Logit\,(p_i) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_i X_i$$

وعلى فرض ان $Y^* = \text{logit}(p_i) = \mathbf{ln}\frac{(p_i)}{(1-p_i)}$ لذا فان Y^* يمكن اعادة كتابتها بالشكل التالي

$$Y^* = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_i X_i \qquad i = 1,2,. \ldots n \qquad . \; . \; . \qquad (2-27)$$

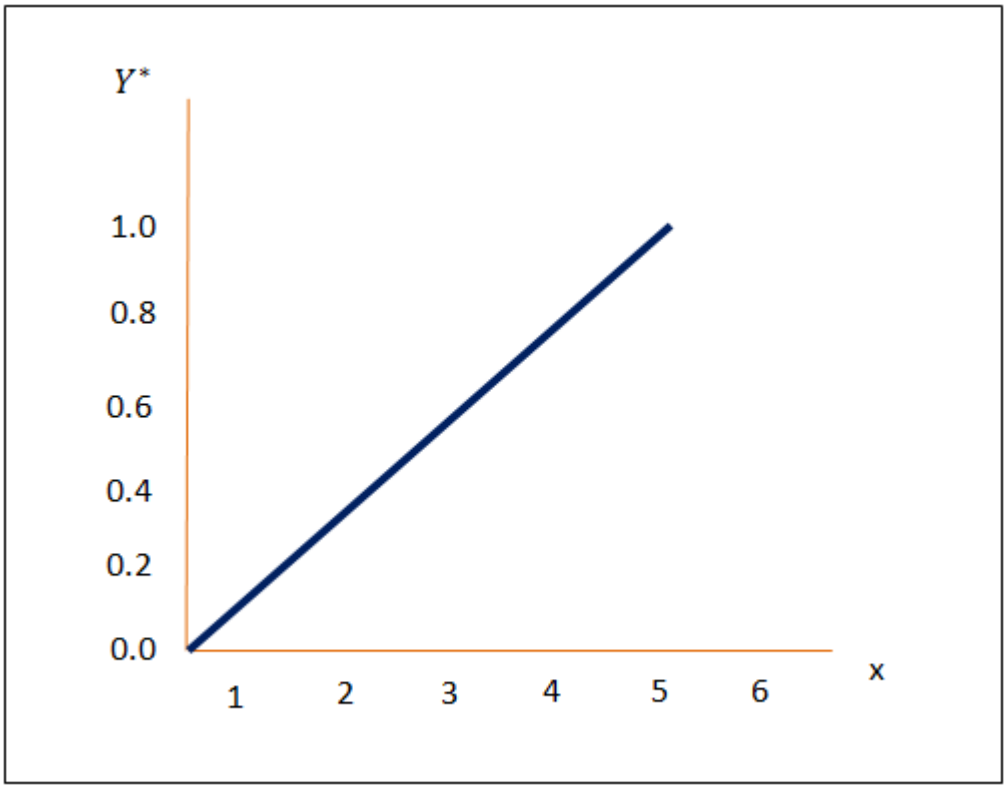
إذ ان :

Y^* : تمثل متغيراللوجستيك الجديد (المحول)(logit)

β_0, β_i : تمثل معالم النموذج

X_i : تمثل المتغيرات التوضيحية

وعند تطبيق تحويلة (logit) ستكون طبيعة العلاقة بين متغير الاستجابة ومجموعة المتغيرات التوضيحية علاقة خطية يمكن توضيحها كما في الشكل (2- 6)



الشكل (2 – 3): يوضح العلاقة بين (Y^*,X) عند تحويل دالة اللوجستيك الى دالة خطية

$(6-2-2)$: انموذج وحدة الاحتمال [41],[36] [7]

(unit of the probability model (probit)

يستعمل انموذج وحدة الاحتمال (probit) بكثرة في الابحاث البيولوجية والطبية [41] ويعتمد أسلوب وحدة الاحتمال على فكرة استعمال التوزيع الطبيعي لغرض توصيف البيانات بخط انحدار مناسب وذلك عن طريق تحويل هذه البيانات من النسب الى الانحرافات الطبيعية، عند ذلك نستعمل انموذج وحدة الاحتمال عند تطبيق التوزيع الطبيعي إذ يمكن تحويلها الى شكل خطي عن طريق استعمال الدرجة المعيارية والتي تتكون من $z=(\frac{x-\mu}{\sigma})$ $z\sim N(0,1)$ عندها نفرض بأن $\beta_1=(\frac{1}{\sigma})$ و$\beta_0=(\frac{-\mu}{\sigma})$ عندها فأن الدالة الاحتمالية الخطية (linear probability funcation) تأخذ الصيغة الاتية :

$$Y_i=\beta_0+\beta_i X_i+U_i \quad . \quad . \quad . \qquad (2-28)$$

وبما أن قيمة اي احتمال يجب ان يقع ضمن المدة $(0,1)$،لذلك فأن احتمال (p_i) هو دالة لـ Y_i ويأخذ الصورة الاتية

$$Yi=\begin{bmatrix} 1 & \text{if} & ui\le yi^*=\beta_0+\beta_i X_i \\ 0 & \text{if} & ui>yi^*=-\beta_0+\beta_i X_i \end{bmatrix}$$

$u\sim N(0,1)$

$$p(y_i=1)=y_i=\beta o+\beta_i X_i=p(ui\le y_i{}^*)=p_i \qquad (2-29)$$

$$p(y_i=0)=p(u_i>y_i{}^*)=1-p(u_i\le y_i{}^*)=1-p_i$$

من المعادلة (29- 2) فأن $(p\le y_i{}^*)$ يساوي الدالة التجميعية , $F(Y)$ والتي تساوي :

$$P(u\le y_i{}^*)=\emptyset(y_i)=\int_{-\infty}^{yi}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt \quad . \quad . \quad . \qquad (2-30)$$

ومن معادلة **(2-29)** يتم التعويض عن قيمة (Y_i) بما يساويها في معادلة **(2-30)**

$$\emptyset(\beta_0 + \beta_i X_i) = \int_{-\infty}^{\beta 0+\beta i Xi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

اذ ان الطرف الايمن من المعادلة (**2-30**) تسمى بالمنحرف المكافئ الطبيعي (*normal equivalent deviate*) (***Normit***) ، اذ ان المنحرف المكافئ الطبيعي قد تكون قيمته سالبة وقد تكون موجبة ولأنها احتمال فلا يمكن ان تكون سالبة ، ولتخلص من هذه القيم السالبة اضاف الباحث الامريكي (*Finney*) **[41]** قيمة (*5*) الى طرفي معادلة المنحرف المكافئ الطبيعي (*N E D*) وقد حصل على ما يسمى بوحدة الاحتمال (*probit*) إذ وضع جداول خاصة بوحدة الاحتمال يمكن مراجعتها في (الملحق الخاص من الرسالة) .

لذا فأن وحدة الاحتمال (*probit*) يمكن توضيحها بأنها عبارة عن المنحرف المكافئ الطبيعي مضافاً اليها القيمة (5)

$$\emptyset(Y_i) + 5 = N\,E\,D + 5$$

$$Probit\ (\tilde{y}) = NED + 5 \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-31})$$

أذ أن :

$\tilde{y}$: تمثل وحدة الاحتمال

وهناك جداول خاصة باحتساب قيم وحدة الاحتمال (probit) والاحتمالات المقابلة لها في الجدول (انظر الملحق) اذ قام الباحث (Finney) بتحويل النسب الاحتمال الى انحرافات طبيعية وضعها في تللك الجدول ومنها نحصل على قيم وحدة الاحتمال (probit).

(7-2) طرائق تقدير معالم المتغير المعتمد متعدد الاستجابة

بعد ان تم بناء و وصف النماذج، تأتي مرحلة تقدير معالمه ويتم ذلك من خلال استعمال بعض طرائق التقدير الخاصة بالمتغيرات متعددة الاستجابة والتي تعد احد أهم الجوانب في الاستدلال الاحصائي لأ غلب النماذج، ومن هذه الطرائق هي طريقة المربعات الصغرى الموزونة (weighted Least squares)، وطريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method) وذلك من خلال تطبيق طريقة خوارزمية نيوتن رافسن (Newton– Raphson Method)، وايضا تم استعمال طريقة الجا كنايف (Jackknife of Method).

(7-2-1) :- طريقة المربعات الصغرى الموزونة (المرجحة) [12] [18]

weighted Least squares method (WLS)

عندما يكون المتغير المعتمد في أنموذج الانحدار الخطي ثنائي الاستجابة، عندها سيفقد النموذج اغلب الافتراضات الخاصة به، ومن هذه الافتراضات هو ان الخطأ العشوائي قد لا يتبع توزيعاً طبيعياً انما يتبع توزيعاً متقطعاً وليس مستمراً، وبمجرد اذا افترضنا بأن الخطأ العشوائي يتبع توزيع طبيعي عندها يكون تباين الخطأ العشوائي غير ثابت .

عندما يكون المتغير المعتمد ثنائي الاستجابة (0,1) عندها لا يمكن تقدير معلمات انموذج الانحدار الخطي باستعمال طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) عندها سيكون تباين الخطأ العشوائي في هذه الحالة غير ثابت وبتالي قد يعاني من مشكلة عدم الثبات ، لذا تم اللجوء الى استعمال طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) والتي تستعمل لغرض تصحيح كفاءة المقدرات (OLS) في ظل عدم ثبات التباين الخطأ العشوائي و تعطي افضل تقدير خطي غير متحيز (BLUE) .

وفي هذه الطريقة تكون فيها العلاقة بين المتغير المعتمد الخطي (Y^*) (والذي يمثل لوغاريتم النسبة المضافة $\frac{P}{1-P}$ (logit) اي ان ($Y^* = \ln\frac{P}{1-P}$) و بين المتغير واحد او مجموعة من المتغيرات التوضيحية (X_i) والتي يمكن تمثيلها بشكل المعادلة الخطية العامة لغرض الوصول الى المصفوفات والتي عن طريقها يتم استبعاد مشكلة عدم ثبات التباين وكما في المعادلة الاتية :

$$\underline{Y^*} = X\underline{B} + \underline{U} \qquad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2-32)$$

إذ أن

Y^* : يمثل موجه عمودي ذو رتبة (n*1)

X : مصفوفة مشاهدات المتغيرات التوضيحية ذات الرتبة(n*k)

B :متجه المعلمات من الرتبة (n*1)

U : متجه يمثل الخطأ العشوائي ذو رتبة (n*1)

وبعد أخذ التوقع والتباين لنموذج المعادلة (**2−32**) عندها يكون المتغير (Y^*) يحمل النتائج التي يمكن تمثيلها بالصورة التالية: **[12]**

$$E(Y^*) = XB \qquad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-33})$$

$$Var(Y^*) = \frac{1}{\sigma^2} = \frac{1}{np_i(1-p_i)} \qquad . \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-34})$$

$$Y^* \sim N(XB, \frac{1}{n\,p_i(1-p_i)}$$

وعند اجراء عملية الاشتقاق الصيغة التقديرية لمعلمات الانموذج المبين في المعادلة (**2−32**) يتم اولاً ضرب طرفي المعادلة (**2−32**) بمعكوس المصفوفة القطرية المتماثلة (ρ_i) لغرض استبعاد مشكلة عدم التجانس وبذلك سوف نحصل على الانموذج الاتي:

$$\rho^{-1}Y^* = \rho^{-1}XB + \rho^{-1}U \qquad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-35})$$

أذ ان

ρ: تمثل مصفوفة قطرية متماثلة يمكن تمثيلها بالصورة الاتية :

$$\rho = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{n_1 p_1 q_1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \frac{1}{\sqrt{n_2 p_2 q_2}} & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{\sqrt{n_r p_r q_r}} \end{bmatrix}$$

$$. \quad . \quad . \qquad (2-36)$$

وبعد ذلك يتم تقدير معالم الانموذج باستعمال طريقة المربعات الصغرى (OLS) وكما يأتي:

$$Y^* = XB + U$$

$$U = Y^* - XB$$

$$U'U = (Y^* - XB)'(Y^* - XB)$$

وبضرب طرفي المعادلة بـ (ρ^{-1}) نحصل على:

$$(\rho^{-1}U)'(\rho^{-1}U) = (\rho^{-1}Y^* - \rho^{-1}XB)'(\rho^{-1}Y^* - \rho^{-1}XB)$$

$$(\rho^{-1}U)'(\rho^{-1}U) = (Y^{*\prime}\rho'^{-1} - B'X'\rho'^{-1})\,(\rho^{-1}Y^* - \rho^{-1}XB)$$

وبفك الاقواس نحصل على :

$$(U'\rho'^{-1}\rho^{-1}U) = Y^{*\prime}\rho'^{-1}\rho^{-1}Y^* - Y^{*\prime}\rho'^{-1}\rho^{-1}XB - B'X'\rho'^{-1}Y^* + B'X'\rho'^{-1}\rho^{-1}XB)$$

