



جمهورية العراق  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة كربلاء  
كلية الإدارة والاقتصاد  
قسم الإحصاء

## التحويل التكعيبي لتوزيع Burr XII مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد /جامعة كربلاء  
وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الإحصاء

تقدم بها

منتظر جمعة مهدي

بإشراف

أ.م.د. مشتاق كريم عبدالرحيم

2021 م

1442 هـ

كربلاء المقدسة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

(( دَعْوَتُهُمْ فِيهَا سُبْحَانَكَ اللَّهُمَّ وَتَحِيَّتُهُمْ فِيهَا سَلَامٌ ج ))

وَعَاخِرُ دَعْوَتِهِمْ أَنْ الْحَمْدُ لِلَّهِ رَبِّ الْعَالَمِينَ ))

صدق الله العلي العظيم

(يونس: الآية ١٠)

## شكر وامتنان

الحمد لله رب العالمين، حمداً يوافي نعمه ويكافي مزيده والشكر لله على ما وهبني من صبر وهدى وتوفيق تخطيت به الصعاب لإنجاز هذا البحث، والصلاة والسلام على الرحمة المهداة نبينا محمد وعلى آل محمد وصحبه وسلم تسليماً كثيراً.

لا يسعني وأنا أتم رسالتي إلا أن أقدم جميع كلمات الشكر والتقدير والإعتراف الى الاستاذ المساعد الدكتور (مشتاق كريم عبد الرحيم) لمنحه لي شرف الإشراف على رسالتي ولما قدمه من توجيهات علمية وجهوده القيمة التي كان لها الأثر الكبير في إخراج الرسالة بالصورة التي هي عليها، فضلاً عن أخلاقه الرفيعة ولطفه فرعاه الله وحفظه ذخراً للعلم وأهله.

كما أتقدم بجزيل الشكر والامتنان الى الأساتيد الفضلاء رئيس لجنة المناقشة وأعضائها المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة الرسالة.

كما يقتضي واجب الوفاء ان أتقدم بوافر الشكر لجميع أساتذتي الفضلاء في قسم الإحصاء (جامعة كربلاء) الذين وهبوني علمهم في مدة دراستي في الجامعة والذين عملوا جاهدين على تحقيق الرقي العلمي لجميع الطلبة.

واقدم الشكر والتقدير الى جميع العاملين في العتبتين المقدستين المقدستين الحسينية والعباسية، ومكتبات كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء وجامعة بغداد وجامعة البصرة لما ابوه من مساعدة وطيب المعاملة.

كما اتوجه بجزيل الشكر والامتنان الى فريق خدمات Wolfram والى الاستاذ الدكتور محمد الريفى لدورهم الكبير في المساعدة في فهم اساسيات البرمجة في Mathematica. وأتقدم بالشكر الوافر الى والدتي العزيزة ووالدي الحبيب اللذين لم ينفكا من دعائهم لي، والشكر الخالص الى زوجتي الغالية التي كانت لي خير سند ومعين.

كما أتوجه بوافر الشكر الى جميع زملاء الدراسة على حسن رفقتهم ومساعدتهم لي فجزاهم الله خير الجزاء، وأتمنى لهم النجاح والموفقية.

كذلك لا يفوتني أن أشكر زملائي في رئاسة جامعة البصرة/ قسم الدراسات والتخطيط على منحي ثقتهم وتشجيعهم.

وأخيراً أتوجه بالشكر الخاص الى كل من مد لي يد العون ولم اذكره واسأل المولى عز وجل أن يوفق الجميع.

منتظر

## الإهداء

إلى ...

مَنْ علمني أن أرتقي سلم الحياة بحكمة وصبر.. والنور الذي ينيّر لي درب  
النجاح

(أبي الحبيب)

إلى ...

مَنْ منحني الحب والحنان.. و بسمة الحياة وسر الوجود

(والدتي الحنونة)

إلى .. العيون التي تنظر لي بحب واحترام

(زوجتي الغالية)

إلى ...

القلوب الطاهرة الرقيقة والنفوس البريئة.. أغلى وأثمن كنز امتلكته

(أخواتي وإخوتي)

إلى .. قناديل حياتي وأملّي في الدنيا والآخرة.

(بناتي...فاطمة..فرح..شغف)

إلى .. مَنْ غاب رسمه عن عيني وظلت ذكراه ترفرف

في ثنايا قلبي

(ابن عمي المرحوم (حميد))

إلى.. مَنْ بذلوا نفوسهم الزكية من أجل الوطن...شهداء العراق جميعاً

أهدي لهم هذا الجهد المتواضع

## قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع
أ	الآية
ب	شكر وامتنان
ج	الاهداء
د	قائمة المحتويات
ز	قائمة الجداول
ي	قائمة الاشكال
ل	قائمة الرموز
ن	المستخلص
1	المقدمة
10-3	الفصل الاول: منهجية البحث
3	1-1 هيكله البحث
3	2-1 مشكلة البحث
4	3-1 هدف البحث
4	4-1 ادبيات البحث
5	1-4-1 الدراسات المتعلقة بتوزيع Burr XII
8	2-4-1 الدراسات المتعلقة بخرائط تحويل الرتب
55-11	الفصل الثاني: الجانب النظري
11	1-2 تمهيد
11	2-2 دالة التوزيع ودالة الكثافة الاحتمالية

13	الإحصاءات المرتبة	3-2
14	دالة البقاء ودالة المخاطرة	4-2
15	متوسط زمن الفشل او الوفاة	5-2
16	خرائط تحويل الرتب	6-2
16	خارطة تحويل الرتب التربيعية QRTM	1-6-2
17	بناء خارطة تحويل الرتب التربيعية QRTM	1-1-6-2
18	خارطة تحويل الرتب المكعبة CRTM	2-6-2
20	بناء خارطة تحويل الرتب المكعبة CRTM	1-2-6-2
22	توزيع Burr XII	7-2
25	توزيع Burr XII المحول	8-2
25	توزيع Burr XII المحول التكميبي الجديد NCTBXII	9-2
29	دالة البقاء لتوزيع NCTBXII	1-9-2
30	دالة المخاطرة لتوزيع NCTBXII	2-9-2
31	الدالة الكمية لتوزيع NCTBXII	3-9-2
33	بعض الحالات الخاصة لتوزيع NCTBXII	4-9-2
34	الخصائص الهيكلية NCTBXII	5-9-2
34	العزوم اللامركزية	1-5-9-2
38	العزوم المركزية	2-5-9-2
39	الوسيط	3-5-9-2
40	الالتواء	4-5-9-2
40	التفطح	5-5-9-2
41	طرائق التقدير	10-2

41	طريقة الإمكان الأعظم	1-10-2
43	طريقة المربعات الصغرى	2-10-2
46	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	3-10-2
49	طريقة المقدرات التجزئية	4-10-2
51	طريقة الحد الأدنى للمسافة	5-10-2
53	معايير مقارنة طرائق التقدير	11-2
55	اختبارات حسن مطابقة البيانات	12-2
<b>الفصل الثالث: الجانب التجريبي والتطبيقي</b>		
56-78		
56	تمهيد	1-3
56	القسم الأول - الجانب التجريبي	2-3
56	مفهوم المحاكاة	1-2-3
58	مراحل بناء تجربة المحاكاة	2-2-3
61	استعراض نتائج المحاكاة	3-2-3
65	القسم الثاني - الجانب التطبيقي	3-3
66	البيانات المحلية	1-3-3
69	تحليل البيانات	1-1-3-3
76	البيانات العالمية	2-3-3
<b>الفصل الرابع: الاستنتاجات والتوصيات</b>		
80-79		
79	الاستنتاجات	1-4
80	التوصيات	2-4
87-81		المصادر
128-88		الملاحق

88	جداول مقدرات المعلمات ودالة البقاء والاشكال الخاصة بمقدرات دالة البقاء	A
120	برنامج محاكاة الجانب التجريبي	B
128	برنامج الجانب العملي	C
A	Abstract	

## قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
24	أبرز خصائص توزيع Burr XII	(1-2)
33	بعض الحالات الخاصة لتوزيع NCTBXII	(2-2)
59	القيم الافتراضية الأولية للمعلمات والنماذج المقترحة	(1-3)
61-62	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة	(2-3)
62	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة	(3-3)
64	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير و أنظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة	(4-3)
65	مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير و أنظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة	(5-3)
68	مدة بقاء المريض المصاب بفيروس Covid-19 على قيد الحياة من تاريخ الدخول للمستشفى ولحين الوفاة (بالأسابيع)	(6-3)

68	ابرز احصاءات عينة البيانات الحقيقية (المحلية)	(7-3)
69	تقديرات المعلمات لتوزيع NCTBXII المقترح و اختبارات حسن المطابقة للبيانات الحقيقية (المحلية)	(8-3)
74-72	مقدرات دالة البقاء والدالة التوزيعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية (المحلية)	(9-3)
77	مدة بقاء لوح الايبوكسي المعرض للضغط المستمر لحين الفشل (بالساعات)	(10-3)
77	تقديرات المعلمات لتوزيع NCTBXII المقترح و اختبارات حسن المطابقة للبيانات الحقيقية (المحلية)	(11-3)
88	متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الاول (Model 1) ( $\lambda_2=0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ )	(1)
89	متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثاني (Model 2) ( $\lambda_2=-0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ )	(2)
90	متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية والكلية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثالث (Model 3) ( $\lambda_2=-1, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=1.5$ )	(3)
91	متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الرابع (Model 4) ( $\lambda_2=0.5, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ )	(4)
92	متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الخامس (Model 5) ( $\lambda_2=-0.5, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ )	(5)
93	متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج السادس (Model 6) ( $\lambda_2=-0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=1$ )	(6)
94	متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج السابع (Model 7) ( $\lambda_2=-0.5, \beta=1, \lambda_1=0.5, \alpha=1$ )	(7)

95	متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثامن (Model 8) ( $\lambda_2=-0.5, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=1$ )	(8)
97-96	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـIMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الاول ( $\lambda_2=0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ ) (Model 1)	(9)
100-99	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـIMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثاني ( $\lambda_2=-0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ ) (Model 2)	(10)
103-102	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـIMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثالث ( $\lambda_2=-1, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=1.5$ ) (Model 3)	(11)
106-105	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـIMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الرابع ( $\lambda_2=0.5, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ ) (Model 4)	(12)
109-108	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـIMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الخامس ( $\lambda_2=-0.5, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ ) (Model 5)	(13)
112-111	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـIMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج السادس ( $\lambda_2=-0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=1$ ) (Model 6)	(14)
115-114	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـIMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج السابع ( $\lambda_2=-0.5, \beta=1, \lambda_1=0.5, \alpha=1$ ) (Model 7)	(15)
118-117	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الكلية لـIMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثامن ( $\lambda_2=-0.5, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=1$ ) (Model 8)	(16)

## قائمة الأشكال

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
23	دالة الكثافة الاحتمالية ( <i>pdf</i> ) لتوزيع Burr XII ولقيم مختلفة لمعلمتي الشكل	(1-2)
23	دالة التوزيع التراكمي ( <i>cdf</i> ) لتوزيع Burr XII ولقيم مختلفة لمعلمتي الشكل	(2-2)
28	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTBXII لقيم معلمات مختلفة	(3-2)
29	دالة التوزيع التراكمي لتوزيع NCTBXII لقيم معلمات مختلفة	(4-2)
30	دالة البقاء لتوزيع NCTBXII لقيم معلمات مختلفة	(5-2)
31	دالة المخاطرة لتوزيع NCTBXII لقيم معلمات مختلفة	(6-2)
70	دالة pdf لتوزيع NCTBXII مقارنة ببعض التوزيعات بالنسبة للبيانات الحقيقية (المحلية)	(1-3)
71	دالة cdf (اللبقاء) لتوزيع NCTBXII مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية	(2-3)
71	دالة البقاء لتوزيع NCTBXII مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية	(3-3)
76	دالة المخاطرة لتوزيع NCTBXII للبيانات الحقيقية	(4-3)
78	دالة pdf لتوزيع NCTBXII مقارنة ببعض التوزيعات بالنسبة للبيانات الحقيقية (العالمية)	(5-3)

78	دالة pdf لتوزيع NCTBXII مقارنة ببعض التوزيعات بالنسبة للبيانات الحقيقية (العالمية)	(6-3)
98	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الاول	(1)
101	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الثاني	(2)
104	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الثالث	(3)
107	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الرابع	(4)
110	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الخامس	(5)
113	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج السادس	(6)
116	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج السابع	(7)
119	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الثامن	(8)

## قائمة الرموز

Mean	المعنى	الرمز
Cumulative density function	دالة الكثافة التجميعية	$F(.)$
Quantile function	الدالة الكمية	$x(.)$
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(.)$
Expected value	القيمة المتوقعة	$E(.)$
Variance	التباين	$V(.)$
Sample space	فضاء العينة	$S$
Cumulative density function of baseline distribution	دالة الكثافة التجميعية للتوزيع الاساس	$G(.)$
Probability density function of baseline distribution	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاساس	$g(.)$
Combination	توافق	$C_k^n$
Probability value	قيمة احتمالية	$\pi$
First shape parameter	معلمة الشكل الاولى	$\alpha$
Second shape parameter	معلمة الشكل الثانية	$\beta$
First transmutation parameter	معلمة التحويل الاولى	$\lambda_1$
Second transmutation parameters	معلمة التحويل الثانية	$\lambda_2$
Distribution parameters vector	متجه معاملات التوزيع	$\theta$
Cumulative density function of the $j$ th order statistic	دالة الكثافة التجميعية للاحصاء المرتبة $j$	$F_j(.)$
Probability density function of the $j$ th order statistic	دالة الكثافة الاحتمالية للاحصاء المرتبة $j$	$f_j(.)$
Survival function	دالة البقاء	$S(.)$
Hazard rate function	دالة المخاطرة	$h(.)$
Likelihood function	دالة الامكان الاعظم	$L(.)$
Gamma function	دالة كاما	$\Gamma(.)$
Beta function	دالة بيتا	$B(a \cdot b)$
Non-central $r$ th moment	العزم اللامركزي الرائي	$\mu_r^*$
Central $k$ th moment	العزم المركزي الرائي	$\mu_k$
Quadratic ranking transmutation map	خارطة تحويل الرتب التربيعية	QRTM
Cubic ranking transmutation map	خارطة تحويل الرتب المكعبة	CRTM
New Cubic Transmuted Burr XII distribution	توزيع Burr XII المحول التكعيبي الجديد	NCTBXII
Cubic Transmuted Burr XII distribution	توزيع Burr XII المحول التكعيبي	CTBXII
Transmuted Burr XII distribution	توزيع Burr XII المحول	TBXII

Burr XII distribution	توزيع Burr XII	BXII
Maximum likelihood estimation	مقدر الامكان الاعظم	MLE
Least square estimation	مقدر المربعات الصغرى	LSE
Weighted least square estimation	مقدر المربعات الصغرى الموزونة	WLSE
Percentiles estimation	مقدر المقدرات التجزئية	PE
Minimum Distance estimation	مقدر الحد الادنى للمسافة	CVME
Empirical distribution function	دالة التوزيع التجريبي	EDF
Moment method	طريقة العزوم	MOM
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Integrative Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ التكاملية	IMSE
Chi-square statistic	إحصاءه كاي سكوير	$\chi^2$
Anderson darling statistic	إحصاءه اندرسون دارلنك	$A_d^*$
Carmer-von mises statistic	إحصاءه كرامر-فون ميس	$W_d^*$

## المستخلص

ان توزيع Burr XII ذا معلمتي الشكل  $(\alpha, \beta)$  من التوزيعات الإحصائية المستمرة المهمة، إستمد هذا التوزيع أهمية حقيقية في العقود الثلاث الأخيرة لأهمية استعماله في الحالات العملية، وطبق هذا التوزيع في دراسة المعولية، عرض وقت الفشل، السيطرة على الجودة، ونمذجة القبول (قبول العينة) في الحالات التي يكون فيها التوزيع الطبيعي أنموذجاً غير ملائم. بناءً على ما تقدم تم التطرق في هذه الرسالة الى دراسة إعمام جديد لتوزيع Burr XII والذي سُمي "توزيع Burr XII المحول التكميبي الجديد"، التوزيع المقترح هو إعمام لتوزيع Burr XII بإضافة معلمتين اضافيتين الى دالته التوزيعية، علماً أننا لم نجد التوزيع الجديد في اي عمل بحثي سابق.

درست هذه الرسالة خصائص التوزيع الاحصائية والرياضية وقامت بتقدير معلمات التوزيع الجديد و دالة البقاء باستعمال خمس طرائق للتقدير وهي (طريقة الامكان الاعظم، طريقة المربعات الصغرى، طريقة المربعات الصغرى الموزونة، طريقة المقدرات التجزئية وطريقة الحد الادنى للمسافة بإستعمال احصاءة كرامر-فون ميس) عن طريق دراسة محاكاة تفصيلية باستعمال أسلوب محاكاة مونتي كارلو حيث تم اختيار قيم مختلفة لمعلمات التوزيع وتشكيل 8 حالات مختلفة وكذلك تم اختيار 4 أحجام عينات مختلفة (30,60,80,100) وتم مقارنة مقدرات هذه الطرائق بناءً على معيار متوسط مربعات الخطا وحسب أحجام العينات باستعمال اسلوب الرتب (Ranks). وتم تنفيذ هذا العمل بواسطة حزم برنامج Mathematica 12.2. واخيرا استعملنا انموذجين للبيانات الحقيقية احدهما محلي لعينة بحجم (107) والذي يتمثل في اوقات البقاء على قيد الحياة للمرضى المصابين بفايروس Covid-19، والاخر عالمي لعينة بحجم (76) يتمثل في اوقات بقاء لوح الايبوكسي المعرض للضغط لحين الفشل او الكسر من خلال تطبيق النتائج المستخلصة من الجانب التجريبي وذلك لبيان أن التوزيع المقترح يُعد انموذجاً ملائماً لنمذجة هذه الانواع من البيانات أكثر من توزيعات (Burr XII، Burr XII المحول التربيعة، Burr XII المحول التكميبي).

## المقدمة

التوزيعات الإحصائية مفيدة جداً في وصف ظواهر العالم الحقيقي والتنبؤ بها. وقد استعمل العديد من التوزيعات المعممة على نطاق واسع على مدى العقود الماضية لنمذجة البيانات في العديد من المجالات. و تركز التطورات الأخيرة على تحديد عائلات جديدة لتوسيع التوزيعات المعروفة وفي الوقت نفسه توفير مرونة كبيرة في نمذجة البيانات في الممارسة العملية لذلك تم اقتراح عدة اساليب لإنشاء توزيعات جديدة عن طريق إضافة واحدة أو أكثر من المعلمات في الأدبيات الحالية.

ان العمر المتوقع للبشر والحيوانات والمكونات أو الهياكل في العلوم الهندسية أو في العلوم الطبية يمكن أن يدرس بواسطة توزيعات البقاء على قيد الحياة، ولذلك امتلأت الأدبيات الاحصائية بمئات من توزيعات البقاء على قيد الحياة لنمذجة البيانات في العديد من المجالات كالدراسات البيولوجية والطبية الحيوية. وفي الآونة الأخيرة كان هناك اهتمام متزايد في تطوير عائلات جديدة من توزيعات الحياة. إذ يتم الحصول على التوزيعات المعدلة والموسعة والمعممة عن طريق إدخال بعض التحويلات أو إضافة معلمة أو أكثر إلى توزيعات البقاء الكلاسيكية المعروفة. والفكرة وراء ذلك هي جعل هذه التوزيعات أكثر مرونة وأكثر قابلية للتطبيق العملي عن طريق التقاط تعقيد البيانات، ومن ثم العثور على الطبيعة الحقيقية للبيانات وكيفية تصرفها.

ولذلك فان تعديل وتوسعة التوزيعات وإعمامها وتطبيقها على المشاكل في هذه المجالات هو حاجة واضحة اليوم، وتعد خرائط التحويل بشكل عام طريقة ملائمة لإنشاء توزيعات جديدة وعلى وجه الخصوص توزيعات البقاء على قيد الحياة.

وفي هذا البحث تم استعمال خارطة تحويل الرتب المكعبة المقترحة من لدن Granzotto et.al عام (2017) والتي تتميز بأنها تزيد من مرونة التوزيعات المحولة ما يسمح بنمذجة المزيد من البيانات المعقدة مثل تلك التي تمتلك معدلات مخاطرة ثنائية النسق (التوزيعات التي لها قمتين لدالة كثافتها الاحتمالية أي أن لها منوالين) [20]، وكذلك تتميز بأن معظم خرائط التحويل الاخرى ما هي الا حالات خاصة منها. ونظرا لما يتميز به توزيع Burr XII من مرونة وامتلاكه ذبول جبرية والتي تستعمل لنمذجة الفشل، النمذجة التي تحدث بتعدد أقل من تلك النماذج القائمة على ذبول اسية. ومن ثم فإنه يمثل إنموذجا جيدا لنمذجة بيانات وقت الفشل [59] وهذا ما دفعنا الى استعمال خارطة تحويل

الرتب المكعبة لتحويل هذا التوزيع من اجل ايجاد توزيع احتمالي جديد يكون اكثر مرونة في تفسير سلوك البيانات المعقد لا سيما البيانات المتعلقة بوفيات المرضى المصابين بفايروس Covid-19. ومن الجدير بالذكر بأننا استعملنا في هذا البحث حزم برنامج Mathematica 12.2 للحصول على رسومات الدوال كافة وكذلك في كتابة برنامج المحاكاة والجانب التطبيقي لا سيما الحلول العددية لأنظمة المعادلات اللاخطية .

# المفصل الأول

## منهجية البحث

**1-1 هيكلية البحث (Research structure)**

تحتوي هذه الرسالة على أربعة فصول ويتم فيها اقتراح توزيع " Burr XII المحول التكميبي الجديد". وهو توزيع ناتج عن استعمال خارطة تحويل الرتب المكعبة التي تضيف معلمتين إضافيتين الى دالة التوزيع الأساس Burr XII وتدرس الخصائص الإحصائية والرياضية وتقدير المعلمات ودالة البقاء (المعولية) للتوزيع الجديد ويتم تنظيم الرسالة على النحو الآتي:

يشتمل الفصل الأول على هيكلية ومشكلة وهدف وأدبيات البحث، في حين يدرس الفصل الثاني المفاهيم الأساسية التي يتناولها مفهوم البحث وخرائط التحويل وتطبيق خارطة تحويل الرتب المكعبة على توزيع Burr XII وإيجاد توزيع احتمالي جديد هو توزيع " Burr XII المحول التكميبي الجديد" "New Cubic Transmuted Burr XII"، (NCTBXII) ودراسة خصائصه الإحصائية والهيكلية، فضلاً عن دالة البقاء (المعولية) ودالة المخاطرة ودالة معدل الفشل، وتستعرض النماذج الفرعية والامتدادات الممكنة لهذا التوزيع وكذلك عرض لطرائق التقدير المستعملة لتقدير معلمات ودالة البقاء للتوزيع. ويتناول الفصل الثالث مفهوم المحاكاة وتطبيق أسلوب محاكاة مونت كارلو للمقارنة بين طرائق التقدير التي تم التطرق إليها في الفصل الثاني وكذلك تطبيق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية تتمثل في أوقات البقاء على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى لحين الوفاة للمرضى المصابين بفيروس Covid-19 وكذلك استعمال بيانات عالمية لغرض بيان ملائمة التوزيع مقارنة ببعض التوزيعات المحولة الأخرى والمشتقة من توزيع Burr XII. وأخيراً في الفصل الرابع يتم إستعراض أبرز ما جاء به البحث من إستنتاجات وكذلك التوصيات التي من الممكن أخذها بنظر الاعتبار.

**2-1 مشكلة البحث (Research problem)**

إن جودة التحليل الإحصائي تعتمد على التوزيع الإحصائي المختار لنمذجة البيانات، إذ إستعملت توزيعات مختلفة لتمثيل البيانات ولأن التوزيعات الكلاسيكية المعروفة ليست كافية لتفسير السلوك الحقيقي للبيانات فقد تم تطوير العديد من التوزيعات المحولة و الموسعة والمركبة والخليطة وتطبيقها في عدة مجالات ولا سيما في المجال الطبي ومجالات دراسة المعولية. ومع ذلك لا يزال هنالك العديد من المشاكل المهمة التي لا تفسر بواسطة التوزيعات الحالية ولذلك فاننا نحتاج الى توزيعات أكثر مرونة وأكثر انسجام مع هذه المشاكل. ومن أهم هذه المشاكل وأحدثها والتي أثارت أهتمامنا هي

مشكلة السلوك المعقد للبيانات المتعلقة بوفيات المرضى المصابين بفيروس Covid-19 والتي لا تتخذ شكل ثابت أو سلوك معين وإنما تكون بشكل متذبذب وغير ثابت لذلك أخذنا على عاتقنا إيجاد توزيع احتمالي ملائم لتفسير سلوك وفيات هذا الوباء لأنها تمثل مشكلة اقتصادية واجتماعية وصحية.

### **3-1 أهداف البحث (Research objectives)**

أهداف هذا البحث هي:

- 1- تقديم توزيع احتمالي جديد يكون أكثر مرونة وملائمة لنمذجة البيانات الحقيقية عن طريق إضافة معلمتين إضافيتين لدالة توزيع Burr XII.
- 2- اشتقاق الخصائص الرياضية العامة للتوزيع الجديد.
- 3- كما يهدف البحث إلى مقارنة طرائق تقدير معالم التوزيع الإحتمالي ودالة البقاء للبيانات الكاملة بإستعمال طرائق تقدير (الإمكان الأعظم Maximum Likelihood، المربعات الصغرى Least Square، المربعات الصغرى الموزونة Weighted Least Square، المقدرات التجزيئية Percentiles Estimators، الحد الأدنى للمسافة Minimum Distance) والمقارنة بينها بإستعمال المحاكاة بطريقة مونت كارلو وباعتماد المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE)، بإعتماد أسلوب الرتب.
- 4- تطبيق النتائج المستخلصة من الجانب التجريبي في دراسة بيانات البقاء على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى لحين الوفاة لعينة من المرضى المصابين بفيروس Covid-19 وكذلك إستعمال بيانات عالمية لإظهار مدى ملائمة التوزيع مقارنة ببعض التوزيعات المحولة الأخرى والمشتقة من توزيع Burr XII وبعض التوزيعات القياسية.

### **4-1 أدبيات البحث (Research literature)**

في هذا القسم نقدم مراجعة لبعض الأعمال المهمة المتعلقة بتوزيع Burr XII في البند الأول، وكذلك في البند الثاني سنقوم بمراجعة خرائط تحويل الرتب وبعض التوزيعات المحولة بواسطتها.

### 1-4-1 الدراسات المتعلقة بتوزيع Burr XII

في هذا البند نقدم مراجعة لبعض الأعمال المهمة المتعلقة بتوزيع Burr XII من منظور نظري وعملي وسنراجع أيضاً الأساليب الحديثة التي تم ادخالها لإعطاء التوزيع القياسي. ومن الجدير بالذكر أن هنالك العديد من الدراسات التي أجريت على التوزيع لكننا قمنا بسرد أهمها تلافياً للإسهاب.

**ففي عام (1942) قدم Burr** إثني عشر شكلاً مختلفاً من دوال التوزيع التراكمي لنمذجة البيانات، وقام بإشتقاق خصائصها وطور نظرية الدالة التراكمية لأنواع التوزيعات المقترحة واقترح طريقة عامة لترتيب أي دالة تراكمية. كما قام بجدولة الوسط العددي، الإنحراف المعياري، الإلتواء والتفطح لتوزيع Burr XII لقيم متكاملة من المعلمات. [13]

كانت **Hatke عام (1949)** أول من يقدم رسماً بيانياً لمنحنى توزيع Burr XII لظهور مرونته. كما انها قامت أيضاً ببناء جداول للإلتواء والتفطح و لمجموعات من قيم المعلمات أقل من تساوي واحد. [23]

**أعطى Takahasi عام (1965)** اشتقاقاً جديداً لتوزيع Burr XII عن طريق تركيب توزيعي Weibull و Gamma. كما اشتق توزيع Burr XII متعدد المتغيرات وأثبت أن التوزيعات الحدية والشرطية أيضاً توزيعات Burr XII متعددة المتغيرات. [54]

**أظهر الباحثان Burr & Cislac عام (1968)** أن منحنيات توزيع Burr XII تغطي مناطق أكبر بكثير من تلك التي قدمتها Hatke لأول مرة عام (1949) حيث بينوا أن منحنيات توزيع Burr XII يغطي المنطقة المقابلة لتوزيعات Pearson الأولى والرابع والسادس وجزء من بيرسون الثالث وكذلك جزء من بيرسون الثاني. [12]

**حصل Dubey في نفس العام على نفس النتيجة التي استخلصها Takahasi عام (1965)** وسمى التوزيع المشتق (توزيع ويبيل المركب) وناقش حالاته الخاصة وخصائصه. [17]

**قدم Burr عام (1973)** جدولاً مفصلاً لقيم العزوم المعيارية (الإلتواء والتفطح) كدوال لمعلمات توزيع Burr XII (  $\alpha, \beta$  ) وكذلك قام بتقدير الإلتواء والتفطح بالنسبة للبيانات الحقيقية في دراسته. [11]

إستكشف Rodriguez عام (1977) وبشكل مفصل العلاقة بين توزيع Burr XII والتوزيعات المستمرة الأخرى. و قارن مستوى تغطية منحنى توزيع Burr XII إلى مستوى نظام بيرسون. ولاحظ أن منطقة Burr XII تغطي أقسامًا من المناطق المقابلة لـ Pearson الأول والثاني والثالث والرابع والسادس. [47]

طور Papadopoulos في العام التالي تقديرات بيزية لدالة المعولية ومعلمة واحدة من معلمات توزيع Burr XII عندما تكون المعلمة الثانية معلومة، وتم استعمال توزيعي Gamm و Uniform كتوزيعات سابقة (Prior distributions) وتم تضمين مثال افتراضي لأضهار فائدة توزيع Burr XII. [39]

وفي عام (1980) لخص Tadikamalla العلاقة بين توزيع Burr XII ومختلف التوزيعات مثل Lomax، Weibull المركب، log-logistic، Weibull، و Kappa. كما لاحظ أنه يمكن استعمال Burr XII و Burr III لملاءمة أي بيانات أحادية الوسائط تقريبًا وهذا ما يمكن مقارنته بنظامي توزيعات بيرسون وجونسون. [53]

اقترح McDonald عام (1984) توزيعين معممين لتوزيع Beta ، وأشار الى أن هذين التوزيعين تشمل العديد من التوزيعات كحالات خاصة وتم تطبيق هذين التوزيعين على بيانات توزيع الدخل، وقد تبين أن من بين هذه التوزيعات (الحالات الخاصة) فان توزيع Burr XII يوفر تناسباً افضل من التوزيع المعمم الثاني لتوزيع Beta. [34]

قام Wingo عام (1993) باجراء تحليلاً رياضياً مفصلاً لتحديد وجود وتفرد تقديرات المكان الاعظم لتوزيع Burr XII، وتم تطبيق الطريقة المقترحة على البيانات الخاضعة للرقابة التدريجية الناشئة في تجارب اختبار الحياة. [56]

درس Gupta وآخرون (1996) معدل الفشل غير الرتيب في توزيع Burr XII وموقع النقاط الحرجة. وصفوا إجراء تقدير هذه النقاط الحرجة وتحليل البيانات المتعلقة بقوة فشل الألياف. [21]

قام Zimmer وآخرون بعد عامين بإستكشاف دالة معدل الخطر غير الرتبية في توزيع Burr XII ودرسوا خصائصها الإحصائية وعلاقتها مع نماذج البقاء الأخرى. وأبرزوا الطرائق الرسومية للتقدير باستعمال ورقة الاحتمالات ومتبوعة بأمثلة من واقع الحياة. [59]

وبعد عامين أشتق Wang توزيعاً جديداً وذلك بمزج إثنين من توزيعات Burr XII أحدهما يمتلك معدل خطر متزايد والآخر يمتلك معدل خطر متناقص، والتوزيع الجديد يحتوي على شكل حوض الاستحمام (بانيو) ومناسب لدراسة دالة معدل الفشل للعديد من المكونات الميكانيكية الإلكترونية. وقد تم عرض التوزيع المقترح كتوزيع مناسب لوصف بيانات معدل الفشل على شكل حوض الاستحمام (بانيو). [55]

ثم قام Ghitany and Al-Awadhi بعد عامين آخرين بإشتقاق الشروط الضرورية والكافية لوجود وتفرد تقديرات الإمكان الأعظم لتوزيع Burr XII، كما أثبتوا أن هذه التقديرات متسقة. وتم تقديم بيانات سرطان الدم كمثال على دراسات البقاء على قيد الحياة المرتبطة بعلاجات مختلفة. [19]

اقترح Shao عام (2004) توسيع توزيع Burr XII ثلاثي المعلمات والذي يشتمل على توزيعات Pareto المعمم، log-logistic و Weibull كحالات خاصة وطبق التوزيع على ذروة الفيضانات وبيانات تدفق الأنهار السنوية في الصين إذ أظهر التوزيع تناسباً أفضل لها. [51]

اشتقت Olapade عام (2008) توزيع Burr XII ذو ستة معلمات من خلال تركيب توزيعات الأسّي و Gamma. كما قام بإيجاد دالة التوزيع التراكمي (cdf)، والعزم الرائي (rth moment) وتوزيع الإحصاءات المرتبة وأظهرت علاقة التوزيع المقترح مع غيره من التوزيعات الأسية. [38]

قامت Paranaíba وآخرون في عام (2011) ببناء توزيع Beta Burr XII المركب الذي يحتوي على العديد من النماذج الكلاسيكية والحالات الخاصة. من بينها logistic، Weibull، Burr XII، exponentiated Burr XII و Beta log-logistic. كما أنهم اشتقوا الخصائص الرياضية للتوزيع الجديد وقدروا معلماته بطريقة الإمكان الأعظم، وتبين أن التوزيع المقترح يناسب بيانات البقاء على قيد الحياة التي تمتلك معدل خطر غير مستقر عن طريق التطبيق على بيانات مرض سرطان الجلد. [42]

اقترحت Paranaíba وآخرون بعد عامين توزيع Kumaraswamy Burr XII، الذي يحتوي على العديد من توزيعات الحياة المعروفة كحالات خاصة. كما قاموا بإيجاد خصائص التوزيع الرياضية بالإضافة إلى استعمال طريقة الإمكان الأعظم وطريقة بيز لتقدير المعلمات. وتم تضمين دراسة محاكاة لمقارنة مقدرات الطريقتين. وأظهر التطبيق إلى البيانات الحقيقية أن التوزيع المقترح قد يجذب استخدام أوسع لبيانات مدى الحياة. [41]

ادخل **Para & Jan عام (2014)** توزيعًا معممًا من Burr XII بإستعمال النهج العام لتقدير التوزيع المستمر. واقترحا أنه توزيع معولية مناسب لمجموعة من البيانات المنفصلة لمدى الحياة، كما تبين أنه يمكن لدالة معدل الخطر تحقيق زيادة رتيبة الشكل (تناقص) لبعض قيم المعلمات. [40]

اقترح **Ramos وآخرون في العام التالي** توزيع Burr XII negative binomial ذو خمسة معلمات، والذي يشمل كل من التوزيع اللوجستي للوغارتمي، Weibull، Pareto Type II و Burr XII كحالات خاصة. كما أنهم اشتقوا عزومه الاعتيادية وغير المكتملة، ودالته الكمية، والالتواء ودالة المعولية. وكذلك اقترحوا طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات التوزيع، وأظهر تطبيق البيانات الحقيقية ان التوزيع يمثل نموذجاً مناسباً أفضل من نماذج مدى الحياة الكلاسيكية الأخرى. [45]

#### **2-4-1 الدراسات المتعلقة بخرائط تحويل الرتب (Ranking Transmuted**

#### **Maps)**

ان إعمام وتحويل التوزيعات الاحتمالية هي عملية شائعة جدا في النظرية الإحصائية. ومن أجل هذا الاجراء تم اقتراح أساليب مختلفة في المؤلفات والتي تضيف معلمات إضافية الى التوزيعات الاحتمالية الأساسية الموجودة بحيث أن التوزيع الجديد يكون أكثر مرونة لغرض التقاط تعقيد البيانات، وتتوفر عدة فصول عامة لإعمام التوزيعات في المؤلفات الأحصائية، ولكن تركيزنا الرئيس في هذا البند هو تقديم إستعراض خرائط تحويل الرتب التي تزيد من مرونة التوزيع و القدرة على استكشاف خصائص ذيله وزيادة حسن مطابقتة للبيانات.

اقترح الباحثان **Shaw and Buckley عام (2009)** تقنية جديدة لإضافة المعلمات إلى توزيعات البقاء الكلاسيكية، وهي تقنية خارطة تحويل الرتبة التربيعية Quadratic Rank Transmuted Map (QRTM)، والتي تضيف معلمة التحويل الى دالة التوزيع ومن ثم خلق عائلة جديدة تسمى عائلة التوزيعات المحولة، وقاما بتطبيقها على مجموعة من التوزيعات مثل الأسى والمنتظم والطبيعي. [52]، وقد تم دراسة هذه الطريقة لدى العديد من الباحثين وتطبيقها على مجموعة كبيرة من التوزيعات الأخرى.

في عام (2017) اقترح **Granzotto وآخرون** خارطة تحويل الرتب المكعبة التي تضيف معلمتي تحويل الى دالة التوزيع الاساس وقاموا بدراسة خصائصها المختلفة وتطبيقها على توزيع

وايبل والتوزيع اللوجستي اللوغارتمي ودراسة اغلب خصائصها بالنسبة للتوزيعين وتبين أنها أكثر قدرة على التقاط تعقيد البيانات مقارنة بخارطة تحويل الرتب التربيعية. [20]

وفي العام نفسه قدمت **AL-Kadim & Mohammed** توزيع وايبل المحول الجديد باستعمال خارطة التحويل المكعبة المقترحة من قبلهما والتي تضيف معلمة تحويل واحدة فقط الى دالة التوزيع الاساس، وناقشا بعض خصائصه الاحصائية. [8]

وفي العام ذاته استعملت **Maurya** وآخرون خارطة تحويل الرتب التربيعية لتوزيع Burr XII للحصول على توزيع Burr XII المحول التربيعة، وناقشوا خصائصه الاحصائية، وقدروا معلماته بطريقة الامكان الاعظم وايضا طبقوا التوزيع على بيانات حقيقية وبيّنوا افضليته في تمثيل تلك البيانات. [33]

وفي العام اللاحق اقترح **Rahman** وآخرون خارطة جديدة لتحويل الرتب المكعبة لإعمام التوزيعات، وتم تطبيقها على التوزيع الاسي وقدرت معلماته بطريقة الامكان الاعظم، وتم تطبيق التوزيع الاسي على مجموعتين من البيانات الحقيقية وتبين أن التوزيع الاسي المحول المكعب يوفر أفضل ملاءمة لهذه البيانات بالمقارنة مع النماذج الأخرى المستعملة في البحث. [43]

طبق **Saraçoğlu & Tanış** في العام نفسه خارطة تحويل الرتب المكعبة المقدمة من قبل Granzotto وآخرون [20] على توزيع Kumaraswamy للحصول على توزيع Kumaraswamy المحول التكميبي، وناقشوا خصائصه الاحصائية، وقدرنا معلماته بطريقة الامكان الاعظم وايضا طبق على بيانات حقيقية وبيّننا افضليته في تمثيل البيانات المدروسة. [50]

في عام 2019 اقترح **Rahman** وآخرون خارطة تحويل جديدة لتحويل التوزيعات عن طريق إضافة معلمة إضافية واحدة. وطبقت على التوزيع المنتظم، وقدموا أيضا وصفا لتفاصيل الخصائص الإحصائية لتوزيع المنتظم المحول التكميبي المقترح إلى جانب تقدير معلماته وتطبيقه الحقيقي وبيان افضليته. [44]

استعمل **Sakthivel** وآخرون عام (2020) خارطة تحويل الرتب المكعبة التي اقترحها Granzotto لتوزيع Lindley للحصول على توزيع Lindley المحول التكميبي، وناقشوا خصائصه الاحصائية، وقدرنا معلماته بطريقة الامكان الاعظم وايضا طبقوا التوزيع على بيانات

حقيقية وبنينا افضليته في تمثيل البيانات مقارنة بالتوزيعات (Exponential، Trans Lindley)، [49].(Lindley)

وكذلك قام الباحثان **Ogunde & Chukwu** في العام نفسه بتطبيق خارطة تحويل الرتب المكعبة لـ Granzotto على توزيع Inverse Weibull للحصول على توزيع Inverse Weibull المحول التكميبي، وناقشا خصائصه الاحصائية، وقدرنا معلماته بطريقة الامكان الاعظم وايضا طبق على بيانات حقيقية وبنينا افضليته مقارنة ببعض التوزيعات المحولة والمركبة. [37]

استعملت **Akter** وآخرون عام (2020) خارطة تحويل الرتب المكعبة التي اقترحها **Rahman** [44] على توزيع Burr XII للحصول على توزيع Burr XII المحول التكميبي، وناقشا خصائصه الاحصائية، وقدرنا معلماته بطريقة الامكان الاعظم وايضا طبق على بيانات حقيقية تتمثل في اوقات بقاء لوح الايبوكسي المعرض للضغط لحين الفشل او الكسر (البيانات العالمية التي تم استعمالها في بحثنا) وبنينا افضليته في تمثيل هذه البيانات مقارنة بتوزيع Burr XII المحول وكذلك توزيع Burr XII. [7]

نلاحظ من استعراضنا للدراسات السابقة مدى حداثة موضوع التحويل التكميبي للتوزيعات وعلى حد علم الباحث فقد لوحظ ندرة الدراسات العربية التي تناولت موضوع التحويل التكميبي للتوزيعات لا سيما استعمال خارطة التحويل التكميبي المقدمة من قبل Granzotto واخرون عام (2017) والتي وجدنا أنها تتميز بأن معظم خرائط التحويل التكميبي الاخرى وكذلك خارطة التحويل التربيبي ما هي الا حالات خاصة منها. لذلك قمنا بتطبيق هذه الخارطة على توزيع Burr XII ذي المعلمتين للحصول على توزيع جديد هو توزيع هو توزيع " Burr XII المحول التكميبي الجديد"، " New Cubic Transmuted Burr XII"، (NCTBXII) والذي يكون من أهم مميزاته هو إمكانية نمذجة البيانات التي تمتلك معدلات خطر ثنائية النسق. وكذلك تقدير معلمات التوزيع ودالة البقاء باستعمال خمس طرائق للتقدير والمقارنة بينها على خلاف دراسات التحويل التكميبي السابقة والتي اقتصر على استعمال طريقة الامكان الاعظم فقط في تقدير المعلمات وكذلك لم تنظر الى تقدير دالة البقاء.



