



نَفَرِيرات دَالَّةِ الْمُعَوَّلِيَّةِ لِتَوزِيعِ بُوَاسُونَ مَعَ تَطْبِيقِ عَمَليٍّ

رسالة مقدمة الى
مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير
علوم في الإحصاء

من قبل
زَيْنَبُ مُحَمَّذْ باقرْ صادِقُ الْباقِرْ

بإشراف
الأستاذ الدكتور
عبد الحسين حسن حبيب الطائي



قَالُوا

سُبْحَانَكَ لَا يَعْلَمُ لَنَا إِلَّا مَا حَلَّفْتَنَا

إِنَّكَ أَنْتَ

الْعَلِيُّ الْمَكِينُ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَلِيُّ الْعَظِيمُ

(البقرة 32)



الإِهَادَاءُ

إِلَى حَبِيبِ رَبِّ الْعَالَمِينَ وَأَحْبَاءِ قَلْوَنَا
.. حَمْدُ الْمُصْطَفَى وَآلِهِ الطَّيِّبِينَ الطَّاهِرِينَ صَلَوَاتُ اللَّهِ عَلَيْهِم
إِلَى الَّتِي جَعَلَ اللَّهُ سَبَحَانَهُ وَتَعَالَى الْجَنَّةُ تَحْتَ أَقْدَامِهَا
إِلَى رُوحِ الْحَنْوَنِ.
إِلَى مَنْ زَرَعَ الْأَدَلَّ فِي طَرِيقِي رَزَّ الْمُحَبَّةَ وَالْعَطَاءَ
إِلَى رُوحِ وَالْدِي الْحَبِيبِ.
إِلَى الَّتِي تَرَكَتْ فِي الْقَلْبِ لَوْعَةَ وَفِي الْعَيْنِ لَعْنَةَ
إِلَى رُوحِ الْأَنْتِي رَوْيِ.
إِلَى الطَّائِرِ الَّذِي يَنْتَظِرُ لِحَاقِي هُوَ
إِلَى رُوحِ الْأَنْتِي عَلَيِ.
إِلَى رَفِيقِ الدَّرْبِ ظَلَّيْ وَسَنْدِي فِي الشَّدَّةِ وَالرَّخَاءِ
إِلَى زَوْجِي الْعَزِيزِ.
إِلَى مَنْ وَهَبَنِي حَبْهَمْ وَرَعَاهِتْهُمْ
إِلَى أَخْوَاتِي وَأَخْوَتِي.
إِلَى الشَّمْوَعَةِ الَّتِي أَضَاعَتْ لِي طَرِيقَ الْعِلْمِ
إِلَى أَسَاتِذَتِي.

أَهْدَى ثُمَرَةَ جَهْدِي هَذِهِ
الْبَاحِثَةُ

شُكْرٌ وَإِمْتِنَانٌ

الحمد لله الذي علا في توحده ودنا في تفرد़ه، وجل في سلطانه، وعظم في أركانه وأحاط بكل شيء علمًا وهو في مكانه، وقهر جميع الخلق بقدرته وبرهانه، مجيداً لم يزل محموداً، جبار السموات والأرضين، سُبُّوحٌ فُدُوسٌ ربُّ الملائكة والروح، والصلوة والسلام على البشير النذير الهادي الأمين وآل الطيبين الطاهرين وصحبه المنتجبين.

بعد الحمد والشكر لل العلي القدير الذي وفقني لإنجاز هذه الرسالة، أتقدم بالخلاص شكري وعظيم إمتناني إلى الأستاذ الدكتور عبد الحسين حسن الطائي الذي تفضل بالإشراف على رسالتي لما أبداه من ملاحظات قيمة في إعداد هذه الرسالة، فأسأل الله له الخير والتوفيق.

وأتقدم بوافر الشكر والتقدير والإمتنان إلى السادة رئيس وأعضاء لجنة المناقشة المحترمين لتفضيلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة متمنية أن تنال إستحسانهم ورضاهم.

كما أقدم عظيم شكري وإمتناني لأستاذي الوالد والمربى الفاضل عميد كلية الإدارة والاقتصاد الأستاذ الدكتور عواد كاظم الخالدي.

وأتوجه بجزيل الشكر والإمتنان والوفاء الكبير والعرفان بالجميل لمن طوّقني بجميله الأستاذ فراس منذر جاسم التدريسي في الجامعة المستنصرية جزاه الله عنى خير الجزاء.

ومن واجب العرفان بالجميل أتقدم بوافر الشكر والإمتنان الى ينبوع العلم والمعرفة (أساتذتنا في قسم الاحصاء) فضلاً عن المنتسبين جميعاً ممّن أسدى لي معرفة، وففهم الله إلى كل خير.

ولا يفوتنـي أن أسجل شكري وتقديرـي وإمـتنـاني لـزمـلـائي فـي الـدرـاسـة لـتعاونـهم طـوال مـدة الـدرـاسـة، وأـسـأـلـ اللهـ لـهـمـ التـوفـيقـ.

ويـلـزـمـنـي وـاجـبـ الـاعـتـراـفـ بـالـجـمـيـلـ أـنـ أـسـجـلـ فـائـقـ شـكـريـ وـتـقـدـيرـيـ إـلـىـ الـأـخـتـ العـزـيـزـةـ هـنـدـ صـبـيـحـ عـبـدـ الغـنـيـ المـوـظـفـةـ فـيـ الـجـهاـزـ المـرـكـزـيـ لـلـإـحـصـاءـ الـتـيـ لـمـ تـبـخـلـ عـلـيـ بـمـدـ يـدـ الـعـونـ.

وـأخـيرـاـ أـقـدـمـ شـكـريـ الـخـالـصـ إـلـىـ كـلـ مـنـ سـاـهـمـ بـجـهـهـ فـيـ تـمـهـيدـ الـطـرـيـقـ لـإنـجـازـ هـذـهـ الرـسـالـةـ وـلـمـ أـتـمـكـنـ مـنـ ذـكـرـهـمـ فـيـ هـذـهـ السـطـورـ الـقـلـيـلـةـ وـأـسـأـلـ اللهـ سـبـحـانـهـ وـتـعـالـىـ أـنـ يـجـزـيـ الـجـمـيـعـ عـنـيـ خـيـرـ الـجـزـاءـ.

المستخلص

إن التطور التكنولوجي وإستخدام الأنظمة الألكترونية المعقدة في مختلف المجالات قاد الكثير من الباحثين إلى الإهتمام بدراسة المُعَوَّلية، وعليه فإن دراسة موضوع المُعَوَّلية والربط بين الجانبين النظري والتطبيقي أمر له من الأهمية الكبيرة لأنه يُعد المؤشر لبيان مدى كفاءة وقدرة الماكنة على العمل من دون أعطال لمدة زمنية طويلة لغرض زيادة الانتاج نوعاً وكماً.

ولما كانت عدد مرات الفشل تخضع لتوزيع بواسون فقد ركزت الدراسة في جانبها الأكبر على دراسة عمليات بواسون بنوعيها المتتجانسة (HPP) وغير المتتجانسة ($NHPP$) وقد تم تأثير وجود إتجاه عام في عدد مرات الفشل مقابل الزمن t فكان من المناسب تحليل البيانات بإستخدام إنحدار بواسون.

لقد إهتم هذا البحث بتقدير دالة المُعَوَّلية في حالة بيانات تتوزع توزيع بواسوني وذلك بالمقارنة بين أربع طرائق من طرائق التقدير وهي طريقة إنحدار بواسون كطريقة إنحدار، وطريقة الإمكان الأعظم كطريقة تقليدية، وطريقة التقلص كطريقة بيزية، وطريقة كابلن - مير كطريقة لامعلمية.

ولعرض تطبيق الأبعاد النظرية لطرائق التقدير، فقد تم توظيف أسلوب محاكاة مونت كارلو (*Monte Carlo method*) وبإستخدام برنامج بلغة (R 3.3.2) وبإجراء عدة تجارب وذلك بتوليد عينة عشوائية ذات توزيع بواسوني بالإعتماد على حجوم عينة مساوية إلى ($n = 10, 20, 30, 40, 50, 100$) وكانت مكررات كل تجربة هي $L=5000$.

وتمت المقارنة بين طرائق التقدير بإستخدام متوسط مربعات الخطأ (*Mean Squares Error*) وتم التوصل وبشكل عام إلى أن مقدر التقلص هو الأفضل من بين هذه المقدرات في حال توفر بيانات أولية لإمتلاكه أقل متوسط مربعات خطأ مقارنة بالمقدرات الأخرى، أي أن تقدير دالة المُعَوَّلية لبيانات تتوزع توزيع بواسون بطريقة التقلص هي الأفضل في حالة توفر بيانات أولية ولجميع حجوم العينات، يليه مباشرة طريقة الإمكان الأعظم ولجميع حجوم العينات.

أما فيما يخص الجانب التطبيقي فقد تم أولاً إجراء اختبار مربع كاي (*Chi - Square*) على البيانات المتاحة التي تمثل أوقات الفشل لبعض المكائن في دار الوارد للطباعة والنشر في كربلاء المقدسة بإستخدام البرنامج الإحصائي (*Easy fit*) وتبين أن أوقات الفشل هذه تتوزع توزيع بواسوني وأنها تتبع عمليات بواسون غير المتتجانسة، ولعدم توفر بيانات أولية بسبب حداثة المنشأة ولكن مقدر الإمكان الأعظم لدالة المُعَوَّلية هو ثالثي أفضل هذه المقدرات بعد مقدر التقلص حسب ما جاء بالجانب التجريبي في هذا البحث فقد تم حساب هذا المقدر لهذه المكائن قيد الدراسة لغرض التعرف على كفاءتها وسلوكها مع الزمن ، كما تم حساب دالة المُعَوَّلية بطريقة القياس بالإعتماد على متوسط الوقت بين فشل وآخر.

Abstract

The technological development and the use of complex electronic systems in various fields led many researchers to study the Reliability. Therefore, the study of the Reliability and linkage between the theoretical and practical aspects is of great importance because it is the indicator to show the efficiency and ability of the machine to work without breaks for a period of time Long for the purpose of increasing production of both quality and quantity.

Since the number of failures is subject to the distribution of Poisson, the study focused more on the study of the Poisson processes by two types the homogeneous(HPP) and non-homogeneous (NHPP), and the absence of a general trend in the number of failures vs. time t It was appropriate to analyze data using the Poisson regression.

This study was concerned with estimating the reliability function in the case of data distributed of Poisson distribution in comparison to three methods of estimation methods, namely the Poisson regression method as a regression method, and the Maximum Likelihood method as a traditional method, and Kaplan-Meier method as a method of nonparametric.

For the purpose of applying the theoretical dimensions of the estimation methods, the Monte Carlo method was used using a programming language R (version 3.3.2), and several experiments were carried out by producing a random sample with a Poisson distribution based on sample sizes equal to ($n = 10, 20, 30, 40, 50, 100$). The replicates for each experiment were $L = 5000$.

The estimation methods were compared by using Mean Squares Error and were reached with generally concluded that the maximum Likelihood estimator was the best of these estimates because it had the lowest mean error squares compared to other capabilities, it means, the reliability estimation of the data distributed by the Poisson distribution the maximum Likelihood method is best for all sample sizes, followed directly by the Poisson regression method and for all sample sizes.

As for the practical side has made Chi Square test was first on available data that represent the number of failures of some of the machines in Dar Al- Warith for printing and publishing in the holy city of Karbala using a statistical program (Easy fit) shows that the number of failures are distributed (Poisson distribution), and they trace non homogenous poison processes, and because the Maximum Likelihood for the reliability function is the best of these capabilities after an estimated contraction according to a pilot aspect in this research has been the estimated these machines account under study for the purpose of identifying efficiency and behavior with time, as a function account reliability way to measure based on the Mean Time Between Failures (MTBF).

فهرست المحتويات

رقم الصفحة	الموضوع	
5-1	الفصل الأول : منهجية البحث وبعض الدراسات السابقة	
1	المقدمة	1-1
2	هدف البحث	2-1
5-2	الاستعراض المرجعي	3-1
40-6	الفصل الثاني : الجانب النظري	
7-6	المعوالية	1-2
8-7	دالة المُعوالية	2-2
9	الدوال المرتبطة بالمعوالية	3-2
10-9	دالة الكثافة للفشل	1-3-2
13-10	دالة توزيع الفشل	2-3-2
17-13	دالة الخطورة	3-3-2
19-17	دالة الخطورة التجميعية	4-3-2
20	دالة متوسط معدل الفشل	5-3-2
20	قياس المُعوالية	4-2
21-20	متوسط الوقت بين فشل وآخر	1-4-2
21	متوسط الوقت للإصلاح	2-4-2
24-21	متوسط الوقت للفشل	3-4-2
25-24	الإتحاد	4-4-2
26	التوزيعات الإحصائية	5-2
26	التوزيعات المستمرة	1-5-2
26	التوزيعات المتقطعة	2-5-2
28-27	توزيع بواسون	6-2
31-28	عمليات بواسون	7-2
32-31	عمليات بواسون المتتجانسة	1-7-2
33-32	عمليات بواسون غير المتتجانسة	2-7-2
34	تقدير معلمة دالة المُعوالية لتوزيع بواسون	8-2
35-34	تقدير دالة المُعوالية باستخدام طريقة إنحدار بواسون	1-8-2
37-36	طريقة الإمكان الأعظم	2-8-2
39-37	طريقة التقاييس	3-8-2
39	طريقة كابلن - مير	4-8-2
39	أسلوب كابلن- مير الأول	1-4-8-2

رقم الصفحة	الموضوع	
40-39	أسلوب كابلن- مير الثاني	2-4-8-2
الفصل الثالث : الجانب التجريبي		
41	تمهيد	1-3
42-41	المحاكاة	2-3
44-42	وصف مراحل تجربة المحاكاة	1-2-3
53-44	نتائج المحاكاة	2-2-3
54-53	مناقشة تجارب المحاكاة	3-2-3
الفصل الرابع : الجانب التطبيقي		
55	تمهيد	1-4
56	دار الوارث للطباعة والنشر	2-4
59-56	وصف البيانات	1-2-4
62-59	إختبار تجانس العمليات البواسونية للبيانات	3-4
الاستنتاجات والتوصيات		
63	الاستنتاجات	
64-63	التوصيات	
المصادر		
66-65	المصادر العربية	
69-66	المصادر الأجنبية	
	الملاحق	

فهرست الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
19	العلاقة بين الدوال	1-2
28	بعض خصائص توزيع بواسون	2-2
42	القيم الإفتراضية للمعلمة	1-3
44	التجربة الأولى تقدير دالة المعلمية	2-3
45	التجربة الثانية تقدير دالة المعلمية	3-3
46	التجربة الثالثة تقدير دالة المعلمية	4-3
46	التجربة الرابعة تقدير دالة المعلمية	3-5
47	التجربة الخامسة تقدير دالة المعلمية	6-3
48	التجربة السادسة تقدير دالة المعلمية	7-3
49	متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الأولى	8-3
49	متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الثانية	9-3
50	متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الثالثة	10-3
51	متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الرابعة	11-3
52	متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الخامسة	12-3
53	متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة السادسة	13-3
58	عدد الأخطاء	1-4
61	تقدير دالة المعلمية حسب طريقة الإمكان الأعظم	2-4
61	عمر الماكنة عند حدوث العطل	3-4
62	متوسط الوقت التراكمي بين فشل وآخر	4-4
62	متوسط الوقت بين فشل وآخر وقيمة المقدار ودالة المعلمية	5-4

فهرست الأشكال والمخططات

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
8	دالة المُعَوَّلية	1-2
8	المُعَوَّلية قياس لاحتمالية الفشل	2-2
10	دالة الكثافة الإحتمالية	3-2
11	دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المستمرة والمتقطعة	4-2
12	دالة المُعَوَّلية ودالة الكثافة الإحتمالية ودالة التوزيع التجميعية	5-2
13	دالة التوزيع التجميعية ودالة الكثافة الإحتمالية	6-2
15	دوال الخطورة	7-2
17	منحنى حوض الاستحمام	8-2
24	متوسط الوقت لحدوث الفشل والوسيط والمنوال	9-2
27	دالة توزيع بواسون	10-2
32	العلاقة بين عدد الحوادث والحوادث وبين الاوقات الزمنية	11-2
59	عدد الأعطال	1-4

منهجية البحث

1-المقدمة *Introduction*

المُعَوَّلَيْة (*Reliability*) مصطلح إحصائي يراد به تحليل المتغيرات العشوائية ذات القييم الموجبة التي تمثل الوقت حتى حدوث الفشل لأي مركبة، فهي إحتمالية لاستمرار النظام على العمل خلال فترة زمنية محددة، ولقد سميت المُعَوَّلَيْة بأسماء ومصطلحات متعددة منها الصلاحية والمصداقية والموثوقية والإعتمادية فضلاً عن أنها سميت بـ دالة البقاء (*Survivor function*) عندما كان الأمر يتعلق بالبشر والحياة وسميت بـ دالة المُعَوَّلَيْة (*Reliability function*) عندما تتعلق الدراسة بالماكن والآلات.

ونظراً للتطبيقات المختلفة للمُعَوَّلَيْة في الحياة اليومية، جاء الإهتمام المتزايد للبحوث والدراسات بهذا الجانب وكانت هناك حاجة ماسة لتقدير دالة المُعَوَّلَيْة وتطبيقها على المكائن والأجهزة ومعرفة أوقات الفشل (العطل) لتحديد مستوى أداء المنظومات وحساب التكاليف الخاصة لإعادة تشغيل المكائن.

وقد فرض التطور التكنولوجي إهتماماً متزايداً في دراسة أسباب العطلات والتوقفات المفاجئة التي تتعرض لها الأجهزة أو المكائن على اختلاف أنواعها إذ أن الفشل الذي قد يحدث في عمل الأجهزة أو المكائن يؤدي إلى خسائر مادية مما يؤدي إلى تزايد النفقات وإنخفاض الإنتاج.

ولبيان مضمون هذه الرسالة ولتشخيص الهدف منها نشير إلى أنها قُسِّمت إلى أربعة فصول تناول الأولى هدف البحث ومشكلة البحث وإستعراض مرجعى عن بعض البحوث والدراسات ذات العلاقة بموضوع البحث.

بينما تضمن الثاني الجانب النظري الذي تم فيه إيضاح بعض الدوال ذات العلاقة بـ دالة المُعَوَّلَيْة وبعض الطرائق المختلفة لتقدير دالة المُعَوَّلَيْة لتوزيع بواسون والوصول إلى أفضل الطرائق في تقدير هذه الدالة بالإعتماد على أحد المعايير الإحصائية المهمة وهو متوسط مربعات الخطأ (*MSE*).

أما الثالث فقد حُصِّنَ للجانب التجريبي إذ استخدم أسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو لشرح عملية المحاكاة وعرض وتحليل النتائج التي تم التوصل إليها.

ولقد تضمن الرابع الجانب التطبيقي وتم الحصول على بيانات في هذا الجانب تمثل عدد الأعطال وأيام العمل بين هذه الأعطال لبعض مكائن دار الوارت للطباعة والنشر في كربلاء المقدسة وتم تقدير دالة المُعَوَّلَيْة لتوزيع بواسون باستخدام طريقة الإمكان الأعظم وكذلك تم تقدير دالة المُعَوَّلَيْة بالإعتماد على طريقة القياس.

وأخيراً تم إستعراض أهم الإستنتاجات والتوصيات التي توصلت إليها الباحثة في ضوء نتائج البحث والتي من كان من أهمها أفضليّة طريقة التفاص على باقي الطرائق بilyها مباشرة طريقة الإمكان الأعظم ثم طريقة انحدار بواسون وجاءت طريقة كابلن _ مير بالدرجة الأخيرة ولجميع أحجام العينات.

2-1 هدف البحث *Purpose of Search*

يهدف البحث إلى دراسة وتحليل معدلات الفشل للمكائن في إحدى المنشآت الصناعية (دار الوارد للطباعة والنشر) في محاولة لنقليل هذه المعدلات وإعتماد التوفعات لتوزيعات وقت الإشتغال لحين الفشل لتلافي حدوثها.

3-1 الإستعراض المرجعي *Literature Review*

لقد تناول الكثير من الباحثين تقدير دالة المُعَوَّلية لأنظمة المختلفة وباستخدام توزيعات مستمرة منها توزيع كاما (Gamma Distribution) وتوزيع ويبل(Weibull Distribution) والتوزيع الأسوي (Exponential Distribution) وتوزيع ريلي (Rayleigh Distribution) والتوزيع الطبيعي (Normal Distribution) (Log-Normal Distribution) والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (Normal Distribution) وغيرها من توزيعات الفشل لكونها تتصف بخاصية مشتركة وهي خاصية فقدان الذاكرة، بينما كانت التوزيعات المتقطعة أقل حظاً من التوزيعات المستمرة في التطبيقات.

ففي عام 1971 قام الباحث (Bernard) [18] بإحتساب حدود الثقة لحاصل ضرب وقسمة معلمات توزيع بواسون وكذلك اختبار الفرضيات الخاصة بها، وأجرى تطبيقات على المُعَوَّلية، فلقد افترض أن K_1, K_2, \dots, K_{k2} أعداد صحيحة موجبة حيث أن $2 \geq K_1 + K_2 \dots, K_{k1}$ وأن X_1, X_2, \dots, X_{k1} متغيرات عشوائية مستقلة تتبع توزيع بواسون مع معلمات $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{k1}$ على M_1, M_2, \dots, M_{k2} على التوالي، فأستخرج فترات ثقة للمعلمة θ إذ أن:

$$\theta = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{k1} / M_1, M_2, \dots, M_{k2}$$

وأختبر الفرضيات الملائمة لها.

وفي عام 1994 قام الباحث (Miller) [37] ببيان دالة الخطورة في مراحلها الثلاث من الثبات والتزايد والتناقص وذكر أن أي دالة خطورة يجب أن تحتوي شرطين وهما:

$$(i) h(t) \geq 0 \quad (ii) \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t h(x) dx = \infty$$

وأستمد صيغة للمعوّلية من متوسط معدل الفشل.

في عام 1998 قام الباحث (Carson) [24] بتبيّن أن توزيع ويبل له دالة خطورة متزايدة مع العمر أو مع بيانات الحياة حيث ذكرا بأن تحليل بيانات الحياة (Life data) في بعض الأحيان يسمى تحليل ويبل (Waybill analysis).

في عام 2002 قام الباحث (البياتي) [2] بتقدير معلمات دالة معوّلية توزيع ويبل ذي المعلمتين مستخدماً بعض طرائق التقدير الإعتيادية فلقد يستخدم طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى فضلاً عن طريقة بيز القياسية وطريقة التقلص وأقترح طريقة بيز الموزون التي تعتمد على توافر المعلومات الأولية والمقارنة بين هذه الطريقة والطرائق الأخرى بالإعتماد على أسلوب المحاكاة لأجل الوصول إلى أفضل طريقة للتقدير وتوصل إلى أن الطريقة المقترحة هي أفضل الطرائق مقارنة مع الطرائق المعروفة وطريقة بيز القياسي وطريقة التقلص في حين ثبت أن طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل مقارنة مع طريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى.

في عام 2005 قام الباحث (شاهر) [8] بدراسة عمليات بواسون المتGANSA وغير المتGANSA ، واقتراح دالة لمعلمة توزيع بواسون الذي يتبع عمليات بواسون غير المتGANSA وتقدير معلمات هذه الدالة بالطريقة البيانية وطريقة المربعات الصغرى ، وأجرى الباحث اختبار حسن المطابقة بين نماذج المربعات الصغرى بأنواعها الخطية والتربيعية والأسيّة باستخدام متوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) وبالإعتماد على أسلوب المحاكاة ، وتوصل إلى أن الأنظمة القابلة للإصلاح غالباً ماتتبع عمليات بواسون غير المتGANSA لأنها تعتمد على معلمة توزيع متغيرة عبر الزمن وأن في عمليات بواسون المتGANSA يكون التزايد في عدد مرات الفشل تزايداً غير منتظمأ.