على فرض أن

$$w = p'^{-1}p$$

لذلك فأن:

$$(U'\,W^{-1}U) = Y^{*\prime}\,W^{-1}\,Y^* - Y^{*\prime}\,W^{-1}XB - B'X'\,W^{-1}Y^* + B'\,X'\,W^{-1}\,X\,B)$$

إذ أن :

W^{-1}: يمثل معكوس مصفوفة الاوزان وناتجة عن حاصل ضرب المصفوفة القطرية مع مبدلتها

وبأخذ التفاضل الجزئي الاول بالنسبة الى موجه المعلمة B نحصل على :

$$\frac{\partial U\prime W^{-1}U}{\partial B} = -2X'W^{-1}Y^* + 2X'W^{-1}XB = 0$$

ومنها فأن :

$$X'\,W^{-1}Y^* = X'W^{-1}XB \qquad . \; . \; . \; . \; . \qquad (\mathbf{2-37})$$

$$\hat{B} = (X'W^{-1}\,X)^{-1}X'W^{-1}Y^* \qquad \dots\;\dots\;\dots. \qquad (2-38)$$

ويمكن التعبير عن معكوس مصفوفة الاوزان بما يأتي

$$w^{-1} = \begin{bmatrix} n1p1q1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & n2p2q2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & nrprqr \end{bmatrix}$$

كما وان Y^* : يمثل موجه عمودي والذي يمكن تمثيلة بالصورة الاتية:

$$Y^* = \begin{bmatrix} \ln \frac{p_1}{1-p_1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \ln \frac{p_r}{1-p_r} \end{bmatrix}$$

كما وان المعادلة المذكورة أنفاً لا يمكن تطبيقها عندما تكون (p=0) او (p=1) وذلك لان المقام سوف يساوي (صفراً) في حالة p=1 ومن ثم لا يمكن تطبيق (WLS)، لكن الباحثين الأمريكيين (Finney) و (Berkson) قاما بمعالجة هذا الموضوع عن طريق القاعدة الاتية [41]،[34].

$$\left.\begin{array}{lll} when & : \quad k_i = 0 \quad , & p_i = \frac{1}{2n_i} \\ when & : \quad k_i = n_i \quad , & p_i = 1 - \frac{1}{2n_i} \end{array}\right\}$$

$$\ldots\ldots \quad (2-39)$$

إذ ان:

k_i: يمثل العدد الذي استجاب للتجربة i

n_i: يمثل العدد الكلي المستعمل في التجربة i

لذا فأن

$$Y_i^* = ln \left[\frac{pi = \frac{1}{2n_i}}{1 - \frac{1}{2n_i}} \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2-40)$$

$$var(Y_i)^* = \frac{(n_1+1)(n_2+2)}{n_i{}^3(p_i + \frac{1}{(n_i)}\left(q_i + \frac{1}{n_i}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2-41)$$

إذ تم الحصول على معادلة (41−2) من المصدر [18]

لذا فأن :

$$\text{Var}\ (Y_i^*) = \frac{1}{w_i{}^*}$$

أذ ان :

w_i^* : يمثل الوزن المعدل الجديد

وعلى هذا الاساس يتم حساب الصيغ التقديرية للمعالم على وفق المعادلة الاتية :

$$\hat{B} = \left(X'W^{*-1}X\right)X'W^{*-1}Y^* \qquad \ldots\ldots \qquad (2\text{-}42)$$

(7-2-2): طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method) [41], [16]

تعد طريقة الامكان الاعظم من الطرائق الاحصائية الاوسع استعمالا في تقدير معالم النماذج الرياضية والاحصائية، لما لها من خصائص ومميزات المقدر الجيد منها انها تقديرات متسقة واكثر كفاءة من الطرائق الاخرى وايضا لها اقل تباين مقدر ممكن [41]، تكمن هذه الطريقة في جعل دالة الامكان للمتغيرات العشوائية في نهايتها العظمى.

لذا تم استعمال هذه الطريقة لغرض تقدير معالم انموذج الانحدار عندما يكون المتغير المعتمد الوصفي متعدد الاستجابة، وهذا يعتمد على توزيع متغير الاستجابة، كما وان (X_i) تمثل المتغيرات التوضيحية، وأيضا الاخطاء العشوائية التي تفترض انها تتوزع طبيعياً بمتوسط (0) وتباين ثابت مقداره (σ^2) ، كما وان $\Phi(.)$ التي تمثل دالة التجميعية القياسية (standard Cumulative Distribution) والذي يمكن التعبير عنه بالصيغة الاتية:

$$\Phi(Z) = \int_{-\infty}^{Z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{u^2}{2}} du \qquad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2\text{-}43)$$

لو رمزنا الى الدرجة المعيارية بـ (Z) والتي يعبر عنها بـ ($Z = (\frac{X_{ij}-\mu_j}{\sigma}$ ، (j=1 , 2,...μ ,) (i=1 , 2 ,. . . .n .)، وبالتعويض عن قيمة Z في المعادلة (2-43) سوف نحصل على :

$$Pij = Prob(y \leq Z) = \Phi\left(\frac{X_{ij}-\mu_j}{\sigma}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-44})$$

وعلى فرض بأن :

$$B_j = \frac{1}{\sigma} \qquad , \qquad A_j = \frac{-\mu_j}{\sigma}$$

لذلك فان المعادلة (**2-44**) يمكن كتابتها بالشكل الاتي:

$$p_{ij} = prob\ (y \leq Z) = \Phi(A_j + B_j\, X_{ij}\,) \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-45})$$

وعند ضرب المعادلة (**2- 45**) بـ Φ^{-1} نحصل على وحدة الاحتمال بشكل انحدار خطي وكما يأتي :

$$\Phi^{-1}\, p_{ij} = \Phi^{-1}\, p(y \leq Z) = A_j + B_j\, X_{ij} \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-46})$$

إذ ان :

A_j,B_j : يمثلان معلمات انموذج الانحدار وحدة الاحتمال (*probit*)

P_{ij}: يمثل احتمال الاستجابة المصنفة

Φ^{-1} : يمثل معكوس الدالة التجميعية للتوزيع الطبيعي القياسي

وعندما يكون المتغير المعتمد (Y_i) متعدد الاستجابة فأن الدالة التوزيع المشتركة لهذا المتغير سوف تتبع توزيع متعدد الحدود (*multinomial Distribution*) والذي يعبر عنه بالصيغة **الاتية :**

$$prob(K_{i1}, K_{i2}, .. K_{ij}) = \frac{n_{ij}!}{k_{i1}!\, k_{i2}!\, k_{ij}!}\ p_{i1}{}^{ki1}.\, p_{i2}{}^{ki2}\, ..\, p_{ik}{}^{kij}$$

$$. \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-47})$$

كما وان

$$k_{i1} + k_{i2} + \cdots k_{ij} = n_{ij} \qquad i = 1,2, \ldots n \qquad , j = 1,2 \ldots \mu$$

$$p_{i1} + p_{i2} + \cdots p_{ij} = 1$$

وبذلك يمكن وصف دالة الامكان الاعظم (like hood) للمعادلة (**2 - 47**) بالصيغة الاتية :

$$L = \prod_{i=1}^{n} \frac{n_i!}{\prod_{j=1}^{m} k_{ij}!} \cdot \prod_{j=1}^{m} {p_{ij}}^{kij} \qquad . \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-48})$$

وبإدخال لوغاريتم دالة الامكان للمعادلة المذكورة انفاً والمعرفة بالرقم (**48 -2**) سيكون شكل المعادلة بالصيغة الاتية :

$$lnL = \sum_{j=1}^{m} C + \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} (k_{ij} \ \ln pj \ (X_i) - k_{ij+1} \ \ln p_{j+1} \ (X_i)$$

$$. \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-49})$$

إذ ان :

C : تمثل المقدار الثابت

$$0 \leq pij \leq 1$$

وعند اجراء عمليات الاشتقاق للمعادلة المعرفة بالرقم (**2 - 49**) بالنسبة الى كل من B_j, A_j سوف نحصل على : [28]

$$\left(\frac{\partial lnL}{\partial A_j}\right) = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{k_{ij}}{p_j(X_i)} - \frac{k_{ij+1}}{p_{j+1}(X_i)}\right) \frac{\partial p_j(Xi)}{\partial A_j} \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-50})$$

$$\left(\frac{\partial \ lnL}{\partial B_j}\right) = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{k_{ij}}{p_j(X_i)} - \frac{k_{ij+1}}{p_{j+1}(X_i)}\right) \frac{\partial p_j(X_i)}{\partial B_j} \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-51})$$

ونظراً لأنَ المعادلتين (**50 – 2**) و(**2-51**) غيُر خطيتين ولا يمكن حلهما بالطرائق الاعتيادية، لذلك لابد من استعمال طرائق عددية في حل مثل هكذا نماذج، وذلك بهدف ايجاد المقدرات التي تعظم لوغاريتم دالة الامكان الاعظم، ومن ابرز هذه الطرائق هي طريقة نيوتن رافسن.

(7-2-2-1) : طريقة نيوتن رافسن (Newtan- Raphson) [49]

وهي طريقة عددية تستعمل في تقدير معلمات دالة الامكان، تعتمد على ايجاد المعكوس (inverse) في مصفوفة المعلومات والمعروفة بمصفوفة (Hussein matrix)، والتي يمكن الحصول عليها من المشتقة الثانية لدالة لوغاريتم الامكان الاعظم لـ (A_j, B_j)، وايضا تعتمد على متجه المعلمة الابتدائية (initial)، ويمكن التعبير عن هذه الطريقة بالصيغة الاتية :

$$\underline{\theta}_{n+1} = \underline{\theta}_n - G^{-1} \ \underline{g}\,(n) \qquad . \quad . \quad . \qquad (2-52)$$

إذ أن :

n: تمثل مجموع التكرارات

θ_{n+1} : متجه يمثل المعالم المراد تقديرها

θ_n : متجه يمثل قيم المعالم الاولية (initial)

g(n) : متجه يمثل المشتقة الاولى للوغاريتم دالة الامكان الاعظم

$$g(n) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial lnl}{\partial A_j} \\ \dfrac{\partial lnl}{\partial B_j} \end{bmatrix}$$

G^{-1} : يمثل معكوس مصفوفة المعلومات ليفشر والتي تحتوي على سالب توقع المشتقة الثانية للوغاريتم دالة الامكان وكما هو مبين بالصيغة الاتية :

$$-E\left(\frac{\partial 2lnl}{\partial {\theta_j}^2}\right) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{ni}{p_j(X_i)p_{j+1}(X_i)}\left[\frac{\partial p_j(X_i)}{\partial \theta_j}\right]^2 \quad . \quad . \quad . \quad (2-53)\right.$$

$$-E\left(\frac{\partial 2lnl}{\partial \theta_j \theta_{j+1}}\right) = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\frac{ni}{p_{j+1}(X_i)} \ \frac{\partial p_j(X_i)}{\partial \theta_j} \cdot \frac{\partial p_{j+1}(X_i)}{\partial \theta_{j+1}}$$

ومن المعادلتين (**2-50**) و(**2-51**) نفرض بأن

$\theta_j = (A_j , B_j)$

$i = 1,2, \dots . n \ , j = 1,2, \dots . . m$

ولذلك يمكن التعبير عن مصفوفة المعلومات (G) والتي تعرف بمصفوفة $(Hussein)$ والتي تحتوي على المشتقة الثانية للوغاريتم دالة الامكان الاعظم الموجودة في المعادلة (**2- 53**) ويمكن وصفها بالشكل الآتي :

$$G = \left[\frac{\partial 2lnl}{\partial {\theta_j}^2}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial 2\ln l}{\partial A_j \partial A_j} & \cdots & \frac{\partial 2\ln l}{\partial A_j \partial B_j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial 2\ln l}{\partial A_j \partial B_j} & \cdots & \frac{\partial 2\ln l}{\partial B_j \partial B_j} \end{bmatrix}$$

$$(m-1)(m-1)$$

j =1 ,2, . . . m

$$g = \left[\frac{\partial lnl}{\partial \theta_j}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial lnl}{\partial A_1} \\ \frac{\partial lnl}{\partial A_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial lnl}{\partial A_{m-1}} \\ \frac{\partial lnl}{\partial B_1} \\ \frac{\partial lnl}{\partial B_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial lnl}{\partial B_{m-1}} \end{bmatrix} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\mathbf{2-54})$$

وعندها تكون صيغة التقديرات بالشكل الاتي :

$$\hat{\theta}_{n+1} = \hat{\theta}_n - \left(\frac{\partial_2 lnl}{\partial_2 \hat{\theta}_j \partial^2 \hat{\theta}'_j}\right)^{-1} \left(\frac{\partial_2 lnl}{\partial \hat{\theta}_j}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \qquad (\mathbf{2-55})$$

اما طريقة حساب نيوتن – رافس الايجاد مقدرات الامكان الاعظم في حالة انموذج الانحدار اللوجستي فيمكن التعبير عنها بالصيغة الاتية :[33]

$$\boldsymbol{\hat{\theta}_{n+1} = \hat{\theta}_n + (X'VX)^{-1}X'(Y - \hat{Y}_n)} \quad . \; . \; . \; . \qquad (\mathbf{2-56})$$

حيث ان

$\hat{\theta}_{n+1}$: يمثل موجه عمودي لقيم التقديرات في الدورة(n+1)

$\hat{\theta}_n$: يمثل موجه عمودي لقيم التقديرات في الدورة (n)

X : يمثل مصفوفة مشاهدات المتغيرات التوضيحية

V : يمثل مصفوفة قطرية للأوزان من الرتبة (n× n)

و المصفوفة القطرية لـ V يعبر عنها بالمصفوفة الاتية :

$$V = \begin{bmatrix} n_1\hat{p}_1\hat{q}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_2\hat{p}_2\hat{q}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & . & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n_r\hat{p}_r\hat{q}_r \end{bmatrix}$$

ويتم التوقف عن ايجاد التقديرات لمعالم (θ) عندما يكون الفرق بين الدورة السابقة $(\hat{\theta}_{n+1})$ والدورة اللاحقة $(\hat{\theta}_n)$ صغيراً جداً ويقترب من الصفر .