الفصل الثاني

الجانب النظري

## 1-2 تمهيد (preamble)

في هذا الفصل سنقوم بإستعراض المفاهيم الأساسية التي يتناولها البحث وهي أهم تعاريف الدوال المستعملة في البحث، ومفهوم خرائط التحويل وأنواعها، فضلاً عن نبذة عن توزيع Burr XII والذي يظهر كأنموذج للبقاء والذي سوف يكون العمل عليه، ومن ثم القيام بتحويل الترتيب التكميبي لتوزيع Burr XII باستعمال خارطة تحويل الرتب المكعبة (Cubic Rank Transformation Map) (CRTM) وبناء أنموذج احتمالي جديد ودراسة خصائصه الهيكلية والإحصائية وتطبيقاته وتقدير معالمته وكذلك دالة البقاء بخمس طرائق تقدير، وهي طريقة الامكان الاعظم، طريقة المربعات الصغرى، طريقة المربعات الصغرى الموزونة، طريقة المقدرات التجزيئية و طريقة الحد الادنى للمسافة.

## 2-2 دالة التوزيع ودالة الكثافة الاحتمالية (Distribution Function and Probability Density Function) [24] [28]

في هذا القسم نستعرض بعض المفاهيم الأساسية الخاصة بدالة التوزيع التراكمي، الدالة الكمية ودالة كثافة الاحتمالية، وهي من المفاهيم الاساسية و المهمة في بحثنا.

**1-2-2:** ليكن  $X$  متغيراً عشوائياً و معرفاً على فضاء العينة  $S$  بدالة احتمال  $P$ . بالنسبة لأي رقم حقيقي  $x$  فإن دالة التوزيع التراكمي (Cumulative Distribution Function) للمتغير العشوائي  $X$  [ومختصرها  $(cdf)$ ] وتكتب بالشكل  $F(x)$  هي الاحتمال المقترن بمجموعة نقاط العينة في فضاء العينة  $S$  التي يتم تعيينها بواسطة المتغير العشوائي  $X$  الى القيم على الخط الحقيقي أقل من أو يساوي  $x$ . وبشكل رياضي يمكن تعريفها:

$$F(x) = P(\{s \in S \mid X(s) \leq x\})$$

سينصب اهتمامنا هنا على المتغيرات العشوائية المستمرة، إذ أن  $F(x)$  هي دالة متزايدة و  $0 \leq F(x) \leq 1$  لكل قيم  $x$ ، حيث  $(P(X = t) = 0)$  لكل  $t$ . وبذلك لا توجد قيمة واحدة لها احتمال غير صفري. وفي هذه الحالة فان  $F(x)$  هي دالة مستمرة ولها دالة عكسية.

**2-2-2:** لنفترض أن  $F(x)$  هي دالة التوزيع التراكمي (*cdf*) للمتغير العشوائي  $X$ . فان الدالة العكسية لـ  $F(x)$  تسمى الدالة الكمية (*quantile function*) ويرمز لها بالرمز  $x(F)$ .

**3-2-2:** دالة الكثافة الاحتمالية (*Probability Density Function*) [ومختصرها (*pdf*)] لمتغير عشوائي مستمر  $X$  هي الدالة  $f$  التي تحقق:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \quad \dots (1 - 2)$$

أي ان:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) \quad \dots (2 - 2)$$

**4-2-2:** يقال ان المتغيرين العشوائيين  $X$  و  $Y$  مستقلان، إذا وفقط إذا كان:

$$f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y) \quad \text{ولجميع قيم } x, y \quad \dots (3 - 2)$$

حيث ان  $f_{XY}(x, y)$  تمثل دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة (*joint pdf*) للمتغيرين العشوائيين  $(X, Y)$  وإن  $f_X(x)$  و  $f_Y(y)$  تمثلان (*pdf*) لـ  $X$  و  $Y$  على الترتيب.

**5-2-2:** لتكن  $X_1, X_2, \dots, X_n$  متغيرات عشوائية لها (*joint pdf*)  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . ولتكن  $f_i(x)$  تعرف بانها دالة الكثافة الاحتمالية (*pdf*) للمتغير  $X_i$ . فان  $X_1, X_2, \dots, X_n$  تسمى متغيرات مستقلة بشكل متبادل (*mutually independent*) اذا كان :

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_i(x_i) \quad \dots (4 - 2)$$

**3-2 الإحصاءات المرتبة (Order Statistics) [10]**

في هذا القسم نتعامل مع الإحصاءات المرتبة، نكتب أولاً تعريفاً لعينة عشوائية والذي يستعمل في تعريف الإحصاءات المرتبة، بعد ذلك نقدم نظريتين، الأولى تجد دالة كثافة الاحتمال والأخرى تجد دالة التوزيع التراكمي للإحصاءات المرتبة .

**1-3-2:** مجموعة المتغيرات العشوائية  $X_1, X_2, \dots, X_n$  تسمى عينة عشوائية بحجم  $n$  من المجتمع  $f(x)$  اذا كانت  $X_1, X_2, \dots, X_n$  مستقلة بشكل متبادل وإن دالة الكثافة الاحتمالية ( $pdf$ ) لكل  $X_i$  هي دالة للعينة  $f(x)$ .

من التعريف المذكور أنفا لعينة عشوائية وحسب الصيغة (2 – 4) فان دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة  $joint(pdf)$  للعينة العشوائية  $X_1, X_2, \dots, X_n$  يتم إعطائها كالآتي:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1)f(x_2) \dots f(x_n) = \prod_{i=1}^n f_i(x_i)$$

**2-3-2:** الإحصاءات المرتبة للعينة العشوائية  $X_1, X_2, \dots, X_n$  هي مجموعة القيم الموضوعه في ترتيب تصاعدي، ويتم الاشارة اليها بالشكل  $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$  وبتعبير اخر فإن الإحصاءات المرتبة هي المتغيرات العشوائية التي تحقق  $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$  بحيث ان:

$$X_{1:n} = \min X_i$$

$$X_{2:n} = 2ndX_i$$

.

.

.

$$X_{n:n} = \max X_i$$

**3-3-2:** لتكن  $X_1, X_2, \dots, X_n$  عينة عشوائية بحجم  $n$  من توزيع له دالة كثافة احتمالية  $f(x)$  ودالة كثافة تجميعية،  $F(x)$  فيتم إعطاء دالة الكثافة التجميعية  $cdf$  للاحصاءة المرتبة  $i$  th حسب الصيغة الآتية:

$$F_i(x) = \sum_{k=i}^n C_k^n [F(x)]^k [1 - F(x)]^{n-k} \quad \dots (5 - 2)$$

**4-3-2:** لتكن  $X_1, X_2, \dots, X_n$  عينة عشوائية من حجم  $n$  من توزيع له دالة كثافة احتمالية  $f(x)$  ( $pdf$ ) ودالة كتلة احتمالية ( $cdf$ )،  $F(x)$  فيتم اعطاء دالة ( $pdf$ ) للاحصاءة المرتبة  $i$  th حسب الصيغة الآتية:

$$f_i(x) = C_i^n [F(x)]^{i-1} [1 - F(x)]^{n-i} f(x) \quad \dots (6 - 2)$$

#### **4-2 دالة البقاء أو المعولية ودالة معدل المخاطرة (Survival or Function and Hazard Rate Function) [29]**

دالة البقاء على قيد الحياة (Survival function) أو دالة المعولية (الموثوقية) (Reliability function) هي مكملة دالة التوزيع التراكمية  $F(x)$ ، وتعرف كالآتي:

$$S(x) = 1 - F(x) \quad \dots (7 - 2)$$

وهي الدالة التي تعطي احتمال البقاء على قيد الحياة قبل الزمن  $t$  مباشرة ، أو بشكل عام هي احتمالية عدم وقوع الحدث موضوع الاهتمام بالزمن  $t$  . على سبيل المثال يعطي احتمال بقاء المريض أو الجهاز أو أي شيء آخر موضع الاهتمام على قيد الحياة بعد الوقت المحدد.

و دالة معدل المخاطرة (Hazard rate function) التي يمكن استعمالها لعدة تحليلات إحصائية في الطب والهندسة والاقتصاد. وهي شائعة الاستعمال عند تقديم النتائج في التجارب السريرية التي تنطوي على بيانات البقاء على قيد الحياة.

**1-4-2:** بما أن معدل الفشل الفوري أو الموت في الوقت المحدد، هو احتمال ان الفرد نجا حتى الزمن  $t$  محدد ويعرف في المجال الديموغرافي كقوة معدل الوفيات، وفي نظرية الموثوقية، يطلق عليه معدل المخاطرة أو معدل الفشل.

يتم تعريف دالة المخاطرة على أنها احتمالية وقوع حدث يحدث في مدة زمنية قصيرة. بتعبير أدق يتم تعريفها:

إذا كان  $T$  متغيراً عشوائياً غير سالب (مستمر) له دالة توزيع تراكمية ودالة كثافة احتمالية فإن:

$$h(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{P(X \leq x + \Delta x | X > x)}{\Delta x}, \quad x > 0$$

ويمكن كتابة دالة المخاطرة كنسبة بين دالة الكثافة الاحتمالية  $f(x)$  ودالة البقاء  $S(x) = 1 - F(x)$  وحسب الصيغة الآتية:

$$h(x) = \frac{f(x)}{S(x)} = \frac{f(x)}{1 - F(x)} \quad \dots (8 - 2)$$

علماً أن معرفة أي من دالة الكثافة الاحتمالية أو دالة البقاء أو دالة المخاطرة يؤدي إلى معرفة الاثنان الآخرين .

### **5-2 متوسط زمن الفشل أو الوفاة (Mean Time To failure) [22]**

و هو من المقاييس المستعملة في موضوع المعولية أو البقاء على قيد الحياة والذي يعرف على انه القيمة المتوقعة لزمن البقاء على قيد الحياة قبل حصول الوفاة ويعبر عنه رياضياً كما يلي:-

$$MTTF = E(t) = \int_0^{\infty} tf(t)dt \quad \dots (9 - 2)$$

## 6-2 خرائط تحويل الرتب Rank Transformation Maps

تعد خرائط تحويل الرتب طريقة ملائمة وحديثة لبناء توزيعات جديدة لا سيما توزيعات الفشل أو البقاء على قيد الحياة وهي تشتمل على التركيب الوظيفي لدالة التوزيع التراكمي ( $cdf$ ) لتوزيع معين مع دالة التوزيع التراكمي العكسي (الدالة الكمية) لتوزيع اخر. [20]

## 1-6-2 خارطة تحويل الرتب التربيعية Quadratic Rank Transformation

### Map(QRTM)

تم تقديم خارطة تحويل الرتب التربيعية (QRTM) من قبل الباحثان Shaw and [Buckley][52] في عام 2009 كوسيلة لتمديد التوزيعات المعروفة عن طريق إضافة معلمة إضافية إلى دالة التوزيع الاساس. وتحويلها الى توزيعات توفر مجموعة أدوات للسيطرة على التواء و تفلطح التوزيع من أجل ان تناسب البيانات الحقيقية.

إذا كان للتوزيع الاحتمالي الاساس دالة توزيع تراكمي ( $cdf$ ) تأخذ الرمز  $G(x)$ ، فإن المتغير العشوائي ( $x$ ) يكون محول بواسطة خارطة تحويل الرتب التربيعية إذا كان له  $F(x)$ ، حسب الشكل البسيط الآتي:

$$F(x) = (1 + \lambda)G(x) - \lambda[G(x)]^2 \quad , \quad -1 \leq \lambda \leq 1 \quad \dots (10 - 2)$$

حيث إن  $\lambda$  تمثل معلمة التحويل.

و إن  $G(x)$  تمثل ( $cdf$ ) للتوزيع الاساس.

وباشتقاق الصيغة آنفاً نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية ( $pdf$ ):

$$f(x) = g(x)[(1 + \lambda) - 2\lambda G(x)] \quad , \quad -1 \leq \lambda \leq 1 \quad \dots (11 - 2)$$

حيث أن  $g(x)$  تمثل دالة الكثافة الاحتمالية ( $p.d.f$ ) للتوزيع الأساس.

ومن الجدير بالذكر أن التوزيع الناتج يمثل دالة كثافة احتمالية ( $pdf$ ) يطلق عليه اسم التوزيع المحول (Transformed distribution). وكما هو واضح ان التوزيع الأساس قبل التحويل هو حالة خاصة من التوزيع المحول عندما  $\lambda = 0$ .

وباستعمال هذا التحويل تم اشتقاق العديد من التوزيعات الى جانب ذلك فأن هنالك العديد من الدراسات والتعديلات على خارطة تحويل الرتب التربيعية (QRTM).

### 1-1-6-2 بناء خارطة تحويل الرتب التربيعية (QRTM) [20]

ليكن  $X_1$  و  $X_2$  متغيرين مستقلين موزعين بشكل متطابق عشوائيا (i.i.d) (Identical Independent Distribution) بحيث أن:

$$X_{2:2} = \max(X_1, X_2), \quad X_{1:2} = \min(X_1, X_2)$$

وإن :

$$Y \stackrel{d}{=} X_{1:2}, \quad \text{،} \quad \text{بإحتمال} = \pi$$

$$Y \stackrel{d}{=} X_{2:2}, \quad \text{،} \quad \text{بإحتمال} = 1 - \pi$$

حيث ان  $0 \leq \pi \leq 1$  ، وبذلك فان دالة التوزيع التراكمي المتغير  $Y$  تعطى بالشكل الآتي:

$$F_Y(x) = \pi p(\min(X_1, X_2) \leq x) + (1 - \pi)p(\max(X_1, X_2) \leq x) \dots (12 - 2)$$

وبحسب الصيغة (2 - 5) قانون الإحصاءات المرتبة (order statistics) [10] وبتعويض  $n = 2$  فإن:

$$\begin{aligned} F_{min}(x) &= C_1^2[G(x)][1 - G(x)] + C_2^2[G(x)]^2 \\ &= 2G(x) - 2[G(x)]^2 + [G(x)]^2 \\ &= 2[G(x)] - [G(x)]^2 \\ &= 1 - 1 + 2G(x) - [G(x)]^2 && \text{بإضافة وطرح 1} \\ &= 1 - [1 - 2G(x) + [G(x)]^2] \end{aligned}$$

وبتطبيق قانون الفرق بين مربعين  $(x^2-2xy+y^2)=(x-y)^2$  نحصل على الصيغة التالية:

$$F_{min}(x) = 1 - [1 - G(x)]^2 \quad \dots (13 - 2)$$

وان:

$$F_{max}(x) = [G(x)]^2 \quad \dots (14 - 2)$$

وبتعويض الصيغتين (13 - 2) و(14 - 2) في الصيغة (12 - 2) نحصل على:

$$F_Y(x) = \pi (1 - [1 - G(x)]^2) + (1 - \pi) [G(x)]^2$$

وبعد التبسيط:

$$= 2\pi G(x) + (1 - 2\pi) [G(x)]^2$$

وبافتراض ان  $\lambda = 2\pi - 1$  ينتج:

$$F_Y(x) = (1 + \lambda)G(x) - \lambda[G(x)]^2$$

وهو كما معروض في الصيغة (10 - 2)

## 2-6-2 خارطة تحويل الرتب المكعبة Cubic Rank Transformation

### Map(CRTM)

لوحظ أنه في بعض المشاكل العامة يمكن أن تكون الامتدادات لخارطة التحويل إلى الرتبة  $k > 2$  ضرورية خصوصاً في الحالات التي تكون فيها البيانات قادمة من أكثر من مصدر، وعن طريق الزيادة إلى الرتبة 2 يصبح التوزيع أكثر مرونة من التوزيع الأصلي المقترح بواسطة Shaw and Buckley ، لكنها تحافظ على القابلية للتفسير والمعالجة. وتوضح النظرية السابقة أنه يمكن اعتبار  $k > 2$ ، فان ذلك قد يزيد من مرونة التوزيع أكثر منه في حالة الرتبة 2.

ففي عام 2017 تم اقتراح خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM) من قبل Granzotto واخرون [20] استناداً الى فكرة خارطة تحويل الرتب التربيعية وقد وجد ان هذا النظام الجديد يزيد من مرونة النماذج المحولة وهو قادر على تحليل البيانات الأكثر تعقيداً، على سبيل المثال البيانات ذات معدلات الخطر ثنائية النسق .

وكانت على النحو الآتي:

$$F(x) = \lambda_1 G(x) + (\lambda_2 - \lambda_1)[G(x)]^2 + (1 - \lambda_2)[G(x)]^3 \quad \dots (15 - 2)$$

$$0 \leq \lambda_1 \leq 1 \quad , \quad -1 \leq \lambda_2 \leq 1$$

حيث ان  $\lambda_1, \lambda_2$  تمثلان معلمتي التحويل الاولى والثانية على التوالي.

و إن  $G(x)$  تمثل  $(cdf)$  للتوزيع الاساس.

وباشتقاق الصيغة آنفاً نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية  $(pdf)$  كالآتي:

$$f(x) = g(x)[\lambda_1 + 2(\lambda_2 - \lambda_1)G(x) + 3(1 - \lambda_2)[G(x)]^2] \quad \dots (16 - 2)$$

$$0 \leq \lambda_1 \leq 1 \quad , \quad -1 \leq \lambda_2 \leq 1$$

حيث أن  $g(x)$  تمثل دالة الكثافة الاحتمالية  $(p.d.f)$  للتوزيع الأساس.

وان التوزيع الناتج يطلق عليه اسم التوزيع المحول التكعيبي (Cubic Transformed distribution). وان التوزيع المحول هو حالة خاصة من التوزيع المحول التكعيبي عندما  $(\lambda_2 = 1, \lambda_1 = 1 + \lambda)$ ، وكذلك فإن التوزيع الاساس قبل التحويل هو حالة خاصة من التوزيع المحول التكعيبي عندما  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ . حيث ان  $\lambda$  تمثل معلمة التحويل التريبيعي.

باستعمال هذا التحويل تم اشتقاق العديد من التوزيعات الى جانب ذلك فإن هنالك العديد من الدراسات والتعديلات على خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM) والتي هي في الحقيقة عبارة عن حالات خاصة يمكن التوصل اليها من خارطة تحويل الرتب المكعبة الاساسية ونذكر منها:  
1- خارطة تحويل الرتب المكعبة المقدمة من قبل AL-Kadim & Mohammed عام (2017) [8] والتي تكون بالصيغة الآتية:

$$F(x) = (1 + \lambda)G(x) - \lambda[G(x)]^2 + \lambda[G(x)]^3 \quad \dots (17 - 2)$$

إذ يتم ملاحظة أنه بتعويض  $\lambda_2 = 1 - \lambda, \lambda_1 = 1 + \lambda$  فان الصيغة (2 - 17) تتحول الى خارطة تحويل الرتب المكعبة ذاتها في الصيغة (2 - 15).

2- خارطة تحويل الرتب المكعبة المقدمة من قبل (Rahman واخرون عام 2018) [43] والتي تأخذ الصيغة الآتية:

$$F(x) = (1 + \gamma_1)G(x) + (\gamma_2 - \gamma_1)[G(x)]^2 - \gamma_2[G(x)]^3 \quad \dots (18 - 2)$$

إذ نلاحظ أنه بتعويض  $1 - \lambda_2 = \gamma_2$  ،  $1 + \gamma_1 = \lambda_1$  فان الصيغة (2 - 18) تتحول الى خارطة تحويل الرتب المكعبة ذاتها في الصيغة (2 - 15).

### 1-2-6-2 بناء خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM) [20]

لتكن  $X_1$  و  $X_2$  و  $X_3$  متغيرات مستقلة موزعة بشكل متطابق عشوائيا (Identical *i. i. d* Independent Distribution) بحيث أن :

$$X_{2:3}، X_{3:3} = \max(X_1، X_2، X_3)، X_{1:3} = \min(X_1، X_2، X_3)$$

وإن :

$$Y \stackrel{d}{=} X_{1:3} \quad ، \quad \text{باحتمال} = \pi_1$$

$$Y \stackrel{d}{=} X_{2:3} \quad ، \quad \text{باحتمال} = \pi_2$$

$$Y \stackrel{d}{=} X_{3:3} \quad ، \quad \text{باحتمال} = \pi_3$$

$$\sum_{i=1}^3 \pi_i = 1 \quad \text{وان} \quad \pi_3 = 1 - \pi_1 - \pi_2$$

وبذلك فان دالة التوزيع التراكمي للمتغير  $Y$  تعطى بالشكل الآتي:

$$F_Y(x) = \left\{ \begin{array}{l} \pi_1 p(\min(X_1، X_2، X_3) \leq x) + \pi_2 p(X_{2:3} \leq x) \\ + \pi_3 p(\max(X_1، X_2، X_3) \leq x) \end{array} \right\} \quad \dots (19 - 2)$$

وبحسب الصيغة (2 - 5) قانون الإحصاءات المرتبة (order statistics) [10] وبتعويض  $n = 3$  فإن:

$$\begin{aligned}
 F_{min}(x) &= C_1^3[G(x)][1 - G(x)]^2 + C_2^3[G(x)]^2[1 - G(x)] + C_3^3[G(x)]^3 \\
 &= 3[G(x)][1 - G(x)]^2 + 3[G(x)]^2[1 - G(x)] + [G(x)]^3 \\
 &= 3[G(x)] - 6[G(x)]^2 + 3[G(x)]^3 + 3[G(x)]^2 - 3[G(x)]^3 \\
 &\quad + [G(x)]^3 \\
 &= 3[G(x)] - 3[G(x)]^2 + [G(x)]^3 \\
 &= 1 - 1 + 3[G(x)] - 3[G(x)]^2 + [G(x)]^3 \quad \text{بإضافة وطرح 1} \\
 &= 1 - [1 - 3[G(x)] + 3[G(x)]^2 - [G(x)]^3]
 \end{aligned}$$

وبتطبيق قانون الفرق بين مكعبين  $(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = (x - y)^3$  نحصل على الصيغة التالية:

$$\begin{aligned}
 F_{min}(x) &= 1 \\
 &\quad - [1 - G(x)]^3 \quad \dots (20 - 2)
 \end{aligned}$$

وإن:

$$\begin{aligned}
 F_{2nd}(x) &= C_2^3[G(x)]^2[1 - G(x)] + C_3^3[G(x)]^3 \\
 &= 3[G(x)]^2[1 - G(x)] + [G(x)]^3 \\
 &= 3[G(x)]^2 - 3[G(x)]^3 + [G(x)]^3
 \end{aligned}$$

$$F_{2nd}(x) = 3[G(x)]^2 - 2[G(x)]^3 \quad \dots (21 - 2)$$

وكذلك فإن:

$$F_{max}(x) = [G(x)]^3 \quad \dots (22 - 2)$$

وبتعويض الصيغ (20 - 2) و (21 - 2) و (22 - 2) في الصيغة رقم (2 - 19) نحصل على:

$$\begin{aligned}
 F_Y(x) &= \pi_1 (1 - [1 - G(x)]^3) + \pi_2 (3[G(x)]^2 - 2[G(x)]^3) \\
 &\quad + \pi_3 [G(x)]^3
 \end{aligned}$$

وبعد التبسيط:

$$= 3\pi_1 G(x) + 3(\pi_2 - \pi_1) [G(x)]^2 + (1-3\pi_2) [G(x)]^3$$

وبافتراض ان  $\lambda_1 = 3\pi_1$  و  $\lambda_2 = 3\pi_2$  ينتج:

$$F_Y(x) = \lambda_1 G(x) + (\lambda_2 - \lambda_1)[G(x)]^2 + (1 - \lambda_2)[G(x)]^3$$

وهو كما معروض في الصيغة (2 - 15)

### 7-2 توزيع Burr XII [13]

تم تقديم توزيع Burr XII من قبل الباحث Burr (1942) وأصبح يستعمل بشكل متزايد في سياقات تحليل بيانات مدى الحياة والمعولية من أجل تقليل احتمالية الفشل، وقد اكتسب إهتماماً خاصاً في العقود الثلاث الاخيرة، Burr XII هو توزيع مرن جدا ويتضمن العديد من التوزيعات كحالات خاصة، إذ يشمل شكل منحنى كل من توزيعات (Normal، Gamma، Log-Normal، Exponential، Logistic، Weibull)، فضلا عن جزء من Pearson نوع الأول والثاني والخامس و التاسع والثاني عشر). إنه توزيع له دالة مخاطرة غير رتيبة على عكس بعض النماذج مثل Weibull وLogistic، و يمكن أن يستوعب دالة مخاطرة على شكل حوض الاستحمام (بانيو) ومعدلات الفشل غير المستقرة الشائعة في المعولية والدراسات البيولوجية. ولهذا فقد تم استعمال هذا التوزيع كإنموذج فشل مناسب ومفيد في الإحصاءات التطبيقية و لا سيما في تحليل البقاء على قيد الحياة.

ويسمى هذا التوزيع في بعض الأحيان بتوزيع سنك-مادلا (Singh-Maddala Distribution)

وان دالة التوزيع التراكمي (*cdf*) لتوزيع BXII ذي المعلمتين ( $\alpha, \beta$ ) لها الصيغة الآتية:

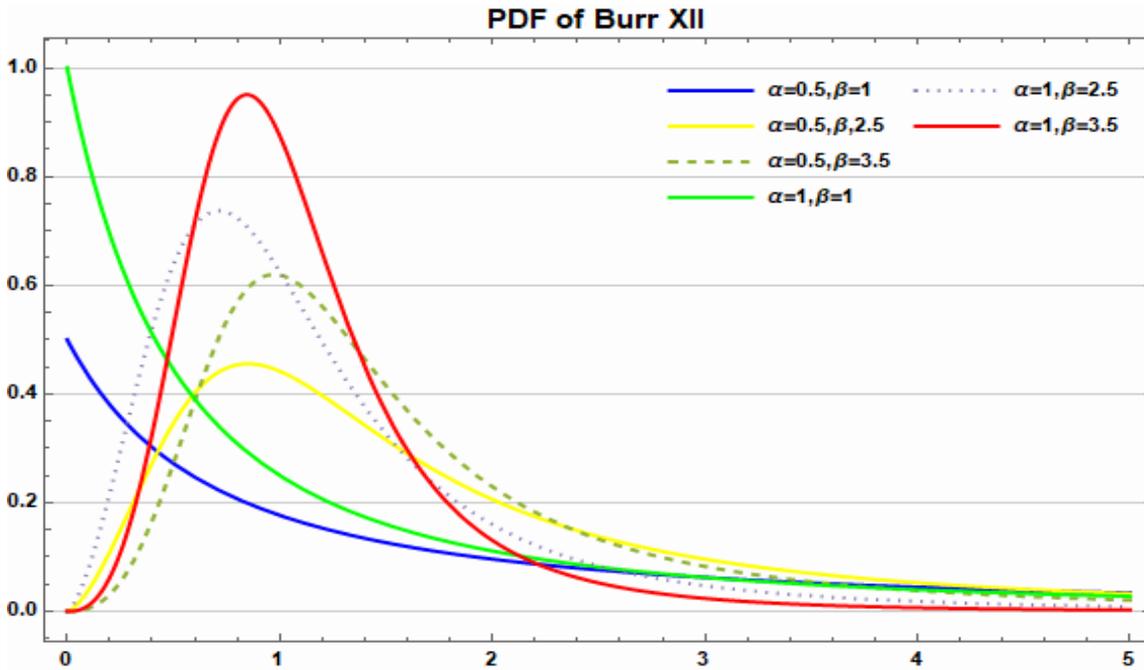
$$G(x) = 1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha} \quad , \quad x \geq 0 \quad , \quad \alpha > 0 \quad , \quad \beta > 0 \quad \dots (23 - 2)$$

إذ أن  $\alpha$  و  $\beta$  معلمتي الشكل للتوزيع.

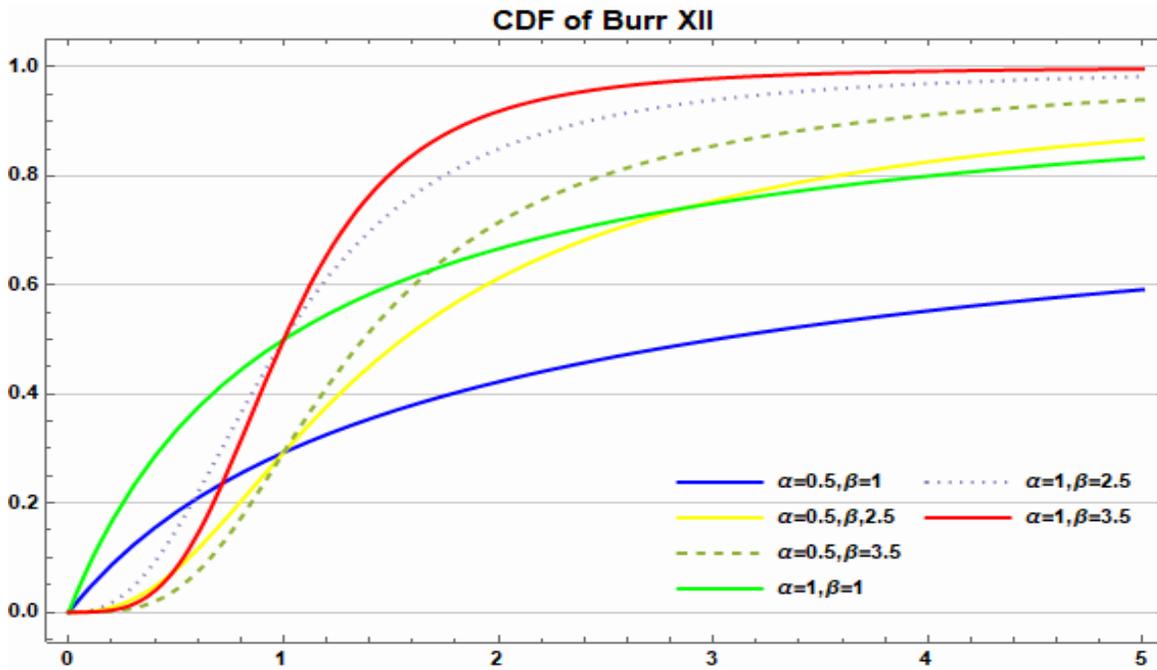
وان ودالة الكثافة الاحتمالية (*pdf*) تأخذ الشكل :

$$g(x; \alpha, \beta) = \alpha \beta x^{\beta-1} (1 + x^\beta)^{-\alpha-1} \quad , \quad x \geq 0 \quad , \quad \alpha > 0 \quad , \quad \beta > 0 \quad \dots (24 - 2)$$

وفيما يأتي رسم دالتي ( $pdf$ ) و ( $cdf$ ) لتوزيع Burr XII ولقيم معاملات مختلفة:



شكل (1-2) دالة الكثافة الاحتمالية ( $pdf$ ) لتوزيع Burr XII ولقيم مختلفة لمعلمتي الشكل.



شكل (2-2) دالة التوزيع التراكمي ( $cdf$ ) لتوزيع Burr XII ولقيم مختلفة لمعلمتي الشكل.

والجدول الآتي يبين ابرز خصائص توزيع BXII.

جدول (1-2) يبين أبرز خصائص توزيع Burr XII

الوسط	التباين	الالتواء	التفلطح	الوسيط	الدالة العكسية	دالة المعولية
$\frac{\Gamma[\alpha - \frac{1}{\beta}] \Gamma[1 + \frac{1}{\beta}]}{\Gamma[\alpha]}$ ، $\alpha\beta > 1$	$\frac{\Gamma[\alpha] \Gamma[\alpha - \frac{2}{\beta}] \Gamma[1 + \frac{2}{\beta}] - \Gamma[\alpha - \frac{1}{\beta}]^2 \Gamma[1 + \frac{1}{\beta}]^2}{\Gamma[\alpha]^2}$ ، $\alpha\beta > 2$	$\frac{2\Gamma[\alpha - \frac{1}{\beta}]^3 \Gamma[1 + \frac{1}{\beta}]^3 - 3\Gamma[\alpha] \Gamma[\alpha - \frac{2}{\beta}] \Gamma[\alpha - \frac{1}{\beta}] \Gamma[1 + \frac{1}{\beta}] \Gamma[\frac{2+\beta}{\beta}] + \Gamma[\alpha]^2 \Gamma[\alpha - \frac{3}{\beta}] \Gamma[\frac{3+\beta}{\beta}]}{(-\Gamma[\alpha - \frac{1}{\beta}]^2 \Gamma[1 + \frac{1}{\beta}]^2 + \Gamma[\alpha] \Gamma[\alpha - \frac{2}{\beta}] \Gamma[\frac{2+\beta}{\beta}])^{3/2}}$	$\frac{\Gamma[\alpha]^2 \left( 3\Gamma[\alpha - \frac{2}{\beta}]^2 \Gamma[\frac{2+\beta}{\beta}]^2 - 4\Gamma[\alpha - \frac{3}{\beta}] \Gamma[\alpha - \frac{1}{\beta}] \Gamma[1 + \frac{1}{\beta}] \Gamma[\frac{3+\beta}{\beta}] + \Gamma[\alpha] \Gamma[\alpha - \frac{4}{\beta}] \Gamma[\frac{4+\beta}{\beta}] \right)}{(-\Gamma[\alpha - \frac{1}{\beta}]^2 \Gamma[1 + \frac{1}{\beta}]^2 + \Gamma[\alpha] \Gamma[\alpha - \frac{2}{\beta}] \Gamma[\frac{2+\beta}{\beta}])^2} - \frac{3}{3}$	$(2\alpha - 1)^{\frac{1}{\beta}}$	$((1-u)^{-1/\alpha} - 1)^{\frac{1}{\beta}}$	$(1+t^\beta)^{-\alpha}$

## 8-2 توزيع Burr XII المحول (Transmuted Burr XII Distribution)

(TBXII) [33]

قامت الباحثة **Maurya** وآخرون عام 2017 [33] ببناء توزيع Burr XII المحول وذلك بتعويض دالة التوزيع التراكمي لتوزيع Burr XII الواردة في الصيغة (2 - 23) في دالة التحويل التربيعي الواردة في الصيغة (2 - 10) ليحصل على:

$$F(x) = (1 + \lambda)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) - \lambda[1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}]^2 \quad \dots (25 - 2)$$

وباشتقاق الدالة بالنسبة للمتغير  $x$  نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية ( $p.d.f$ ) لتوزيع Burr XII المحول وكما يأتي:

$$f(x) = (1 + \lambda)\alpha\beta x^{\beta-1}(1 + x^\beta)^{-\alpha-1} + \lambda(2\alpha)\beta x^{\beta-1}(1 + x^\beta)^{-2\alpha-1}$$

وبعد التبسيط:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \alpha\beta x^{\beta-1}(1 + x^\beta)^{-\alpha-1} \\ [(1 + \lambda) - 2\lambda(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})] \end{array} \right\} \quad \dots (26 - 2)$$

$$x > 0, \alpha > 0, \beta > 0, -1 \leq \lambda \leq 1$$

حيث أن  $\alpha$  و  $\beta$  معلمتي الشكل أما  $\lambda$  فتمثل معلمة التحويل.