وفي العام نفسه 2005 قام الباحثان (Adam & Zhao) [13] بدراسة عن عمليات بواسون المتGANSA وغير المتGANSA وإستخدام طريقة الإمكان الأعظم في تقدير المعلمة لمجموعة من البيانات تتبع توزيعاً متقطعاً وعندما يكون عدد العطلات معلوماً وفي فترة زمنية محددة ووقت الفشل (عطal الماكنة) الفعلي غير معلوم.

الفصل الأول

منهجية البحث وبعض الدراسات السابقة

وفي العام نفسه 2005 يستخدم الباحث (شريم) [9] طرائق معلمية ولامعلمية في تقدير دالة البقاء لتوزيع ويبل الملوث بافتراض مستويات لتلوث البيانات واقتراح صيغة بيز الموزون بدلاً من دالة الخسارة التربيعية وأسمها دالة الخسارة الموزونة وتوصل إلى صيغة مقترنة أسمها مقدر بيز الموزون واقتراح طريقة بيزية حصينة وأثبتت أفضلية الطريقة المقترنة على الطرائق الأخرى وأعتمد في المقارنة على المقاييس الإحصائية متوسط مربعات الخطأ التكاملي ($IMSE$)، ومتوسط الخطأ النسبي المطلق التكاملي ($IMAPE$) ، وأوجد متوسط فترة البقاء ($MTTF$) لمرضى سرطان الدم في المستشفى الجمهوري في صنعاء.

في عام 2006 قدر الباحث (صالح) [10] معلمات دالة المُعَوِّلية لتوزيع باريتو من النوع الأول في حالة توفر معلومات أولية عن العزوم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة التقلص وأسلوب بيز للتوصيل إلى أفضل طريقة بين هذه الطرائق باستخدام المحاكاة، وتوصل إلى أفضلية أسلوب بيز في تقدير دالة المُعَوِّلية مقارنة مع باقي الطرائق.

وفي عام 2007 قامت الباحثة (الجميلي) [3] بمقارنة بعض طرائق تقدير معلمة القياس ودالة المُعَوِّلية لأنموذج ريلي في حالة البيانات التامة وتوصلت إلى أن مقدر المربعات الصغرى أفضل من طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة بيز القياسية أما في حالة البيانات تحت المراقبة توصلت إلى أن مقدر الإمكان الأعظم أفضل من مقدر بيز القياسي، وأعتمدت على نتائج المحاكاة بطريقة مونت كارلو للقياسين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ ومتوسط الخطأ النسبي المطلق.

وفي العام 2008 قامت الباحثة (الياسري) [6] وأخرون بمقارنة مقدرات بيز مع مقدر الإمكان الأعظم في تقدير دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي باستخدام بيانات مراقبة من النوع الثاني وبالإعتماد على إسلوب المحاكاة وتوصلت إلى أفضلية طريقة الإمكان الأعظم في حالة العينات الكبيرة وإلى أفضلية مقدر بيز لحجوم العينات الصغيرة ونسب المراقبة الصغيرة أيضاً.

في عام 2009 قامت الباحثة (عبد علي) [11] وأخرون بقياس مُعَوِّلية الفرن الدوار في معمل الإسمنت في كبيسة التابع لوزارة الصناعة والمعادن، بالإعتماد على مقاييس المُعَوِّلية والمتمثلة بمتوسط الوقت بين فشل وآخر ومتوسط الوقت للإصلاح والإتاحة وإستخدام توزيع ويبل ذي المعلمتين لتحليل البيانات.

وفي عام 2012 قام الباحث (عويد) [12] في إيجاد مقدرات بيز لمعلمة القياس ودالة المُعَوِّلية لتوزيع رالي بإستخدام دوال الخسارة المختلفة بإعتماد عملية المحاكاة.

في العام 2013 قام الباحث (جليل) [7] وأخرون بتقدير معلمة القياس والشكل ودالة المُعَوِّلية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين بإستخدام إسلوب بيز وأقترح طريقة جديدة لإيجاد دالة المُعَوِّلية لنظام يعمل على التوالي بالإعتماد على أن عدد حالات الفشل تتبع توزيع بواسون.

وفي عام 2014 قام الباحثان (Khan & Jan) [14] بتقدير دالة المُعَوِّلية لاثنين من التوزيعات المتقطعة وهما توزيع بواسون العام (*Generalized Poisson distribution*) والتوزيع الهندسي العام (*Generalized Geometric distribution*), إذ افترضا أن المتغير العشوائي يتبع توزيع بواسون العام إذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية له بالشكل الآتي وبمعلمتين هما β, λ :

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x(1 + x\beta)^{x-1}e^{-\lambda(\beta x+1)}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots, \lambda > 0, 0 < \beta < \frac{1}{\lambda}$$

وفي نفس العام 2014 قام الباحثان (Al-Zahrani & Sagor) [17] بتقدير معلمة القياس والشكل ودالة المُعَوِّلية لخلط من توزيع بواسون (*Poisson distribution*) مع توزيع لوماكس (*Generalized Pareto distribution*) الذي هو حالة خاصة من توزيع باريتو العام (*distribution*) باستخدام طريقة العزوم (*Moment method*) والإمكان الأعظم (*Maximum Likelihood*) والتوزيع المقارب (*Asymptotic Distribution*) والتوزيع المقارب (*Estimation*).

وفي بداية عام 2016 قام الباحث (Kumar) [32] وأخرون بتقدير دالة المُعَوِّلية ودالة الخطورة لبيانات تتوزع توزيعاً بواسوني - أسي (*PED (Poisson-Exponential Data)* إذ كانت:

$$R(x) = \left[\frac{1 - e^{-\theta e^{-\lambda x}}}{1 - e^{-\theta}} \right] \quad x > 0, \lambda > 0, \theta > 0$$

$$h(x) = \frac{\theta e^{-\lambda x - \theta e^{-\lambda x}}}{1 - e^{-\theta e^{-\lambda x}}} \quad x > 0, \lambda > 0, \theta > 0$$

إذ أن $R(x)$ تمثل دالة المُعَوِّلية و $h(x)$ تمثل دالة الخطورة.

وكان وسيط الوقت لفشل النظام (*Median time to system failure*) (*MdTSF*) كالتالي:

$$MdTSF = \frac{\log(\theta - \log(-\log(0.5 + 0.5e^{-\theta})))}{\lambda}$$

وكان التقدير بإستخدام مقدّر الإمكان الأعظم وتقدير بيز لدوال خسارة متماثلة وطريقة المربعات الصغرى بإستخدام إسلوب المحاكاة وطريقة مونت كارلو بالتحديد بالإعتماد على المقياس الاحصائي (MSE).

الجانب النظري

1-2 المُعَوَّلية Reliability

المُعَوَّلية مصطلح شتقان عبارة (مَعْول عليه) التي تشير إلى الوثوق بالشيء والإعتماد عليه. [1] ولقد أُستخدم مصطلح المُعَوَّلية لأول مرة بعد الحرب العالمية الأولى وبالتحديد في العام 1920 في عملية تحسين الإنتاج من خلال استخدام عمليات السيطرة الإحصائية *Statistical control processes*. [47]

وفي مجال الوثوق بالشيء يوجد مصطلحان الأول يتعلق بالمكائن والمعدات وأنظمتها أو بعبارة أخرى يتعلق مع أعمار الأنظمة والمكائن والمعدات وهو ما يسمى بالمعوالية (*Reliability*) والآخر يتعلق بالبشر والبقاء (*Survival*) أي إحتمال أن يكون عمر الخلية أو الكائن البشري أكبر من زمان عين ون ثم فهما يشتراكان في قياس أول الحياة سواء أكان للماكنة أو الكائن البشري أو الحيواني.

منذ ثلاثينيات القرن الماضي وضع جموعة من الباحثين نظرية تعتمد على استخدام الطريقة الإحصائية في السيطرة على عملية الإنتاج وكانت هذه البدايات في المُعَوَّلية. وبحلول الحرب العالمية الثانية وإزدياد المعدات الحربية المعقدة أصبح للمُعَوَّلية وزناً دوراً كبيراً وفعلاً في الدراسة والتطبيق وبعد الحرب العالمية الثانية استمر التطور على نحو تزايد تزايناً مع زيادة وتعقيد ووعبة الإنتاج وتتنوع كائنه والاته. وكانت الحاجة للسيطرة على الصعوبات وإيجاد أنظمة لأن، ولأن الحياة أبحت أكثر عصرية ركزت البحوث والدراسات في المُعَوَّلية على درجة حياة الأنظمة أو على فشل أو عدم فشل هذه الأنظمة في فترة زمنية حدة. [35]

وفي نهاية 1950 وبداية 1960 كان إقبال الولايات المتحدة الأمريكية على إلقاء القاروخ على الفارات والتسابق مع الروس على أن يكونوا أول شعب يطأ به سطح القمر، بُرِزَ دور المُعَوَّلية وكان لها الدور الكبير والأساس في الدراسة والتطبيق، ونذ ذلك الوقت ولحد الآن إزداد الإهتمام بالمعوالية في الجوانب التطبيقية. [47]

خلال السنوات الماضية كان هناك العديد من البحوث عن تقدير دالة المُعَوَّلية للعديد من التوزيعات وذلك باستخدام رائق التقدير المختلفة وفي الآونة الأخيرة كان هناك تقنيات أخرى في تقدير هذه الدالة عبر قاييس تعتمد على توسط الوقت بين فشل وأمر.

إن التطور الكبير في مجال العلم والتكنولوجيا الحديثة وإن ظهور التحول المكننة إلى التحكم بالأجهزة والآلات عن طريق الحواسيب وكمحاولة لحل مشكلة الفشل في المعدات أدى إلى ظهور الحاجة إلى المُعَوَّلية، فللمعوَّلية إسْتِخْدَامات كثيرة في الحياة العملية وأهميتها تأتي إن لال توفير الأداة للفرد وإن ثم للمجتمع، فمعرفة المُعَوَّلية لكل إمكانية في أي نشأة يجعل بالإمكان التنبؤ بالعدد الأَكْلِي للمكائن العاملة والعاملة في أي وقت، وعليه يكون إجراء الصيانة الدورية. فالنظر للتكلفة الرأسمالية العالية للأول الإنتاجية فمن الطبيعي أن يتم المحافظة على تلك الأول العالية القيمة عن طريق بياناتها وتشغيلها بالطريقة السليمة لئلا تتعرض للتلف السريع وإنتهاء عمرها الإفتراضي بكرأً إضافة إلى فوائد أخرى كثيرة منها قارنة مع المُعَوَّلية المنتوج الحالي مع المُعَوَّلية المنتوج السابق وبالتالي عرفة دى التطور أو التدهور في المنتوج فهي وبالتالي تمثل الحجر الأساس في بناء هيكلية أي نظام.

2-2 دالة المُعَوَّلية *Reliability function*

تعرف دالة المُعَوَّلية بانها احتمال عدم فشل النظام لال فترة زمنية معينة $(0, t]$ ويبراز لها بالر梓 $R(t)$ ، وتعرف رياضياً بالشكل الآتي:

$$R(t) = P(T > t) \quad \dots \quad (2-1)$$

حيث أن $R(t)$ تمثل دالة المُعَوَّلية، T تغير عشوائي يبراز إلى الفترة الزمنية اللازمة لحدوث الفشل، أو هو ذلك المتغير العشوائي الذي يشير إلى وقت الإشتغال حتى حدوث الفشل. t فيمثل زمان الإشتغال الذي يكون أكبر أو يساوي فر $(t \geq 0)$.

إن دالة المُعَوَّلية دالة احتمالية تمتلك الخصائص الآتية:

1. دالة المُعَوَّلية $R(t)$ واجبة ولجميع قيم t .
2. دالة المُعَوَّلية $R(t)$ مستمرة ولجميع قيم t .
3. الدالة $R(t)$ رتبية تناقصية مع الزمان (*Monotonically decreasing function*).
4. ولأن الدالة $R(t)$ دالة احتمالية فإن دى هذه الدالة حصور بين الصفر والواحد أي أن: $0 \leq R(t) \leq 1$
5. إن دالة المُعَوَّلية تتناسب تناسباً عكسياً مع الزمان أي بعبارة أخرى إن:

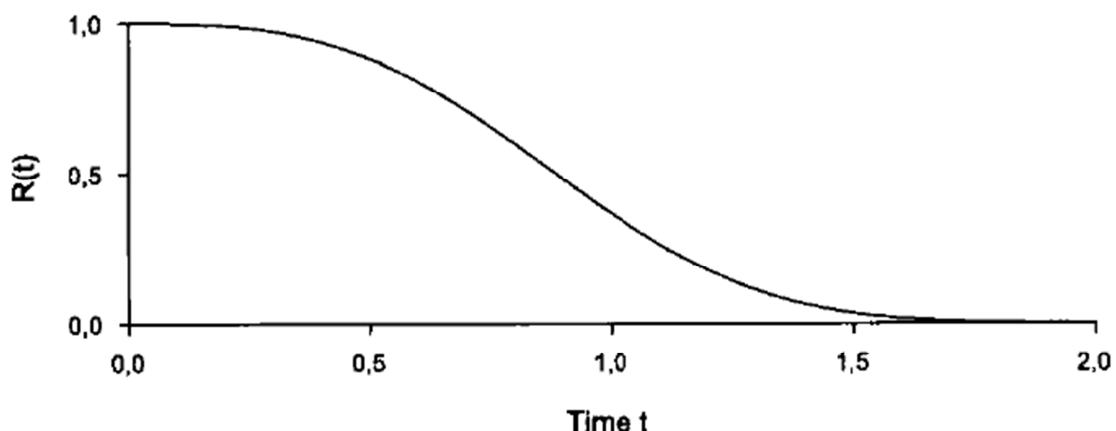


$$R(t=0) = 1$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$$

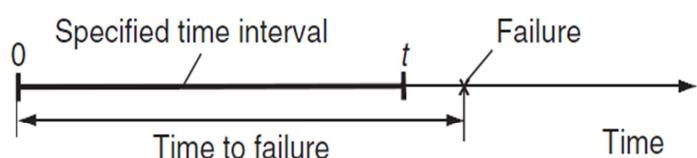
بينما

والشكل (1-2) يمثل دالة المُعَوَّلية، إذ يمثل المحور السيني الوقت t والمحور الصادي يمثل قيمة دالة المُعَوَّلية $R(t)$ إذ يتبيّن في الشكل التناوب العكسي بين قيمة دالة المُعَوَّلية $R(t)$ والزمان t .



الشكل (1-2) (دالة المُعَوَّلية) [35]

بينما في الشكل (2-2) كيف أن المُعَوَّلية قياس لاحتمال عمل النظام أو كوناته بدون فشل أثناء الفترة الزمنية المحددة $[0, t]$ تحت شروط وظروف عينة:



الشكل (2-2) (المُعَوَّلية قياس لاحتمالية الفشل الذي يكون أكبر من الزمان المحدد t) [38]

3-2 الدوال المرتبطة بالمعولية

توجد عدة دوال مهمة ولها علاقة بالمعولية وترتبط بها إرتباطاً باشرأ بصورة أو بأخرى، وإن هذه الدوال التي يمكن عن طريقها تمييز أي توزيع عن توزيعات الفشل والتي تكون معرفة بالفترة $[0, \infty]$ للمتغير العشوائي T والذي غالباً يكون متمراً حتى حدوث الفشل هي:

1-3-2 دالة الكثافة للفشل $f(t)$

وهي إحتمال فشل النظام خلال الفترة $(t, t + \Delta t)$ بغض النظر عن Δt (والتي تمثل التغير في قيمة المتغير العشوائي T اي ان $\Delta t = T_2 - T_1$) ويطلق على هذه الدالة أيضاً معدل الفشل اللاشرقي (*Unconditional failure rate*).

كما ويمكن التعبير عن دالة الكثافة للفشل رياضياً بالصيغة الآتية:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pr(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t}, \quad t \geq 0 \quad \dots \quad (2-2)$$

وهذه الدالة لها مصانص دالة الكثافة الإحتمالية (*Probability density function*) أي أن:

- وجدة دائماً.

- جموع المساحة تحت نحنى $f(t)$ ساوية دائماً إلى الواحد حيث أي أن:

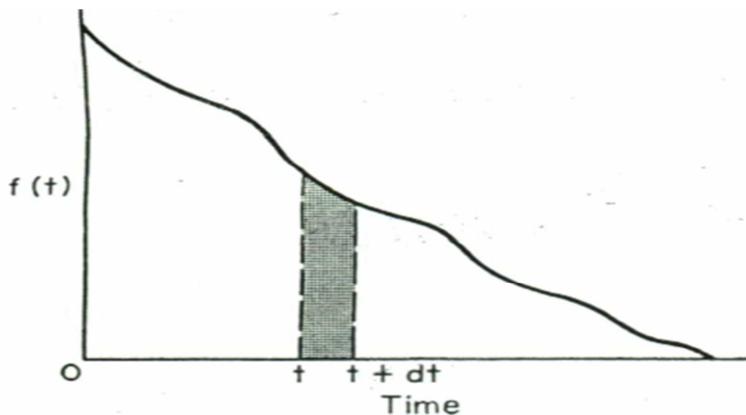
$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1 \quad \dots \quad (2-3)$$

وإن إحتمال حدوث الفشل في الفترة $[t_1, t_2]$ يمكن التعبير عنه رياضياً بالشكل الآتي:

$$P(t_1 \leq T \leq t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(u) du \quad \dots \quad (2-4)$$

والشكل (3-2) يوضح الحالة العامة لدالة الكثافة الإحتمالية للفشل $f(t)$ مع الزمن t ، والمساحة للشكل المترعرج هي عبارة عن $f(t)dt$ والمساحة المحددة بين $t, t + \Delta t$ هي عبارة عن إحتمال الفشل في هذه

الفترة $[t_1, t_2]$ ولذلك فإن إحتمال الفشل في الفترة t_1 إلى t_2 هو عبارة عن $\int_{t_1}^{t_2} f(u) du$.



الشكل (3-2) (دالة الكثافة الاحتمالية) [20]

2-3-2 دالة توزيع الفشل distribution

وهي دالة التوزيع التجميعية أو التراكمية للزمان t حتى حدوث الفشل $function)$ (Cumulative distribution

والتي تعرف بأنها إحتمال فشل المفردة أو النظام قبل الوقت t وتسمى أيضاً بـ دالة اللامعوية ويرمز لها بالرمز $F(t)$ ويعبر عنها رياضياً:

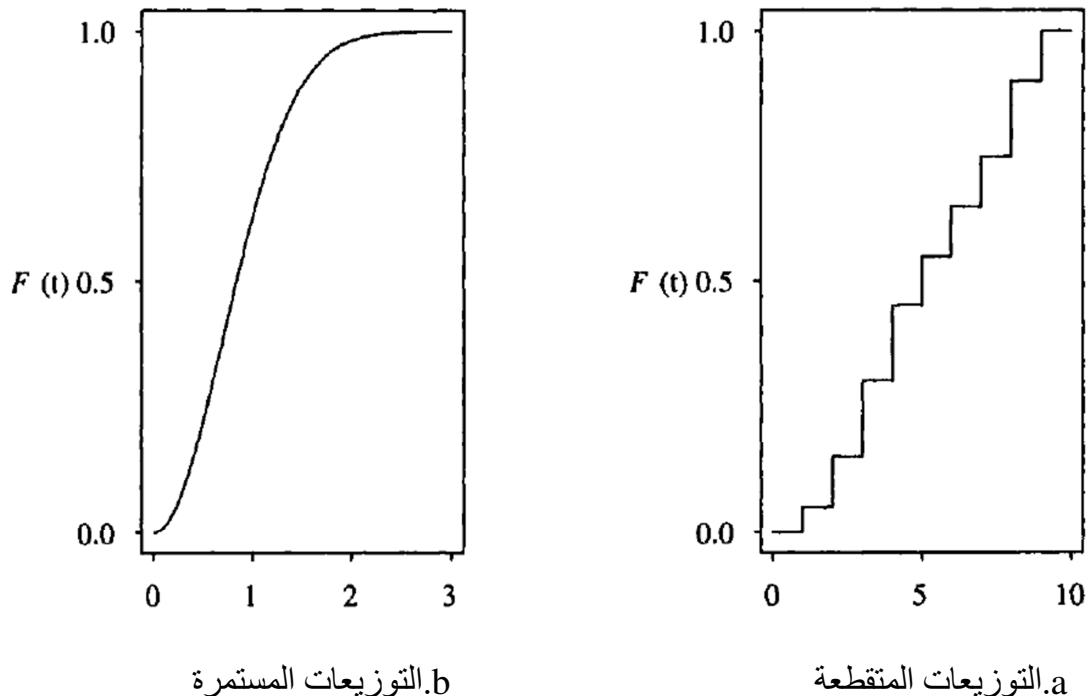
$$F(t) = P(T \leq t) \quad , \quad t \geq 0 \quad \dots \quad (2 - 5)$$

إذ أن T يمثل الوقت حتى حدوث الفشل

$$F(t) = \int_0^t f(u) du \quad \dots \quad (2 - 6)$$

إذ أن (u) هي دالة الكثافة الإحتمالية للفشل للزمان t .

والشكل (4-2) يمثل دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المتقطعة والمستمرة إذ يمثل الشكل a على اليمين دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المتقطعة والشكل b الذي على اليسار يمثل دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المستمرة والذي نلاحظ فيه التزايد الرتيب لهذه الدالة والذي يبدأ بالصفر لينتهي بالواحد:



الشكل (2-4) (دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المقطعة والمستمرة) [33]

إن دالة التوزيع التجميعية هي دالة $F(t)$ تممة لدالة $R(t)$ أي أن جموع الدالة المُعَوّل عليها مع الدالة التي لا يُعَوّل عليها $F(t)$ يساوي واحد وهي تتناسب عكسيًا مع دالة $R(t)$ المُعَوّل عليها على فرض أن $R(t)$ هي دالة $F(t)$ المُعَوّل عليها فإن:

$$R(t) + F(t) = 1 \quad \dots \quad (2 - 7)$$

و \square نها فإن:

$$R(t) = 1 - F(t) \quad \dots \quad (2 - 8)$$

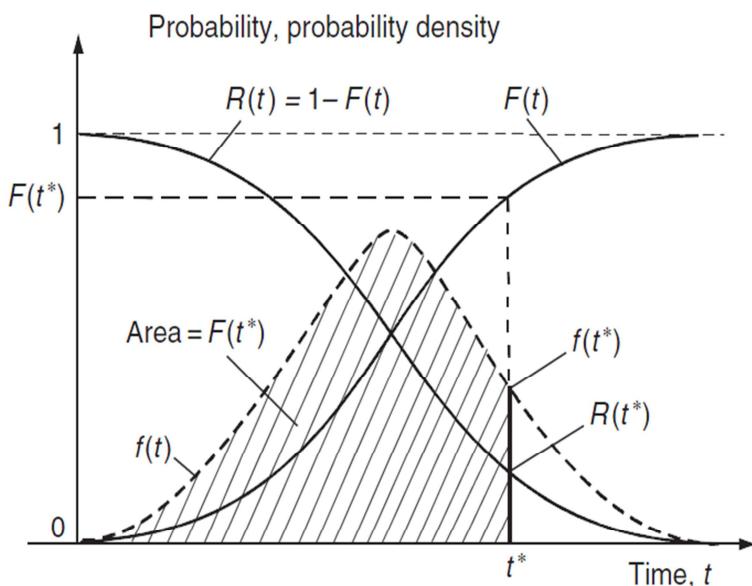
أو

$$F(t) = 1 - R(t) \quad \dots \quad (2 - 9)$$

وبما إن $R(t)$ صائص الدالة $R(t)$ فهو دالة رتبة n تناقصية وقد تنتهي بأقل قيمة لها وهي الصفر فإن $F(t)$ صائص دالة التوزيع التجميعية $F(t)$ فهو دالة رتبة n تزايدة وإن أعلى قيمة قد تبلغها هي الواحد حيًّا. وتتصف دالة توزيع الفشل بخصائص الدالة التجميعية $C.d.f.$ حيث أنها وجبة ولأنها إحتمالية فهي أكبر أو تساوي 0 أو أقل أو تساوي الواحد ($1 \leq F(t) \leq 0$) .