(7-2-3) : طريقة تقدير الجاكنايف (Jackknife Estimation Method) [3],[15]

ان المفهوم الاساس لطريقة الجاكنايف يكمن في استبعاد جزء من البيانات عند القيام بأجراء كل عملية تقدير بحيث ان الجزء المستبعد اما يهمل عند التقدير او يؤخذ بنظر الاعتبار عند القيام بعملية التقدير عن طريق احتساب هذا الجزء.

إذ استعملت هذه الطريقة الاول مرة لدن الباحث (Quenouille) وكان ذلك عام (1949) عندما اقترح طريقة لتقليص التحيز والتباين للعديد من الاحصاءات عن طريق تقدير ارتباط متسلسل يعتمد على تقسيم العينة الى جزأين ومن ثم حساب التقدير لكل جزء كما ويتم القيام بأجراء تقدير أخر اعتماداً على تقديري الجزئيين الذين تم حسابهما.

يتم استخراج مقدر (jackknife) كما يأتي:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{jackknife} = n\hat{\boldsymbol{\theta}} - (n-1)\hat{\boldsymbol{\theta}}_{*} \qquad . \quad . \quad . \quad . \qquad (2-57)$$

إذ ان :

$\hat{\theta}$: يمثل مقدر المعلمة حسب الطريقة المعتمدة

n : يمثل حجم العينة

$\hat{\theta}_{*}$: يمثل مقدر المعلمة الامكان الاعظم

اذ يتم تقدير المعلمة حسب طريقة (jackknife) بالاعتماد على طريقة الامكان الاعظم لتوزيع متعدد الحدود، وذلك من خلال الخطوات الاتية :

$$\hat{\theta}_{*} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{i}}{n} \qquad . \quad . \quad . \qquad (2-58)$$

i=1 ,2, ...n

اما مقدر $\hat{\theta}_{i}$ يتم حسابه على وفق الخطوات الاتية :

1-ايجاد $\hat{\theta}_{1}$ وذلك عن طريق حذف المتغير الاول (t_1) من مجموعة المتغيرات $(t_1, t_{2,\ldots} t_{n,})$

ومن ثم يتم ايجاد $\hat{\theta}_{1}$ بالاعتماد على طريقة الامكان الاعظم بدون المتغير الاول (t_1)

2-ايجاد $\hat{\theta}_{2}$ يتم حسابه عن طريق ارجاع المتغير الاول (t_1) الى مجموعة المتغيرات $(t_1, t_2. \ldots t_n)$ وحذف المتغير الثاني (t_2) .

3- نستمر هكذا بإيجاد ($\hat{\theta}_i$) الى ان نجد $\hat{\theta}_n$.

4- يتم ايجاد $\hat{\theta}_*$ باستعمال المعادلة **(58 -2)**

5- يتم تطبيق صيغة (jackknife) في المعادلة **(2-57)** للحصول على المقدر

إذ أن مقدر الامكان الاعظم لمعلمات توزيع متعدد الحدود هو

$$\hat{\theta}_{mle} = \frac{\sum x_i}{n} = \bar{X} \quad . \quad . \quad . \qquad (\mathbf{2-59})$$

إذ ان :

$\bar{X}$: يمثل *المتوسط الحسابي* لمقدر معلمات الامكان الاعظم

1-3 المقدمة Introduction :

يعد المنهج التجريبي (Empirical Approach) من المناهج العلمية والتي لها اساس وجذور في التاريخ الانساني القديم، إذ كانت أغلب الاختراعات والاكتشافات تتم عن طريق اسلوب التجريب وشدة الملاحظة [2].

ونظراً للسرعة الفائقة التي توفرها البرامج الإلكترونية بمختلف انواعها من حزم جاهزة، مما دفع اغلب الباحثين بمختلف تخصصاتهم الى اعتماد اسلوب المحاكاة (Simulation) لغرض تطبيق الطرائق الخاصة بالنموذج المدروس و المتمثل بنموذج الانحدار للمتغير المعتمد متعدد الاستجابة ، وذلك من خلال حساب المعلمات المقدرة للطرائق المستعملة والتي تم تناولها في الجانب النظري لمحاكاة اكبر عدد ممكن من الحالات التي تصادفنا في الواقع عند تطبيق البيانات الحقيقية ومن ثم اجراء المقارنة بين هذه الطرائق عن طريق الاعتماد على المؤشر الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) (mean square Error) .

ويشمل هذا الفصل عرض بعض المفاهيم العامة للمحاكاة وكذلك مراحل وصف التجربة للمحاكاة من حيث حجوم العينات والقيم المفترضة والطرائق التقدير المستعملة والمؤشرات الاحصائية المستعملة في تجربة المحاكاة .

1-3-1 مفهوم المحاكاة :

تعرف المحاكاة بأنها طريقة تحليلية عددية علمية تحاول استعمال مناهج وأساليب رياضية منهجية والغرض من ذلك ايجاد صورة طبق الاصل من أي نموذج من دون الرجوع إلى أخذ ذلك النموذج؛ ويتم ذلك عن طريق البرامج الإلكترونية وتشبيه ذلك النموذج في ظروف عدم التأكد، كما وان اسلوب المحاكاة يستخدم عادة لوصف سلوك نظام حركي معين عن طريق تطبيق تجارب تكون مماثلة وملائمة و ومقاربة للنموذج الحقيقي والواقعي الموجود اصلاً [22].

ومع انتشار الواسع للبرامج والحاسبات الكترونية عن طريق انتاج انظمة وحزم جاهزة خاصة ببرنامج المحاكاة ومنها نظام المحاكاة العام (General Purpose Simulation System) ويشار له (GPSS) والذي يطبق على الاغلب مع المتغيرات المنفصلة (Discreet variable)

ولنظام المحاكاة طرائق متعددة منها طريقة مونت كارلو (Monte Carlo method) والتي تعد الطريقة الرائدة من طرائق المحاكاة المستعملة في الوقت الحاضر، ومونت كارلو هو مصطلح سري تعود جذوره الى العالمين الشهيرين وهما عالم الفيزياء جون نيومان (Neman) وعالم الرياضيات ألم (Elam .A) وذلك عن طريق بحوثهم عن دراستهم حول (سلوك النيترونات في المعادن) وذلك خلال فترة الحرب العالمية الثانية .

إذ يتم تطبيق اسلوب المحاكاة بواسطة العينة ، وعندها تؤخذ هذه العينة من مجتمع افتراضي عوضا من ان يتم أخذها من مجتمع حقيقي، وعند ذلك يتم تطبيق النماذج والاساليب الرياضية والاحصائية المعتمدة لغرض اجراء المقارنة بغية الحصول على النتائج المرجوة عندها يتم اتخاذ

القرار المناسب على ضوء هذه النتائج، وكلما كانت نتائج تجربة المحاكاة دقيقة و واقعية كلما كانت التجربة اقرب للحقيقة واقرب تمثيل للواقع التطبيقي .

على الرغم من النتائج الايجابية والفوائد العظيمة التي يحققها اسلوب المحاكاة باستعمال طريقة مونت كارلو من توفير الوقت والجهد على الباحث ،الا انها قد يترتب على الباحث ان يراعي المقولة المأثورة (Garbage in Garbage out) والتي تعني ان نتائج الحاسوب الالكتروني غير جازمة بصحتها او جعلها مشابهة للواقع الحقيقي وذلك لان الاصل هو توفير الشروط النظرية والمنطقية لتصميم برنامج المحاكاة للوصول الى النتائج [2] .

2- 3-1 توليد الاعداد العشوائية :

تُعد عملية توليد الاعداد العشوائية عملية تكرارية موضوعة في معادلة خاصة ليعطي في كل مرة عدداً عشوائياً مختلفاً عن العدد الاخر و محدداً بالقيم (0,1)، ويتم ذلك من خلال توليد ارقام عشوائية تتبع التوزيع المنتظم المستمر (Continues uniform distribution) ضمن الفترة (0,1)

كما ان الغاية من توليد الاعداد العشوائية هو لغرض الحصول على متغيرات عشوائية تمثل الانموذج قيد الدراسة من خلال التوزيع الاحصائي المستخدم في الدراسة، وتنشطر عملية توليد المتغيرات العشوائية الى شطرين من المتغيرات وهي :

1-2-3- 1 توليد المتغيرات المستقلة :

يتم توليد ارقام عشوائية تتبع توزيع المنتظم (uniform distribution) ضمن الفترة (0,1) ، ويتم ذلك من خلال الصيغة الاتية :

$$f(x) = \left[\frac{1}{b-a}\right] \qquad a \le x \le b \quad . \; . \; . \; . \qquad (3-1)$$

يتم بناء ثلاث نماذج من الارقام العشوائية الخاصة بالمتغير المستقل كل نموذج يخضع لتوزيع ثنائي الحدين (Binomial Distribution) ويمكن كتابة الدالة التجميعية (c d f) لصيغة توزيع ثنائي الحدين للتعبير عن النماذج الثلاثة بالمعادلة الاتية :

$$F(x) = \sum_{i=0}^{y} C_X^n \, P^X (1-P)^{n-x} \quad . \; . \; . \qquad (3-2)$$

x= 0 ,1 ,2, . . . n

إذ ان :

n : يمثل عدد المحاولات المستعملة في التجربة

p : يمثل احتمال النجاح

والغرض من هذا البناء هو لحصول المتغير المستقل (x) على استجابة في كل محاولة من المحاولات (Binomial) ولكل نموذج، وهذا بدوره سوف يعطي المتغير المستقل (x) استجابة للمتغير المعتمد (y) وكل استجابة محددة ضمن الفترة (0,1) ، عندها سيتم الحصول على العديد من الاستجابات للمتغير المعتمد (y) .

1-3-2-2 توزيع المتغير المعتمد (الاستجابة) :

ان معادلة المتغير المعتمد متعدد الاستجابة تتبع توزيع متعدد الحدود ويمكن وصفه بالمعادلة (2- 2)التي تم ذكرها مسبقاً :

$$prob(K_{i1}, K_{i2}, .. K_{ij}) = \frac{n_{ij}!}{k_{i1}!\, k_{i2}!\, k_{ij}!}\; p_{i1}{}^{ki1} . p_{i2}{}^{ki2} \;..\; p_{ij}{}^{kij}$$

يتم توليد متغير عشوائي (y) يخضع على وفق توزيع متعدد الحدود (multinomial Distribution)، ويتم ذلك من خلال بناء ثلاث نماذج افتراضية ومتمثلة بالنموذج التالي :

$$\hat{Y}_i = Bo + B_i X_i \qquad . \quad . \quad . \qquad (3-3)$$

$$i = 1, 2, 3$$

ومن خلال كل نموذج يتم الحصول على استجابة للمتغير (y) فعندما يتم تطبيق ثلاث نماذج فسوف يتم الحصول على ثلاث استجابات للمتغير (y)، وكل استجابة تكون محددة بالفترة (0,1) وذلك لان هذه الفترة يمكن ان تتضمن بداخلها اعداد ما لانهاية من الاستجابات .