## 9-2 توزيع Burr XII المحول التكعيبي الجديد (New Cubic Transmuted Burr XII Distribution (NCTBXII))

Burr XII Distribution (NCTBXII)

بتعويض دالة التوزيع التراكمي ( $c.d.f$ ) لتوزيع Burr XII الواردة في الصيغة (2 - 19) في دالة التحويل التكعيبي الواردة في الصيغة (2 - 11) نحصل على:

$$F(x) = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})^2 \\ +(1 - \lambda_2)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})^3 \end{array} \right\} \quad \dots (27 - 2)$$

وباشتقاق الدالة المذكورة آنفا بالنسبة للمتغير  $x$  نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية ( $p.d.f$ ) لتوزيع المحول للرتبة المكعبة وكما يأتي :

$$f(x) = \alpha\beta x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-\alpha-1} \left[ \lambda_1 + 2(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1+x^\beta)^{-\alpha}) \right. \\ \left. + 3(1 - \lambda_2)(1 - (1+x^\beta)^{-\alpha})^2 \right]$$

وبعد التبسيط:

$$f(x) = \alpha\beta x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-3\alpha-1} \left[ 3 - 3\lambda_2 + 2(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2)(1+x^\beta)^\alpha \right. \\ \left. + (3 - \lambda_1 - \lambda_2)(1+x^\beta)^{2\alpha} \right] \quad , x > 0 \quad \dots (28 - 2)$$

$$\alpha > 0 \quad , \quad \beta > 0 \quad , \quad 0 \leq \lambda_1 \leq 1 \quad , \quad -1 \leq \lambda_2 \leq 1$$

ولإثبات دالة التوزيع المذكورة آنفاً أنها دالة توزيع احتمالي (*pdf*) يجب اثبات:

$$\int_0^\infty f(x; \alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2) dx = 1$$

$$\int_0^\infty f(x; \alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2) dx = \int_0^\infty \alpha\beta x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-\alpha-1} [\lambda_1 + 2(\lambda_2 - \lambda_1) \\ (1 - (1+x^\beta)^{-\alpha}) + 3(1 - \lambda_2)(1 - (1+x^\beta)^{-\alpha})^2]$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx + \\ 2(\lambda_2 - \lambda_1) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx - \\ 2(\lambda_2 - \lambda_1) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-2\alpha-1} dx + \\ 3(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx - \\ 6(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-2\alpha-1} dx + \\ 3(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-3\alpha-1} dx \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} (\lambda_1 + 2\lambda_2 - 2\lambda_1 + 3 - 3\lambda_2)\alpha \beta \int_0^{\infty} x^{-1+\beta}(1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx + \\ 2(\lambda_1 - \lambda_2 - 3 + 3\lambda_2)\alpha \beta \int_0^{\infty} x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-2\alpha-1} dx + \\ 3(1 - \lambda_2)\alpha \beta \int_0^{\infty} x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-3\alpha-1} dx \end{array} \right\} \dots (29 - 2)$$

لتكن  $y = x^\beta$  ومنها نجد  $x = y^{\frac{1}{\beta}}$  وبذلك فان  $dx = \frac{1}{\beta} y^{\frac{1}{\beta}-1} dy$  علماً بأن حدود الدالة لا تتغير

وبالتعويض في معادلة (29 - 2) نحصل على :

$$= \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2)\alpha \beta \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} y^{1-\frac{1}{\beta}-1+\frac{1}{\beta}}(1+y)^{-\alpha-1} dy + \\ 2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3)\alpha \beta \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} y^{1-\frac{1}{\beta}-1+\frac{1}{\beta}}(1+y)^{-2\alpha-1} dy \\ + 3(1 - \lambda_2)\alpha \beta \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} y^{1-\frac{1}{\beta}-1+\frac{1}{\beta}}(1+y)^{-3\alpha-1} dy \end{array} \right\}$$

وبعد التبسيط نحصل على:

$$= \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2)\alpha \int_0^{\infty} (1+y)^{-\alpha-1} dy + \\ 2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3)\alpha \int_0^{\infty} (1+y)^{-2\alpha-1} dy \\ + 3(1 - \lambda_2)\alpha \int_0^{\infty} (1+y)^{-3\alpha-1} dy \end{array} \right\} \dots (30 - 2)$$

لتكن  $z = 1 + y$  ومنها نجد  $y = z - 1$  وبذلك فان  $dy = dz$  علماً بأن حدود الدالة تتغير الى

$(1, \infty)$  وبالتعويض في معادلة (30 - 2) نحصل على :

$$= \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2)\alpha \int_1^{\infty} (z)^{-\alpha-1} dz + 2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3)\alpha \int_1^{\infty} (z)^{-2\alpha-1} dz \\ + 3(1 - \lambda_2)\alpha \int_1^{\infty} (z)^{-3\alpha-1} dz \end{array} \right\}$$

وبإجراء التكامل نحصل على:

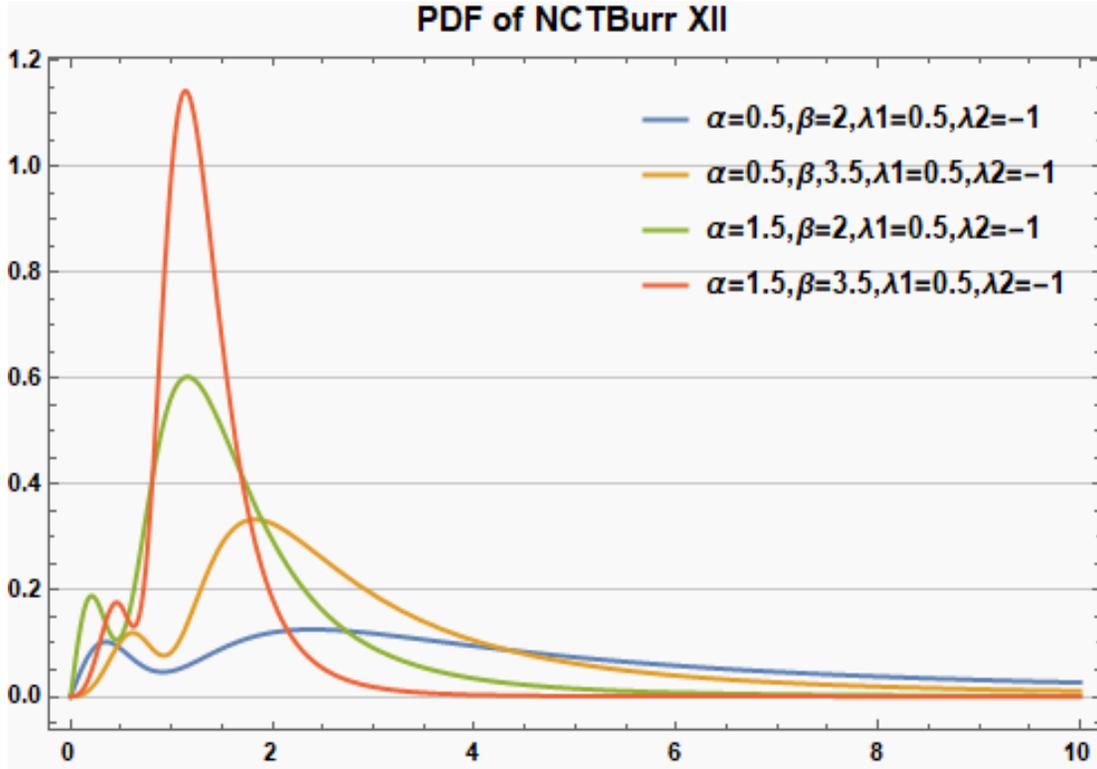
$$= \left\{ \begin{aligned} & (3 - \lambda_1 - \lambda_2)(-z)^{-\alpha} \Big|_1^{\infty} + (\lambda_1 + 2\lambda_1 - 3)(-z)^{-2\alpha} \Big|_1^{\infty} \\ & + (1 - \lambda_2)(-z)^{-3\alpha} \Big|_1^{\infty} \end{aligned} \right\}$$

بالتعويض نحصل على:

$$= 3 - \lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_1 + 2\lambda_2 - 3 + 1 - \lambda_2 = 1$$

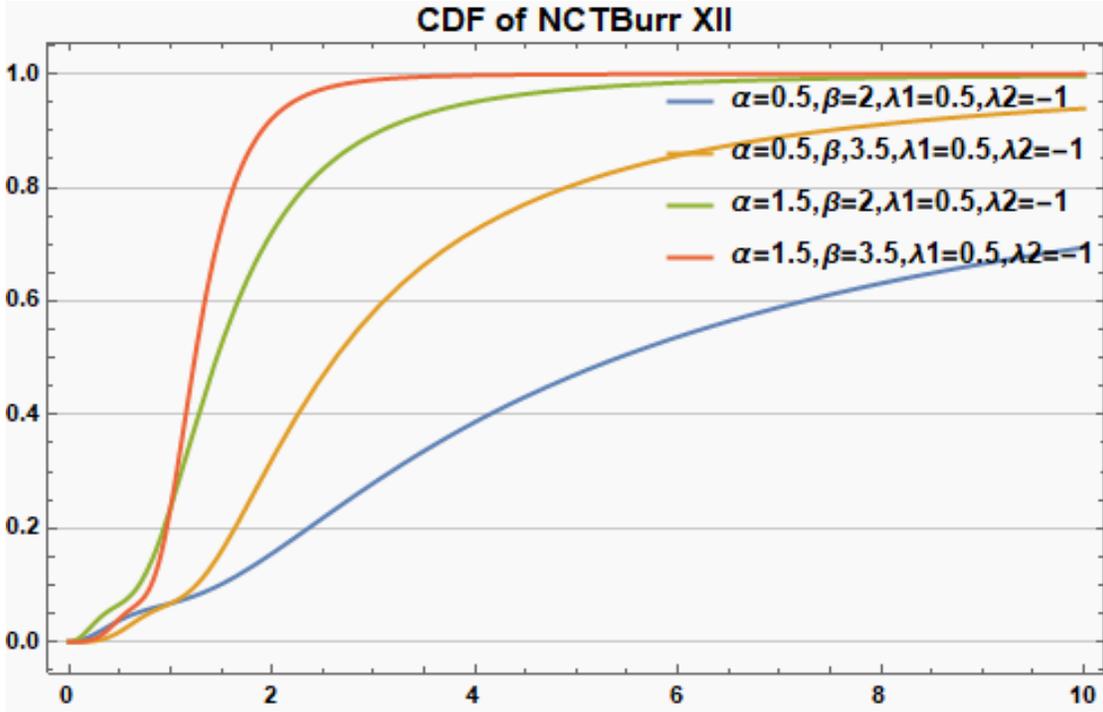
إذا الدالة تمثل دالة كثافة احتمالية (pdf).

وفيما يلي شكل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTBXII ولقيم معاملات مختلفة.



شكل (3-2) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTBXII لقيم معاملات مختلفة

ويتضح من الشكل اعلاه أن التوزيع يأخذ شكل ثنائي القمة وهذا ما يفسر امكانية تعامله مع البيانات ثنائية النسق.



شكل (4-2) دالة التوزيع التراكمي لتوزيع NCTBXII لقيم معاملات مختلفة .

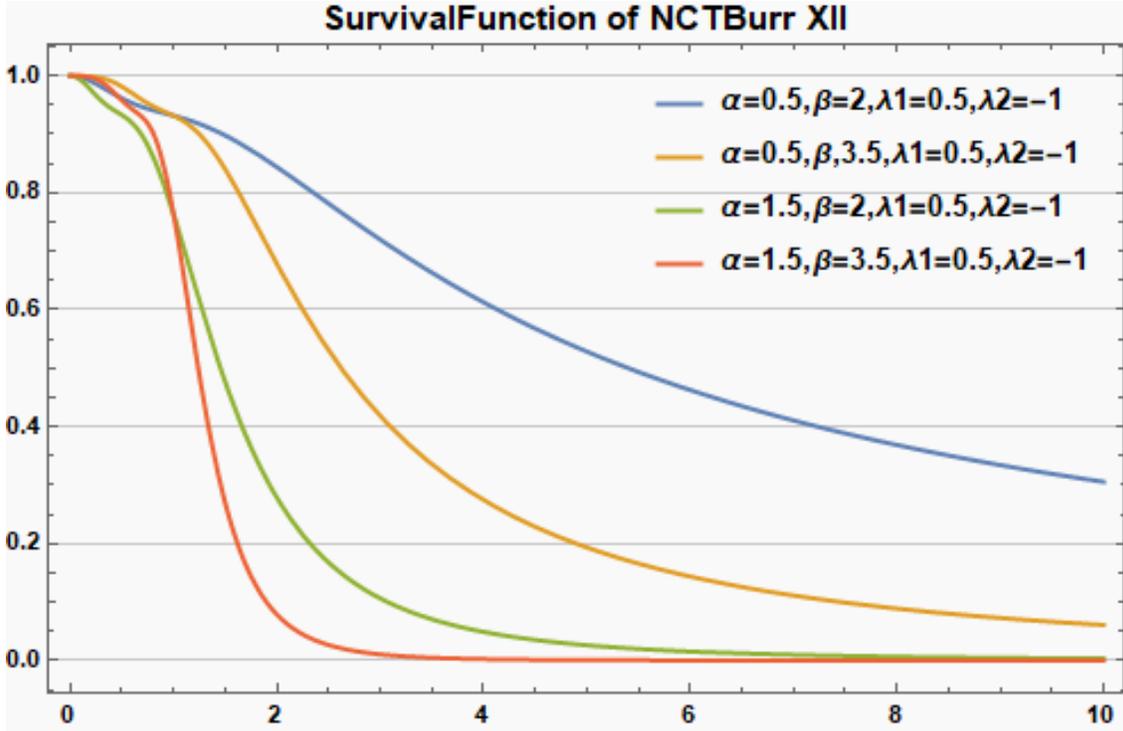
### 1-9-2 دالة البقاء لتوزيع NCTBXII: [29]

تقيس دالة المعولية أو دالة البقاء على قيد الحياة معدل الوفيات أو الفشل في النظام. وبعبارة أخرى، تقيس فيما إذا كان هذا النظام سيعمل بعد وقت محدد استناداً إلى توزيع معين. ويتم تعريف دالة البقاء على قيد الحياة أو دالة المعولية لتوزيع NCTMBXII استناداً إلى المعادلة (2 - 7) كما يأتي:

$$S(x) = \left\{ 1 - \left[ \begin{array}{l} \lambda_1(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})^3 \end{array} \right] \right\}$$

$$= \left\{ (1 + x^\beta)^{-3\alpha} \left( \begin{array}{l} 1 - \lambda_2 - (1 + x^\beta)^{2\alpha}(-3 + \lambda_1 + \lambda_2) \\ + (1 + x^\beta)^\alpha(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) \end{array} \right) \right\} \quad \dots (31 - 2)$$

ويكون شكل دالة البقاء على قيد الحياة أو المعولية لتوزيع NCTBXII على النحو الآتي:



شكل (5-2) دالة البقاء لتوزيع  $NCTBXII$  لقيم معاملات مختلفة .

ويكون شكل دالة البقاء على قيد الحياة لتوزيع  $NCTBXII$  في تناقص، وتسمى دالة البقاء على قيد الحياة أيضاً كدالة توزيع تراكمية تكميلية.

### 2-9-2 دالة المخاطرة لتوزيع $NCTBXII$ : [29]

دالة المخاطرة أو معدل الفشل عادة ما يعتمد على الوقت، فإنه يقيس تردد فشل المكون في وقت محدد، ويتم تعريف دالة المخاطرة كما يأتي:

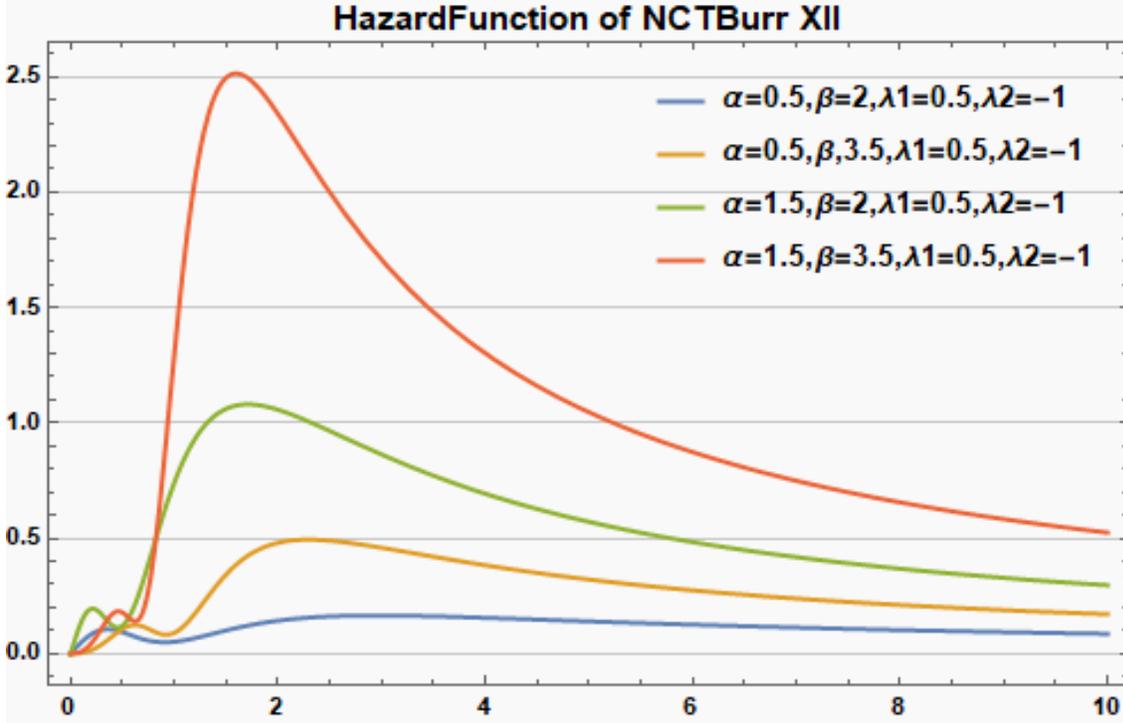
$$h(x) = \frac{f(x)}{S(x)}$$

ويتم تعريف دالة المخاطرة لتوزيع  $NCTBXII$  بالشكل الآتي:

$$= \frac{\alpha\beta x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-\alpha-1} \left[ \lambda_1 + 2(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1+x^\beta)^{-\alpha}) + 3(1 - \lambda_2)(1 - (1+x^\beta)^{-\alpha})^2 \right]}{(1+x^\beta)^{-3\alpha} [1 - \lambda_2 - (1+x^\beta)^{2\alpha}(-3 + \lambda_1 + \lambda_2) + (1+x^\beta)^\alpha(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2)]}$$

$$= \left\{ \frac{\alpha\beta x^{\beta-1}(1+x^\beta)^{-2\alpha-1} \left[ \lambda_1 + 2(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1+x^\beta)^{-\alpha}) + 3(1 - \lambda_2)(1 - (1+x^\beta)^{-\alpha})^2 \right]}{[1 - \lambda_2 - (1+x^\beta)^{2\alpha}(-3 + \lambda_1 + \lambda_2) + (1+x^\beta)^\alpha(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2)]} \right\} \quad (32-2)$$

ويكون شكل دالة المخاطرة لتوزيع NCTMBXII على النحو الآتي:



شكل (2-6) دالة المخاطرة لتوزيع NCTBXII لقيم معاملات مختلفة .

وتزداد دالة المخاطرة في توزيع الـ NCTBXII في المرحلة الأولية ثم تتناقص. ثم تأخذ بالتزايد لتشكل دالة مخاطرة طويلة الذيل وبذلك يمكنها أن تحتوي البيانات ذات المخاطرة ثنائية النسق.

### 3-9-2 الدالة الكمية لتوزيع NCTBXII:

يتم تعريف الدالة الكمية (العكسية) لتوزيع NCTBXII حسب الصيغة الآتية:

$$q = \left\{ \begin{array}{l} \lambda_1(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})^3 \end{array} \right\}$$

$$q = (1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) \left[ \begin{array}{l} \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) \\ + (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})^2 \end{array} \right]$$

$$q(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) = \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)G(x) + (1 - \lambda_2)[G(x)]^2$$

$$(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) = \frac{1}{q} \left[ \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{1}{G^{-1}(x)} + (1 - \lambda_2) \left[ \frac{1}{G^{-1}(x)} \right]^2 \right]$$

$$(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) = \left\{ \frac{1}{q} \left[ \begin{array}{l} \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \left[ \frac{1}{((1 - q)^{-1/\alpha} - 1)^{\frac{1}{\beta}}} \right] \\ + (1 - \lambda_2) \left[ \frac{1}{((1 - q)^{-1/\alpha} - 1)^{\frac{1}{\beta}}} \right]^2 \end{array} \right] \right\}$$

وبحل الصيغة اعلاه بالنسبة للمتغير  $x$  فاننا نحصل على الدالة الكمية لتوزيع NCTBXII وكما في الصيغة التالية:

$$x = \left( \left( \left( 1 - \frac{1}{q} \left[ \begin{array}{l} \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \left[ \left( (1 - q)^{\frac{-1}{\alpha}} - 1 \right)^{\frac{-1}{\beta}} \right] \right] \right) \right)^{\frac{-1}{\alpha}} - 1 \right)^{\frac{-1}{\beta}} \dots (33 - 2)$$

**4-9-2 بعض الحالات الخاصة لتوزيع NCTBXII**

نلاحظ ان توزيع NCTBXII يشتمل على العديد من الحالات الخاصة يتم ادراج بعض منها في الجدول التالي:

جدول (2-2)

بعض الحالات الخاصة لتوزيع NCTBXII

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\alpha$	$\beta$	Distribution
-	-	-	-	$x \sim NCTBXII(\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2)$
$1 + \lambda$	1	-	-	$x \sim TBXII(\alpha, \beta, \lambda)$
1	1	-	-	$x \sim BXII(\alpha, \beta)$
1	0	-	-	$x \sim [BXII(\alpha, \beta) - BXII(2\alpha, \beta) + BXII(3\alpha, \beta)]$
0	1	-	-	$x \sim BXII(2\alpha, \beta)$
0	0	-	-	$x \sim BXII(3\alpha, \beta)$
0	-1	-	-	$x \sim [2BXII(3\alpha, \beta) - BXII(2\alpha, \beta)]$
1	-1	-	-	$x \sim [BXII(\alpha, \beta) - 2BXII(2\alpha, \beta) + 2BXII(3\alpha, \beta)]$
1	1	1	-	$x \sim \text{Log - logistic}(1, \beta)$
1	1	-	1	$x \sim \text{Lomax}(\alpha, 1)$

### 5-9-2 الخصائص الهيكلية لتوزيع NCTBXII

لما كانت دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Burr XII تكتب بالشكل:

$$g(x; \alpha, \beta) = \alpha \beta x^{\beta-1} (1 + x^\beta)^{-\alpha-1}$$

وبإعادة كتابة دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTMBXII بالشكل الآتي:

$$f(x; \alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2) = \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2) \alpha \beta x^{\beta-1} (1 + x^\beta)^{-\alpha-1} \\ + (\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) (2\alpha) \beta x^{\beta-1} (1 + x^\beta)^{-2\alpha-1} \\ + (1 - \lambda_2) (3\alpha) \beta x^{\beta-1} (1 + x^\beta)^{-3\alpha-1} \end{array} \right\}$$

وبذلك فان:

$$f(x; \alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2) = \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2) g(x; \alpha, \beta) \\ + (\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) g(x; 2\alpha, \beta) \\ + (1 - \lambda_2) g(x; 3\alpha, \beta) \end{array} \right\} \quad \dots (34 - 2)$$

المعادلة (34 - 2) تبين أن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTBXII هو عبارة عن خليط خطي من ثلاث دوال كثافة احتمالية لتوزيع BXII. لذلك يمكن تحديد العديد من الخصائص الهيكلية لتوزيع NCTBXII من تلك الخصائص لتوزيع BXII.

### 1-5-9-2 العزوم اللامركزية (Non-central Moments)

بما إن:

$$\begin{aligned} \mu_r^* &= E(x^r) = \int_0^\infty x^r f(x) dx \\ &= \int_0^\infty \alpha \beta x^{\beta+r-1} (1 + x^\beta)^{-\alpha-1} [\lambda_1 + 2(\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha}) \\ &\quad + 3(1 - \lambda_2)(1 - (1 + x^\beta)^{-\alpha})^2] dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left( \begin{aligned} & \lambda_1 \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx \\ & +2(\lambda_2 - \lambda_1) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx \\ & -2(\lambda_2 - \lambda_1) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-2\alpha-1} dx \\ & +3(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx \\ & -6(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-2\alpha-1} dx \\ & +3(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-3\alpha-1} dx \end{aligned} \right) \\
 & = \left( \begin{aligned} & (\lambda_1 + 2\lambda_2 - 2\lambda_1 + 3 - 3\lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx \\ & +2(-\lambda_2 + \lambda_1 - 3 + 3\lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-2\alpha-1} dx \\ & +3(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-3\alpha-1} dx \end{aligned} \right) \\
 & = \left( \begin{aligned} & (3 - \lambda_1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-\alpha-1} dx \\ & +2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-2\alpha-1} dx \\ & +3(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^\infty x^{\beta+r-1} (1+x^\beta)^{-3\alpha-1} dx \end{aligned} \right) \quad \dots (35 - 2)
 \end{aligned}$$

لتكن  $y = x^\beta$  ومنها نجد  $x = y^{\frac{1}{\beta}}$  وبذلك فان  $dx = \frac{1}{\beta} y^{\frac{1}{\beta}-1} dy$  علماً أن حدود الدالة

تبقى كما هي وبالتعويض في معادلة (2 - 34) نحصل على :

$$= \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} y^{1+\frac{r}{\beta}-\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}-1} (1+y)^{-\alpha-1} dy \\ +2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) \alpha \beta \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} y^{1+\frac{r}{\beta}-\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}-1} (1+y)^{-2\alpha-1} dy \\ +3(1 - \lambda_2) \alpha \beta \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} y^{1+\frac{r}{\beta}-\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}-1} (1+y)^{-3\alpha-1} dy \end{array} \right\}$$

وبعد التبسيط:

$$= \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2) \alpha \int_0^{\infty} y^{\frac{r}{\beta}} (1+y)^{-\alpha-1} dy \\ +2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) \alpha \int_0^{\infty} y^{\frac{r}{\beta}} (1+y)^{-2\alpha-1} dy \\ +3(1 - \lambda_2) \alpha \int_0^{\infty} y^{\frac{r}{\beta}} (1+y)^{-3\alpha-1} dy \end{array} \right\} \quad \dots (36 - 2)$$

و باستخدام خاصية بيتا:

$$\int_0^{\infty} t^{a-1} (1+t)^{-(a+b)} dt = B(a, b) \quad \dots (37 - 2)$$

إذ ان :

$$B(a, b) = \frac{\Gamma a \Gamma b}{\Gamma a + b}$$

$$a = \frac{r}{\beta} + 1 \text{ ومنها نجد } a - 1 = \frac{r}{\beta}$$

وأن  $a + b = \alpha + 1$  ومنها نجد  $b = \alpha + 1 - a$  وبتعويض قيمة  $a = \frac{r}{\beta} + 1$  نحصل على:

$$b = \alpha - \frac{r}{\beta}$$

وبتعويض قيمة  $a$  وقيمة  $b$  واستعمال دالة بيتا في المعادلة (2 - 35) نحصل على :

$$\mu_r^* = E(x^r) = \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2)\alpha B\left(1 + \frac{r}{\beta}, \alpha - \frac{r}{\beta}\right) \\ +2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3)\alpha B\left(1 + \frac{r}{\beta}, 2\alpha - \frac{r}{\beta}\right) \\ +3(1 - \lambda_2)\alpha B\left(1 + \frac{r}{\beta}, \alpha - \frac{r}{\beta}\right) \end{array} \right\}$$

وبعد التعويض عن دالة بيتا نحصل على:

$$\mu_r^* = E(x^r) = \left\{ \begin{array}{l} \Gamma\left[1 + \frac{r}{\beta}\right] \left( (3 - \lambda_1 - \lambda_2) \frac{\Gamma\left[\alpha - \frac{r}{\beta}\right]}{\Gamma[\alpha]} + \right. \\ \left. 2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) \frac{\Gamma\left[2\alpha - \frac{r}{\beta}\right]}{\Gamma[2\alpha]} + 3(1 - \lambda_2) \frac{\Gamma\left[3\alpha - \frac{r}{\beta}\right]}{\Gamma[3\alpha]} \right) \end{array} \right\} \dots (38 - 2)$$

والمعادلة (38 - 2) تمثل الصيغة العامة لإيجاد العزم  $r$ .

إذا كانت  $r = 1$  فان:

$$\mu_1^* = \left\{ \begin{array}{l} \Gamma\left[1 + \frac{1}{\beta}\right] \left( (3 - \lambda_1 - \lambda_2) \frac{\Gamma\left[\alpha - \frac{1}{\beta}\right]}{\Gamma[\alpha]} + \right. \\ \left. +2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) \frac{\Gamma\left[2\alpha - \frac{1}{\beta}\right]}{\Gamma[2\alpha]} + 3(1 - \lambda_2) \frac{\Gamma\left[3\alpha - \frac{1}{\beta}\right]}{\Gamma[3\alpha]} \right) \end{array} \right\} \dots (39 - 2)$$

والذي يمثل الوسط الحسابي لتوزيع NCTMBXII.

وإذا كانت  $r = 2$  فان:

$$\mu_2^* = \left\{ \begin{array}{l} \Gamma\left[1 + \frac{2}{\beta}\right] \left( (3 - \lambda_1 - \lambda_2) \frac{\Gamma\left[\alpha - \frac{2}{\beta}\right]}{\Gamma[\alpha]} + \right. \\ \left. +2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) \frac{\Gamma\left[2\alpha - \frac{2}{\beta}\right]}{\Gamma[2\alpha]} + 3(1 - \lambda_2) \frac{\Gamma\left[3\alpha - \frac{2}{\beta}\right]}{\Gamma[3\alpha]} \right) \end{array} \right\} \dots (40 - 2)$$

وإذا كانت  $r = 3$  فان

$$\mu_3^* = \left\{ \begin{array}{l} \Gamma[1 + \frac{3}{\beta}]((3 - \lambda_1 - \lambda_2) \frac{\Gamma[\alpha - \frac{3}{\beta}]}{\Gamma[\alpha]} \\ + 2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) \frac{\Gamma[2\alpha - \frac{3}{\beta}]}{\Gamma[2\alpha]} + 3(1 - \lambda_2) \frac{\Gamma[3\alpha - \frac{3}{\beta}]}{\Gamma[3\alpha]} \end{array} \right\} \dots (41 - 2)$$

وإذا كانت  $r = 4$  فان

$$\mu_4^* = \left\{ \begin{array}{l} \Gamma[1 + \frac{4}{\beta}]((3 - \lambda_1 - \lambda_2) \frac{\Gamma[\alpha - \frac{4}{\beta}]}{\Gamma[\alpha]} \\ + 2(\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3) \frac{\Gamma[2\alpha - \frac{4}{\beta}]}{\Gamma[2\alpha]} + 3(1 - \lambda_2) \frac{\Gamma[3\alpha - \frac{4}{\beta}]}{\Gamma[3\alpha]} \end{array} \right\} \dots (42 - 2)$$

ولإيجاد تباين توزيع NCTMBXII

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = \mu_2^* - (\mu_1^*)^2$$

### 2-5-9-2 العزوم المركزية (Central Moments):

$$\mu_k = E(x - E(x))^k$$

باستعمال قاعدة مفكوك نيوتن [5]:

$$(x - y)^k = \sum_{j=0}^k C_j^k (-1)^j x^{k-j} y^j$$

فإن:

$$\mu_k = E(x - E(x))^k = E(x - \mu_1^*)^k = \sum_{j=0}^k C_j^k (-1)^j x^{k-j} \mu_1^{*j} \dots (43 - 2)$$

وبذلك تكون العزوم حول الوسط الحسابي كما يأتي:

$$\mu_1 = E(x - \mu_1^*) = E(x) - \mu_1^* = \mu_1^* - \mu_1^* = 0 \quad \dots (44 - 2)$$

$$\mu_2 = E(x - \mu_1^*)^2 = \mu_2^* - (\mu_1^*)^2 = V(x) \quad \dots (45 - 2)$$

$$\mu_3 = E(x - \mu_1^*)^3 = \mu_3^* - 3 \mu_1^* \mu_2^* + 2(\mu_1^*)^3 \quad \dots (46 - 2)$$

$$\mu_4 = E(x - \mu_1^*)^4 = \mu_4^* - 4 \mu_1^* \mu_3^* + 6(\mu_1^*)^2 \mu_2^* - 3 (\mu_1^*)^4 \quad \dots (47 - 2)$$

### [5] (Median) الوسيط 3-5-9-2

والذي يعتبر احد مقاييس النزعة المركزية والذي يتمثل بالقيمة العددية الوسطى عند ترتيب البيانات تصاعدياً او تنازلياً، والذي يعبر عنه بالصيغة الرياضية التالية:

$$P(X \leq x) = F(x) = 0.5$$

بالتعويض عن قيمة  $F(x)$  من المعادلة (25 - 2)

$$x = \left( \left( \left( 1 - 2 \left[ \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \left[ \left( 0.5^{\frac{-1}{\alpha}} - 1 \right)^{\frac{-1}{\beta}} \right] \right] \right)^{\frac{-1}{\alpha}} - 1 \right)^{\frac{-1}{\beta}} \right) \quad \dots (48 - 2)$$

ومن الجدير بالذكر بأن الدالة اعلاه تساوي الدالة الكمية للتوزيع حسب الصيغة (2 - 33) عندما  $q = 0.5$ .

**[5] Skewness 4-5-9-2**

مؤشر لقياس درجة واتجاه لا تماثل دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي، ومن الجدير بالذكر بأن توزيع NCTBXII هو توزيع ملتوي نحو اليمين أي ان قيمة معامل التواء التوزيع دائماً ما تكون موجبة. ويتم الحصول على معامل التواء التوزيع حسب الصيغة الرياضية التالية:

$$S. K = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots (49 - 2)$$

حيث ان  $\mu_2, \mu_3$  تمثل العزوم المركزية للتوزيع.

**[5] Kurtosis 5-5-9-2**

هو مؤشر لقياس درجة تحدب أو تقوس دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي ويتم ايجاد معامل تفرطح التوزيع حسب الصيغة التالية:

$$K. u = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} - 3 \quad \dots (50 - 2)$$

حيث ان  $\mu_2, \mu_4$  تمثل العزوم المركزية للتوزيع.

## 10-2 طرائق التقدير Estimation Methods

تعرف عملية التقدير على انها عملية ايجاد مقدر للمعالم المجهولة للمجتمع عن طريق معلومات العينة المتوفرة، إذ ان معظم الظواهر ليس بالإمكان دراستها شاملة، ولكن هناك امكانية لدراسة سلوك الظاهرة وفق توزيع احتمالي معين، إذ يحتوي التوزيع على معلومات مجهولة بحاجة الى تقديرها بإحدى طرائق التقدير المعروفة لكي نتمكن من التعرف على خصائص الظاهرة عن طريق التوزيع الاحتمالي.

### 1-10-2 طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) [46]

[14] [36]

تعد طريقة الامكان الاعظم من أهم الطرائق المستعملة في عملية التقدير والاكثر شيوعاً واستعمالاً، كونها تتميز بعدة خصائص منها:

- 1- الكفاية (*Sufficient*)
- 2- أقل تباين (*Minimum Variance*)
- 3- الثبات (*Invariance*)
- 4- عدم التحيز (*Unbiased*) بازدياد حجم العينة.
- 5- الاتساق (*consistency*)
- 6- الكفاءة (*Efficiency*)

فضلاً عن أنها تكون أكثر دقة بازدياد حجم العينة، وتقوم هذه الطريقة على مبدأ ايجاد مقدرات للمعلمات عن طريق جعل دالة الامكان في نهايتها العظمى ويرمز لهل بالرمز  $(l)$ .

إذا كان للمتغير العشوائي  $(X)$  دالة كثافة احتمالية لتوزيع (*Burr XII* المحول التكعيبي) فان دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية المستقلة  $X_1, X_2, \dots, X_n$  تكون كالآتي:

$$lf(x; \alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2) = \prod_{i=1}^n f(x; \alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2)$$

$$lf = \prod_{i=1}^n \left\{ \alpha \beta x^{\beta-1} (1 + x_i^\beta)^{-3\alpha-1} \left[ 3 - 3\lambda_2 + 2(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) (1 + x_i^\beta)^\alpha + (3 - \lambda_1 - \lambda_2) (1 + x_i^\beta)^{2\alpha} \right] \right\} \dots (51 - 2)$$

$$= \left\{ (\alpha \beta)^n \prod_{i=1}^n x_i^{\beta-1} * \prod_{i=1}^n (1 + x_i^\beta)^{-3\alpha-1} * \prod_{i=1}^n \left[ 3 - 3\lambda_2 + 2(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) (1 + x_i^\beta)^\alpha + (3 - \lambda_1 - \lambda_2) (1 + x_i^\beta)^{2\alpha} \right] \right\}$$

وبأخذ اللوغاريتم للطرفين ينتج:

$$Logl = \left\{ \begin{aligned} & n(Log[\alpha] + Log[\beta]) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n Log[x_i] - (3\alpha + 1) \\ & \sum_{i=1}^n Log[1 + x_i^\beta] + \\ & \sum_{i=1}^n Log \left[ 3 - 3\lambda_2 + 2(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) (1 + x_i^\beta)^\alpha + (3 - \lambda_1 - \lambda_2) (1 + x_i^\beta)^{2\alpha} \right] \end{aligned} \right\}$$

وباشتقاق الدالة أنفاً لجميع معاملات التوزيع على الترتيب ومساواتها للصفر:

$$\frac{dLogl}{d\alpha} = \left\{ \begin{aligned} & \frac{n}{\alpha} - 3 \sum_{i=1}^n Log[1 + x_i^\beta] + \\ & \sum_{i=1}^n \frac{2 \left( (3 - \lambda_1 - \lambda_2) Log[1 + x_i^\beta] (1 + x_i^\beta)^{2\alpha} + (-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) Log[1 + x_i^\beta] (1 + x_i^\beta)^\alpha \right)}{3 - 3\lambda_2 + (3 - \lambda_1 - \lambda_2) (1 + x_i^\beta)^{2\alpha} + 2(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) (1 + x_i^\beta)^\alpha} \end{aligned} \right\} = 0 \dots (52 - 2)$$

$$\frac{dLogl}{d\beta} = \left\{ \begin{aligned} & \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n Log[x_i] - (3\alpha + 1) \sum_{i=1}^n \frac{Log[x_i] x_i^\beta}{1 + x_i^\beta} + \\ & \sum_{i=1}^n \frac{2\alpha \left( (3 - \lambda_1 - \lambda_2) Log[x_i] x_i^\beta (1 + x_i^\beta)^{2\alpha-1} + (-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) Log[x_i] x_i^\beta (1 + x_i^\beta)^{\alpha-1} \right)}{3 - 3\lambda_2 + (3 - \lambda_1 - \lambda_2) (1 + x_i^\beta)^{2\alpha} + 2(-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) (1 + x_i^\beta)^\alpha} \end{aligned} \right\} = 0 \dots (53 - 2)$$

$$\frac{dLogl}{d\lambda_1} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{2(1+x_i^\beta)^\alpha - (1+x_i^\beta)^{2\alpha}}{3-3\lambda_2+(3-\lambda_1-\lambda_2)(1+x_i^\beta)^{2\alpha} + 2(-3+\lambda_1+2\lambda_2)(1+x_i^\beta)^\alpha} \right\} = 0 \dots (54 - 2)$$

$$\frac{dLogl}{d\lambda_2} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{4(1+x_i^\beta)^\alpha - (1+x_i^\beta)^{2\alpha} - 3}{3-3\lambda_2+(3-\lambda_1-\lambda_2)(1+x_i^\beta)^{2\alpha} + 2(-3+\lambda_1+2\lambda_2)(1+x_i^\beta)^\alpha} \right\} = 0 \dots (51 - 2)$$

المعادلات (2-52)، (2-53)، (2-54)، (2-55) تمثل نظام معادلات لاخطية غير قابل للحل الا باستعمال احدى الطرائق العددية من اجل الحصول على مقدرات الامكان الاعظم  $(\hat{\alpha}_{mle}, \hat{\beta}_{mle}, \hat{\lambda}_{1mle}, \hat{\lambda}_{2mle})$  للمعلمات المجهولة  $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$  وقد تم في هذه الرسالة استعمال طريقة (Nelder-Mead) التكرارية.

و بتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (2-31) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع .NCTBXII

## 2-10-2 طريقة المربعات الصغرى (Least square Method) [35] [32] [16]

[1]

تعد طريقة المربعات الصغرى من طرائق التقدير المهمة والواسعة الاستعمال لاسيما في حالة وجود مشاكل رياضية وهندسية، وهذه الطريقة تعتمد على وجود علاقة بين متغيرين او اكثر. وهي من الطرائق التابعة للمدرسة الاعتيادية التي يتم فيها تقدير معلمات التوزيع، ويتم عن طريقها اختيار افضل توزيع مطابق للبيانات وتتوقف على تحديد الخطأ العشوائي الذي يرمز له بالرمز  $e_i$  اعتمادا على بيانات المشاهدة، والأسلوب النظري لها يتمثل في تصغير مجموع مربعات الخطأ عن طريق ايجاد مقدرات التوزيع الذي يجعل دالة مجموع مربعات الخطأ أصغر ما يمكن. وللحصول على المقدرات المطلوبة للنماذج الخطية يتم الاشتقاق الجزئي لدالة مجموع المربعات بالنسبة لكل معلمة ومن ثم مساواة ناتج كل مشتقة بالصفر لنحصل على نظام من المعادلات وبحل هذا النظام واجراء التبسيط الرياضي له نحصل على المقدرات المطلوبة ومن أهم مميزات هذه الطريقة الحصول على مقدرات متنسقة وغير متحيزة. فاذا كان  $(Y)$  هو متغير الاستجابة وان  $X$  هو المتغير التوضيحي:

$$Y = a + bX + e_i \quad \dots (56 - 2)$$

وعليه يمكن تعريف المقدر لهذه الطريقة بأنه قيم معاملات أنموذج الانحدار البسيط  $\hat{a}, \hat{b}$  المبينة في المعادلة (56 - 2) التي تجعل مجموع مربعات الخطأ في نهايته الصغرى.