وبما أنه لا يمكن لأي جهاز أن يفشل قبل أن يعمل أي عند $F(0) = 0$ فإن $t=0$ ، وإن أي جهاز يعمل لابد له أن ببدأ بالفشل أي بعد رور فترة عن الزن $t \geq 0$ وعندها $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$

والشكل (5-2) يوضح الخصائص المذكورة آنفًا لكل دالة التجميعية والدالة المُعَوَّلية حيث نلاحظ أن أعلى قيمة لدالة المُعَوَّلية $R(t)$ هي الواحد حيج وأعلى قيمة للدالة المتممة لها $F(t)$ الواحد حيج أيضًا، وكذلك بين دالة الكثافة الإحتمالية $f(t)$ ، والمنطقة المظللة تحت نحنى هذه الدالة والتي جموع ساحتها ساوي إلى الواحد حيج دائمًا.



الشكل (5-2) (دالة المُعَوَّلية ودالة التوزيع التجميعية للزن حتى حدوث الفشل ودالة الكثافة الإحتمالية)
[38]

إن إحتساب إحتمال فشل النظام في الفترة $[t_1, t_2]$ بإستخدام المُعَوَّلية يمكن التعبير عنه بالشكل الآتي:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)dt = \int_{t_1}^{\infty} f(u)dt - \int_{t_2}^{\infty} f(u)dt \quad \dots \quad (2-10)$$

$$= R(t_1) - R(t_2) \quad \dots \quad (2-11)$$

أولاً في حالة إحتساب احتمال فشل النظام في الفترة $[t_1, t_2]$ عن طريق دالة توزيع الفشل أو اللائعة الاحتمالية فإن:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)dt = \int_{-\infty}^{t_2} f(u)dt - \int_{-\infty}^{t_1} f(u)dt \quad \dots \quad (2-12)$$

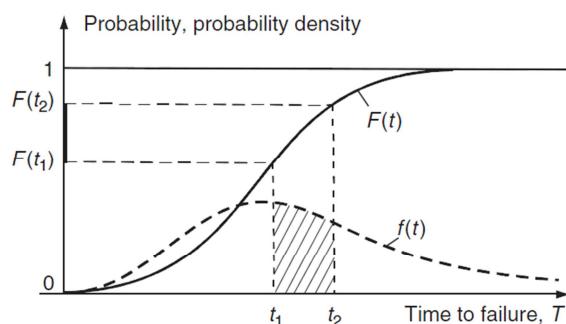
$$= F(t_2) - F(t_1) \quad \dots \quad (2-13)$$

كذلك فان المساحة تحت دالة الكثافة الاحتمالية والتي تتجه إلى اليسار تساوي $F(t)$ ، وإن المساحة تحت دالة الكثافة الاحتمالية بين t_1 و t_2 هي:

$$F(t_2) - F(t_1) = P(t_1 < T \leq t_2) \quad \dots \quad (2-14)$$

والشكل (6-2) يمثل إحتمال الزمان حتى حدوث الفشل والذي يقع بين t_1 و t_2 وإن المنطقة المظللة

$F(t_2) - F(t_1)$ تمثل (Hatched area)



الشكل (6-2) (دالة التوزيع التجمعيية ودالة الكثافة الاحتمالية للزمان حتى حدوث الفشل) [38]

3-3-3 دالة الخطورة $h(t)$

وهي دالة إحتمالية شريرة لكنها غير رتبية وتسمى أيضاً بدالة عدل الفشل

(Failure rate function) وهي إحتمال فشل المفردة أو النظام خلال الفترة الزمنية

علمًا أن المفردة أو النظام يعمل (لم يفشل) حتى الزمان t ويرمز لها بالرمز $h(t)$ أي أن:

$$h(t) = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} \quad \dots \quad (2 - 14)$$

وعندما $\Delta t \rightarrow 0$ نحصل على دالة معدل الفشل او ما يسمى بدالة الخطورة ($h(t)$) وبالشكل الآتي:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{P\{t, t + \Delta t | t\}}{\Delta t} \right] \quad \dots \quad (2 - 15)$$

$$h(t) = \frac{d F(t)}{d t} \cdot \frac{1}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \dots \quad (2 - 16)$$

أو بمعنى آخر إن معدل الفشل في الفترة $[t_1, t_2]$ يمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$\frac{R(t_1) - R(t_2)}{(t_2 - t_1)R(t_1)}$$

وعليه يكون معدل الفشل في الفترة $[t, t + \Delta t]$ بالشكل الآتي:

$$\frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)}$$

ولأن دالة الخطورة هي الغاية لمعدل الفشل عندما تقترب الفترة عن الصفر فإن دالة الخطورة تكون بالصيغة الآتية:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)} \quad \dots \quad (2 - 17)$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)} \left[-\frac{\partial}{\partial t} R(t) \right] \quad \dots \quad (2 - 18)$$

كذلك يمكن القول أن:

$$\frac{f(t)}{R(t)} \quad R(t) > 0$$

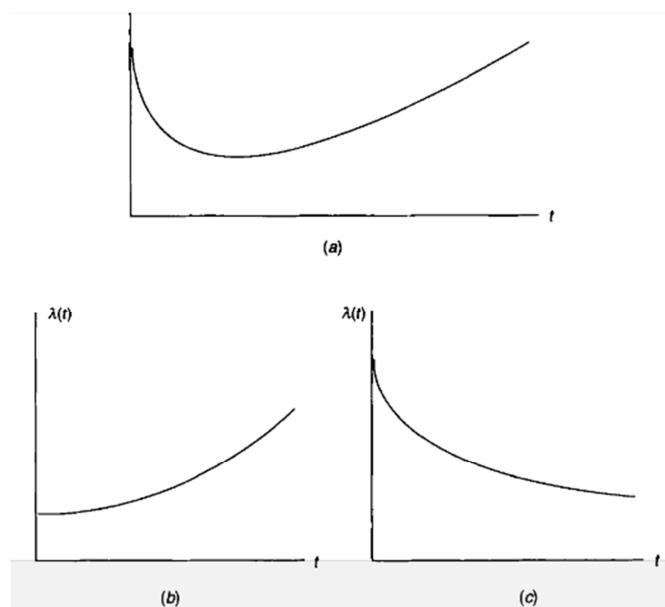
$$h(t) = \dots \quad (2 - 19)$$

$\infty \quad R(t) = 0$

تأتي أهمية دالة الخطورة λ كونها تعبّر عن التغيير في λ عدل الفشل λ لـ عمر الماكنة وذلك عن طريق التعبير أو تمثيل الخطورة لكل فرد λ منها فعلى سبيل المثال لو كان لدينا نظرين يعطي كل λ نهماً عَوْلَيَةً إِلَيْهِ نفسها في نقطة t عينة في الزمان، فإن دالة الخطورة لهما لن تكون λ تمايزية.

إن λ عدل الموت أو الوفاة في النظرية الإحصائية يماثل أو يناظر λ عدل الفشل (*Failure Rate*) و λ يكون λ عدل الوفيات λ ناظراً لدالة الخطورة، لذلك تكون دالة الخطورة (*The hazard function*) أو λ عدل الخطورة (*hazard rate*) أو دالة λ عدل الفشل (*failure rate function*) هي النسبة لدالة الكثافة الإحتمالية إلى دالة المُعَوَّلية.

والشكل (7-2) يمثل دالة الخطورة لثلاث حالات λ عدل الفشل:



الشكل (7-2) بعض حالات دوال الخطورة [31]

فالشكل (a) يمثل دالة الخطورة لمعدل الفشل للمكائن (*hazard for machine mortality*) في حين يمثل الشكل (b) إقتراب المكائن للقدم (الهرم) بالإتجاه الموجب (*positive aging*) Δ بالنسبة للشكل (c) فهو يمثل دالة الخطورة لقدم المكائن ولكن بالإتجاه السالب (*negative aging*).¹⁶

أي أن معدل الخطورة (*hazard rate*) لـ العمر التشغيلي يظهر بثلاث راحل: [30]

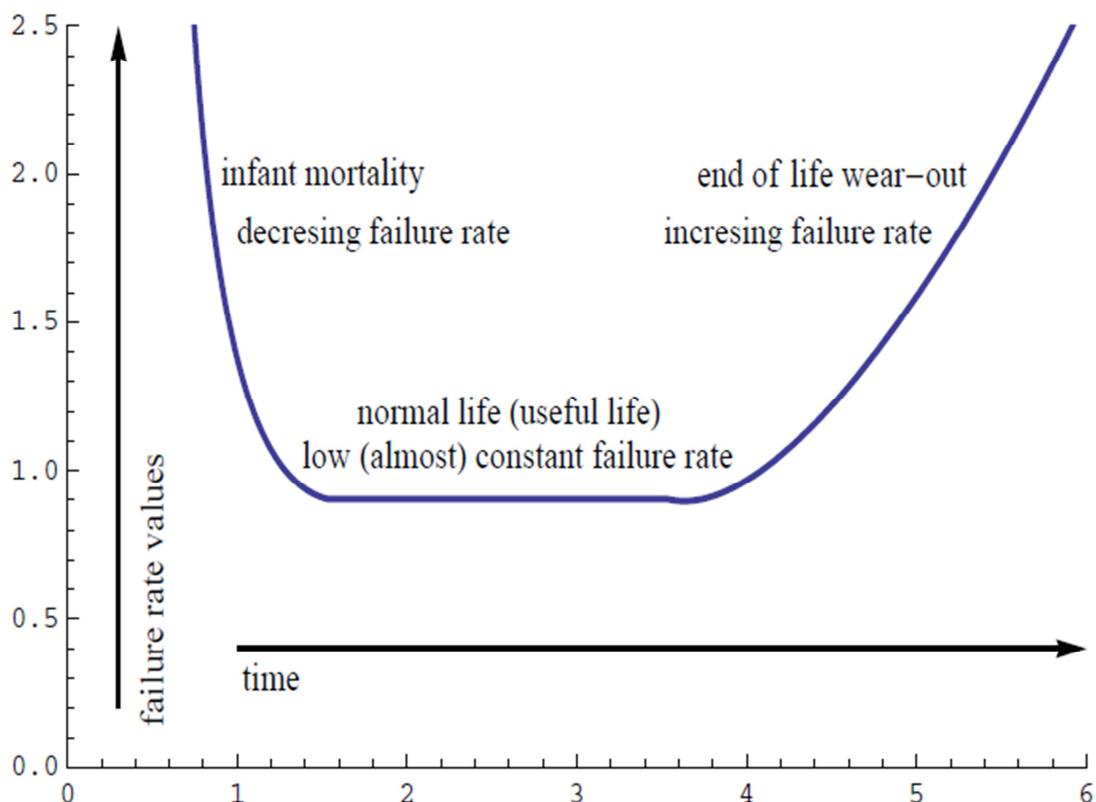
المرحلة الأولى: رحلة التشغيل التجاري أو الفشل في وقت بكر (*early failures*) وتميز هذه المرحلة بانخفاض كفاءة الأداء ويكون فيها معدل الإفاق أو الخطورة تناقص مع الزن (*DF*) (Decreasing failure rate) بسبب أطاء في تصميم الماكنة أو سوء الإستخدام لهذه الماكنة والتي تحدث تأثيراً في كونات الماكنة Δ مما يؤدي إلى عطلها المبكر الذي سرعان Δ يعالج بعد التشغيل باشرة.

المرحلة الثانية: رحلة العمر المفيد أو النافع (*useful life*) وتمثل فترة الفشل الطبيعية وتمتاز هذه المرحلة بـ معدل الخطورة فيها يميل إلى أن يكون ثابتاً إذ يكون فيها العطل عشوائياً أو بالصدفة.

المرحلة الثالثة: فهي رحلة تقادم الآلة في العمر Δ ن ثم إستهلاكها وفيها تزداد العطلات بشكل لحوظ (*IFR*) (Increasing failure rate) و يحدث هذا بسبب التقادم او السوفان وتميز هذه المرحلة أيضاً بانخفاض في كفاءة الأداء وإرتفاع الخسارة بسبب التلف والإندثار والضياعات وغيرها نتيجة لكثرة العطلات والتوقفات الإضطرارية.

وتشترك كل المكائن والآلات بالخصائص العلة لهذا المنحنى الا أنها تختلف في الزن المستغرق لحدوث أي رحلة فيها.

إن هذه المراحل الثلاث تشكل Δ يسمى بحوض الاستحمام (*Bath tube shape*), والشكل (8-2) يمثل هذا المنحنى والمراحل الثلاث لمعدل الخطورة :



الشكل (2-8) (نحو حوض الاستهمام) [16]

وكلما ارتفعت دالة الخطورة قل قدار التعويل أي بعبارة أخرى إن دالة الخطورة (t) h تتناسب عكسيًا مع دالة المُعَوِّلية (t) R ورديًا مع دالة الكثافة الإحتمالية (t) $f(t)$ لذلك فان العلاقة التي تربط هذه المفردات الثلاث والمتمثلة بالمعادلة (2-16) يمكن الاستفادة منها وتطبيقها في الواقع، وإن عرفة أي إثنين من هذه الدوال تمكنا من الحصول على الدالة الثالثة.

2-3-4 دالة الخطورة التجميعية [26] [27] [29] *Cumulative hazard function*

$$(H(t))$$

ويمكن تعريفها بأنها حاصل جمع قيم عدلات الفشل لال الفترة ($t, 0$) ويرمز لها بالرمز $H(t)$ ويعبر عنها رياضياً بالصيغة الآتية:

$$H(t) = \int_0^t h(u)du \quad \dots \quad (2 - 20)$$

وبما أن:

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) \quad \dots \quad (2 - 21)$$

$$f(t) = \frac{d}{dt} (1 - R(t)) = -\dot{R}(t) \quad \dots \quad (2 - 22)$$

وبذلك يمكن كتابة المعادلة (2-16) بالصورة الآتية:

$$h(t) = -\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt} \cdot \ln R(t) \quad \dots \quad (2 - 23)$$

$$\int_0^t h(u)du = -\ln R(u)]_0^t \quad \dots \quad (2 - 24)$$

$$\int_0^t h(u)du = -\ln R(t) + \ln R(0) \quad \dots \quad (2 - 25)$$

ولأن:

$$R(t=0) = I$$

لذلك فإن المعادلة المذكورة آنفًا ستكون:

$$\int_0^t h(u)du = -\ln R(t) \quad \dots \quad (2 - 26)$$

□ إنها فإن:

$$R(t) = \exp \left[- \int_0^t h(u)du \right] \quad \dots \quad (2 - 27)$$

$$R(t) = \exp[-H(t)] \quad \dots \quad (2 - 28)$$

والجدول (2-1) يبين العلاقة بين الدالة الإحتمالية والتجميعية ودالة المُعَوَّلية ودالة الخطورة ودالة التجميعية: الخطورة

الجدول (1-2) العلاقة بين دوال الكثافة للفشل (t) f وتوزيع الفشل (t) F والمُعَوَّلية (t) R والخطورة التجميعية (t) H [28] [34]

To om	f(t)	F(t)	R(t)	h(t)	H(t)
f(t)	-	$\int_0^t f(u) du$	$\int_t^\infty f(u) du$	$\frac{f(t)}{\int_t^\infty f(u) du}$	$\ln \left\{ \int_t^\infty f(u) du \right\}$
F(t)	$\frac{d}{dt} F(t)$	-	$1 - F(t)$	$\frac{d}{dt} \frac{F(t)}{1 - F(t)}$	$-\ln[1 - F(t)]$
R(t)	$-\frac{d}{dt} R(t)$	$1 - R(t)$	-	$\frac{d}{dt} \ln R(t)$	$-\ln R(t)$
h(t)	$h(t) \exp \left\{ - \int_0^t h(u) du \right\}$	$1 - \exp \left\{ - \int_0^t h(u) du \right\}$	$\exp \left\{ \int_0^t h(u) du \right\}$	-	$\int_0^t h(u) du$

$I(t)$	$\left \frac{d}{dt} H(t) \right\} \exp\{-H(t)\}$	$1 - \exp\{-H(t)\}$	$\exp\{-H(t)\}$	$\frac{d}{dt} H(t)$	-
--------	---------------------------------------------------	---------------------	-----------------	---------------------	---

5-3-2 دالة متوسط معدل الفشل *FRA (t) Failure rate average*

وتسمى أيضاً معدل نسبة الإفلاق وهي معدل نسبة الفشل في الفترة $(t, 0)$ وهي عبارة عن ناتج قسمة دالة الخطورة التجميعية على الزن t ويرمز لها بالرمز $FRA(t)$ ويعبر عنها رياضياً:

$$FRA(t) = \frac{H(t)}{t} \quad \dots \quad (2 - 29)$$

وإن المعادلة (2-26) نحصل على:

$$H(t) = -\ln R(t) \quad \dots \quad (2 - 30)$$

وبالقسمة على الزن t وبنطبيق المعادلة (2-29) نحصل على:

$$FRA(t) = \frac{-\ln R(t)}{t} \quad \dots \quad (2 - 31)$$

4-2 قياس المُعَوِّلية *Measuring reliability*

يمكن قياس المُعَوِّلية عن طريق استخدام بعض المقاييس او المؤشرات وعليها تترتيب إثنان كافية لإتخاذ القرار المناسب بصيانة الماكينة او إستبدالها، وإن هذه المقاييس او المؤشرات:

1-4-2 متوسط الوقت بين فشل وآخر *(MTBF)*

وهو إن المقاييس ذات الأهمية في إتخاذ القرار بالنسبة للمستخدم في تحديد سعر المنتج *RFQ* (Request For Quote) بدون الحاجة إلى بيانات سابقة أو بيانات دقيقة. ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$MTBF = \frac{\text{Total time of all units}}{\text{Total failures}} \quad \dots \quad (2 - 32)$$

والتي تمثل حاصل قسمة جموع الوقت لكل الوحدات (المكائن) على جموع العطلات.

إن توسط الوقت بين فشل وآخر يعرف على أنه عكس معدل الفشل أي أنه لا تخضع العطلات إلى توزيع بواسون فإن أوقات العمل بين العطلات تخضع للتوزيع الأسوي وإن علمه التوزيع لم يمكن التعبير عنها بأنها عكس توسط الوقت بين فشل وآخر أي أن $\lambda = \frac{1}{MTBF}$ وإنها نستطيع أن نتوصل إلى تقدير المعلومة λ إذ أن:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{MTBF} \quad \dots \quad (2-33)$$

2-4-2 متوسط الوقت للإصلاح (MTTR)

وهو \square ن المقاييس المهمة التي تُستخدم في دراسة \square يانة الأنظمة وهو \square توسط الوقت اللازم لإ \square لاح المركبة، وهو يعني بصورة عامة إ \square لاح او إستبدال الجزء العا \square ل، لذلك يعتبر \square قياس لكفاءة العا \square لين في الصيانة فكلما ارتفع بقيمتها كان ذلك دليلاً على إنخفاض الكفاءة وتحسب قيمته \square ن قيمة \square توسط الحياة للتوزيع لأوقات الإ \square لاح، أي أنه يمثل \square توسط الوقت \square ن لحظة حدوث الفشل إلى اللحظة التي تصبح فيها الماكينة \square الحية للعمل. فلو كان T \square تغير عشوائي يمثل وقت الإ \square لاح او \square جموع وقت التعطل (*Total downtime*) وكانت $(g(t))$ دالة الكثافة لوقت الإ \square لاح (*Repair time density function*) فان $MTTR$ يمثل القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي لوقت الإ \square لاح وليس لوقت الفشل ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$MTTR = \int_0^{\infty} t g(t) dt \quad \dots \quad (2-34)$$

فلو كان للتوزيع كثافة وقت إلاج $g(t) = Me^{-Mt}$ فإن توسط الوقت ل إلاج يكون بالصيغة الآتية:

$$MTTR = \frac{1}{M} \quad \dots \quad (2-35)$$

3-4-2 متوسط الوقت للفشل Mean time to failure (MTTF) [27] [35]

ويعد λ أحد المقاييس وهو عبارة عن القيمة المتوقعة لزمن الإشتغال حتى حدوث الفشل الأول فهو يمثل توسط الوقت بين إكمال التصليح λ وبداية الفشل القادم وهو قيمة إحصائية يُستفاد منها لفترات الزمنية الطويلة وللأعداد الكبيرة λ من الوحدات الصناعية، وبشكل تقني فإن $MTBF = \frac{1}{\lambda}$ يستخدم فقط لأنظمة القابلة للإلاعاف في حين أن $MTTF$ يستخدم لأنظمة غير القابلة للإلاعاف، ومع ذلك يُستخدم $MTBF$ عموماً لكلا النظائرين القابلة وغير القابلة للإلاعاف.

ويمكن التعبير عن توسط الوقت للفشل بالشكل التالي:

$$MTTF = \frac{\sum \text{Total time of all units}}{\text{Number of failures}} \quad \dots \quad (2 - 36)$$

وإن المعلوم أن توسط الوقت للفشل يعبر عنه بـ $E(t)$ فان:

$$MTTF = E(t) = \int_0^{\infty} t f(t) dt \quad \dots \quad (2 - 37)$$

$f(t) = -\dot{R}(t)$ وبما أن

$$MTTF = - \int_0^{\infty} t \dot{R}(t) dt \quad \dots \quad (2 - 38)$$

وباستخدام التكامل بالتجزئة

$$MTTF = - [t R(t)|_0^{\infty}] + \int_0^{\infty} R(t) dt \quad \dots \quad (2 - 39)$$

وإذا كان $\infty < MTTF$ إذاً نرى أن:

$$[t R(t)] = 0$$

في هذه الحالة

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt \quad \dots \quad (2 - 40)$$

وعليه تكون σ_j عوالية الماكنة j^{th} التي تمثل احتمالية قيام تلك الماكنة بالعمل لال فترة زمانية حدة t ممثلة بالصيغة الآتية:

$$R_j(t) = e^{-\frac{t}{MTTF}} \quad \dots \quad (2 - 41)$$

□ إن الممكن إيجاد قيمة الـ $MTTF$ □ من المعادلة (2-41)، وكذلك يمكن إيجاد الـ $(MTTF)^*$ بـ*Laplace transforms*.

إن تحويل لا بلس لدالة المُعَوَّلية ($R(t)$) سيكون كما يأتي:

$$R^*(s) = \int_0^\infty R(t)e^{-st}dt \quad \dots \quad (2 - 42)$$

وعندما تكون $S=0$

$$R^*(0) = \int_0^\infty R(t)dt = MTTF \quad \dots \quad (2 - 43)$$

كما ويعد $MTTF$ □ أحد القياسات المستخدمة لمركز توزيع الحياة (وسيط الحياة) ويمكن التعبير عنه بما يأتي:

$$R(tm) = 0.50$$

أي أن الوسيط يقسم أي توزيع □ ن توزيعات الحياة إلى قسمين هما:

الأول: النظام يفشل قبل الوقت tm بإحتمال 50%.

والثاني: النظام يفشل بعد الوقت tm بإحتمال 50%.

أولاً المنوال لتوزيع الحياة هو الأكثر ترجيحاً لأن يكون وقت للفشل، فالوقت t_{mode} يحرز على أعلى □ كأنه له عندما تكون دالة الكثافة الإحتمالية $f(t)$ بالشكل الآتي:

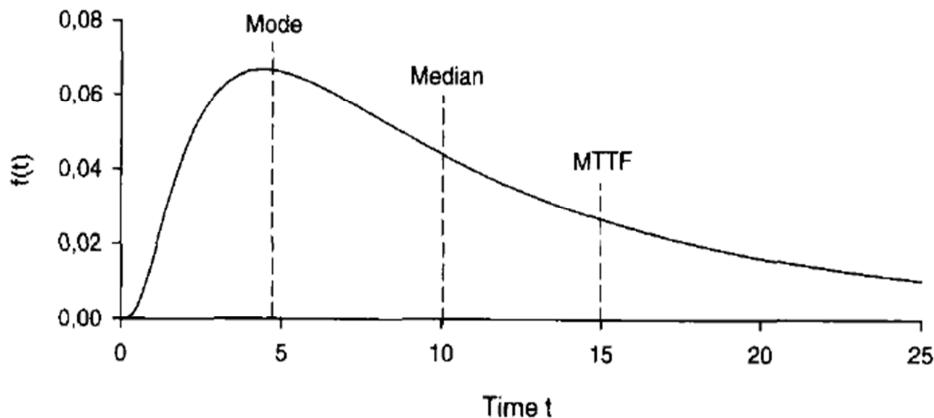
$$f(t_{mode}) = \max_{0 \leq t \leq \infty} f(t)$$

لتكن $f(t)$ دالة وجودة في الفترة $(0, \infty)$. فإن تحويل لا بلس للدالة $f(t)$ هو $f^(s)$ ويعرف بالصيغة الآتية: [35]

$$f^*(s) = \int_0^\infty e^{-st}f(t)dt$$

إذ أن s عدد حقيقي.