3-3 -1 : مراحل بناء ووصف تجارب المحاكاة :

من خلال استخدام اسلوب المحاكاة لابد من تحديد أهم العوامل الخاصة لمرحل وصف وبناء تجربة المحاكاة وذلك لغرض تحليل البيانات ومنها :

المرحلة الاولى : وهي من اهم المراحل التي يمكن الاعتماد عليها في المراحل اللاحقة من التجربة وتتضمن هذه المرحلة وكما يأتي :

1- تحديد حجوم العينات حيث تم تحديد اربعة حجوم للعينات (صغيرة ، متوسطة ، وكبيرة) وهي (200 , 100 , 50, 20 =n) على التوالي وبتكرار التجربة في كل حجم عينة بمقدار (R= 1000).

2 - تحديد القيم الافتراضية فقد تم اختيار قيم للمعالم الافتراضية ولثلاث استجابات لـ (y) والتي تخضع لتوزيع متعدد الحدود كما تم ذكرها في المرحلة السابقة، ويمكن توضيح القيم المفترضة في الجدول (3- 1) :

جدول (3- 1)

يوضح قيم المعالم للنماذج المفترضة

Model	B_0	B_1	B_2
1	**0.5**	**-0.4**	**0.3**
2	**0.4**	**0.5**	**0.4**
3	**0.3**	**0.6**	**-0.2**

المرحلة الثانية : تم توليد متغيرات عشوائية للمتغيرات المستقلة تتبع توزيعاً ثنائيَ الحدين (binomial) ولثلاث نماذج افتراضية لتعطي في كل نموذج استجابة للمتغير المعتمد (y) والذي يخضع لتوزيع متعدد الحدود وبتكرار التجربة (R=1000).

المرحلة الثالثة : يتم في هذه المرحلة حساب تقديرات المعالم للبيانات المولدة لطرائق التقدير المستعملة للمتغير المعتمد متعدد الاستجابة ومن هذه الطرائق التي تم استعمالها في التقدير هي طريقة المربعات الصغرى الموزونة (W LS) وطريقة الامكان الاعظم (M LE) و كذلك تم استعمال طريقة الجاكنايف (jack) .

المرحلة الرابعة : وهي المرحلة النهائية من مراحل وصف تجربة المحاكاة، تضمن هذه المرحلة اهم المقاييس والمؤشرات الاحصائية المستعملة لغرض الحصول على افضل الطرائق المستخدمة في الانموذج الاحتمالي للمتغير المعتمد متعدد الاستجابة ومن هذه المؤشرات:

1 – متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمعلمات المقدرة وحسب الصيغة الاتية :

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{r}(\hat{B}_i - B_i)^2}{R} \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (3-4)$$

إذ أن :

$\hat{B}_i$: يشير الى المعالم المقدرة عن طريق اسلوب المحاكاة

B_i: يشير الى القيم الحقيقية للمعالم

R : يشير الى عدد تكرار التجربة

كما تم حساب (MSE) للأنموذج على وفق الصيغة الاتية لبيان افضلية الطريقة المستعملة في النماذج والتي تعد الطريقة المفضلة لتمثيل البيانات .

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{r}(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-K} \quad . \quad . \quad . \qquad (3-5)$$

أذ ان :

K : يمثل عدد معالم النموذج.

2 – تم حساب معامل التحديد (R^2) للأنموذج وحسب الصيغة الاتية :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{r}\left(Y_i - \hat{Y}_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{r}(Y_i - \overline{Y}_i)^2} \quad . \quad . \quad . \qquad (3-6)$$

3 – التحيز (Bias) المطلق للمعالم المقدرة (B_0 , B_1 , B_2,) وحسب الصيغة الاتية :

$$Bais = \left|\hat{B}_i - B\right| \quad . \quad . \quad . \qquad (3-7)$$

وكما هو موضح من الصيغة المذكورة انفاً بأن التحيز يمثل الفرق المطلق ما بين القيمة التقديرية ($\hat{B}$) وبين القيمة الحقيقية (B) .

1-3-4 : تحليل نتائج تجارب المحاكاة :

في هذه المرحلة سيتم عرض نتائج المحاكاة وتحليلها بالنسبة للقيم التقديرية ومتوسطات مربعات الخطأ بالطرائق المستعملة كافة، إذ سيتم في هذا المبحث استعراض النتائج لثلاث استجابات وهي (الاستجابة الاولى، الاستجابة الثانية ، الاستجابة الثالثة)، إذ تم الحصول على النتائج عن طريق التطبيق بالبرنامج الاحصائي الذي تمت كتابته بلغة (Mat lab 2011) والذي يتميز بقدرته الهائلة والفائقة في الجوانب الرياضية والاحصائية مقارنه مع بقية تطبيقات البرامج الاخرى.

سيتم دراسة العلاقة بين نتائج مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتحيز مع حجوم العينات، واتضح عن طريق ما تقدم بأن اغلب الاساليب المدروسة تعطي نتائج جيدة عند حجوم العينات الكبيرة .

1-3-5 احتساب قيم المقاييس الاحصائية المستعملة للاستجابة الاولى والثانية والثالثة :

اولاً: تم تقدير معالم الانحدار المتعدد ولجميع الطرائق المستعملة (jacK ، MLE ، WLS) للاستجابة الاولى والثانية والثالثة ، وكما هو مبين في الجداول (3-2) ، (3-5) ، (3-8) نلاحظ الاتي :

1 – يتضح لنا بأن نتائج متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتحيز لتقدير المعالم والأنموذج يتناقص مع كبر حجم العينة ولأغلب الطرائق المدروسة ، وعندها يصبح (MSE) اقل ما يمكن وهذا بدوره يجعل التباين والتحيز اقل ما يمكن وكما هو معروف في النظرية الاحصائية بأن :

$$MSE = V(Y_i) + B^2 \qquad . \; . \; . \qquad (3-8)$$

2- نلاحظ بان قيم المطلقة للتحيز للقيم التقديرية للاستجابة الاولى او الاستجابة الثانية او للاستجابة الثالثة، حيث نلاحظ بأن قيمة العينة الصغيرة (n=20) تبدأ بتحيز عالٍ ولكن عندما يكبر حجم العينة (n=200) تبدأ قيمة التحيز بالانخفاض، مثلا في الاستجابة الاولى كانت كان اعلى قيمة تحيز في العينة صغيرة (n=20)هي واقعة في طريقة (WLS) وكان مقدارها هو(b_2= 0.8383) ولكن عند زيادة حجم العينة في حالة (n=200) اصبحت قيمة التحيز اقل ما يمكن مقدارها (b_2=0.1607) وهذا يتفق مع النظرية الاحصائية .

3 – ان لحجم العينة تأثيراً واضحاً في معامل التحديد (R^2) نلاحظ في العينات الصغيرة يكون معامل التحديد قليل و لكن مع زيادة حجم العينة واقتراب معامل التحديد من الواحد يصبح معامل التحديد كبير مما يدل ذلك على افضلية الطريقة المستعملة .

ثانياً - متوسط مربعات الخطأ (MSE):

استناداً الى النتائج أتضح أن لحجم العينة تأثيراً واضحاً في قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) إذ ان هذه القيم تتناقص كلما ازداد حجم العينة، وعند المقارنة بين حجوم العينات للاستجابة الاولى وتحديداً في الجدول(3-3) لوحظ ما يأتي:

أ – في العينات الصغيرة (n=20) نلاحظ بأن طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الافضل إذ حصلت على اقل (MSE) مقداره (0.6860)عندها حصل على معامل التحديد مقداره (0.71).

ب – في العينات المتوسطة (n=50) كانت الطريقة الافضل هي طريقة الجاكانايف (Jack) وذلك لامتلاكها اقل (MSE) مقداره (0.5750) في حين تم الحصول على معامل التحديد (R^2) مقداره (0.8530) .

ج – في العينات الكبيرة (n=100, 200) نلاحظ أن طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الافضل في حجوم العينات الكبيرة إذ حصلت على اقل (MSE) في العينتين مقداره (0.4841, 0.5082) على الترتيب وتم الحصول على اعلى معامل التحديد للعينتين الكبيرتين مقداره (0.96 , 0.92) على التوالي وهذ بدوره ينسجم مع النظرية الاحصائية القائلة كلما تزاد حجم العينة كلما يقل (MSE) ويكبرقيمة معامل التحديد (R^2).

كما ويتم تحليل قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) للاستجابة الثانية والثالثة كما هو مبين في الجدول (3-6) و (3-9) وعلى وفق الشرح المذكورة أنفاً .

أ – في العينات الصغيرة (n=20) كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الافضل أذ حصلت على اقل (MSE) مقداره (0.7970) للاستجابة الثانية عندها تم الحصول على معامل التحديد في مقداره (0.79)، بينما في الاستجابة الثالثة فقد كانت طريقة الجاكنايف هي الافضل في حجم (n=20) حيث حصلت على اقل (MSE) مقداره (0.7932) إذ تم الحصول على معامل التحديد مقداره (0.79).

ب- في العينات المتوسطة (n=50) كانت طريقة الجاكنايف هي الافضل للاستجابة الثانية إذ حصلت على اقل (MSE) وكان معامل التحديد مقداره (0.65)، بينما في الاستجابة الثالثة كانت ايضا طريقة الجاكنايف هي الافضل إذ حصلت على اقل (MSE) مقداره (0.6601) في حين كان معامل التحديد له مقداره (0.78).

ج – في العينة الكبيرة (n=100) كانت طريقة الامكان الاعظم للاستجابة الثانية هي الافضل حيث حصلت على اقل (MSE) مقداره (0.5942) في حين كان معامل التحديد له مقداره (0.49)، بينما في الاستجابة الثالثة ولحجم العينة (n=100) كانت طريقة الجاكنايف هي الافضل إذ حصلت على اقل (MSE) مقداره (0.5862) في حين كانت له قيمة معامل التحديد له عالية مقدارها (0.92) وقريبة من الواحد الصحيح.

د – تبين عند حجم العينة (n=200) للاستجابتين الثانية والثالثة بأن طريقة الجاكنايف هي الافضل في حجوم العينات الكبيرة غذ حصلت على اقل (MSE) للاستجابتين، في حين كان معامل التحديد لهما كبيراً جداً ويقترب من الواحد الصحيح وحسب الفرضية الاحصائية المعروفة القائلة بأن قيم متوسطات مربعات الخطأ تصبح اقل ما يمكن عندما يكبر حجم العينة مع ارتفاع في قيمة معامل التحديد R^2)..

جدول (3-2) :

يبين القيم التقديرية $(\hat{B})$ للاستجابة الاولى لجميع الطرائق المستعملة وحجوم العينات المستعملة في تجربة المحاكاة وبتكرار (R= 1000)

حجم العينة (n)	B	Bwls	Bmle	Bjak
20	0.5000 -0.4000 0.3000	1.1422 0.0390 -0.4708	0.7820 -0.7331 0.1190	0.7333 -0.6753 0.1555
50	0.5000 -0.4000 0.3000	0.5625 -0.0189 0.8290	0.4979 -0.2987 0.0646	0.5375 -0.4659 0.2857
100	0.5000 -0.4000 0.3000	1.1774 0.1772 -0.5383	0.4710 -0.4593 0.3421	0.4981 -0.3928 0.3042
200	0.5000 -0.4000 0.3000	0.8955 -0.0256 0.1393	0.5250 -0.4893 0.3056	0.4998 -0.4007 0.3029

جدول (3-3) :

يبين قيم متوسطات مربعات الخطأ (MSE) للاستجابة الاولى للمعلمات المقدرة والانموذج ولجميع الطرائق المستعملة وحجوم العينات لتجربة المحاكاة وبتكرار (R= 1000).

حجم العينة (n)	قيم المعالم	Bwls	Bmle	Bjak
20	b_0	0.4589	0.1958	0.0654
	b_1	0.3332	0.3115	0.0907
	b_2	0.7028	0.1847	0.0327
	MSE	0.7080	0.6880	0.6940
	R^2	0.5636	0.7111	0.7352
50	b_0	0.4124	0.0211	0.0065
	b_1	0.1928	0.0545	0.0149
	b_2	0.5941	0.0908	0.0076
	MSE	0.5845	0.5855	0.5750
	R^2	0.6381	0.8530	0.8540
100	b_0	0.1564	0.0057	0.0019
	b_1	0.1452	0.0106	0.0036
	b_2	0.2798	0.0120	0.0041
	MSE	0.5113	0.5082	0.5160
	R^2	0.6713	0.9222	0.9217
200	b_0	0.0039	0.0018	0.0009
	b_1	0.1402	0.0099	0.0016
	b_2	0.0258	0.0020	0.0013
	MSE	0.4865	0.4841	0.4948
	R^2	0.7915	0.9610	0.9600

جدول (3-4):

يبين قيم التحيز (Bias) المطلقة للاستجابة الاولى للمعالم المقدرة لجميع الطرائق المستعملة وحجوم العينات لتجربة المحاكاة وبتكرار (R= 1000)

حجم العينة (n)	قـــــيم المعالم	Bwls	Bmle	Bjak
20	b_0	0.6774	0.2820	0.2333
	b_1	0.5772	0.3331	0.2753
	b_2	0.8383	0.2354	0.1445
50	b_0	0.6422	0.0290	0.0375
	b_1	0.4390	0.1013	0.0659
	b_2	0.7708	0.1810	0.0143
100	b_0	0.3955	0.0250	0.0019
	b_1	0.3811	0.0893	0.0072
	b_2	0.5290	0.0421	0.0042
200	b_0	0.0625	0.0021	0.0002
	b_1	0.3744	0.0593	0.0007
	b_2	0.1607	0.0056	0.0029

جدول (3-5) :

يبين قيم المقدرات التقديرية $(\widehat{B})$ للاستجابة الثانية لجميع الطرائق المستعملة وحجوم العينات المستعملة في تجربة المحاكاة وبتكرار (R= 1000).