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad \dots (57 - 2)$$

$$S(a, b) = \sum_{i=1}^n S_i^2 \quad \dots (58 - 2)$$

وان  $S_i$  تمثل كميات عشوائية مستقلة بوسط حسابي صفر وتباين معلوم وان مقدرات المربعات الصغرى للمعلمتين تمثل مقدرات غير متحيزة (Unbiased Estimators). ومن الجدير بالذكر ان المقدر اللامعلمي لدالة التوزيع التجمعي (cdf) لا يتم حسابها هنا باستعمال القيم الافتراضية للمعاملات ويتم تقديرها باستعمال الطرائق اللامعلمية، وفي هذه الرسالة تم استعمال الصيغة الآتية لدالة التوزيع التجمعية:

$$\hat{F}(x_i) = \frac{i}{n + 1} \quad \dots (59 - 2)$$

إذ أن العدد الصحيح الموجب  $i$  يمثل مرتبة المشاهدة، وإن  $\hat{F}(x_i)$  هو تقدير غير متحيز لدالة التوزيع التجمعي (cdf) أي إن:

$$E[\hat{F}(x_j)] = F(x_j) \quad \dots (60 - 2)$$

وبتعويض دالة التوزيع التجميعية لتوزيع NCTBXII فإن دالة مجموع مربعات الخطأ تكون بالصيغة الآتية:

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[ F(x_i) - \frac{i}{n + 1} \right]^2$$

وبتعويض دالة التوزيع التراكمي للتوزيع المحول التكميبي من الصيغة (11-2) نحصل على:

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[ \left[ \lambda_1 G(x_i) + (\lambda_2 - \lambda_1)(G(x_i))^2 + (1 - \lambda_2)(G(x_i))^3 \right] - \frac{i}{n + 1} \right]^2$$

وبتعويض دالة التوزيع التراكمي NCTBXII من الصيغة (23-2) ينتج:

$$Q = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{aligned} &[\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2]^2 \\ &+ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 \end{aligned} \right] - \frac{i}{n+1} \right\} \dots (61-2)$$

وبالاشتقاق الجزئي لدالة مجموع مربعات الخطأ  $Q$  بالنسبة الى المعالم  $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$  نحصل على منظومة المعادلات التالية بعد مساواتها للصفر:-

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{aligned} &[\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2]^2 \\ &+ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{i}{n+1} \end{aligned} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} \right] \right\} = 0 \dots (62-2)$$

$$\frac{dQ}{d\beta} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{aligned} &[\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2]^2 \\ &+ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{i}{n+1} \end{aligned} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} \right] \right\} = 0 \dots (63-2)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_1} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{aligned} &[\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2]^2 \\ &+ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{i}{n+1} \end{aligned} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_1} \right] \right\} = 0 \dots (64-2)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_2} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{aligned} &[\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2]^2 \\ &+ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{i}{n+1} \end{aligned} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_2} \right] \right\} = 0 \dots (65-2)$$

حيث إن:

$$\frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} = \left\{ \begin{aligned} &\text{Log}[1 + x_i^\beta] (1 + x_i^\beta)^{-3\alpha} \left( 3 - 3\lambda_2 - (1 + x_i^\beta)^{2\alpha} (-3 + \lambda_1 + \lambda_2) \right) \\ &+ 2(1 + x_i^\beta)^\alpha (-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

$$\frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} = \left\{ \begin{array}{l} -\alpha \text{Log}[x_i] x_i^\beta (1 + x_i^\beta)^{-3\alpha-1} \\ 3(-1 + \lambda_2) + (1 + x_i^\beta)^{2\alpha} \\ (-3 + \lambda_1 + \lambda_2) - 2(1 + x_i^\beta)^\alpha (-3 + \lambda_1 + 2\lambda_2) \end{array} \right\} \quad (B)$$

$$\frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_1} = (1 + x_i^\beta)^{-2\alpha} \left( (1 + x_i^\beta)^\alpha - 1 \right) \quad (C)$$

$$\frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_2} = (1 + x_i^\beta)^{-3\alpha} \left( (1 + x_i^\beta)^\alpha - 1 \right)^2 \quad (D)$$

وبعد تعويض قيم المشتقات من المعادلات (A,B,C,D) وحل المعادلات (62 - 2)(63 - 2)، (64 - 2)، (64 - 2)، بواسطة طريقة (Nelder-Mead) التكرارية يمكننا الحصول على القيم التقديرية  $(\hat{\alpha}_{ols}, \hat{\beta}_{ols}, \hat{\lambda}_{1ols}, \hat{\lambda}_{2ols})$  للمعلمات المجهولة  $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$ .

و بتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (2 - 31) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع .NCTBXII

### 3-10-2 طريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least square)

[35] [15] [1] **(Method)**

مقدرات طريقة المربعات الصغرى الموزونة تعتمد التقنية ذاتها الواردة بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية والفارق هو استعمال الوزن. في حالة الأنموذج الخطي العام يمكن كتابة منظومة المعادلات بصيغة المربعات الصغرى الموزونة باستعمال المصفوفات وكالاتي:

$$p^{-1}y = p^{-1} x p + P^{-1}u \quad \dots (66 - 2)$$

or

$$\begin{bmatrix} \sqrt{w_1}y_1 \\ \sqrt{w_2}y_2 \\ \vdots \\ \sqrt{w_n}y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & \sqrt{w_1}x_{11} & \dots & \sqrt{w_1}x_{1k} \\ \sqrt{w_2} & \sqrt{w_2}x_{21} & \dots & \sqrt{w_2}x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{w_n} & \sqrt{w_n}x_{n1} & \dots & \sqrt{w_n}x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sqrt{w_1}U_1 \\ \sqrt{w_2}U_2 \\ \vdots \\ \sqrt{w_n}U_K \end{bmatrix}$$

وللتحقق من الفروض الاساسية اللازمة لتطبيق اسلوب المربعات الصغرى على النحو الآتي:

$$E(u \cdot u') = E[(p^{-1}u)(p^{-1}u)'] = \sigma^2 p^{-1} p p' p^{-1} = \sigma^2 I_p \quad \dots (67 - 2)$$

وهذه النتيجة تحقق فرضيتي تجانس تباين الخطأ وانعدام وجود الارتباط الذاتي (التباين المشترك)،  
وعليه فإن الفرضيات الاساسية بأنموذج الانحدار متحققة.

ومن ثم يمكن اتباع اسلوب المربعات الصغرى . للحصول على مقدرات متجه المعلمات في الأنموذج

وباستعمال الوزن الاتي :

$$W_i = \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \quad \dots (68 - 2)$$

عليه يمكن صياغة معادلة مجموع مربعات الخطأ على النحو الآتي:

$$Q = \sum_{i=1}^n W_i \left[ F(x_i) - \frac{i}{n+1} \right]^2$$

$$Q = \sum_{i=1}^n W_i \left[ [\lambda_1 G(x_i) + (\lambda_2 - \lambda_1)(G(x_i))^2 + (1 - \lambda_2)(G(x_i))^3] - \frac{i}{n+1} \right]^2$$

$$Q = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ \begin{array}{c} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{i}{n+1} \end{array} \right]^2 \right\}$$

وباشتقاق المقدار السابق بالنسبة الى  $\lambda_2, \lambda_1, \beta, \alpha$  فان المعادلات الطبيعية ستكون على النحو الآتي:

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ \begin{array}{c} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{i}{n+1} \end{array} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} \right] \right\} = 0 \dots (69-2)$$

$$\frac{dQ}{d\beta} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ \begin{array}{c} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{i}{n+1} \end{array} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} \right] \right\} = 0 \dots (70-2)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_1} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ \begin{array}{c} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{i}{n+1} \end{array} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_1} \right] \right\} = 0 \dots (71-2)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_2} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ \begin{array}{c} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{i}{n+1} \end{array} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_2} \right] \right\} = 0 \dots (72-2)$$

وبعد تعويض قيم المشتقات من المعادلات (A,B,C,D) و حل المعادلات (69 - 2)، (70 - 2)، (71 - 2)، (72 - 2) بواسطة طريقه (Nelder-Mead) التكرارية يمكننا الحصول على القيم التقديرية  $(\hat{\alpha}_{wls}, \hat{\beta}_{wls}, \hat{\lambda}_{1wls}, \hat{\lambda}_{2wls})$  للمعلمات المجهولة  $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$ .  
و بتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (2 - 31) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع .NCTBXII

### 4-10-2 طريقة المقدرات التجزئية (Method of Percentiles Estimators)

[25][26]

وتعتمد هذه الطريقة على دالة التوزيع التجميعية (Cumulative distribution function) بافتراض ان  $p_i$  هو مقدر دالة التوزيع التجميعية  $F(x_i)$  عن طريق ايجاد المقدرات التي تجعل الدالة

$$\sum_{i=1}^n [p_i - F(x_i)]^2 \quad \dots (73 - 2)$$

في نهايتها الصغرى، إذ أن  $x_i$  تمثل الاحصاءات المرتبة وان  $p_i$  تمثل المقدر اللامعلمي:

$$p_i = \frac{i-0.3}{n+0.25}$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{i-0.3}{n+0.25} - [\lambda_1 G(x_i) + (\lambda_2 - \lambda_1)(G(x_i))^2 + (1 - \lambda_2)(G(x_i))^3] \right]^2$$

$$Q = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{i-0.3}{n+0.25} - [\lambda_1 (1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1) (1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + (1 - \lambda_2) (1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3] \right]^2 \right\}$$

وباشتقاق المقدار السابق بالنسبة الى  $\lambda_2$  ،  $\lambda_1$  ،  $\beta$  ،  $\alpha$  فان المعادلات الطبيعية ستكون على النحو الآتي:

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{i-0.3}{n+0.25} - [\lambda_1 (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1) (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + (1 - \lambda_2) (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{i}{n+1}] \left[ -\frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} \right] \right] \right\} = 0 \dots (74-2)$$

$$\frac{dQ}{d\beta} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{i-0.3}{n+0.25} - [\lambda_1 (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1) (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + (1 - \lambda_2) (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{i}{n+1}] \left[ -\frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} \right] \right] \right\} = 0 \dots (75-2)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_1} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{i-0.3}{n+0.25} - [\lambda_1 (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1) (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + (1 - \lambda_2) (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{i}{n+1}] \left[ -\frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_1} \right] \right] \right\} = 0 \dots (76-2)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_2} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \frac{i-0.3}{n+0.25} - [\lambda_1 (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha}) + (\lambda_2 - \lambda_1) (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + (1 - \lambda_2) (1 - (1+x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{i}{n+1}] \left[ -\frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_2} \right] \right] \right\} = 0 \dots (77-2)$$

وبعد تعويض قيم المشتقات من المعادلات (A,B,C,D) وحل المعادلات

(74-2)،(75-2)،(76-2)،(77-2) بواسطة طريقه (Nelder-Mead)

التكرارية يمكننا الحصول على القيم التقديرية على القيم التقديرية

$$(\hat{\alpha}_p, \hat{\beta}_p, \hat{\lambda}_{1p}, \hat{\lambda}_{2p}) \text{ للمعلمة المجهولة } \alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2.$$

و بتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (2 - 31) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع .NCTBurr-XII

### **5-10-2 طريقة الحد الأدنى للمسافة (Minimum Distance Method)**

[30][31][57]

و تستند هذه الطريقة إلى تصغير إحصاءات دالة التوزيع التجريبي (EDF) ويمكن استعمالها كبديل أو كمكمل لطريقة تقدير أخرى، لأن إحصاءات التوزيع التجريبي (EDF) تستعمل لاختبار حسن المطابقة أو الملائمة للتوزيعات المستمرة، وتسمى أيضا طريقة التناسب الأعظم (The maximum goodness of fit (MGF)). يعود أصل طريقة (MGF) إلى Wolfowitz [57] تحت اسم طريقة الحد الأدنى للمسافة. ومن الجدير بالذكر أن الطريقة اعلاه غالبا ما تستعمل في سياقات أخرى لا تتعلق بإحصاءات EDF على سبيل المثال عند تقليل دوال العينة وتصحيحات المجتمع المتبقية في السلسلة الزمنية، أو المسافة بين العينة والعزوم المتوقعة). تتمثل إحدى الخصائص المهمة بطريقة MGF هي أنه يمكن استعمالها في الحالات التي لا يمكن فيها إيجاد مقدرات طريقة الإمكان الأعظم (MLE) أو مقدرات طريقة العزوم (MOM).

وتنص الطريقة على جعل دالة مجموع مربعات المسافة في نهايتها الصغرى، إذ ان  $x_i$  تمثل

$$p(x_i) = \frac{i}{n} \text{ تمثل دالة التوزيع التجريبي}$$

$$s_n(G) = \int [F(x_i) - p(x_i)]^2 \partial P(x_i) \quad \dots (78 - 2)$$

$$s_n(G) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ F(x_i) - \frac{i}{n} \right]^2 \quad \dots (79 - 2)$$

$$s_n(G) = \int [F(x_i) - P(x_i)]^2 \partial F(x_i) \quad \dots (80 - 2)$$

$$w^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [F(x_i) - P(x_i)]^2 \quad \dots (81 - 2)$$

إذ أن  $w^2$  هي احصاءة Cramer-von-mises لأختبار حسن المطابقة والتي تعرف كالاتي:

$$w^2 = \frac{1}{12n} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ F(x_i) - \frac{i-1}{n} \right]^2$$

$$Q = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[ [\lambda_1 G(x_i) + (\lambda_2 - \lambda_1)(G(x_i))^2 + (1 - \lambda_2)(G(x_i))^3] - \frac{2i-1}{2n} \right]^2$$

$$Q = \left\{ \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[ \begin{array}{l} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{2i-1}{2n} \end{array} \right]^2 \right\}$$

وباشتقاق المقدار السابق بالنسبة الى  $\lambda_2$  ،  $\lambda_1$  ،  $\beta$  ،  $\alpha$  فان المعادلات الطبيعية ستكون على النحو الآتي:

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{array}{l} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{2i-1}{2n} \end{array} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} \right] \right\} = 0 \quad \dots (82 - 2)$$

$$\frac{dQ}{d\beta} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{array}{l} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{2i-1}{2n} \end{array} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} \right] \right\} = 0 \quad \dots (83 - 2)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_1} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{array}{l} [\lambda_1(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2)(1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 ] - \frac{2i-1}{2n} \end{array} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_1} \right] \right\} = 0 \quad \dots (84 - 2)$$

$$\frac{dQ}{d\lambda_2} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ \begin{array}{l} [\lambda_1 (1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha}) + \\ (\lambda_2 - \lambda_1) (1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^2 + \\ (1 - \lambda_2) (1 - (1 + x_i^\beta)^{-\alpha})^3 - \frac{2i-1}{2n} \end{array} \right] \left[ \frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda_2} \right] \right\} = 0 \quad \dots (85 - 2)$$

وبعد تعويض قيم المشتقات من المعادلات (A,B,C,D) و حل المعادلات (82 - 2)، (83 - 2)، (84 - 2)، (85 - 2) بواسطة طريقه (Nelder-Mead) التكرارية يمكننا الحصول على القيم التقديرية  $(\hat{\alpha}_{cvm}, \hat{\beta}_{cvm}, \hat{\lambda}_{1cvm}, \hat{\lambda}_{2cvm})$  للمعلمات المجهولة  $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$ . و بتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (2 - 31) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع NCTBXII.

## 11-2 معايير مقارنة طرائق التقدير ( Criteria for comparing estimation )

### (methods)

1- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعلمات توزيع NCTBXII:-

$$MSE[\theta] = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{\theta}_i - \theta)^2 \quad \dots (86 - 2)$$

إذ أن:

$\theta$  : تمثل القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع،  $\theta = (\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2)$ .

$\hat{\theta}_i$ : تمثل القيم المقدرة لمعلمات حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

$R$ : تمثل عدد تكرارات التجربة والمساوية الى (1000).

2- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة البقاء لتوزيع NCTBXII:-

$$MSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{S}_i(t_j) - S_i(t_j))^2, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad \dots (87 - 2)$$

إذ ان:

$S_i(t_j)$  تمثل القيم الحقيقية لدالة بقاء التوزيع.

$\hat{S}_i(t_j)$ : تمثل القيم المقدرة لدالة بقاء التوزيع حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

$R$ : تمثل عدد تكرارات التجربة والمساوية الى (1000).

$K$ : تمثل عدد مشاهدات التجربة (قيم  $t_j$ ).

3- وللوصول الى المقدر الأفضل لتقدير دالة البقاء ولكون (MSE) يحسب لكل  $(t_j)$  من الزمن فنتم المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة بواسطة المقياس متوسط مربعات الخطأ التكاملية (IMSE) الذي هو عبارة عن تكامل للمساحة الكلية لـ  $(t_j)$  واختزلها بقيمة واحدة معبرة عن الزمن الكلي وان صيغة هذا المقياس هي:

$$IMSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \left[ \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{S}_i(t_j) - S_i(t_j))^2 \right]$$

$$IMSE[\hat{S}(t_j)] = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K MSE[\hat{S}(t_j)] \quad \dots (88 - 2)$$

**12-2 اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit tests) [18]**

تم اختبار البيانات بواسطة برنامج Mathematica لبيان ملائمتها للتوزيع موضوع البحث وكذلك حالاته الخاصة، وقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit) والذي يتضمن ثلاثة انواع من الاختبارات وهي كالآتي:-

1- Chi-square statistic

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \dots (89 - 2)$$

إذ أن :

$O_i$  يمثل تكرار المشاهدة

$E_i$  يمثل التكرار المتوقع

2- Anderson darling statistic

$$A_d^* = n \sum_{i=0}^n \frac{[F_n(x) - F(x)]f(x)}{F(x)[1 - F(x)]} \quad \dots (90 - 2)$$

أذ ان:

تمثل دالة التوزيع التجريبي  $F_n(x)$  :

3-Carmer-von mises statistic

$$W_d^* = n \sum_{i=0}^n [F_n(x) - F(x)]f(x) \quad \dots (91 - 2)$$

وبحسب الفرضية الآتية ولجميع الاختبارات المذكورة آنفاً:

$$H_0: x \sim NCTBXII$$

$$H_1: x \not\sim NCTBXII$$

الفصل الثالث

الجانبة التجريبي

والتطبيقي

### 1-3 تمهيد (preamble):

يتضمن الفصل اجراءين أساسيين، الاجراء الأول يمثل الجانب التجريبي المتضمن تطبيق تجربة المحاكاة على بيانات مولدة باستعمال أسلوب محاكاة مونت-كارلو (Monte-Carlo) والاجراء الثاني يمثل الجانب التطبيقي ويتضمن تطبيق عملي على بيانات حقيقية (محلية وعالمية). وتم إجراء تجربة المحاكاة واستخلاص جميع نتائج العمليات في القسمين باستعمال برنامج ماثماتيكا (Mathematica program)، الذي يخدم قطاعا كبيرا من التخصصات العلمية المختلفة إذ يقوم باجراء العمليات الحسابية العددية Numerical Calculation المتعارف عليها وكذلك يقوم باجراء العمليات الرياضية الرمزية Symbolic كما يقوم بعملية الرسم لمختلف الدوال المباشرة او البارامترية في بعدين أو ثلاثة ابعاد، كما يمكن استعمال برنامج Mathematica كلغة برمجة لكتابة برامج تحل مشكلات كبيرة يعجز حلها امرا واحداً. [48][58][22]

### 2-3 الاجراء الاول: الجانب التجريبي Empirical part

في هذا القسم ستتم مناقشة نتائج أسلوب المحاكاة المستعمل في مقارنة طرائق التقدير المستعملة لتقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع NCTBXII، وتمت الدراسة باستعمال أحجام عينات مختلفة (الصغيرة، المتوسطة والكبيرة) وقيم إفتراضية أولية مختلفة أيضاً لمعلمات التوزيع وتحديد أفضلية الطرائق عن طريق المعيار الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) باستعمال أسلوب الرتب (Ranks)، ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية (IMSE).

### 1-2-3 مفهوم المحاكاة Concept of simulation [4][3]

يؤدي أسلوب المحاكاة في تمثيل الجوانب العملية دوراً مهماً في معالجة المشكلات وتنفيذها ولا سيما بعد التطور الواسع والكبير في مجال الحاسبات الإلكترونية ما دفع الكثير من الباحثين الى اعتماد أسلوب المحاكاة في الكثير من البحوث التي تهدف الى دراسة سلوك أية مقدرات أو احصاءات اختبار أو أنموذج أو توزيع احصائي نظراً لصعوبة معرفة ذلك نظرياً. "تعرف المحاكاة بأنها عملية تمثيل وتقليد للواقع الحقيقي، أي لإيجاد صورة طبق الأصل من أي نظام أو أنموذج دون أخذ ذلك النظام أو الأنموذج ذاته، وكثيراً ما نجد في الواقع الحقيقي أن هناك عمليات تكون معقدة الفهم ولاسيما في بعض المشكلات أو النظريات الإحصائية والهندسية التي يكون

تحليلها تحليلاً (منطقياً) باستعمال البراهين الرياضية أمراً في غاية الصعوبة ما يؤدي الى ترجمة هذه النظريات على مجتمعات حقيقية ثم سحب عدد من العينات العشوائية منها للوصول الى الحلول المثلى لهذه المشكلات، وتحليل ذلك فمن الأفضل أن توصف هذه العمليات بصورة مشابهة للصور الحقيقية بنماذج معينة ففهم الأنموذج يحقق لنا قدراً من الإدراك للعملية الأصلية أو الواقع الحقيقي عن طريق محاكاة الأنموذج " [3].

"ومن فوائد المحاكاة هي العشوائية إذ أن تتابع الأرقام العشوائية المستخدمة للأنموذج الرياضي في التجربة الأولى يكون مستقلاً عن تتابع الأرقام العشوائية في التجربة الثانية وهكذا، وكذلك لعملية المحاكاة مرونة في دراسة مسائل مختلفة فهي تعطي القدرة على الاختبار وإجراء التعديلات وذلك من أجل أستثمار الوقت والجهود المبذولة والماديات" [4]. كما إنه يتضمن الأخذ بنظر الاعتبار أحجام عينات مختلفة وقيم افتراضية مختلفة لمعاملات التوزيع الاحتمالي تحت الدراسة والثابت الأساسية الأخرى الداخلة وطرائق التقدير لغرض الحصول على النتائج الممكنة كافة ومن ثم تحليل هذه النتائج تحليلاً أحصائياً دقيقاً وفق معطيات كل تجربة .

يستعمل أسلوب المحاكاة للمقارنة مابين الطرائق المدروسة أو المقترحة من الباحثين لمعرفة الطريقة الأفضل، وهذا ما أنصب عليه اهتمامنا في هذا القسم المتمثل بالمقارنة مابين الطرائق التي تم استعمالها لتقدير المعلمات ودالة المعولية التي جرت دراستها في الجانب النظري وتحديد أي الطرائق أفضل في التقدير.

وتوجد طرائق مختلفة للمحاكاة هي الطريقة التناظرية (Method Analog) والطريقة المختلطة

(Mixed Method) وطريقة مونت-كارلو (Monte-Carlo Method) [b].

تعد طريقة مونت-كارلو (Monte-Carlo) من أهم هذه الطرائق وأكثرها شيوعاً واستعمالاً والتي عن طريقها يتم توليد عينة من المشاهدات تتبع سلوك احتمالي معين (توزيع احتمالي) ويشترط في هذه الطريقة لانجازها إن يكون التوزيع الاحتمالي للظاهرة المدروسة لها دالة تجميعية (cdf) معروفة علماً ان مجموعة المشاهدات العشوائية المتولدة بهذه الطريقة تمتلك خاصية الاستقلالية لأن توليد المشاهدات بهذا الأسلوب يكون بتطبيق الأسلوب الرياضي لكل مشاهدة على حدة. [2]

لغرض تطبيق المفاهيم التي ذكرت في الجانب النظري تم اعتماد أسلوب المحاكاة لتنفيذ الجزء الآخر من البحث المتمثل في الجزء العملي لمقدرات دالة البقاء للطرائق الخمسة المستعملة وتحديد أفضلية هذه المقدرات باستعمال المعيار الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) و معدل متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) باعتماد إحصائيات مولدة مختلفة . لقد تم صياغة أنموذج المحاكاة لإجراء

مقارنة ما بين الطرائق المدروسة بحيث يمكن افتراض العديد من الحالات الممكن وجودها في الواقع العملي بغية تحقيق الهدف الأساس المتمثل في إيجاد افضل هذه الطرائق لتقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع NCTBXII وذلك عن طريق توضيح كيفية تأثير طرائق التقدير تجاه ما يأتي:

1- التغير في حجم العينة.

2- التغير في قيم معلمات الانموذج.

وان بناء تجربة المحاكاة التي سيتم الحصول عن طريقها على الإجابة لهذه التساؤلات تعتمد على عدد من المراحل وكما موضح بالآتي:-

### 2-2-3 مراحل بناء تجربة المحاكاة Stages of building a simulation

#### [4]: experience

كتب برنامج المحاكاة بإستعمال حزم برنامج (MATHMATICA-12.2) ونفذ على الحاسبة والمبين في الملحق (B)، وفيما يأتي مراحل تجربة المحاكاة.

#### المرحلة الأولى :-

وهي المرحلة الأساس التي تعتمد عليها خطوات البرنامج وأجراءاته (Procedures) وفيما يأتي خطوات هذه المرحلة :-

أولاً : جرى اختيار قيم افتراضية أولية للمعلمات مع الأخذ بنظر الإعتبار أن تكون القيم الافتراضية للمعلمات مختلفة خصوصاً بالنسبة لمعلمتي التحويل وذلك لغرض التركيز على تأثيرها في سلوك التوزيع المحول مع الأخذ بنظر الاعتبار حدود كل معلمة حيث جرى تشكيل 8 حالات كما مبين في الجدول (1-3).

جدول (1-3)

يبين القيم الافتراضية الأولية للمعلمات والنماذج المقترحة

Model	$\alpha$	$\beta$	$\lambda_1$	$\lambda_2$
Model 1	0.5	1	1	0.5
Model 2	0.5	1	1	-0.5
Model 3	1.5	2	1	-1
Model 4	0.5	2	1	0.5
Model 5	0.5	2	1	-0.5
Model 6	1	1	1	-0.5
Model 7	1	1	0.5	-0.5
Model 8	1	2	1	-0.5

ثانياً: جرى اختيار 4 أحجام عينات مختلفه (صغيرة، متوسطة وكبيرة)

n=30، 60، 80، 100

والفكرة الأساسية في اعتماد أحجام عينات مختلفة هو لإعطاء فكرة عن المقدرات ونمط سلوكها.

#### المرحلة الثانية :-

في هذه المرحلة يجري توليد المشاهدات العشوائية (البيانات) بطريقة التحويل المعكوس وعلى وفق توزيع NCTBXII وكما يأتي :

أولاً: توليد أرقام عشوائية  $U_i$  تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1)

$$U_i \sim U(0,1), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n.$$

$U_i$  : يمثل متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم يتم توليده بإستعمال البرنامج على وفق الصيغة الآتية :-

$$U = [0 \leq p \leq 1], p \sim \text{UniformDistribution}[]$$

ثانياً : تحويل البيانات المولدة من الخطوة ( أولاً) التي تتبع التوزيع المنتظم الى بيانات تتبع توزيع NCTBXII بإستخدام طريقة التحويل المعكوس وحسب المعادلة (2-33)

وكما في الصيغة الآتية :-

$$t_i = \left( \left( \left( 1 - \frac{1}{u_i} \left[ \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \left[ \left( (1 - u_i)^{\frac{-1}{\alpha}} - 1 \right)^{\frac{-1}{\beta}} \right] \right] \right) + (1 - \lambda_2) \left[ \left( (1 - u_i)^{\frac{-1}{\alpha}} - 1 \right)^{\frac{-2}{\beta}} \right] \right) - 1 \right)^{\frac{-1}{\beta}}$$

#### المرحلة الثالثة :-

في هذه المرحلة يتم تقدير معلمات توزيع NCTBXII ولكافة الطرائق المبينة في الجانب النظري والتي هي :-

- 1- طريقة الامكان الاعظم ويرمز لها بالجداول بالرمز MLE.
- 2- طريقة المربعات ويرمز لها بالجداول بالرمز LSE.
- 3- طريقة المربعات الصغرى الموزونة ويرمز لها بالجداول بالرمز WLSE.
- 4- طريقة المقدرات التجزئية ويرمز لها بالجداول بالرمز PCE.
- 5- طريقة الحد الادنى للمسافة باستعمال احصاءة كارمر-فان-ميسز ويرمز لها بالجداول بالرمز CVME.

#### المرحلة الرابعة:-

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة البقاء لتوزيع NCTBXII وللطرائق كافة المبينة في الجانب النظري ولجميع الطرائق الوارد ذكرها في المرحلة الثالثة.

#### المرحلة الخامسة:-

تكرر هذه العملية (1000) مرة على وفق البرنامج المذكور في الملحق (B)

#### المرحلة السادسة:-

تجري في هذه المرحلة المقارنة بين المقدرات المستحصلة لمعلمات توزيع NCTBXII ودالة البقاء له باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعلمات التوزيع وحسب الصيغة (2 - 86) وكذلك معيار متوسط مربعات الخطأ التكالمي (IMSE) بالنسبة لدالة بقاء التوزيع وحسب الصيغة (2 - 88).

**3-2-3 استعراض نتائج المحاكاة (Review of Results)**

نتائج مقدرات الطرائق الخمسة باستعمال المحاكاة

بعد احتساب نتائج مقدرات المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ وتبويبها في الجداول من (1) الى (8) الواردة في الملحق (A)، و لغرض الوصول للمقدر الأفضل عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة، فقد تم الاعتماد على أسلوب الرتب (Ranks) [9] لمتوسط مربعات الخطأ ( $MSE$ ) وحسب الصيغة (2 – 86) كأساس للمقارنة بين طرائق تقدير معلمات التوزيع، إذ يتم ترتيب مقدرات  $MSE[\theta]$  ولكل معلمة على حده ولطرائق التقدير كافة ولكل حجم عينة وذلك باعطاء رتبة لكل قيمة  $MSE[\theta]$ ، إذ تأخذ قيمة  $MSE[\theta]$  الأصغر بين طرائق التقدير الرتبة الأولى ونستمر هكذا باعطاء الرتب لغاية الرتبة 5، وتسمى الرتب في هذه المرحلة بالرتب الجزئية، ثم يتم بعد ذلك جمع الرتب الجزئية ولكل طريقة تقدير وحسب أحجام العينات واعطاء رتب جديدة للمجاميع بنفس الطريقة السابقة، وتسمى الرتب في هذه المرحلة بالرتب الكلية والتي تتم المقارنة على اساسها والمبينة في الجدول (2-3).

جدول (2-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ  $MSE$  لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة

Models	n	MLE	OLSE	WLSE	PCE	CVME
Model 1	30	3	4	5	1.5	1.5
	60	1.5	3.5	5	1.5	3.5
	80	2	3	1	4.5	4.5
	100	1	4	2.5	5	2.5
Model 2	30	1	4	5	3	2
	60	1	2	4.5	4.5	3
	80	3	1.5	5	4	1.5
	100	1	5	2	4	3
Model 3	30	1	3	2	4	5
	60	1	4	2	3	5
	80	1	3	2	4	5
	100	1	4	2	5	3
Model 4	30	1.5	3	1.5	4.5	4.5
	60	1	3	2	5	4
	80	1	5	3	2	4
	100	1	5	3	4	2

Models	n	MLE	OLSE	WLSE	PCE	CVME
Model 5	30	1.5	1.5	3	4.5	4.5
	60	1	4.5	2	3	4.5
	80	1	3	2	4	5
	100	1	5	2	4	3
Model 6	30	2	4.5	4.5	3	1
	60	5	3	4	2	1
	80	1	5	3.5	2	3.5
	100	1	5	2	4	3
Model 7	30	1	3	2	4	5
	60	1.5	3	1.5	4	5
	80	1	3	2	4	5
	100	1	3	2	4	5
Model 8	30	1	3	5	2	4
	60	4.5	3	4.5	1	2
	80	1	4.5	4.5	3	2
	100	1	4.5	2	3	4.5
$\sum Ranks$		47.5	115.5	94	111	112
Overall Ranks		1	3	2	4	5

جدول (3-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة

n	Sum of Ranks	MLE	OLSE	WLSE	PCE	CVME
30	$\sum Ranks$	12	26	28	26.5	27.5
	Overall Ranks	1	2	5	3	4
60	$\sum Ranks$	16.5	26	25.5	24	28
	Overall Ranks	1	4	3	2	5
80	$\sum Ranks$	11	28	23	27.5	30.5
	Overall Ranks	1	4	2	3	5
100	$\sum Ranks$	8	35.5	17.5	33	26
	Overall Ranks	1	5	2	4	3

من الجدول (3-3) آنفاً يتبين:

- 1- افضلية طريقة الامكان الاعظم في جميع احجام العينات لتقدير معلمات توزيع NCTBXII لأنها كانت تقابل الرتبة الاولى.
  - 2- طريقة المربعات الصغرى قد احتلت المرتبة الثانية عند حجم عينة 30 ثم احتلت المرتبة الرابعة عند احجام عينات 60،80 في حين جاءت في المرتبة 5 الاخيرة عند حجم العينة 100 مما يدل على عدم ملاءمتها عند احجام العينات الكبيرة.
  - 3- طريقة المربعات الصغرى الموزونة قد احتلت المرتبة الخامسة عند حجم عينة 30 ثم احتلت المرتبة الثالثة عند حجم عينة 60 في حان جائت بالمرتبة الثانية عند احجام عينات 80،100 مما يدل على ملائمتها بشكل أكبر بازدياد حجم العينة.
  - 4- طريقة المقدرات التجزئية قد احتلت المرتبة الثالثة عند حجم عينة 30 ثم جائت في الترتيب الثاني والثالث والرابع عند احجام احجام عينات 60،80،100 على الترتيب.
  - 5- طريقة الحد الادنى للمسافة قد احتلت المرتبة الرابعة 30 ثم جائت في الترتيب الاخير عند احجام عينات 60،80 لكنها احتلت المرتبة الثالثة عند حجم عينة 100 متفوقة على طريقتي المربعات الصغرى والمقدرات التجزئية.
- بعد احتساب نتائج مقدرات دالة البقاء ومتوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي وتبويبها في الجداول من (9) الى (16) الواردة في الملحق (A)، وللوصول الى المقدر الأفضل لتقدير دالة البقاء ولكون (MSE) يحسب لكل  $(t_j)$  من الزمن فقد تمت المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة بواسطة المقياس متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) الذي هو عبارة عن تكامل للمساحة الكلية لـ  $(t_j)$  واختزالها بقيمة واحدة معبرة عن الزمن الكلي وحسب الصيغة (2 – 88) .

يتم بعد ذلك استعمال اسلوب الرتب (Ranks) وبالطريقة نفسها التي تم استعمالها مع معلمات التوزيع إذ يتم ايجاد الرتب الجزئية عن طريق اعطاء رتبة لكل قيمة  $IMSE[\hat{S}(t_j)]$  ولطرائق التقدير كافة ولكل حجم عينة. ثم يتم بعد ذلك جمع الرتب الجزئية ولكل طريقة تقدير وحسب أحجام العينات، ثم يتم ايجاد الرتب الكلية والتي تتم المقارنة على اساسها والمبينة في الجدول (3-4).

جدول (4-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE لطرائق التقدير و انظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة

Models	n	MLE	OLSE	WLSE	PCE	CVME
Model 1	30	1	5	2	4	3
	60	2	4	1	3	5
	80	1	3	2	4	5
	100	1	5	2	4	3
Model 2	30	2	3	1	4	5
	60	1	5	2	4	3
	80	1	2	3	4	5
	100	1	3	2	4	5
Model 3	30	1	3	2	4	5
	60	1	3	2	4	5
	80	1	3	2	4	5
	100	1	3	2	4	5
Model 4	30	1	5	2	4	3
	60	1	5	2	4	3
	80	1	5	2	4	3
	100	1	5	2	3.5	3.5
Model 5	30	1	5	2	4	3
	60	1	5	2	4	3
	80	1	5	2	4	3
	100	1	3	2	4	5
Model 6	30	1	2	4	3	5
	60	1	2	3	4	5
	80	1	2	5	3	4
	100	2	3	1	4	5
Model 7	30	1	2	5	3	4
	60	1	2	5	3	4
	80	1	4	2	3	5
	100	1	3	2	4	5
Model 8	30	2	2	4	3	5
	60	1	2	3	4	5
	80	1	2	5	3	4
	100	1	3	1	4	5
$\sum Ranks$		36	113	73	120.5	137.5
Overall Ranks		1	3	2	4	5

جدول (3-5)

يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير و انظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة

n	Sum of Ranks	MLE	OLSE	WLSE	PCE	CVME
30	$\sum Ranks$	10	28	19	30	33
	Overall Ranks	1	3	2	4	5
60	$\sum Ranks$	9	29	19	30	33
	Overall Ranks	1	3	2	4	5
82	$\sum Ranks$	8	27	20	30	35
	Overall Ranks	1	3	2	4	5
100	$\sum Ranks$	9	29	15	30.5	36.5
	Overall Ranks	1	3	2	4	5

يتضح من الجدول أنفاً ومن خلال قيم الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي بالنسبة لدالة البقاء أفضل طريقة الامكان الاعظم ولأحجام العينات كافة وهذا ما يتوافق مع ما جاء في مقارنة طرائق التقدير بالنسبة لمعلمات التوزيع وكما جاء في الجدول (3-3) أنفاً مع ملاحظة تقارب طريقة المربعات الصغرى الموزونة حيث جاءت في الترتيب الثاني ثم تترتب بقية الطرائق (المربعات الصغرى، المقدرات التجزئية والحد الأدنى للمسافة) توالياً.

### 3-3 الاجراء الثاني: الجانب التطبيقي Practical part

يتضمن هذا القسم تطبيق التوزيع على نوعين من البيانات من اجل التحقق من قابلية تطبيقه عمليا، وقد تم تطبيق التوزيع المقترح على نوعين من بيانات الواقع الحقيقي:

1- بيانات محلية تمثل اوقات البقاء لحين الوفاة لعينة من المصابين بفايروس Covid-19 للمدة من 2020/7/1 لغاية 2020/8/1 (شهر واحد).

2- بيانات عالمية تمثل مدة بقاء لوح الايبوكسي المعرض للضغط المستمر لحين الفشل وتم الحصول

هذه البيانات من بحث منشور للباحث (Abdul-Moniem) في عام 2015 [6]

### 1-3-3 البيانات المحلية local data

أن فيروسات كورونا هي مجموعة من الفيروسات التي يمكنها أن تسبب أمراضًا مثل الزكام والالتهاب التنفسي الحاد الوخيم (الساارز) ومتلازمة الشرق الأوسط التنفسية (ميرز). تم اكتشاف نوع جديد من فيروسات كورونا بعد أن تم التعرف عليه كمسبب لانتشار أحد الأمراض التي بدأت في الصين عام 2019

يُعرف الفيروس الآن باسم "فيروس المتلازمة التنفسية الحادة الوخيمة كورونا 2"، ويُرمز إليه بـ SARS-CoV-2. ويسمى المرض الناتج عنه مرض فيروس كورونا 2019 (Covid-19). في آذار/مارس 2020، أعلنت منظمة الصحة العالمية (WHO) أنها صنّفت وباء Covid-19 كجائحة. تراقب المجموعات المختصة بالصحة العامة الجائحة وتنتشر التحديثات على الإنترنت، ومن هذه المجموعات مراكز مكافحة الأمراض والوقاية منها في الولايات المتحدة (CDC) ومنظمة الصحة العالمية (WHO). كما أصدرت هذه المجموعات توصيات عن الوقاية من المرض وعلاجه.

قد تظهر علامات وأعراض Covid-19 بعد يومين إلى 14 يوماً من التعرض له. وتسمى المدة اللاحقة للتعرض والسابقة لظهور الأعراض "مدة الحضانة". يمكن أن تتضمن العلامات والأعراض الشائعة (هي الحمى والسعال وضيق التنفس والإرهاق، ولكن في الحالات المتقدمة من المرض فقد يصاب المريض بالآم، وانسداد الأنف، والرشح، وآلام في الحلق وإسهال)، وقد تشمل الأعراض المبكرة فقدان حاستي الذوق أو الشم.

الأشخاص الأكبر سنًا عرضة بشكل أكبر لخطر الإصابة بأعراض خطيرة، ويزداد ذلك الخطر كلما تقدم الشخص في العمر. قد يكون المصابون بحالات طبية أصلاً أكثر عرضة للإصابة بأعراض خطيرة. من أمثلة الحالات الصحية الخطيرة التي ترفع احتمال إصابتك بأعراض خطيرة هي:

- أمراض القلب الخطيرة، مثل فشل القلب، أو مرض الشريان التاجي، أو اعتلال عضلة القلب
- السرطان
- داء الانسداد الرئوي المزمن (COPD)
- السكري من العالمية
- السمنة أو السمنة المفرطة
- التدخين
- مرض الكلى المزمن

● مرض الخلايا المنجلية

● ضعف جهاز المناعة بسبب عمليات زرع الأعضاء المصمتة

● الحمل

ان ( 80 ) بالمئة من المصابين بالفيروس يتعافون دون الحاجة إلى علاج خاص، وواحد من كل ستة مصابين تكون حالته شديدة ويجد صعوبة في التنفس، و20 بالمئة من الحالات يمكن علاجها في المستشفى، ويؤثر المرض في المسنين الذين تتجاوز أعمارهم الستين أكثر من غيرهم.