والشكل (2-9) يمثل وضع توسط الوقت للفشل (Median) والوسيط (MTTF) والمنوال (Mode) للتوزيع إذ نلاحظ أن وقعها جميعاً ينحرف إلى اليمين.



[34] $MTTF$, $Mode$, $Median$ وقع الـ(9-2)

أولاً تباين الزمان حتى حدوث الفشل (*Variance Time To Failure*) (*VTTF*) يمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$Var(T) = E(T^2) - [E(T)]^2 \quad \dots \quad (2-44)$$

$$= \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - \left[\int_0^{\infty} t f(t) dt \right]^2 \quad \dots \quad (2-45)$$

4-4-2 الإاتاحة Availability

وهي قدرة المركبة أو الماكنة (*item*) القابلة للإلاج أو الصيانة لتنفيذ العمل المطلوب منها خلال فترة زمنية محددة، فهي إحتمال أن الماكنة في حالة عمل في الفترة المحددة، وهي تمثل النسبة بين توسط الوقت بين فشل وآخر إلى جموع توسط الوقت بين فشل وآخر ضافاً إليه توسط وقت الإلاج ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$Availability = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad \dots \quad (2-46)$$

$$A = \frac{1}{1 + \frac{MTTR}{MTBF}} \quad \dots \quad (2-47)$$

إذ أن $\frac{MTTR}{MTBF}$ يمثل نسبة توسط الزن اللازم للإلاج إلى توسط الزن بين فشل وآخر. فكلما انخفضت هذه النسبة (أي إنخفاض التوقفات أو أوقات الفشل) ارتفع معدل الإتاحة وفي حالة عدم وجود فشل ون ثم عدم وجود أوقات بين فشل وآخر فإن الإتاحة ستكون كالتالي أي 100% حسب العلاقة المذكورة آنفاً.

إن الإتاحة $A(t)$ للزن t هي:

$$A(t) = P(\text{item is functioning at time } t)$$

إذ أن صلطاح (functioning) يعني هنا أن المركبة أو الماكنة في حالة عمل تى ايلب نها ذلك. إن الإتاحة تشبه وتساوي المعمولية في المكائن غير القابلة للإلاج، أما في حالة المكائن القابلة للإلاج فإن المعمولية لا تتغير أما الإتاحة فإنها تكون قد تغيرت.

إن معدل الإتاحة (Average Availability) يسجل عنى إنتساب زن المركبة في حالة إستمرارها بالعمل فلو كان لدينا ركبة صانة (جيدة كالجديدة) يكون معدل الإتاحة لها بالصيغة الآتية:

$$Aav = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} = \frac{1}{1 + \frac{MTTR}{MTTF}} \quad \dots \quad (2 - 48)$$

إذ أن (MTTF) يدل على توسط وقت إستمرار المركبة على العمل.

وإن (MTTR) يدل على توسط الوقت للإلاج.

وأحياناً يستخدم MDT (Mean downtime) والذى نعني به توسط وقت التوقف عن العمل بدلاً من $MTTR$ أي نستخدم توسطات زن التوقف عن العمل بدلاً عن توسط الزن للإلاج لإيجاد معدل الإتاحة.

ونجد الجدير الإشارة إلى أن:

$$MTBF = MTTF + MTTR \quad \dots \quad (2 - 49)$$

5-2 التوزيعات الإحصائية *Statistical distribution* [40]

يوجد الكثير من التوزيعات المستمرة والمتقطعة التي يمكن أن تكون دوال الكثافة الإحتمالية لها تستخدم لنماذج زمن الحياة (*Lifetime*) ولذلك سنتطرق إلى ذكر أسماء جموعة من هذه التوزيعات على سبيل المثال لا الحصر.

1-5-2 التوزيعات المستمرة *Continuous distribution*

- التوزيع الأسوي (The exponential distribution)
- توزيع كاما (The gamma distribution)
- توزيع ويبيل (The Weibull distribution)
- توزيع اللوغاريتم الطبيعي (The lognormal distribution)
- عكوس توزيع گاوس (The inverse Gaussian distribution)

وهذه التوزيعات تتصف بخواص فقدان الذاكرة (*Memoryless property*) والذي يسمى أيضاً بالتطور بدون تأثيرات لاحقة ويمكن إعتماد هذه الخواص في إيجاد وإحتساب قيمة المعلولة. وتمثل هذه التوزيعات دالة خارجة تغيره ملal الزن t ماعدا التوزيع الأسوي فهو يمتلك دالة خارجة ثابتة.

2-5-2 التوزيعات المتقطعة *Discrete distribution*

كذلك بالنسبة للتوزيعات المتقطعة توجد عدة توزيعات تستخدم الأعداد الصحيحة كمتغيرات عشوائية لها تطبيقات هي الأدوار في المعلولة وهي:

- توزيع بواسون (The Poisson distribution)
- توزيع ذو الحدين (The binomial distribution)
- توزيع فوق الهندسي (The hypergeometric distribution)

إن عدد حالات الفشل تكون قليلة ونادرة عندما تكون المكائن والآلات حديثة، وإن في الجانب التطبيقي وجد أن عدد حالات التوقف عن العمل أو عدد رات الفشل تخضع إلى توزيع بواسون وعليه سيتم التحدث عن هذا التوزيع بشيء من التفصيل.

6-2 توزيع بواسون *Poisson distribution*

عرف توزيع بواسون \square ن لدن عالم الرياضيات الفرنسي المشهور سيمون بواسون (*Simeon – Denis Poisson*) (1781-1840) ويسمى أيضاً قانون بواسون للأعداد الصغيرة وهو توزيع إحتمالي \square نفصل يعبر عن إحتمالية حدوث عدد \square n الأحداث نادرة الحدوث أو غير \square نوقعة تكون فيها إحتمال النجاح ضعيفاً ، ضمن فترة ز \square نية حدة ولعدد كبير \square n المحاولات .

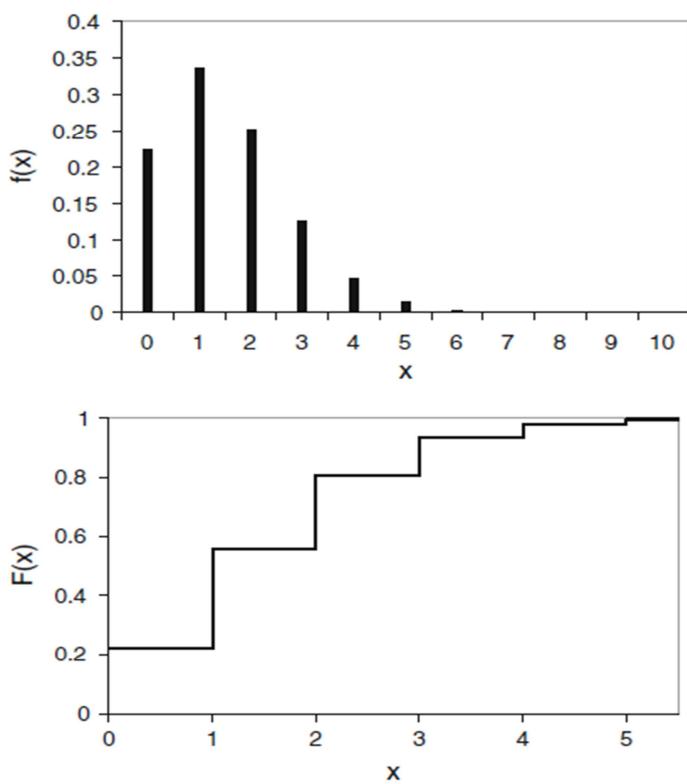
فليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد المرات التي سيحصل فيها الحدث في الفترة الز \square نية T فسوف يتبع هذا المتغير التوزيع الآتي والمعروف بتوزيع بواسون:

$$P(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (2 - 50)$$

علمأً أن λ عدد حقيقي.

و $P(x)$ احتمال حصول الحدث x في الز \square ن T .

والشكل (2-10) يمثل دالة الكثافة الإحتمالية ودالة الكثافة التراكمية على التوالي لتوزيع بواسون



الشكل (2-10) دالة توزيع بواسون [28]

كما أن دالة توزيع الفشل (أو دالة التوزيع التجمعي) لتوزيع بواسون تكون بالصيغة الآتية:

$$F(x) = \sum_{i=0}^x f(X=i) , \quad x \geq 0 \quad \dots \quad (2-51)$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{n=0}^x \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} , \quad n \geq 0 \quad \dots \quad (2-52)$$

إن توزيع بواسون يقترب من توزيع ذي الحدين (*Binomial distribution*) عندما يكون النجاح (p) ضعيفاً جداً ويقترب من الصفر، وإن حجم العينة التي يقاس منها توزيع بواسون يجب أن يكون كبيراً.

إن متوسط وتباعد وحال الإلتواء والوسط وعواملات فيشر والدالة المميزة لتوزيع بواسون عطاء في الجدول (2-2) وعلى التوالي:

الجدول (2-2) بعض صفات توزيع بواسون [48]

Properties	Formula
Mean	λ
Variance	λ
Skewness	$\lambda^{-\frac{1}{2}}$
Median	$ \lambda + \frac{1}{3} - 0.02/\lambda $
Fisher info.	λ^{-1}
Characteristic function	$\text{Exp}(\lambda(e^{it}-1))$

7-2 عمليات بواسون *Poisson processes*

إذا كان لنظام معدل فشل ثابت (*Constant failure rate*) ولتكن λ ويكون أكبر من صفر عدد x رات الفشل خلال t إن الزمن فإن عدد الفشل المشاهد في الفترة t له توزيع بواسون بكتلة احتمالية هي:

$$P_x(t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad \dots \quad (2 - 53)$$

إذ أن:

x عدد رات الفشل في الزمن t .

λ معدل الفشل.

t يعبر عن الزمن.

احتمال حدوث x رات الفشل في الزمن t .

e عدد إيلر $e = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 1/n)^n = 2.71828$ (*Euler's number*)

كذلك فإن احتمال عدم وجود أي فشل في الزمن t هو:

$$P_0(T) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^0}{0!} = e^{-\lambda t} \quad \dots \quad (2 - 54)$$

ولأن دالة المُعَوَّلية للتوزيع بواسون $R(k)$ هي احتمال عدم الفشل لـ k حوادث المعدودة في الفترة $(0, t)$ والتي يمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية:

$$R(k) = 1 - \sum_{x=0}^k \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} \quad \dots \quad (2 - 55)$$

ان دالة التوزيع لعمليات بواسون هي:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t) = 1)}{\Delta t} \quad \dots \quad (2 - 56)$$

وإن معدل عدد حالات الفشل في الفترة $(0, t)$ هو:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(N(t, t + \Delta t) \geq 2)}{\Delta t} = 0 \quad \dots \quad (2 - 57)$$

وإن الوسط الحسابي للحوادث في الفترة الزمنية $[0, t]$ والذي يمثل التوقع لعدد رات الفشل هو:

$$E(N(t)) = \sum_{x=0}^{\infty} x \cdot P(N(t) = x) = \lambda t \quad \dots \quad (2 - 58)$$

في حين أن التباين للحوادث في الفترة الزمنية $[0, t]$ هو:

$$Var(N(t)) = \lambda t \quad \dots \quad (2 - 59)$$

وعندما تكون الحادثة أو n الحوادث حدثت في الفترة الزمنية $(t, t + \Delta t)$ فهذا يعني أن كل قيم الزمان في هذه الفترة هي أكبر من t وأصغر أو تساوي $t + \Delta t$ علماً أن Δt تناهية في الصغر حتى أنها تكاد تقترب إلى الصفر، وإن الحوادث التي تحدث في الفترة $(t, t + \Delta t)$ ستقلة عن الحوادث التي تحدث في الفترة $[0, t]$ وعليه يكون:

- إحتمال عدم حدوث أي حادثة في الفترة $(t, t + \Delta t)$ هو:

$$P\{no events during(t, t + \Delta t)\} = 1 - \lambda \Delta t + 0(\Delta t) \quad \dots \quad (2 - 60)$$

- إحتمال حدوث حادثة واحدة خلال الفترة $(t, t + \Delta t)$ هو:

$$P\{one event during(t, t + \Delta t)\} = \lambda \Delta t + 0(\Delta t) \quad \dots \quad (2 - 61)$$

- إحتمال حدوث حادثتين أو أكثر في الفترة $(t, t + \Delta t)$ هو:

$$P\{two or more events during(t, t + \Delta t)\} = 0(\Delta t) \quad \dots \quad (2 - 62)$$

وبشكل عام فإن الشرطين اللذين يجب توافرهما في العملية العشوائية (*Stochastic process*) لتكون عملية بواسونية هما:

1. **الإستقرارية** (*The Stationary property*) التي تقريباً يعني بها

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} P(N(t + \Delta t) - N(t) > 1 | N(t + \Delta t) - N(t) \geq 1) = 0$$

الذي يشير ضمناً إلى أن العطلات لا تحدث في الوقت نفسه.

2. **فقدان الذاكرة** (*Memoryless property*)

يُقال عن المتغير العشوائي بأنه يمتلك **فقدان الذاكرة** إذا كان $P(X > t + x | X > x) = P(X > t)$ وهذا يعني أن المتغير X هو متغير عشوائي وجب لكل $x \geq 0$ و $t \geq 0$ إذ أن:

$$P(X > t + x) = P(X > x) P(X > t) \quad \dots \quad (2 - 63)$$

أي أن عدد العطلات أو الفشل الذي يحدث في فترة زنـية حدة بعد الوقت t تكون سـنة عن العطلات أو الفشل الذي يحدث قبل الوقت t . أي أن حدوث حادثة سـنة لا يعتمد على المعلومات الحالية أو الماضية بمعنى آخر لا يمكن التنبؤ بحصولها، وبشكل إما إن هذه الشروط غير التقييدية تشير ضمناً إلى أن الوقت بين الأحداث المتتالية (أو بما يسمى بالفترات الزنـية) هو عبارة عن تغيرات عشوائية، وتنقسم عمليات بواسون إلى نوعين رئيسيين وهما:

1. عمليات بواسون المتتجانسة Homogenous Poisson processes

2. عمليات بواسون غير المتتجانسة Nonhomogeneous Poisson processes

1-7-2 عمليات بواسون المتتجانسة (HPP) Homogenous Poisson processes

[16] [35]

يُقال أن المتغير العشوائي المعدود ($N(t)$) الذي يمثل عدد حالات الفشل للفترة $[0, t]$ يتبع عمليات بواسون المتتجانسة إذا كانت علمـة التوزيع λ ثابتة وتتغير بمعدل ثابت مـلـل الفترة الزنـية $(t, 0)$ وتتوفر فيه الشروط الآتية:

- أي أن عدد حالات الفشل في الوقت t يجب أن تكون فـرا.

- $\{N(t), t \geq 0\}$ لها زيادات سـنة وستقرـة **.

$$P(N(\Delta t) = 1) = \lambda \Delta t + o(\Delta t)$$

$$P(N(\Delta t) \geq 2) = o(\Delta t)$$

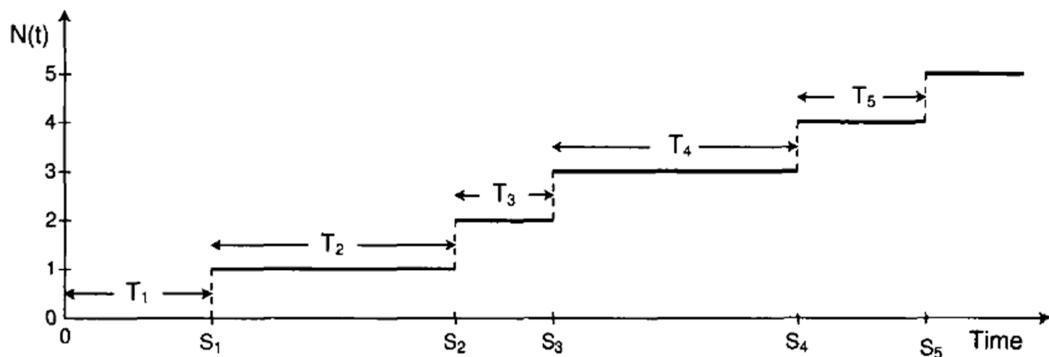
وعليه يكون إـحـتمـال حدوث n الحـوـادـث في الفـتـرة $[a, b]$ تمـثل بالصـيـغـة الآتـية:

$$P[N(b) - N(a) = n] = \frac{[\int_a^b \lambda(t) dt]^n e^{-\int_a^b \lambda(t) dt}}{n!}, \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

* لـفـتـرـة الزـنـية $[d < b < c < a]$ يكون المتغير العشوائي $N(a, b)$ سـنة عن المتغير العشوائي $N(c, d)$. أي أن عدد العطلات التي تحدث في الفـتـرة $[a, b]$ يكون سـنة عن عدد العطلات التي تحدث في الفـتـرة $[c, d]$ وهذا ما يسمى بـخـاـصة التـزاـيد المسـنـقة (Independent increment) .(property).

** يـقـال إن نقطـة العمـليـات لها زيـادـات سـنة عنـدـا يكون الإـحـتمـال لها $P(N(t, t+s) = k)$ سـنة عنـ الوقت t . [47]

والشكل (11-2) يمثل العلاقة بين عدد حادثات حدوث الحادثة ($N(t)$) مع الفترات الزمنية للفشل على \square التقويم السنوي:



الشكل (11-2) العلاقة بين عدد الحوادث ($N(t)$) والحوادث (T_i) وبين الأوقات الزمنية (S_i) [38]

عندما يكون حدوث الحوادث بشكل عشوائي لال فترة زمنية عينة ويكون المعدل الزمني لحدث الفشل هو كمية ثابتة لكل قيم t أي أنها لا تتأثر بالزمن في سلوكها تسمى عملية بواسونية متجانسة. في حين إذا كان المعدل الزمني لحدث الفشل يتغير بغير الزمن t والذي يسمى بالمعدل الزمني للحدث أو يطلق عليه دالة الشدة (Intensity function) ويرمز له بالرمز λt فإنها تسمى عمليات بواسون غير المتجانسة، وتعد دراسة العمليات ال بواسونية غير المتجانسة من الأدوات المهمة لإرتباها بالحالات أو الظواهر الواقعية والتي يكون فيها المعدل الزمني لحدث الحوادث يتغير بغير الزمن.

2-7-2 عمليات بواسون غير المتجانسة [16] [19] *(NHPP) processes*

إن عمليات بواسون التي يكون فيها المعدل الزمني لحدث الحوادث (نسبة الحدوث) ($\lambda(t)$) تغيراً لكل قيم t أي أنها تتأثر بالزمن t في سلوكها، فإنها تسمى عمليات بواسون غير المتجانسة فيقال أن المتغير العشوائي $N(t), t \geq 0$ الذي يمثل عدد حالات الفشل للفترة $[0, t]$ يتبع عمليات بواسون غير المتجانسة مع معدل فشل t و $t \geq 0$ (غير ثابت) إذا توافرت الشروط الآتية:

- $N(0) = 0$ اي ان عدد حالات الفشل في الوقت t يجب أن تكون فرما.

- $\{N(t), t \geq 0\}$ لها زيادات متقطلة ولكنها غير متقرة.

إن احتمال حدوث واحدة لال الزن Δt هو:

$$P\{N(t + \Delta t) - N(t) = 1\} = \lambda(t)\Delta t + 0\Delta t \quad \dots \quad (2 - 64)$$

- أي أن احتمال حدوث أكثر من حادثة في المدة

الزنية Δt يقترب من الصفر.

إن توزيع عدد الحوادث في الفترة $[t_1, t_2]$ يتبع توزيع بواسون بمعملة $\lambda(t_2 - t_1)$ ولهذا تكون دالة الكثافة الإحتمالية لها بالشكل الآتي:

$$P[N(t_2) - N(t_1) = n] = \frac{[\lambda(t_2 - t_1)]^n e^{-\lambda(t_2 - t_1)}}{n!} \quad \dots \quad (2 - 65)$$

وإن الملاحظ أن عمليات بواسون المتتجانسة هي حالة من عمليات بواسون غير المتتجانسة.

وبما أن معدل الفشل أو دالة الخطورة $h(t)$ في حالة التوزيعات المتقطعة يمكن تعريفها بالشكل الآتي:

$$h_i(t) = \frac{P(X = i)}{P(X \geq i)} \quad , \quad i = 0, 1, \dots \quad \dots \quad (2 - 66)$$

$$h_i(t) = \frac{P_i}{\sum_{j \geq i} P_j} \quad \dots \quad (2 - 67)$$

وعلى فرض أن دالة الكثافة الإحتمالية لتوزيع بواسون هي:

$$P_i = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda} \quad , \quad i = 0, 1, \dots , \quad \lambda > 0 \quad \dots \quad (2 - 68)$$

تكون دالة الخطورة لهذا التوزيع بالشكل الآتي:

$$h_i = \left(1 + \frac{\lambda}{i+1} + \frac{\lambda^2}{i+2} + \dots\right)^{-1} \quad , \quad i = 0, 1, \dots \quad \dots \quad (2 - 69)$$

كذلك فإن:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} (h_i) = 1 \quad \dots \quad (2 - 70)$$

$$e^{-\lambda} \leq h_i \leq 1$$

2-8 تقدير معلمة دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون [35]

Estimation of the parameters and the Reliability function for the Poisson distribution

إن عملية التقدير (*Estimation*) لمعلمات أي جتمع هي تقرير للخصائص الأليلية للمجتمع الذي سحبته العينات، وبعد التقدير فإن المسائل المهمة في عملية الإستدلال الإحصائي (*Statistical Inferences*) إذ تكمن أهميته في تقدير علامات المجتمع الذي يتم عن طريق إحصاءات يتم الحصول عليها من عينة تسحب من المجتمع قيد الدراسة.

وإن المعلوم إن لتوزيع بواسون معلمة (λ) تمثل المتوسط، ولهذه المعلمة تقدير يتم الحصول عليه بإستخدام إحدى طرائق التقدير لذلك لابد من البحث عن الطريقة الملائمة التي يتم فيها تقدير هذه المعلمة ون ثم تقدير دالة المُعَوَّلية بالإعتماد عليها وإن تبار الطريقة الأفضل من هذه الطرائق التي سوف يتم فيها هذا التقدير.

فهناك طرائق تقدير عددها المعلمية واللا علمية

وإن أوسع طرائق التقدير الإحصائي المعلمية إنتشاراً والتي وقع اختيار الباحثة عليها هي :

- إنحدار بواسون *Poisson regression*
- الإ كان الأعظم *Maximum Likelihood*
- طريقة التقلص *. Shrinkage Method*

فضلاً عن طريقة لا علمية وهي طريقة كابلن - بير *Kaplan - Meier*.

2-8-2 تقدير دالة المُعَوَّلية بإستخدام طريقة إنحدار بواسون [15]

Poisson regression method

عند دراسة الأنظمة في أي نشأة نلاحظ أن عدد رات الفشل تتبع عمليات بواسون غير المتGANسة (*NHPP*) وفي هذه العمليات يؤخذ الزمن t على اعتبار أنه متغير رتب (*Order*) أي أن $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ للفترة $0 < t < t_n$ (Statistic

نوع المتغير المرتب أي أنها تبدأ من أول فشل ثم الثاني ثم الثالث ... وهكذا. وهذا يؤشر إلى وجود اتجاه عام في البيانات، وعلى اعتبار أن عدد رات الفشل ($N(t)$) تغيراً معتمدأ (Dependent variable) يعتمد في قيمه على الزمن t الذي يمكن عدّه تغيراً مستقلأ (Independent variable) تكون عادلة الإنحدار الخطي بالشكل الآتي:

$$N(t) = \alpha + \beta t_i + \varepsilon_i \quad \dots \quad (2 - 71)$$

حيث ان ($N(t)$) عدد رات الفشل في الزمن t .