حجم العينة	B	Bwls	Bmle	Bjak
20	0.4000 0.5000 0.4000	0.5059 1.0556 0.4737	0.5966 1.5733 -1.2391	0.4093 0.8542 0.0270
50	0.4000 0.5000 0.4000	0.9537 -0.1489 0.9463	0.2964 0.7081 0.4715	0.3996 0.4865 0.3903
100	0.4000 0.5000 0.4000	1.1114 0.6757 -0.3494	0.4414 0.5167 0.2964	0.3995 0.5026 0.4046
200	0.4000 0.5000 0.4000	0.8633 0.8807 -0.1905	0.4042 0.4668 0.4055	0.4044 0.4965 0.3967

جدول (3-6):

يبين قيم متوسطات مربعات الخطأ (MSE) للاستجابة الثانية للمعالم المقدرة والانموذج لجميع الطرائق المستعملة وحجوم العينات لتجربة المحاكاة وبتكرار(R=1000) .

حجم العينة (n)	قيم المعالم	Bwls	Bmle	Bjak
20	b_0 b_1 b_2	0.3066 0.4210 0.2984	0.1867 0.3542 0.2143	0.0096 0.1574 0.1966
	MSE	0.8030	0.7970	0.8060
	R^2	0.7512	0.7993	0.7866
50	b_0 b_1 b_2	0.2146 0.3450 0.2487	0.0278 0.0791 0.0409	0.0044 0.0077 0.0074
	MSE	0.6595	0.6600	0.6510
	R^2	0.8414	0.9147	0.9150
100	b_0 b_1 b_2	0.0112 0.3087 0.0054	0.0072 0.0089 0.0200	0.0025 0.0036 0.0041
	MSE	0.5947	0.5942	0.5962
	R^2	0.8931	0.9493	0.9492
200	b_0 b_1 b_2	0.0061 0.0309 0.0016	0.0010 0.0032 0.0022	0.0009 0.0018 0.0019
	MSE	0.5661	0.5578	0.5562
	R^2	0.9242	0.9749	0.9750

جدول (3 -7):

يبين قيم التحيز (Bias) المطلقة للاستجابة الثانية للمعالم المقدرة لجميع الطرائق المستعملة وحجوم العينات لتجربة المحاكاة وبتكرار (R= 1000) .

حجوم العينة	معلمات المقدرة	Bwls	Bmle	Bjak
20	b0	0.5537	0.1966	0.0093
	b1	0.6489	1.0733	0.3542
	b2	0.5463	1.6391	0.3730
50	b0	0.4633	0.1036	0.0044
	b1	0.3807	0.2081	0.0035
	b2	0.5905	0.1036	0.0033
100	b0	0.1059	0.0414	0.0005
	b1	0.5556	0.0167	0.0135
	b2	0.0737	0.0715	0.0097
200	b0	0.0114	0.0042	0.0004
	b1	0.1757	0.0032	0.0026
	b2	0.0494	0.0055	0.0046

جدول (3 - 8):

يبين قيم المقدرات التقديرية $(\widehat{B})$ للاستجابة الثالثة لجميع الطرائق المستخدمة وحجوم العينات المستعملة في تجربة المحاكاة وبتكرار (R= 1000) .

حجم العينة (n)		B	Bwls	Bmle	Bjak
20	b0	0.3000	0.3801	-0.1974	-0.0532
	b1	0.6000	1.0705	1.3582	1.0709
	b2	-0.2000	0.1939	0.3365	0.1138
50	b0	0.3000	1.2264	0.1286	0.2623
	b1	0.6000	0.4919	0.8379	0.6219
	b_2	-0.2000	-1.0895	-0.2657	-0.1596
100	b_0	0.3000	1.1100	0.2500	0.3084
	b_1	0.6000	-0.0459	0.6435	0.5977
	b_2	-0.2000	-0.3271	-0.2915	-0.2141
200	b0	0.3000	1.1644	0.2887	0.2983
	b1	0.6000	0.3273	0.5863	0.6037
	b2	-0.2000	-0.7203	-0.1990	-0.1988

جدول (3- 9) :

يبين قيم متوسطات مربعات الخطأ (MSE) المطلقة للاستجابة الثالثة للمعالم المقدرة والانموذج لجميع الطرائق المستعملة وحجوم العينات لتجربة المحاكاة وبتكرار(R=1000).

حجم العينة (n)	قيم المعالم	Bwls	Bmle	Bjak
20	b_0	0.8583	0.4156	0.1398
	b_1	0.4171	0.7671	0.2385
	b_2	0.7913	0.4584	0.1186
	MSE	0.8004	0.7991	0.7932
	R^2	0.7868	0.7905	0.7920
50	b_0	0.6561	0.0613	0.0096
	b_1	0.2213	0.0904	0.0078
	b_2	0.1552	0.0529	0.0146
	MSE	0.6699	0.6657	0.6601
	R^2	0.7967	0.8700	0.8713
100	b_0	0.6472	0.0099	0.0028
	b_1	0.0744	0.0118	0.0039
	b_2	0.0707	0.0182	0.0047
	MSE	0.5916	0.5945	0.5862
	R^2	0.7077	0.9266	0.9277
200	b_0	0.0064	0.0011	0.0007
	b_1	0.0117	0.0020	0.0015
	b_2	0.0161	0.0017	0.0014
	MSE	0.5609	0.5581	0.5557
	R^2	0.8339	0.9628	0.9630

جدول (3- 10) :

يبين قيم التحيز (Bias) المطلقة للاستجابة الثالثة للمعالم المقدرة لجميع الطرائق المستعملة وحجوم العينات لتجربة المحاكاة وبتكرار (R= 1000) .

حجم العينة (n)	قـــيم المعالم	Bwls	Bmle	Bjak
20	b_0	0.9264	0.4974	0.3532
	b_1	0.4705	0.7582	0.4709
	b_2	0.8895	0.5365	0.3138
50	b_0	0.8100	0.1714	0.0377
	b_1	0.6459	0.2379	0.0219
	b_2	0.3939	0.0657	0.0404
100	b_0	0.8044	0.0500	0.0084
	b_1	0.2727	0.0435	0.0023
	b_2	0.2203	0.0515	0.0141
200	b_0	0.0801	0.0113	0.0017
	b_1	0.1081	0.0137	0.0017
	b_2	0.1271	0.0010	0.0012

3- 2 الجانب التطبيقي

ولغرض الوصول الى حقيقة التقدير ودقته تم اعتماد احد التجارب الحياتية كجانب تطبيقي

3-1- 2 بيانات التجربة

تم سحب عينة عشوائية حجمها (150) ولكل تركيز، إذ تم الحصول على البيانات التي تمثل الاستجابة الحقيقية بمساعدة الباحثة (**عذراء عقيل الكريطي**)[21] والتي نفذت في مختبر الدراسات العليا قسم وقاية النبات – كلية الزراعة – جامعة كربلاء خلال الفترة الزمنية (**2014-2015**)،التجربة المستخدمة كانت تأثير نوعين من المبيدات الاحيائية لمكافحة بعض المواد المبيدة لحشرة عذوق النخيل (Oryctes elegans). إذ تعرضت هذه الحشرة الى تراكيز مختلفة من المبيدات الاحيائية احدهما المستحضر الفطر (Beauveria bassiana) نرمز له (D_1) تم الحصول عليه من مركز الزراعة العضوية / وزارة الزراعة وتم الاعتماد على تراكيز الفعالة والتي تم التوصل اليها مختبرياً وهي غم / 100 ملم (**0.6 , 0.5 ,0.4, 0.3**) على الترتيب، والمستحضر الثاني هو (Biocont –T) نرمز له (D_2) وهو من انتاج شركة الرؤيا السعودية والمادة الفعالة له هي الفطر Trichoderma harzianum تم الحصول عليه من مديرية زراعة كربلاء ، وتم الاعتماد على تراكيز مختلفة غم / 100 ملم (**0.3, 0.2 , 0.1 , 0.05**) على الترتيب .

وبعد مزج هاتين المادتين مستحضر الفطر (B . bassiana) والمبيد الاحيائي(Biocont T) واجراء عدد من الرشات بفترات زمنية مختلفة على الحشرة تم الحصول على اعلى نسبة قتل والتي تمثل (الاستجابة الحقيقية) في اليوم الثامن من بدء اجراء عملية الرش ومن ثم حساب توقع الحشرات المقتولة والتي تمثل (الاستجابة المتوقعة)، كما وان (K) يشير الى عدد الحشرات المقتولة من مجموعة (n) و الجدول (**3-11**) يبين عدد الحشرات المقتولة والمتوقعة المقترنة بكل تركيز

جدول (3-11) يمثل الاستجابة الحقيقية والمتوقعة والمرتبطة بكل تركيز

D2 / D1	0.05	0.1	0.2	0.3	Total	العدد الكلي المستخدم لكل تجربة (n)
0.3	6 (12.3)	6 (12.3)	30 (26.1)	42 (33.3)	84	150
0.4	14 (16.3)	14 (16.3)	36 (34.6)	48 (44.4)	112	150
0.5	23 (22.1)	23 (22.1)	47 (47.3)	59 (60.31)	152	150
0.6	39 (31.2)	39 (31.2)	62 (66.6)	74 (84.9)	214	150
Total	82	82	175	223	562	

لبيان معرفة سلوك بيانات التجربة هل تخضع لتوزيع ثنائي الحدين أم لا، تم معالجة هذا الامر عن طريق تطبيق اختبار (Chi -Square) لحسن المطابقة عن طريق اختبار الفرضية الاحصائية الاتية :

H_0 = البيانات تتبع توزيع ثنائي الحدين

H_1 = البيانات لا تتبع توزيع ثنائي الحدين

وبعد تطبيق اختبار مربع كاي لبيرسون كانت القيمة المحسوبة له هي (**16.03**) أما قيمة مربع كاي الجدولية ولمستوى معنوية (**0.05** ، **0.01**) وبدرجة حرية (**9**) هي (**16.919** ،**21.666**) على الترتيب ، لذا فأن البيانات الحقيقية ستخضع لتوزيع ثنائي الحدين، وعندها يمكن تطبيق انموذج الانحدار الوصفي على بيانات التجربة .

2- 3 – 2 : تحليل بيانات التجربة

التجربة المستعملة تحتوي على نوعين من المبيدات الاحيائية والتي تم التعبير عنهما بـ (D_1,D_2) والتي أعطيت على شكل رشات او على شكل جرعات (dose)،كما وتم الحصول على متغيرات توضيحية (X_1 , X_2) عن طريق أخذ لوغاريتم طاقة التحمل لتراكيز الجرعات (Tolerance) ln كما في الصورة الاتية :

$$X_1 = \ln D_1$$

$$X_2 = \ln D_2$$

والجدول (**12-3**) والمتضمن قيم X_1 X_2 وقيم الاستجابة الحقيقية وقيم الاحتمالات المقابلة للمتغيرات التوضيحية ويمكن عرضة بالاتي :

جدول (3- 12) يبين المتغيرات التوضيحية ($\ln D_1$, $\ln D_2$) والاحتمالات المقابلة لهما فضلاً عن قيم probit الحقيقية (y)

$\ln D_1$	$\ln D_2$	k_i	n_i	P_i	القيمة التخمينية (probit)
-1.204	-2.996	6	150	0 .04	3.25
-0.916	-2.966	14	150	0 .09	3.66
-0.693	-2.996	23	150	0.15	3.96
-0.511	-2.996	39	150	0.26	4.36
-1.204	-2.303	6	150	0.04	3.25
-0.916	-2.303	14	150	0.09	3.66
-0.693	-2.303	23	150	0.15	3.96
-0.511	-2.303	39	150	0.26	4.36
-1.204	-1.609	30	150	0.2	3.92
-0.916	-1.609	36	150	0.24	4.29
-0.693	-1.609	47	150	0.31	4.5
-0.511	-1.609	62	150	0.41	4.77
-1.204	-1.204	42	150	0.28	4.44
-0.916	-1.204	48	150	0.32	4.53
-0.693	-1.204	59	150	0.39	4.72
-0.511	-1.204	74	150	0.52	5

تم الحصول على قيمة الاحتمال الخاصة للاستجابات الحقيقية عن طريق معادلة (**1- 2**) والتي تم ذكرها في الجانب النظري والتي يعبر عنها :

$$\left[p_i = \frac{K_i}{n_i}\right]$$

إذ ان :

$\boldsymbol{X_1, X_2}$:تمثل المتغيرات التوضيحية والناتجة من اخذ اللوغاريتم لكل من التركيزين $(\boldsymbol{lnD_1, lnD_2})$

$\boldsymbol{K_i}$: يمثل الحشرات المقتولة

$\boldsymbol{n_i}$: يمثل العدد الكلي للحشرات المستعملة في التجربة

كما وان قيم (*probit*) تم الحصول عليها عن طريق جداول خاصة وضعها العالم (*Finney*)[41] (والموجود في ملحق الرسالة)، وقد تم أضافة رقم (**5**) الى قيم الاحتمال لتخلص من القيم السالبة وبذلك يمكن الحصول على قيم *probit* بتطبيق معادلة (**2-31**) الموجودة في الجانب النظري .

