جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

تحليل دالة البقاء عندما يتناسب معامل الخطورة مع الزمن

(دراسة تطبيقية)

رسالة مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الإحصاء

من قبل

أثير عبد الزهرة كريم

اشراف

أ. د. عبد الحسين حسن حبيب الطائي

1439 هـ

2018 م

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Karbala
College of Management and Economics
Department of Statistics

(اللّهُ نُورُ السَّمَوَاتِ وَالْأَرْضِ مَثَلُ نُورِهِ كَمِشْكَاةٍ فِيهَا مِصْبَاحٌ الْمِصْبَاحُ فِي زُجَاجَةٍ الزُّجَاجَةُ كَأَنَّهَا كَوْكَبٌ دُرِّيٌّ يُوقَدُ مِنْ شَجَرَةٍ مُبَارَكَةٍ زَيْتُونِةٍ لَا شَرْقِيَّةٍ وَلَا غَرْبِيَّةٍ يَكَادُ زَيْتُهَا يُضِيءُ وَلَوْ لَمْ تَمْسَسْهُ نَارٌ نُورٌ عَلَى نُورٍ يَهْدِي اللَّهُ لِنُورِهِ مَنْ يَشَاءُ وَيَضْرِبُ اللَّهُ الْأَمْثَالَ لِلنَّاسِ وَاللَّهُ بِكُلِّ شَيْءٍ عَلِيمٌ)

صَدَقَ اللّهُ العلي العَظيم

سورة النور: الآية 35

الاهداء

الى المصطفى واله..... هُداة البشرية

صلاةً ودعاءاً

وشفاعـــة

الى موطني .....

سلامــاً واحلاماً ورديـــــة

الى عائلتي .....

بـــراً واخلاصاً وتحيـــــة

الى اساتذتي .....

عرفاناً بجهودهم السخية

الى زملائي .....

اعتزازاً بوقفتهم الاخوية

الباحث

اقرار لجنة المناقشة

نشـهد نحـن اعضـاء لجنـة المناقشـة باننـا اطلعنـا علـى رسـالة الماجسـتير الموسـومة ب(تحليل دالـة البقـاء عنـدما يتنـاسـب معامـل الخطـورة مـع الـزمن (دراسـة تطبيقيـة)) والمقدمة من الطـالب(اثير عبد الزهرة كريم) وقد ناقشنا الطـالب في محتوياتـها وفيمـا لـه علاقـة بهـا, ووجـدنا انهـا جـديرة بـالقبول لنيل درجـة رسـالة ماجسـتير علـوم فـي الاحصاء بتقدير ( )

أ.د.كريمة عبد الكاظم مخرب	أ.م.د.سهيل نجم عبود	أ.م.د.شروق عبد الرضا سعيد
جامعة بابل	جامعة بغداد	جامعة كربلاء
(رئيساً)	(عضواً)	(عضواً)

أ.د.عبد الحسين حسن حبيب

(عضواً ومشرفا)

الشكر والتقدير:

وأنا انهي رحلتي مع هذه الرسالة لا يسعني الا ان أتقدم بجزيل الشكر والتقدير والوفاء الكبير والعرفان بالجميل لمن طوقني بجميلهِ أستاذي الفاضل الأستاذ الدكتور عبد الحسين حبيب الطائي أطال لنا الله عمره وجعله خيمة للإحصائيين لما أبداه من توجيهات سديدة ومعلومات مفيدة وكثيرة أثرت هذه الرسالة وقومت جهدي، اشكره لصبره الجميل علي، اشكره لرعايته الأبوية، اشكره لرقته وحنانه جزاه الله عني وعن كل إحصائي ألف خير

كما اتقدم بشكري الجزيل لكافة الاساتذة الافاضل في لجنة المناقشة الذين تفضلوا بقبولهم مناقشة رسالتي هذه ,وعلى كل ملاحظة والتي لاشك ان هدفها هو اغناء الرسالة بالنصائح العلمية.

كما اشكر كافة اساتذتي الافاضل في قسم الاحصاء (جامعة كربلاء) وكذلك اشكر سكرتارية قسم الاحصاء وموظفي مكتبة كلية الادارة والاقتصاد بجامعة بغداد.

وكذلك اتقدم بشكري الجزيل لافراد اسرتي والدي ووالدتي الذين لم يبخلوا علي بدعم مادي او معنوي وكذلك اتقدم بالشكر لجميع زملائي طلبة الدراسات العليا لما قدموا لي من مساعدة .

ومن الله التوفيق

الباحث

المستخلص

من المعلوم ان دراسة وتحليل دوال البقاء ومؤشراتها تعتبر ضرورة لتحديد ماهية وقيمة هذه الدوال ومؤشراتها لذا يجب البحث عن طرائق تقدير جيدة ودقيقة بحيث يكون فيها متوسط مربعات الخطأ (MSE) (أو اي مقاييس احصائية اخرى لها علاقة بالاختبار) اقل ما يمكن.

من هنا تضمنت هذه الرسالة دراسة وتحليل دوال البقاء ومؤشراتها باستخدام طرائق معلمية واخرى لامعلمية دالة المخاطرة (معامل الخطورة)الذي يتناسب مع الزمن وتحديد التوزيع الأحصائي الملائم من خلال اشتقاق علاقة بين معامل الخطورة والزمن

وتبين ان التوزيع الملائم من هذه العلاقة هو توزيع ويبل كذلك تم التركيزعلى هذا التوزيع واستخدامه في تحليل دوال البقاء في الطرائق المعلمية اما في الطرائق اللامعلميه فقد تم الحصول على دوال البقاء من خلال تطبيق الدالة التجمعية والتي هي مكملة لدالة البقاء وكذلك استخدام معامل الخطورة نفسه في تحديد دوال البقاء.

وفي الجانب التطبيقي استخدمت بيانات من مستشفى مرجان التعليمي في محافظة بابل لعدد(25) من الجرحى الذين دخلوا المستشفى بسبب احد التفجيرات الارهابية وتم حصر اللذين بقوا على قيد الحياة والذي كان عددهم (11) واللذين توفوا الذين بلغ عددهم (14) خلال فترة زمنيه 288 ساعة وقد تبين ان طرائق التقدير (الدالة التجمعية $F(t)$ ، معامل الخطورة $h(t)$) تكاد تكون متطابقة في العينات الصغيرة والكبيرة (اقل او يساوي 25) وللتأكد من ذلك تم استخدام المحاكاة من خلال توليد البيانات حيث تبين ان طريقة التقلص للعينات الصغيرة هي الافضل لانها حققت اقل MSE وطريقة الأمكان الأعظم هي الافضل في العينات الكبيرة لانها حققت اقل MSE أما طريقة وايت اقل كفاءة في التقدير .

قائمه المحتويات

الأشكال

الجداول

الفصـل الأول

- المقدمة.
- هدف البحث.
- الاستعراض المرجعي.

1-1 المقدمة *Introduction*

من المعلوم ان هنالك اهتماما متزايدا من قبل الباحثين والكتاب بموضوع دوال البقاء لما له من أهمية كبيرة في دراسة معدل زمن واحتمال بقاء الكائن الحي بعد مدة محدده من الزمن (t)، ودوال البقاء تعد من الدوال المهمة في علم الأحصاء الذي له دور أساسي في تحليل معظم الظواهر اعتمادا على البيانات والمعلومات الأحصائيه المتوفرة عن تلك الظاهرة،

لقد تناول العديد من الباحثين الاهتمام الكبير بدراسة موضوع دوال البقاء منهم (Charles),(Harold),(Lewis)(Pugh),حتى اصبحت هذه الدراسات مقررات دراسية لمختلف مستويات الدراسة وبذلك اصبح يمثل علم يهتم بدراسة التقدير والتنبؤ والامثلية.

ان دراسة تحليل دوال البقاء تعتمد على بيانات المراقبة حيث اذ موضوع بيانات المراقبة ومجال استعمالها من الموضوعات التي تأخذ حيزا كبيرا ضمن الدراسات والبحوث والتطبيقات العلمية الأخرى لذا في هذه الرسالة سيتم مناقشة وتقدير وتحليل دوال البقاء وبعض مؤشراتها التي لها العلاقة بيانات مراقبة. وتحقيقا لهذا الهدف فقد تم تقسيم الرساله الى ثلاثة فصول اذا تضمن الفصل الاول : المقدمة , مشكلة الدراسة وهدف الدراسة والاستعراض المرجعي لبعض الدراسات السابقة ذات العلاقة بموضوع البحث,في حين تضمن الفصل الثاني الجانب النظري المتعلق بدالة البقاء وخواصها والتوزيع الاحصائي الملائم في هذه الرسالة اعتماد على معامل الخطورة وانواع البيانات الاحصائية وطرائق التقدير المستخدمة في هذا الرسالة ,اما الفصل الثالث فقد تمثل بالجانب التطبيقي لعينة من الجرحى من مستشفى مرجان التعليمي في بابل وللتأكد من نتائج الجانب التطبيقي فقد استخدمت المحاكاة في الجانب التجريبي، اما لفصل الرابع فقد استخدم فيه الجانب التجريبي من خلال استخدام المحاكاة لتوليد البيانات وذلك لتأكد من دقة نتائج طرائق التقدير في الجانب التطبيقي واضافة الى الاستنتاجات والتوصيات و المصادر.

1-2 هدف البحث

تهدف هذه الرسالة الى

1-تقدير دالة البقاء وبعض مؤشراتها عندما يتناسب معامل الخطورة (دالة المخاطرة) مع الزمن من خلال تحديد التوزيع الاحصائي الملائم.

2- تقدير معالم ودالة البقاء لتوزيع ويبل بعدة طرق هي(طريق دالة الامكان الاعظم وطريقة وايت وطريقة التقلص) واختيار افضلها

3- ايجاد افضل طريقة للتقدير من خلال استخدام متوسط مربعات الخطأ (MSE)

3-1 الاستعراض المرجعي Review of Literature

لقد تم التطرق الى دوال البقاء وتحليلها منذ زمن اذ بدأت الدراسات الجدية لها منذ خمسينات القرن الماضي ، وفي ظل التطورات التكنولوجية الواسعة بدأ الباحثون بأعداد دراسات عن دوال البقاء ، و اوقات الفشل وان هذه الاوقات تتبع احيانا توزيعات معلمية معينة .

في ظل التطورات التكنولوجية الواسعة قام العديد من الباحثين بإعداد دراسات عن أوقات الفشل، المعولية ودوال البقاء لما لها اهمية في دراسة الموثوقيه. وفيما يأتي استعراضا لأهم البحوث والدراسات التي لها علاقة بموضوع هذا البحث اذ:

في عام (1988) قام الباحثان (Sinha and Sloon) [19] بتقدير المعالم ودالة البقاء لتوزيع ويبل (*Weibull Dist.*) بطريقة بيز وطريقة الإمكان الأعظم ، وتبين أن مقدرات بيز للمعالم ودالة المعولية تمتلك تباينا لاحقا (Posterior Variance) أصغر من التباين المحاذي (Asymptotic Variance) لمقدرات الإمكان الأعظم وقاما بتحقيق هذه النتائج بإعطاء أمثلة متعددة .

وفي عام (1993) تمكن الباحثان (Lye and Ryan) [20] من الحصول على مقدرين لدالة البقاء استعمال أسلوب بيز التقريبي بفرض أنموذج الفشل يتبع توزيع القيم المتطرفة (Extrem_value) إذ أُجريت مقارنة بين هذه المقدرات ومقدرات الإمكان الأعظم لدالة البقاء وذلك بالإستناد إلى دراسة استعملت المحاكاة بأسلوب مونت كارلو ، وتوصلا إلى أن مقدر الإمكان الأعظم لدالة المعولية أفضل من مقدري بيز ، مستعملين المقياس الإحصائي جذر متوسط مربع الخطأ .

وفي عام (1994) تقدمت الباحثة (وارتان)[4] بدراسة لتقدير دوال البقاء باستخدام الطرائق المعلمية واللامعلمية لدالة الإمكان الأعظم في حالة البيانات الكاملة وغير الكاملة ، مع تطبيق عملي لحساب دوال البقاء لمرضى إلتهاب الكبد الفيروسي .

في عام *(1996)*م قام الباحثان *(C. et and al.Quantin)* [9] بدراسة وتحليل أنموذج الانحدار وقاما بتطبيقه في تحليل البقاء لاختبار فرضيات الخطورة النسبية وقد استعملا طريقة التقدير شبه المعلمي (*Semi-parametric methods*) للمقارنة بين مجموعتين تتبع توزيع ويبل

($Weibull\ Dist\cdot$)، وهاتان المعلمتان تخلفا في معلمة الشكل($Shape\ Parameter$) ومعلمة القياس ($Scale\ parameter$) وطبق على عينة من المصابات باورام الثدي .

اما عام (2000) قامت الباحثة (ذاكر) [6] بتقدير معلمة القياس ودالة البقاء لتوزيع ويبل ذي المعلمتين عندما تكون معلمة الشكل معلومة وذلك باستعمال طريقة الامكان الاعظم وطريقة المقدر المنتظم غير المتحيز باصغر تباين وطريقة بيز, وقد توصلت الباحثة الى افضلية مقدر الامكان الاعظم لكل من معلمة القياس ودالة المعولية.

وفي العام نفسه (2000) قدم (AL-Fawzan)[38] بحثا عن طرائق تقدير المعالم لتوزيع ويبل ، مستعرضا بعض هذه الطرائق لتقدير معلمة الشكل β ومعلمة القياس γ ، وهي (m.l.e) ،(o.l.s)، (m.o.m) وقد استعمل الأنحراف الكلي (Total Deviation -TD) كمقياس للمقارنة بين الطرائق الثلاث .

وفي عام (2002) قام الباحث (البياتي) [5] بدراسة لتقدير معالم توزيع ويبل ودالة البقاءمستعملا بعض الطرائق الإعتيادية فضلا عن طرائق بيز ، مقدما طريقة مقترحة تعتمد على توافر المعلومات الأولية ، وقد استعمل المحاكاة للمقارنة بين هذه الطريقة والطرائق الأخرى لمعرفة الطريقة الافضل لتقدير معالم توزيع ويبل ودالة المعولية .

وفي العام نفسه قام الباحثان (Howlader and Hossain) [18] البقاء لتوزيع باريتو من النوع الثاني باستعمال طريقة بيز وحسب اسلوب الباحث(Lindley) واسلوب الباحثان

(Tierney and Kadan) وقد توصل الباحثان الى افضلية اسلوب (Lindley) على طريقة (Tierney and Kadan) لحجوم العينات الصغيرة والمتوسطة,اما بالنسبة لحجوم العينات الكبيرة فقد اوصى الباحثان بأستعمال اي من هذه المقدرات لتقدير دالة البقاء لعدم وجود افضلية مقدر على آخر في هذه الحالة.

قاما الباحثان (Shuen-Lin,William) [17] في عام (2002) بدراسة ثلاثة أساليب مختلفة لحساب فترات الثقة لمعلمات توزيع ويبل وتوزيع اللوغارتم الطبيعي عندما تكون البيانات من نوع بيانات مراقبة من النوع الأول، وقد إعتمدت الأساليب الثلاثة على إستعمال التقريب الطبيعي بعد إجراء بعض التحويلات عليها من خلال طريقة Bootstrap المعلمية. ومن ثم باستعمال المحاكاة لتوليد بيانات تتبع التوزيعات المذكورة أعلاه والمقارنة بين الأساليب المدروسة.