ولتقدير علمة توزيع بواسون بهذه الطريقة يتم عن طريق إيجاد علاقة بين المتغيرات عن طريق توزيع بواسون وذلك بأذ اللوغاريتم الطبيعي لدالة بواسون بعد تحويلها إلى عادلة طيبة فنحصل على:

$$\lambda(t) = \alpha + \beta t_i \quad \dots \quad (2 - 72)$$

لكن لهذا النموذج سلبيات وهي أن التنبؤ الخطي على يمين المعادلة ممكن إفتراضه كقيمة حقيقة وهذا يعني أن بالإمكان أن يأخذ قيم سالبة في حين أن الوسط الحسابي ل بواسون في الجهة اليسرى يمثل كمية توقعة غير سالبة، ويكون الحل البسيط لهذه المشكلة هو بأذ اللوغاريتم للنموذج الخطي. ففي إنحدار بواسون نحن نفترض أن معدل الفشل λ يتم تحديدها من قبل مجموعة n المتغيرات ($t's$) وبهذا نستطيع كتابة نموذج اللوغاريتم الخطي بالصيغة الآتية:

$$\log \hat{\lambda} t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 t_1 + \cdots + \hat{\beta}_n t_n \quad \dots \quad (2 - 73)$$

$$\hat{\lambda} = \exp(\hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 t_1 + \cdots + \hat{\beta}_n t_n) \quad \dots \quad (2 - 74)$$

$$= \exp(\hat{\alpha}) \exp(\hat{\beta}_t) \quad \dots \quad (2 - 75)$$

لذلك فإن تقدير علمة بواسون حسب إنحدار بواسون تكون في الشكل الآتي:

$$\hat{\lambda}_{Pr} = \exp(\hat{\alpha}) \exp(\hat{\beta}_t) \quad \dots \quad (2 - 76)$$

كذلك يكون تقدير دالة المُعَوَّلية حسب ريقية إنحدار بواسون بالصيغة الآتية:

$$\hat{R}_{Pr} = 1 - \sum_{x=0}^k \frac{(\hat{\lambda}_{Pr})^x e^{-\hat{\lambda}_{Pr}}}{x!} \quad \dots \quad (2 - 77)$$

2-8-2 طريقة الإمكان الأعظم [30] [38] *Maximum Likelihood method*

تُعد طريقة الإمكان الأعظم واحدة من الطرائق المهمة والشائعة المستخدمة في التقدير كونها تتضمن صفات جيدة منها الثبات والكفاءة العالية والإتساق أحياناً.

إن طريقة الإمكان الأعظم تفترض بشكل أساسي أن العينة هي تمثل كل المجتمع ونحن نختار قيمة المقدّر الذي يُعطّم دالة الكثافة الإحتمالية (*Probability density function*) إذ يمكن تعريف دالة الإمكان بما يأتي:

إذا كانت x_1, x_2, \dots, x_n هي فردات عينة عشوائية بحجم n سحوبة من جتمع له دالة كثافة إحتمالية $f(x, \lambda)$ فإن دالة الإمكان الأعظم (*Maximum Likelihood function*) والتي يرمز لها بالرمز L هي الدالة الإحتمالية المشتركة لها أي أن:

$$L = f(x_1, \lambda) \cdot f(x_2, \lambda) \cdots f(x_n, \lambda) \quad \dots \quad (2 - 78)$$

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i, \lambda) \quad \dots \quad (2 - 79)$$

وعليه فإن دالة الإمكان الأعظم للتوزيع بواسون تكون بالشكل الآتي:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda) = \prod_{i=1}^n \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} \quad \dots \quad (2 - 80)$$

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda) = e^{-n\lambda} \lambda^{\sum x_i} \prod_{i=1}^n \frac{1}{x_i!} \quad \dots \quad (2 - 81)$$

ولغرض تقدير دالة الإمكان يجب تحويلها إلى الشكل الخطى وذلك لأن اللوغاريتيم الطبيعي لطرف المعادلة

$$\ln L = -n\lambda + \sum x_i \ln \lambda - \ln \prod_{i=1}^n x_i \quad \dots \quad (2 - 82)$$

ولإيجاد القيمة التقديرية لمعلمـة القياس λ (Scale parameter) والتي تجعل دالة الإـكان أـعظمـا يمكن نـجد المشـتقـة لـدالـلة نـسبـةـا إـلـى المـعلمـة

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = -n + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\lambda} \quad \dots \quad (2 - 83)$$

وبـمسـاوـةـا المشـتقـةـا لـصـفـرـا يـكونـا لـهـذـهـاـ المـعادـلةـاـ حلـاـ وـاحـدـاـ فـقـطـاـ

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x} \quad \dots \quad (2 - 84)$$

وـهـذـهـاـ هيـنـقـطـةـاـ الـحـرـجـةـاـ الـوحـيـدـةـاـ،ـ وـلـأـنـاـ الإـكـانـاـ الـأـعـظـمـاـ يـتـلاـشـىـاـ أوـ يـقـرـبـاـ إـلـىـ الصـفـرـاـ عـنـدـاـ تـقـرـبـاـ

المـعلمـةـاـ الـصـفـرـاـ (0 → λ)ـ أوـ عـنـدـاـ تـقـرـبـاـ الـلـانـهـاـيـةـاـ (∞ → λ)ـ لـذـلـكـ نـسـتـنـجـ أـنـهـ قـدـرـاـ

الـإـكـانـاـ الـأـعـظـمـاـ λـ،ـ وـلـلـأـكـدـاـنـ كـوـنـاـ λ̄ـ هـيـ الـمـقـرـرـاـ الـأـعـظـمـاـ نـأـذـ المشـتقـةـاـ الـثـانـيـةـاـ سـنـجـدـاـ هـاـ قـيـمـةـاـ سـالـبـةـاـ

عـنـدـ تـعـويـضـاـ قـيـمـةـاـ λ̄ـ فـيـهـاـ.

$$\frac{\partial_2 \ln L}{\partial \lambda^2} = -\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\lambda^2} \quad \dots \quad (2 - 85)$$

$$= -\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\bar{x}^2} = \frac{-n\bar{x}}{\bar{x}^2} = \frac{-n}{\bar{x}} \quad \dots \quad (2 - 86)$$

فـإـذـاـ كـانـتـاـ λ̄ـ هـيـ قـدـرـاـ الـإـكـانـاـ الـأـعـظـمـاـ لـمـعـلـمـةـاـ بـوـاسـونـ λـ فـإـنـ تـقـدـيرـ دـالـةـ الـمـعـوـلـيـةـ حـسـبـ رـيـقـةـ

الـإـكـانـاـ الـأـعـظـمـاـ وـبـإـسـتـنـادـ إـلـىـ مـيـاهـيـةـ الـثـابـاتـ (Invariant property)ـ الـتـيـ تـمـيزـ هـذـهـ طـرـيـقـةـ

سـوـفـ يـأـذـ الصـيـغـةـ الـآـتـيـةـ:

$$\hat{R}_{MLE} = 1 - \sum_{x=0}^k \frac{(\hat{\lambda}_{MLE})^n e^{-\hat{\lambda}_{MLE}}}{x!} \quad \dots \quad (2 - 87)$$

3-8-2 طـرـيـقـةـ التـقـلـصـ

تـعـدـ طـرـيـقـةـ التـقـلـصـ إـحدـىـ رـائـقـ الـتـقـدـيرـ الـمـعـتمـدـاـ عـلـىـ الـمـعـلـمـاتـ الـأـوـلـيـةـ إـذـ تـعـتمـدـ قـدـراتـ

الـتـقـلـصـ عـلـىـ إـفـتـراـضـ أـنـ الـمـعـلـمـاتـ الـمـجـهـوـلـةـ وـالـمـطـلـوبـ تـقـدـيرـهاـ هـيـ تـغـيـرـاتـ عـشوـائـيـةـ لـأـيـ تـوزـيعـ

عـيـنـ،ـ كـمـاـ أـنـهـاـ تـعـتمـدـ عـلـىـ عـلـمـةـ التـقـلـصـ θـ وـعـلـىـ جـالـ القـبـولـ Rـ.ـ وـعـلـمـةـ التـقـلـصـ تـعـنيـ قـدـارـ ثـقـةـ

الـبـاحـثـ بـالـمـعـلـمـاتـ الـأـوـلـيـةـ،ـ وـلـمـ وـجـودـ مـيـاهـيـةـ وـحدـةـ لـإـتـيـارـ قـيـمـةـ θـ لـذـلـكـ فـإـنـ كـلـ بـاحـثـ اـسـطـاعـ

أن يحدد θ وفقاً لقواعد يعتقد أنها كافية. فقد ذهب بعض الباحثين إلى إتجاهٍ فاده أن هذه المعلومات الأولية عن المعلمة يمكن أن تكون القيم الإفتراضية لهذه المعلمات ولكن هذا الإتجاه غير دقيق حسب رأي البعض الآخر ويمكن إعتماد قدرات θ رائق أَرى لهذه المعلمات تكون بعيدة عن التحيز في تحديد قيمة المعلمة لتصبح θ ملحوظات أولية بطريقة إلا كان الأعظم.

لذلك عند توفر θ ملحوظات أولية عن دالة المُعَوَّلية $(R_0(t))$ صاف لها قيمة تقديرية $(\hat{R}(t))$ قترنة مع علمة التقلص (θ) وإن \hat{R} المركبتين يتكون التقدير المقلص لدالة المُعَوَّلية.
إن المُقدَّر الذي أقترحه $(Thompson)$ لمقدرات التقلص يكون بالصيغة الآتية:

$$\hat{R}_{sh}(t) = \theta \hat{R}(t) + (1 - \theta) R_0(t) \quad 0 \leq \theta \leq 1 \quad \dots \quad (2 - 88)$$

إذ أن:

θ : عامل التقلص $(Shrinkage Coefficient)$.

$\hat{R}_{sh}(t)$: يمثل \hat{R} دالة المُعَوَّلية بطريقة التقلص.

$\hat{R}(t)$: يمثل المُقدَّر غير التحيز لدالة المُعَوَّلية.

$R_0(t)$: يمثل القيمة الأولية لدالة المُعَوَّلية.

وإن الممكن تحديد قيمة θ التي تجعل $\hat{R}_{sh}(t)$ توسط $R(t)$ وأقل مما يمكن للمقدر $\hat{R}_{sh}(t)$ بالإعتماد على المُقدَّر غير التحيز \hat{R} إذ أن \hat{R} توسط $R(t)$ لمقدر دالة المُعَوَّلية هو:

$$MSE(\hat{R}_{sh}(t)) = E[\hat{R}_{sh}(t) - R(t)]^2 \quad \dots \quad (2 - 89)$$

$$= E[(\theta \hat{R}(t) + (1 - \theta) R_0(t)) - R(t)]^2 \quad \dots \quad (2 - 90)$$

بإضافة ورح $\theta R(t)$ للصيغة المذكورة آنفًا وبعد التبسيط نحصل على:

$$MSE(\hat{R}_{sh}(t)) = \theta^2 E[\hat{R}(t) - R(t)]^2 + (1 - \theta)^2 [R_0(t) - R(t)]^2$$

ولإيجاد قيمة θ التي تجعل $\hat{R}_{sh}(t)$ توسط $R(t)$ للمقدر $\hat{R}_{sh}(t)$ أقل مما يمكن نجد المشتقه الجزئية للمعادلة المذكورة آنفًا بالنسبة إلى θ ، فنحصل على:

$$\frac{\partial MSE(\hat{R}_{sh}(t))}{\partial \theta} = 2\theta E[\hat{R}(t) - R(t)]^2 - 2(1 - \theta)[R_0(t) - R(t)]^2$$

وبمساواة المشتقه بالصفر نحصل على:

$$2\theta MSE(\hat{R}(t)) - 2(1 - \theta)[R_0(t) - R(t)]^2 = 0 \quad \dots \quad (2 - 91)$$

$$\hat{\theta} = (R_0(t) - R(t))^2 / [MSE(\hat{R}(t)) + (R_0(t) - R(t))^2] \dots \quad (2-92)$$

وعليه يكون تقدير دالة المُعَوِّلية لتوزيع Poisson باستعمال طريقة التقاضي يعطى بالصيغة الآتية:

$$\hat{R}_{sh} = \hat{\theta} \hat{R}(t) + (1 - \hat{\theta}) R_0(t) \dots \quad (2-93)$$

4-8-2 طريقة كابلن - مير Kaplan Meier method

وهي طرائق اللا علمية التي اتبعها كابلن ومير (Kaplan and Meier 1958) لتقدير دالة المُعَوِّلية فهنك طريقتان الأولى يتم فيها تقدير دالة الخطورة التجميعية $H(t)$ عن طريق تقدير دالة الخطورة $h(t)$ ونها التوصل إلى دالة المُعَوِّلية، أما الطريقة الثانية باستخدام دالة الكثافة التجميعية أو دالة توزيع الفشل لتقدير دالة المُعَوِّلية ودالة الخطورة.

1- أسلوب كابلن - مير الأول

- ترتيب أوقات الفشل (عدد العطلات) تصاعدياً وإعطاء كل فشل رتبة (Rank).
- حساب دالة الخطورة $(h(t))$ ، حيث أن دالة الخطورة هي عبارة عن عدد العطلات قسوم على

$$h(t) = \frac{k}{n-i+1} \cdot \text{قدر الفترة الزمنية لـ تbar} \quad k \text{ تمثل عدد العطلات}$$

i الرتبة

n حجم العينة

- حساب $H(t)$ إذ أن: $H(t) = [h(t_1) + h(t_2) + \dots + h(t_n)]$
- حساب دالة المُعَوِّلية $R_i(t)$ ، إذ أن: $R_i(t) = \exp(-H_i(t))$

2- أسلوب كابلن - مير الثاني

- تقدير $F(t)$ التي يعتمد تقديرها على البيانات إذ أن:

$$(Symmetrical CDF) F(t) = \frac{(i-0.5)}{n} \quad \text{أو} \quad F(t) = \frac{i}{n}$$

أو $F(t) = \frac{(i-0.3)}{n+0.4}$ وهي ماتسمى برتبة الوسط الحسابي (Mean Rank) أو $F(t) = \frac{i}{n+1}$ وهي ماتسمى برتبة الوسيط (Median Rank).

- يمكن حساب دالة الخطورة $\hat{R}(t)$ دالة الفشل التجمعية حيث أن:

$$h_i(t) = \frac{F_{(t+1)} - F_t}{1 - F_t} \quad \dots \quad (2 - 94)$$

- ويمكن أيضاً منها حساب دالة المُعَوَّلية التي تساوي:

$$R_i(t) = 1 - F_i(t) \quad \dots \quad (2 - 95)$$

- ومنها نحصل على $\hat{R}(t)$ بطريقة كابلن - مير:

$$\hat{R}_{(i+1)} = \prod_{i=1}^n R_{(i+1)}(t) \cdot \hat{R}_i \quad \dots \quad (2 - 96)$$

إذ أن \hat{R}_i قيمة دالة المُعَوَّلية المقدرة الأولى لقابلن-مير.

$\hat{R}_{(i+1)}$ قيمة دالة المُعَوَّلية المقدرة اللاحقة لقابلن-مير.

٩-٢ أسلوب المقارنة بين طرائق التقدير

والآن وبعد الانتهاء من استعراض رائق التقدير لمعلمة التوزيع ودالة المُعَوَّلية، يمكن المقارنة بين الطرائق لمعرفة الأفضل منها وسوف يتم إعتماد وشر إحصائي وهو قياس نسبي مم يدعى توسط ربع الخطأ (Mean squared error) والذي يمكن إيجاده وفق الصيغة الآتية:

$$MSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\hat{R}_i(t) - R(t))^2 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, L \quad \dots \quad (2 - 97)$$

حيث أن L عدد التكرارات (Replications) لكل تجربة

قدر $\hat{R}(t)$ حسب الأسلوب المستخدم في التقدير.

الجانب التجريبي

1-3 تمهيد *Preface*

في هذا الفصل سنقوم بإستخدام أسلوب المحاكاة لتوليد بيانات تتوزع توزيع بواسون ثم نقوم بتقدير دالة المُعَوِّلية بالطائق التي ذكرت في الفصل الثاني ثم المقارنة بين هذه الطائق، وقد تم توظيف متوسط مربعات الخطأ (MSE) كمقياس إحصائي من أجل المقارنة بين أفضلية المقدرات. إذ شمل هذا الفصل على بعض المفاهيم العامة للمحاكاة وكذلك وصف لتجربة المحاكاة الخاصة بالبحث من حيث أحجام العينات المُولدة وكذلك نماذج الدوال الإفتراضية المستعملة وعرض نتائج تجربة المحاكاة التي تم الحصول عليها ووصف البرنامج الذي تم كتابته من قبل الباحثة.

2-3 المحاكاة (*Simulation*)

إن المحاكاة عبارة عن إمتداد طبيعي ومنطقى للنماذج الرياضية والتحليلية، حيث يُعد أسلوب المحاكاة لغة العصر لأنها يساعد الباحثين في الدراسة. فالمحاكاة تشبه مختبر الباحثين حيث يقوم الباحث بتوليد بيانات (مشاهدات) بعد تصميم وبناء نموذج لدراسة ظاهرة معينة، فهي مفيدة جداً في حالة عدم توفر البيانات المطلوبة أو إستحالة الحصول عليها او تكون مكلفة، حيث يمكن الحصول على بيانات قريبة من الواقع قيد الدراسة. [5]

ومن المبادئ الأساسية للمحاكاة بإستخدام الحاسبة هي وضع برنامج يمثل أو يقلد سلوك العملية الحقيقية بشكل مقارب ل الواقع الحقيقي قدر الإمكان، وغالباً ما يكون هذا الواقع معقداً جداً لتمثيله أو تقليده بصورة متقنة في برنامج الحاسبة وعلى الرغم من ذلك فإن أسلوب المحاكاة يمكن أن يعطي معلومات مفيدة عن الواقع الحقيقي الذي يقلده، ونماذج المحاكاة الأكثر مشابهة ل الواقع الحقيقي تكون أكثر دقة في النتائج والمعلومات المستخلصة منها. [4]

إن أول مراحل إستخدام أسلوب المحاكاة هو توليد مشاهدات، كما إن أي تجربة محاكاة ما هي إلا عبارة عن نوع معين من أنواع المعاينة. إذ تُسحب هذه العينة من المجتمع الإفتراضي الممثل للظاهرة المدروسة بدلاً من أن تُسحب من المجتمع الحقيقي.

و غالباً ما يُستعمل أسلوب المحاكاة لملاحظة التغيرات التي طرأت على صياغة المشكلة عند تنفيذها عملياً، فضلاً عن عدّه أسلوباً للإختبار قبل تطبيق التجربة على بيانات واقعية.

وهناك طرائق مختلفة للمحاكاة منها: الطريقة التناظرية (*Analog Method*) ، والطريقة المختلطة (*Mixed Method*) ، وطريقة مونت كارلو (*Monte Carlo Method*) ، وقد تم إعتماد طريقة مونت كارلو كونها تُعد من أشهر الطرائق وأكثرها إستعمالاً. إذ إن هذه الطريقة تتم بوساطة أساليب العينات التي تؤخذ من مجتمع نظري يحاكي المجتمع الحقيقي إذ يتم صياغة الأرقام العشوائية، وتمتاز هذه الطريقة بالمرونة إذ تعطي طريقة مونت كارلو القدرة على التجريب والإختبار عن طريق تكرار العملية لمرات عديدة وتقسيم المدخلات الخاصة بعملية التقدير في كل مرة، وتمتاز كذلك بالعشوائية إذ إن تتبع الأرقام العشوائية في التجربة الأولى يكون مستقلاً عن تتبع الأرقام العشوائية في التجربة الثانية وهكذا. [12]

3-2-1 وصف مراحل تجربة المحاكاة

تم كتابة برنامج المحاكاة المرفق في الملحق بإستعمال البرنامج (*R* 3.3.2) وتتضمن صياغة إنموذج المحاكاة أربعة مراحل أساسية ومهمة لتقدير معلمة القياس ودالة المُعَوِّلية لتوزيع بواسون وهي على التوالي:

المرحلة الأولى:(مرحلة تعيين القيم الافتراضية للمعلمة(λ))

تُعد هذه المرحلة من المراحل المهمة والأساسية التي تعتمد عليها المراحل اللاحقة، إذ يتم تعيين قيم المعلمة الإفتراضية (الحقيقية) وكما يأتي:

أولاً: تحديد القيم الافتراضية لمعلمة القياس

تم اختيار قيم إفتراضية لمعلمة القياس لتوزيع بواسون وبافتراض قيمة لمعلمته λ ، وقد تم تشكيل ستة نماذج وكما مبين بالجدول (1-3):

الجدول (1-3) القيم الافتراضية للمعلمة (λ)

Model	1	2	3	4	5	6
λ	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15

n ثانياً: اختيار حجم العينة

تم اختيار حجم مختلفة للعينة بشكل يتناسب مع معرفة مدى تأثير حجم العينة على دقة وكفاءة النتائج المستحصلة من طرائق التقدير المستخدمة في هذه الدراسة وتمأخذ حجمي عينة صغيرة هما ($n=10,20$)، وحجمي عينة متوسطة هما ($n=30,40$) وكذلك حجمي عينة كبيرة هما ($n=50,100$).

ثالثاً: اختيار تكرار التجربة

تم اختيار تكرار لهذه التجارب مساوياً إلى ($L=5000$) لكل تجربة.

رابعاً: تعين عدد العطلات

تمأخذ خمس قيم للعطلات التي يتم عن طريقها تقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون وهي ($k=1,2,3,4,5$). عطل.

المرحلة الثانية: (مرحلة توليد البيانات)

وهي مرحلة اختيار القيم الإفتراضية، إذ تُعد من المراحل المهمة التي تعتمد المراحل الأخرى عليها، وفي هذه المرحلة يتم توليد المتغير العشوائي الذي يتبع توزيع بواسون ذو المعلمة الواحدة وفق طريقة مونت كارلو كما يأتي:

1- ليكن X متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بالمعلمة λ بدالة كثافة احتمالية:

$$P_j = P(X = x_j) = \frac{\lambda^x}{x_j!} e^{-\lambda} \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (3-1)$$

2- يتم توليد الأعداد العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم (*Uniform Distribution*) المستمر المعرف على الفترة $(0,1)$.

3- فإن قيمة المتغير العشوائي تكون $(X = x_j)$ إذا كان:

$$\sum_{j=0}^{i-1} P_j \leq U < \sum_{j=0}^i P_j \quad , i = 0, 1, 2, \dots n \quad \dots \quad (3-2)$$

المرحلة الثالثة: (مرحلة إيجاد المقدّرات)

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون $R(k)$ وكالآتي:

$$\hat{R}(k) = \frac{\sum_{i=1}^L \hat{R}_j(k)}{L} \quad \dots \quad (3-3)$$

إذ أن $(\hat{R}_j(k))$ مقدر دالة المُعَوَّلية $R(k)$ بحسب الأسلوب المستخدم في التقدير.

المراحل الأربع: (مرحلة المقارنة)

هي مرحلة المقارنة بين المقدرات التي تم ايجادها في المرحلة الثالثة، باستخدام المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقدار (\hat{R}) و هو عبارة عن التباين مضافاً إليه مربع التحيز وهو مؤشر عام للمقارنة بين كفاءة المقدرات وحسب المعادلة (2-36).