2-3-3 نتائج التجربة :

يتم الحصول على تقديرات معالم الأنموذج للاستجابة الحقيقية الخاصة بقيم وحدة الاحتمال (*probit*) تم الحصول على نتائج تقدير الخاصة من تطبيق بيانات حقيقية باستعمال طريقة المربعات الصغرى (OLS) ومن خلال البرنامج الاحصائي (**mat lab 2011**) حصلنا على:

$$\widehat{\boldsymbol{B}} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{b_0} \\ \boldsymbol{b_1} \\ \boldsymbol{b_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0.2712} \\ \mathbf{0.5968} \\ \mathbf{-0.2079} \end{pmatrix}$$

وبذلك فأن معادلة الانحدار ستكون :

$$\widehat{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{b_0} + \boldsymbol{b_1 x_1} + \boldsymbol{b_2 x_2}$$

$$\widehat{\boldsymbol{y}} = \mathbf{0.2712} + (\mathbf{-0.327}) + \mathbf{0.623} = \mathbf{0.567}$$

2-3-3-1: نتائج التجربة للاستجابات المتوقعة الخاصة بقيم وحدة الاحتمال (*probit*) المتوقعة بالنسبة لطرائق التقدير المستعملة :

ولاستعمال القيم المتوقعة في جدول (**3-11**) لغرض الحصول على القيم التخمينية (*Probit*) إذ يتم تحديد قيمة وحدة الاحتمال (***probit***) $(\widetilde{\boldsymbol{y}})$ من الجداول *Finney* (تم وضعها في الملحق) بافتراض ان $(\boldsymbol{K^*})$ يمثل الحشرات المتوقعة المقتولة وباحتمال استجابة متوقعة $(\boldsymbol{\pi_i})$ ، وتم

اضافة (5) الى قيمة الاحتمال لغرض التخلص من قيمة السالب ، وضعت النتائج التي تم الحصول عليها في جدول (3-13).

جدول (3-13) : يوضح نتائج احتمال الاستجابة المتوقعة وقيم وحدة الاحتمال (probit) ($\tilde{y}$) المتوقعة

القيمة التخمينية ($\tilde{y}$) لـ probit	π_i	n_i	$K^*{}_i$	$\ln D_2$	$\ln D_1$
3.59	0.08	150	12.3	-2.996	-1.204
3.77	0.11	150	16.3	-2.996	-0.916
3.96	0.15	150	22.1	-2.996	-0.693
4.16	0.20	150	31.2	-2.996	-0.511
3.59	0.08	150	12.3	-2.303	-1.204
3.77	0.11	150	16.3	-2.303	-0.916
3.96	0.15	150	22.1	-2.303	-0.693
4.16	0.20	150	31.2	-2.303	-0.511
4.05	0.17	150	26.1	-1.609	-1.204
4.26	0.23	150	34.6	-1.609	-0.916
4.5	0.31	150	47.3	-1.609	-0.693
4.85	0.44	150	66.6	-1.609	-0.511
4.23	0.22	150	33.3	-1.204	-1.204
4.19	0.21	150	44.4	-1.204	-0.916
4.75	0.40	150	60.31	-1.204	-0.693
5.18	0.57	150	84.9	-1.204	-0.511

إذ ان :

X_1, X_2: تمثل المتغيرات التوضيحية والناتجة من اخذ اللوغاريتم لكل من التركيزين (lnD_1, lnD_2)

(k_i^*): تمثل عدد الحشرات المقتولة المتوقعة

n_i: العدد الكلي للحشرات المستخدمة في التجربة

π_i: احتمال الاستجابة المتوقعة

وعند تطبيق الطرائق المستعملة (**WLS , MLE , jack**) لتقدير المعلمات وفقاً للمعادلات الاتية (**2-57 , 2-56 , 2-42**) على الترتيب والتي تم تناولها في الجانب النظري ، وباستعمال طريقة المربعات الصغرى تم الحصول على النتائج الاتية وعرضها في الجدول(**3-14**)

جدول (3-14) : يمثل القيم التقديرية لمعالم الانحدار للاستجابة المتوقعة لوحدة الاحتمال (probit) وللطرائق المستخدمة كافة

المعالم المقدرة	WLS	MLE	Jack
b_0	1.1675	0.2527	0.2993
b_1	0.1612	0.6136	0.6000
b_2	- 0.2453	- 0.1322	- 0.1971
R^2	0.8571	0.9610	0.9600
MSE	0.6822	0.4841	0.4984

تبين النتائج المذكورة انفاً بأن طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الافضل والامثل لقيم الاستجابات المتوقعة لوحدة الاحتمال (Probit) إذ حصلت على اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) والبالغ مقداره (**0.4841**) مع ارتفاع واضح في قيمة معامل التحديد (R^2) والبالغ مقداره (**0.9610**) وهذا يتماشى مع الفرضية الاحصائية ، يليها طريقة الجاكنايف إذ حصلت على متوسط مربعات الخطأ مقداره (**0.4984**) ومعامل التحديد مع ارتفاع ملحوظ في قيمة معامل التحديد.

2-3-3-2 نتائج التجربة لقيم الاستجابات الحقيقية الخاصة بلوغاريتم النسبة المضافة (Logit) الحقيقية (y^*)

يتم استخراج قيمة احتمال الاستجابة الحقيقية للحشرات المقتولة ومن ثم يتم احتساب قيمة لوغاريتم النسبة المضافة على وفق المعادلة (**2-20**) التي تم تناولها في الجانب النظري، ولكن عندما تكون قيمة الاحتمال (**p=0**) او (**p=1**) عندها لا يمكن تطبيق طريقة المربعات الصغرى

الموزونة (WLS) ولمعالجة هذه المشكلة يمكن الاستعانة بقاعدة (Berkson) والتي تم التطرق لها في الجانب النظري على وفق المعادلة (**2-40**)، ويمكن عرض النتائج الخاصة لقيم (logit) الحقيقية بالجدول(**3-15**).

جدول (3-15) يوضح احتمال الاستجابة الحقيقية وقيم لوغاريتم النسبة المضافة (y^*)الحقيقية

$\ln D_1$	$\ln D_2$	K_i	n_i	p_i	$\ln \frac{p}{1-p}$	y^*
-1.204	-2.996	6	150	0.04	-3.19	0.041
-0.916	-2.996	14	150	0.09	-2.31	0.099
-0.693	-2.996	23	150	0.15	-1.71	0.177
-0.511	-2.996	39	150	0.26	-1.05	0.341
-1.204	-2.303	6	150	0.04	-3.19	0.041
-0.916	-2.303	14	150	0.09	-2.31	0.099
-0.693	-2.303	23	150	0.15	-1.71	0.177
-0.511	-2.303	39	150	0.26	-1.05	0.341
-1.204	-1.609	30	150	0.2	-1.39	0.249
-0.916	-1.609	36	150	0.24	-1.15	0.317
-0.693	-1.609	47	150	0.31	-0.80	0.449
-0.511	-1.609	62	150	0.41	-0.36	0.810
-1.204	-1.204	42	150	0.28	-0.94	0.390
-0.916	-1.204	48	150	0.32	-0.76	0.473
-0.693	-1.204	59	150	0.39	-0.45	0.638
-0.511	-1.204	74	150	0.52	0.08	0.923

إذ يبين العمود السادس من الجدول المذكورة انفاً قيم (logit) والناتجة من تطبيق المعادلة (**2-20**) كما ذكرنها سابقاً ، وقد تم تحويلها الى قيم موجبة عن طريق اخذ الاساس (e) لكل قيمة من قيم (logit)

يتم الحصول على تقديرات معالم أنموذج الانحدار باستعمال طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) بعد التخلص من مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ وذلك بتطبيق المعادلة

(2-10) التي تم التطرق اليها في الجانب النظري عن طريق تطبيق هذه الطريقة على بيانات حقيقية، ومن خلال استخدام برنامج (**Mat lab 2011**) تم الحصول على النتائج الاتية :

$$\widehat{B} = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2311 \\ 0.6033 \\ -0.1719 \end{pmatrix}$$

وكذلك يتم حساب الاستجابات المتوقعة للحشرات المقتولة (k^*) والتي تم استخراجها من جدول (**3 -11**) ومن ثم يتم حساب قيمة الاحتمال المتوقعة (π_i) للوغاريتم النسبة المضافة (logit) المتوقعة ، ويمكن عرض النتائج في الجدول (**3-16**) :

الجدول (3-16): يمثل قيم احتمال الاستجابة المتوقعة لقيم لوغاريتم النسبة المضافة logit (y^*) المتوقعة

$\ln D_1$	$\ln D_2$	k_i^*	n_i	π_i	$ln\frac{\pi}{1-\pi}$	y_i^*
-1.204	-2.996	12.3	150	0.08	-2.44	0.09
-0.916	-2.996	16.3	150	0.11	-2.09	0.124
-0.693	-2.996	22.1	150	0.15	-1.71	0.177
-0.511	-2.996	31.2	150	0.20	-1.39	0.25
-1.204	-2.303	12.3	150	0.08	-2.44	0.09
-0.916	-2.303	16.3	150	0.11	-2.09	0.124
-0.693	-2.303	22.1	150	0.15	-1.71	0.177
-0.511	-2.303	31.2	150	0.20	-1.39	0.25
-1.204	-1.609	26.1	150	0.17	-1.59	0.20
-0.916	-1.609	34.6	150	0.23	-1.207	0.21
-0.693	-1.609	47.3	150	0.31	-0.80	0.45
-0.511	-1.609	66.6	150	0.44	-0.24	0.786
-1.204	-1.204	33.3	150	0.22	-1.273	0.781

-0.916	-1.204	44.4	150	0.21	-1.324	0.264
-0.693	-1.204	60.31	150	0.40	-0.40	0.670
-0.511	-1.204	84.9	150	0.57	-0.291	0.23

وعند تطبيق الطرائق المستعملة (**WLS ,MLE ,jack**) على وفق المعادلات الاتية والتي تم ذكرها مسبقاً (**2-57**),(**2-56**)،(**2-42**) المستعملة ، عندها يتم الحصول على تقديرات لمعالم أنموذج الانحدار الخاص بالاستجابات المتوقعة بالنسبة للوغاريتم النسبة المضافة (logit) باستعمال طريقة المربعات الصغرى (OLS) ، وكذلك تم احتساب المقاييس الاحصائية (R^2, MSE) من نفس الصيغ التي تم احتسابها من الجانب التجريبي اي بتطبيق الصيغتين (**3-6**, **3-5**) من ثم تم الحصول على النتائج التقدير ، ويمكن عرض هذه نتائج في الجدول (**3-17**)

جدول(3-17) : يوضح معامل التحديد(R^2)،MSE اضافة الى القيم التقديرية لمعالم أنموذج الانحدار لقيم الاستجابة المتوقعة بالنسبة لقيم للوغاريتم النسبة المضافة Logit (y^*) المتوقعة

المعالم المقدرة	WLS	MLE	JacK
b_0	0.2154	0.221	0.2011
b_1	0.2722	0.5929	0.6133
b_2	-0.2911	-0.1866	-0.1923
R^2	0.7933	0.9844	0.9634
MSE	0.6066	0.3213	0.3315

أظهرت النتائج في الجدول المذكورة انفاً للقيم الخاصة للاستجابة المتوقعة بالنسبة للوغاريتم النسبة المضافة logit الى أفضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) حيث حصلت على اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) مقداره (**0.3213**) وكذلك حصلت هذه الطريقة على أعلى معامل تحديد (R^2) مقداره (**0.9844**) وهو يمثل ما فسرته المتغيرات التوضيحية للمتغير المعتمد ، وهذا بدوره يدل على افضلية وكفاءة طريقة الامكان الاعظم وحسب النظرية الاحصائية القائلة يكبر حجم العينة كلما يقل (MSE) ويزداد معامل التحديد ويقترب من الواحد الصحيح ، ومن ثم يليها طريقة الجاكنايف (Jack) من حيث الكفاءة والافضلية إذ حصلت على MSE مقداره (**0.3315**) وهو متقارب مع طريقة (MLE) وايضاً قد حصل على معامل التحديد مقداره (**0.9634**) ، وهي نفسها النتائج التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي عند القيام بتجربة المحاكاة .