وفي عام (2002) قامت الباحثة (عبد النبي)[7] باشتقاق المقدرات لدالة البقاء للتوزيع الاسي (Exponential.distribution) بمعلمة قياس θ بأستعمال مقدرالامكان الاعظم(MLE), والمقدرالمنتظم غير المتحيز باصغر تباين(UMVUE), ومقدر بيز القياسي (SBE) ومقدر بيز– بيز التجريبي(B-EBE), اذ استعملت اسلوب المحاكاة وتوصلت الى ان افضلية أسلوب بيز- بيز التجريبي لتقدير دالة البقاء للتوزيع الاسي .

وفي عام (2004) قام الباحث(عبد الهلالي)[8] بمقارنة طرائق مختلفة لتقدير المعلمات ودالة البقاء لأنموذج ويبل للفشل وهذه الطرائق هي: طريقة الامكان الاعظم(MLE) ,وطريقة المربعات الصغرى(OLS) ,وطريقة بيز حسب أسلوب الباحث ليندلي وطريقة التقلص (Shrinkage Method), وتوصل الباحث الى ان مقدر التقلص(Shrinkage) هو الافضل من بين الطرئق المستعملة باستعمال المقاييس الاحصائية متوسط مربعات الخطأ(MSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق(MAPE) لغرض المقارنة بين افضلية المقدرات للمعلمات ودالة البقاء.

وفي عام (2005) قامت (هبة الله)[2] بدراسة لتقدير دالة البقاء لتوزيع ويبل مستعملة (طريقة الإمكان الأعظم وطريقة وايت وطريقة بيز القياسية وطرائق اخرى) باستعمال معياريين للمقارنة بين الطرائق وهما متوسط مربع الخطأ التكاملي ومتوسط مطلق الخطأ النسبي التكاملي.

في عام (2006) قام الباحثان (Ibrahim JG & Chi yy) [10] بدراسة النماذج المشتركة للمتغيرات المتعددة الطولية وبيانات البقاء المتعددة المتغيرات ودراسة الارتباط بين اوقات الفشل وحساب دالة البقاء الحدية والشرطية من أنموذج البقاء متعدد المتغيرات وتطبيقه على مجموعة من المصابات باورام الثدي*(IBCSG)*.

وفي العام نفسه (2006) قدّرت الباحثة (الصفار)[3] معلمات توزيع ويبل بطريقة الإمكان الأعظم وإيجاد الدالة التجميعية وداله البقاء ودالة المخاطرة لبيانات المراقبة من النوع الأول اذ الزمن ثابت وعدد حالات الفشل متغير عشوائي ومن ثم تم أيجاد حدود التنبؤ لأوقات الفشل للمركبات غير المستعملة في العينة المستقبلية وكذلك المركبات الباقية في العينة.
في (2007) لحظت الباحثة (Balia) [39] الى ان الحالة الصحية باستعمال ظاهرة التدخين والحالات الاجتماعية والاقتصادية (كالدخل وسنوات التعليم) ومعدلات وفيات الابوين والعمر هي عوامل تؤثر في توقعات البقاء على قيد الحياة اذ قارنت الباحثة

بـين احتمـال البقـاء علـى قيـد الحيـاة الـذاتي (SSP) واحتمـال البقـاء علـى قيـد الحيـاة مـن جـداول الحيـاة الدوريـة مـع الاخـذ بنظـر الاعتبـار اخـتلاف العوامـل واسـتعملت خوارزميـة (EM) لتقـدير أنمـوذج الخلـيط المحـدود للتعبيـر عـن عـدم التجـانس الفـردي غيـر الملحـوظ والذي يسمح بتقسيم السكان وفقاً للفئات العمرية.

وفي عام 2007 قام الباحثون (M.R.Mohmouad, K.S.Sultan &H.M.Saleh) [40] بإستخدام الإعداد المقترح من قبل ((Balakrishnan and Aggarwala (2000)) لحساب أفضل تقدير خطي غير متحيز لمعلمات لتوزيع ويبل، وبعدها قام الباحثون بإشتقاق مقدرات الإمكان الأعظم التقريبية (AMLEs) لمعلمات لتوزيع ويبل وأخيراً نفذوا دراسة محاكاة للمقارنة بين التقنيات المعتبرة للتقدير.

وفـي عـام (2010) قـام الباحثـان (Habibi and yousefzadeh) [14] بتحليـل بيانـات مراقبــة هجينــة لتوزيــع لوغــارتمي الطبيعــي (Lognormal) والمقارنــة بــين طريقــة الأمكــان الأعظــم وطريقــة الاعظــم التقريبيــة باســتعمال اســلوب المحاكــاة وباســتعمال المؤشــر الاحصــائي متوســط مربعــات الخطــأ مــع حســاب حــدود الثقــة والتطبيــق علــى تجربة حقيقة .

وفــي عــام (2011) قــام الباحثــان (panahi and Asadi) [15] بتقـدير معلمــات توزيــع ويبــل ذي المعلمتــين لبيانــات مراقبــة مــن النــوع الثــاني تحــت دالــة خســارة (Linex) والمقارنـة بـين طريقـة الأمكـان الأعظـم وطريقـة بيـز التقريبيـة باسـتعمال المحاكـاة وقـد تبــين بــان تقريــب (Lindley) افضــل مــن طريقــة الأمكــان الأعظــم باســتعمال المؤشــر الاحصائي (MES) وكذلك حدود الثقة .

الفصل الثاني

الجانب النظري

-دالة البقاء وبعض مؤشراتها

1-2تمهيد

تحليل البقاء يعد فرعا من فروع الأحصاء كما ان كلمة البقاء(Survival) تخص الكائنات الحيه بينما في حالة دراسة المكائن او الالات تسمى بدوال المعوليه فعلى سبيل المثال في التجارب الطبية فأن تحليل البقاء يدل على انه دراسة الوقت الممتد من بداية الاصابة (بمرض معين) وحتى ظهور الحدث(الموت) ، وله تسميات مختلفة ففي الحقول الطبية والعلوم الصحية يطلق عليه بتحليل دوال البقاء لأن الحدث الحرج هو الموت واما في الدراسات الهندسية فيطلق عليه مصطلح المعولية ($Reliability$) او الموثوقية والعلوم الاجتماعية يشير إلى دراسات تاريخ الحدث .

فتحليل البقاء يتضمن نمذجة الوقت ، في التجارب الطبية فأن دراسة الوقت للمصاب منذ تشخيص الإصابة بمرض معين لحين حدوث الحدث (الحدث يمثل الموت في التجارب الطبية) أو المراقبة (وتشمل التعافي ،الانسحاب من المستشفى دون معرفة حالته الصحية أو الموت).

2-2 دالة البقاء (*Survival function*)[25][27][26][11]

وتعرف دالة البقاء بأنها احتمال بقاء كائن ما حياً بعد مرور الزمن t ،ويمز لها بالرمز S(t) البقاء في. ويمكن التعبير عنها رياضيا:

$$S(t) = Pr(T > t) \quad \ldots \ldots \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1-2)$$

اذ ان S(t): تمثل دالة البقاء عند الوقت t , وان T متغير عشوائي مستمر

أي ان t هي الوقت المحدد و T هو وقت ظهور الحدث (الموت) ، ومن الصيغة الرياضية المذكورة آنفا فأن دالة البقاء هي احتمال كون وقت ظهور الحدث (T) (الموت) اكبر من الوقت المحدد(t) اي ان $(T > t)$ وصيغة دالة البقاء للتوزيع المستمر هي :

$$S(t) = P(T > t) = \int_{t}^{tmax} P(t)\, dt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2-2)$$

اي ان دالة البقاء دالة احتمالية محصورة بين الصفر والواحد الصحيح بعباره اخرى ان

$0 \leq S(t) \leq 1$

دالـة البقـاء هـي دالـة متممـه للدالـة التجمعيـة حيـث زيـادة قيمـة دالـة البقـاء يعنـي صـغر للدالـة التجمعية وكبر الدالة التجمعية يعني صغر لدالة البقاء فلو كانت دالة البقاء s(t) هي p(T>t) والدالة التجمعية F(t) هي p(T≤ t) حيث يمكن التعبير عنها رياضيا

$$p(T > t) = \int_t^{\max t} f(t)dt = 1 - p(T < t)$$

وبما ان $p(T > t)$ هي دالة البقاء $s(t)$ و $p(T < t)$ هي الدالة التجمعية $F(t)$

اذ ان

$$\mathrm{s(t)} = \int_t^{\max t} f(t)dt = 1 - F(t)$$

اي ان

$$s(t) = 1 - F(t) \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3\text{–}2)$$

وأن مجموع الدالـة التجميعيـة ودالـة البقـاء يسـاوي واحـد صـحيح وبعبـارة اخـرى ان احـدهما يكمـل الأخـــر ان دالـــة البقـــاء دالـــة متناقصـــه بينمـــا الدالـــة التجمعيـــة دالـــة متزايـــدة وان $s(t) + F(t) = 1$

و من خصائص دالة البقاء انها دالة متناقصة بعبارة أن

$$\mathrm{s}(t \to \infty) = 0 \quad , \quad s(t=0)=1$$

غالباً نفترض ان $S(0) = 1$ والذي يعني أن احتمال بقاء المصاب على قيد الحياة في الزمن (0) يساوي واحد ، اي ان لو كانت الدراسة تخص مدتين t_1, t_2 وأن $t_2 > t_1$ فأن دالة البقاء لمدة t_2 هي اصغر من دالة البقاء للمدة t_1 ويمكن التعبير عنها رياضيا كما يأتي:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)du \geq 0$$

ويمكن اعادة كتابة المعادلة فان

$$\int_0^{t_2} f(u)du - \int_0^{t_1} f(u)du \ \geq 0$$

$$= F(t_2) - F(t_{t1}) \geq 0$$

وبما ان $F(t) = 1 - s(t)$

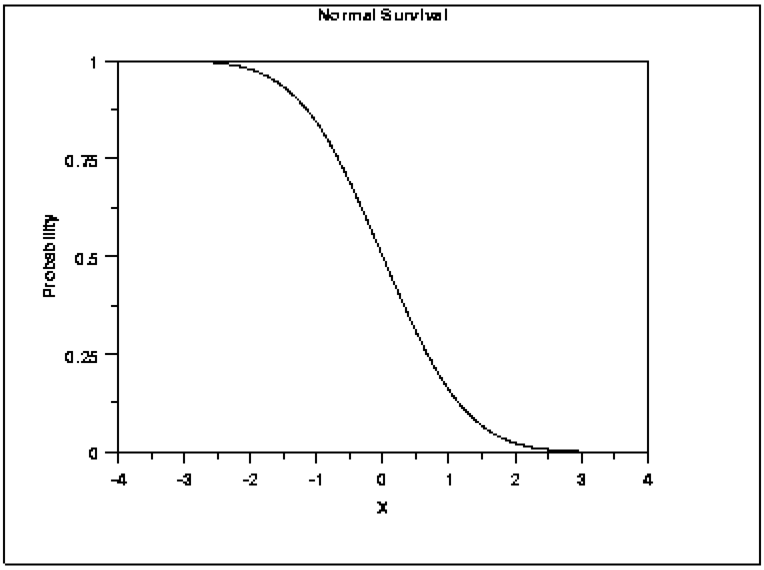
$$= 1 - s(t_2) - (1 - s(t_1) \geq 0$$

$$= 1 - s(t_2) - 1 + s(t_1) \geq 0$$

$$= s(t_1) - s(t_2) \geq 0$$

وهذا يعني ان $s(t_1) > s(t_2)$ اي ان دالة البقاء دالة متناقصة

نستنتج مما سبق ان دالة البقاء هي دالة موجبه رتبيه متناقصة كما موضح في الشكل $(1-1)$



شكل رقم$(1-1)$ يمثل منحنى دالة البقاء

و توجد عدة دوال ومؤشرات لها علاقة بدالة البقاء.

3-2 الدوال و المؤشرات التى لها علاقة بدالة البقاء[41][42]

توجد عدة دوال لها علاقة بدالة البقاء التي يمكن عن طريقها تمييز اي توزيع من توزيعات الفشل والتي تكون معرفة بالفترة [0;∞] للمتغير العشوائي Tوالذي غالباً ما يكون مستمراً حتى حدوث الفشل ومن هذه الدوال .

2-3-1 دالة الكثافة للفشل f(t) *Failure Density Function*

تمثـــل هـــذه الدالـــة احتمـــال حـــدوث الفشـــل (المـــوت) خـــلال المـــدة t_1, t_2 حيث $t_2 = t_1 + \Delta t_2$ بغض النظر عن صغر المدة Δt ،ويطلق عليها كذلك نسبة الفشل اللاشرطية ، وتعرف رياضيا كما يأتي:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Pr[t < T < t + \Delta t]}{\Delta t} \quad ....(4\text{-}2) \;\; ;t \geq 0$$

ومن خصائص دالة الكثافة الاحتمالية للفشل:

1. $\int_0^\infty f(t)d(t) = 1$
2. $f(t) \geq 0$;*for all t*

2-3-2 دالة المخاطرة (معامل الخطورة)(h(t) (Hazard function

يعرف معامل الخطورة (دالة المخاطرة) بانه احتمال فشل المفردة خلال المدة (t, t + Δt)، علماً أن المفردة لم تفشل حتى الوقت t وهذا يعني أن معامل الخطورة إحتمال شرطي. ويرمز لمعامل الخطوة بالرمز *h(t)*، وان معامل الخطورة هو صيغة محددة لمدة الأخفاق او الفشل وهذه المدة محصورة بين وقتين هما t_1, t_2 اذ يمكن التعبير عن t_2 ب$t_1 + \Delta t_2$ وبذلك تكون الدالة الاحتمالية الشرطية للمفردة عند الوقت t هي :

$$\Pr(t < T \leq t + \Delta t / T > t) = \frac{\Pr(t < T \leq t + \Delta t)}{\Pr(T > t)} \quad \dots\dots\dots \; (5-2)$$

$$= \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{s(t)}$$

وبقسمة طرفي المعادلة *(5-2)* على التغير في طول فترة الزمنΔt نحصل على

$$\frac{\Pr(t < T \leq t + \Delta t / T > t)}{\Delta t} = \frac{\Pr(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t \Pr(T > t)}$$

وبجعل Δ t→ 0 نحصل على دالة معدل الفشل او ما يسمى دالة الخطورة :

$$h\,(\,t\,) = \lim_{\Delta t\rightarrow 0}[\frac{\Pr\{t\,,t+\,\Delta\,t\,\backslash t\,\}}{\Delta\,t}]............(6\text{-}2)$$

$$= \lim_{\Delta t\longrightarrow 0}[\frac{Pr\,(t<T<t+\Delta t)}{\Delta\,t\,\Pr(T>t)}]$$

$$= \lim_{\Delta t\longrightarrow 0}\frac{F\,(\,t+\Delta t)-F\,(\,t\,)}{\Delta t\,s(t)}$$

$$= \lim_{\Delta t\longrightarrow 0}\frac{F\,(\,t+\Delta t)-F\,(\,t\,)}{\Delta t}\quad .\frac{1}{s(t)}\,................(7\text{-}2)$$