على الرغم من أن أعراض معظم المصابين بـ Covid-19 تتراوح بين خفيفة إلى معتدلة، يمكن أن يسبب المرض مضاعفات طبية شديدة وأن يؤدي إلى الوفاة بالنسبة لبعض الأشخاص. إن كبار السن أو من لديهم مشاكل صحية أصلاً أكثر عرضة للإصابة بالمرض الشديد عند العدوى بـ Covid-19 ولا بد لمن يعانون ارتفاع درجات الحرارة والسعال وضيق التنفس الحصول على دعم طبي. ينتقل وباء Covid-19 عن طريق تعرض الأشخاص لرذاذ المرضى الناتج عن السعال والعطس ولمسهم للفم والأنف والعينين، كما ينتقل عن طريق لمس اليدين للأسطح الملوثة بالرذاذ الحامل للفيروس. [60]

ويعد هذا المرض أو الوباء من امراض العصر الحالية التي من الأهمية اجراء الدراسات عنها وتطبيق البيانات الناتجة عنها على الطرائق الاحصائية والرياضية التي يتناولها الباحثون . تم جمع البيانات وتطبيقها على افضل الطرائق المستعملة في البحث، والتي تتمثل في مدة بقاء المريض على قيد الحياة لحين الوفاة للمرضى المصابين بفايروس كورونا المستجد COVID-19 من سجلات المرضى الراقدين في قسم الحميات في مستشفى البصرة التعليمي في محافظة البصرة تم أخذ عينة عشوائية بحجم (n=107) مريض مصاب وتمثلت هذه البيانات بقياس اوقات البقاء (Lifetimes) بالأسابيع تحت العلاج لحين الوفاة وقد تم اعتبار مدة البقاء منذ التشخيص واخذ العلاج ولحين الوفاة واعتبارا من 2020/8/6 ولغاية 2020/9/6 والجدول الآتي يوضح البيانات الحقيقية قيد البحث:

جدول (6-3)

يمثل مدة بقاء المريض المصاب بفيروس Covid-19 على قيد الحياة من تاريخ الدخول للمستشفى ولحين الوفاة (بالأسابيع)

i	t <sub>i</sub>	i	t <sub>i</sub>	i	t <sub>i</sub>										
1	0.143	16	0.429	31	0.714	46	1.000	61	1.143	76	1.571	91	2.000	106	4.143
2	0.143	17	0.429	32	0.714	47	1.000	62	1.286	77	1.571	92	2.143	107	4.286
3	0.143	18	0.429	33	0.857	48	1.000	63	1.286	78	1.571	93	2.143		
4	0.143	19	0.429	34	0.857	49	1.000	64	1.286	79	1.571	94	2.286		
5	0.286	20	0.429	35	0.857	50	1.000	65	1.286	80	1.571	95	2.286		
6	0.286	21	0.429	36	0.857	51	1.000	66	1.286	81	1.714	96	2.429		
7	0.286	22	0.571	37	0.857	52	1.143	67	1.286	82	1.714	97	2.571		
8	0.286	23	0.571	38	0.857	53	1.143	68	1.286	83	1.714	98	2.714		
9	0.286	24	0.571	39	0.857	54	1.143	69	1.286	84	1.714	99	2.857		
10	0.286	25	0.571	40	0.857	55	1.143	70	1.429	85	1.857	100	3.143		
11	0.286	26	0.571	41	0.857	56	1.143	71	1.429	86	1.857	101	3.286		
12	0.429	27	0.571	42	1.000	57	1.143	72	1.429	87	1.857	102	3.286		
13	0.429	28	0.714	43	1.000	58	1.143	73	1.429	88	1.857	103	3.571		
14	0.429	29	0.714	44	1.000	59	1.143	74	1.429	89	2.000	104	3.714		
15	0.429	30	0.714	45	1.000	60	1.143	75	1.429	90	2.000	105	4.000		

والجدول الاتي يبين ابرز احصاءات عينة البيانات الحقيقية:

جدول (7-3)

يبين ابرز احصاءات العينة للبيانات الحقيقية (المحلية)

<b>Min</b>	0.143
<b>Mean</b>	1.29773
<b>Variance</b>	0.832394
<b>Skewness</b>	1.33379
<b>Kurtosis</b>	4.63266
<b>Median</b>	1.14286
<b>Standard Deviation</b>	0.912356
<b>Max</b>	4.286

### 1-1-3-3 تحليل البيانات data analysis

تم تحليل عينة البيانات الحقيقية بطريقة (MLE)، والجدول (8-3) يوضح تقديرات المعلمات لتوزيع NCTBXII المقترح و اختبارات حسن المطابقة وفق صيغ المعادلات (2 - 89)، (2 - 90)، (2 - 91).

جدول (8-3)

يوضح تقديرات المعلمات لتوزيع NCTBXII المقترح و اختبارات حسن المطابقة للبيانات الحقيقية

Distribution	Parameter				$\chi^2$	$A_d^*$	$W_d^*$
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	Test Statistic		
					(P-Value)		
NCTBXII	1.49907	2.29336	0.99998	-0.5002	0.39451	0.05566	5.86916
					(0.85384)	(0.84127)	(0.92253)
TBXII	0.49929	2.31485	1	-	1.05194	0.19388	14.1308
					(0.33073)	(0.27965)	(0.29243)
BXII	0.99859	2.31485	-	-	1.05194	0.19388	14.1308
					(0.33073)	(0.27965)	(0.29243)

وعن طريق اختبارات فرضية العدم وحسب المعايير المذكورة آنفاً وجدنا أن:

1- أن القيم المقدرة للمعلمات

$$\hat{\alpha} = 1.49907, \hat{\beta} = 2.29336, \hat{\lambda}_1 = 0.99998, \hat{\lambda}_2 = -0.5002$$

كانت متوافقة مع القيم الافتراضية للمعلمات الموضحة في جانب المحاكاة.

2- تظهر نتائج اختبار فرضية العدم وحسب المعايير المذكورة آنفاً عدم رفض هذه الفرضية عند مستوى

معنوية 0.05 لتوزيع NCTBXII وكذلك للحالات الخاصة للتوزيع وبعض التوزيعات المستعملة

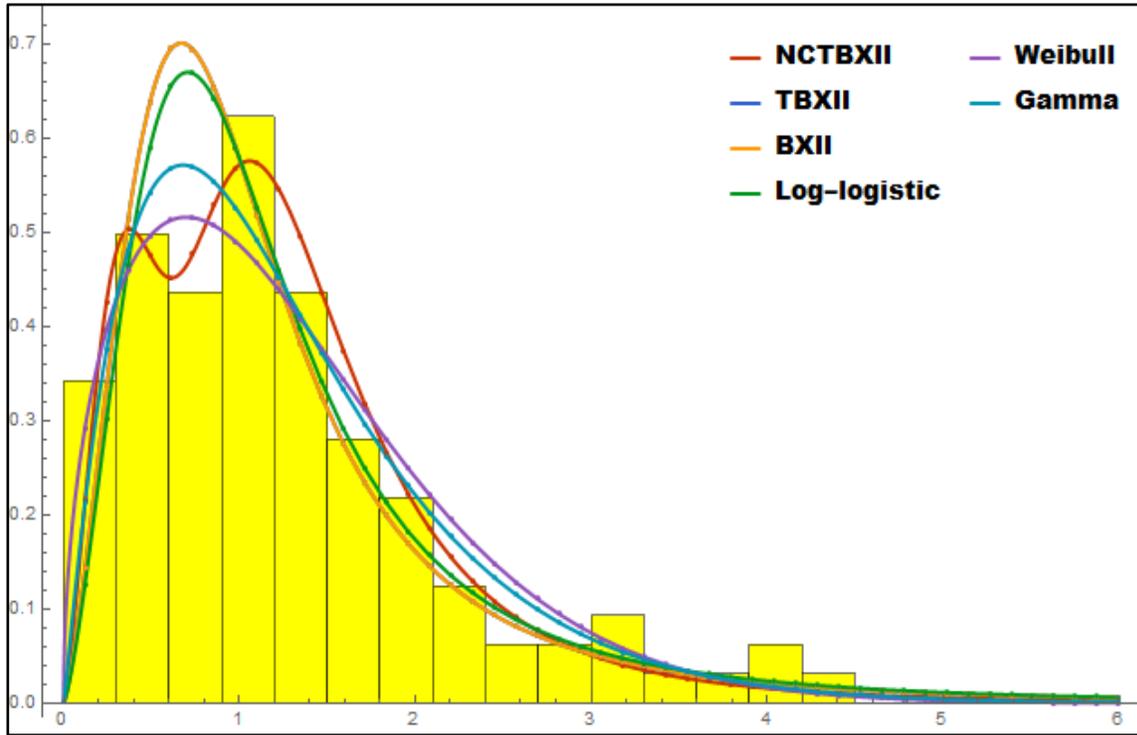
في نمذجة بيانات البقاء على قيد الحياة لحين الوفاة، إذ نلاحظ أن قيمة  $P-Value$  كانت أكبر من 0.05

إذ بلغت :

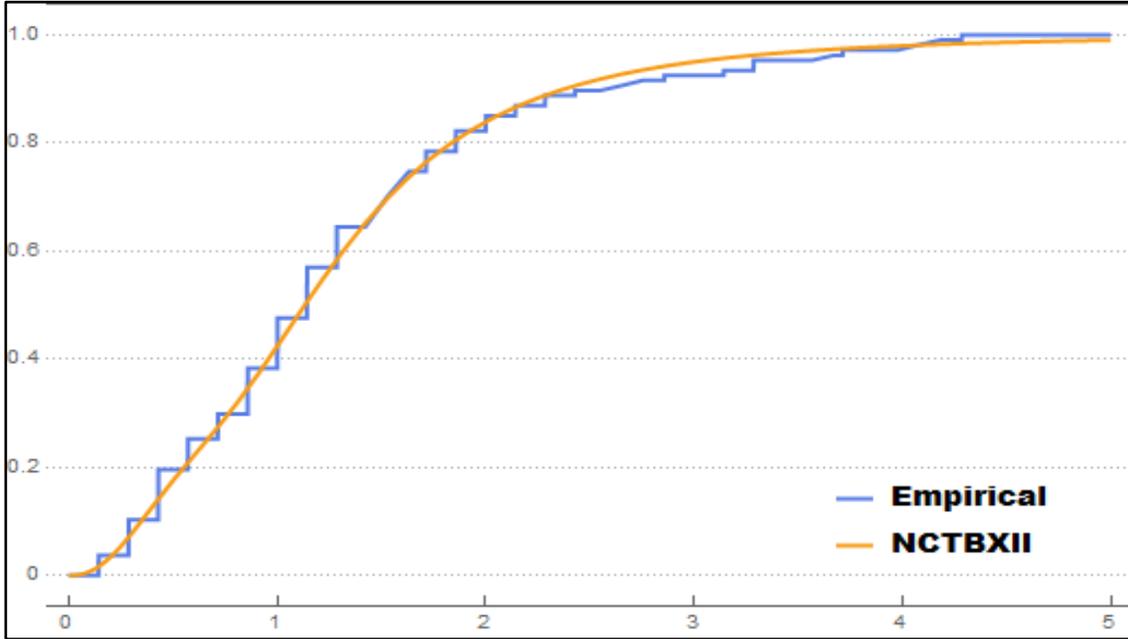
( 0.85384 حسب معيار  $\chi^2$  ) ( 0.84127 حسب معيار  $A_d^*$  ) و( 0.92253 حسب معيار  $W_d^*$  ) وكذلك الأمر بالنسبة الى احصاء الاختبار عند مقارنتها مع القيمة الجدولية ولمستوى معنوية 0.05. وهذا ما ينطبق على جميع التوزيعات الوارد ذكرها في الجدول (8-3).

3- اظهرت النتائج أفضلية توزيع NCTBXII على بقية توزيعات المقارنة حيث ان قيمة  $P$ -Value كانت هي الاكبر مقارنة بتوزيعات المقارنة وبالنسبة لجميع الاختبارات الثلاث.

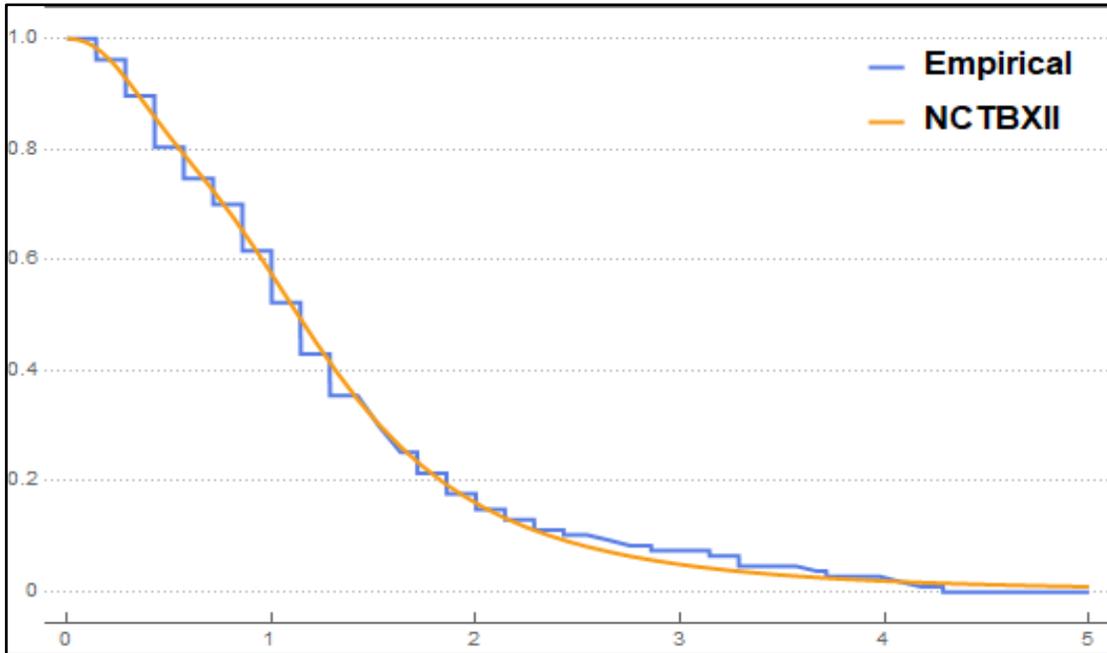
والشكل الآتي يبين مدى ملائمة توزيع NCTBXII مقارنة ببعض التوزيعات .



شكل (1-3) دالة pdf لتوزيع NCTBXII مقارنة ببعض التوزيعات بالنسبة للبيانات الحقيقية (المحلية)



شكل (2-3) دالة  $cdf$  لتوزيع NCTBXII مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية (المحلية)



شكل (3-3) شكل دالة البقاء لتوزيع NCTBXII مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية (المحلية)

وبعد تحليل البيانات تم استخراج قيم كلا من دالة البقاء على قيد الحياة و دالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة أو دالة معدل الفشل الفوري الفشل وتم ادراج النتائج في الجدول الآتي:

جدول (9-3)

يوضح مقدرات دالة البقاء وال دالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية (المحلية)

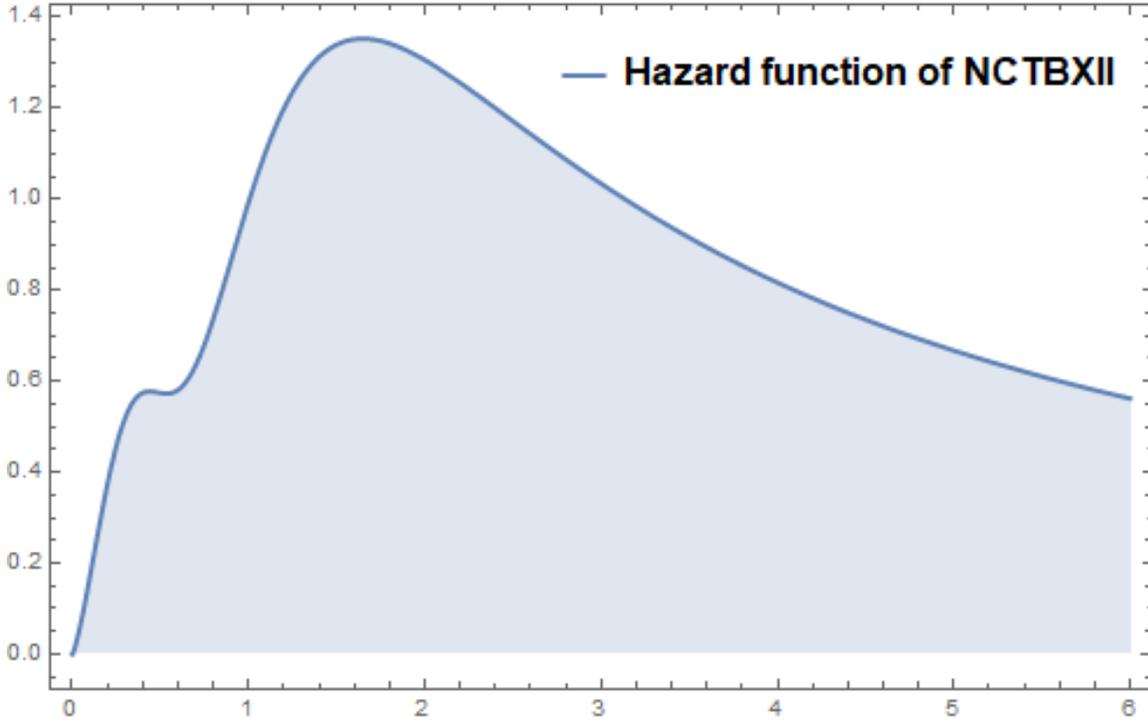
$i$	$t_i$	$S(t)$	$F(t)$	$h(t)$
1	0.142857	0.983388	0.016612	0.260562
2	0.142857	0.983388	0.016612	0.260562
3	0.142857	0.983388	0.016612	0.260562
4	0.142857	0.983388	0.016612	0.260562
5	0.285714	0.929526	0.070474	0.504341
6	0.285714	0.929526	0.070474	0.504341
7	0.285714	0.929526	0.070474	0.504341
8	0.285714	0.929526	0.070474	0.504341
9	0.285714	0.929526	0.070474	0.504341
10	0.285714	0.929526	0.070474	0.504341
11	0.285714	0.929526	0.070474	0.504341
12	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
13	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
14	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
15	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
16	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
17	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
18	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
19	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
20	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
21	0.428571	0.858751	0.141249	0.577665
22	0.571429	0.791014	0.208986	0.575345
23	0.571429	0.791014	0.208986	0.575345
24	0.571429	0.791014	0.208986	0.575345
25	0.571429	0.791014	0.208986	0.575345
26	0.571429	0.791014	0.208986	0.575345
27	0.571429	0.791014	0.208986	0.575345
28	0.714286	0.725803	0.274197	0.647262
29	0.714286	0.725803	0.274197	0.647262
30	0.714286	0.725803	0.274197	0.647262

$i$	$t_i$	$S(t)$	$F(t)$	$h(t)$
31	0.714286	0.725803	0.274197	0.647262
32	0.714286	0.725803	0.274197	0.647262
33	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
34	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
35	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
36	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
37	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
38	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
39	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
40	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
41	0.857143	0.654577	0.345423	0.808775
42	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
43	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
44	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
45	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
46	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
47	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
48	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
49	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
50	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
51	1.00000	0.575426	0.424574	0.993991
52	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
53	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
54	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
55	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
56	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
57	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
58	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
59	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
60	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
61	1.14286	0.493451	0.506549	1.1504
62	1.28571	0.415181	0.584819	1.25938
63	1.28571	0.415181	0.584819	1.25938
64	1.28571	0.415181	0.584819	1.25938
65	1.28571	0.415181	0.584819	1.25938
66	1.28571	0.415181	0.584819	1.25938
67	1.28571	0.415181	0.584819	1.25938
68	1.28571	0.415181	0.584819	1.25938
69	1.28571	0.415181	0.584819	1.25938

$i$	$t_i$	$S(t)$	$F(t)$	$h(t)$
70	1.42857	0.34508	0.65492	1.32285
71	1.42857	0.34508	0.65492	1.32285
72	1.42857	0.34508	0.65492	1.32285
73	1.42857	0.34508	0.65492	1.32285
74	1.42857	0.34508	0.65492	1.32285
75	1.42857	0.34508	0.65492	1.32285
76	1.57143	0.284998	0.715002	1.35011
77	1.57143	0.284998	0.715002	1.35011
78	1.57143	0.284998	0.715002	1.35011
79	1.57143	0.284998	0.715002	1.35011
80	1.57143	0.284998	0.715002	1.35011
81	1.71429	0.234927	0.765073	1.35123
82	1.71429	0.234927	0.765073	1.35123
83	1.71429	0.234927	0.765073	1.35123
84	1.71429	0.234927	0.765073	1.35123
85	1.85714	0.193884	0.806116	1.33461
86	1.85714	0.193884	0.806116	1.33461
87	1.85714	0.193884	0.806116	1.33461
88	1.85714	0.193884	0.806116	1.33461
89	2.00000	0.160532	0.839468	1.30657
90	2.00000	0.160532	0.839468	1.30657
91	2.00000	0.160532	0.839468	1.30657
92	2.14286	0.133524	0.866476	1.27162
93	2.14286	0.133524	0.866476	1.27162
94	2.28571	0.111648	0.888352	1.23286
95	2.28571	0.111648	0.888352	1.23286
96	2.42857	0.093889	0.906111	1.19239
97	2.57143	0.079415	0.920585	1.15159
98	2.71429	0.067563	0.932437	1.11135
99	2.85714	0.057807	0.942193	1.07223
100	3.14286	0.04301	0.95699	0.998495
101	3.28571	0.037385	0.962615	0.964145
102	3.28571	0.037385	0.962615	0.964145
103	3.57143	0.028647	0.971353	0.900562
104	3.71429	0.025242	0.974758	0.871242
105	4.00000	0.019835	0.980165	0.817196
106	4.14286	0.017681	0.982319	0.792305
107	4.28571	0.015816	0.984184	0.768726
Sum		54.01058	52.98942	101.7996
Mean		0.504772	0.495228	0.951399

يتبين من الجدول (7-3) المذكور أنفاً:

- 1- ان دالة البقاء متناقصة بزيادة الزمن (اي تتناسب عكسيا مع الزمن) وهذا ما يتناسب مع النظرية الاحصائية.
  - 2- قيم دالة الكثافة التجميعية تقع قيمها بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتتناسب طرديا مع الزمن.
  - 3- متوسط قيم دالة البقاء هو (0.504772) أي أن متوسط احتمال بقاء المريض المصاب بالفايروس يساوي 50% تقريبا.
  - 4- دالة المخاطرة تكون متفاوتة وبشكل حوض استحمام مقلوب، اذ تبدأ بالتزايد خلال اليومين الاولين من دخول المستشفى ثم تستقر نوعا ما خلال اليوم الثالث، ثم تبدأ بالارتفاع تدريجا لتصل الى قيمتها القصوى خلال اليوم الثاني عشر ثم تبدأ بالتناقص تدريجا اي ان المريض المصاب بفايروس Covid-19 يكون معرضا لخطر الوفاة وياقصى حد خلال اليوم الثاني عشر من تاريخ دخوله المستشفى ثم تقل احتمالية وفاته المفاجئة تدريجا خلال الايام التي تلحقه وهذا ما ينسجم مع السلوك الواقعي للفايروس حسب ما تم ملاحظته.
  - 5- بلغ متوسط الوقت للوفاة  $MTTF$  (1.3108) اي ان متوسط وقت وفاة المريض المصاب بالفايروس يبلغ 9 ايام تقريبا.
  - 6- بالامكان الحصول على اي احتمال للبقاء للمصاب عن طريق دالة البقاء لغرض التنبؤ باحتمالية وفاة المصاب بعد مدة زمنية محددة، وعلى سبيل المثال فان احتمال البقاء للمصاب بعد الاسبوع الاول  $P(t>1)=0.575426$  وكذلك فان احتمال البقاء للمصاب بعد الاسبوع الثاني  $P(t>2)=0.160532$ ، اما احتمال البقاء للمصاب بعد الاسبوع الثالث  $P(t>3)=0.0497315$ .
- وكذلك يمكن ايجاد احتمال بقاء المصاب على قيد الحياة بين مدتين زمنيتين محددتين كأحتمال بقاء المصاب على قيد الحياة بين الأسبوع الثاني والثالث :  $P(2<t<3)=0.110801$



شكل (4-3) دالة المخاطرة لتوزيع NCTBXII للبيانات الحقيقية (المحلية)

الشكل اعلاه يوضح سلوك دالة المخاطرة لتوزيع NCTBXII والتي يتضح امكانية تعاملها مع البيانات ثنائية النسق حيث نلاحظ ارتفاع قيمة دالة المخاطرة في المرحلة الاولى بالنسبة للبيانات الحقيقية (المحلية) ثم استقرارها لفترة وجيزة وتناقصها في بعض الحالات ثم تعود للزيادة لتصل الى قيمتها القصوى في مرحلة زمنية معينة ثم تبدأ بالتناقص تدريجا مع الزمن وهذا الامر أهم ما يميز التوزيع مقارنة بتوزيعات الحياة الاخرى.

### **2-3-3 البيانات العالمية global data**

البيانات في الجدول (8-3) ادناه تمثل مدة بقاء لوح الايبوكسي المعرض للضغط الثابت المستمر عند مستوى اجهاد 90% لحين الفشل او الكسر، علما بأنه قد تم نشر بحث مستل بصدد هذا النوع من البيانات بعنوان (New Cubic Transmuted Burr XII Distribution Properties, and Application) إذ تمت بيان مدى ملائمة توزيع NCTBXII ومقارنته وبيان أفضليته على التوزيعات التي أخذها بنظر الاعتبار في الدراسة والجدول الآتي يشتمل على البيانات آنفة الذكر.

جدول (10-3)

يوضح مدة بقاء لوح الايوكسي المعرض للضغط المستمر لحين الفشل بالساعات

<i>i</i>	<i>t<sub>i</sub></i>												
1	0.0251	12	0.0886	23	0.0891	34	0.2501	45	0.3113	56	0.3451	67	0.4763
2	0.5650	13	0.5671	24	0.6566	35	0.6748	46	0.6751	57	0.6753	68	0.7696
3	0.8375	14	0.8391	25	0.8425	36	0.8645	47	0.8851	58	0.9113	69	0.9120
4	0.9836	15	1.0483	26	1.0596	37	1.0773	48	1.1733	59	1.2570	70	1.2766
5	1.2985	16	1.3211	27	1.3503	38	1.3551	49	1.4595	60	1.4880	71	1.5728
6	1.5733	17	1.7083	28	1.7263	39	1.7460	50	1.7630	61	1.7746	72	1.8275
7	1.8375	18	1.8503	29	1.8808	40	1.8878	51	1.8881	62	1.9316	73	1.9558
8	2.0048	19	2.0408	30	2.0903	41	2.1093	52	2.1330	63	2.2100	74	2.2460
9	2.2878	20	2.3203	31	2.3470	42	2.3513	53	2.4951	64	2.5260	75	2.9911
10	3.0256	21	3.2678	32	3.4045	43	3.4846	54	3.7433	65	3.7455	76	3.9143
11	4.8073	22	5.4005	33	5.4435	44	5.5295	55	6.5541	66	9.0960.		

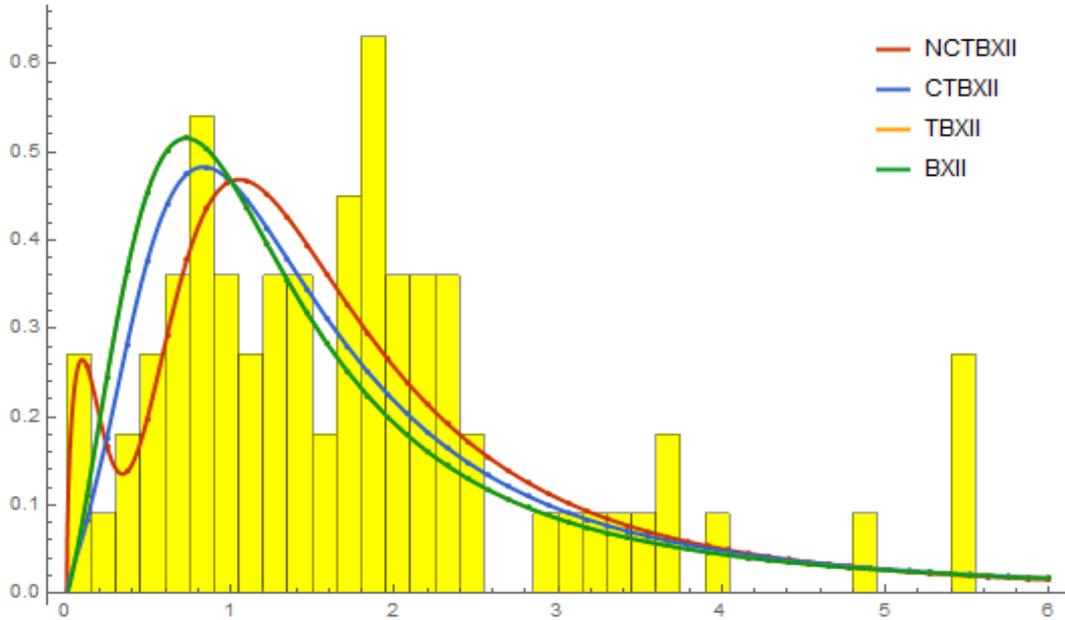
جدول (11-3)

يبين تقديرات المعلمات لتوزيع NCTBXII المقترح و اختبارات حسن المطابقة عند مستوى معنوية

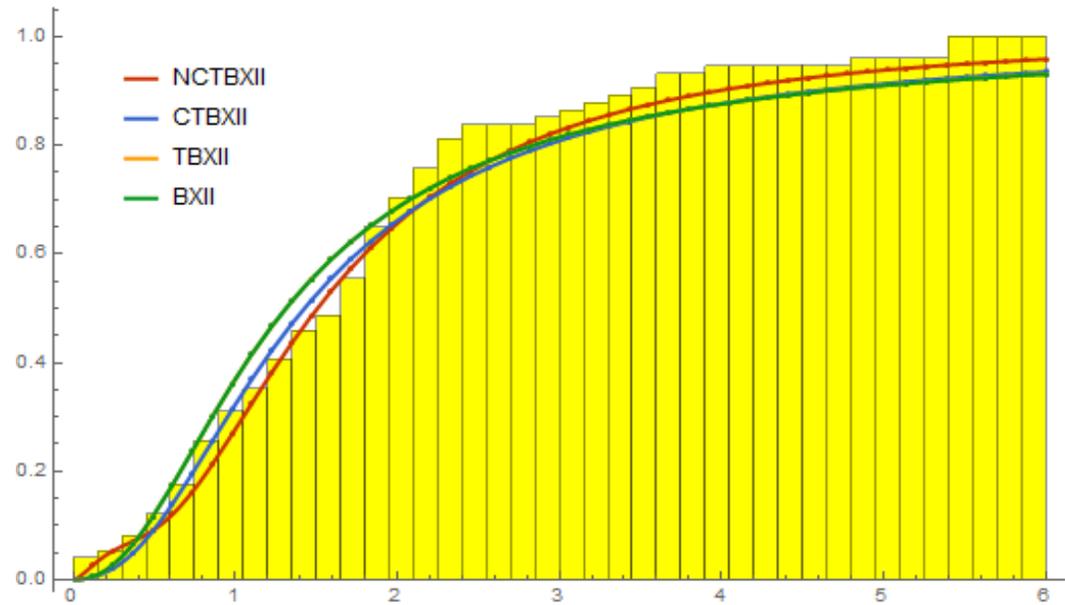
0.05 للبيانات الحقيقية (العالمية)

Distributio n	Parameter				$\chi^2$	$A_d^*$	$W_d^*$
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	Test Statistic		
					P-Value		
<i>NCTBXII</i>	1.59988	1.49451	0.498997	-0.904368	11.4737	0.394341	0.080097
					0.404474	0.853881	0.691295
<i>CTBXII</i>	0.660941	1.73773	0.722729	-	16.8421	1.11681	0.176317
					0.112634	0.300874	0.318466
<i>QTBXII</i>	0.332775	2.23065	1	-	20.3158	2.09492	0.39609
					0.051193	0.081661	0.073988
<i>BXII</i>	0.665549	2.23065	-	-	20.3158	2.09492	0.39609
					0.051193	0.081661	0.073988

يتبين من الجدول (3-11) أن توزيع NCTBXII يكون أكثر ملاءمة للبيانات من التوزيعات (BXII، TBXII، CTBXII) حسب قيم المعايير  $(\chi^2, A_d^*, W_d^*)$ ، وكذلك تتضح افضلية توزيع (NCTBXII) عن طريق الاشكال (3-5) و (3-6).



شكل (3-5) دالة pdf لتوزيع NCTBXII مقارنة ببعض التوزيعات للبيانات الحقيقية (العالمية)



شكل (3-6) دالة cdf لتوزيع NCTBXII مقارنة ببعض التوزيعات بالنسبة للبيانات الحقيقية (العالمية)



الفصل الرابع

الاستنتاجات

والتوصيات

### الاستنتاجات والتوصيات

توصل الباحث الى مجموعة من الاستنتاجات والتوصيات من خلال الجانب النظري والتجريبي والتطبيقي للبحث.

#### 1-4 الاستنتاجات

- 1- من دراسة خصائص توزيع NCTBXII تبين:
  - ان التوزيع يكون ملائماً للبيانات التي تمتلك معدلات خطر ثنائية النسق.
  - ان دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع تمثل خليطاً خطياً ثلاثياً من توزيع BXII وبالنسب الآتية:
 
$$(p_3=1-\lambda_2), (p_1=\lambda_1-2\lambda_2-3), (p_2=3-\lambda_1-\lambda_2)$$
- 2- في جميع طرائق التقدير المدروسة نلاحظ ان كلما ازداد حجم العينة تقترب المقدرات لدالة البقاء من قيم دالة البقاء الافتراضية ( الحقيقية ) ولطرائق التقدير كافة وهذا ما يتناسب مع النظرية الاحصائية.
- 3- اظهر الجانب التجريبي وبالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) و متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ان افضل طريقة لتقدير دالة البقاء والتي تمتلك اقل رتبة هي طريقة ( الامكان الاعظم MLM) وتقترب للقيم الحقيقية بزيادة حجم العينة.
- 4- أفضلية طريقة الامكان الأعظم في تقدير دالة البقاء لتوزيع (NCTBXII) ولكافة احجام العينات المستعملة في الجانب التجريبي تليها طريقة المربعات الصغرى الموزونة من حيث الافضلية ومن ثم كل من (طريقة المربعات الصغرى وطريقة المقدرات التجزيئية وطريقة الحد الأدنى للمسافة) على التوالي.
- 5- تحتل طريقة الامكان الاعظم المرتبة الاولى في تقدير معلمات توزيع (NCTBXII) عند أحجام العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة في حين تأتي طريقة المربعات الصغرى في الترتيب الثاني من حيث الافضلية عند احجام العينات الصغيرة والترتيب الرابع ثم الاخير عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة مما يدل على عدم ملائمتها بأزدياد حجم العينة، وعلى العكس منها تماماً تأتي طريقة المربعات الصغرى الموزونة في الترتيب الأخير عند أحجام العينات الصغيرة ثم تأتي في الترتيب الثالث والثاني على التوالي عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة على التوالي.
- 6- اظهر الجانب التطبيقي ان تقديرات معلمات توزيع NCTBXII للبيانات الحقيقية ولكلا النوعين كانت متقاربة مع القيم الافتراضية للجانب التجريبي.

- 7- ان دالة البقاء متناقصة بزيادة الزمن (اي تتناسب عكسيا مع الزمن) وهذا مايتطابق مع ما تم عرضه في الجانب النظري.
- 8- قيم دالة الكثافة التجميعية تقع قيمها بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتتناسب طرديا مع الزمن.
- 9- دالة المخاطرة تكون متفاوتة وبشكل حوض استحمام مقلوب، اذ تبدأ بالتزايد في اليومين الاولين من دخول المستشفى لكنها تنخفض في اليوم الثالث ثم تبدأ بالارتفاع تدريجيا لتصل الى قيمتها القصوى في اليوم الثاني عشر ثم تبدأ بالتناقص تدريجيا اي ان المريض المصاب بفيروس Covid-19 يكون معرضا لخطر الوفاة وباقصى حد في اليوم الثاني عشر ثم تقل احتمالية وفاته تدريجا خلال الايام اللاحقة.
- 10- عن طريق مقارنة نتائج اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit tests) كانت الافضلية واضحة لتوزيع NCTBXII في تمثيل البيانات الحقيقية (المحلية والعالمية).

#### 2-4 التوصيات

- 1- استعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع Burr XII المحول التكميبي الجديد NCTBXII.
- 2- اجراء دراسة مستقبلية لمقارنة خارطة التحويل التكميبي في هذه الدراسة مع خرائط التحويل التكميبي الاخرى.
- 3- تطبيق التوزيع على حالة البيانات تحت المراقبة من المحلية او الثاني.
- 4- اعتماد الدراسة لدى وزارة الصحة للاستفادة منها لتفسير سلوك انواع اخرى من الامراض.
- 5- استعمال طرائق اخرى لتقدير المعلمات كالطريقة البيزية والطرائق اللامعلمية...الخ.
- 6- تطبيق خارطة التحويل التكميبي المستعملة في هذا البحث على توزيعات مستمرة اخرى.
- 7- استعمال البرنامج المكتوب بلغة (Mathematica) في الملحق رقم (C) للحصول على تقديرات المعلمات و دالة البقاء ودالة المخاطرة ولأي توزيع أو نوع آخر من البيانات .

# المصادر

## المصادر العربية

القرآن الكريم

1. أموري هادي كاظم أحسنواوي وباسم شلبية مسلم، (2002)، "القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق". قسم الإحصاء – كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة بغداد- المكتبة الوطنية، دار الكتب والوثائق ببغداد.
2. الحديثي، اخلاص علي حمودي (2010)، "مقارنة مقدرات بيز القياسية لمعلمة توزيع باريتو بأستعمال دوال خسارة مختلفة" رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
3. الشمري، نجاه عبد الجبار رجب(2008)، ( استخدام المحاكاة في مقارنة مقدرات التقلص لمعلمة الشكل لتوزيع واييل لبيانات المراقبة)، أطروحة دكتوراه فلسفة في الإحصاء مقدمة الى كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة بغداد .
4. عبد الأحد، عطف اداور(2007)، ( تقديرات المعولية للتوزيع الأسي بمعلمتين – دراسة مقارنة)، رسالة ماجستير مقدمة الى كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة بغداد .
5. هرمز ، أمير حنا ، (1990)، " الاحصاء الرياضي " ، كتاب منهجي ، دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.

## المصادر الأجنبية

6. Abdul-Moniem، I. B.، & Seham، M. (2015). Transmuted gompertz distribution. Computational and Applied Mathematics Journal، 1(3)، 88-96.
7. Akter، S.، Khan، M. A. I.، Rana، M. S.، & Rahman، M. M. (2020). Cubic Transmuted Burr-XII Distribution with Properties and Applications.
8. AL-Kadim، K. A.، & Mohammed، M. H. (2017). The cubic transmuted Weibull distribution. Journal of University of Babylon، 3، 862-876.

9. Al-Mofleh, H., Afify, A. Z., & Ibrahim, N. A. (2020). A new extended two-parameter distribution: Properties, estimation methods, and applications in medicine and geology. *Mathematics*, 8(9), 1578.
10. Arnold, B. C., Balakrishnan, N., & Nagaraja, H. N. (2008). A first course in order statistics. Society for Industrial and Applied Mathematics.
11. Burr, I. W. (1973). Parameters for a general system of distributions to match a grid of  $\alpha_3$  and  $\alpha_4$ . *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 2(1), 1-21.
12. Burr, I. W., & Cislak, P. J. (1968). On a general system of distributions I. Its curve-shape characteristics II. The sample median. *Journal of the American Statistical Association*, 63(322), 627-635.
13. Burr, I. W. (1942). Cumulative frequency functions. *The Annals of mathematical statistics*, 13(2), 215-232.
14. Chen, D.G.; Lio, Y.; (2009) ;" A Note on the Maximum Likelihood Estimation for the Generalized Gamma Distribution Parameters under Progressive Type-II Censoring"; *International Journal of Intelligent Technology and Applied Statistics*, Vol.2, No.2, pp.57-64
15. Cheng, S. W., & Fu, J. C. (1982). Estimation of mixed Weibull parameters in life testing. *IEEE Transactions on Reliability*, 31(4), 377-381.
16. Draper, N. R., & Smith, H. (1998). Applied regression analysis (Vol. 326). John Wiley & Sons.
17. Dubey, S. D. (1968). A compound Weibull distribution. *Naval Research Logistics Quarterly*, 15(2), 179-188.
18. Famoye, F. (2000). Goodness-of-fit tests for generalized logarithmic series distribution. *Computational statistics & data analysis*, 33(1), 59-67.

19. Ghitany, M. E., & Al-Awadhi, S. (2002). Maximum likelihood estimation of Burr XII distribution parameters under random censoring. *Journal of Applied Statistics*, 29(7), 955-965.
20. Granzotto, D. C. T., Louzada, F., & Balakrishnan, N. (2017). Cubic rank transmuted distributions: inferential issues and applications. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 87(14), 2760-2778.
21. Gupta, P. L., Gupta, R. C., & Lvin, S. J. (1996). Analysis of failure time data by burr distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 25(9), 2013-2024.
22. Hastings, C., Mischo, K., & Morrison, M. (2020). *Hands-On Start to Wolfram Mathematica: and programming with the Wolfram language*. Wolfram Media.
23. Hatke, M. A. (1947). *A certain cumulative probability function*. Purdue University.
24. Hosking, J. R. M., & Wallis, J. R. (1997). *Regional Frequency Analysis*. Cambridge CB2 1RP.
25. Kao, J. H. (1958). Computer methods for estimating Weibull parameters in reliability studies. *IRE Transactions on Reliability and Quality Control*, 15-22.
26. Kao, J. H. (1959). A graphical estimation of mixed Weibull parameters in life-testing of electron tubes. *Technometrics*, 1(4), 389-407.
27. Khorashadizadeh, M., Roknabadi, A. R., & Borzadaran, G. M. (2010). Variance residual life function in discrete random ageing. *Metron*, 68(1), 67-75.
28. Larsen, R. J., & Marx, M. L. (1986). *An Introduction to Mathematical Statistics and its Applications*. Prentice-Hall. Englewood-Cli s, New Jersey.