عن طريق ما تم عرضه في الجانب النظري والتجريبي وكذلك التطبيقي فقد توصلت الدراسة إلى الاستنتاجات والتوصيات الاتية :

أولا : الاستنتاجات Conclusions

1 - توصلت الدراسة الى أن طريقة الامكان الاعظم (MLE) وطريقة الجاكنايف (jak) تعطيان أفضل وأكفأ تقديرات للمعالم أنموذج الانحدار اللوجستي للاستجابات الثلاث بالاعتماد على مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE)

2 - نستنتج بأن لحجم العينة تأثيراً واضحاً وصريحاً في قيمة معامل التحديد (R^2) إذ تكون قيمته صغيرة عند حجوم العينات الصغيرة لكن مع زيادة حجم العينة ترتفع قيمة معامل التحديد وتقترب من الواحد الصحيح وهذا بدوره يدل على أفضلية الطريقة المستعملة، على العكس تماماً من قيمة متوسط مربعات الخطأ (MSE)التي تبدأ بالانخفاض كلما زاد حجم العينة يقل (MSE) .

3 - وجود تقارب واضحً في أن (MSE)يتناسب عكسياً مع حجم العينة لقيم التقدير لأغلب طرائق استجابات المتغير المعتمد متعدد الاستجابة.

4 - عند أجراء المقارنة بين الطرائق المستعملة لنموذج الانحدار المتعدد للاستجابات الثلاث بالاعتماد على مقياس (MSE) ولجميع حجوم العيانات المستعملة تبين لنا ما يأتي :

أ- في ضوء ما جاء في الجانب النظري والتجريبي والتطبيقي للرسالة ، وكذلك على ضوء النتائج التي تم **في حالة العينات الصغيرة (n=20)**

كانت طريقة المكان الاعظم للاستجابة الاولى والثانية هي الافضل اعقبتها طريقة الجاكنايف في الاستجابة الثالثة إذ حصلت على أقل (MSE) .

ب- في حالة العينات المتوسطة (n=50)

تعد طريقة الجاكنايف (jak) هي الافضل والاكفأ ولجميع الاستجابات إذ حصلت على أقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) .

ج- في حالة العينات الكبيرة (n=100, 200)

عند حجم العينة (n=100) كانت طريقة الامكان الاعظم هي الافضل في الاستجابة الاولى والثانية إذ حصلت على أقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) بينما في الاستجابة الثالثة كانت طريقة الجاكنايف هي الافضل

بينما عند حجم العينة (n=200) نلاحظ في الاستجابة الاولى تفوق طريقة الامكان الاعظم (MLE) ثم طريقة الجاكنايف عند الاستجابة الثانية والثالثة إذ حصلت على أقل (MSE).

5 - عند تطبيق الطرائق المستعملة على بيانات حقيقية تبين تفوق طريقة الامكان الاعظم (MLE) إذ حصلت على أقل (MSE) تليها طريقة الجاكنايف وهذا يتماشى مع نتائج تجربة المحاكاة .

ثانياً : التوصيات Recommendation

توصل اليها، توصي الدراسة بما يأتي:

1 – ضرورة استعمال نماذج دالية أخرى غير النماذج اللوجستية عند تطبيق بيانات متعدد الاستجابة كدوال التربيعية ، والدوال التميزية وغيرها من الدوال الاخرى .

2 – ضرورة استعمال طريقتي الامكان الاعظم (MLE) والجاكنايف (jak) في توزيعات احتمالية أخرى ومن ثم تطبيق هذه الطرائق على جوانب تطبيقية أخرى كالجوانب الطبية أو الاجتماعية .

3 – ضرورة القيام بدراسة أنموذج الانحدار اللوجستي متعدد الاستجابة بوجود مشاكل أخرى كمشكلة التعدد الخطي أو الارتباط الذاتي وتطبيقها على بيانات طبية او حياتية

4 – ضرورة استعمال المتغير المعتمد متعدد الاستجابة في تطبيقات شائعة صحية واجتماعية وحياتية وذلك لما لها من دور في تحليل الخاصة بذلك التطبيق.

5 – ضرورة استعمال طريقة (jackknife) وتشجيع الباحثين بالتطرق لها في بحوثهم النظرية والتطبيقية بغية الحصول على تقدير المعلمات باقل تحيز ممكن من تقديرات الطرائق الاخرى .

المصادر العربية :

1- القرآن الكريم

2- احمد ، سهاد احمد " **استعمال اشجار الانحدار التصنيفية والانحدار اللوجستي في تقدير أنموذج تجميعي والمقارنة بينهما مع تطبيق عملي**" أطروحة دكتوراه ، كلية الادارة والاقتصاد ، قسم الاحصاء ، جامعة بغداد،2016

3- ايليا ، يوربتيوئيل، "**استخدام اسلوب الجاكنايف (Jackknife) لتقدير معلمات انموذج انحدار غير خطي مع تطبيق عملي** " رسالة ماجستير – كلية الادارة و الاقتصاد ، جامعة بغداد ،2007.

4- بيثون، نغم نافع"**خواص قوة الاختبار وحدود الثقة لمعاملات الانموذج اللوجستي الخطيدراسة مقارنة** "، رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.1992 .

5- الثعلبي ، ساهرة حسين زين "**تحليل البيانات الثنائية لدراسة العوامل المؤثرة في حدوث التشوهات الولادية في مستشفى البصرة للنسائية والاطفال** "رساله ماجستير ، كليه الادارة والاقتصاد ، جامعه البصرة.2008

6- جبارة، أزهار كاظم، "تحليل البيانات متعددة الاستجابة لتشخيص أمراض العيون باستخدام الدالة التميزية والانحدار اللوجستي (دراسة مقارنه)"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد ، الجامعة المستنصرية ،2014.

7- الجنابي ،ضوية سلمان حسن، والشمري، نذير عباس، وعبود ، سهيل نجم " **تحليل البيانات المصنفة وتطبيقاتها** "2012 .

8- الجنابي ، مشتاق عبد الغني شخير" **بعض تطبيقات النماذج اللوغاريتمية الخطية في جداول التوافق متعدد الاتجاهات** " رسالة ماجستير في الرياضيات – كلية التربية – جامعة المستنصرية ،2002 .

9- حسين، شرين علي" **مقدرات الإمكان الاعظم الموزونة الحصينة ومقارنتها مع طرائق أخرى لأنموذج اللوجستيك مع تطبيق عملي**" رساله ماجستير في الإحصاء كليه الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد ،2009.

10- الراوي ، خاشع محمود ، " **المدخل الى تحليل الانحدار "مديرية دار الكتب للطباعة والنشر** ، جامعة الموصل،1987.

11- رزاق ، حسن هبوب " **مقارنة بعض طرائق تقدير انموذج الانحدار شبه المعلمي بوجود مشكلة عدم تجانس تباين الخطأ مع تطبيق عملي** " رسالة ماجستير – كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد ، 2013.

12- سامبريت، برايس" **تحليل الانحدار بالأمثلة** " ترجمة محمد مناجد عيفان مراجعة دكتور اموري هادي كاظم ، مطبعة التعليم العالي، 1990 .

13- السباح ، شروق عبد الرضا" **بناء أنموذج انحدار لوجستي معدل لحياة الاطفال الخدج في محافظة كربلاء** " اطروحة دكتوراه – كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد ،2009.

14- سعيد، رشا عادل" **استخدام نموذج الانحدار اللوجستي في دراسة العوامل المساعدة على تشخيص حالات الاصابة بسرطان المثانة**". مجلة العلوم الادارية والاقتصادية – المجلد 21- العدد 83- 2015.

15- الشيخلي، هند مهند فوزي " تحديد أفضل مناطق ثقة لمعلمات توزيع متعدد الحدود مع تطبيق عملي" ، رسالة ماجستير ، جامعة بغداد، 2014.

16- الطائي، عبد الحسين حسن" **تقدير وتحليل معادلة الانحدار المتعدد في حالة كون المتغيرات المعتمدة وصفية ومحددة** " اطروحة دكتوراه ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد,**2000**

17- العابدي، فاضل عبد العباس"اسلوب تحليل البيانات المصنفة المترابطة". مجلة ابحاث البصرة – المعهد التقني الكوفة- العدد 38- الجزء 4،2012

18- العزاوي، احمد ذياب احمد " **المقارنة بين طرائق تقدير انموذج انحدار اللوجستك والطرائق الحصينة لتجارب الحياتية ذات الاستجابة الثنائية باستخدام اسلوب المحاكاة**" ، رسالة ماجستير ،كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد ،2005.

19- قاسم ، بهاء عبد الرزاق " **تحليل أثر بعض المتغيرات في الاصابة بمرض اللثة باستخدام نموذج الانحدار اللوجستي** " مجلة العلوم الاقتصادية والادارية ، العدد 27 ، المجلد 17 ، 2011.

20- كاظم ، اموري هادي " **مقدمة في القياس الاقتصادي**". دار الكتب والوثائق زهران - عمان ,2012.

21- الكريطي، عذراء عقيل عبد الصاحب " **دراسات حقلية ومختبرية عن حشرة حفارة عذوق النخيل في بعض مناطق محافظة كربلاء**" رسالة ماجستير – كلية الزراعة – قسم وقاية نبات- جامعة كربلاء،2015 .

22- محمد ، ايناس عبد الحافظ " **تقدير نماذج مختلطة للبيانات المصنفة مع التطبيق العملي "** اطروحة دكتوراه – كلية لإدارة ولاقتصاد – جامعة بغداد- 2016.

23- المناصير، وضاح صبري "**طرائق تقدير انموذج راش للبيانات المصنفة متعددة القياسات مع التطبيق عملي**". اطروحة دكتوراه– كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد،(2016).

24- الوكيل، خولة حسين" **استخدام تقنية الانحدار اللوجستي متعدد الحدود في دراسة اسباب الهجرة للشباب بعمر (18-30) سنة** " مجلة اتحاد الإحصائيين العرب ، المجلد الثالث ، العدد الثاني ، 2015.

المصادر الاجنبية :

25- Abdulla .m .Ellabell, "**An Application on multinomial logistic Regression model**". HEAD OF the department of Applied statistics facuitr of Economics and Administrative sciences, AL-AZHAR university, Gaza-palest in .Vol.VIII.No (.2).pp. 271-291,2012.

26- Agresti. A **" categorical Data Analysis**" second Edition ,university of Florida,2002 .

27- Agresti. A" **in troduction to categorical Data Analysis**", Second Edition ,chapter four .pp 99, Johhwiley,2007.

28- Aitcheson's, silvey .s .D" **the Generalization of probit Analysis to the case of multiple responseses** " .Biometrika,Vol.44,pp 131-140,,1957 .

29- Ajitic.T" **Randomized Response Techniques for multiple sensitive at ributes**" .JASA.Vol.76.pp916-923 ,1981.

30- AL- AFIFI ,R .M,"**The Use of Multinomial Logistic Regression Model on Physical Violence Data**" degree of Master of Applied Statistics, Al- Azhar University – Gaza,(2010).

31- Aldrich, J. H., & Nelson, F. D. "**Linear probability**", logit , and probit models. Beverly Hills, CA: Sage,1984.

32- AMemiya T "**Regression analysis when variance of the dependent variance is proportional to the square of it expectation** " JA S A .VOL .68 .NO. 344 .P 928 - 934 ,1973

33- Albert, A., and Anderson, J. A. "**On the Existence of Maximum Likelihood Estimates in Logistic Regression Models**" , Biometrika , Vol. 71, No. 1 (Apr., 1984), pp. 1-10,1984.

34- Berkson . j " **Approximation of the chi-square by probit and by logistic** "JASA,Vol 41 , p 70-74,1946

35- Berkson . J,"**Application of the logistic function to Bio-Assay**". JASA,Vol,39.No,227,pp357-365, 1944.

36- Berkson.J,"**why prefer Logistic to probit**". Biometric.Vol.6.No.4.pp327-339,1951.

37- Dale. O .w. and James E, "**Analysis of contingency table having ordered response categories**" , JASA,Vol.67, No.337,1972.

38- David. A. "f**reedmanStatistical model theory and part ice** , Cambridge, New york,.2009.