وبما أن $\lim_{\Delta t\longrightarrow 0}\frac{F\,(\,t+\Delta t)-F\,(\,t\,)}{\Delta t}$ هو مشتقة F(t) ،

وباستعمال قاعدة L'Hopital لايجاد الغاية بايجاد المشتقة للبسط والمقام بالنسبة الى Δt نحصل على:-

$$h\,(\,t\,) = \frac{d\,F(\,t\,)}{d\,t}\,.\frac{1}{s\,(\,t\,)}$$

ومن هذه المعادلة نتوصل الى :

$$h\,(\,t\,) = \frac{f\,(\,t\,)}{s\,(\,t\,)}\qquad ...\;.........\;(8-2)$$

المعادلة رقم (8-2) تحتوي على ثلاث دوال هي $h(t)\,,s(t),f(t)$ وان معرفة اي دالتين من الدوال المذكورة آنفا يمكن الحصول على الدالة الثالثة حيث

$$f(t) = s(t)h(t)$$

$$\mathrm{s(t)} = \frac{f(t)}{h(t)}$$

$$\mathrm{h(t)} = \frac{f(t)}{s(t)}$$

اما معامل الخطورة التجمعي Comulative hazard function (Ht) يمكن الحصول علية من جمع معاملات الخطورة كما يلي

$$H(t) = h(t_1) + h(t_2) + h(t_3) + \;............$$

كما يمكن التعبير عنها بالصيغة الأتية :

$$H(t) = \int_0^t h(u)du \qquad ....(9\text{-}2)$$

وان دالة البقاء يمكن الحصول عليها باستخدام دالة الخطورة التجمعية (Ht) باستخدام العلاقة التالية

$$s(t) = e^{-H(t)}$$

ومن المعادلة رقم(2-8)نجد أن لدالة الخطورة الخصائص الأتية :

1-دائما تكون قيمة غير سالبة (موجبه) h(t)≥0

2- حدها الأعلى غير محدد

وأن دالة البقاء هي الأكثر طبيعة عند تحليل البيانات وذلك لأنها تصف مباشرة تطور البقاء لمجموعة من البيانات مقارنة مع معامل الخطورة (دالة الخطورة) ولكن مع ذلك فأن لمعامل الخطورة الميزات الأتية :

1- معامل الخطورة (دالة الخطورة) يقيس الأمكانية (الفورية) اما أن دالة البقاء فأنها مقياس تراكمي مع الوقت .

2- معامل الخطور(دالة الخطورة) هو الوسيلة التي تساعدنا على أيجاد الأنموذج الرياضي لبيانات البقاء وذلك فأن أنموذج البقاء يكتب في شكل حدود لدالة الخطورة.

ولا يجاد علاقة تربط بين دالة البقاء و دالة الخطورة(معامل الخطورة)يمكن الأعتماد على المعادلة رقم (8-2)

$$h(t) = \frac{f(t)}{s(t)}$$

ومن خلال تكامل الطرفين نحصل على

$$\int_0^t h(t)dt = \int_0^t \frac{f(t)}{s(t)}dt$$

$$= \int_0^t \frac{f(t)}{1-F(t)}dt \quad = -\ln[1 - F\,(u)]|_0^t$$

$$= -\ln s(t)]_0^t$$

$$= -\ln(s(t)) + \ln(s(0))$$

وبما أن

$$s(0) = 1$$

اذن

$$\ln s(0) = \ln 1 = 0$$

$$\int_0^t h(t)dt = -\ln s(t)$$

$$-\int_0^t h(t)dt = \ln s(t)$$

$$\mathrm{s(t)} = e^{-\int_0^t h(t)dt} \quad = e^{-H(t)} \qquad ...... (10-2)$$

ومن المعادلة رقم(10-2) نجد ان دالة البقاء تتناسب عكسيا مع معامل الخطورة$h(t)$ بعبارة اخرى كلما تزداد قيمة معامل الخطورة كلما تقل قيمة دالة البقاء .

3-3-2متوسط الزمن حتى حصول الفشل (توقع البقاء)

Mean Time to Failure (MTTF):

وهو متوسط الزمن حتى حدوث الفشل (Mean Time To Failure) ويعد مقياسا من قياسات مركز توزيع الحياة.

بما أن دالة البقاء محصورة بالفترة (0,∞) فان تكامل هذه الدالة ضمن هذه الفترة $(0 < t < \infty)$ هو القيمة المتوقعة E(t) فأن :

$$E(t) = \int_0^\infty t\, f(t)dt$$

ويمكن الاستفادة منه في تقدير متوسط الزمن او القيمة المتوقعة E(t) وان E(t) له علاقه بدالة البقاء ويمكن توضيح ذلك من خلال تكامل الطرفين المعادلة رقم (3-2) نحصل على :

$$\int_0^\infty S(t)\,\mathrm{dt} = \int_0^\infty [1 - F(t)]dt \qquad ....(11-2)$$

وفرض ان [1-F(t)] يساوي u و dt مساويا الى dv وباستعمال قاعدة التكامل بالتجزئة نحصل على :

$$\int_0^\infty udv = uv\Big|_0^\infty - \int_0^\infty vdu$$

$$\int_0^\infty S(t)dt = [1 - F(t)]t\Big|_0^\infty - \int_0^\infty t[0 - f(t)]dt$$

$$= 0 - \left(-\int_0^\infty t f(t)\right)$$

$$\int_0^\infty S(t)dt = \int_0^\infty t\, f(t)dt = E(T)$$
$$= MTTF$$

4-3-2 تباين الزمن حتى حدوث الفشل Variance Time to Failure (VTTF)

من المعلوم ان تباين الزمن يمكن الحصول علية باستخدام المعادلة التالية

$$Var\,(\mathrm{T}) = \mathrm{E}\,(\mathrm{T}^2) - [\mathrm{E}\,(\mathrm{T})]^2$$
$$= \int_0^\infty \mathrm{t}^2 f(\mathrm{t})\,\mathrm{dt} - [\int_0^\infty \mathrm{t}\; f(\mathrm{t})\,\mathrm{dt}]^2$$

وبما أنه لايمكن تحديد قيمة t الى مالا نهاية فلذلك لابد مراقبة t لنقطة معلومة وذلك لحصول على بيانات المراقبة.

4-2 بيانات المراقبة (*censoring data*)[33][17]

ان ما يميز دراسات دوال البقاء او دوال المعولية عن غيرها من الدراسات الاحصائية هي ظاهرة المراقبة (censoring) التي يكون فيها جزء من المعلومات مفقود اي توفر معلومات جزئية عن المتغير العشوائي .ويمكن تعريف بيانات المراقبة هي عملية تحديد عدد الوحدات الفاشلة لفترة زمنية محددة للتجربة أو تحديد زمن محدد للتجربة ومن ثم معرفة عدد الوحدات الفاشلة.

وتسمى أيضا بيانات المراقبة بالبيانات غير الكاملة(**InComplete Data**) والتي تعني مدة انتهاء البحث دون أن يظهر الحدث لبعض المشاهدات العينة وهذا يعني أنها بيانات غير كاملة أو(بيانات مراقبة من اليمين) وعند دخول المشاهدة بأوقات مختلفة لبداية البحث وليست جميعها في الوقت نفسه ففي هذا الحالة تسمى بيانات مبتوره من اليسار لهذا يجب أن يكون الاستدلال ملائمآ لهذا الحالات أو القيود لمعلمات الانموذج متعدد المراحل في مشاهدات غير كاملة لوقت البقاء وتعد البيانات الاعتيادية بيانات معلومات جزئية وبيانات مكتملة وظهور هذا النوع من البيانات يتطلب أيضا طرائق خاصة في التحليل ومن المفترض أن تكون مدة الدراسة هي الفترة النظرية والتي يحددها الباحث لمتابعة العناصر المدروسة ومدة

المتابعة هي الفترة التي يبقى فيه المريض تحت المراقبة الباحثين والتي من الممكن ان تكون أصغر من مدة البحث أذا انقطع من المتابعة (على سبيل المثال توقف المريض عن مراجعة المستشفى).

2-4-1بعض أنواع بيانات المراقبة

يوجد نوعان من بيانات المراقبة هي :-

2-4-1-1 بيانات المراقبة من النوع الاول (Censored Type I Data)[1][21][23]:

كل المشاهدات تراقب بنفس الأهمية وذلك خلال مدة زمنية محددة وثابتة ,وغالبا يظهر هذا النوع من المراقبة عندما تكون مدة الدراسة محددة وتسمى ايضا المراقبة من جهة اليسار .

يحدث هذا النوع من البيانات المراقبة عندما تكون لدينا عينة n تخضع للاختبار بحيث نراقب عمل الوحدات الى ان نصل الى مدة زمنية محددة كأن تكون t_0 وبعد الوصول الى هذا الوقت نتوقف عن المراقبة حيث ان عدد الوحدات التي تم مراقبتها حتى الزمن t_0هي m من الوحدات اذ m<n في هذه الحالة ستكون دالة الامكان الاعظم لهذا النوع من البيانات كالاتي :

$$L = \frac{n!}{(n-m)!} \prod_{i=1}^{m} f(t_i, \lambda) [S(t_0)]^{n-m}$$

فلو كانت اوقات المراقبة $t_m, \dots\dots, t_2, t_1$ فأن هذه الأوقات ستكون بشكل مرتب (orderly)

$$o \le t_1 < t_2 < \dots\dots\dots < t_m \le t_0$$

اذ ان أعداد حالات الفشل في الوقت t_1 هي أصغر من حالات الفشل في الوقت t_2 وكذلك t_2 اصغر من حالات الفشل عند الوقت t_3 وهكذا

$S(t_0)$: دالة البقاء عند الزمن t_0.

$f(t, \lambda)$: تمثل الدالة الأحتمالية

اذن هي احتمال ان بعض مِنْ الوحداتِ لحدّ انتهاء مدةالدراسة لا تجرب الحدث (لم تفشلْ).

2-1-4-2 بيانات المراقبةمن النوع الثاني(*Censored Type II Data*)[21][22]

يحدث هذا النوع من بيانات المراقبة عندما تكون لدينا(n)من الوحدات التي توضع تحت الاختبار وان الاختبار ينتهي بعد حصول عدد محدد من حالات الفشل من الوحدات (r) وهذا العد يكون محدداَ مسبقا بغض النظر عن الوقت ، أي ان الوقت (t_r) في هذا النوع الثاني من بيانات المراقبة يكون متغيرا عشوائيا وتكون عدد مشاهدات المراقبة ثابته ،اي يكون عكس النوع الأول من بيانات المراقبة وتسمى ايضا المراقبة من جهة اليمين.

و دالة الامكان الاعظم لهذا النوع من البيانات هي:

$$L = \frac{n!}{(n-r)!}\prod_{i=1}^{r} f(t_i\,,\lambda)\,[S(t_r)]^{n-r}$$

اذ كانت اوقات المراقبة $t_r, \dots\dots, t_2, t_1$ فأن هذه الأوقات ستكون بشكل مرتب (orderly)

$$,0 \le t_1 < t_2 < \dots\dots \le t_r$$

$S(t_r)$: دالة البقاء عند الزمن t_r .

$f(t,\lambda)$: تمثل الدالة الأحتمالية لتوزيع

5-2 تحديد التوزيع الاحصائي الملائم

ان تحديد التوزيع الاحصائي الملائم في الطرائق المعلمية ضروري جدا للتحليل لذلك لابد من استخدام العلاقة بين دالة الخطورة (معامل الخطورة) والزمن لاشتقاق التوزيع الاحصائي الملائم ، ومن المعلوم ان معامل الخطورة يتناسب طرديا مع الزمن حيث كلما يزداد الزمن يزداد معامل الخطورة اي ان

$$h(t) \propto t^c$$

حيث c كمية ثابته

$$h(t) = zt^c \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.(12-2)$$

أذ z ثابت التناسب

وبما ان $f(t)$ من المعادلة (8-2)

$$h(t) = \frac{f(t)}{s(t)}$$

و ان الدالة الاحتمالية لزمنt ستكون بالشكل الأتي

$$f(t) = h(t)s(t) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(13\text{-}2)$$

وعند التعويض عن $h(t)$ و $s(t)$ بما يساويها بالمعادله رقم (13-2) نحصل على

$$\mathrm{f(t) = zt^{c}e^{-z\int_0^t u^{c}du}}$$

$$f(t) = zt^{c}e^{-z\frac{u^{c+1}}{c+1}]_0^t}$$

$$= \mathrm{z}t^{c}e^{-\frac{zt^{c+1}}{c+1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots..(14\text{-}2)$$

فلو فرضنا ان

$$z = \frac{\lambda}{k} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\ldots\ldots.(15-2)$$

$$c + 1 = \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..\ldots..(16-2)$$

وبتعويض المعادلة (15-2) ، (16-2) في معادله (13-2) نحصل على

$$f(t,k,\lambda) = \frac{\lambda}{k}\ t^{\lambda-1}\ \ e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}} \quad \ldots\ldots\ldots.(17-2)$$

والمعادلة (17-2) تمثل توزيع ويبل ولهذا وجد الباحث ان التوزيع الذي فيه معامل الخطورة يتناسب مع الزمن هو توزيع ويبل بمعلمتين هما (k ,λ) .

6-2 توزيع ويبل (Weibull Distribution) [1][8][13][16]

توزيع ويبل هو احد التوزيعات المستمرة واحد النماذج الفشل الشائعة الاستعمال وفي السنوات الأربعين الماضية كان لتوزيع ويبل مكان وأهمية في حقل المعولية واختبار الحياة وقد وضح هذا التوزيع من لدن تيبت فيشر (Tippet Fisher) عام 1928 كتوزيع ثالث تقريبي للقيم المتطرفة وفي عام 1939 توصل العالم السويدي (waloddi weibull) الى هذا التوزيع في تحايل قوة الكسر للأدوات ,وبعد تطور البحوث العملية وبحوث الفضاء أصبح توزيع ويبل مرافقآ لتلك التطورات فقد ساهم كثير من الباحثين في دراسة خصائص هذا التوزيع وبحث طرائق تقدير معلمات القياس(λ) ومعلمة الشكل (K) ومن هذه الطرائق طريقة الأمكان الأعظم والعزوم وطرائق التقدير الخطي المستندة الى مبدأ المربعات الصغرى ,وطرائق التقدير المستندة الى البيانات المتبورة.

لقد كان بروز هذا التوزيع ولاسيما في الحرب العالمية الثانية وتطبيقاته الواسعة في حقل المعولية واختبارات الحياة محور اهتمام عدد من الباحثين في هذا المجال فذكروا خواصه، وقدروا معلماته وتم إجراء بحوث متعددة في مجال استعمالة ونشرت حوله كثير من البحوث وذلك لما يتمتع به هذا التوزيع من أهمية كبيرة من الناحيتين النظرية والتطبيقية .