3-2-2 نتائج المحاكاة

يتم عرض وتحليل نتائج محاكاة طرائق التقدير (إنحدار بواسون (Pr) والإمكان الأعظم (ML) والتقلص (KM) وكابلن (Sh)) وحسب المعادلات (2-77) و(2-87) و(2-93) و(2-96) على التوالي، والجدوال (2-3) و(3-3) و(3-4) و(3-5) و(3-6) و(3-7) تبين تقديرات دالة المُعَوِّلية لجميع أحجام العينات (10,20,30,40,50,100) ولجميع التجارب:

الجدول (2-3) التجربة الأولى تقدير دالة المُعَوِّلية عندما $\lambda=0.1$

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
10	1	0.95956	0.99526	0.93686	0.94049	0.96676
	2	0.87531	0.91771	0.84591	0.85061	0.88486
	3	0.73489	0.79199	0.69079	0.69784	0.74749
	4	0.55973	0.62163	0.50083	0.51025	0.57938
	5	0.38385	0.45315	0.31755	0.32815	0.40708
20	1	0.95956	0.98296	0.93746	0.95418	0.96886
	2	0.87531	0.91171	0.84021	0.84723	0.88651
	3	0.73489	0.77709	0.69399	0.70217	0.74869
	4	0.55973	0.61103	0.50973	0.51973	0.59043
	5	0.38385	0.44355	0.32545	0.33713	0.43055
30	1	0.95956	0.97846	0.97066	0.96188	0.97524
	2	0.87531	0.90051	0.89941	0.88023	0.89951
	3	0.73489	0.77939	0.76839	0.74169	0.78609
	4	0.55973	0.61733	0.60633	0.56915	0.61953
	5	0.38385	0.44735	0.43635	0.39445	0.44535
40	1	0.95956	0.9196	0.95056	0.95784	0.98034
	2	0.87531	0.77454	0.86481	0.87329	0.90751
	3	0.73489	0.58093	0.72159	0.73231	0.78954
	4	0.55973	0.40261	0.53033	0.55393	0.63073
	5	0.38385	0.2936	0.33925	0.37501	0.46375
50	1	0.95956	0.96656	0.96776	0.96120	0.98576
	2	0.87531	0.88456	0.88421	0.87717	0.91379
	3	0.73489	0.74589	0.74502	0.73699	0.80071
	4	0.55973	0.57811	0.57521	0.56290	0.63811
	5	0.38385	0.40611	0.40343	0.38784	0.46611

تمكّلة الجدول (3-2)

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
100	1	0.95956	0.97341	0.95742	0.95989	0.98026
	2	0.87531	0.88219	0.87124	0.87003	0.90292
	3	0.73489	0.73873	0.72757	0.72581	0.77837
	4	0.55973	0.56897	0.54720	0.54591	0.61469
	5	0.38385	0.41079	0.36623	0.36634	0.44478

الجدول (3-3) التجربة الثانية تقدير دالة المُعَوِّلية عندما $\lambda=0.11$

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
10	1	0.97342	0.99652	0.95332	0.95653	0.97921
	2	0.91155	0.93985	0.88625	0.89029	0.91829
	3	0.79814	0.83594	0.76334	0.76890	0.80814
	4	0.64221	0.68781	0.59961	0.60641	0.65541
	5	0.47066	0.52696	0.41736	0.42588	0.49286
20	1	0.97342	0.99122	0.95692	0.96022	0.98312
	2	0.91155	0.93685	0.88755	0.89235	0.92275
	3	0.79814	0.82854	0.76904	0.77486	0.81194
	4	0.64221	0.67651	0.60921	0.61581	0.66021
	5	0.47066	0.51466	0.42796	0.43651	0.49456
30	1	0.97342	0.99522	0.98422	0.97568	0.99552
	2	0.91155	0.94455	0.93355	0.91605	0.94485
	3	0.79814	0.83474	0.82374	0.80336	0.83864
	4	0.64221	0.68311	0.67211	0.64828	0.67666
	5	0.47066	0.51796	0.50696	0.47802	0.52066
40	1	0.97342	0.94429	0.96502	0.97182	0.99782
	2	0.91155	0.82628	0.90165	0.90965	0.94928
	3	0.79814	0.65517	0.78564	0.79572	0.84364
	4	0.64221	0.46761	0.62551	0.63894	0.69786
	5	0.47066	0.30473	0.44806	0.46622	0.53186
50	1	0.97342	0.97852	0.98063	0.97494	0.99901
	2	0.91155	0.91819	0.91989	0.91329	0.91552
	3	0.79814	0.80731	0.80721	0.80003	0.84831
	4	0.64221	0.65521	0.65442	0.64472	0.70223
	5	0.47066	0.48917	0.48820	0.47425	0.54151
100	1	0.97342	0.98606	0.97286	0.97268	0.99588
	2	0.91155	0.91771	0.91030	0.90885	0.93479
	3	0.79814	0.79630	0.79374	0.79252	0.83428
	4	0.64221	0.63721	0.63532	0.63398	0.68186
	5	0.47066	0.47304	0.45999	0.45845	0.51887

الجدول (4-3) التجربة الثالثة تقدير دالة المُعَوَّلية عندما $\lambda=0.12$

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
10	1	0.98264	0.99988	0.96374	0.96676	0.98766
	2	0.93811	0.96131	0.91771	0.92094	0.94503
	3	0.84872	0.87732	0.82312	0.82721	0.85671
	4	0.71595	0.75065	0.68425	0.68932	0.72447
	5	0.55411	0.60121	0.51231	0.51705	0.56952
20	1	0.98264	0.99344	0.97314	0.97504	0.99164
	2	0.93811	0.95651	0.92081	0.92424	0.94851
	3	0.84872	0.87032	0.82842	0.83248	0.86002
	4	0.71595	0.74365	0.68955	0.69483	0.73165
	5	0.55411	0.59091	0.51861	0.52571	0.57112
30	1	0.98264	0.99821	0.99144	0.98450	0.99587
	2	0.93811	0.96112	0.95521	0.94051	0.96011
	3	0.84872	0.87742	0.86642	0.85236	0.87529
	4	0.71595	0.74935	0.73835	0.72053	0.74699
	5	0.55411	0.59681	0.58581	0.56054	0.59581
40	1	0.98264	0.96217	0.97494	0.98118	0.99594
	2	0.93811	0.86886	0.92881	0.93624	0.96871
	3	0.84872	0.73796	0.83872	0.84680	0.89082
	4	0.71595	0.54033	0.70155	0.71315	0.76765
	5	0.55411	0.36687	0.53841	0.55104	0.60631
50	1	0.98264	0.98794	0.98925	0.98404	0.99354
	2	0.93811	0.94544	0.94504	0.93948	0.97544
	3	0.84872	0.85765	0.85665	0.85038	0.88961
	4	0.71595	0.72515	0.72420	0.71768	0.76687
	5	0.55411	0.56521	0.65284	0.57392	0.61521
100	1	0.98264	0.99326	0.98339	0.98319	0.99789
	2	0.93811	0.94331	0.93713	0.93694	0.96435
	3	0.84872	0.84835	0.84687	0.84605	0.87886
	4	0.71595	0.70533	0.71111	0.71064	0.75126
	5	0.55411	0.54691	0.56393	0.54838	0.59454

الجدول (5-3) التجربة الرابعة تقدير دالة المُعَوَّلية عندما $\lambda=0.13$

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
10	1	0.98875	0.99556	0.97325	0.97573	0.99326
	2	0.95706	0.97926	0.93786	0.94093	0.96259
	3	0.88841	0.91281	0.86701	0.87043	0.89441
	4	0.77684	0.80914	0.74754	0.75222	0.78611
	5	0.63181	0.66911	0.59751	0.60298	0.64503
20	1	0.98875	0.99835	0.98045	0.98211	0.99555
	2	0.95706	0.96746	0.94796	0.94978	0.96512
	3	0.88841	0.90541	0.87271	0.87585	0.89781
	4	0.77684	0.79824	0.75674	0.76076	0.78825
	5	0.63181	0.66651	0.59841	0.60508	0.64581

تمكّلة الجدول (3-5)

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
30	1	0.98875	0.99977	0.99575	0.99025	0.99632
	2	0.95706	0.97626	0.96526	0.95880	0.97629
	3	0.88841	0.91151	0.90051	0.89093	0.91174
	4	0.77684	0.80614	0.79514	0.78060	0.80622
	5	0.63181	0.66741	0.65641	0.63682	0.66741
40	1	0.98875	0.97348	0.98325	0.98773	0.99794
	2	0.95706	0.90011	0.95031	0.95579	0.97649
	3	0.88841	0.77209	0.88031	0.88687	0.92294
	4	0.77684	0.60593	0.76673	0.77490	0.81914
	5	0.63181	0.43362	0.61911	0.62934	0.67831
50	1	0.98875	0.99361	0.99358	0.98979	0.99557
	2	0.95706	0.96251	0.96311	0.95834	0.98611
	3	0.88841	0.89477	0.89552	0.88991	0.92247
	4	0.77684	0.78654	0.78486	0.77852	0.82593
	5	0.63181	0.64211	0.64087	0.63369	0.68690
100	1	0.98875	0.99711	0.99018	0.99005	0.99772
	2	0.95706	0.96190	0.95766	0.95749	0.97818
	3	0.88841	0.88371	0.88762	0.88721	0.91442
	4	0.77684	0.76500	0.77405	0.77325	0.80915
	5	0.63181	0.61882	0.62556	0.62469	0.66801

الجدول (6-3) التجربة الخامسة تقدير دالة المُعَوِّلية عندما $\lambda=0.14$

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
10	1	0.99281	0.99745	0.98311	0.98465	0.99606
	2	0.97075	0.98915	0.95535	0.95781	0.97549
	3	0.91931	0.93951	0.90211	0.90485	0.92485
	4	0.82926	0.85606	0.80546	0.80926	0.83607
	5	0.70321	0.73531	0.67411	0.67876	0.71098
20	1	0.99281	0.99875	0.98511	0.98664	0.99711
	2	0.97075	0.98045	0.96235	0.96403	0.97701
	3	0.91931	0.92971	0.91021	0.91202	0.92821
	4	0.82926	0.84066	0.81916	0.82118	0.83946
	5	0.70321	0.72181	0.68591	0.68937	0.71382
30	1	0.99281	0.99991	0.99781	0.99390	0.99792
	2	0.97075	0.98915	0.97815	0.97233	0.98921
	3	0.91931	0.93831	0.92731	0.92100	0.93885
	4	0.82926	0.84956	0.83856	0.83122	0.85028
	5	0.70321	0.72971	0.71871	0.70641	0.73285
40	1	0.99281	0.98078	0.98981	0.99228	0.99821
	2	0.97075	0.92472	0.96579	0.96984	0.98117
	3	0.91931	0.81907	0.91171	0.91786	0.94105
	4	0.82926	0.66875	0.82036	0.82756	0.84448
	5	0.70321	0.46935	0.69391	0.70143	0.73527

تمكّلة الجدول (3-6)

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
50	1	0.99281	0.99509	0.99621	0.99356	0.99784
	2	0.97075	0.97521	0.97481	0.97164	0.99119
	3	0.91931	0.92596	0.92496	0.92051	0.94996
	4	0.82926	0.83726	0.83646	0.83078	0.87006
	5	0.70321	0.71181	0.71122	0.70489	0.75407
100	1	0.99281	0.99936	0.99535	0.99516	0.99842
	2	0.97075	0.97659	0.97212	0.97196	0.98772
	3	0.91931	0.91505	0.91982	0.91982	0.94126
	4	0.82926	0.81451	0.82812	0.82812	0.85231
	5	0.70321	0.67696	0.70025	0.69965	0.73304

الجدول (7-3) التجربة السادسة تقدير دالة المُعَوَّلية عندما $\lambda=0.15$

n	K	R_{Real}	\hat{R}_{Pr}	\hat{R}_{ML}	\hat{R}_{Sh}	\hat{R}_{KM}
10	1	0.99551	0.99821	0.98781	0.98903	0.99839
	2	0.98051	0.99171	0.97231	0.97361	0.98414
	3	0.94332	0.95542	0.93422	0.93567	0.94792
	4	0.87345	0.89265	0.85725	0.85984	0.87918
	5	0.76864	0.79094	0.74934	0.75242	0.77554
20	1	0.99551	0.99903	0.99041	0.99142	0.99781
	2	0.98051	0.98911	0.97321	0.97466	0.98514
	3	0.94332	0.95262	0.93532	0.93692	0.95017
	4	0.87345	0.88485	0.86335	0.86537	0.88351
	5	0.76864	0.78514	0.75344	0.75648	0.77895
30	1	0.99551	0.99994	0.99881	0.99626	0.99872
	2	0.98051	0.99561	0.98461	0.98142	0.99561
	3	0.94332	0.96052	0.94952	0.94466	0.96052
	4	0.87345	0.89435	0.88335	0.87553	0.89435
	5	0.76864	0.78964	0.77864	0.77074	0.78964
40	1	0.99551	0.98584	0.99451	0.99538	0.99883
	2	0.98051	0.94354	0.97716	0.97992	0.98681
	3	0.94332	0.85647	0.93777	0.94229	0.95172
	4	0.87345	0.72691	0.86469	0.87178	0.88555
	5	0.76864	0.56531	0.75963	0.76692	0.78084
50	1	0.99551	0.99749	0.99649	0.99577	0.99881
	2	0.98051	0.98304	0.98204	0.98088	0.99135
	3	0.94332	0.94794	0.94694	0.94412	0.96188
	4	0.87345	0.88118	0.87918	0.87467	0.90118
	5	0.76864	0.77854	0.77754	0.77051	0.80854
100	1	0.99551	0.99809	0.99856	0.99854	0.99900
	2	0.98051	0.98549	0.98274	0.98299	0.99355
	3	0.94332	0.93926	0.94545	0.94544	0.95921
	4	0.87345	0.86026	0.87391	0.87378	0.89319
	5	0.76864	0.74562	0.76753	0.76723	0.79063

والجدائل (8-3) و (9-3) و (10-3) و (11-3) و (12-3) و (13-3) تبين متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير (إنحدار بواسون (Pr) والإمكان الأعظم (ML) والقلص (Sh) وكابلن (KM)) لجميع أحجام العينات (10,20,30,40,50,100) ولجميع التجارب:

الجدول (8-3) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الأولى $\lambda=0.1$

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.003274	0.001515	0.001363	0.003069
	2	0.003797	0.001864	0.001609	0.003552
	3	0.005260	0.002944	0.002372	0.004926
	4	0.005831	0.004469	0.003447	0.005469
	5	0.006802	0.005395	0.004101	0.006395
20	1	0.002488	0.001488	0.001028	0.002086
	2	0.003232	0.002232	0.001788	0.002125
	3	0.003672	0.002672	0.002070	0.002190
	4	0.004501	0.003511	0.002611	0.002942
	5	0.005410	0.004410	0.003182	0.005214
30	1	0.002357	0.001123	0.001005	0.002245
	2	0.002635	0.001580	0.001024	0.002585
	3	0.003980	0.002122	0.001046	0.004621
	4	0.005317	0.003171	0.001088	0.005576
	5	0.006032	0.003756	0.001112	0.005782
40	1	0.002125	0.001081	0.001002	0.002431
	2	0.002161	0.001110	0.001004	0.003036
	3	0.002240	0.001176	0.001006	0.004986
	4	0.002998	0.001864	0.001033	0.007041
	5	0.004190	0.002989	0.001078	0.008384
50	1	0.002068	0.001067	0.001002	0.002756
	2	0.002111	0.001079	0.001003	0.003582
	3	0.002151	0.001102	0.001004	0.006503
	4	0.002386	0.001239	0.001010	0.008347
	5	0.002555	0.001383	0.001015	0.008982
100	1	0.002463	0.001255	0.001080	0.002518
	2	0.002788	0.001573	0.001286	0.002977
	3	0.003461	0.002004	0.001500	0.004646
	4	0.004207	0.002849	0.001836	0.005876
	5	0.004999	0.003587	0.002098	0.006953

الجدول (9-3) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الثانية $\lambda=0.11$

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.002533	0.001404	0.001285	0.002404
	2	0.002800	0.001640	0.001451	0.002640
	3	0.003428	0.002211	0.001854	0.003211
	4	0.004079	0.002814	0.002280	0.003814
	5	0.005169	0.003840	0.003004	0.004840

تمكمة الجدول (3-9)

	1	0.002272	0.001272	0.001174	0.002094
20	2	0.002576	0.001576	0.001368	0.002125
	3	0.002846	0.001846	0.001541	0.002190
	4	0.003089	0.002089	0.001696	0.002324
	5	0.003823	0.002823	0.002166	0.002571
	1	0.002255	0.001116	0.001005	0.002488
30	2	0.002389	0.001484	0.001020	0.003108
	3	0.002639	0.001655	0.001027	0.003640
	4	0.003022	0.001894	0.001037	0.003187
	5	0.003237	0.002317	0.001054	0.004511
	1	0.002112	0.001070	0.001002	0.002595
40	2	0.002146	0.001098	0.001003	0.003423
	3	0.002216	0.001156	0.001005	0.004070
	4	0.002357	0.001278	0.001010	0.005098
	5	0.002615	0.001510	0.001019	0.005745
	1	0.002040	0.001051	0.001002	0.002697
50	2	0.002063	0.001069	0.001003	0.002027
	3	0.002109	0.001082	0.001003	0.004649
	4	0.002204	0.001149	0.001006	0.005761
	5	0.002392	0.001307	0.001012	0.007205
	1	0.002287	0.001183	0.001093	0.002456
100	2	0.002535	0.001374	0.001169	0.002665
	3	0.002788	0.001591	0.001286	0.003553
	4	0.003081	0.001845	0.001406	0.004038
	5	0.003648	0.002361	0.001651	0.004973

الجدول (3-10) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الثالثة $\lambda=0.12$

<i>n</i>	<i>K</i>	<i>Pr</i>	<i>ML</i>	<i>Sh</i>	<i>KM</i>
10	1	0.002479	0.001357	0.001252	0.002357
	2	0.002542	0.001412	0.001290	0.002412
	3	0.002817	0.001655	0.001462	0.002655
	4	0.003204	0.002004	0.001709	0.003004
	5	0.004218	0.002944	0.002372	0.003944
20	1	0.002090	0.001090	0.001057	0.002081
	2	0.002295	0.001295	0.001189	0.002110
	3	0.002412	0.001412	0.001263	0.002127
	4	0.002696	0.001696	0.001446	0.002246
	5	0.003260	0.002260	0.001806	0.002289
30	1	0.002091	0.001077	0.001003	0.002432
	2	0.002229	0.001144	0.001006	0.002488
	3	0.002323	0.001313	0.001013	0.002705
	4	0.002515	0.001501	0.001021	0.002963
	5	0.003023	0.002004	0.001041	0.003738

تكميلة الجدول (3-10)

	1	0.002090	0.001059	0.001002	0.002176
40	2	0.002129	0.001084	0.001003	0.002942
	3	0.002148	0.001102	0.001003	0.003772
	4	0.002275	0.001207	0.001007	0.004672
	5	0.002320	0.001246	0.001009	0.004724
	1	0.002043	0.001043	0.001001	0.002567
50	2	0.002076	0.001049	0.001002	0.003500
	3	0.002104	0.001062	0.001002	0.003780
	4	0.002110	0.001068	0.001002	0.004726
	5	0.002153	0.010749	0.001393	0.005895
	1	0.002221	0.001126	0.001063	0.002323
100	2	0.002315	0.001197	0.001098	0.002691
	3	0.002462	0.001309	0.001149	0.003009
	4	0.002681	0.001496	0.001237	0.003523
	5	0.003156	0.003842	0.001524	0.004119

الجدول (3-11) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الرابعة $\lambda=0.13$

<i>n</i>	<i>K</i>	<i>Pr</i>	<i>ML</i>	<i>Sh</i>	<i>KM</i>
10	1	0.002342	0.001240	0.001169	0.002240
	2	0.002492	0.001368	0.001260	0.002368
	3	0.002595	0.001457	0.001323	0.002457
	4	0.003043	0.001858	0.001605	0.002858
	5	0.003391	0.002176	0.001830	0.003176
20	1	0.002272	0.001272	0.001174	0.002094
	2	0.002576	0.001576	0.001368	0.002125
	3	0.002846	0.001846	0.001541	0.002190
	4	0.003089	0.002089	0.001696	0.002324
	5	0.003823	0.002823	0.002166	0.002571
30	1	0.002124	0.001049	0.001002	0.002333
	2	0.002368	0.001067	0.001003	0.002369
	3	0.002533	0.001146	0.001006	0.002544
	4	0.002858	0.001334	0.001014	0.002863
	5	0.003267	0.001605	0.001025	0.003267
40	1	0.002059	0.001030	0.001001	0.002146
	2	0.002080	0.001045	0.001001	0.002377
	3	0.002106	0.001065	0.001002	0.003192
	4	0.002151	0.001102	0.001003	0.003789
	5	0.002222	0.001161	0.001006	0.004162
50	1	0.002037	0.001023	0.001001	0.002474
	2	0.002045	0.001036	0.001001	0.002921
	3	0.002058	0.001050	0.001002	0.003250
	4	0.002121	0.001064	0.001002	0.004539
	5	0.002134	0.001082	0.001003	0.005181

(3-11) تكميلة الجدول

<i>n</i>	<i>K</i>	<i>Pr</i>	<i>ML</i>	<i>Sh</i>	<i>KM</i>
100	1	0.002167	0.001082	0.001043	0.002248
	2	0.002214	0.001121	0.001063	0.002421
	3	0.002308	0.001194	0.001098	0.002707
	4	0.002516	0.001353	0.001177	0.003237
	5	0.002826	0.001628	0.001315	0.003597

(3-12) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الخامسة $\lambda=0.14$

<i>n</i>	<i>K</i>	<i>Pr</i>	<i>ML</i>	<i>Sh</i>	<i>KM</i>
10	1	0.002161	0.001094	0.001066	0.002094
	2	0.002338	0.001237	0.001167	0.002237
	3	0.002408	0.001295	0.001208	0.002295
	4	0.002718	0.001566	0.001399	0.002566
	5	0.003030	0.001846	0.001597	0.002846
20	1	0.002059	0.001059	0.001037	0.002018
	2	0.002070	0.001070	0.001045	0.002039
	3	0.002092	0.001082	0.001052	0.002079
	4	0.002102	0.001102	0.001065	0.002104
	5	0.002299	0.001299	0.001191	0.002112
30	1	0.002056	0.001025	0.001001	0.002266
	2	0.002068	0.001054	0.001002	0.002340
	3	0.002081	0.001064	0.001002	0.002382
	4	0.002092	0.001086	0.001003	0.002441
	5	0.002162	0.001240	0.001010	0.002878
40	1	0.002027	0.001009	0.001000	0.002078
	2	0.002051	0.001024	0.001000	0.002108
	3	0.002076	0.001057	0.001002	0.002473
	4	0.002090	0.001079	0.001002	0.002231
	5	0.002132	0.001086	0.001003	0.003028
50	1	0.002012	0.001011	0.001000	0.002421
	2	0.002033	0.001016	0.001000	0.002472
	3	0.002063	0.001032	0.001001	0.003021
	4	0.002086	0.001051	0.001002	0.003772
	5	0.002098	0.001064	0.001002	0.004720
100	1	0.002104	0.00104	0.001021	0.002176
	2	0.002167	0.001081	0.001043	0.002241
	3	0.002202	0.001107	0.001053	0.002451
	4	0.002289	0.001177	0.001094	0.002624
	5	0.002453	0.001308	0.001161	0.003118

الجدول (3-13) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة السادسة $\lambda=0.15$

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.002114	0.001059	0.001041	0.002059
	2	0.002125	0.001067	0.001047	0.002067
	3	0.002146	0.001082	0.001058	0.002082
	4	0.002368	0.001262	0.001185	0.002262
	5	0.002497	0.001372	0.001262	0.002372
20	1	0.002026	0.001026	0.001016	0.002005
	2	0.002053	0.001053	0.001034	0.002021
	3	0.002064	0.001064	0.001040	0.002046
	4	0.002102	0.001102	0.001065	0.002101
	5	0.002231	0.001231	0.001147	0.002106
30	1	0.002014	0.001010	0.001000	0.002204
	2	0.002051	0.001016	0.001000	0.002228
	3	0.002058	0.001038	0.001001	0.002295
	4	0.002101	0.001098	0.001004	0.002436
	5	0.002141	0.001102	0.001004	0.002441
40	1	0.002000	0.001001	0.001000	0.002030
	2	0.002030	0.001011	0.001000	0.002039
	3	0.002040	0.001030	0.001001	0.002070
	4	0.002100	0.001076	0.001002	0.002146
	5	0.002125	0.001081	0.001002	0.002148
50	1	0.002010	0.001000	0.001000	0.002127
	2	0.002014	0.001002	0.001000	0.002147
	3	0.002035	0.001013	0.001000	0.002394
	4	0.002081	0.001032	0.001001	0.002842
	5	0.002125	0.001079	0.001003	0.003697
100	1	0.002073	0.001021	0.001011	0.002085
	2	0.002091	0.001031	0.001016	0.002101
	3	0.002121	0.001046	0.001020	0.002178
	4	0.002222	0.001115	0.001051	0.002358
	5	0.002284	0.001173	0.001084	0.002553

3-2-3 مناقشة تجارب المحاكاة:

أولاً: تبين من نتائج المحاكاة المقدمة في الجداول (3-2) و(3-3) و(3-4) و(3-5) و(3-6) و(3-7) الخاصة بتقدير دالة المُعَوَّلية ($R(k)$) الآتي :

- أن تقديرات دالة المُعَوَّلية بإستعمال طرائق التقدير المختلفة قد أظهرت متosteats قريبة إلى القيم الحقيقية (الافتراضية) لهذه الدالة وذلك لكل النماذج وأحجام العينات وعدد الأخطاء (k) المفترضة.
- نلاحظ كذلك أن متosteats تقديرات دالة المُعَوَّلية بطرائق التقدير كافة تقترب أكثر من القيم الحقيقية لهذه الدالة بزيادة حجم العينة عدا طريقة (Kaplan- Meier).