- 
- 
29. Lawless, J. F. (2011). *Statistical models and methods for lifetime data* (Vol. 362). John Wiley & Sons.
30. Luceño, A. (2006). Fitting the generalized Pareto distribution to data using maximum goodness-of-fit estimators. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(2), 904-917.
31. Macdonald, P. D. M. (1971). Comments and queries comment on “an estimation procedure for mixtures of distributions” by choi and bulgren. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 33(2), 326-329.
32. Mann, N. R., Singpurwalla, N. D., & Schafer, R. E. (1974). *Methods for statistical analysis of reliability and life data*.
33. Maurya, R. K., Tripathi, Y. M., & Rastogi, M. K. (2017). Transmuted Burr XII Distribution. *Journal of the Indian Society for Probability and Statistics*, 18(2), 177-193.
34. McDonald, J.B. (1984). Some generalized functions for the size distribution of income. *Econometrica*, 52, 647–664.
35. Meeker, W. Q., & Escobar, L. A. (2014). *Statistical methods for reliability data*. John Wiley & Sons.
36. Naylor, T. H., Burdick, D. S., & Sasser, W. E. (1967). Computer simulation experiments with economic systems: the problem of experimental design. *Journal of the American Statistical Association*, 62(320), 1315-1337.
37. Ogunde, A. A., & Chukwu, A. U. (2020). The characterization of the cubic rank inverse Weibull distribution. *Asian Research Journal of Mathematics*, 20-33.
38. Olapade, A. K. (2008). On a six-parameter generalized Burr XII distribution. arXiv preprint arXiv:0806.1579.

- 39.Papadopoulos, A. S. (1978). *The Burr distribution as a failure model from a Bayesian approach. IEEE Transactions on Reliability*, 27(5), 369-371.
- 40.Para, B. A., & Jan, T. R. (2014). Discrete generalized burr-type XII distribution. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 13(2), 13.
- 41.Paranaíba, P. F., Ortega, E. M., Cordeiro, G. M., & Pascoa, M. A. D. (2013). The Kumaraswamy Burr XII distribution: theory and practice. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 83(11), 2117-2143.
- 42.Paranaíba, P. F., Ortega, E. M., Cordeiro, G. M., & Pescim, R. R. (2011). The beta Burr XII distribution with application to lifetime data. *Computational Statistics & Data Analysis*, 55(2), 1118-1136.
- 43.Rahman, M. M., Al-Zahrani, B., & Shahbaz, M. Q. (2018). A general transmuted family of distributions. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 451-469.
- 44.Rahman, M. M., Al-Zahrani, B., Shahbaz, S. H., & Shahbaz, M. Q. (2019). Cubic Transmuted Uniform Distribution: An Alternative to Beta and Kumaraswamy Distributions. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 12(3), 1106-1121.
- 45.Ramos, M. W. A., Percontini, A., Cordeiro, G. M., & da Silva, R. V. (2015). The Burr XII negative binomial distribution with applications to lifetime data. *International Journal of Statistics and Probability*, 4(1), 109.
- 46.Reshi, J. A., & Ahmed, A. (2015). Characterization, Reliability and Information measures of Even-Power Weighted Generalized Gamma Distribution.
- 47.Rodriguez, R. N. (1977). A guide to the Burr type XII distributions. *Biometrika*, 64(1), 129-134.

- 
- 
48. Rose, C., & Smith, M. D. (2002). Mathstatca: mathematical statistics with mathematica. In *Compstat* (pp. 437-442). Physica, Heidelberg.
49. Sakthivel, K. M., Rajitha, C. S., & Dhivakar, K. (2020, October). Two parameter cubic rank transmutation of Lindley distribution. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2261, No. 1, p. 030086). AIP Publishing LLC.
50. Saraçoğlu, B., & Tanış, C. (2018). A new statistical distribution: cubic rank transmuted Kumaraswamy distribution and its properties. *Journal of the National Science Foundation of Sri Lanka*, 46(4), 505-18.
51. Shao, Q. (2004). Notes on maximum likelihood estimation for the three-parameter Burr XII distribution. *Computational statistics & data analysis*, 45(3), 675-687.
52. Shaw, W. T., & Buckley, I. R. (2009). The alchemy of probability distributions: beyond Gram-Charlier expansions, and a skew-kurtotic-normal distribution from a rank transmutation map. Arxiv preprint arxiv:0901.0434.
53. Tadikamalla, P. R. (1980). A look at the Burr and related distributions. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 337-344.
54. Takahasi, K. (1965). Note on the multivariate Burr's distribution. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 17(1), 257-260.
55. Wang, F. K. (2000). A new model with bathtub-shaped failure rate using an additive Burr XII distribution. *Reliability Engineering & System Safety*, 70(3), 305-312.
56. Wingo, D. R. (1993). Maximum likelihood methods for fitting the Burr type XII distribution to multiply (progressively) censored life test data.

- Metrika, 40(1), 203-210. Wolfowitz, J. (1957). The minimum distance method. *The Annals of Mathematical Statistics*, 75-88.
57. Wolfram, S. (2003). *The Mathematica Book 5th Edition*; Wolfram Research.
58. Zimmer, W. J., Keats, J. B., & Wang, F. K. (1998). The Burr XII distribution in reliability analysis. *Journal of quality technology*, 30(4), 386-394.
59. [www.mayoclinic.org](http://www.mayoclinic.org) 2021

# الملاحق

## الملحق A

جدول (1) متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الاول (Model 1) ( $\lambda_2=0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ )

n	Est.Par	MLE	LSE	WLSE	PE	CVME
	MSE					
30	$\hat{\alpha}$	0.636	0.694	0.702	0.670	0.648
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.004E-01 <sup>(1)</sup>	1.370E-01 <sup>(4)</sup>	1.477E-01 <sup>(5)</sup>	1.120E-01 <sup>(3)</sup>	1.022E-01 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.013	0.868	0.868	0.936	0.975
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.234E-01 <sup>(4)</sup>	1.089E-01 <sup>(1)</sup>	1.126E-01 <sup>(2)</sup>	1.169E-01 <sup>(3)</sup>	1.294E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.856	0.854	0.834	0.876	0.878
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.436E-02 <sup>(4)</sup>	8.237E-02 <sup>(3)</sup>	8.609E-02 <sup>(5)</sup>	6.657E-02 <sup>(1)</sup>	6.915E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	0.207	0.347	0.351	0.292	0.296
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.188E-01 <sup>(2)</sup>	5.359E-01 <sup>(4)</sup>	5.392E-01 <sup>(5)</sup>	5.315E-01 <sup>(3)</sup>	5.116E-01 <sup>(1)</sup>
$\sum Ranks$	11 <sup>(3)</sup>	12 <sup>(4)</sup>	17 <sup>(5)</sup>	10 <sup>(1.5)</sup>	10 <sup>(1.5)</sup>	
60	$\hat{\alpha}$	0.583	0.617	0.626	0.611	0.607
	Mse <sup>(Rank)</sup>	6.109E-02 <sup>(1)</sup>	8.172E-02 <sup>(4)</sup>	9.226E-02 <sup>(5)</sup>	7.349E-02 <sup>(3)</sup>	6.906E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\beta}$	0.994	0.901	0.901	0.930	0.940
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.589E-02 <sup>(3)</sup>	5.509E-02 <sup>(2)</sup>	5.705E-02 <sup>(5)</sup>	5.490E-02 <sup>(1)</sup>	5.594E-02 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.862	0.860	0.834	0.867	0.853
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.304E-02 <sup>(3)</sup>	8.186E-02 <sup>(2)</sup>	1.040E-01 <sup>(5)</sup>	7.654E-02 <sup>(1)</sup>	9.232E-02 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	0.398	0.513	0.523	0.478	0.490
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.041E-01 <sup>(1)</sup>	3.230E-01 <sup>(4)</sup>	3.237E-01 <sup>(5)</sup>	3.219E-01 <sup>(3)</sup>	3.093E-01 <sup>(2)</sup>
$\sum Ranks$	8 <sup>(1.5)</sup>	12 <sup>(3.5)</sup>	20 <sup>(5)</sup>	8 <sup>(1.5)</sup>	12 <sup>(3.5)</sup>	
80	$\hat{\alpha}$	0.527	0.560	0.534	0.571	0.568
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.193E-02 <sup>(2)</sup>	4.648E-02 <sup>(3)</sup>	2.197E-02 <sup>(1)</sup>	5.932E-02 <sup>(5)</sup>	5.448E-02 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.009	0.927	0.953	0.938	0.945
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.194E-02 <sup>(2)</sup>	3.712E-02 <sup>(3)</sup>	2.917E-02 <sup>(1)</sup>	3.955E-02 <sup>(4)</sup>	4.046E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.911	0.883	0.892	0.875	0.871
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.189E-02 <sup>(1)</sup>	6.094E-02 <sup>(3)</sup>	5.302E-02 <sup>(2)</sup>	7.180E-02 <sup>(4)</sup>	7.913E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	0.519	0.636	0.656	0.597	0.601
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.967E-01 <sup>(2)</sup>	2.231E-01 <sup>(3)</sup>	1.811E-01 <sup>(1)</sup>	2.319E-01 <sup>(5)</sup>	2.238E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	7 <sup>(2)</sup>	12 <sup>(3)</sup>	5 <sup>(1)</sup>	18 <sup>(4.5)</sup>	18 <sup>(4.5)</sup>	
100	$\hat{\alpha}$	0.554	0.558	0.555	0.564	0.559
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.035E-02 <sup>(5)</sup>	2.672E-02 <sup>(1)</sup>	2.707E-02 <sup>(2)</sup>	2.972E-02 <sup>(4)</sup>	2.842E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	0.969	0.917	0.931	0.923	0.933
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.222E-02 <sup>(1)</sup>	2.332E-02 <sup>(4)</sup>	2.290E-02 <sup>(3)</sup>	2.376E-02 <sup>(5)</sup>	2.258E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.903	0.896	0.893	0.887	0.894
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.019E-02 <sup>(1)</sup>	4.973E-02 <sup>(2)</sup>	5.540E-02 <sup>(4)</sup>	6.037E-02 <sup>(5)</sup>	5.463E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	0.525	0.644	0.635	0.629	0.618
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.703E-01 <sup>(1)</sup>	1.867E-01 <sup>(5)</sup>	1.727E-01 <sup>(2)</sup>	1.826E-01 <sup>(4)</sup>	1.811E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	8 <sup>(1)</sup>	12 <sup>(4)</sup>	11 <sup>(2.5)</sup>	18 <sup>(5)</sup>	11 <sup>(2.5)</sup>	

## الملحق A

جدول (2) متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني (Model 2) ( $\lambda_2=-0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ )

n	Est.Par	MLE	LSE	WLSE	PE	CVME
	MSE					
30	$\hat{\alpha}$	0.532	0.616	0.632	0.594	0.567
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.608E-02 <sup>(1)</sup>	8.443E-02 <sup>(4)</sup>	9.207E-02 <sup>(5)</sup>	7.777E-02 <sup>(3)</sup>	6.646E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.096	0.911	0.948	1.082	1.085
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.876E-01 <sup>(1)</sup>	3.588E-01 <sup>(2)</sup>	1.672E+00 <sup>(4)</sup>	2.521E+00 <sup>(5)</sup>	1.528E+00 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.843	0.802	0.770	0.827	0.826
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.169E-02 <sup>(1)</sup>	1.047E-01 <sup>(4)</sup>	1.272E-01 <sup>(5)</sup>	8.581E-02 <sup>(2)</sup>	9.084E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.377	-0.182	-0.157	-0.285	-0.271
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.732E-01 <sup>(1)</sup>	6.186E-01 <sup>(4)</sup>	6.678E-01 <sup>(5)</sup>	4.939E-01 <sup>(2)</sup>	5.135E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	14 <sup>(4)</sup>	19 <sup>(5)</sup>	12 <sup>(3)</sup>	11 <sup>(2)</sup>	
60	$\hat{\alpha}$	0.526	0.571	0.582	0.574	0.558
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.349E-02 <sup>(2)</sup>	3.254E-02 <sup>(1)</sup>	4.221E-02 <sup>(4)</sup>	4.317E-02 <sup>(5)</sup>	3.356E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.002	0.890	0.880	0.916	0.934
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.510E-02 <sup>(1)</sup>	5.511E-02 <sup>(4)</sup>	4.978E-02 <sup>(2)</sup>	5.961E-02 <sup>(5)</sup>	5.209E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.882	0.868	0.838	0.867	0.870
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.862E-02 <sup>(1)</sup>	6.479E-02 <sup>(2)</sup>	8.355E-02 <sup>(5)</sup>	7.002E-02 <sup>(4)</sup>	6.977E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.329	-0.232	-0.201	-0.281	-0.277
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.349E-01 <sup>(1)</sup>	4.448E-01 <sup>(4)</sup>	4.670E-01 <sup>(5)</sup>	4.078E-01 <sup>(2)</sup>	4.091E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	5 <sup>(1)</sup>	11 <sup>(2)</sup>	16 <sup>(4.5)</sup>	16 <sup>(4.5)</sup>	12 <sup>(3)</sup>	
80	$\hat{\alpha}$	0.546	0.564	0.571	0.570	0.560
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.341E-02 <sup>(5)</sup>	2.328E-02 <sup>(1)</sup>	2.883E-02 <sup>(3)</sup>	2.966E-02 <sup>(4)</sup>	2.611E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\beta}$	0.980	0.899	0.901	0.909	0.923
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.905E-02 <sup>(3)</sup>	3.798E-02 <sup>(1)</sup>	4.087E-02 <sup>(5)</sup>	4.012E-02 <sup>(4)</sup>	3.806E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.878	0.858	0.835	0.852	0.855
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.510E-02 <sup>(1)</sup>	7.021E-02 <sup>(2)</sup>	9.261E-02 <sup>(5)</sup>	7.917E-02 <sup>(4)</sup>	7.647E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.422	-0.291	-0.276	-0.316	-0.315
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.968E-01 <sup>(1)</sup>	3.296E-01 <sup>(5)</sup>	3.254E-01 <sup>(4)</sup>	3.217E-01 <sup>(3)</sup>	3.191E-01 <sup>(2)</sup>
$\sum Ranks$	10 <sup>(3)</sup>	9 <sup>(1.5)</sup>	17 <sup>(5)</sup>	15 <sup>(4)</sup>	9 <sup>(1.5)</sup>	
100	$\hat{\alpha}$	0.532	0.564	0.545	0.560	0.554
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.120E-02 <sup>(2)</sup>	2.336E-02 <sup>(3)</sup>	1.615E-02 <sup>(1)</sup>	2.506E-02 <sup>(4)</sup>	2.522E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\beta}$	0.966	0.896	0.923	0.912	0.923
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.567E-02 <sup>(1)</sup>	3.338E-02 <sup>(5)</sup>	2.609E-02 <sup>(2)</sup>	3.245E-02 <sup>(4)</sup>	3.063E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.883	0.852	0.868	0.860	0.865
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.238E-02 <sup>(1)</sup>	7.148E-02 <sup>(5)</sup>	5.690E-02 <sup>(2)</sup>	6.729E-02 <sup>(4)</sup>	6.333E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.372	-0.301	-0.303	-0.328	-0.334
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.618E-01 <sup>(1)</sup>	2.538E-01 <sup>(5)</sup>	2.257E-01 <sup>(3)</sup>	2.314E-01 <sup>(4)</sup>	2.230E-01 <sup>(2)</sup>
$\sum Ranks$	5 <sup>(1)</sup>	18 <sup>(5)</sup>	8 <sup>(2)</sup>	16 <sup>(4)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	

## الملحق A

جدول (3) متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية والكلية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للنموذج الثالث (Model 3) ( $\lambda_2=-1, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=1.5$ )

n	Est.Par	MLE	LSE	WLSE	PE	CVME
	MSE					
30	$\hat{\alpha}$	1.519	1.511	1.537	1.486	1.459
	Mse <sup>(Rank)</sup>	9.896E-02 <sup>(1)</sup>	1.116E-01 <sup>(4)</sup>	1.049E-01 <sup>(2)</sup>	1.092E-01 <sup>(3)</sup>	1.161E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\beta}$	2.046	1.988	1.940	2.090	2.157
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.220E-01 <sup>(1)</sup>	3.782E-01 <sup>(4)</sup>	2.790E-01 <sup>(2)</sup>	3.732E-01 <sup>(3)</sup>	4.919E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.839	0.875	0.863	0.874	0.872
	Mse <sup>(Rank)</sup>	7.020E-02 <sup>(5)</sup>	4.865E-02 <sup>(2)</sup>	4.799E-02 <sup>(1)</sup>	5.421E-02 <sup>(4)</sup>	5.407E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.764	-0.733	-0.727	-0.714	-0.697
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.342E-01 <sup>(1)</sup>	2.928E-01 <sup>(2)</sup>	3.201E-01 <sup>(4)</sup>	3.129E-01 <sup>(3)</sup>	3.253E-01 <sup>(5)</sup>
	$\sum Ranks$	8 <sup>(1)</sup>	12 <sup>(3)</sup>	9 <sup>(2)</sup>	13 <sup>(4)</sup>	18 <sup>(5)</sup>
60	$\hat{\alpha}$	1.492	1.523	1.533	1.512	1.493
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.602E-02 <sup>(2)</sup>	5.689E-02 <sup>(5)</sup>	4.510E-02 <sup>(1)</sup>	5.639E-02 <sup>(4)</sup>	5.619E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	2.026	1.942	1.926	1.993	2.023
	Mse <sup>(Rank)</sup>	9.824E-02 <sup>(2)</sup>	1.356E-01 <sup>(3)</sup>	9.623E-02 <sup>(1)</sup>	1.425E-01 <sup>(4)</sup>	1.480E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.861	0.865	0.855	0.868	0.863
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.969E-02 <sup>(3)</sup>	4.887E-02 <sup>(1)</sup>	5.299E-02 <sup>(5)</sup>	4.907E-02 <sup>(2)</sup>	5.188E-02 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.777	-0.783	-0.769	-0.782	-0.758
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.551E-01 <sup>(1)</sup>	1.761E-01 <sup>(4)</sup>	1.743E-01 <sup>(3)</sup>	1.681E-01 <sup>(2)</sup>	2.058E-01 <sup>(5)</sup>
	$\sum Ranks$	8 <sup>(1)</sup>	13 <sup>(4)</sup>	10 <sup>(2)</sup>	12 <sup>(3)</sup>	17 <sup>(5)</sup>
80	$\hat{\alpha}$	1.487	1.526	1.530	1.510	1.504
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.436E-02 <sup>(1)</sup>	4.637E-02 <sup>(4)</sup>	3.770E-02 <sup>(2)</sup>	4.476E-02 <sup>(3)</sup>	4.758E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\beta}$	2.010	1.926	1.919	1.972	1.987
	Mse <sup>(Rank)</sup>	6.577E-02 <sup>(1)</sup>	8.857E-02 <sup>(3)</sup>	7.116E-02 <sup>(2)</sup>	8.990E-02 <sup>(4)</sup>	9.432E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.867	0.865	0.858	0.867	0.864
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.694E-02 <sup>(1)</sup>	4.740E-02 <sup>(2)</sup>	5.039E-02 <sup>(5)</sup>	4.827E-02 <sup>(3)</sup>	4.995E-02 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.787	-0.802	-0.788	-0.785	-0.783
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.353E-01 <sup>(3)</sup>	1.341E-01 <sup>(2)</sup>	1.284E-01 <sup>(1)</sup>	1.570E-01 <sup>(5)</sup>	1.492E-01 <sup>(4)</sup>
	$\sum Ranks$	6 <sup>(1)</sup>	11 <sup>(3)</sup>	10 <sup>(2)</sup>	15 <sup>(4)</sup>	18 <sup>(5)</sup>
100	$\hat{\alpha}$	1.497	1.523	1.521	1.514	1.516
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.415E-02 <sup>(1)</sup>	3.264E-02 <sup>(5)</sup>	2.590E-02 <sup>(2)</sup>	3.220E-02 <sup>(4)</sup>	3.105E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.996	1.927	1.934	1.959	1.963
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.711E-02 <sup>(1)</sup>	7.127E-02 <sup>(5)</sup>	5.411E-02 <sup>(2)</sup>	6.986E-02 <sup>(4)</sup>	6.823E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.890	0.887	0.886	0.888	0.883
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.493E-02 <sup>(1)</sup>	3.724E-02 <sup>(3)</sup>	3.632E-02 <sup>(2)</sup>	3.729E-02 <sup>(4)</sup>	3.980E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.813	-0.808	-0.794	-0.802	-0.810
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.181E-01 <sup>(2)</sup>	1.401E-01 <sup>(3)</sup>	1.419E-01 <sup>(4)</sup>	1.430E-01 <sup>(5)</sup>	1.164E-01 <sup>(1)</sup>
	$\sum Ranks$	5 <sup>(1)</sup>	16 <sup>(4)</sup>	10 <sup>(2)</sup>	17 <sup>(5)</sup>	12 <sup>(3)</sup>

## الملحق A

جدول (4) متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع (Model 4) ( $\lambda_2=0.5, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=0.5$ )

n	Est.Par	MLE	LSE	WLSE	PE	CVME
	MSE					
30	$\hat{\alpha}$	0.624	0.785	0.720	0.763	0.735
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.107E-01 <sup>(1)</sup>	2.572E-01 <sup>(5)</sup>	2.017E-01 <sup>(2)</sup>	2.237E-01 <sup>(4)</sup>	2.028E-01 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	2.085	1.597	1.724	1.726	1.792
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.384E+00 <sup>(5)</sup>	5.400E-01 <sup>(1)</sup>	6.286E-01 <sup>(2)</sup>	6.728E-01 <sup>(3)</sup>	7.303E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.852	0.786	0.807	0.776	0.779
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.820E-02 <sup>(1)</sup>	1.483E-01 <sup>(3)</sup>	1.249E-01 <sup>(2)</sup>	1.639E-01 <sup>(4)</sup>	1.661E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	0.239	0.305	0.383	0.300	0.321
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.205E-01 <sup>(1)</sup>	6.702E-01 <sup>(5)</sup>	5.537E-01 <sup>(2)</sup>	6.138E-01 <sup>(4)</sup>	5.824E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	8 <sup>(1.5)</sup>	14 <sup>(3)</sup>	8 <sup>(1.5)</sup>	15 <sup>(4.5)</sup>	15 <sup>(4.5)</sup>	
60	$\hat{\alpha}$	0.573	0.659	0.624	0.670	0.673
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.572E-02 <sup>(1)</sup>	1.104E-01 <sup>(3)</sup>	9.215E-02 <sup>(2)</sup>	1.222E-01 <sup>(5)</sup>	1.212E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.987	1.707	1.784	1.747	1.753
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.083E-01 <sup>(1)</sup>	2.504E-01 <sup>(3)</sup>	2.205E-01 <sup>(2)</sup>	2.586E-01 <sup>(4)</sup>	2.709E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.886	0.816	0.838	0.800	0.779
	Mse <sup>(Rank)</sup>	6.436E-02 <sup>(1)</sup>	1.254E-01 <sup>(3)</sup>	1.001E-01 <sup>(2)</sup>	1.440E-01 <sup>(4)</sup>	1.688E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	0.392	0.509	0.529	0.473	0.480
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.047E-01 <sup>(1)</sup>	3.646E-01 <sup>(4)</sup>	3.083E-01 <sup>(2)</sup>	3.686E-01 <sup>(5)</sup>	3.529E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	8 <sup>(2)</sup>	18 <sup>(5)</sup>	17 <sup>(4)</sup>	
80	$\hat{\alpha}$	0.556	0.626	0.600	0.610	0.621
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.201E-02 <sup>(1)</sup>	8.217E-02 <sup>(4)</sup>	8.596E-02 <sup>(5)</sup>	6.805E-02 <sup>(2)</sup>	7.893E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.977	1.740	1.816	1.794	1.795
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.301E-01 <sup>(1)</sup>	1.998E-01 <sup>(5)</sup>	1.637E-01 <sup>(2)</sup>	1.717E-01 <sup>(3)</sup>	1.974E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.899	0.808	0.851	0.826	0.814
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.523E-02 <sup>(1)</sup>	1.391E-01 <sup>(5)</sup>	9.158E-02 <sup>(2)</sup>	1.258E-01 <sup>(3)</sup>	1.387E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	0.432	0.574	0.540	0.554	0.535
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.217E-01 <sup>(1)</sup>	2.879E-01 <sup>(5)</sup>	2.834E-01 <sup>(4)</sup>	2.651E-01 <sup>(2)</sup>	2.758E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	19 <sup>(5)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	10 <sup>(2)</sup>	14 <sup>(4)</sup>	
100	$\hat{\alpha}$	0.539	0.639	0.602	0.635	0.603
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.759E-02 <sup>(1)</sup>	1.012E-01 <sup>(5)</sup>	8.209E-02 <sup>(3)</sup>	9.862E-02 <sup>(4)</sup>	7.438E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.938	1.743	1.805	1.770	1.826
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.462E-02 <sup>(1)</sup>	2.062E-01 <sup>(5)</sup>	1.606E-01 <sup>(3)</sup>	1.980E-01 <sup>(4)</sup>	1.566E-01 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.882	0.790	0.820	0.799	0.840
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.611E-02 <sup>(1)</sup>	1.463E-01 <sup>(5)</sup>	1.116E-01 <sup>(3)</sup>	1.418E-01 <sup>(4)</sup>	1.027E-01 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	0.559	0.576	0.603	0.552	0.544
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.646E-01 <sup>(1)</sup>	2.609E-01 <sup>(4)</sup>	2.366E-01 <sup>(2)</sup>	2.702E-01 <sup>(5)</sup>	2.458E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	19 <sup>(5)</sup>	11 <sup>(3)</sup>	17 <sup>(4)</sup>	9 <sup>(2)</sup>	

## الملحق A

جدول (5) متوسط القيم التقديرية للمعاملات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس (Model 5) ( $\lambda_2 = -0.5, \beta = 2, \lambda_1 = 1, \alpha = 0.5$ )

n	Est.Par	MLE	LSE	WLSE	PE	CVME
	MSE					
30	$\hat{\alpha}$	0.529	0.684	0.630	0.696	0.663
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.822E-02 <sup>(1)</sup>	1.406E-01 <sup>(4)</sup>	8.016E-02 <sup>(2)</sup>	1.572E-01 <sup>(5)</sup>	1.341E-01 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	2.161	1.947	1.981	2.010	2.111
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.005E+00 <sup>(4)</sup>	1.207E-01 <sup>(1)</sup>	4.565E-01 <sup>(2)</sup>	7.032E-01 <sup>(3)</sup>	1.428E+01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.847	0.743	0.776	0.725	0.731
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.471E-02 <sup>(1)</sup>	1.110E-01 <sup>(2)</sup>	1.240E-01 <sup>(3)</sup>	1.827E-01 <sup>(5)</sup>	1.779E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.398	-0.225	-0.184	-0.304	-0.291
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.198E-01 <sup>(2)</sup>	1.143E-01 <sup>(1)</sup>	6.633E-01 <sup>(5)</sup>	5.719E-01 <sup>(3)</sup>	5.756E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	8 <sup>(1.5)</sup>	8 <sup>(1.5)</sup>	12 <sup>(3)</sup>	16 <sup>(4.5)</sup>	16 <sup>(4.5)</sup>	
60	$\hat{\alpha}$	0.544	0.694	0.601	0.675	0.682
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.861E-02 <sup>(1)</sup>	1.420E+01 <sup>(5)</sup>	5.512E-02 <sup>(2)</sup>	1.118E-01 <sup>(3)</sup>	1.156E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.966	1.589	1.750	1.666	1.658
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.980E-01 <sup>(1)</sup>	4.094E-01 <sup>(5)</sup>	2.439E-01 <sup>(2)</sup>	3.864E-01 <sup>(3)</sup>	4.056E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.865	0.753	0.836	0.759	0.732
	Mse <sup>(Rank)</sup>	7.155E-02 <sup>(1)</sup>	3.565E-01 <sup>(5)</sup>	8.907E-02 <sup>(2)</sup>	1.666E-01 <sup>(3)</sup>	1.955E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.389	-0.295	-0.275	-0.311	-0.299
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.662E-01 <sup>(1)</sup>	3.324E-01 <sup>(2)</sup>	3.945E-01 <sup>(3)</sup>	4.246E-01 <sup>(4)</sup>	4.389E-01 <sup>(5)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	17 <sup>(4.5)</sup>	9 <sup>(2)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	17 <sup>(4.5)</sup>	
80	$\hat{\alpha}$	0.538	0.673	0.574	0.677	0.680
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.672E-02 <sup>(1)</sup>	1.627E-01 <sup>(5)</sup>	3.965E-02 <sup>(2)</sup>	1.155E-01 <sup>(3)</sup>	1.229E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.952	1.630	1.798	1.654	1.668
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.458E-01 <sup>(1)</sup>	1.665E-01 <sup>(2)</sup>	1.672E-01 <sup>(3)</sup>	3.637E-01 <sup>(4)</sup>	3.812E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.887	0.758	0.860	0.750	0.744
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.728E-02 <sup>(1)</sup>	1.639E-01 <sup>(3)</sup>	6.724E-02 <sup>(2)</sup>	1.761E-01 <sup>(4)</sup>	1.845E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.363	-0.274	-0.280	-0.296	-0.304
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.938E-01 <sup>(1)</sup>	1.932E-01 <sup>(2)</sup>	2.922E-01 <sup>(3)</sup>	3.326E-01 <sup>(5)</sup>	3.209E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	12 <sup>(3)</sup>	10 <sup>(2)</sup>	16 <sup>(4)</sup>	18 <sup>(5)</sup>	
100	$\hat{\alpha}$	0.546	0.675	0.558	0.686	0.682
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.246E-02 <sup>(1)</sup>	6.661E-01 <sup>(5)</sup>	2.657E-02 <sup>(2)</sup>	1.217E-01 <sup>(3)</sup>	1.223E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.918	1.641	1.837	1.638	1.658
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.235E-01 <sup>(1)</sup>	4.349E-01 <sup>(5)</sup>	1.287E-01 <sup>(2)</sup>	3.513E-01 <sup>(4)</sup>	3.492E-01 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.868	0.729	0.856	0.715	0.725
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.616E-02 <sup>(1)</sup>	3.433E-01 <sup>(5)</sup>	6.606E-02 <sup>(2)</sup>	2.091E-01 <sup>(4)</sup>	2.017E-01 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.379	-0.295	-0.309	-0.306	-0.327
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.834E-01 <sup>(1)</sup>	2.949E-01 <sup>(5)</sup>	2.109E-01 <sup>(2)</sup>	2.798E-01 <sup>(4)</sup>	2.605E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	20 <sup>(5)</sup>	8 <sup>(2)</sup>	15 <sup>(4)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	

## الملحق A

جدول (6) متوسط القيم التقديرية للمعاملات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السادس (Model 6) ( $\lambda_2 = -0.5, \beta = 1, \lambda_1 = 1, \alpha = 1$ )

n	Est.Par	MLE	LSE	WLSE	PE	CVME
	MSE					
30	$\hat{\alpha}$	1.085	1.123	1.138	1.099	1.063
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.164E-01 <sup>(2)</sup>	1.352E-01 <sup>(4)</sup>	1.369E-01 <sup>(5)</sup>	1.243E-01 <sup>(3)</sup>	1.094E-01 <sup>(1)</sup>
	$\hat{\beta}$	0.994	0.903	0.898	0.960	0.982
	Mse <sup>(Rank)</sup>	7.774E-02 <sup>(1)</sup>	1.089E-01 <sup>(4)</sup>	9.901E-02 <sup>(3)</sup>	1.464E-01 <sup>(5)</sup>	9.081E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.830	0.850	0.831	0.861	0.864
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.021E-01 <sup>(5)</sup>	7.421E-02 <sup>(3)</sup>	8.241E-02 <sup>(4)</sup>	7.053E-02 <sup>(2)</sup>	6.858E-02 <sup>(1)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.419	-0.340	-0.338	-0.352	-0.324
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.529E-01 <sup>(1)</sup>	4.792E-01 <sup>(5)</sup>	4.784E-01 <sup>(4)</sup>	4.396E-01 <sup>(2)</sup>	4.501E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	9 <sup>(2)</sup>	16 <sup>(4.5)</sup>	16 <sup>(4.5)</sup>	12 <sup>(3)</sup>	6 <sup>(1)</sup>	
60	$\hat{\alpha}$	1.033	1.057	1.059	1.043	1.014
	Mse <sup>(Rank)</sup>	6.315E-02 <sup>(5)</sup>	5.404E-02 <sup>(3)</sup>	5.521E-02 <sup>(4)</sup>	4.935E-02 <sup>(2)</sup>	4.327E-02 <sup>(1)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.009	0.944	0.949	0.972	0.997
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.283E-02 <sup>(5)</sup>	3.799E-02 <sup>(4)</sup>	3.754E-02 <sup>(2)</sup>	3.795E-02 <sup>(3)</sup>	3.728E-02 <sup>(1)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.864	0.882	0.864	0.889	0.898
	Mse <sup>(Rank)</sup>	6.676E-02 <sup>(5)</sup>	5.200E-02 <sup>(3)</sup>	6.122E-02 <sup>(4)</sup>	5.015E-02 <sup>(2)</sup>	4.440E-02 <sup>(1)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.425	-0.398	-0.372	-0.404	-0.379
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.181E-01 <sup>(1)</sup>	2.733E-01 <sup>(3)</sup>	2.906E-01 <sup>(5)</sup>	2.609E-01 <sup>(2)</sup>	2.734E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	16 <sup>(5)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	15 <sup>(4)</sup>	9 <sup>(2)</sup>	7 <sup>(1)</sup>	
80	$\hat{\alpha}$	1.068	1.104	1.098	1.091	1.084
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.428E-02 <sup>(5)</sup>	5.228E-02 <sup>(4)</sup>	4.686E-02 <sup>(3)</sup>	4.650E-02 <sup>(2)</sup>	4.479E-02 <sup>(1)</sup>
	$\hat{\beta}$	0.963	0.909	0.919	0.927	0.933
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.462E-02 <sup>(1)</sup>	2.884E-02 <sup>(5)</sup>	2.610E-02 <sup>(4)</sup>	2.557E-02 <sup>(3)</sup>	2.525E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.872	0.864	0.861	0.870	0.866
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.761E-02 <sup>(1)</sup>	6.246E-02 <sup>(4)</sup>	6.144E-02 <sup>(3)</sup>	5.919E-02 <sup>(2)</sup>	6.328E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.447	-0.432	-0.423	-0.431	-0.423
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.638E-01 <sup>(1)</sup>	1.968E-01 <sup>(5)</sup>	1.918E-01 <sup>(2)</sup>	1.926E-01 <sup>(3)</sup>	1.936E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	8 <sup>(1)</sup>	18 <sup>(5)</sup>	12 <sup>(3.5)</sup>	10 <sup>(2)</sup>	12 <sup>(3.5)</sup>	
100	$\hat{\alpha}$	1.021	1.073	1.050	1.063	1.056
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.803E-02 <sup>(1)</sup>	2.468E-02 <sup>(5)</sup>	1.857E-02 <sup>(2)</sup>	2.252E-02 <sup>(4)</sup>	2.152E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	0.991	0.933	0.954	0.947	0.953
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.286E-02 <sup>(1)</sup>	1.736E-02 <sup>(5)</sup>	1.329E-02 <sup>(2)</sup>	1.532E-02 <sup>(4)</sup>	1.484E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.919	0.889	0.900	0.897	0.898
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.854E-02 <sup>(1)</sup>	4.508E-02 <sup>(5)</sup>	3.567E-02 <sup>(2)</sup>	4.076E-02 <sup>(4)</sup>	4.082E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.455	-0.447	-0.428	-0.451	-0.446
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.017E-01 <sup>(1)</sup>	1.296E-01 <sup>(5)</sup>	1.274E-01 <sup>(3)</sup>	1.272E-01 <sup>(2)</sup>	1.289E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	20 <sup>(5)</sup>	9 <sup>(2)</sup>	14 <sup>(4)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	

## الملحق A

جدول (7) متوسط القيم التقديرية للمعاملات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السابع (Model 7) ( $\lambda_2 = -0.5, \beta = 1, \lambda_1 = 0.5, \alpha = 1$ )

n	Est.Par	MLE	LSE	WLSE	PE	CVME
	MSE					
30	$\hat{\alpha}$	1.011	0.829	0.886	0.796	0.770
	Mse <sup>(Rank)</sup>	9.789E-02 <sup>(1)</sup>	1.598E-01 <sup>(3)</sup>	1.374E-01 <sup>(2)</sup>	1.700E-01 <sup>(4)</sup>	1.807E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.088	1.425	1.291	1.643	1.723
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.357E-01 <sup>(1)</sup>	1.487E+00 <sup>(3)</sup>	6.721E-01 <sup>(2)</sup>	4.358E+00 <sup>(4)</sup>	4.610E+00 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.554	0.692	0.687	0.703	0.701
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.067E-01 <sup>(3)</sup>	1.062E-01 <sup>(2)</sup>	9.308E-02 <sup>(1)</sup>	1.153E-01 <sup>(4)</sup>	1.165E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.750	-0.459	-0.559	-0.505	-0.500
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.848E-01 <sup>(1)</sup>	6.068E-01 <sup>(5)</sup>	4.836E-01 <sup>(2)</sup>	5.231E-01 <sup>(4)</sup>	5.066E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum Ranks$	6 <sup>(1)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	7 <sup>(2)</sup>	16 <sup>(4)</sup>	18 <sup>(5)</sup>	
60	$\hat{\alpha}$	1.007	0.930	0.953	0.889	0.865
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.819E-02 <sup>(2)</sup>	1.035E-01 <sup>(4)</sup>	8.189E-02 <sup>(1)</sup>	1.027E-01 <sup>(3)</sup>	1.146E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.094	1.188	1.133	1.280	1.338
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.163E-01 <sup>(1)</sup>	2.434E-01 <sup>(3)</sup>	1.566E-01 <sup>(2)</sup>	5.505E-01 <sup>(4)</sup>	6.741E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.579	0.655	0.635	0.653	0.665
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.264E-02 <sup>(2)</sup>	8.459E-02 <sup>(3)</sup>	7.173E-02 <sup>(1)</sup>	8.851E-02 <sup>(4)</sup>	9.232E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.738	-0.628	-0.636	-0.582	-0.581
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.045E-01 <sup>(1)</sup>	3.200E-01 <sup>(3)</sup>	2.859E-01 <sup>(2)</sup>	3.452E-01 <sup>(5)</sup>	3.255E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	6 <sup>(1.5)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	6 <sup>(1.5)</sup>	16 <sup>(4)</sup>	19 <sup>(5)</sup>	
80	$\hat{\alpha}$	1.028	0.946	0.978	0.933	0.910
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.935E-02 <sup>(1)</sup>	8.511E-02 <sup>(3)</sup>	5.273E-02 <sup>(2)</sup>	8.535E-02 <sup>(4)</sup>	8.594E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.039	1.155	1.094	1.185	1.212
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.882E-02 <sup>(1)</sup>	1.638E-01 <sup>(3)</sup>	1.044E-01 <sup>(2)</sup>	1.865E-01 <sup>(4)</sup>	1.993E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.565	0.644	0.614	0.646	0.649
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.563E-02 <sup>(1)</sup>	7.244E-02 <sup>(3)</sup>	5.671E-02 <sup>(2)</sup>	7.691E-02 <sup>(4)</sup>	7.926E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.690	-0.653	-0.658	-0.656	-0.630
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.507E-01 <sup>(1)</sup>	2.560E-01 <sup>(5)</sup>	2.231E-01 <sup>(2)</sup>	2.408E-01 <sup>(3)</sup>	2.467E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	14 <sup>(3)</sup>	8 <sup>(2)</sup>	15 <sup>(4)</sup>	19 <sup>(5)</sup>	
100	$\hat{\alpha}$	1.015	0.978	1.002	0.960	0.949
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.415E-02 <sup>(1)</sup>	6.597E-02 <sup>(5)</sup>	3.601E-02 <sup>(2)</sup>	6.357E-02 <sup>(3)</sup>	6.581E-02 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.025	1.099	1.039	1.122	1.138
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.406E-02 <sup>(1)</sup>	1.135E-01 <sup>(3)</sup>	4.815E-02 <sup>(2)</sup>	1.225E-01 <sup>(4)</sup>	1.378E-01 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.534	0.599	0.559	0.595	0.595
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.093E-02 <sup>(1)</sup>	5.680E-02 <sup>(3)</sup>	4.294E-02 <sup>(2)</sup>	5.891E-02 <sup>(4)</sup>	6.001E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.608	-0.631	-0.604	-0.601	-0.591
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.045E-01 <sup>(1)</sup>	2.029E-01 <sup>(3)</sup>	1.436E-01 <sup>(2)</sup>	2.155E-01 <sup>(5)</sup>	2.129E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum Ranks$	4 <sup>(1)</sup>	14 <sup>(3)</sup>	8 <sup>(2)</sup>	16 <sup>(4)</sup>	18 <sup>(5)</sup>	