فلو كانت $x_1,x_2,\ldots\ldots\ldots\ldots,x_k$ تمثل عينة عشوائية حجمها k من توزيع ويبل ذي المعلمتين (λ,K) فان الدالة الاحتمالية ستكون كما في المعادلة رقم (2-17)

$$f(t,k,\lambda)=\frac{\lambda}{k}t^{\lambda-1}e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}$$

اذ

k: معلمة القياس (Scale Parameter).

λ: معلمة الشكل (Shape Parameter).

وان الدالة التجميعية (c.d.f)لتوزيع ويبل ذي المعلمتين يعبر عنها بالصيغة الرياضية الأتية

$$F(t)=1-e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}$$

أما دالة البقاء لتوزيع ويبل نستخرجها وفقاً لما يأتي:

$$s(t)=p_r(T>t)$$

$$=\int_t^{\infty}\frac{\lambda}{k}u^{\lambda-1}\,e^{-\frac{u^{\lambda}}{k}}\,du$$

$$=-\left[e^{-\frac{u^{\lambda}}{k}}\ \right]^{\infty}$$

$$= e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}$$

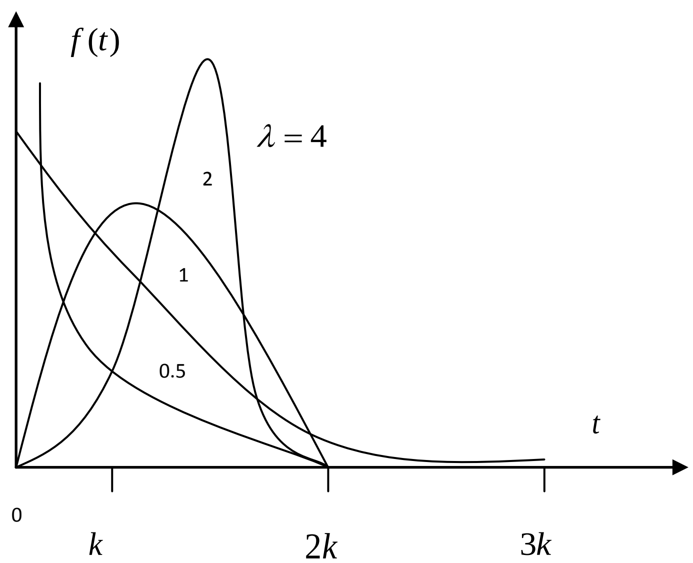
في حين دالة الخطورة وبالاعتماد على المعادلة (2-8) يمكن الحصول علية كما يلي :

$$h(t) = \frac{f(t)}{s(t)}$$

$$h(t) = \frac{\frac{\lambda}{k} t^{\lambda-1}\, e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}}{e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}}$$

$$\mathrm{h(t)} = \frac{\lambda}{k} t^{\lambda-1}$$

وبيانياً يمكن التعبير عن دالة الكثافة الإحتمالية لتوزيع ويبل بالشكل(2-2)



Weibull probability densities.

شكل رقم(2-2) الأشكال المختلفة لدالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل[33]

ويمكن توضيح بعض خصائص ومؤشرات توزيع ويبل في جدول (2-1)

جدول (2-2)بعض خصائص توزيع ويبل ذي المعلمتين

Properties	Formula
Mean	$k^{\frac{1}{\lambda}}\Gamma\ (1+\frac{1}{\lambda})$
Mode	$\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right)^{\lambda}$
Median	$K\ln(2)^{\frac{1}{\lambda}}$
Variance	$k^{\frac{2}{\lambda}}\ \Gamma\left(1+\frac{2}{\lambda}\right)-M^{2}$
Warranty time (w_s)	$\mathrm{k}e^{\ln\frac{(-\ln s(t))}{\lambda}}$ or $k(-\ln s\ )^{\frac{1}{\lambda}}$

نلاحظ أنه عندما *k=1* فأن توزيع ويبل يتحول الى التوزيع الأسي وعندما *k=2* فان توزيع ويبل يتحول الى توزيع رالي

كما في حالة

λ>1 فأن معامل الخطورة متزايد

λ<1 فأن معامل الخطورة متناقص

λ=1 معامل الخطورة ثابت

ويعد توزيع ويبل من التوزيعات المهمة المستعملة في مجال المعولية الصناعية وحالات الفشل وتحليل البقاء وكذلك في نظرية القيمة القصوى والتنبؤ بالأحوال الجوية ووصف سرعة الرياح وهندسة نظم المعلومات.

7-2 طرائق التقدير

لتقدير دالة البقاء ومؤشراتها باستعمال توزيع ويبل لابد من الحصول اولا على تقدير معالم النموذج (معلمة الشكل ومعلمة القياس) وبعد الحصول على معالم الانموذج نحصل على دالة البقاء باستخدام المعادلات والقوانين السابقة ويوجد العديد من الطرائق المهمة لتقدير معلمات توزيع ويبل وفي هذا البحث سوف نستخدم ثلاثة طرق من الطرائق المعلمية وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة التقلص وطريقة وايت وطريقتين من الطرائق اللامعلمية حيث سيتم تقدير دالة البقاء بالاعتماد على معامل الخطورة $h(t)$ والدالة التجمعية $F(t)$.

1-7-2 الطرائق المعلمية

1-1-7-2 طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method) [13][28][29][30][31]

تعد طريقة الإمكان الأعظم من طرائق التقدير الرئيسة إذ تعد إحدى أهم طرائق التقدير وأكثرها إستعمالا لتقدير معلمات النماذج، وتحقيقا لمبدأ هذه الطريقة والذي يكمن في إيجاد تقدير المعلمات الذي يجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى

نفرض ان t متغير الزمن يتوزع توزيع ويبل بمعلمتين k،λ والبيانات التي يتم الحصول عليها هي بيانات مراقبة من النوع الأول فأن دالة الامكان الاعظم (L) هي

$$L = \frac{n!}{(n-m)}\prod_{i=1}^{m} f(t_i)[s(t_0)]^{n-m} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (18-2)$$

$$L(\lambda, k, t_1, \dots\dots, t_m) = \frac{n!}{(n-k)!}[\pi f(t_i)][1 - F(t_0)]^{n-m}$$

$$L = (\lambda, k; t_1, \dots\dots\dots, t_m) = \frac{n!}{(n-m)!}\left[\prod_{i=1}^{m} \frac{\lambda}{k} t^{\lambda-1} e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}\right][1 - F(t_0)]^{n-m} \quad \dots .(19\text{-}2)$$

وبما أن دالة البقاء لتوزيع ويبل هي

$$s(t) = e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}$$

وبتعويض قيمة دالة البقاء في المعادلة *(19-2)*

$$L = (\lambda, k; t_1, \dots\dots, t_m) = \frac{n!}{(n-m)!} \frac{\lambda^m}{k^m} \prod_{i=1}^{m} t^{\lambda-1} e^{-\frac{[\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} + (n-m)t_0^{\lambda})}{k}} \quad \dots(20-2)$$

وبما أن التوزيع المستعمل هو توزيع ويبل والذي يحتوي على معلمتين، لذا فيتم تقدير معلمات هذا التوزيع لبيانات مراقبة من النوع الأول في حالتين وهما حالة معلمة الشكل (λ) معلومة، وحالة معلمة الشكل (λ) غير معلومة.

1- **في حالة معلمة الشكل (λ) معلومة :- Shape Parameter Known**

من المعادلة رقم *(21-2)*

$$L = (\lambda, k; t_1, \dots\dots, t_m) = \frac{n!}{)n-m)!} \frac{\lambda^m}{k^m} \prod_{i=1}^{m} t^{\lambda-1} e^{-\frac{[\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} + (n-m)t_0^{\lambda})}{k}} \quad \dots(22-2)$$

وباخذ *Ln* لطرفي المعادلة ينتج :

$$\ln L = \ln \frac{n!}{(n-m)!} + m \ln \lambda - m \ln k + \lambda \sum_{i=1}^{m} \ln t_i - \sum_{i=1}^{m} \ln t_i - \frac{[\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} + (n-m)t_0^{\lambda}]}{k}$$

وبأخذ المشتقة الأولى ل *k* ومساواتها بالصفر نحصل على :

$$\frac{\mathrm{d} \ln \mathrm{L}}{\mathrm{dk}} = -\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{k}} + \frac{[\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{m}} \mathrm{t_i^{\lambda}} + (\mathrm{n}-\mathrm{m})\mathrm{t_0^{\lambda}}]}{\mathrm{k}^2} = 0$$

$$k = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} + (n-m)t_0^{\lambda}}{m} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.\dots\dots\dots\dots\dots..\dots(23-2)$$

2- في حالة معلمة الشّكل (λ)غير معلومة:-Shape Parameter Unknown

من المعادلة رقم *(21-2)*

وبأخذ *Ln* لطرفين واخذ المشتقة بالنسبة لλ, *k* ومساواتها بالصفر ينتج:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{m}{\lambda} + \sum_{i=1}^{m} \ln t_i - \frac{\left[\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} \ln t_i + (n-m) \ln t_0^{\lambda}\right]}{k} = 0$$

$$\frac{m}{\hat{\lambda}} + \sum_{i=1}^{m} \ln t_i - \frac{\left[\sum_{i=1}^{m} \ln t_i + (n-m) t_0^{\lambda} \ln t_0\right]}{k} = 0$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mathrm{k}} = -\frac{m}{\hat{k}} + \frac{[\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} + (n-m)t_0^{\lambda}]}{\hat{k}^2} = 0$$

$$-\frac{m}{\hat{k}} + \frac{[\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} + (n-m)t_0^{\lambda}]}{\hat{k}^2} = 0$$

ومن هذه المعادلات نحصل على تقدير كل من k,λ وكالأتي :

$$\frac{m}{\hat{\lambda}} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} \ln t_i + (n-m)t_0^{\lambda} \ln t_0\right]}{k} - \sum_{i=1}^{m} \ln t_i \text{.................(24-2)}$$

وبالتعويض عن قيمة k في معادلة (24-2) نحصل على :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{M} t_i^{\lambda} \ln t_i + (n-m)t_0^{\lambda} \ln t_0}{\sum_{i}^{m} t_i^{\lambda} + (n-m)t_0^{\lambda}} - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \ln t_i \ \ldots\ldots\ldots.(25-2)$$

ولصعوبة حل المعادلتين بالطرائق الإعتيادية سوف نستعمل طريقة نيوتن- رافسون (Newton-Raphson Method)، للحصول على مقدر الامكان الأعظم للمعلمات k,λ، أما خطوات الطريقة فتعتمد على إفتراض قيمة أولية (Intital Value)، للجذر المطلوب $\hat{p}$ باستعمال طريقة المربعات الصغرى (OLS)، ولتكن $(\hat{p} = \hat{p}_j)$، ومن ثم تحديد جذور تقريبية لـ $(\hat{p}_j)$ كما في المعادلة الأتية :

$$\hat{p}_{j+1} = \hat{p}_j - \frac{g(\hat{p}_j)}{g'(\hat{p}_j)}.$$

حيث أن $g(\hat{p}_j)$ تمثل المعادلات

$$\frac{m}{\hat{\lambda}} + \sum_{i=1}^{m} \ln t_i - \frac{\left[\sum_{i=1}^{m} \ln t_i + (n-m)t_0^{\lambda} \ln t_0\right]}{k} = 0$$

$$-\frac{m}{\hat{k}} + \frac{[\sum_{i=1}^{m} t_i^{\lambda} + (n-m)t_0^{\lambda}]}{\hat{k}^2} = 0$$

أما $g'(\hat{p}_j)$ تمثل المشتقات الجزئية لهاتين المعادلتين

اذ أن :

$$g'(\hat{p}) = \frac{\partial g(\hat{p}_j)}{\partial(\hat{p}_j)}$$

ففي البداية نفرض قيمة أولية لـ ($\hat{p}$) ولتكن $\hat{p}_1$ ثم نعوض عن $\hat{p}$ في المعادله لنحصل على قيمة جديدة إلى $\hat{p}$ ولتكن $\hat{p}_2$ وبعد ذلك نفرض بأنّ $\hat{p}_2$ هي القيمة الأولية وهكذا حتى نصل إلى المرحلة(j+1) عندما($\hat{p}_{j+1}$) تقترب من درجة الدقة المطلوبة التي يحددها الباحث وبذلك نحصل على مقدر الـ ($\hat{p}$) والذي يمثل مقدر الإمكان الأعظم ويتحقق عندما $g(\hat{p})=0$ ، أو تقترب من الصفر وتتعاظم $g'(\hat{p})$.

حيث أن :

$$\underline{\hat{p}}=\begin{bmatrix}\hat{\lambda}\\ k\end{bmatrix}$$

وبعد الحصول على قيم المعالم $\hat{\lambda},\hat{k}$ يمكن الحصول على الدالة التجمعية $F(t)$

$$F(t)=1-e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}$$

$$e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}}=1-F(t)$$

وبأخذ (Ln) لطرفي المعادلة:

$$-\frac{t^{\lambda}}{k}=\ln(1-F(t))$$

$$\frac{t^{\lambda}}{k}=-\ln(1-F(t))$$

وباخذ (Ln) لطرفي المعادلة :

$$\lambda\ln t-\ln k=\ln[-\ln(1-F(t))]$$

$$\lambda\ln t=\ln k+\ln[-\ln(1-F(t))]$$

$$\ln t=\frac{\ln k}{\lambda}+\frac{1}{\lambda}\ln[-\ln(1-F(t))]\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(26-2)$$

وعلى فرض ان

$$Y=Lnt$$

$$\left.\begin{aligned} X &= Ln\left[-Ln\,(1-F(t))\right] \\ k_{\circ} &= \frac{Lnk}{\lambda} \\ k_1 &= \frac{1}{\lambda} \end{aligned}\right\} \cdot \qquad \text{............(27-2)}$$

وبمقارنة المعادلة مع معادلة الأنحدار الخطي البسيط فإن:

$$Y = k_0 + k_1 X$$

ويمكن الحصول على قيم $F(t)$ من دالة التوزيع التراكمية للتوزيع التجريبي (Empirical Distribution)، وحسب الصيغة :

$$F(t) = \frac{j-0.5}{B} \qquad , j = 1,2,........, B \qquad \text{.........(28-2)}$$

اذ **j** تمثل الرتب بعد ترتيب القيم تصاعديا

وإنّ مقدرات المربعات الصغرى يمكن الحصول عليها من المعادلات التالية:

$$\left.\begin{aligned} K_{\circ} &= \bar{Y} - K_1 \bar{X} \\ K_1 &= \frac{\sum XY - n\,\bar{X}\bar{Y}}{\sum X^2 - n\,\bar{X}^2} \end{aligned}\right\} \cdot \qquad \text{..(29-2)}$$

ومن ثم يمكننا الحصول على مقدرات توزيع ويبل من العلاقات التالية:

$$K_1 = \frac{1}{\hat{\lambda}} \qquad , \qquad K_{\circ} = \frac{LnK}{\hat{\lambda}}$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{\lambda} &= \frac{1}{K_1}\\ K &= e^{-\frac{K_{\circ}}{K_1}}\end{aligned}\right\} \quad \text{..(30-2)}$$

وبذلك نحصل على تقديرات ML لكل من λ, k

وبالتعويض فان مقدر الامكان الاعظم لدالة البقاء يكون

$$\hat{s}(t) = e^{-\frac{t^{\lambda}}{k}} \text{..(31-2)}$$

2-1-7-2 : طريقة وايبه (White's method) [31][36][37]