3- أن قيم دالة المُعَوَّلية الحقيقية والتقديرية قد تناقصت بزيادة عدد الأعطال (k) وهذا ما يتطابق مع خصائص هذه الدالة.

ثانياً: تبين من نتائج المحاكاة المقدمة في الجداول (3-8) و(3-9) و(3-10) و(3-11) و(3-12) و(3-13) الخاصة بالمقاييس الإحصائي (MSE) لتقدير دالة المُعَوَّلية ما يأتي:

1- لكافة نماذج معدل الفشل ولأحجام العينات كافة كانت الأفضلية لطريقة التقلص.

2- لأحجام العينات كافة ولنماذج معدل الفشل بصورة عامة أظهرت نتائج المحاكاة بأن تقديرات دالة المُعَوَّلية بطريقة الإمكان الأعظم هي ثانوي اكفاء طريقة إذ حققت أقل متوسط مربعات خطأ.

3- جاءت طريقة إنحدار بواسون بالمرتبة الثالثة وحلت طريقة (*Kaplan-Meier*) بالمرتبة الأخيرة ولكلفة نماذج معدل الفشل إذ حققت أعلى متوسط مربعات خطأ (MSE).

4- تزداد قيمة متوسط مربعات الخطأ (MSE) كلما زاد عدد الأعطال (k).

5- تناقص قيم متوسط مربعات الخطأ كلما زاد معدل الفشل (λ) ولنفس حجم العينة.

6- تناقص قيم (MSE) لكل المقدرات بزيادة حجم العينة بإستثناء طريقة (*Kaplan-Meier*) فهي تسلك سلوك معاكس للطائق الثلاثة الأخرى إذ تزداد قيم (MSE) بزيادة حجم العينة.

الجانب التطبيقي

Preface 1-4 تمهيد

إن تحليل المُعَوِّلية وتطبيقها من الموضوعات المهمة التي نالت إهتمام الكثيرين من متذمرين القرارات في كثير من المجالات العلمية، وأكثر المجالات التي ركز الباحثون عليها هو المجال الطبي والمجال الصناعي. ولحساب وتحليل مُعَوِّلية المكان والألات والتتبؤ بالعطلات أو التوقفات الإضطرارية لهذه المكان أثرها الواضح والمهم في العملية الإنتاجية. إذ تبني المنشأة الصناعية (سواء كانت كبيرة أم متوسطة) * قراراتها في صيانة أو إستبدال الماكنة عن طريق معرفة عمر الماكنة الإنتاجي للحصول على أسرع وقت وأفضل أداء.

لقد وقع اختيار الباحثة على دار الوارث للطباعة والنشر إذ ارتأت الأمانة العامة للعبة الحسينية المقدسة أن تنشيء داراً متخصصة بشؤون الطباعة والنشر لتتبني نشر تراث وثقافة وعلوم أهل البيت (ع) فضلاً عن المساهمة في تلبية متطلبات السوق الإسلامي والمحلية من المطبوعات والإصدارات المختلفة وفي المجالات كافة، ويتضمن هذا الفصل تحليل البيانات قيد الدراسة وإختبارها مع فرضية عدم، وبعد ذلك سيتم حساب المُعَوِّلية لهذه المكان عن طريق حساب متوسط الوقت بين فشل وآخر.

*يصنف الجهاز المركزي للإحصاء التابع لوزارة التخطيط والتعاون الإنمائي المنشآت الصناعية إلى كبيرة ومتوسطة وصغيرة اعتماداً على رأس مال المنشأة وعدد عمالها ولكن في الأعوام الأخيرة وبالتحديد بعد سنة 2003 أصبح التصنيف على أساس قدرة المنشأة على الإنتاج بغض النظر عن عدد العمال.

4-2 دار الوارث للطباعة والنشر

أُسِّيَ مشروع دار الوارث للطباعة والنشر وتم إفتتاحه بمرحلته الأولى بتاريخ 13/6/2013 تزامناً مع مولد سيد الشهداء (ع) في الثالث من شعبان. ومنذ يومها الأول كانت سياسة الدار مبنية على ميزة التنافس وإحداث ثورة في عالم الطباعة وهي السياسة التي دفعت إلى تقدمها ونموها باستمرار وجعلها في مصاً المطبع المتقدمة.

وتتضمن هذه المنشأة العديد من الأقسام الإنتاجية منها:

- الطباعة.
- التصحيح.
- الطباعة الرقمية.

وهناك أقسام أخرى داخل المشروع مكملة للعملية الإنتاجية وهي:

- قسم الإدارية.
- قسم تقنية المعلومات.
- قسم المتابعة.
- قسم المالية.
- قسم العلاقات العامة.
- قسم الخدمية.
- المخازن.
- صيانة الآلات والمكائن.

4-2-1 وصف البيانات

وبعد الإطلاع على مكان هذه المنشأة والتي تبلغ تسع (9) مكائن فقد تم اختيار عينة بحجم خمس (5) مكائن لدراسة معاوليتها ول فترة زمنية محددة وهي (40) شهراً وبالتحديد من (1-9-2013) ولغاية (31-12-2016) كفترة عمل فعلية تم الحصول فيها على عدد مرات العطل أو الفشل والتوقفات خلال

الشهر الواحد بعد إستبعاد الصيانة ولكل ماكينة من هذه المكائن، فضلاً عن أيام العمل لهذه المكائن بين العطلات.

والجدول (1-4) يمثل عدد الأعطال في الشهر الواحد ولكل ماكينة من هذه المكائن خلال فترة زمنية مقدارها (40) شهراً والتي تم جمعها من سجلات المنشأة. ولقد رمزنا لكل ماكينة برمز معين ليكون من السهل التعامل معها وكالآتي:

(A_1) ماكينة التجليد والتجميع.

(A_2) ماكينة مقص الورق *WOHLENBERG*

(A_3) ماكينة ربع بطل *GTO (SM 52)*

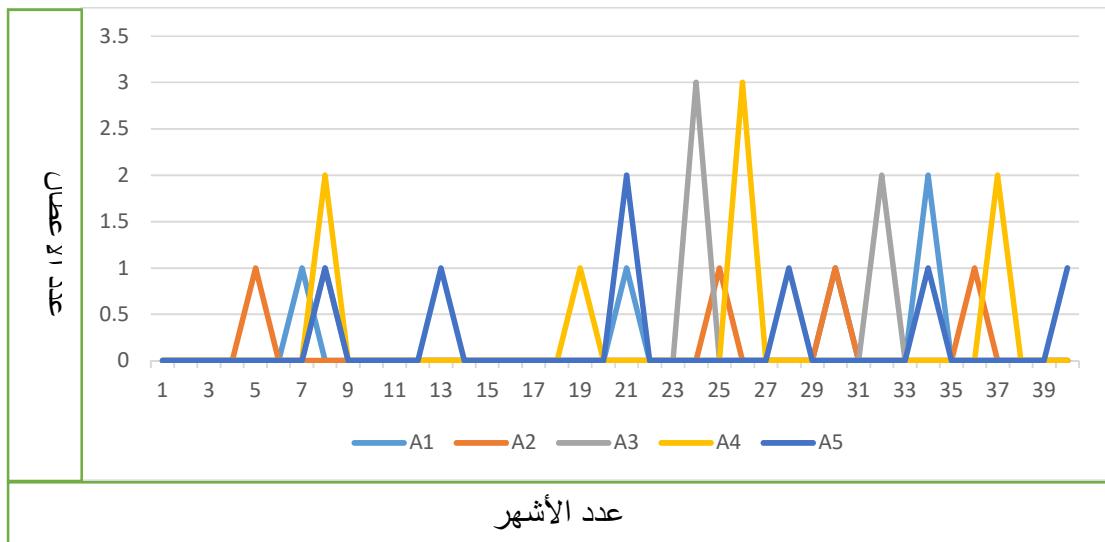
(A_4) ماكينة الطلاء (*U V*)

(A_5) ماكينة التكسير *MBO*

الجدول (4-1) عدد الأعطال خلال (40) شهراً

TIME	A1	A2	A3	A4	A5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0
8	0	0	1	2	1
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	1
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0
19	0	0	0	1	0
20	0	0	0	0	0
21	1	0	0	0	2
22	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0
24	0	0	3	0	0
25	0	1	0	0	0
26	0	0	0	3	0
27	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	1
29	0	0	0	0	0
30	1	1	0	0	0
31	0	0	0	0	0
32	0	0	2	0	0
33	0	0	0	0	0
34	2	0	0	0	1
35	0	0	0	0	0
36	0	1	0	0	0
37	0	0	0	2	0
38	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	1

والشكل (1-4) يبين عدد الأعطال خلال (40) شهراً إذ يظهر بوضوح عدم تجاوزها لثلاث عطلات في الشهر الواحد ويعود هذا إلى حداثة هذه المكائن فضلاً عن الصيانة الدائمة لها.



المخطط (1-4) عدد الأعطال خلال (40) شهراً

3-4 اختبار تجانس العملية البواسونية للبيانات

Test of Homogenous Poisson Process for Data

إن إختبار معنوية العملية البواسونية من الأمور الضرورية لإختبار هل أن المشاهدات (عدد العطلات) تعود إلى مجتمع العملية البواسونية

وباستخدام البرنامج الاحصائي *Easy Fit 5.2 Professional* تبين أن هذه البيانات (العطلات) تتوزع توزيع بواسون. كما في الملحق B_1

وبما أن المعدل الزمني لفشل المكائن والمتمثل بمعاملة التوزيع λ مقترن بالزمن ويتأثر بتغيره فإن إجراء الإختبار فيما إذا كانت العملية البواسونية متتجانسة أم لا (أي عدم تغير معدل الفشل مع تغير الزمن) يعتمد على إختبار فرضية عدم التي تنص على أن العملية البواسونية متتجانسة أي أن:

(العطلات جميعها لا تعود إلى عمليات بواسون غير المتتجانسة)
 $H_0 : \lambda$ Constant HPP
 (جميع العطلات تعود إلى عمليات بواسون غير المتتجانسة)
 $H_1 : \lambda$ Not Constant NHPP

إن فرضية العدم التي سيتم اختبارها تنص على أن جميع العطلات قيد الدراسة تعود إلى العملية البواسونية المتتجانسة، أما الفرضية البديلة فقبولها يعني أن العطلات تعود إلى عمليات بواسون غير المتتجانسة.

وباستخدام برنامج SPSS Statistical Package for the Social Sciences (SPSS) وكما مبين في الجدول في الملحق 2 حيث تظهر قيم مربع كاي (*Chi Square*) المحسوبة ولجميع المكائن إذ تم احتسابها إعتماداً على التكرار المشاهد والتكرار المتوقع وبالتالي فإن:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - E_i)^2}{E_i}$$

حيث أن:

O التكرار المشاهد.

E التكرار المتوقع.

وبمقارنة قيمة χ^2 المحسوبة مع قيمة χ^2 الجدولية للماكنة الأولى والثانية بدرجة حرية (1) و بدرجة حرية (2) للماكنة الثالثة والرابعة وبدرجة حرية (3) للماكنة الخامسة وبمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ، نجد أن هناك دلالة واضحة بأن قيمة إحصاء الإختبار χ^2 المحسوبة بالنسبة لجميع المكائن أكبر من القيمة الجدولية مما يدل على أن عطل المكائن يتبع عمليات بواسون غير المتتجانسة. وهذا يتماثل مع ما ذكرناه بأن الظواهر التي يكون فيها المعدل الزمني لحدث الحوادث يتغير بتغير الزمن تعود إلى عمليات بواسون غير المتتجانسة.

وعن طريق المقارنة لطرائق التقدير التي تمت في الفصل التجريبي السابق، تُعد طريقة التقلص وحسب تجارب المحاكاة التي تم إجرائها في هذه الرسالة هي من أفضل الطرائق في حالة توفر معلومات أولية (معلومات مسبقة)، ولكن دار الوارد للطباعة والنشر من المنشآت الحديثة لذا يتذرع أو من المحال الحصول على معلومات أولية.

أما في الجانب التطبيقي نقوم بحساب المُعَوِّلية بطريقة الإمكاني الأعظم التي هي الأقرب من نتائج طريقة التقلص.

و عند مراجعة البيانات لفترة (40) شهراً تبين أن معدل الفشل للمكائن خلال هذه الفترة يتراوح بين 0.1 و 0.2 والجدول (2-4) يبين معدل الفشل (λ) للمكائن خلال هذه الفترة وحسب المعادلة (2-84). وكذلك نتائج تقدير دالة المُعَوِّلية حسب طريقة الإمكاني الأعظم وللمكائن الخمسة وحسب المعادلة (2-87).

الجدول (4-2) تقدير دالة المُعَوِّلية حسب طريقة الإمكان الأعظم لمكائن دار الوارث للطباعة والنشر لمدة أربعين شهراً

<i>Machine</i>	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
λ	0.125	0.1	0.15	0.2	0.175
\hat{R}_{ML}	0.875348	0.908422	0.848796	0.95762	0.970364

وكما ذكرنا أيضاً يمكن حساب المُعَوِّلية عن طريق متوسط الفشل للمكائن، ولحسابها من الضروري توفر أوقات للفشل. والجدول (3-4) يبين عمر الماكنة عند حدوث الفشل (العطل) في اليوم والتي تم جمعها من سجلات المنشأة.

الجدول (4-3) يبين عمر الماكنة عند حدوث الفشل

<i>Failure Number</i>	<i>Age of system</i>				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	223	158	249	245	248
2	642	765	725	260	395
3	916	921	732	578	634
4	964	1086	745	787	652
5	1025		963	795	850
6			978	800	1026
7				1118	1212
8				1129	

وعليه تكون قيمة متوسط العمل بين العطلات (قيمة متوسط الوقت بين الفشل للمكائن) كما في الجدول (4-4) والتي تم احتسابها عن طريق احتساب المعدل لأيام العمل بين الاخطاء:

الجدول (4-4) متوسط الوقت التراكمي بين فشل وآخر

Failure Number	Cumulative MTBF				
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
1	223	158	249	245	248
2	321	382.5	362.5	130	197.5
3	305.33	307	244	192.66	211.33
4	241	271.5	186.25	196.75	163
5	205		192.6	159	170
6			163	133.33	171
7				159.71	173.14
8				141.125	

ومن الجدول (4-4) نلاحظ تزايد قيمة متوسط الزمن بين فشل وآخر عندما تكون العطلات متتابعة أي عندما تكون الفترة بين حدوث الحادثة والأخرى قريبة.

كذلك تكون قيمة متوسط الوقت بين فشل وآخر والتي يمكن عن طريقها الحصول على معدل الفشل في الأيام كما في المعادلة (2-18) ومنها يمكن الحصول على معدل الفشل لأربعين شهراً ومنها الوصول إلى دالة المُعَوِّلية حسب المعادلة (2-55) وكما هو مبين في الجدول (4-5):

الجدول (5-4) متوسط الوقت بين فشل وآخر وقيمة المُقدَّر ودالة المُعَوِّلية للمكائن

Machine	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
MTBF	200.5	309.33	145.8	126.29	160.67
λ	0.0049	0.0032	0.0069	0.0079	0.0062
λ	0.149	0.097	0.206	0.238	0.187
$\hat{R}(t)$	0.9373	0.8991	0.9637	0.9852	0.9793

أما بالنسبة لمتوسط الوقت لحدوث الفشل فهو وحسب المعادلة (2-19) :

$$MTTF = 224.6 \text{ day}$$

أي ان متوسط الفشل للمكائن يبلغ 225 يوم أي ما يقارب السبعة أشهر ونصف الشهر من الأربعين شهر.

الاستنتاجات والتوصيات

عن طريق ما تم بحثه في الجانبين النظري والعملي (التجريبي والتطبيقي) فقد توصلت الباحثة إلى مجموعة من الاستنتاجات والتوصيات.

أولاً: الاستنتاجات: *Conclusions*:

- 1- أظهرت نتائج المحاكاة بأطريقه التقلص (*Shrinkage method*) هي أفضل طريقة وكانت أكثر تقارب من القيم الحقيقية لدالة المُعَوَّلية لأنها حققت أقل (*MSE*) لجميع أحجام العينات ولكلفة نماذج معدل الفشل.
- 2- أطريقه الإمكان الأعظم (*Maximum Likelihood method*) ثانى أكفاء طريقة لجميع أحجام العينات المستخدمة ولكلفة النماذج وذلك لأنها حققت أقل (*MSE*) في تقدير دالة المُعَوَّلية بعد طريقة التقلص.
- 3- أطريقه إنحدار بواسو (*Poisson regression*) ثالث أكفاء طريقة في تقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسو في حين حلّت طريقة كابلن - مير (*Kaplan-Meier*) بالمرتبة الأخيرة.
- 4- عن طريق التجربة التطبيقية أظهرت النتائج إرتفاع مُعَوَّلية المكائن ماعدا الماكنة الرابعة التي أظهرت بيئاتها إنخفاض مُعَوَّليتها وبالطريقتين (طريقة الإمكان الأعظم وطريقة القياس).
- 5- أظهرت النتائج في الفترة الزمنية المتوقعة لحدوث أول فشل تزيد على السبعة أشهر وهذا مؤشر على المكائن جيدة وهذا ما أثبتته مُعَوَّليتها العالية.

ثانياً: التوصيات *Recommendations*

إعتماداً على الاستنتاجات المذكورة آنفًا يمكن وضع بعض المقترنات أو التوصيات من قبل الباحثة وكما يأتي:

- 1- استخدام طريقة التقلص في تقدير مُعَوَّلية المكائن عند توفر معلومات أولية عن معلمة التقدير.
- 2- الإستمرار بصيانة المكائن عن طريق وضع جدول زمني للصيانة المبرمجة وذلك لزيادة مُعَوَّلية المكائن.
- 3- ضرورة تكو المنشأة مهيأة لكل صيانة مفاجأة (غير محسوبة) وذلك لتقليل مدة توقف الماكنة (المكائن) عن العمل ومن ثم إنخفاض مُعَوَّلية هذه المكائن.

الاستنتاجات والتوصيات

- 4- ينبغي عدم تحميل المكائن أكثر من الطاقة التصميمية أو المتاحة للإنتاج لتبقى مُعَوِّلتها عالية وضرورة أ تكون المواد الداخلة في عملية التصنيع والإنتاج جيدة ومن مناشيء رصينة وذلك حفاظاً على عمر الماكينة الإفتراضي.
- 5- دراسة وتحليل دالة المُعَوِّلية لتوزيعات مختلطة (*Mixture distributions*) كـ تكون خليط من توزيعات مستمرة مع توزيعات متقطعة في واحد للحصول على معلومات جديدة تخص المُعَوِّلية.
- 6- استخدام الطرائق البيزية من خلال تطبيق المعلومات السابقة واللاحقة في تقدير دالة المُعَوِّلية لتوزيع بواسطتها والعمل عليها.

المصادر references

Arabic references

المصادر العربية

1. ابراهيم، مصطفى والزيات، أحمد وعبد القادر، حامد والنجار، محمد "المعجم الوسيط"، مطبعة المكتبة الإسلامية، دار الدعوة، القاهرة 1972.
2. البياتي، حسام نجم عبود "مقارنة طرائق تقدير أنموذج ويل للفشل باستخدام المحاكاة"، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد 2002.
3. الجميلي، صبا صباح احمد "مقارنة بعض طرائق تقدير المعلمة والمعلولية لأنموذج ريلي للفشل لبيانات تامة وبيانات تحت المراقبة من النوع الاول باستخدام المحاكاة"، رسالة ماستير، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد 2007.
4. العاني، مي تحسين عبد الحليم "مقارنة بين طرائق تقدير المعلولية في دالة الإجهاد والمتأنة لأنموذجي باريتو وويل"، رسالة ماستير، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد 2007.
5. العبيدي، عدي عبد الرحمن "خوارزمية بزن وشبكات صفوف الانتظار المغلقة مع التطبيق على نظام صيانة السيارات في شركة توزيع المنتجات النفطية بالموصل"، رسالة ماستير، كلية علوم الحاسوب والرياضيات - جامعة الموصل 2000.
6. الياسري، تهاني مهدي عباس وحميد، سميره مزهر ونایف، قتيبة نبيل "مقارنات مقدرات بيز مع مقدر الامكان الاعظم في تقدير دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي باستخدام بيانات مراقبة من النوع الثاني"، مجلة العلوم النهرین، العدد 11، 2008.
7. ليل، طالب شريف وإبراهيم، كورستان وعبد الله، زينب "إيجاد معلولية نظام التوالى بطريقة جديدة"، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، العدد 23، 2013.
8. شاهر، ثائر فيصل "طرائق تقدير عدد مرات الفشل في الانظمة القابلة للإصلاح"، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد 2005.
9. شريم، ماد هبة الله "دراسة مقارنة لطرق التقدير الحصينة لدالة البقاء مع تطبيق عملي على مرضى سرطان الدم في اليمن"، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد 2005.
10. صالح، ستار محمد "مقارنة اسلوب بيز مع طرائق اخرى لتقدير دالة المعلولية لتوزيع باريتو من النوع الاول"، رسالة ماستير، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد 2006.

11. عبد علي، سوسن صبيح وفدي، صالح عفر وعبد مطلك، ستار "قياس مغولية الفرن الدوار في معمل سمنت كبيسة" ، مجلة الهندسة والتكنولوجيا، الجامعة التكنولوجيا - بغداد، المجلد 27 العدد 11، 2009.
12. عويد، غزوان رفيق "مقارنة مقدرات بيز لمعلمات دوالتي المغولية ومعدل الفشل لتوزيع رالي باستعمال دوال خسارة متزنة وغير متزنة" ، رسالة ماستير، كلية الادارة والاقتصاد - الجامعة المستنصرية 2012.

Foreign references

المصادر الأجنبية

- 13.Adam, M & Zhao, W. "**Modeling and analysis of Repairable system with General Repair**" Alexandria, Virginia, USA,2005.
- 14.Adil, H. K & Jan, T. R. "**Reliability Estimates of Generalized Poisson Distribution and Generalized Geometric Series Distribution**". India,2014.
- 15.A. Joseph, G. "**Poisson Regression**". Washington, USA,2011.
- 16.Alicja, J.R & Ryszard, M. "**Selected Stochastic Models in Reliability**". Wroclaw, Boland,2011.
17. Al -Zahrani, B & Sagor, H. "**The Poisson – Lomax Distribution**". king Abdulaziz university, Jeddah,2014.
18. Bernard H. "**Hypothesis Testing and Confidence Intervals for Products and Quotients of Poisson Parameters with Application to Reliability**". Journal of the American Statistical Association(JASA),1971.
- 19.Bjarte, R."**Exact Statistical Inference in Nonhomogeneous Poisson processes, based on Simulation**". Norwegian university of science and technology,2007.
- 20-David, J. S. "**Reliability Engineering**"W.A. Gambling
- 21-Elisa T. L. "**Statistical Method for Survival Data Analysis**".3rd ed., A Wiley-Interscience publication,2003.