## الملحق A

جدول (8) متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثامن (Model 8) ( $\lambda_2=-0.5, \beta=2, \lambda_1=1, \alpha=1$ )

n	Est.Par	MLE	LSE	WLSE	PE	CVME
	MSE					
30	$\hat{\alpha}$	1.067	1.132	1.193	1.124	1.091
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.092E-01 <sup>(1)</sup>	1.339E-01 <sup>(4)</sup>	2.197E-01 <sup>(5)</sup>	1.212E-01 <sup>(3)</sup>	1.210E-01 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\beta}$	2.019	1.778	1.749	1.857	1.922
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.754E-01 <sup>(1)</sup>	2.885E-01 <sup>(3)</sup>	3.105E-01 <sup>(5)</sup>	2.851E-01 <sup>(2)</sup>	3.024E-01 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.865	0.861	0.821	0.849	0.850
	Mse <sup>(Rank)</sup>	7.717E-02 <sup>(2)</sup>	7.291E-02 <sup>(1)</sup>	1.056E-01 <sup>(5)</sup>	8.952E-02 <sup>(3)</sup>	9.200E-02 <sup>(4)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.380	-0.313	-0.370	-0.318	-0.288
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.040E-01 <sup>(1)</sup>	5.394E-01 <sup>(5)</sup>	4.717E-01 <sup>(2)</sup>	5.019E-01 <sup>(3)</sup>	5.278E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum$ Ranks	5 <sup>(1)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	17 <sup>(5)</sup>	11 <sup>(2)</sup>	14 <sup>(4)</sup>	
60	$\hat{\alpha}$	1.081	1.125	1.119	1.105	1.092
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.069E-01 <sup>(5)</sup>	7.649E-02 <sup>(3)</sup>	7.824E-02 <sup>(4)</sup>	6.674E-02 <sup>(2)</sup>	6.323E-02 <sup>(1)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.939	1.784	1.805	1.843	1.868
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.809E-01 <sup>(5)</sup>	1.789E-01 <sup>(4)</sup>	1.692E-01 <sup>(3)</sup>	1.596E-01 <sup>(1)</sup>	1.599E-01 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.848	0.845	0.833	0.855	0.849
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.112E-02 <sup>(5)</sup>	7.586E-02 <sup>(2)</sup>	8.091E-02 <sup>(4)</sup>	7.097E-02 <sup>(1)</sup>	7.728E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.442	-0.426	-0.398	-0.423	-0.410
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.215E-01 <sup>(1)</sup>	2.352E-01 <sup>(4)</sup>	2.387E-01 <sup>(5)</sup>	2.263E-01 <sup>(2)</sup>	2.282E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum$ Ranks	16 <sup>(4.5)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	16 <sup>(4.5)</sup>	8 <sup>(1)</sup>	9 <sup>(2)</sup>	
80	$\hat{\alpha}$	1.050	1.104	1.101	1.102	1.087
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.340E-02 <sup>(1)</sup>	4.722E-02 <sup>(3)</sup>	5.091E-02 <sup>(5)</sup>	5.051E-02 <sup>(4)</sup>	4.551E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.942	1.814	1.836	1.842	1.865
	Mse <sup>(Rank)</sup>	8.229E-02 <sup>(1)</sup>	1.135E-01 <sup>(5)</sup>	1.085E-01 <sup>(3)</sup>	1.099E-01 <sup>(4)</sup>	1.041E-01 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.884	0.865	0.859	0.869	0.872
	Mse <sup>(Rank)</sup>	4.615E-02 <sup>(1)</sup>	6.089E-02 <sup>(4)</sup>	6.628E-02 <sup>(5)</sup>	6.068E-02 <sup>(3)</sup>	5.794E-02 <sup>(2)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.415	-0.417	-0.407	-0.433	-0.421
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.845E-01 <sup>(1)</sup>	2.138E-01 <sup>(5)</sup>	2.072E-01 <sup>(4)</sup>	1.884E-01 <sup>(2)</sup>	1.977E-01 <sup>(3)</sup>
$\sum$ Ranks	4 <sup>(1)</sup>	17 <sup>(4.5)</sup>	17 <sup>(4.5)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	9 <sup>(2)</sup>	
100	$\hat{\alpha}$	1.034	1.088	1.067	1.084	1.077
	Mse <sup>(Rank)</sup>	2.076E-02 <sup>(1)</sup>	3.739E-02 <sup>(5)</sup>	2.748E-02 <sup>(2)</sup>	3.527E-02 <sup>(4)</sup>	3.383E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\beta}$	1.951	1.843	1.876	1.863	1.875
	Mse <sup>(Rank)</sup>	5.073E-02 <sup>(1)</sup>	8.433E-02 <sup>(5)</sup>	6.301E-02 <sup>(2)</sup>	7.934E-02 <sup>(4)</sup>	7.710E-02 <sup>(3)</sup>
	$\hat{\lambda}_1$	0.899	0.882	0.884	0.883	0.883
	Mse <sup>(Rank)</sup>	3.458E-02 <sup>(1)</sup>	5.004E-02 <sup>(3)</sup>	4.680E-02 <sup>(2)</sup>	5.245E-02 <sup>(4)</sup>	5.288E-02 <sup>(5)</sup>
	$\hat{\lambda}_2$	-0.398	-0.421	-0.386	-0.422	-0.416
	Mse <sup>(Rank)</sup>	1.380E-01 <sup>(3)</sup>	1.364E-01 <sup>(2)</sup>	1.537E-01 <sup>(5)</sup>	1.359E-01 <sup>(1)</sup>	1.380E-01 <sup>(4)</sup>
$\sum$ Ranks	6 <sup>(1)</sup>	15 <sup>(4.5)</sup>	11 <sup>(2)</sup>	13 <sup>(3)</sup>	15 <sup>(4.5)</sup>	

## الملحق A

جدول (9) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـ IMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإتمودج الاول

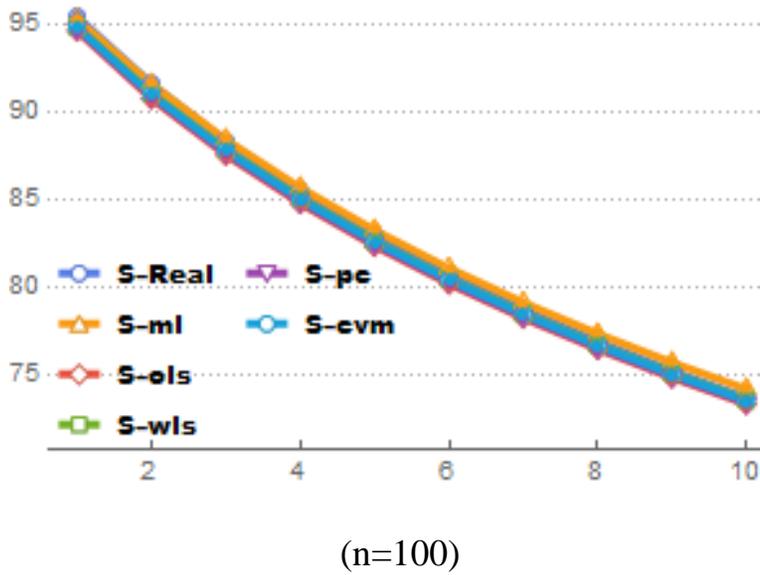
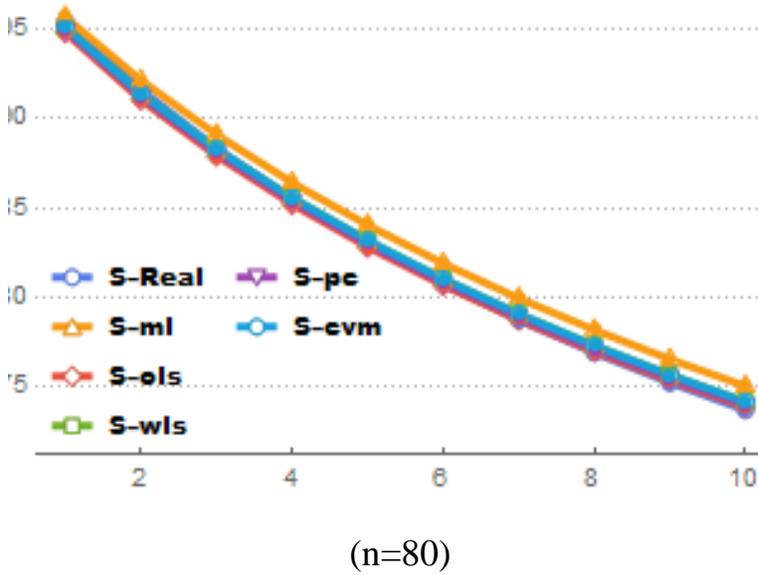
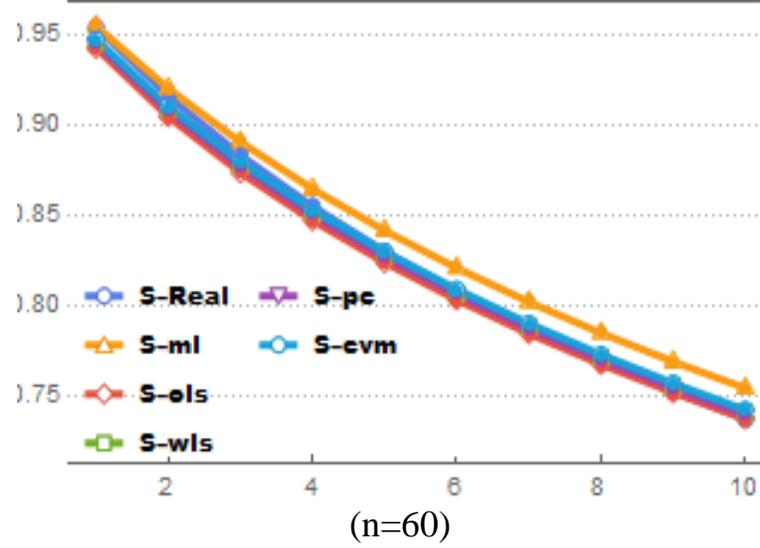
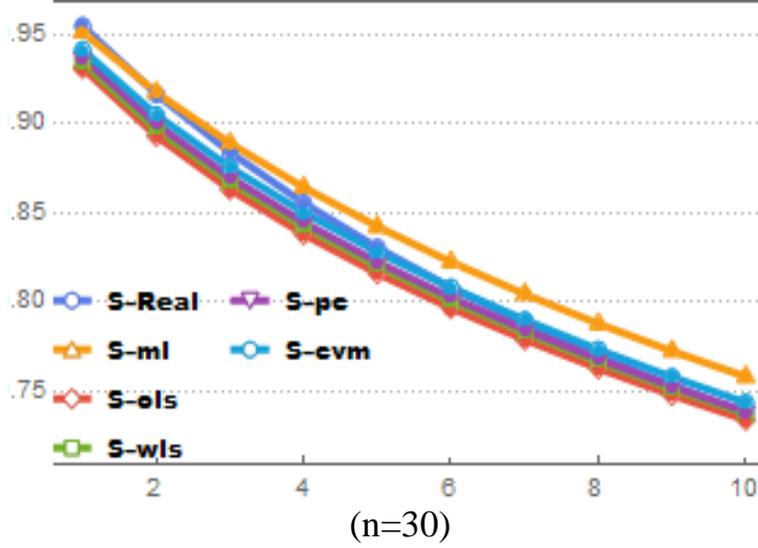
(  $\lambda_2=0.5, \beta=1, \lambda_1=1, \alpha=0.5$  ) (Model 1)

n	t	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE	S-pe	MSE	S-cvm	MSE
30	0.1	0.954495	0.951175	8.676E-04	0.930862	1.808E-03	0.933889	1.463E-03	0.936959	1.498E-03	0.941184	1.303E-03
	0.2	0.916336	0.917253	1.566E-03	0.892841	2.588E-03	0.896712	2.141E-03	0.899629	2.320E-03	0.904718	2.142E-03
	0.3	0.883686	0.888820	2.128E-03	0.862952	2.991E-03	0.867122	2.546E-03	0.869793	2.819E-03	0.875212	2.703E-03
	0.4	0.855286	0.864077	2.579E-03	0.837798	3.239E-03	0.842029	2.829E-03	0.844454	3.158E-03	0.849982	3.104E-03
	0.5	0.830244	0.842085	2.943E-03	0.815874	3.415E-03	0.820045	3.049E-03	0.822241	3.410E-03	0.827770	3.408E-03
	0.6	0.807907	0.822257	3.242E-03	0.796340	3.556E-03	0.800387	3.231E-03	0.802370	3.611E-03	0.807843	3.648E-03
	0.7	0.787790	0.804187	3.492E-03	0.778669	3.676E-03	0.782558	3.387E-03	0.784341	3.778E-03	0.789726	3.843E-03
	0.8	0.769522	0.787581	3.706E-03	0.762502	3.782E-03	0.766221	3.524E-03	0.767812	3.922E-03	0.773093	4.008E-03
	0.9	0.752813	0.772216	3.894E-03	0.747587	3.877E-03	0.751133	3.647E-03	0.752536	4.049E-03	0.757703	4.149E-03
	1.0	0.737437	0.757919	4.061E-03	0.733732	3.965E-03	0.737112	3.757E-03	0.738327	4.162E-03	0.743376	4.272E-03
					2.848E-03		3.290E-03		2.957E-03		3.273E-03	
		IMSE		(1)		(5)		(2)		(4)		(3)
60	0.1	0.954495	0.955231	4.452E-04	0.943008	7.132E-04	0.945881	5.573E-04	0.945748	6.435E-04	0.947741	5.990E-04
	0.2	0.916336	0.920583	8.278E-04	0.905024	1.155E-03	0.908935	9.104E-04	0.908353	1.089E-03	0.910735	1.049E-03
	0.3	0.883686	0.890932	1.119E-03	0.874000	1.421E-03	0.878286	1.145E-03	0.877465	1.377E-03	0.880000	1.352E-03
	0.4	0.855286	0.864957	1.340E-03	0.847488	1.593E-03	0.851856	1.312E-03	0.850906	1.573E-03	0.853502	1.563E-03
	0.5	0.830244	0.841866	1.514E-03	0.824252	1.714E-03	0.828566	1.440E-03	0.827540	1.713E-03	0.830153	1.717E-03
	0.6	0.807907	0.821110	1.658E-03	0.803536	1.805E-03	0.807732	1.543E-03	0.806657	1.820E-03	0.809263	1.835E-03
	0.7	0.787790	0.802280	1.783E-03	0.784833	1.880E-03	0.788884	1.632E-03	0.787769	1.906E-03	0.790356	1.930E-03
	0.8	0.769522	0.785062	1.894E-03	0.767781	1.944E-03	0.771677	1.712E-03	0.770526	1.980E-03	0.773087	2.010E-03
	0.9	0.752813	0.769212	1.997E-03	0.752111	2.001E-03	0.755854	1.784E-03	0.754665	2.046E-03	0.757194	2.080E-03
	1.0	0.737437	0.754533	2.092E-03	0.737615	2.054E-03	0.741210	1.852E-03	0.739983	2.106E-03	0.742477	2.144E-03
					1.467E-03		1.628E-03		1.389E-03		1.625E-03	
		IMSE		(2)		(4.5)		(2)		(3)		(4.5)

الملحق A

80	0.1	0.954495	0.956860	3.347E-04	0.948271	4.324E-04	0.950996	3.150E-04	0.950027	4.098E-04	0.951084	3.903E-04
	0.2	0.916336	0.921662	6.018E-04	0.910765	7.417E-04	0.914242	5.952E-04	0.912791	7.228E-04	0.914203	7.067E-04
	0.3	0.883686	0.891269	7.893E-04	0.879441	9.403E-04	0.883176	8.036E-04	0.881482	9.316E-04	0.883058	9.240E-04
	0.4	0.855286	0.864548	9.230E-04	0.852370	1.072E-03	0.856144	9.538E-04	0.854337	1.073E-03	0.855984	1.074E-03
	0.5	0.830244	0.840758	1.022E-03	0.828498	1.164E-03	0.832208	1.064E-03	0.830358	1.172E-03	0.832029	1.180E-03
	0.6	0.807907	0.819359	1.099E-03	0.807150	1.232E-03	0.810744	1.148E-03	0.808891	1.247E-03	0.810560	1.260E-03
	0.7	0.787790	0.799948	1.163E-03	0.787850	1.287E-03	0.791307	1.217E-03	0.789473	1.306E-03	0.791123	1.322E-03
	0.8	0.769522	0.782209	1.218E-03	0.770250	1.334E-03	0.773564	1.275E-03	0.771757	1.356E-03	0.773381	1.375E-03
	0.9	0.752813	0.765896	1.268E-03	0.754086	1.376E-03	0.757256	1.329E-03	0.755482	1.401E-03	0.757075	1.422E-03
	1.0	0.737437	0.750810	1.314E-03	0.739150	1.416E-03	0.742181	1.378E-03	0.740440	1.442E-03	0.741999	1.464E-03
	IMSE		9.734E-04		1.100E-03		1.008E-03		1.106E-03		1.112E-03	
			(1)		(3)		(2)		(4)		(5)	
100	0.1	0.954495	0.953156	1.936E-04	0.946622	3.101E-04	0.948961	2.313E-04	0.947699	2.883E-04	0.948553	2.775E-04
	0.2	0.916336	0.916076	3.505E-04	0.907952	5.261E-04	0.910835	4.068E-04	0.909210	5.021E-04	0.910264	4.916E-04
	0.3	0.883686	0.884585	4.604E-04	0.875878	6.584E-04	0.878908	5.230E-04	0.877165	6.384E-04	0.878281	6.305E-04
	0.4	0.855286	0.857207	5.389E-04	0.848311	7.438E-04	0.851330	6.039E-04	0.849571	7.289E-04	0.850696	7.236E-04
	0.5	0.830244	0.833021	5.984E-04	0.824106	8.037E-04	0.827045	6.648E-04	0.825315	7.936E-04	0.826425	7.900E-04
	0.6	0.807907	0.811388	6.473E-04	0.802528	8.494E-04	0.805359	7.142E-04	0.803676	8.435E-04	0.804762	8.410E-04
	0.7	0.787790	0.791841	6.901E-04	0.783068	8.873E-04	0.785781	7.572E-04	0.784151	8.849E-04	0.785209	8.831E-04
	0.8	0.769522	0.774029	7.296E-04	0.765354	9.207E-04	0.767949	7.963E-04	0.766373	9.213E-04	0.767401	9.198E-04
	0.9	0.752813	0.757681	7.670E-04	0.749108	9.514E-04	0.751587	8.330E-04	0.750061	9.545E-04	0.751062	9.532E-04
	1.0	0.737437	0.742585	8.032E-04	0.734112	9.804E-04	0.736482	8.681E-04	0.735000	9.856E-04	0.735975	9.843E-04
		IMSE		5.779E-04		7.631E-04		6.399E-04		7.541E-04		7.495E-04
			(1)		(5)		(1)		(4)		(3)	

## الملحق A



شكل (1) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الأول

## الملحق A

جدول (10) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـ IMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني

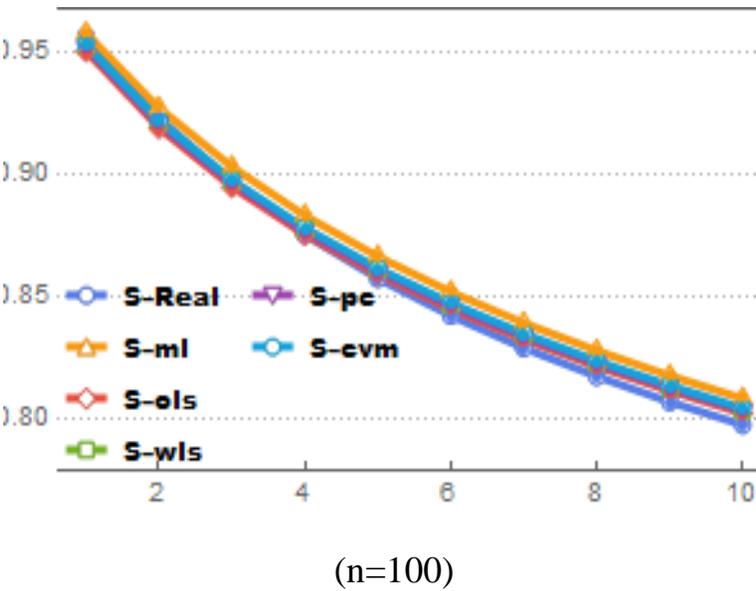
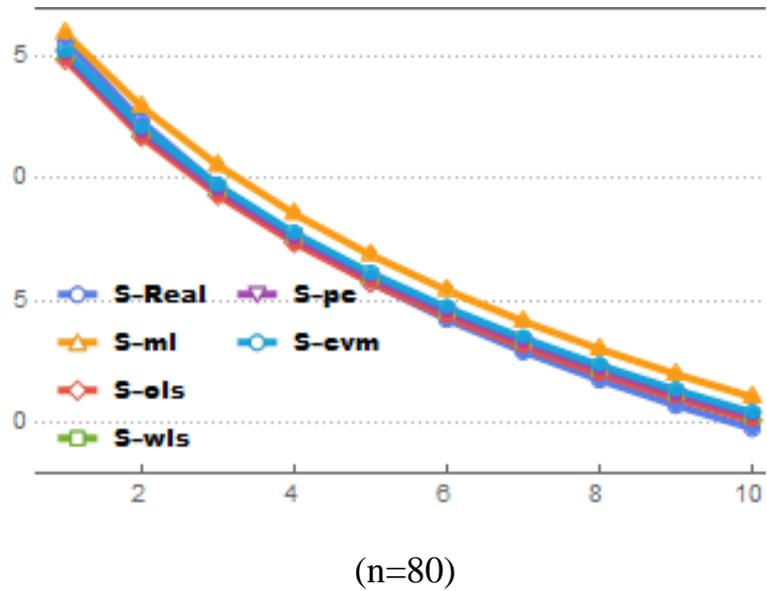
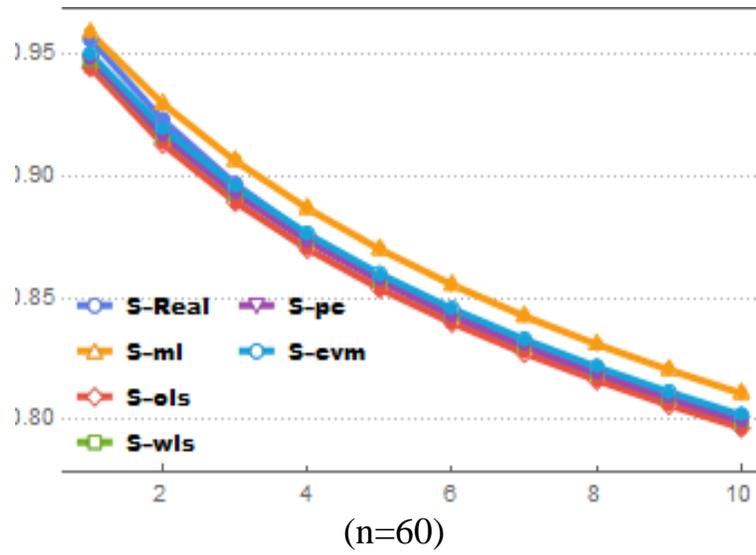
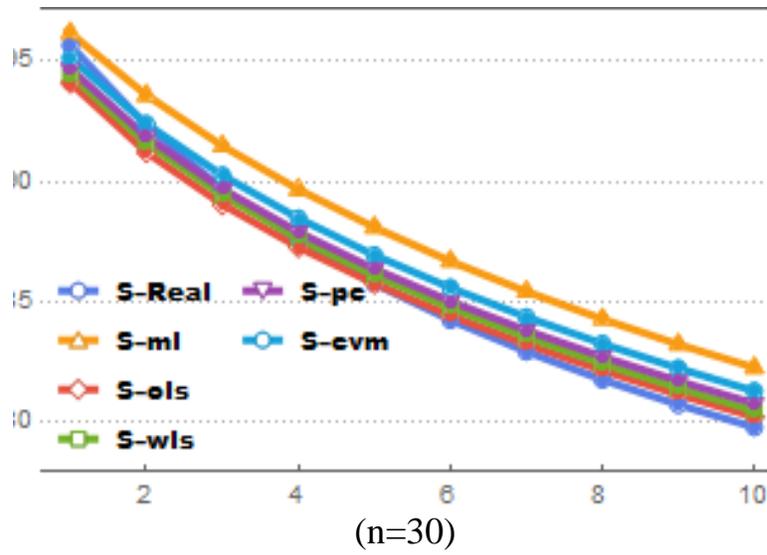
(  $\lambda_2 = -0.5$ ،  $\beta = 1$  ،  $\lambda_1 = 1$  ،  $\alpha = 0.5$  ) (Model 2)

n	t	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE	S-pe	MSE	S-cvm	MSE
30	0.1	0.956560	0.961664	8.656E-04	0.940960	1.567E-03	0.944238	1.202E-03	0.946825	1.349E-03	0.951357	1.208E-03
	0.2	0.923266	0.935938	1.647E-03	0.912162	2.193E-03	0.915928	1.741E-03	0.918589	2.066E-03	0.923956	1.997E-03
	0.3	0.896943	0.914834	2.277E-03	0.890514	2.630E-03	0.894291	2.153E-03	0.896932	2.595E-03	0.902597	2.614E-03
	0.4	0.875551	0.896797	2.751E-03	0.872823	2.985E-03	0.876453	2.506E-03	0.879086	3.021E-03	0.884830	3.110E-03
	0.5	0.857738	0.881028	3.101E-03	0.857713	3.288E-03	0.861144	2.817E-03	0.863797	3.376E-03	0.869514	3.511E-03
	0.6	0.842582	0.867020	3.360E-03	0.844433	3.548E-03	0.847659	3.093E-03	0.850356	3.678E-03	0.855992	3.837E-03
	0.7	0.829440	0.854425	3.560E-03	0.832527	3.776E-03	0.835558	3.343E-03	0.838316	3.939E-03	0.843842	4.107E-03
	0.8	0.817853	0.842985	3.722E-03	0.821687	3.975E-03	0.824539	3.568E-03	0.827371	4.169E-03	0.832779	4.336E-03
	0.9	0.807488	0.832505	3.863E-03	0.811700	4.150E-03	0.814389	3.771E-03	0.817302	4.371E-03	0.822593	4.533E-03
	1.0	0.798097	0.822831	3.991E-03	0.802408	4.303E-03	0.804939	3.950E-03	0.807929	4.544E-03	0.813121	4.702E-03
					2.914E-03		3.241E-03		2.814E-03		3.311E-03	
		IMSE		(2)		(3)		(1)		(4)		(5)
60	0.1	0.956560	0.959124	4.020E-04	0.944907	7.570E-04	0.947466	5.666E-04	0.948053	6.755E-04	0.950428	0.000623
	0.2	0.923266	0.929993	7.279E-04	0.913459	1.071E-03	0.916677	8.173E-04	0.916962	1.014E-03	0.919735	0.000976
	0.3	0.896943	0.906496	9.535E-04	0.889611	1.240E-03	0.893091	9.820E-04	0.893095	1.214E-03	0.895939	0.001193
	0.4	0.875551	0.886873	1.113E-03	0.870275	1.359E-03	0.873841	1.120E-03	0.873640	1.355E-03	0.876448	0.001347
	0.5	0.857738	0.870101	1.234E-03	0.853981	1.460E-03	0.857537	1.247E-03	0.857206	1.469E-03	0.859946	0.001470
	0.6	0.842582	0.855496	1.335E-03	0.839873	1.554E-03	0.843366	1.369E-03	0.842969	1.571E-03	0.845638	0.001577
	0.7	0.829440	0.842577	1.426E-03	0.827407	1.647E-03	0.830802	1.487E-03	0.830391	1.668E-03	0.832997	0.001677
	0.8	0.817853	0.830992	1.513E-03	0.816213	1.739E-03	0.819487	1.601E-03	0.819103	1.763E-03	0.821655	0.001774
	0.9	0.807488	0.820479	1.597E-03	0.806029	1.831E-03	0.809169	1.712E-03	0.808841	1.858E-03	0.811350	0.001870
	1.0	0.798097	0.810839	1.681E-03	0.796665	1.924E-03	0.799660	1.820E-03	0.799410	1.952E-03	0.801885	0.001965
					1.198E-03		1.458E-03		1.272E-03		1.454E-03	
		IMSE		(1)		(5)		(2)		(4)		(3)

الملحق A

80	0.1	0.956560	0.959377	3.099E-04	0.948642	4.059E-04	0.951219	3.232E-04	0.950420	3.737E-04	0.951924	0.000351
	0.2	0.923266	0.929384	4.648E-04	0.917232	5.847E-04	0.920302	5.314E-04	0.919287	5.640E-04	0.921050	0.000550
	0.3	0.896943	0.905421	5.605E-04	0.893285	6.767E-04	0.896408	6.631E-04	0.895364	6.713E-04	0.897172	0.000669
	0.4	0.875551	0.885627	6.337E-04	0.873917	7.385E-04	0.876938	7.496E-04	0.875950	7.445E-04	0.877731	0.000751
	0.5	0.857738	0.868875	6.967E-04	0.857671	7.891E-04	0.860535	8.121E-04	0.859641	8.023E-04	0.861374	0.000814
	0.6	0.842582	0.854412	7.544E-04	0.843675	8.354E-04	0.846366	8.626E-04	0.845586	8.530E-04	0.847266	0.000869
	0.7	0.829440	0.841707	8.089E-04	0.831364	8.801E-04	0.833883	9.077E-04	0.833223	9.004E-04	0.834855	0.000918
	0.8	0.817853	0.830378	8.612E-04	0.820351	9.243E-04	0.822706	9.506E-04	0.822167	9.461E-04	0.823757	0.000965
	0.9	0.807488	0.820143	9.120E-04	0.810362	9.684E-04	0.812563	9.929E-04	0.812142	9.910E-04	0.813697	0.001011
	1.0	0.798097	0.810791	9.616E-04	0.801197	1.012E-03	0.803255	1.035E-03	0.802946	1.036E-03	0.804472	0.001055
	IMSE			6.964E-04 (1)	7.816E-04 (2)	7.828E-04 (3)	7.882E-04 (4)	7.882E-04 (4)	7.882E-04 (4)	7.953E-04 (5)		
100	0.1	0.956560	0.957698	2.018E-04	0.950431	2.580E-04	0.952778	1.859E-04	0.951840	2.426E-04	0.952945	0.000232
	0.2	0.923266	0.927304	3.115E-04	0.919081	3.736E-04	0.921631	3.158E-04	0.920630	3.662E-04	0.921894	0.000362
	0.3	0.896943	0.903214	3.800E-04	0.895073	4.393E-04	0.897501	4.037E-04	0.896570	4.403E-04	0.897841	0.000443
	0.4	0.875551	0.883414	4.320E-04	0.875646	4.880E-04	0.877867	4.665E-04	0.877048	4.943E-04	0.878278	0.000502
	0.5	0.857738	0.866704	4.769E-04	0.859359	5.297E-04	0.861360	5.147E-04	0.860666	5.392E-04	0.861845	0.000550
	0.6	0.842582	0.852293	5.183E-04	0.845339	5.682E-04	0.847135	5.549E-04	0.846566	5.794E-04	0.847693	0.000592
	0.7	0.829440	0.839638	5.581E-04	0.833016	6.050E-04	0.834629	5.908E-04	0.834180	6.173E-04	0.835262	0.000631
	0.8	0.817853	0.828351	5.969E-04	0.822001	6.407E-04	0.823452	6.242E-04	0.823115	6.538E-04	0.824160	0.000668
	0.9	0.807488	0.818149	6.353E-04	0.812016	6.758E-04	0.813328	6.564E-04	0.813094	6.895E-04	0.814108	0.000703
	1.0	0.798097	0.808821	6.734E-04	0.802861	7.103E-04	0.804051	6.878E-04	0.803911	7.247E-04	0.804900	0.000738
		IMSE			4.784E-04 (1)	5.289E-04 (3)	5.001E-04 (2)	5.347E-04 (4)	5.347E-04 (4)	5.347E-04 (4)	5.422E-04 (5)	

## الملحق A



شكل (2) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الثاني

## الملحق A

جدول (11) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـ IMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث

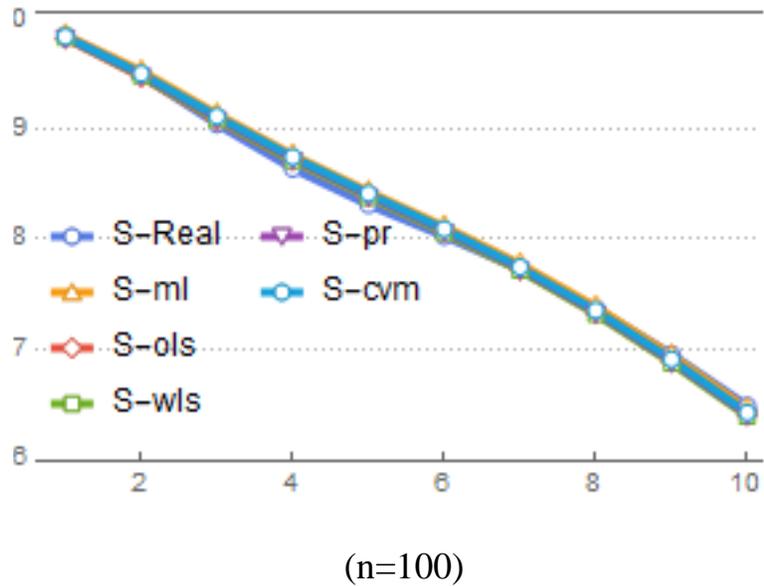
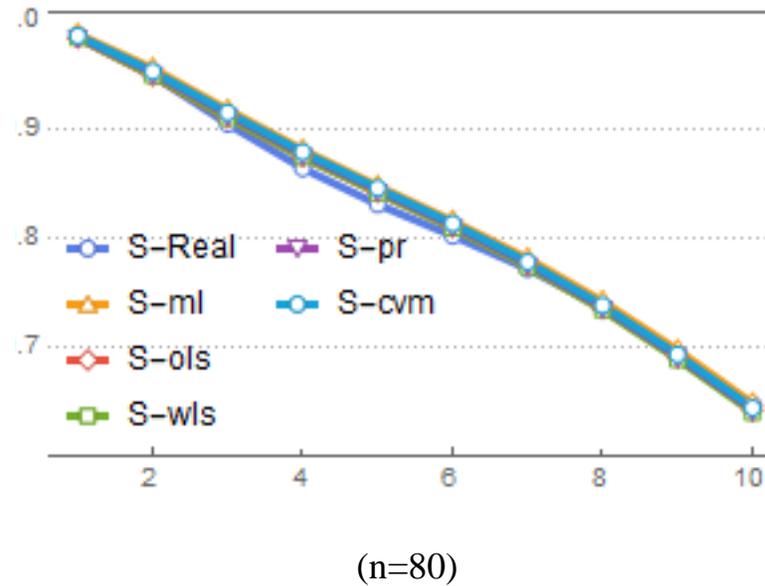
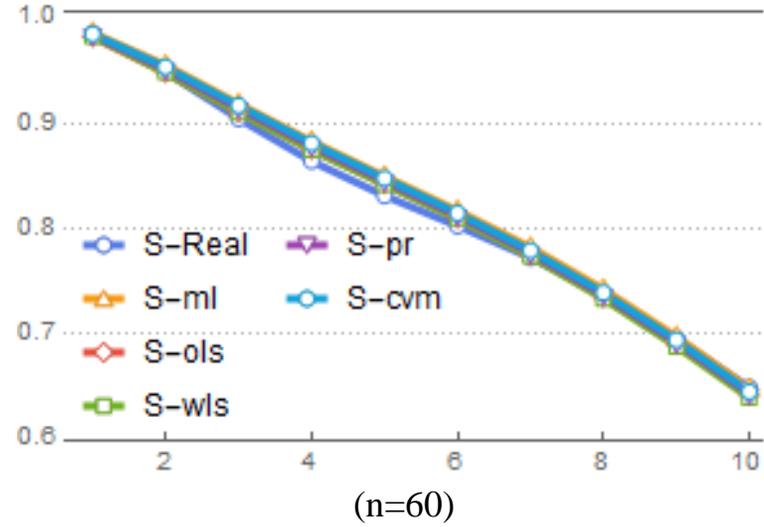
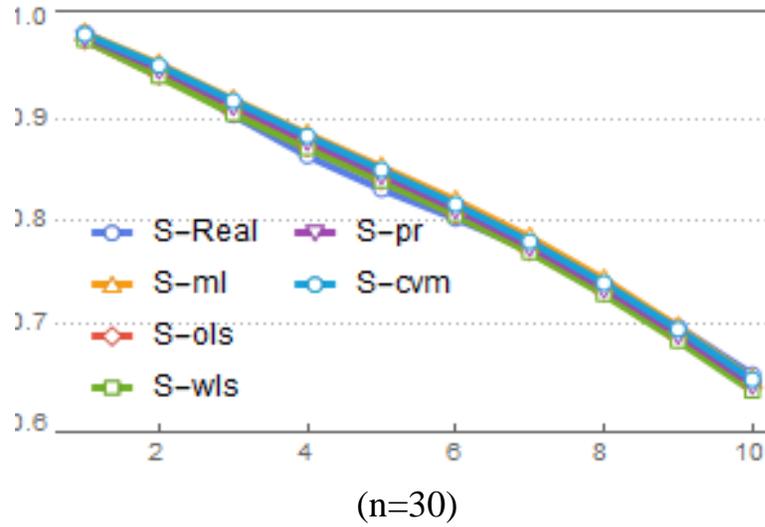
$$(\lambda_2 = -1, \beta = 2, \lambda_1 = 1, \alpha = 1.5) \text{ (Model 3)}$$

n	t	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE	S-pe	MSE	S-cvm	MSE
30	0.1	0.985618	0.985044	1.439E-04	0.978334	3.602E-04	0.978039	3.378E-04	0.981986	2.560E-04	0.983804	2.142E-04
	0.2	0.949022	0.954746	6.787E-04	0.943397	1.171E-03	0.942422	1.077E-03	0.949638	1.036E-03	0.95326	9.776E-04
	0.3	0.904582	0.919861	1.523E-03	0.907029	1.987E-03	0.905748	1.759E-03	0.913876	2.031E-03	0.918394	2.068E-03
	0.4	0.864181	0.885818	2.374E-03	0.872822	2.710E-03	0.871675	2.384E-03	0.879201	2.919E-03	0.883916	3.052E-03
	0.5	0.83134	0.853393	3.006E-03	0.840141	3.266E-03	0.839314	2.952E-03	0.845881	3.512E-03	0.850528	3.672E-03
	0.6	0.802668	0.820463	3.493E-03	0.806694	3.786E-03	0.806015	3.564E-03	0.811996	3.977E-03	0.816596	4.107E-03
	0.7	0.772675	0.784222	3.988E-03	0.770302	4.420E-03	0.769326	4.309E-03	0.775312	4.541E-03	0.779964	4.626E-03
	0.8	0.737473	0.742838	4.502E-03	0.729737	5.105E-03	0.727988	5.079E-03	0.734373	5.206E-03	0.739121	5.257E-03
	0.9	0.695922	0.696112	4.935E-03	0.684923	5.635E-03	0.682156	5.657E-03	0.688869	5.794E-03	0.693638	5.834E-03
	1.0	0.649049	0.645284	5.197E-03	0.6368	5.855E-03	0.633081	5.902E-03	0.63959	6.121E-03	0.644195	6.164E-03
					2.984E-02		3.430E-02		3.302E-02		3.539E-02	
		IMSE		(1)		(3)		(2)		(4)		(5)
60	0.1	0.985618	0.986204	6.710E-05	0.982257	1.296E-04	0.982683	1.046E-04	0.983959	1.049E-04	0.984988	9.516E-05
	0.2	0.949022	0.955551	3.856E-04	0.948309	5.142E-04	0.948485	4.350E-04	0.951484	4.896E-04	0.953614	4.931E-04
	0.3	0.904582	0.918839	8.610E-04	0.910763	9.634E-04	0.910487	8.271E-04	0.914322	1.007E-03	0.916961	1.069E-03
	0.4	0.864181	0.883017	1.262E-03	0.875387	1.359E-03	0.874901	1.196E-03	0.87863	1.451E-03	0.881263	1.551E-03
	0.5	0.83134	0.849854	1.499E-03	0.842625	1.626E-03	0.84217	1.490E-03	0.845427	1.716E-03	0.847852	1.811E-03
	0.6	0.802668	0.817354	1.681E-03	0.810007	1.849E-03	0.809573	1.767E-03	0.812548	1.914E-03	0.814811	1.982E-03
	0.7	0.772675	0.782344	1.921E-03	0.774611	2.149E-03	0.773982	2.113E-03	0.777057	2.191E-03	0.779285	2.229E-03
	0.8	0.737473	0.742555	2.217E-03	0.734631	2.517E-03	0.733564	2.502E-03	0.736965	2.552E-03	0.739235	2.569E-03
	0.9	0.695922	0.697478	2.488E-03	0.689872	2.839E-03	0.688233	2.820E-03	0.691897	2.887E-03	0.694195	2.893E-03
	1.0	0.649049	0.648157	2.657E-03	0.641447	3.009E-03	0.639242	2.977E-03	0.642888	3.083E-03	0.645129	3.088E-03
					1.504E-02		1.695E-02		1.623E-02		1.740E-02	
		IMSE		(1)		(3)		(2)		(4)		(5)