تعتمد الفكرة الأساسية لهذه الطريقة على دالة التجمعية (c.d.f) المبينة في المعادلة رقم (2-2) في صياغة أنموذج أنحدار خطي بسيط وكما يأتي:

$$F(t) = 1 - e^{\frac{-t^{\lambda}}{k}}$$
$$s(t) = e^{\frac{-t^{\lambda}}{k}}$$

وبذلك فان معكوس دالة البقاء $s(t)^{-1}$ سيكون $\frac{1}{e^{\frac{-t^{\lambda}}{k}}}$ بعباره اخرى ان

$$\ln\left\{\ln\left[\frac{1}{s(t)}\right]\right\} = \ln\frac{1}{k} + \lambda \ln t_i \text{ ... ... } (32-2)$$

ولنفرض $T = \ln \quad _i\ , b = \lambda\ , \ a = \ln\frac{1}{k}\ \ , Y_i = \ln\left\{\ln\left[\frac{1}{s(t)}\right]\right\}$

وبذلك تم الحصول على أنموذج أنحدار خطي هو:

$$Y_i = a + bT_i + \qquad \text{.................................. (33-2)}$$

إذ ان e_i يمثل حد الخطأ

$i = 1,2,\ldots\ldots.,n$

وبأستعمال طريقة المربعات الصغرى (OLS) فإن:

$$\hat{b}_{Ls} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i T_i - \frac{\sum_1^n T_i \sum_1^n y_i}{n}}{\sum_1^n T_i^{\,2} - \frac{\left(\sum T_i\right)^2}{n}} \qquad \text{..............................(34-2)}$$

$$y_i^{\wedge} = a^{\wedge} + b^{\wedge} T_i$$

ويمكن استخراج قيمة a من المعادلة الاتية

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{T}$

ويمكن الحصول $\lambda^{\wedge}$ و $k^{\wedge}$ كما يأتي :

$$\left.\begin{array}{l}\hat{\boldsymbol{\lambda}} = \boldsymbol{b}_{LS}^{\wedge} \\ \\ \boldsymbol{k}^{\wedge} = \boldsymbol{e}^{-\hat{a}_{ls}}\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (35\text{-}2)$$

ومن ثم فإن مقدر الـ White لدالة البقاء $\hat{s}(t)$ يكون:

$$\hat{S} = \exp\{e^{-\hat{y}}\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (36-2)$$

3-1-7-2طريقة التقلص (shrinkage Method) [12][32]

تحظى طريقة المقدرات المقلصة بتقدير معالم توزيع ويبل ذي المعلمتين بالعناية المتزايدة من عام 1970 لا سيما من لدن الباحثين المهتمين بتجارب اختبار الحياة للوحدات المنتجة واختبار توزيعات بيانات الفشل. إن مقدر التقلص هو احد المقدرات البيزية المهمة والتي تعتمد في تقدير المعلمات المجهولة على افتراض ان المعلمة المطلوب تقديرها هي متغير عشوائي وليس ثابتا لاي توزيع محدد (معين).

أن مقدرات التقلص تعتمد اعتماد كبيرا على معامل التقلص R، ويعرف معامل التقلص بانه مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الأولية ، ولعدم وجود قاعدة موحده لاختيار قيمة R مما حدا على الباحث أن يختارها وفق قواعد يعتقد أنها كافية ومن خصائص هذه الطريقة هو اعتمادها على المعلومات للأولية عن المعلمات بشكل قيم اولية وبذلك تكون مقدرها اكثر كفائه من المقدر ولاسيما في حجوم العينات الصغيرة n=20,30 .

أن استعمال المعلومات الأولية θ_0 للمعلمة θ مثلما ورد في المقدر ادناه الذي اقترحه (Thompson) الاتي :

$$\theta_{sh}^{\wedge} = R\theta^{\wedge} + (1-R)\theta_0 \qquad\qquad 0 \le R \le 1$$

$$\lambda_{sh}^{\wedge} = R\hat{\lambda}_{ml} + (1-R)\hat{\lambda}_{white} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (37-2)$$

$$K_{sh}^{\wedge} = R\hat{k}_{ml} + (1-R)\hat{k}_{white} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (38-2)$$

أذ أن :

$\theta^{\wedge}$: هو مقدر أولي غير متحيز

θ_0:المعلومات الأولية عن المعلمة θ

أن المقدر المذكور آنفا يرافقه خطأ هو أبتعاد قيمة θ_0 عن القيمة الحقيقية للمعلمة θ لذلك يجب أن تكون θ_0 في ضمن المدة أو المجال لاختيار الأولي للفرضية الأتية

$$H_0: \theta = \theta_0$$

$$VS \;\; H_1: \theta \neq \theta_0$$

أن قيمة R تقع بين الصفر والواحد الصحيح ويتم اختيارها بالشكل الذي يكون فيه متوسط مربعات الخطأ للمقدر $\theta^{\wedge}$ اصغر مايمكن مقارنة بقيم R الاخرى للمدة .

أن قيمة R التي تجعل متوسط مربعات الخطأ لمقدر المقلص اصغر ما يمكن هي :

$$R = \frac{(\theta_0-\theta)^2}{MSE(\hat{\theta}) + (\theta_0-\theta)^2} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (39-2)$$

2-7-2 *الطرائق اللامعلمية* *[43][44]*

وهي ابسط من الطرائق المعلمية وذلك لاعتمادها على البيانات الحقيقية حيث يتم تقدير دالة البقاء بالاعتماد على معامل الخطورة او على الدالة التجمعية

1-2-7-2 معامل الخطورة h(t)

ويتم تقدير دالة البقاء بالاعتماد على معامل الخطورة وفق الخطوات التالية

1–ترتيب اوقات الفشل تصاعديا

2–تقدير معامل الخطورة بالصيغة التالية

$$h(t) = \frac{1}{n-i+1} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (40\text{-}2)$$

حيث i ترتيب القيم i=1,2,…,n و n حجم العينة

3–حساب دالة الخطورة التجمعية بالصيغة التالية

$$H(t) = h(t_1) + h(t_2) + \cdots h(t_n) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (41\text{-}2)$$

4-تقدير دالة البقاء من خلال العلاقة الرياضية الاتية

$s(t) = e^{-H(t)}$ …………………………………………………….(42-2)

2-2-7-2 الدالة التجميعية F(t)

1-لتقدير دالة البقاء يمكن استخدام الدالة التجميعية F(t) حيث توجد عدة صيغ لاحتساب الدالة التجميعية منها

$$F(t) = \frac{i}{n} \; or \; \frac{i-0.5}{n} \; or \; \frac{i-0.3}{n+0.4}$$

حيث i هي الرتب

وقد استخدم الباحث الصيغة الاتية

$F_{ti} = \frac{i-0.2}{n+0.2}$……………………………………………………………….(43-2)

2-احتساب قيمة معامل الخطورة من العلاقة الرياضية الاتية

$ht = \frac{F_{(t+1)}-F_t}{1-F_t}$……………………………………………………………….(44-2)

3- نستخرج دالة البقاء باستخدام الصيغة التاليه

$s(t) = 1 - F(t)$……………………………………………………………….(45-2)

الفصل الثالث
-الجانب التجريبي
-الجانب التطبيقي

1-3 الجانب التجريبي

لغرض تطبيق ما ورد في الجانب النظري جرى استعمال أسلوب المحاكاة (*Simulation*) بغية محاكاة عدد كبير جدا من الحالات التي يمكن مواجهتها في الواقع العملي بهدف الوصول لنتائج أكثر شمولية.

ولبيان أفضلية طرائق معينة يؤدي إلى اللجوء إلى تجارب المحاكاة اذ أنها تتيح للباحث اختيار حجوم عينات مختلفة مع حالات متنوعة لتوزيع الأخطاء العشوائية وتكرار التجربة مرات عدة ولجميع الطرائق المستعملة بهدف التوصل إلى الطريقة المثلى. وكان العامل الأهم للاستعمال الواسع لأساليب المحاكاة هو تطور الحاسوب في العقود الأخيرة.

1-1-3 مفهوم المحاكاة[35][34]

لقد تعددت أساليب المحاكاة وذلك بعد التطور السريع الذي حصنل في استعمال الحاسبة الالكترونية مما وفر للباحثين الكثير من الجهد والمال والوقت وحقق لهم حلولاً تحليلية لإن أسلوب المحاكاة يؤمن قاعدة تجريبية تكون دليلاً مع القاعدة النظرية لاختيار الأسلوب الملائم أو الطريقة الملائمة لتحليل ودراسة بيانات الظواهر عن طريق مطابقة خصائصها مع الأنواع التي طبقت عليها المحاكاة.

تعرف المحاكاة بأنها عملية تمثيل أو تقليد للواقع الحقيقي أي محاولة إيجاد صورة طبق الأصل لأي أنموذج أو نظام دون اخذ الأنموذج أو النظام نفسه، وذلك باستعمال نماذج معينة إذ كثيراً ما تواجهنا في الواقع الحقيقي عمليات ومشاكل يصعب حلها أو لا يمكن حلها بشكل رياضي، لكونها معقدة التغيير وذلك لعدم إمكانية السيطرة على المتغيرات الداخلة و المؤثرة في المشكلة قيد الاهتمام كما إن هنالك نظريات إحصائية معقدة الفهم اذ ليس من السهل تحليلها تحليلاً منطقياً باستعمال البرهان الرياضي.

ومن المبادئ الأساسية للمحاكاة باستعمال الحاسبة وضع برنامج يمثل أو يقلد سلوك العملية الحقيقية بشكل مقارب للواقع الحقيقي قدر الأمكان. وغالباً ما يكون هذا الواقع معقداً جداً لتمثيله أو تقليدة بصورة متقنة في برنامج الحاسبة وعلى الرغم من ذلك فان أسلوب المحاكاة يمكن إن يعطي معلومات مفيدة عن الواقع الحقيقي الذي يقلده ونماذج المحاكاة الأكثر مشابهه للواقع الحقيقي تكون أكثر دقة في النتائج والمعلومات المستخلصة منها.

ويعتمد أسلوب المحاكاة على توليد الإعداد العشوائية قيد الدراسة والتي تحاكي العملية العشوائية لتوليد بيانات معينة. كما إن أي تجربة محاكاة هي عبارة عن نوع معين من أنواع المعاينة إذ تحسب هذه العينة من المجتمع الافتراضي الممثل للظاهرة المدروسة بدلاً من إن تسحب من

المجتمع الحقيقي ومن ثم يتم تطبيق الأساليب الإحصائية والرياضية المناسبة للوصول إلى النتائج المطلوبة لغرض إجراء المقارنة والتحليل.

تبدأ عملية المحاكاة ببناء انموذج المحاكاة ومن ثم اجراء التجارب عليه بهدف دراسة سلوكه وذلك بالاعتماد على مجموعة من المؤشرات الاحصائية وتوجد طرائق مختلفة للمحاكاة هي:

1- الطريقة التناظرية: Analogy Procedure.

2- الطريقة المختلطة: Mixed Procedure.

3- طريقة مونت كارلو: Monte Carlo Procedure

كما إن طريقة (مونت كارلو) تعد من اشهر الطرائق واكثرها استعمال تقوم على فكرة توليد العينات العشوائية من المجتمع النظري المفترض المماثل للمجتمع الحقيقي والتي تستعمل في توليد مشاهدات معظم التوزيعات الاحتمالية المعروفة.

وقد تم صياغة انموذج المحاكاة لاجراء مقارنة ما بين الطرائق المدروسة بحيث يمكن افتراض العديد من الحالات الممكن وجودها في الواقع العملي بغية تحقيق الهدف الاساسي المتمثل في ايجاد افضل طريقة لتقدر معلمات ودالة البقاء لتوزيع ويبل ذي المعلمتين وذلك عن طريق توضيح كيفية تأثير طرائق التقدير تجاه مايأتي :

1- التغير في حجم العينة: The Size Sample intervals.

2- التغير في قيم معالم التوزيع: Parameter Value Intervals.

3- التغير في زمن المراقبة: Censored time Intervals.

4- التغير في عدد المدد الزمنية: Total Number of Time Intervals N.

هذا وإن بناء تجربة المحاكاة التي سيتم الحصول عن طريقها على الاجابة لهذه التساؤلات تعتمد على عدد من المراحل وكما هو موضح بالآتي

3-1-2 توليد الأعداد العشوائية :-

تكون طريقة مونت كارلو حسب الخطوات الأتية :

1 – توليد الأعداد العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم على المدة (0,1) ، عن طريق استعمال دالة الكثافة التجميعية التي تصف الأنموذج .

2 – تحويل العدد العشوائي المنتظم بطريقة معينة وكما مبين في المعادلة الآتية :

$$x=F(x) \qquad \ldots\ldots (1-4)$$

للحصول على متغير عشوائي يصف الأنموذج تحت التجربة .

ولتحويل الاعداد العشوائية الى بيانات تتبع توزيع ويبل ذي المعلمتين باسلوب رياضي احصائي وكالآتي:

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^{\lambda}}{k}} \qquad (2-4)$$

$$e^{-\frac{x^{\lambda}}{k}} = 1 - F(x) \qquad (3-4)$$

حيث (x) هو متغير عشوائي يتبع توزيع ويبل وإن (k) رقم عشوائي مستمر منتظم في الفترة[0،1].

علما ان سلسلة الارقام العشوائية المولدة لكل تجربة تكون مستقلة عن سلاسل الارقام العشوائية المولدة للتجارب الاخرى.

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي الصيغة(3-3) نحصل على الصيغة الاتية:

$$-\frac{x^{\lambda}}{k} = \ln(1 - F(x))$$

$$x = -[k \ln(1 - F(x))]^{\frac{1}{\lambda}} \qquad (4-4)$$

وبافتراض $U_i=F(x)$ إذ أن U_i تمثل متغيراً عشوائياً مستمراً و منتظما معرفا على المدة (a,b) فان الصيغة (3-4) تصبح كما يأتي:

$$x = -[k \ln(1 - U)]^{\frac{1}{\lambda}} \qquad (5-4)$$

وعن طريق الصيغة (4-5) تتولد بيانات تتبع توزيع ويبل.

ولابد من الإشارة إلى أن طريقة مونت كارلو تتناول عددا كبيرا من العينات التي يفترض أن تكون فيها المشاهدات مستقلة ، كما أنها تعتني بتقليل التباين .

3-1- 3 مراحل تطبيق تجارب المحاكاة :-

لقد تضمنت تجارب المحاكاة في تطبيقات اساليب تقدير دالة البقاء لهذه الدراسة المراحل الأتية:

1– بالنسبة للمعلمات والنماذج المفترضة فكانت كالأتي:

وقد أُختيرت قيم افتراضية لمعلمة الشكل (K) باحدى، الطرائق الكلاسيكية والطرائق الاخرى للبيانات من الواقع العملي ومن دراسات سابقة وهي:

k = 1.6 , 2.6

λ = 35 , 70 , 105

2- اختيار حجم العينة n:

فقد أختيرت ثلاثة حجوم مختلفة للعينة بشكل يتناسب مع معرفة مدى تأثير حجم العينة لكل مستوى (من مستويات التأثير العشوائي (t_i) والمستعملة في هذه الدراسة هي (100، 50، 25) إذ يمثل (n=25) حجم العينة الصغيرة و(n=50) حجم العينة المتوسطة و(n=100) حجم العينة الكبيرة.