22. Elsayed, E.A. "**Fundamentals of Reliability Engineering and Application**"
Quality Control & Reliability Engineering (QC&RE). Rutgers University, 2012.
23. Frederick, S. H & Gerald, J. L. "**Introduction to Operations Research**". 8th ed, 2004.
24. Garson, D. "**Reliability Analysis**". <http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/reliability.htm>, 1998.
25. German, R. "**Non-Parametric Estimation in Survival Models**", 2005.
26. Hans, G. M & Jane, L. W "**Density and Failure Rate estimation with Application to Reliability**". California USA, 2007.
27. Harry, G. K. "**Engineering Reliability Failure models**". Drexel university-USA, 2012.
28. Hoang, P. "**Reliability and Safety Engineering**". 2nd ed. Springer Series in Reliability Engineering, Piscataway-USA, 2016.
29. Horst, R. "**The Hazard Rate, Theory and Inference**", With supplementary MATLAB Programs. Justus Liebig University, Germany, 2014.
30. Jayant V. D& Sudha, G. P. "**Life Time Data: Statistical Models and Methods**". University of Pune, India, 2009.
31. Kalbfleisch, J. D., and Prentice, R. L., "**The Statistical Analysis of Failure Time Data**", New York John Wiley & Sons, Inc, 1980.
32. Kumar, M & Singh, S. K & Singh, U. "**Reliability Estimation for Poisson – Exponential Model Under Progressive Type Censoring Data with Binomial Removal Data**", India, 2016.



33. Lawless. J. F. "**Statistical Models and Methods for Lifetime Data**", 2nd ed., University of Waterloo, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc, 2003.
34. Lina, B. "**Reliability Centred Maintenance for Electric Power Distribution Systems**". Stockholm, swede, 2002.
35. Marvin, R. "**System Reliability Theory, Models, Statistical Methods, and Applications**". Second edition, Walter, Shewuhart & Samuel S. Wilks, Norwegian University of science and Technology, Norwege, 2004.
36. Mike, S. M. "**Design for Reliability**". www.opsalacarte.com.
37. Miller R.H. "**Reliability of system comprised of k elements**". Journal of the American Statistical Association(JASA)1994.
38. Patrick, Z. "**Maximum Likelihood & Method of Moments Estimation**". University of California, 2014.
39. Peter, H. "**Shrinkage estimators**"2013.
40. Rasheed, D. H. & Wakil, A. A. "**Introduction to Mathematical Statistics**", College of Management and Economics, Baghdad University.
41. Rene, V. "**Compact Reliability and Maintenance Modeling of Complex Repairable Systems**"2014.
42. Roy, B & Ranald, N. A. "**Reliability Evaluation of Engineering System**" concepts and techniques. 2nd ed. - New York and London2012.
43. Tiejun, T & Yuedong, W. "**Optimal Shrinkage Estimation of Variances with Applications to Microarray Data Analysis**"2005.

44. Todinov. M.T "**Reliability and Risk Models** ". *Setting Reliability Requirements*. Cranfield, A John Wiley & Sons Ltd, Cranfield University, UK, 2005
45. Young, D.H & Al-Saadi S.D. "**Statistical Theory and Methods**", 1983.
46. "**MTBF, MTTR, MTTF & FIT Explanation of Term**", <http://WWW.imcnetworks.com>, CANADA.
47. "**Reliability Engineering**", https://en.wikipedia.org/wiki/Reliability_Engineering.
48. https://en.wikipedia.org/wiki/Poisson_distribution.
49. START, "**Application of the Poisson Distribution**" *Selected Topics in Assurance Related Technologies*, USA, 2002.
50. "**System Reliability Engineering**", WWW.Springer.com/cda/content.

MLE CODES

```
> library (STAT)
> library (STAT4)
> library (MASS)
> data<- rpois (n, lambda)
> reps <- B=B
> npois <- n=n
> rate <- lambda
> set.seed ( )
> R . Real (R <- ( sum(rpois(n=npois , rate= lambda))))
> R . Est (x <- replicate(reps , sum(Data (n=npois , rate= lambda))))
> X1<- Mean (length(x))

>R1 <- length( R)

> mse <- mse length( X1 , R1 )
```

POISSON REG. CODES

```
> library(corrplot)
> reps <- B=B
> rate <- lambda
> set.seed( )
> W <- matrix(p = p, n = n
> W = matrix(rpois(n * lambda), nrow = n, ncol = p) lambda = " ")
> p <- within(p, { prog <- factor(prog, levels=1:k, labels=c("X1"))})
> id <- factor(id))
> Y <- (m1 <- glm(num_awards ~ prog + X3=="poisson", data=p))
> Y1 <- par(Y)
> W1 <- { if(family=="poisson"){ mu <- as.numeric(exp(alpha)) beta <- 1/mu w <- sqrt(mu) } z <- (alpha+(y-mu)*beta) k1 <- rep(0,ncol(Y1)) k2 <- rep(1,ncol(Y1)) k <- c(k1,k2) A <- diag(k) X <- cbind(X3,X4)*w Z <- z*w beta <- solve(t(X)%%X+2*lambda*A)%%t(X)%%Z beta1 <- beta[1:ncol(X3)] beta " " <- beta[(ncol(X3)+1):(ncol(X3d <- max(abs(beta)" - beta" ),abs(beta" " - beta " "))) <- as.numeric(beta " ") alpha <- X3%%beta " " }
> R . Real (R3 <- (sum(rpois(n=npois, rate=lambda))))
> R . Est (Y1 <- replicate(reps, sum(rpois(n=npois, rate=lambda))))
> W2 <- Mean(length(W1))
> R4 <- length(R3)
> mse <- mse length(W2, R4)
```

KAPLIN CODES

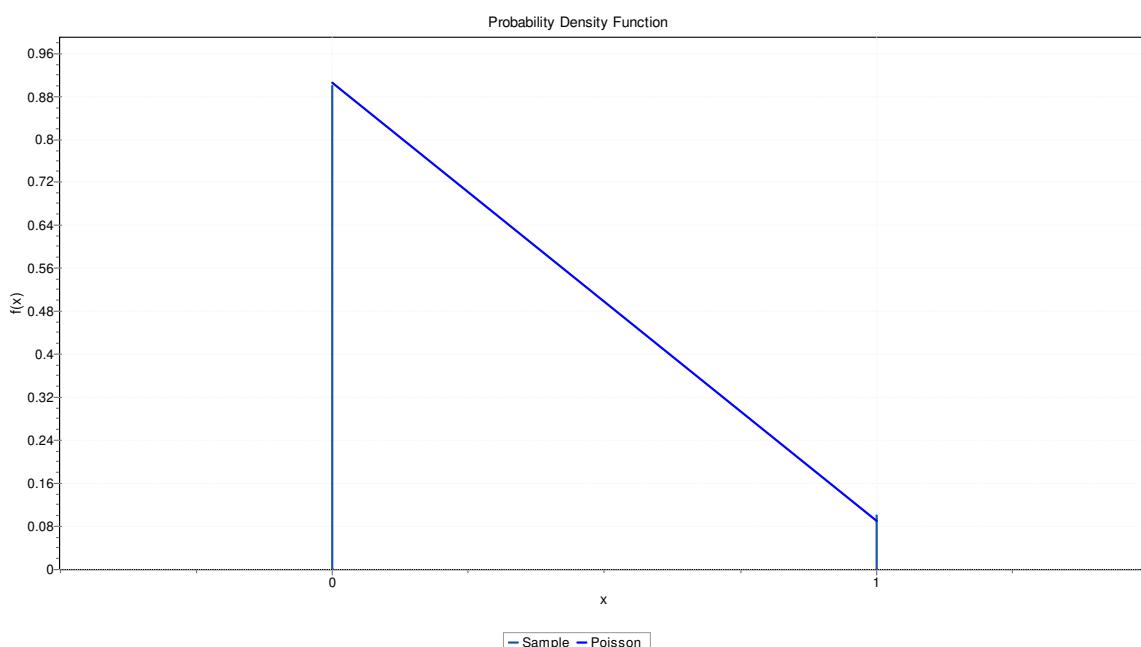
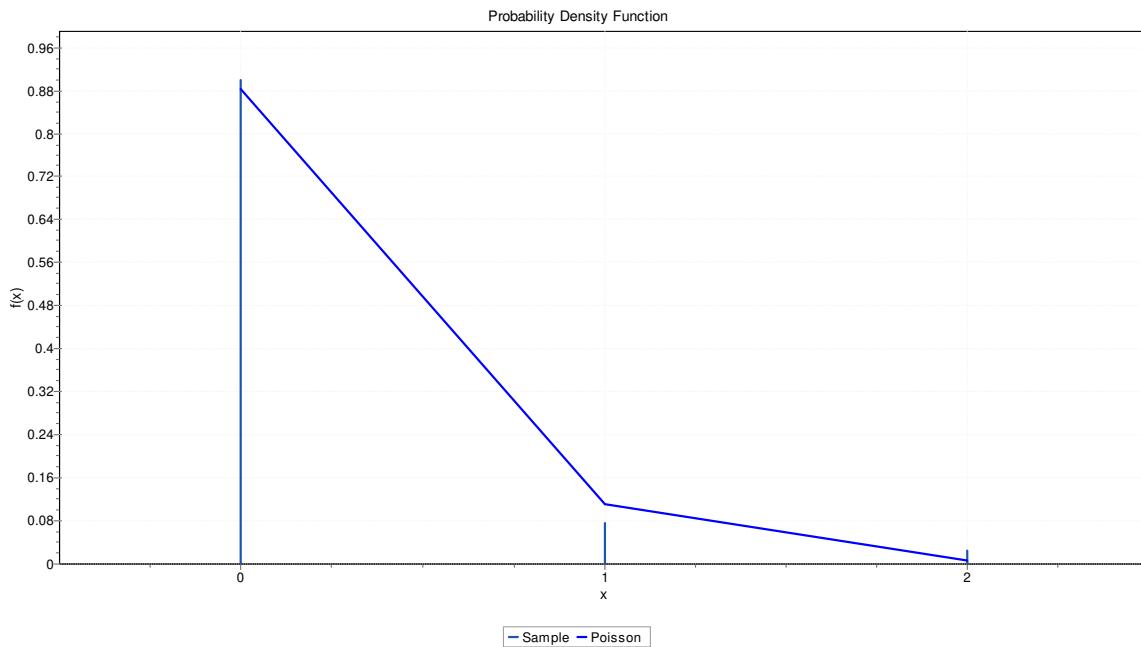
```
library(survival)
library(KMsurv)
library(nlme)
> D <- read.csv( file.choose( ) , header=T )
> reps <- B=B
> npois <- n=n
> rate <- lambda
> set.seed ( )
> km <- (survfit(SurvObj ~ 1, data =D , conf .type = "log-log") km<-survest<-stepfun(km$num,c(1,km$surv) )
> num5m<-floor(num/5)
> tall<-data.frame(num5m)
> die<-gsummary(tall, sum, groups= num5m)
> total<-gsummary(tall, length, groups= num5m)
> rm(num5m)
> ltab.data<-cbind(die[,1:2], total[,2])
> detach(hmohiv)
> attach(ltab.data)
> lt=length(num5m)
> num5m[lk+1]=NA
> nevent=data
> nlost=total[,2] - data
> mytable<-tab(num5m, n, nlost, nevent)
> Y5<-mytable[,1:n]
```

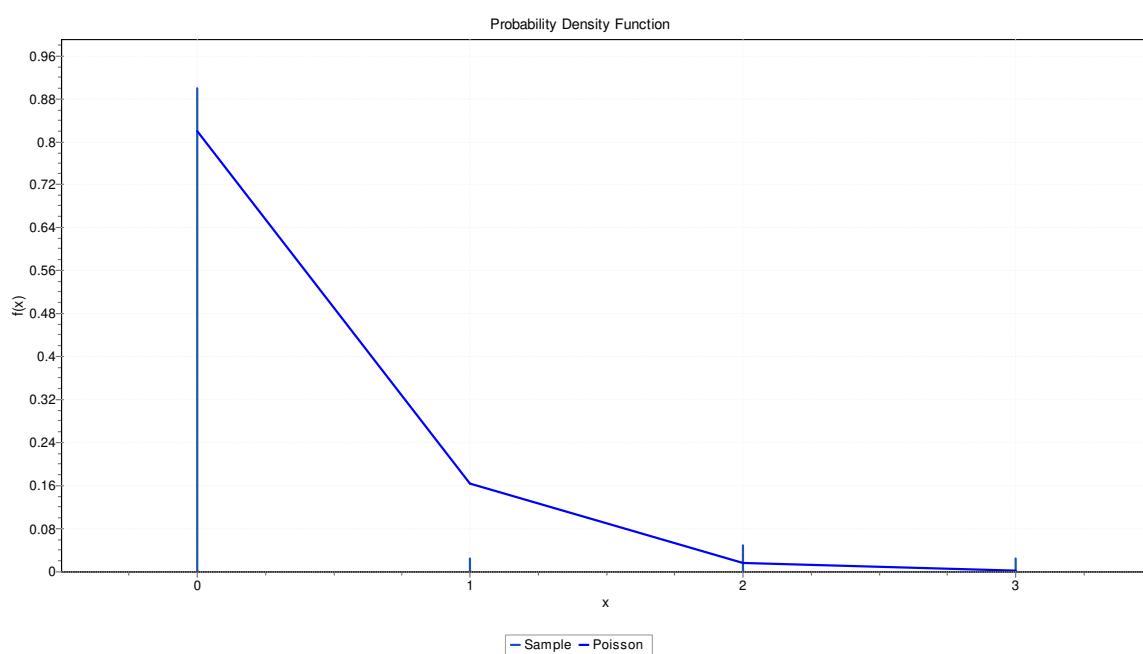
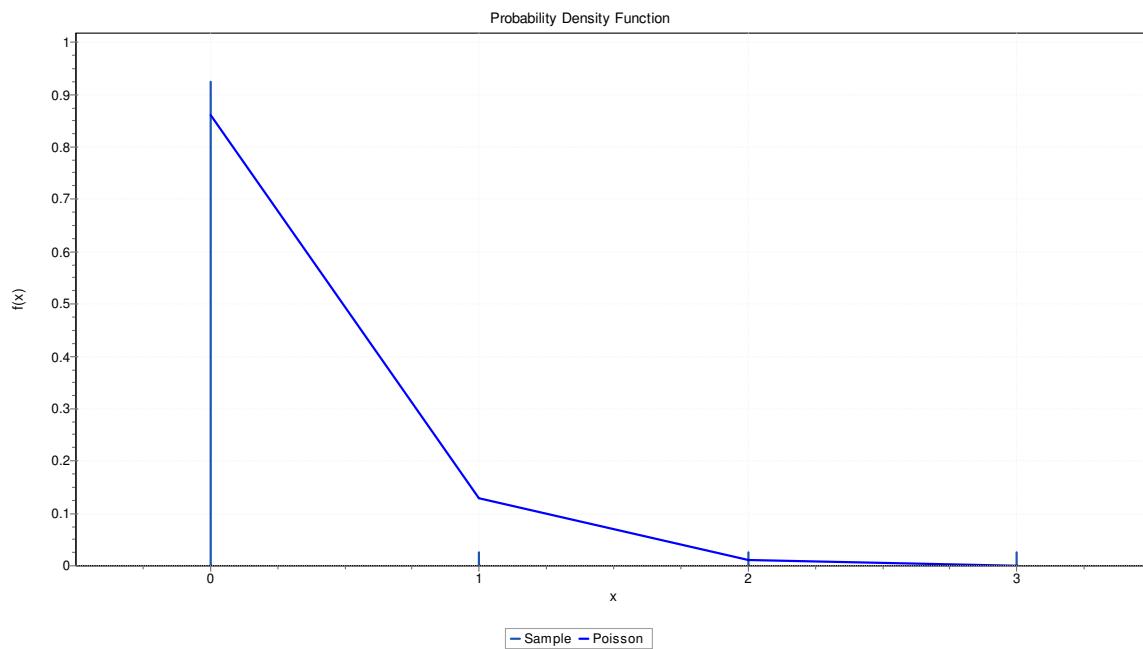
```
> R . Real ( R5 <- ( sum ( rpois ( n=npois , rate= lambda ))))  
> R . Est ( Y5 <- replicate ( reps , sum ( rpois (n=npois , rate= lambda))))  
> Y6<-Mean(length( Y5 ))  
> R6 <- length( R5)  
  
> mse <- mse length ( Y6 , R6 )
```

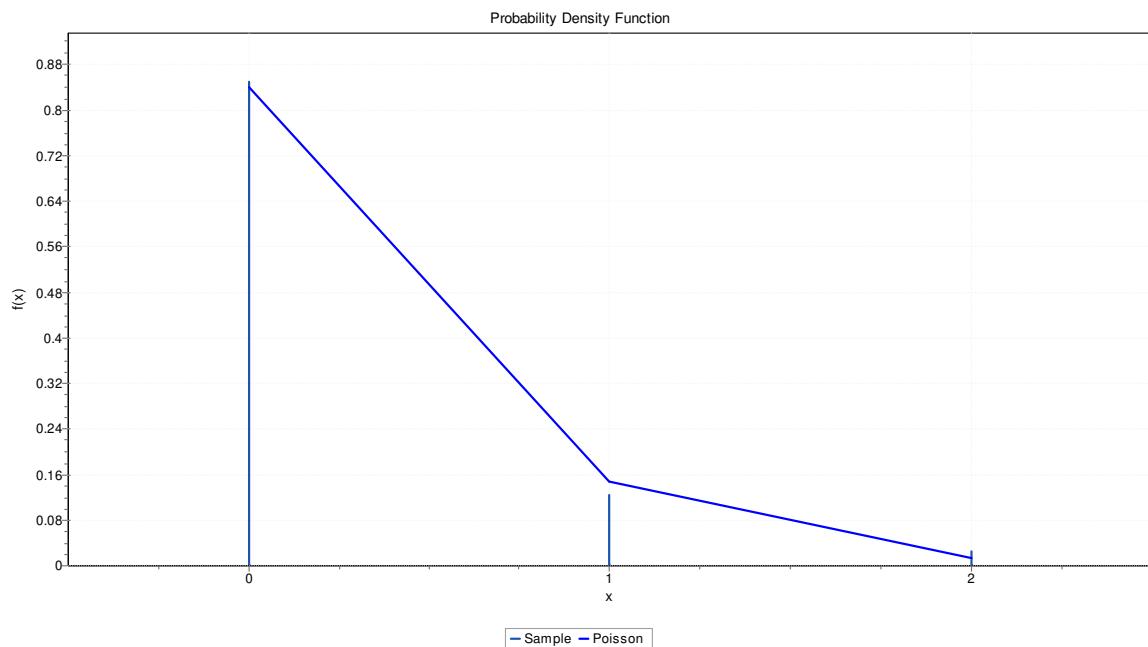
SHRINKAGE CODES

```
>N=n  
> B="" "  
> Lambda="" "  
> Theata="" "  
> R7 <- read.csv( file.choose( ), header=T )  
> For ( i=1 in 1:n){k=""1"  
G=( theata(length(R1)+(1- theata)(length(R7))  
F=G  
Q[i]=0  
While (k< k){ if Q[i] < F  
R9="" "  
Else {  
Q[i] = Q[i] +1  
G=g*g=( theata(length(R1)+(1- theata)(length(R8))  
F1=F+G }  
> Print (R9)  
> R . Real ( R11 <- ( sum ( rpois ( n=npois , rate= lambda ))))  
> R10<-Mean(length( R9 ))  
> mse <- mse length ( R10 , R11 )
```

B₁ الملحق







B₂ الملحق

Chi-Square Test

A1

	Observed N	Expected N	Residual
.00	35	20.0	15.0
1.00	5	20.0	-15.0
Total	40		

A2

	Observed N	Expected N	Residual
.00	36	20.0	16.0
1.00	4	20.0	-16.0
Total	40		

A3

	Observed N	Expected N	Residual
.00	37	10.0	27.0
1.00	1	10.0	-9.0
2.00	1	10.0	-9.0
3.00	1	10.0	-9.0
Total	40		

A4

	Observed N	Expected N	Residual
.00	36	10.0	26.0
1.00	1	10.0	-9.0
2.00	2	10.0	-8.0
3.00	1	10.0	-9.0
Total	40		

A5

	Observed N	Expected N	Residual
.00	34	13.3	20.7
1.00	5	13.3	-8.3
2.00	1	13.3	-12.3
Total	40		

Test Statistics

	A1	A2	A3	A4	A5
Chi-Square	22.500 ^a	25.600 ^a	97.200 ^b	90.200 ^b	48.650 ^c
df	1	1	3	3	2
Asymp. Sig.	.000	.000	.000	.000	.000

a. 0 cells (0.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 20.0.

b. 0 cells (0.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 10.0.

c. 0 cells (0.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 13.3.

الملاحق

إقرار المشرف

أشهد أن إعداد الرسالة الموسومة بـ (تقديرات دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي) والتي تقدمت بها الطالبة (زينب محمد باقر صادق الباقر) قد جرى تحت إشرافي في جامعة كربلاء / كلية الادارة والاقتصاد، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء.

المشرف: أ. د. عبد الحسين حسن الطائي

2017/ 4 / 11

توصية السيد رئيس القسم

(بناءً على توصية الأستاذ المشرف أرشح الرسالة للمناقشة)

أ.م. د. جاسم ناصر حسين

رئيس القسم

2017/ 4 / 11

إقرار الخبرير اللغوي

أقرُّ بأنَّ الرسالة الموسومة بـ (تقديرات دالة المُعوَّلية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي) قد جرَّ مراجعتها من الناحية اللغوية حتى أصبحت ذا أسلوب لغوي سليم وخالٍ من الأخطاء اللغوية ولأجله وقعت...

م. صلاح مهدي جابر

كلية الإدارة والإقتصاد / قسم

الإحصاء

جامعة كربلاء

2017/ 4 / 13

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة باننا اطلعا على رسالة الماجستير الموسومة بـ(تقديرات دالة المُعَوِّلية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي) والمقدمة من الطالبة (زينب محمد باقر صادق الباقر) وقد ناقشنا الطالبة في محتوياتها وفيما لها علاقة بها، ووجدنا انها جديرة بالقبول لنيل درجة الماجستير علوم في الإحصاء.

أ. د. فاضل عبد العباس عبد
جامعة الفرات الأوسط - الكوفة
(عضوً)

أ.د. عدنان شمخي جابر
جامعة بابل
(رئيسً)

أ.د. عبد الحسين حسن حبيب
جامعة كربلاء
(عضوً ومشرفً)

أ.م. د. جاسم ناصر حسين
جامعة كربلاء
(عضوً)

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

أقر رئيس لجنة الدراسات العليا في كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء على
توصية لجنة المناقشة

أ.م. د. حيدر يونس الموسوي

رئيس لجنة الدراسات العليا
معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

إقرار مجلس الكلية

اقر مجلس كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء على توصية لجنة
المناقشة

أ.د. عواد كاظم شعلان الخالدي
عميد كلية الادارة والاقتصاد

*Ministry of Higher Education
and Scientific Research
University of Karbala
College of Economics and Administration
Department of Statistics*



Estimation of reliability function for Poisson distribution With practical application

*A Thesis Submitted to
Council of the college of Administration and Economics at
the University of Karbala
It is part of the requirements for obtaining a master's degree
in statistics*

*By
Zainab M. B. al – Baker*

*Supervised By
Prof. Dr.
Abdul Hussain H. H. al-Tai*

1438 Ah

2017 Ad