39- Draper .N. R. and smith. H, "**Applied Regression Analysis**" 2nd edition. New york. john wiley and sons,.1981.

40- Ethel. s. Gilbert. "**On discrimination using Qualitative rariable**".JASA.Vol.63.No.324.pp1399-1412,1968.

41- Finney , D .J" **Probit Analysis**". Cambridge university. pre ss ,uk.1971 .

42- Gill , J" Generalized Linear models : A unified Approach . university of Florida .

43- Gujarati. Porter. D," **Basic Econometrics**", Fifth Edition,Mc craw-hill. Gapter.15. pp541-545,2009.

44- Gujarati, "**Basic Econometrics** ", fourth Edition, Mcg raw-Hill. Gapter.15. p 587-589,.2004.

45- John o .Rawlings , and others. " **Applied Regression analysis** " A Research Tool , Second Edition , North Carolina state university , pp430-428 ,1998 .

46- Johnson ,N. and Kotz , S, "**Distribution in Statistics Discrete Distribution** " Willey Series , USA1976 .

47- Klein Baum. D. and Klein. M"**logistic Regression**", As elf - Learning text , third Edition , Department of Epidemiology, Emory university,2005.

48- Krieng , kitbumrungrat, "**Comparison logistic regression and Discriminant analysis in classification groups for breast cancer**"Faculty of Information Technology, Rang sit University, Thailand,2012.

49- Long , J .S. "Regression models for categorical and limited dependent Variable . Thousand oaks , CA .sage , bgn,1997 .

50- M.S Bartlett .F.R.S &D.R.COX,F.R.S, "**The Analysis of Contingency Tables**" , Jone Wily & Sons, Inc, New York,, 1977 .

51- McCarthy, W.F "**The Existence of Maximum Likelihood Estimates for the Binary Response Logistic Regression Model**", Collection of Biostatistics Research Archive, COBRA Preprint Series, Paper,2007,

52- Mcgullage .p . and Nelder. J. A. "**Generalized linear model**". Department of statistics , university, of chic age, second Edition,1983

53- Menard, Scott, "**Applied logistic Regression Analysis**", 2nd. Edition. Sage university . paper series on quantitative Application in the social sciencies. No 07-106. Bererly. halls.ca,.2002.

54- Nelder. J. A. , and wederburn " **Generalized Linear model theory** " , Appendix B (1972).

55- Ogoke, U.P., and Nduka, E.C., and Nja, M.E,"**A New Logistic Ridge Regression Estimator Using Exponentiated Response Function**", Journal of Statistical and Econometric Methods, vol.2, no.4, , PP. 161-171,2013.

56- Simith ,D.C. and Pontius ,S.J. "**Jackknife Estimator of Species Richness with S. plus**", Journal of Statistical software , Journal ,Vol 15,2006 .

57- Steffen .I . lauritzen, "**Lectures on contain geney tales**" Electronic edition, university of Aalborg ,,2000.

58- Titma ,Tuma ,Rooma),"**Education as afactor in integenea-tional mobility in Sovier Society**" ,Integrating Theory and Research,.2002.

59- Turner .H,"**In troduction to Generalizedlinear models** ", depart ment of statistics .universecity of Warwick, uk,2008.

ملحق (1)

جدول (A) يوضح تحويل النسب المئوية الى وحدة للاحتمال الطبيعي (Normit)

	y_i									
%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	-	-2.33	-2.05	-1.88	-1.75	-1.64	-1.55	-1.48	-1.41	-1.34
10	-1.28	-1.23	-1.18	-1.13	-1.08	-1.04	-0.99	-0.95	-0 .92	-0.88
20	-0.84	-0.81	-0.77	-0.74	-0.71	-0.67	-0.64	-0. 61	-0.56	-0.55
30	-0.52	-0.50	-0.47	-0.44	-0.41	-0.39	-0.36	-0. 33	-0 .31	-0.28
40	-0.25	-0.23	-0.20	-0.18	-0.15	-0.13	-0.10	-0.08	-0.05	-0.03
50	0	0.03	0.05	0.08	0.10	0.13	0.15	0.18	0.20	0.23
60	0.25	0.28	0.31	0.33	0.36	0.39	0.41	0.44	0.47	0.50
70	0.52	0.55	0.58	0.61	0.64	0.67	0.71	0.74	0.77	0.81
80	0.84	0.88	0.92	0.95	0.99	1.04	1.08	1.13	1.18	1.23
90	1.28	1.34	1.41	1.48	1.55	1.64	1.75	1.88	2.05	2.33
99	2.33	2.37	2.41	2.46	2.51	2.58	2.65	2.75	2.88	3.09

ملحق (2)

جدول B يمثل قيم الاوزان W_i

	W_i									
Y_i	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
-4	0.001	0.001	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.008	0.011
-3	0.015	0.019	0.025	0.031	0.040	0.050	0.062	0.076	0.092	0.11
-2	0.131	0.154	0.180	0.208	0.238	0.269	0.302	0.336	0.370	0.405
-1	0.439	0.471	0.503	0.532	0.558	0.581	0.601	0.616	0.627	0.634
0	0.637	0.634	0.627	0.616	0.601	0.581	0.558	0.532	0.503	0.471
1	0.459	0.405	0.370	0.336	0.302	0.269	0.238	0.208	0.180	0.154
2	0.131	0.110	0.092	0.076	0.062	0.050	0.040	0.031	0.025	0.019
3	0.015	0. 011	0.008	0.006	0.005	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001

للمزيد مراجعة المصدر : كتاب Finney[41]

الملحق (3): البرنامج

- البرنامج الاتي يمثل برنامج الخاص بالجانب التجريبي والتطبيقي والذي كتب بلغة (mat lab) من أصدار (2011) ويمكن أدراجه بالشكل التالي :

```
clc
clear all
Bo1 = [0.5;-0.4;0.3];
Bo2 = [0.4;0.5;0.4];
Bo3 = [0.3;0.6;-0.2];
N=[20 50 100 200];
forrn=4:4
n=N(rn);Bo=Bo1;
x1= ([rand(n,1) rand(n,1)]);
x=([ones(n,1) x1]);
pi = exp(x*Bo)./(1+exp(x*Bo));pi=pi';
ni=[1:n];
y=binornd(ni,pi);
y=y';
k1 = length(Bo);
k=k1-1;
for q=1:1000
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%WLS
vy=(((ni(1)+1)*(ni(2)+2))./((ni.^3).*(pi+((1./ni))).*((1-
pi)+(1./ni)))).^(-1);
w1=diag(sqrt(vy));ys=log((pi+(1./ni))./(1-
pi)+(1./ni));ys=ys';w=inv(w1);
Bwls(:,q)=inv(x'*w*x)*(x'*w*ys);
pwls=exp(x*Bwls(:,q))./(1+exp(x*Bwls(:,q)));
ywls(:,q)=binornd(ni,pwls');ywls(:,q)=ywls(:,q)';
Bo=Bo1;
mwls(:,q)=(((Bo-(Bwls(:,q))).^2));
bwls(:,q)=(((Bo-(Bwls(:,q)))));
mywls(:,q)=(sum((y-(ywls(:,q))).^2));
%%%%%%%%%%%%%%% mle
v=diag(ni.*pi.*(1-pi));
Bmle(:,q)=Bo+(inv(x'*v*x)*x'*(y-ywls(:,q)));
while abs(Bmle(:,q)-Bo)>0.001
pmle=exp(x*Bmle(:,q))./(1+exp(x*Bmle(:,q)));
ymle=binornd(ni,pmle');ymle=ymle';
Bo=Bmle(:,q);
Bmle(:,q)=Bo+(inv(x'*v*x)*x'*(y-ymle));
end
Bmle(:,q);
pmle(:,q)=exp(x*Bmle(:,q))./(1+exp(x*Bmle(:,q)));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%jackknife
```

```
ymlej=binornd(ni,pmle(:,q)');
Bo=Bo1;
for i=1:n
   y1=y;
   y1(i,:)=[];
xj=x;
xj(i,:)=[];
   pi1=pi;
   pi1(:,i)=[];
yj=ymlej';
yj(i,:)=[];
   ni1=ni;
   ni1(:,i)=[];
vj=diag(ni1.*pi1.*(1-pi1));
Bj(:,i)=Bo+(inv(xj'*vj*xj)*xj'*(y1-yj));
while abs(Bj(:,i)-Bo)>0.5
pi1=exp(xj*Bj(:,i))./(1+exp(xj*Bj(:,i)));
yj=binornd(ni1,pi1');yj=yj';
Bo=Bj(:,i);
Bj(:,i)=Bo+(inv(xj'*vj*xj)*xj'*((y1-yj)));
end
end
Bo=Bo1;
ymle(:,q)=binornd(ni,pmle(:,q)');
mmle(:,q)=(((Bo-(Bmle(:,q))).^2));
bmle(:,q)=(((Bo-(Bmle(:,q)))));
mymle(:,q)=(sum((y-(ymle(:,q))).^2));
Bj(:,q)=mean(Bj,2);
Bjak(:,q)=n*Bmle(:,q)-((n-1)*Bj(:,q));
Bjak(:,q)=Bj(:,q);
pjak(:,q)=exp(x*Bjak(:,q))./(1+exp(x*Bjak(:,q)));
yjak(:,q)=binornd(ni,pjak(:,q)');
Bo=Bo1;
mjak(:,q)=(((Bo-(Bj(:,q))).^2));
bjak(:,q)=(((Bo-(Bj(:,q)))));
myjak(:,q)=(sum(((y-(yjak(:,q))).^2)));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
end
n
mse_Bwls=mean(mwls,2);mse_Bmle=mean(mmle,2);mse_Bjak=mean
(mjak,2);
Bias_Bwls=mean(bwls,2);Bias_Bmle=mean(bmle,2);Bias_Bjak=m
ean(bjak,2);
mse_ywls=mean(mywls,2);mse_ymle=mean(mymle,2);mse_yjak=me
an(myjak,2);
F1={'n','Bo','mean(Bwls,2)','mean(Bmle,2)','mean(Bjak,2)'
;...
n,Bo,mean(Bwls,2),mean(Bmle,2),mean(Bjak,2)}
F2= [Bo,mean(Bwls,2),mean(Bmle,2),mean(Bjak,2)];
mse_B={'mse_Bwls','mse_Bmle', 'mse_Bjak';mse_Bwls,
mse_Bmle, mse_Bjak}
```

```
Rwls=1-((mean(mywls))/(sum((y-mean(y)).^2)));Rmle=1-
((mean(mymle))/(sum((y-mean(y)).^2)));
Rjak=1-((mean(myjak))/(sum((y-mean(y)).^2)));
Rs=[RwlsRmleRjak]
Bias={'Bias_Bwls', 'Bias_Bmle',
'Bias_Bjak';Bias_BwlsBias_BmleBias_Bjak}
```

ABSTRACT

Choose the best estimation Methods for the multi – response dependent Variable .

The descriptive dependent variables are important one that do not have quantitative measurement units, they subject to the description of the phenomenon through studying the data and information, and enables the decision–maker to identifying the nature of response when the variable is binary–response or multi–response. The response function may be nonlinear; therefore, there is a need to find other methods to converting it into linear one, this is by means of logarithmic conversion or other transformation that can be converted into linear responses.

We used in our thesis the descriptive regression model, when the dependent variable is multi–response, by studying some models related to these descriptive variables.

The aim of our thesis is to studying and analyzing the descriptive variable, and its effect on the multi–response dependent variable, by estimation the parameter of model of dependent variable, using weighted least squares method, and the method of maximum likelihood, using "Newton Raphson" and "Jackknife estimation" methods.

We used two sides in our study, experimental and empirical, on the experimental

we used in our study, experimental and empirical, on the experimental side; we used "The Monte Carlo" method in simulations experiment for three levels of samples (small, middle and large) in different sizes by generate random numbers for the parameter of regression model. In addition, the practical aspect was applied to the life experience of some insecticidal in different concentration, for choosing, then, the best method in reliance on the measurement of Mean Squares Error (MSE), We found, by using The Monte Carlo method of estimation, that the (MLE) method is the best and efficient in the small samples, whereas the (JAK) method is the best in the middle samples, and the two methods of (MLE and (JAK) are equivalent in the large sample size. From the empirical side, on the other hand,

we found the result of estimation is that the (MLE) method is the best and efficient because it gets less (MSE).

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Karbala
Faculty of Management and Economics
Department of Statistics

Choose the best estimation Methods for the multi- response dependent Variable

A thesis

Submitted to College of Administration and Economic-*Karbala University* in partial fulfillment of the Requirements for *the Degree of master of Science in statistics*

By

Laith. Ali .M. Al-Hayalli

Under supervision

***A. Dr . Abdul hussian. H . HABEAB* . AL-Tai**

H 1438 ***Holy Karbala*** *M 2017*