3-– اختيار حجم العينة المراقبة المبتورة (M):

وقد اختيرت احجام مختلفة من العينات (M) إذ أن وذلك بالاعتماد على عدد مستويات التاثير (المشاهدات العشوائية) t_iوالتي أختيرت بحيث يتم الحصول على جميع احجام العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة لبيان تأثير تغير حجم العينة في طرائق التقدير وهذه الاحجام هي كما يأتي:

M=10 , 20 , 30

وباختيار زمن المراقبة (T) وتحديد اوقات الفشل (M) للوحدات التي تفشل بعد الزمن (T).

4-مرحلة المقارنه

وهنا المرحلة الأخيرة ، وهي المقارنة بين طرائق التقدير ، اذ تم استعمال متوسط مربعات الخطأ(MSE) :

وصيغته كما يلي :

$$MSE\left(\hat{S}(t)\right) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{S}(t) - S(t))^2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (6-4)$$

$$i = 1, \dots\dots . . L$$

حيث أن L :تمثل عدد المكررات (Replications) لكل تجربة .

4-1-3 مناقشة نتائج المحاكاة :

في هذا المبحث سيتم عرض وتحليل نتائج المحاكاة لتقدير دالة البقاء بالطرائق المعلمية وقد تم الحصول على هذا النتائج بالاعتماد على برنامج كتب بلغة (Matlab) والمبين في الملحق (3) وفيما يأتي النتائج الموضحة في الجداول التي سيتم تحليلها حسب تسلسل الجداول وكما يأتي :

جدول رقم (3-1)

قيم دالة البقاء (survival) الحقيقية والتقديرية عندما (n=25)

n_1	m	λ_1	k_1	t_i	s(t)	$\hat{s}_{ml(t_i)}$	$\hat{s}_{white(t_i)}$	$\hat{s}_{sh(t_i)}$
25	10	35	1.6	0.8791	0.9590	0.9864	0.9306	0.9993
				0.9024	0.9199	0.9645	0.8371	0.9972
				0.9134	0.8795	0.9343	0.7153	0.9947
				0.9249	0.8433	0.9023	0.5931	0.9896
				0.9576	0.8020	0.8616	0.4669	0.9356
				0.9597	0.7654	0.8232	0.3670	0.9280
				0.9660	0.7310	0.7847	0.2813	0.8995
				0.9674	0.6923	0.7386	0.1981	0.8918
				0.9696	0.6527	0.6918	0.1337	0.8788
				0.9905	0.6133	0.6440	0.0899	0.6684

بالنظر الى الجدول رقم (3-1) نلحظ ان قيم عمود (t_i) تمثل وقت الفشل وهي قيم اخر تجربه (L=1000) وهي في تزايد اما قيم الأعمدة الأخرى تمثل قيم دالة البقاء $s(t)$ الحقيقية (الأفتراضية) والتقديرية وهي عبارة عن وسط حسابي لقيم دالة البقاء لجميع التجارب ال(1000) وهي في تناقص ونلاحظ كلما يزداد وقت الفشل تقل دالة البقاء ولمعرفة افضل طريقة تقدير يتم اللجوء الى قيم متوسط مربعات الخطأMSE .

3-2الجانب التطبيقي

ان إبداع الإنسان وطموحه المستمر دفعه الى إيجاد أفضل السبل للعيش في الحياة بأكمل وجه ولعل حاجة الإنسان الى استمرار الحياة بشكل أفضل كانت الدافع الأساس لبداية الدراسات والبحوث التي تتعلق بزمن البقاء او الحياة (*Survival Time*) والتي اهتمت بمعرفة مدة البقاء للإنسان عند إصابته بمرض معين (كالسرطان مثلا) ومن هنا نرى ان علم الصحة من أقدم العلوم التي حظيت وما تزال تحظى باهتمام بالغ من لدن شعوب العالم قاطبة نظرا لحاجتها الماسة الى بناء صرح صحي متين من شأنه ان يحقق للإنسان الضمان والاستقرار الصحي والنفسي ويكفل له العيش براحة ليتسنى له مواكبة حركة التقدم والتطور الحضاري في العالم ومن أهم أسس ودعائم بناء هذا الصرح هو درء جميع الامراض التي تحد من فعالية وقابلية الإنسان وتعيقه بل وتقعده أحيانا عن العمل والإنتاج ولأهمية موضوع زمن البقاء فقد تطورت الأساليب والوسائل الإحصائية لزيادة الدقة والمعرفة الشاملة والواسعة بالعوامل المؤثرة في بقاء المصاب حيا أو قد يموت ضمن مدة الدراسة .

سيتضمن هذا الفصل تسليط الضوء على واقع جرحى الانفجار في سيطرة الاثار في محافظة بابل العراق .

ان بدايات الاهتمام بتحليل وتطبيق بيانات المراقبة كان في المجال الطبي , و ان المتغير يمثل زمن البقاء للمريض والاستمرار في الحياة الى ما بعد مدة المراقبة تحت مجموعة من الشروط للتجربة أو الاختبار , ففي التجربة او الاختبار تبقى حياة بعض المرضى مستمرة او إن قسما منهم تصبح مفقودة خلال مدة البحث لأسباب متعددة منها , (مغادرة المريض المستشفى الى عنوان مجهول او عدم الاستمرار بالعلاج وغيرها) وفي الآونة الأخيرة اتسع نطاق استعمال البيانات المراقبة وامتد إلى المجالات الصناعية

3-2-1 وصف البيانات

إستطاع الباحث الحصول على بيانات مراقبة من النوع الاول لعدد من جرحى لانفجار سيطرة الاثار في محافظة بابل اذ تم استبعاد الأشخاص الذين لم يفشلوا أثناء مدة المراقبة وعلى افتراض وقت الدخول لجميع الجرحى هو2014/3/9 و البالغ عددهم 140جريحا 25 منهم تحت المراقبة و ولمدة 288 ساعه و تم الحصول على هذه البيانات من سجلات دائرة صحة بابل – وزارة الصحة والجدول (3-1) يبين الساعات التي توفى فيها(14) جريحا تنتهي اسمائهم بالتسلسل (14) تم احتساب مدة البقاء بالساعات.

جدول(3-37)

البيانات الحقيقة بالساعات لوفاة (14) جريحا

الزمن(t_i)	التسلسل	الزمن(t_i)	التسلسل
125	1	50	8
136	2	132	9
130	3	148	10
100	4	220	11
138	5	160	12
242	6	80	13
220	7	240	14

تم اخذ البيانات من دائرة صحة بابل/وزارة الصحة لطبلات الجرحى لبيانات مراقبة من النوع الاول ***Censored type 1*** والتي تمثلت بطبلات الجرحى التي كانت تحتوي معلومات تخص ساعات وفاتهم.

<u>2-2-3 تحليل البيانات</u>

لغرض معرفة أن بيانات زمن البقاء في العينة المسحوبة تتبع توزيع ويبل فقد تم اختبار توزيع بيانات هذه العينة وذلك باستخدام البرنامج الاحصائي *Easy Fit 5.2 Professional* حيث تم ادخال هذه البيانات في هذا البرنامج الاحصائي(*Easy Fit 5.2 Professional*) وقد تبين ان هذه البيانات تتووزع توزيع ويبل كما موضح في المحلق رقم (1).

<u>3-2-3 تقدير دالة البقاء S(t) :</u>

من خلال المقارنة لطرائق التقدير المعلمية التي تمت في الجانب التجريبي، فقد نتج لنا أن أفضل طرائق التقدير لدالة البقاء هي طريقة التقلص (shrinkage)
وعليه فقد تم إستخدامها هنا في الجانب التطبيقي على البيانات الحقيقية لتقدير دالة البقاء.

جدول (3-38)

تقدير دالة البقاء بطريقة التقلص لبيانات الحقيقية

t	S(t)	h(t)
50	0.9880	0.1389
80	0.9696	0.2222
100	0.9529	0.2778
125	0.9274	0.3472
130	0.9217	0.3611
132	0.9194	0.3667
136	0.9147	0.3778
138	0.9123	0.3833
140	0.9098	0.3889
148	0.8998	0.4111
160	0.8839	0.4444
220	0.7918	0.6111
240	0.7575	0.6667
242	0.7540	0.6722

نلاحظ من الجدول (3-38) ان دالة البقاء st كانت ما يقارب 98% ولكن بمرور الوقت فأن عدد الذين فارقوا الحياة قد ازداد بالتالي فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من 75% عندما حصلت الوفاة رقم (14) وهذا يدل على ان دالة البقاء تتناسب عكسيا مع الزمن .

كما تم حساب دالة البقاء عن طريق الطرائق اللامعلميه المذكورة في الجانب النظري وتم تطبيق طريقتين لحصول على دالة البقاء الطريقة الاولى بالاعتماد على معامل الخطورة $h(t)$ والطريقة الثانية بالاعتماد على الدالة التجمعية (c.d.f).

اولا تقدير دالة البقاء(st) باستخدام معامل الخطورة

جدول (3-39)

قيم دالة البقاء مستخرجه بالاعتماد على معامل الخطورة

1 Rank(i)	2 Time	3 ht	4 $\widehat{H}_t$	5 $s\hat{t}$	6 $F_t = 1 - s_t$
1	50	0.04	0.04	0.96	0.04
2	80	0.042	0.082	0.92	0.08
3	100	0.043	0.125	0.88	0.12
4	125	0.045	0.17	0.84	0.16
5	130	0.048	0.218	0.80	0.2
6	132	0.05	0.268	0.76	0.24
7	136	0.053	0.321	0.73	0.27

8	138	0.056	0.38	0.68	0.32
9	140	0.059	0.439	0.64	0.36
10	148	0.063	0.502	0.61	0.39
11	160	0.067	0.569	0.57	0.43
12	220	0.071	0.64	0.53	0.47
13	240	0.077	0.717	0.49	0.51
14	242	0.083	0.80	0.44	0.55

تم مراقبة 25 مصاب لمدة 288 ساعة حيث ان عدد الذين فارقو الحياة (توفوا) بلغ 14 بينما 11 مصاب قد غادرو المستشفى .

حيث قيمة العمود رقم (3) معامل الخطورة $h(t)$تم احتسابه وفق المعادلة رقم (2-40) اما العمود رقم (4) دالة الخطورة التجمعية $H(t)$تم احتسابه حسب المعادلة رقم (2-41) والعمود رقم (5) دالة البقاء تم احتسابه حسب المعادلة رقم (2-42)

نلاحظ من الجدول اعلاه

1-ان دالة البقاء st كانت ما يقارب 96% ولكن بمرور الوقت فأن عدد الذين فارقوا الحياة قد ازداد بالتالي فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من 44% عندما حصلت الوفاة رقم (14)

2- من الجدول اعلاه نلاحظ ان معامل الخطورة يتناسب مع الزمن تناسبا طرديا فكلما يزداد الزمن فان معامل الخطورة يزداد.

3- دالة البقاء تتناسب عكسيا مع معامل الخطورة

في هذه الطريقة تم استخدام الدالة التجمعية لاحتساب دالة البقاء وكما موضح بالجدول (3-2)

جدول (3-40)

قيم دالة البقاء مستخرجه بالاعتمادعلى الدالة التجمعية

1 Rank(i)	2 Time	3 F_i	4 ht	5 H_r	6 $s_t = 1 - F_t$
1	50	0.032	0.032	0.032	0.968
2	80	0.071	0.04	0.072	0.928
3	100	0.11	0.042	0.114	0.886
4	125	0.15	0.045	0.159	0.84
5	130	0.19	0.047	0.206	0.794
6	132	0.23	0.049	0.255	0.745
7	136	0.27	0.052	0.307	0.693
8	138	0.31	0.055	0.362	0.638
9	140	0.35	0.058	0.42	0.58
10	148	0.39	0.062	0.482	0.518
11	160	0.43	0.065	0.547	0.453
12	220	0.47	0.071	0.618	0.382

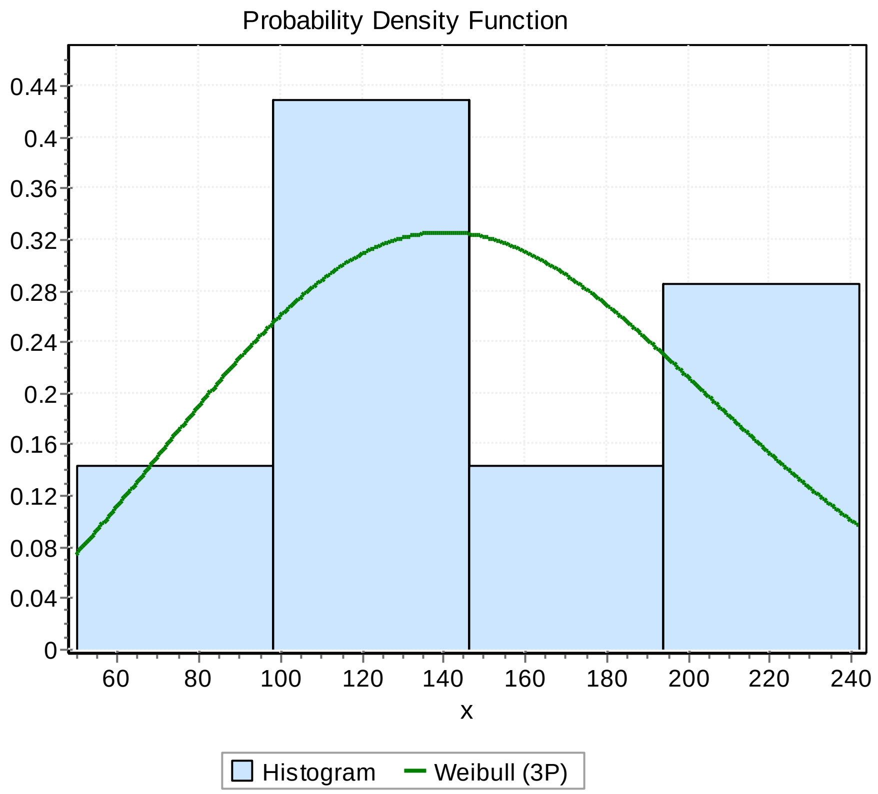
13	240	0.51	0.075	0.693	0.307
14	242	0.55	0.081	0.774	0.226

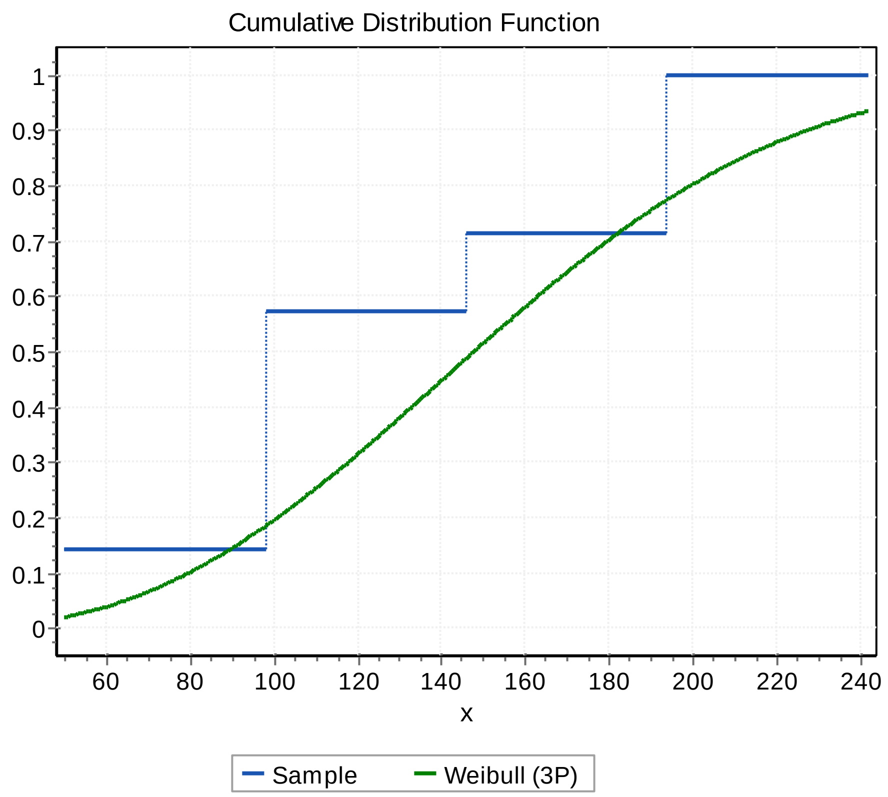
نلاحظ الجدول (3-3) قيمة العمود رقم (3) F_i تم احتسابه وفق المعادلة (2-43) والعمود رقم (4) تم الحصول على معامل الخطورة $h(t)$ وفق المعادلة (2-44)اما العمود رقم (5) تم الحصول على معامل الخطورة التجمعي Hr باستخدام المعادلة (2-40)

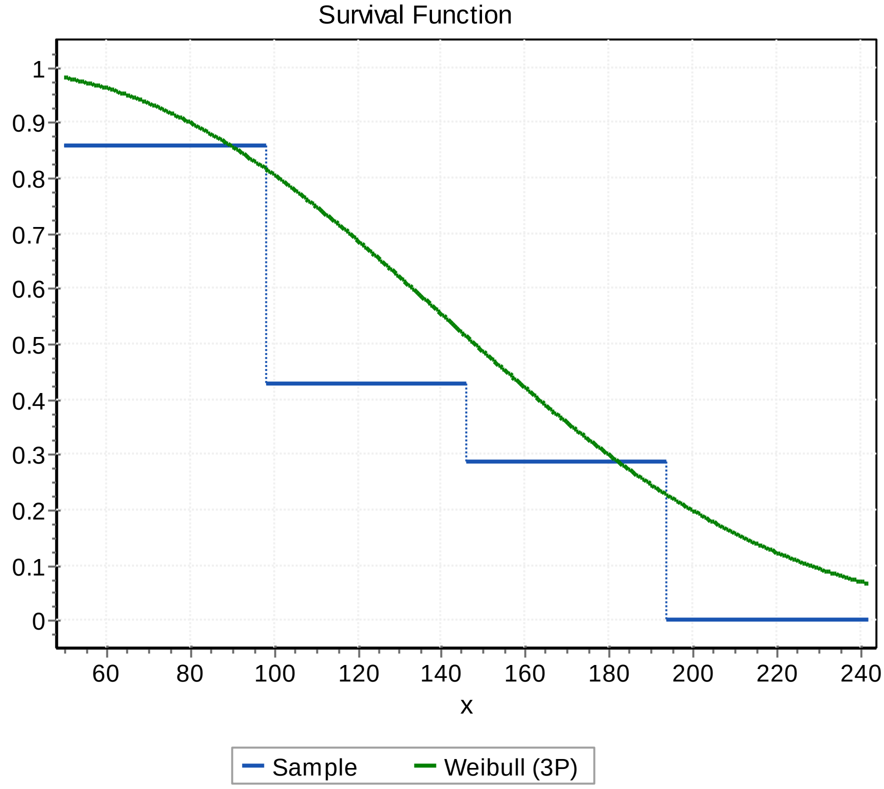
نلاحظ من الجدول اعلاه ان دالة البقاء $s(t)$كانت ما يقارب 97% ولكن بمرور الوقت فأن عدد الذين فارقوا الحياة قد ازداد بالتالي فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من 23%عندما حصلت الوفاة رقم (14)

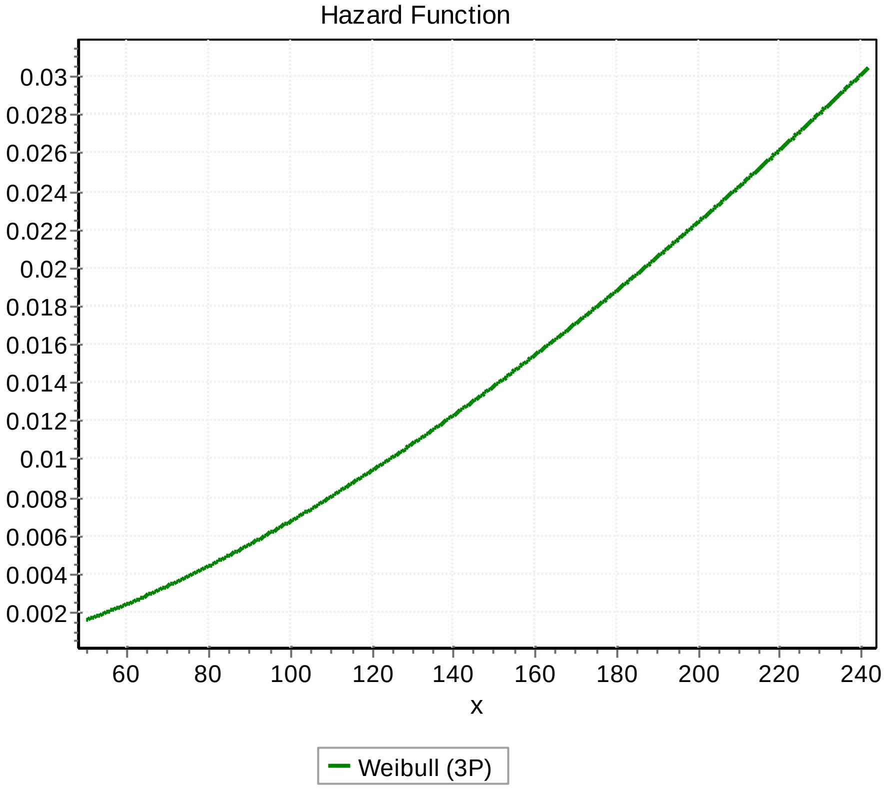
نلحـــظ ان النتـــائج بـــالطريقتين تكـــون متكافئـــة ومتقاربـــه كمـــا نلحـــظ بـــان قـــيم الدالـــة التجمعيـــة تـــزداد بزيـــادة وقـــت الفشـــل(t_i)، أي أن هنـــاك علاقـــة طرديـــة بـــين معامـــل الخطـــورة والدالـــة التجميعيـــة فـــي حـــين يتضـــح بـــأن قـــيم دالـــة البقـــاء تتنـــاقص بتزايـــد وقـــت الفشـــل وهـــذا يعنـــي أن هنـــاك علاقـــة عكســـية بـــين وقـــت الفشـــل ودالـــة البقـــاء امـــا قـــيم معامـــل الخطـــورة فانهـــا تتزايـــد بزيـــادة وقـــت الفشـــل ومـــن ثـــم فـــان العلاقة طردية بين وقت الفشل و معامل الخطورة .

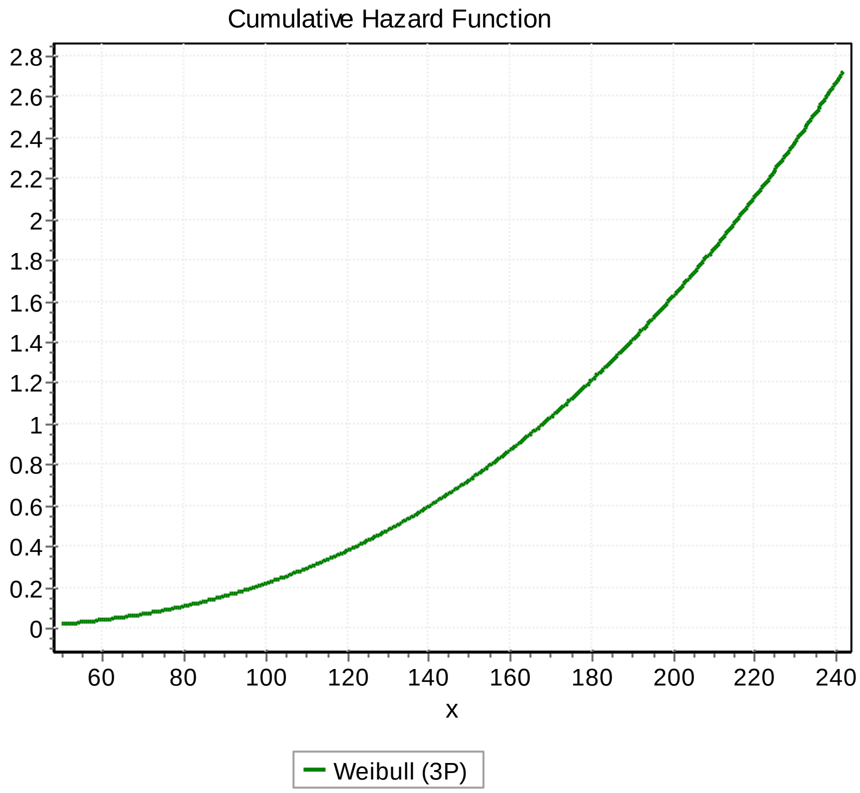
الملحق رقم (1)


Probability Density Function
0.44
0.4
0.36
0.32
0.28
0.24
0.2
0.16
0.12
0.08
0.04
0
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
x
Histogram
Weibull (3P)


Cumulative Distribution Function
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
x
Sample
Weibull (3P)


Survival Function
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
x
Sample
Weibull (3P)


Hazard Function
0.03
0.028
0.026
0.024
0.022
0.02
0.018
0.016
0.014
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
x
Weibull (3P)


Cumulative Hazard Function
2.8
2.6
2.4
2.2
2
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
60
80
100
120
140
160
180
200
220
240
x
Weibull (3P)

1 - الاستنتاجات.

2- التوصيات .

اولا الاستنتاجات

1-توجد علاقة طردية بين وقت الفشل من جهة وكل من الدالة التجمعية ودالة المخاطرة من جهة اخرى.

2- توجد علاقة عكسية بين وقت الفشل ودالة البقاء فزيادة وقت الفشل يجعل دالة البقاء تميل الى التناقص.

3- التحليل المعلمي لدالة البقاء يتبين منه ان طريقة التقلص (shrinkage)هي الافضل لأنها حققت اقل MSE مقارنة مع الطريقتين (MLE ,White's) في العينات الصغيرة.

4- بينما طريقة الامكان الاعظم MLE فقد حققت افضلية في العينات الكبيرة حيث حققت اقل MSE.

5-اما طريقة White's فقد اظهرت انها اقل كفاءه قياسا بالطرائق الاخرى في العينات الصغيرة والكبيرة.

6- في التحليل اللامعلمي تبين ان نتائج تقدير دالة البقاء بالطرائق اللامعلميه المستخدمة في هذه الرسالة (معامل الخطورة $h(t)$ أو الدالة التجمعية $F(t)$) كانت متقاربه.

7- مقارنة الطرائق المعلمية واللامعلمية تبين ان نتائج تقدير دالة البقاء كانت متقاربة .

ثانيا التوصيات

اعتمادا على الاستنتاجات اعلاه يوصي الباحث

1− ضرورة استخدام طريقة التقلص(shrinkage) في تقدير دالة البقاء في العينات الصغيرة

2− ينبغي استخدام طريقة الامكان الاعظم (MLE) في حجوم العينات الكبيرة

3− تقليل من استخدام طريقة white's لانها اقل كفاءه لتقدير دالة البقاء ومؤشراتها

4− يوصي الباحث باستخدام ودراسة توزيعات اخرى مختلطة ومختلفة لتحديد دوال البقاء ومؤشراتها

المصادر العربية

1- البكري، أسيل عبد الرزاق رشيد، (2000)، " **توزيع ويبل وتطبيقاته العملية في التجارب الحياتية** "، رسالة ماجستير علوم في الإحصاء مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد/ الجامعة المستنصرية

2- شرم، ماجد هبة الله ، (2005)، دراسة مقارنة لطرق التقدير الحصينة لدالة البقاء مع تطبيق عملي على مرض سرطان دم في اليمن ، اطروحة دكتوراه – كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد .

3- الصفار، رواء صالح محمد (2006) " تقدير حدود التنبؤ لأوقات الفشل لبيانات المراقبة من النوع الأول لتوزيع ويبل" رسالة ماجستير. كلية الإدارة والاقتصاد/ الجامعة المستنصرية.

4- وارتان ،غادة يوسف ، (1994) ،(تقدير دوال البقاء للمرضى المصابين بالتهاب الكبد الفايروس في القطر العراقي)، رسالة ماجستير – احصاء – جامعة بغداد .

5- البياتي ، حسام نجم ، (2002) ، ((مقارنة طرائق تقدير انموذج ويبل للفشل باستخدام المحاكاة)) ، اطروحة دكتوراه – كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد

6- ذ1كر ، نهى رؤف ، (2000) " تقدير دالة المعولية لحساب توقيتات الصيانة لبعض البطاريات " رسالة ماجستير – كلية الادارة والاقتصاد –جامعة بغداد .

7- الحميري ،عبير عبد الامير عبد النبي ، (2002) "مقارنة طرق تقدير دالة المعولية مع اسلوب بيز التجريبي باستخدام المحاكاة" رسالة ماجستير-كلية الادارة والاقتصاد-جامعة بغداد .

8- الهلالي، فراس صدام عبد (2004) "مقارنة طرائق تقدير نموذج ويبل للفشل بثلاث معالم باستخدام المحاكاة ، رسالة ماجستير-كلية الارة والاقتصاد- جامعة بغداد

المصادر الاجنبية

9- Quantin C, Moreau T, Asselain B, Maccario J, Lellouch J. , 1996," A regression survival model for testing the proportional hazards hypothesis.", US National Library of Medicine

10- Chi YY, Ibrahim JG.,2006, " Joint models for multivariate longitudinal and multivariate survival data.", Biometrics.62(2):432-45.

11- *Hasting ,N and Evans ,M and Peacock ,B.**(2000)" statistical Distribution ,3rd ed**",New York :Wiley , p.13,.*

12 James R. Thompson, (1968), **"Some Shrinkage Techniques for Estimating the Mean"**, Journal of the American Statistical Association, Vol.63, No.324, PP.113-122.

13- Mark. E. Flygare, John A. Austin, Ross M. Buekwalter, (1985) **"Maximum Likelihood Estimation for the 2-Parameter Weibull Distribution Based on interval- Data"**, IEEE, Vol. R-34, No.1, April PP. 57-59.

14- Habibi, R. and Yousefzadeh, F., (2010), "Analysis of hybrid censored data from the lognormal distribution", Journal Statistical Research, Iran 7, PP. 37-46.

15- Panahi, Haniyeh and Asadi, Saeid, (2011), "Estimation of the Weibull Distribution Based on Type-II Censored Samples", Applied Mathematical Sciences, Vol. 5, No. 52, PP. 2549-2558.

16- M. Pandey, S.K. Upadhyay, (1985), **"Bayes Shrinkage Estimators of Weibull Parameters"** Tech. Vol.R.34, No.5, December, PP. 491-494

17- Jeng, Shuen-Lin, and Meeker, William Q., May,(2002), "**Comparisons of Approximate Confidence Interval Procedures**.

18-Howhader,H.A.andHossain,A.M.(2002),"Bayesian survival of Estimation of pareto Distrbution of the second kind"EKSEVIWR, Computational statistics on Data Analys,s,38,pp.301-314 .

19- Sinha, S. K. and Sloon, J. A. (1988), “Baues estimation of the Parameters and reliability function to the 3-parameters weibull distributions’ IEEE Transactions on Reliability, Vol. 37, No.4 , pp: 364-368

20- Lye,L.M.Hapuarachchi,kp,Ryan,S.(1993)" Bayess Estimation of the Extrem-value Reliability function ",IEEE Transaction on Reliability ,vol.v42,no4,PP:641-644.

21- AL-Nasser, Abdul Majeed H., (2009), "An Introduction to Statistical Reliability", ITHRAA Publishing and Distribution, University book shop.

22- Childs, A., Chandrasekar, B., Balakrishnan, N. and Kundu, D., (2003), "Exact likelihood inference based on type-I and type-II hybrid censored samples from the exponential distribution", Annals of the Institute of Statistics Mathematics, Vol. 55, No. 2, PP. 319-330 .

23- Kundu, Debasis, (2004), "Analysis of hybrid censored lifetime data", Indian Institute of Technology, Kanpur, Seminar.

24- *Chau-Kuang Chen, (2005)* ***"Analyzing Student Learning Outcomes: Usefulness of Logistic and Cox Regression Models"*** *, Volume 5, Association for Institutional Research .*

25- Charless E.E., (1997), “An Introduction to Reliablity and maintainability Engineering”, Mc. Graw-INC.

26- Lomax, K.S. (1954)"Business Failures another Example of the Analysis of failure Data", Journal of the American Statistical Association, 49, 847-852.

27- Mood,A.M. and Graybill,F.A. and Boes ,D.C.(1985), " Introduction to the Theory of Statistics",3rd Edition , McGraw-Hill ,Inc.Singapore.

28- Charles, E.Ebeling. (1997) "An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering", New York.

29- Johnson, N.L. Kotz, S., and BAL Krishnan, N. (1995) "Continuous Univariate Distribution ", vol.2, New York, John Wiley.

30- Hossain, A.M. and William, J.T. (2000), "Comparisons of Methods of Estimation for Pareto Distribution of the First Kind", Commun.Statist-Theory Meth. , 29(4), pp.859-878.

31- Harter, H.L. and Moore, A.H. (1965), "Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of Gamma and Weibull Populations from Complete and from Censored Samples", Techno Metrics, vol.7, No .4, pp.639-643.

32- Pandey,M.and Upadhyay,S.K.(1988),"Bayes Shrinkage Estimator of Weibull Parameters" ,IEEE , Transaction on Reliability,vol.R-34,No,5.

33- I.G. Evans and A.H.M. Nigm, (1980), **"Bayesian Prediction for the Left Truncated Exponentral Distribution"** Tech. Vol.22, No.2, May, PP.201-204.

34- *Matlab (7.10.0)*-2010 -The Language of Technical Computing-The Math Works ,Inc- USA.

35- *Robinson ,S.* -2004-Simulation : the practice of model development and use /. John Wiley & Sons Ltd-Uk.

36-Sinha, S. K. and Kate, B. K. (1980). "life Testing and Reliability" wiley Eastern limited.

37- Crowder, M. J., Kimber, A. C., Smith, R. L., and Sweeting, T. J. (1991). "Statistical Analysis of Reliability Data". Chapman and Hall. Great Britain.

38-Mohammad, A. Al-Fawzan (2000). "Methods for Estimating the Parameters of the Weibull Distribution" E-mail: mfawzan@kacst.edu.s.

39- Balia, Silvia. (2007) “Reporting expected longevity and smoking: evidence from the SHARE”.

40- Sultan, K.S., Mahmoud, M. R., Saleh, H. M., (2007), "Estimation of Parameters of the Weibull Distribution Based on Progressively Censored data", International Mathematical Forum , vol 41,2031-2043.

41 – AL – Nasser, Abdul Majeed Hamza (2009), "An Introduction to

Statistical Reliability", Ithraa Publishing and Distribution, Jordan.

42 – Zio, E. (2007), "An Introduction to the Basics of Reliability and Risk Analysis", Series in Quality, Reliability and Engineering Statistics , Vol. 13 , World Scientific Publishing .

43-Huzurbazar ,A. V. Collins ,D.H. - 2005- Nonparametric Estimation of First Passage Time Distributions in Flow graph Models-by www.annual20081108_DaveCollins_ Flow graphs.

44- *Achebo,J.I.& Oghoore* ,*O*. -2010- A Nonparametric Analysis of Asymptomatic Hazard Rates in a Brewing Plant Using the Probability Failure Functions- Proceedings of the World Congress on Engineering Vol III , London, Uk.

الملحق رقم (1)

جدول (1)

البينات الأصلية بالساعات

التسلسل	الزمن (t_i)	التسلسل	الزمن (t_i)
8	50	1	125
9	132	2	136
10	148	3	130
11	220	4	100
12	160	5	138
13	80	6	242
14	240	7	220

الملحق (2)

البرنامج

```
clc
clear all
N=[25 50  100];
PP=[1.6 2.6 ];
A=[35 70 105 ];
m=[10 20 30 ];
%randn('state',0)
%rand('state',0)
for rn=3:3 %%%%% sample size
for rr=1:1 %%%%%% k
for ra=1:1 %%%%% lamda
for rs=3:3 %%%%%%% trancation
n=N(rn);k=PP(rr);lamda=A(ra);m=m(rs);
L=1000;
for q=1:L
u=rand(n,1);%%%%%% generate random variable
t=sort((-k*log(1-u)).^(1/lamda));
%%%%%%%Censored Data
t=t([1:m],:);
u=u([1:m],:);
R_real(:,q)=exp(-(t.^lamda)./k);
h_real(:,q)=(lamda/k).*(t).^(lamda-1);
%%%%%%%%%%%%%% mle
k_mle(q)=((sum((t.^lamda))+((n-m)*((t(m,:)).^lamda))))/m;
fun=@(lamda)(((sum(t.^lamda)*log(t))+(n-
m)*((t(m,:)).^lamda)*log(t(m,:))))/...
    (sum(t.^lamda)+((n-m)*((t(m,:)).^lamda))))-(1/lamda)-
(sum(log(t))/m) ;
lamda_mle(q)=abs(fsolve(fun,lamda+2));
R_mle(:,q)=exp(-(t.^lamda_mle(q))./k_mle(q));
mse_R_mle(:,q)=(((R_real(:,q)-R_mle(:,q)).^2));
h_mle(:,q)=(lamda_mle(q)/k_mle(q))*(t).^(lamda_mle(q)-1);
mse_h_mle(:,q)=(((h_real(:,q)-h_mle(:,q)).^2));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% regression
t1=flipud(t);
per=fminsearch(@(z) ols1(t,z),[k  lamda]);
lamda_ls1(q)=per(2);k_ls1(q)=per(1);
R_ls1(:,q)=exp(-t1.^lamda_ls1(q)./k_ls1(q));
R_ls1(:,q)=sort(R_ls1(:,q),'descend');
mse_R_ls1(:,q)=(((R_real(:,q)-R_ls1(:,q)).^2));
h_ls1(:,q)=(lamda_ls1(q)/k_ls1(q))*(t).^(lamda_ls1(q)-1);
mse_h_ls1(:,q)=(((h_real(:,q)-h_ls1(:,q)).^2));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
per=fminsearch(@(z) ols2(t,z),[k  lamda]);
lamda_ls2(q)=per(2);k_ls2(q)=per(1);
R_ls2(:,q)=exp(-t1.^lamda_ls2(q)./k_ls2(q));
```

```
R_ls2(:,q)=sort(R_ls2(:,q),'descend');
mse_R_ls2(:,q)=(((R_real(:,q)-R_ls2(:,q)).^2));
h_ls2(:,q)=(lamda_ls2(q)/k_ls2(q))*(t).^(lamda_ls2(q)-1);
mse_h_ls2(:,q)=(((h_real(:,q)-h_ls2(:,q)).^2));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
per=fminsearch(@(z) ols3(t,z),[k  lamda]);
lamda_ls3(q)=per(2);k_ls3(q)=per(1);
R_ls3(:,q)=exp(-t1.^lamda_ls3(q)./k_ls3(q));
R_ls3(:,q)=sort(R_ls3(:,q),'descend');
mse_R_ls3(:,q)=(((R_real(:,q)-R_ls3(:,q)).^2));
h_ls3(:,q)=(lamda_ls3(q)/k_ls3(q))*(t).^(lamda_ls3(q)-1);
mse_h_ls3(:,q)=(((h_real(:,q)-h_ls3(:,q)).^2));
%%%%%%%%%%%%% mix
k1=[0.2 0.5 0.9];
m1(q)=k1(1)*k_mle(q)+(1-k1(1))*k_ls3(q);
m2(q)=k1(2)*k_mle(q)+(1-k1(1))*k_ls3(q);
m3(q)=k1(3)*k_mle(q)+(1-k1(3))*k_ls3(q);
k_mix=[m1;m2;m3];
v=ones(3,L)*k;
mp1(q)=k1(1)*lamda_mle(q)+(1-k1(1))*lamda_ls2(q);
mp2(q)=k1(2)*lamda_mle(q)+(1-k1(1))*lamda_ls2(q);
mp3(q)=k1(3)*lamda_mle(q)+(1-k1(3))*lamda_ls2(q);
lamda_mix=[mp1;mp2;mp3];vp=ones(3,L)*lamda;
end
mse_mix=(k_mix-v).^2;
mse_mix=mean(mse_mix,2);
mse_k_mix=min(mse_mix);
k_mix=mean(m3);
mse_lamda_mix=(lamda_mix-vp).^2;
mse_lamda_mix=mean(mse_lamda_mix,2);
mse_lamda_mix=min(mse_lamda_mix);
lamda_mix=mean(mp3);
R_mix=exp(-(t.^lamda_mix)./k_mix);
mse_R_mix=(mean(R_real,2)-R_mix).^2;
h_mix=(lamda_mix/k_mix)*(t).^(lamda_mix-1);
mse_h_mix=(((mean(h_real,2)-h_mix).^2));
k_mle=mean(k_mle);lamda_mle=mean(lamda_mle);
k_ls1=mean(k_ls1);lamda_ls1=abs(mean(lamda_ls1));
k_ls2=mean(k_ls2);lamda_ls2=abs(mean(lamda_ls2));
k_ls3=mean(k_ls3);lamda_ls3=abs(mean(lamda_ls3));
est_pra={'n' 'm';n m;'k' 'lamda';k lamda;'k_mle'
'lamda_mle';k_mle lamda_mle;...
'k_ls' 'lamda_ls';k_ls1 lamda_ls1;k_ls2 lamda_ls2;...
k_ls3 lamda_ls3;'k_mix' 'lamda_mix';...
k_mix  lamda_mix;'mse_mle_k' 'mse_mle_lamda';...
mean((k-k_mle).^2) mean((lamda-lamda_mle).^2);...
'mse_ls_k' 'mse_ls_lamda';...
mean((k-k_ls1).^2) mean((lamda-lamda_ls1).^2);mean((k-
k_ls2).^2) mean((lamda-lamda_ls2).^2);...
mean((k-k_ls3).^2) mean((lamda-lamda_ls3).^2);'mse_mix_k'
'mse_mix_lamda';...
```

```
mean((k-k_mix).^2) mean((lamda-lamda_mix).^2)};
t=t;
mse_h_mle=(mean(h_real,2)-mean(h_mle,2)).^2;
mse_h_ls1=(mean(h_real,2)-mean(h_ls1,2)).^2;
mse_h_ls2=(mean(h_real,2)-mean(h_ls2,2)).^2;
mse_h_ls3=(mean(h_real,2)-mean(h_ls3,2)).^2;
mse_h_mix=(mean(h_real,2)-mean(h_mix,2)).^2;
Realiablety=[t mean(R_real,2) mean(R_mle,2)
mean(R_ls1,2)...
   mean(R_ls2,2) mean(R_ls3,2) R_mix];
hazard=[t mean(h_real,2) mean(h_mle,2)  mean(h_ls1,2)...
   mean(h_ls2,2) mean(h_ls3,2) h_mix];
mse_R=[mean(mse_R_mle,2) mean(mse_R_ls1,2)...
   mean(mse_R_ls2,2) mean(mse_R_ls3,2) mse_R_mix];
mse_h=[mse_h_mle mse_h_ls1 ...
   mse_h_ls2  mse_h_ls3  mse_h_mix ];
open('Realiablety')
open('mse_R')
open('est_pra')
open('hazard')
open('mse_h')
end
end
end
end
```

ABSTRACT

It is known that the study and analysis of survival functions and a ccurate Therefore ,it must search for good method of estimation with small Mean Square Error (MSE) or any other Test statisticas possible.

Hence, this thesis consist of studying and analyzing the survival functions and there indicators by using parametric and nonparametric method for Hazard function which is proportional with the time. Also, the appropriate distribution was determined by finding a relationship between The Hazard coefficient and Time.

The results showed that the appropriate distribution Weibull distribution.

Therefore ,we forus on this on this distribution to analysis the survival function as a parametric method .

Mean while , in the nonparametric method we got the survival function by applying the cumulative function which is considered as a complement for the survival , Also the hazard coefficient was used to determine the survival function .on other hand , we use asset of data from mergan educational hospital in Babil govern on ate which consist number of wounded who were hospitalized due to one of the terrorist bombings

Then we count the number of survival and the number of died with in a period of 288 hours . The results showed that the estimator methods (cumulative function $F(t)$ and hazard coefficient $h(t)$) are same in the small large sample and there value is equal or less than 25.later we use the simulation study to be sure form the applied results. The simulation results showed that the sharinkge method for small samples is the best because they achieved less MSE and maximum likelihood is the best for the large sample because they achieved less MSE, meanwhile the white method is the less efficiency in estimation .

Analysis of the Survival function when the coefficient Hazard proportional with time

(Applied Study)

Thesis

Submitted to the College of Administration and Economic- University of Karbala in partial fulfillment of the Requirements for the Degree of master of Science in statistics

By

Atheer Abd Alzahra

Under supervision of

Prof . Dr .

Abdul Hussain H. H. al-Tai

M *2018* *H 1439*

A H