الملحق A

80	0.1	0.985618	0.986542	5.183E-05	0.98271	1.064E-04	0.983149	8.615E-05	0.984217	9.179E-05	0.984803	8.624E-05
	0.2	0.949022	0.955303	3.329E-04	0.948247	4.354E-04	0.948822	3.646E-04	0.951085	4.348E-04	0.952458	4.292E-04
	0.3	0.904582	0.917556	7.591E-04	0.909979	8.161E-04	0.910305	7.059E-04	0.913067	8.754E-04	0.914892	9.007E-04
	0.4	0.864181	0.881124	1.108E-03	0.874475	1.158E-03	0.874457	1.034E-03	0.877118	1.244E-03	0.87902	1.301E-03
	0.5	0.83134	0.848101	1.299E-03	0.842243	1.390E-03	0.841951	1.285E-03	0.84435	1.459E-03	0.846152	1.523E-03
	0.6	0.802668	0.816259	1.420E-03	0.810396	1.560E-03	0.809893	1.495E-03	0.812195	1.605E-03	0.813904	1.653E-03
	0.7	0.772675	0.782065	1.582E-03	0.775628	1.784E-03	0.774913	1.761E-03	0.777331	1.813E-03	0.779017	1.840E-03
	0.8	0.737473	0.743047	1.821E-03	0.736025	2.100E-03	0.735064	2.104E-03	0.737664	2.123E-03	0.739371	2.133E-03
	0.9	0.695922	0.69866	2.093E-03	0.691474	2.443E-03	0.690249	2.453E-03	0.692918	2.473E-03	0.694628	2.474E-03
	1.0	0.649049	0.649975	2.331E-03	0.643205	2.725E-03	0.641741	2.722E-03	0.644249	2.774E-03	0.645903	2.774E-03
	IMSE			1.280E-02 (1)	1.452E-02 (3)	1.401E-02 (2)	1.489E-02 (4)	1.511E-02 (5)				
100	0.1	0.985618	0.985988	4.354E-05	0.982843	8.286E-05	0.983556	6.432E-05	0.983953	7.167E-05	0.98436	6.563E-05
	0.2	0.949022	0.953432	2.524E-04	0.947702	3.355E-04	0.948581	2.822E-04	0.949828	3.250E-04	0.950801	3.057E-04
	0.3	0.904582	0.914316	5.513E-04	0.908227	6.051E-04	0.908678	5.240E-04	0.910552	6.277E-04	0.911856	6.151E-04
	0.4	0.864181	0.877	8.012E-04	0.871624	8.362E-04	0.87155	7.324E-04	0.873616	8.761E-04	0.87498	8.830E-04
	0.5	0.83134	0.843702	9.602E-04	0.838785	1.007E-03	0.838375	9.008E-04	0.840386	1.040E-03	0.841691	1.059E-03
	0.6	0.802668	0.811973	1.091E-03	0.806827	1.167E-03	0.806259	1.077E-03	0.808227	1.188E-03	0.809493	1.206E-03
	0.7	0.772675	0.777991	1.263E-03	0.772231	1.389E-03	0.771552	1.320E-03	0.773593	1.401E-03	0.774884	1.411E-03
	0.8	0.737473	0.739118	1.478E-03	0.732859	1.665E-03	0.732022	1.611E-03	0.734187	1.675E-03	0.735534	1.675E-03
	0.9	0.695922	0.694782	1.682E-03	0.688475	1.917E-03	0.687416	1.870E-03	0.689643	1.931E-03	0.691021	1.925E-03
	1.0	0.649049	0.6461	1.826E-03	0.640283	2.070E-03	0.638964	2.029E-03	0.641114	2.096E-03	0.642464	2.087E-03
		IMSE			9.949E-03 (1)	1.107E-02 (3)	1.041E-02 (2)	1.123E-02 (4.5)	1.123E-02 (4.5)			

## الملحق A



شكل (3) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الثالث

## الملحق A

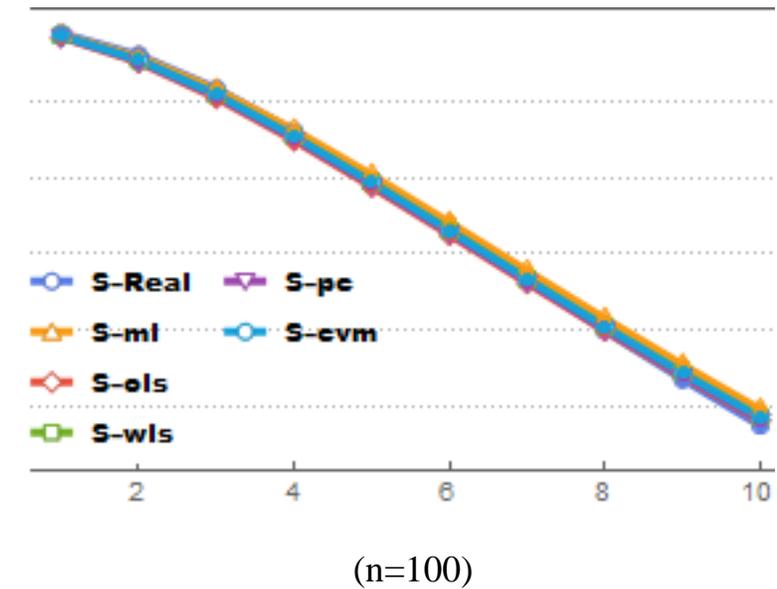
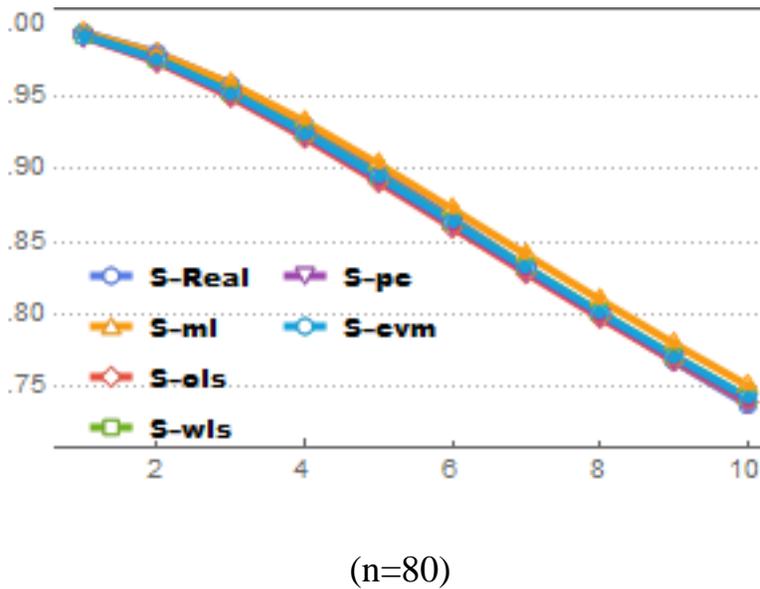
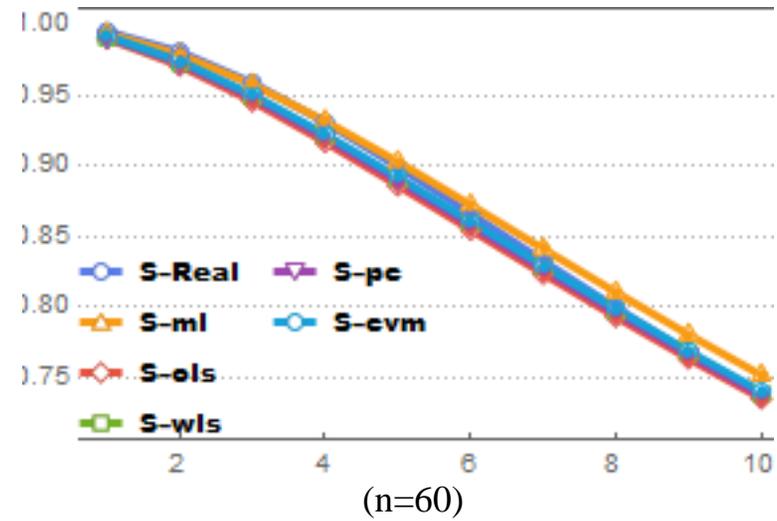
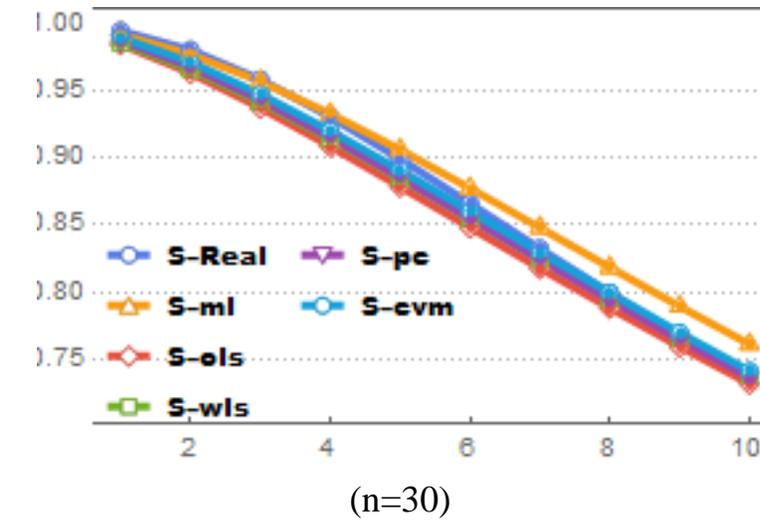
جدول (12) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـ IMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع  
(  $\lambda_2=0.5$ ،  $\beta=2$  ،  $\lambda_1=1$  ،  $\alpha=0.5$  ) (Model 4)

n	t	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE	S-pe	MSE	S-cvm	MSE
30	0.1	0.995049	0.992088	1.235E-04	0.984954	3.654E-04	0.986046	2.853E-04	0.987761	2.468E-04	0.989841	1.998E-04
	0.2	0.980766	0.977323	4.114E-04	0.963561	9.904E-04	0.966147	7.723E-04	0.968181	7.680E-04	0.971585	6.663E-04
	0.3	0.958678	0.957273	8.568E-04	0.937600	1.692E-03	0.941698	1.329E-03	0.943473	1.412E-03	0.947785	1.270E-03
	0.4	0.930852	0.933204	1.427E-03	0.908914	2.311E-03	0.914192	1.856E-03	0.915505	2.045E-03	0.920406	1.893E-03
	0.5	0.899412	0.906298	2.053E-03	0.878841	2.794E-03	0.884883	2.313E-03	0.885701	2.601E-03	0.890934	2.470E-03
	0.6	0.866200	0.877638	2.668E-03	0.848322	3.161E-03	0.854759	2.710E-03	0.855110	3.071E-03	0.860477	2.983E-03
	0.7	0.832617	0.848158	3.230E-03	0.818005	3.451E-03	0.824556	3.064E-03	0.824471	3.470E-03	0.829830	3.431E-03
	0.8	0.799617	0.818605	3.732E-03	0.788324	3.700E-03	0.794775	3.384E-03	0.794285	3.813E-03	0.799537	3.822E-03
	0.9	0.767785	0.789514	4.177E-03	0.759561	3.937E-03	0.765742	3.670E-03	0.764877	4.115E-03	0.769955	4.165E-03
	1.0	0.737437	0.761196	4.560E-03	0.731886	4.175E-03	0.737670	3.925E-03	0.736467	4.394E-03	0.741323	4.474E-03
					2.324E-03		2.658E-03		2.331E-03		2.594E-03	
				(1)		(5)		(2)		(4)		(3)
60	0.1	0.995049	0.993539	5.260E-05	0.990046	8.495E-05	0.990784	7.295E-05	0.991108	6.222E-05	0.991974	6.679E-05
	0.2	0.980766	0.978765	1.717E-04	0.970822	3.553E-04	0.972950	2.608E-04	0.972921	2.982E-04	0.974367	2.820E-04
	0.3	0.958678	0.957596	3.810E-04	0.945608	7.275E-04	0.949052	5.391E-04	0.948437	6.467E-04	0.950356	6.062E-04
	0.4	0.930852	0.931745	6.514E-04	0.916790	1.074E-03	0.921181	8.253E-04	0.920027	9.917E-04	0.922290	9.397E-04
	0.5	0.899412	0.902842	9.294E-04	0.886101	1.329E-03	0.891000	1.066E-03	0.889477	1.264E-03	0.891961	1.215E-03
	0.6	0.866200	0.872306	1.176E-03	0.854762	1.495E-03	0.859784	1.252E-03	0.858083	1.454E-03	0.860690	1.420E-03
	0.7	0.832617	0.841262	1.383E-03	0.823596	1.608E-03	0.828456	1.400E-03	0.826736	1.590E-03	0.829391	1.573E-03
	0.8	0.799617	0.810525	1.563E-03	0.793128	1.703E-03	0.797649	1.533E-03	0.796011	1.705E-03	0.798660	1.706E-03
	0.9	0.767785	0.780618	1.735E-03	0.763667	1.805E-03	0.767765	1.667E-03	0.766255	1.825E-03	0.768857	1.840E-03
	1.0	0.737437	0.751839	1.909E-03	0.735386	1.922E-03	0.739039	1.809E-03	0.737656	1.960E-03	0.740184	1.986E-03

الملحق A

				9.953E-04			1.210E-03			1.043E-03			1.180E-03			1.164E-03
		IMSE		(1)			(5)			(2)			(4)			(3)
80	0.1	0.995049	0.994631	2.806E-05	0.992002	4.003E-05	0.992780	3.568E-05	0.992510	2.694E-05	0.992835	2.425E-05				
	0.2	0.980766	0.980450	9.938E-05	0.974474	1.628E-04	0.976458	1.242E-04	0.975701	1.365E-04	0.976408	1.266E-04				
	0.3	0.958678	0.959358	2.348E-04	0.950400	3.509E-04	0.953453	2.754E-04	0.952184	3.125E-04	0.953202	2.969E-04				
	0.4	0.930852	0.933220	3.126E-04	0.922129	5.433E-04	0.925915	4.464E-04	0.924236	5.018E-04	0.925485	4.856E-04				
	0.5	0.899412	0.903833	5.956E-04	0.891535	7.024E-04	0.895683	6.041E-04	0.893755	6.687E-04	0.895158	6.565E-04				
	0.6	0.866200	0.872759	6.607E-04	0.860019	8.248E-04	0.864216	7.389E-04	0.862199	8.052E-04	0.863688	7.996E-04				
	0.7	0.832617	0.841218	8.053E-04	0.828552	9.259E-04	0.832578	8.573E-04	0.830596	9.220E-04	0.832123	9.232E-04				
	0.8	0.799617	0.810060	1.039E-03	0.797760	1.023E-03	0.801483	9.709E-04	0.799612	1.034E-03	0.801143	1.041E-03				
	0.9	0.767785	0.779818	1.173E-03	0.768010	1.129E-03	0.771370	1.089E-03	0.769642	1.151E-03	0.771158	1.163E-03				
	1.0	0.737437	0.750784	1.313E-03	0.739496	1.246E-03	0.742481	1.213E-03	0.740898	1.277E-03	0.742385	1.292E-03				
		IMSE		6.262E-04			6.949E-04			6.354E-04			6.835E-04			6.808E-04
				(1)			(5)			(1)			(4)			(3)
100	0.1	0.995049	0.994018	1.288E-05	0.992595	3.378E-05	0.993323	2.611E-05	0.993162	2.215E-05	0.993373	2.232E-05				
	0.2	0.980766	0.979398	7.053E-05	0.975931	1.300E-04	0.977412	9.548E-05	0.976997	1.249E-04	0.977545	1.112E-04				
	0.3	0.958678	0.957978	1.729E-04	0.952490	2.747E-04	0.954687	2.097E-04	0.953880	2.646E-04	0.954757	2.505E-04				
	0.4	0.930852	0.931586	2.977E-04	0.924611	4.251E-04	0.927320	3.398E-04	0.926152	4.132E-04	0.927258	4.025E-04				
	0.5	0.899412	0.902001	4.221E-04	0.894180	5.537E-04	0.897143	4.613E-04	0.895732	5.440E-04	0.896956	5.393E-04				
	0.6	0.866200	0.870761	5.343E-04	0.862622	6.549E-04	0.865613	5.649E-04	0.864095	6.496E-04	0.865347	6.513E-04				
	0.7	0.832617	0.839056	6.329E-04	0.830951	7.356E-04	0.833801	6.519E-04	0.832295	7.352E-04	0.833516	7.419E-04				
	0.8	0.799617	0.807713	7.224E-04	0.799834	8.051E-04	0.802443	7.278E-04	0.801029	8.092E-04	0.802189	8.194E-04				
	0.9	0.767785	0.777256	8.076E-04	0.769685	8.704E-04	0.772005	7.979E-04	0.770726	8.785E-04	0.771813	8.909E-04				
	1.0	0.737437	0.747980	8.909E-04	0.740737	9.350E-04	0.742755	8.652E-04	0.741627	9.465E-04	0.742640	9.605E-04				
			IMSE		4.564E-04			5.418E-04			4.740E-04			5.388E-04		
				(1)			(5)			(2)			(3)			(4)

## الملحق A



شكل (4) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الرابع

## الملحق A

جدول (13) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـ IMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس

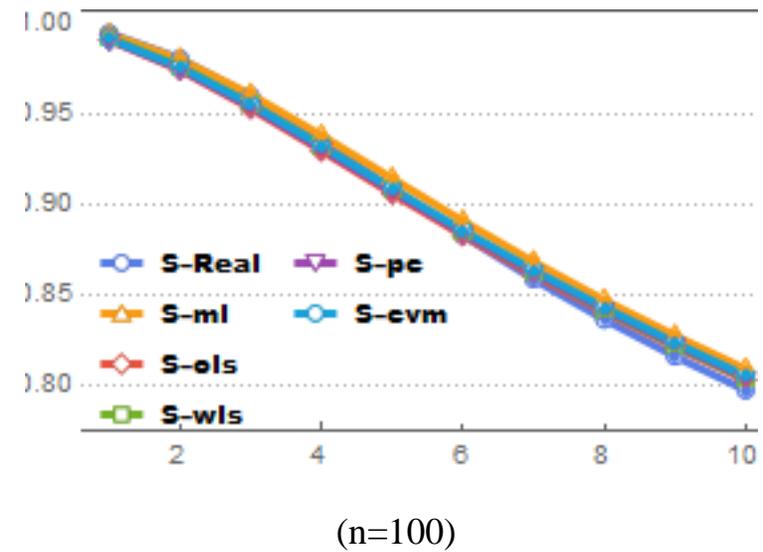
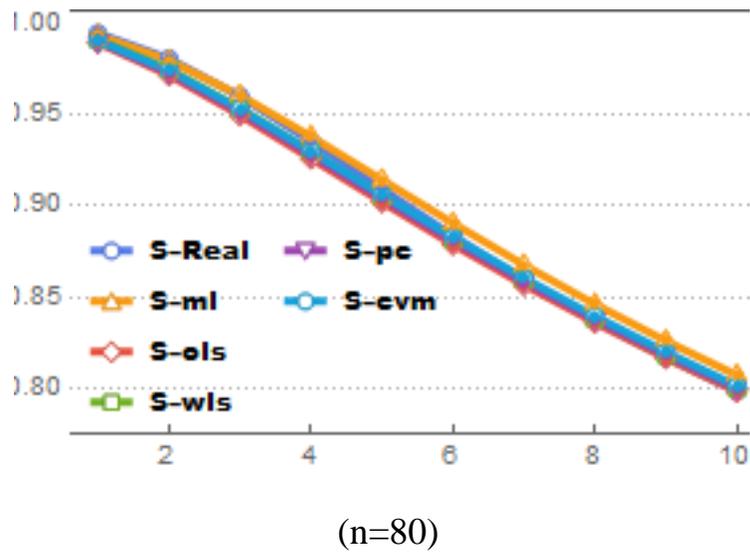
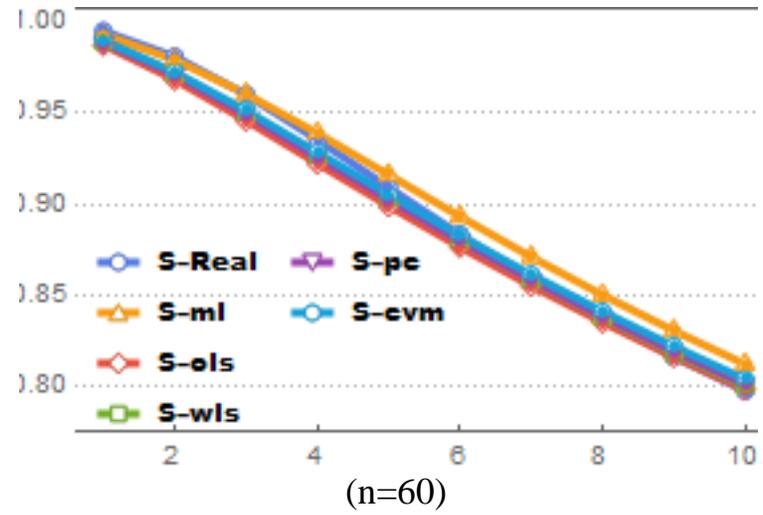
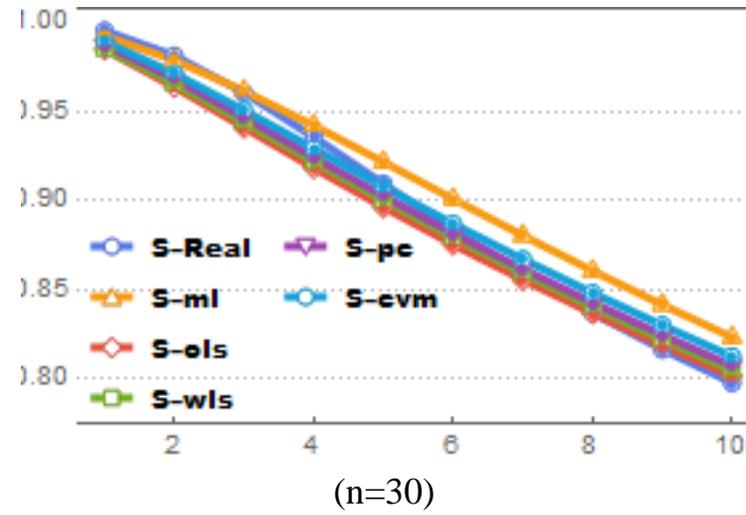
(  $\lambda_2=-0.5$ ،  $\beta=2$  ،  $\lambda_1=1$  ،  $\alpha=0.5$  ) (Model 5)

n	t	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE	S-pe	MSE	S-cvm	MSE
30	0.1	0.995074	0.99215	9.447E-05	0.000392	3.915E-04	0.985143	2.908E-04	0.987231	2.968E-04	0.988943	2.643E-04
	0.2	0.981135	0.97852	3.823E-04	0.001096	1.096E-03	0.965489	8.444E-04	0.968129	8.678E-04	0.971162	7.592E-04
	0.3	0.960382	0.96136	8.223E-04	0.001752	1.752E-03	0.943845	1.367E-03	0.946558	1.465E-03	0.950627	1.310E-03
	0.4	0.935601	0.94203	1.385E-03	0.002247	2.247E-03	0.921763	1.787E-03	0.924367	1.989E-03	0.929145	1.846E-03
	0.5	0.909381	0.92159	2.025E-03	0.002642	2.642E-03	0.900115	2.167E-03	0.902573	2.467E-03	0.907766	2.380E-03
	0.6	0.883614	0.90089	2.676E-03	0.003016	3.016E-03	0.879312	2.565E-03	0.881669	2.943E-03	0.887055	2.926E-03
	0.7	0.859387	0.88051	3.277E-03	0.003411	3.411E-03	0.859464	2.999E-03	0.861807	3.435E-03	0.867245	3.483E-03
	0.8	0.837113	0.86075	3.792E-03	0.003830	3.830E-03	0.840515	3.453E-03	0.842946	3.939E-03	0.848355	4.037E-03
	0.9	0.816766	0.84176	4.217E-03	0.004260	4.260E-03	0.822341	3.908E-03	0.824946	4.443E-03	0.830292	4.579E-03
	1.0	0.798097	0.82357	4.581E-03	0.004669	4.669E-03	0.804782	4.335E-03	0.807607	4.919E-03	0.812880	5.083E-03
					2.325E-03		2.731E-03		2.372E-03		2.676E-03	
		IMSE		(1)		(5)		(2)		(4)		(3)
60	0.1	0.995074	0.99320	5.150E-05	0.000155	1.554E-04	0.989416	1.025E-04	0.989141	1.176E-04	0.989816	1.020E-04
	0.2	0.981135	0.97933	2.106E-04	0.000493	4.933E-04	0.971734	3.597E-04	0.971155	4.022E-04	0.972675	3.664E-04
	0.3	0.960382	0.96070	4.403E-04	0.000836	8.358E-04	0.950200	6.422E-04	0.949444	7.349E-04	0.951569	6.818E-04
	0.4	0.935601	0.93919	6.928E-04	0.001087	1.087E-03	0.926946	8.692E-04	0.926217	1.018E-03	0.928712	9.641E-04
	0.5	0.909381	0.91638	9.295E-04	0.001256	1.256E-03	0.903425	1.039E-03	0.902904	1.234E-03	0.905592	1.195E-03
	0.6	0.883614	0.89353	1.132E-03	0.001383	1.383E-03	0.880542	1.179E-03	0.880345	1.404E-03	0.883109	1.387E-03
	0.7	0.859387	0.87146	1.302E-03	0.001498	1.498E-03	0.858764	1.311E-03	0.858938	1.550E-03	0.861712	1.554E-03
	0.8	0.837113	0.85060	1.453E-03	0.001616	1.616E-03	0.838238	1.446E-03	0.838775	1.684E-03	0.841528	1.705E-03
	0.9	0.816766	0.83103	1.598E-03	0.001738	1.738E-03	0.818906	1.590E-03	0.819762	1.814E-03	0.822481	1.847E-03
	1.0	0.798097	0.81265	1.744E-03	0.001865	1.865E-03	0.800604	1.740E-03	0.801718	1.944E-03	0.804400	1.983E-03
					9.554E-04		1.193E-03		1.028E-03		1.190E-03	
		IMSE		(1)		(5)		(2)		(4)		(3)

الملحق A

80	0.1	0.995074	0.99396	2.836E-05	0.000076	7.647E-05	0.991706	3.670E-05	0.990575	6.617E-05	0.991069	6.225E-05
	0.2	0.981135	0.98017	1.042E-04	0.000235	2.350E-04	0.975215	1.518E-04	0.973519	2.076E-04	0.974549	1.909E-04
	0.3	0.960382	0.96090	2.225E-04	0.000417	4.174E-04	0.953802	2.968E-04	0.951948	3.791E-04	0.953416	3.551E-04
	0.4	0.935601	0.93835	3.606E-04	0.000565	5.648E-04	0.930001	4.258E-04	0.928311	5.295E-04	0.930059	5.092E-04
	0.5	0.909381	0.91443	4.943E-04	0.000671	6.713E-04	0.905633	5.310E-04	0.904281	6.475E-04	0.906151	6.368E-04
	0.6	0.883614	0.89056	6.107E-04	0.000756	7.562E-04	0.881850	6.244E-04	0.880883	7.441E-04	0.882756	7.421E-04
	0.7	0.859387	0.86762	7.117E-04	0.000839	8.387E-04	0.859253	7.198E-04	0.858642	8.343E-04	0.860445	8.370E-04
	0.8	0.837113	0.84601	8.072E-04	0.000930	9.301E-04	0.838043	8.259E-04	0.837724	9.291E-04	0.839428	9.332E-04
	0.9	0.816766	0.82583	9.063E-04	0.001035	1.035E-03	0.818175	9.460E-04	0.818078	1.035E-03	0.819682	1.039E-03
	1.0	0.798097	0.80693	1.014E-03	0.001154	1.154E-03	0.799478	1.079E-03	0.799540	1.154E-03	0.801062	1.158E-03
	IMSE			5.260E-04 (1)	6.679E-04 (5)	5.637E-04 (2)	6.527E-04 (4)	6.463E-04 (3)				
100	0.1	0.995074	0.99453	2.184E-05	0.000046	4.637E-05	0.992616	2.436E-05	0.991679	4.313E-05	0.992023	4.152E-05
	0.2	0.981135	0.98071	1.034E-04	0.000149	1.487E-04	0.976912	1.104E-04	0.975565	1.345E-04	0.976351	1.282E-04
	0.3	0.960382	0.96130	2.076E-04	0.000276	2.758E-04	0.956146	2.272E-04	0.954702	2.525E-04	0.955786	2.450E-04
	0.4	0.935601	0.93870	3.246E-04	0.000391	3.910E-04	0.932844	3.380E-04	0.931601	3.702E-04	0.932827	3.669E-04
	0.5	0.909381	0.91492	4.236E-04	0.000487	4.867E-04	0.908881	4.288E-04	0.908032	4.783E-04	0.909276	4.817E-04
	0.6	0.883614	0.89138	5.242E-04	0.000568	5.680E-04	0.885460	5.015E-04	0.885071	5.750E-04	0.886262	5.841E-04
	0.7	0.859387	0.86889	5.972E-04	0.000638	6.383E-04	0.863213	5.626E-04	0.863248	6.583E-04	0.864353	6.707E-04
	0.8	0.837113	0.84781	6.588E-04	0.000699	6.994E-04	0.842348	6.180E-04	0.842709	7.274E-04	0.843730	7.410E-04
	0.9	0.816766	0.82814	6.160E-04	0.000753	7.533E-04	0.822818	6.722E-04	0.823384	7.846E-04	0.824338	7.981E-04
	1.0	0.798097	0.80972	7.237E-04	0.000803	8.032E-04	0.804449	7.277E-04	0.805105	8.347E-04	0.806013	8.474E-04
		IMSE			4.201E-04 (1)	4.811E-04 (3)	4.211E-04 (2)	4.859E-04 (4)	4.905E-04 (5)			

## الملحق A



شكل (5) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإتمودج الخامس

## الملحق A

جدول (14) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـ IMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السادس

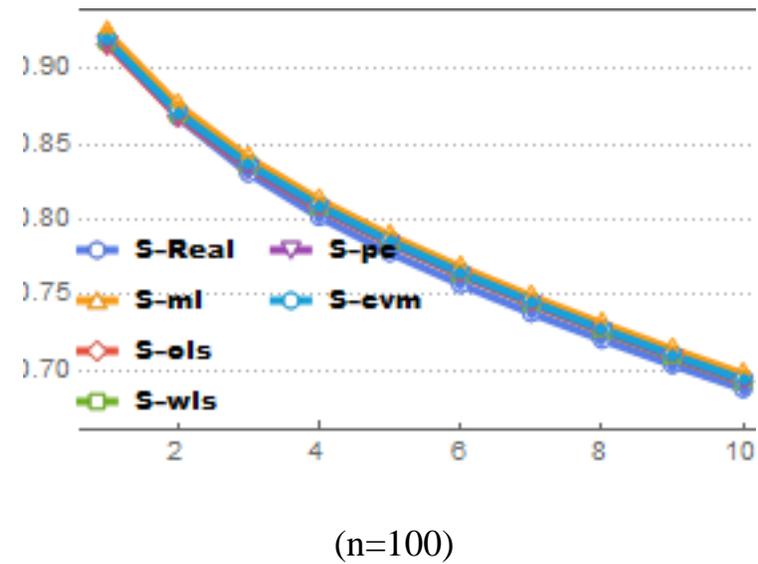
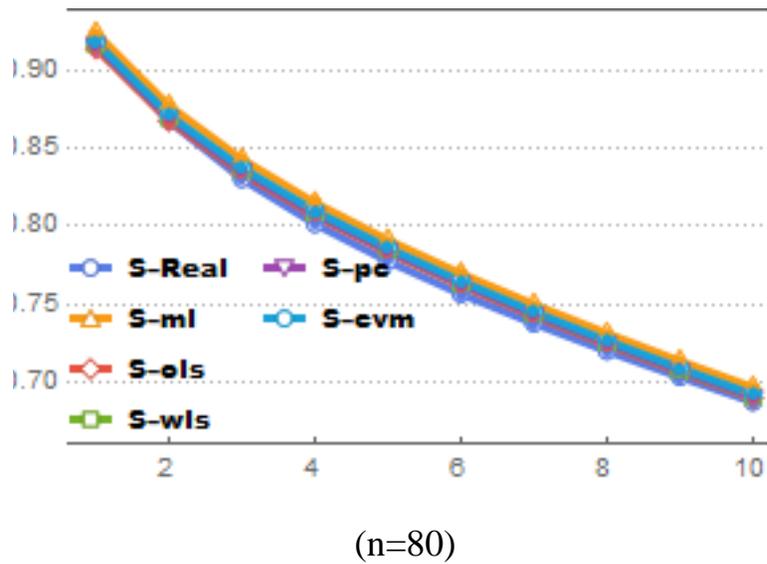
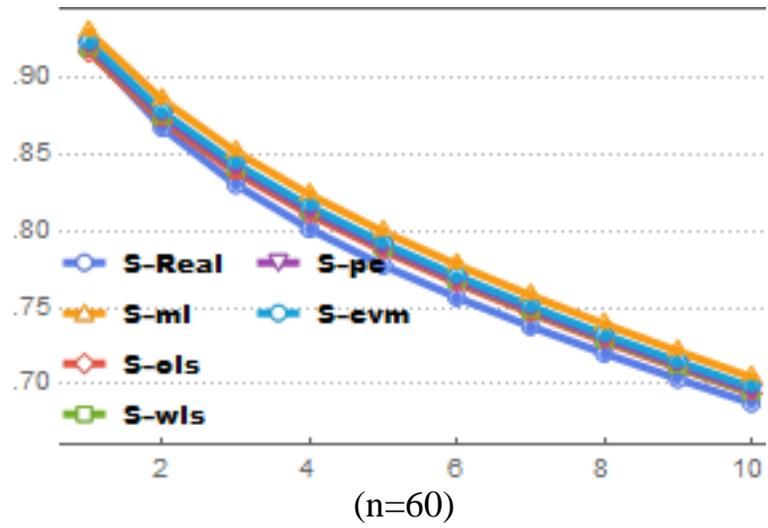
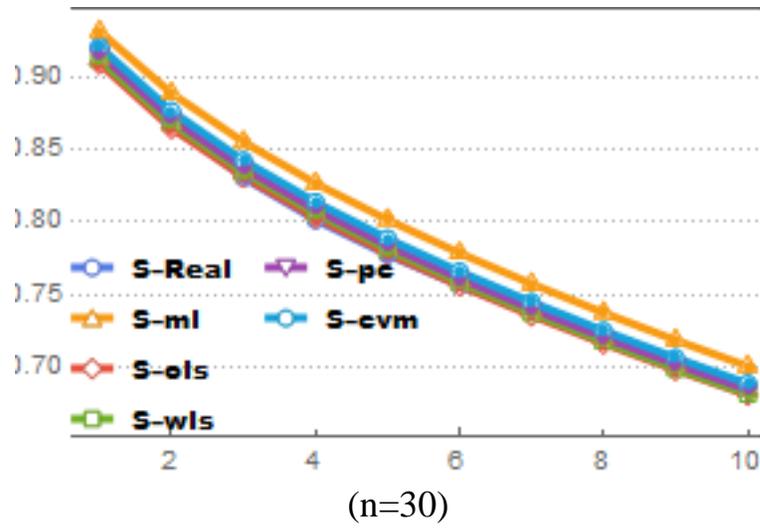
(  $\lambda_2 = -0.5, \beta = 1, \lambda_1 = 1, \alpha = 1$  ) (Model 6)

n	t	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE	S-pe	MSE	S-cvm	MSE
30	0.1	0.920361	0.93120	1.600E-03	0.909082	1.863E-03	0.911642	1.605E-03	0.915813	1.730E-03	0.920759	1.673E-03
	0.2	0.868056	0.88869	2.399E-03	0.864720	2.683E-03	0.867860	2.954E-03	0.871183	2.728E-03	0.876447	2.820E-03
	0.3	0.830678	0.85517	3.115E-03	0.831293	3.380E-03	0.834440	3.883E-03	0.837272	3.513E-03	0.842416	3.675E-03
	0.4	0.801749	0.82680	3.739E-03	0.803393	3.991E-03	0.806306	4.510E-03	0.808953	4.163E-03	0.813920	4.332E-03
	0.5	0.777778	0.80173	4.288E-03	0.778856	4.534E-03	0.781421	4.967E-03	0.784062	4.729E-03	0.788870	4.872E-03
	0.6	0.756836	0.77892	4.777E-03	0.756604	5.020E-03	0.758776	5.337E-03	0.761489	5.239E-03	0.766169	5.343E-03
	0.7	0.737838	0.75777	5.215E-03	0.736035	5.455E-03	0.737805	5.659E-03	0.740607	5.701E-03	0.745185	5.766E-03
	0.8	0.720165	0.73791	5.602E-03	0.716787	5.836E-03	0.718166	5.951E-03	0.721034	6.113E-03	0.725529	6.150E-03
	0.9	0.703455	0.71908	5.938E-03	0.698629	6.164E-03	0.699639	6.216E-03	0.702526	6.473E-03	0.706954	6.492E-03
	1.0	0.687500	0.70114	6.223E-03	0.681408	6.439E-03	0.682077	6.454E-03	0.684925	6.778E-03	0.689296	6.793E-03
					4.290E-03		4.536E-03		4.754E-03		4.717E-03	
		IMSE		(1)		(2)		(4)		(3)		(5)
60	0.1	0.920361	0.93090	9.546E-04	0.917777	1.083E-03	0.920163	9.804E-04	0.921334	1.071E-03	0.924017	1.070E-03
	0.2	0.868056	0.88635	1.469E-03	0.872256	1.586E-03	0.874980	1.659E-03	0.875647	1.649E-03	0.878424	1.702E-03
	0.3	0.830678	0.85221	1.827E-03	0.838601	1.923E-03	0.841244	2.052E-03	0.841621	2.008E-03	0.844242	2.084E-03
	0.4	0.801749	0.82416	2.112E-03	0.811208	2.192E-03	0.813621	2.307E-03	0.813930	2.278E-03	0.816390	2.357E-03
	0.5	0.777778	0.79991	2.362E-03	0.787530	2.431E-03	0.789653	2.512E-03	0.790044	2.514E-03	0.792384	2.589E-03
	0.6	0.756836	0.77817	2.591E-03	0.766234	2.650E-03	0.768049	2.701E-03	0.768601	2.732E-03	0.770863	2.803E-03
	0.7	0.737838	0.75814	2.800E-03	0.746577	2.851E-03	0.748083	2.881E-03	0.748825	2.936E-03	0.751040	3.002E-03
	0.8	0.720165	0.73936	2.987E-03	0.728130	3.030E-03	0.729334	3.050E-03	0.730265	3.120E-03	0.732452	3.183E-03
	0.9	0.703455	0.72155	3.148E-03	0.710637	3.185E-03	0.711551	3.202E-03	0.712651	3.281E-03	0.714818	3.343E-03
	1.0	0.687500	0.70452	3.282E-03	0.693942	3.313E-03	0.694580	3.334E-03	0.695819	3.415E-03	0.697970	3.477E-03
					2.353E-03		2.424E-03		2.468E-03		2.500E-03	
		IMSE		(1)		(2)		(3)		(4)		(5)

الملحق A

80	0.1	0.920361	0.92441	4.915E-04	0.914463	5.575E-04	0.916560	5.131E-04	0.916708	5.339E-04	0.918436	5.201E-04
	0.2	0.868056	0.87774	6.869E-04	0.867974	7.369E-04	0.869992	7.802E-04	0.869968	7.461E-04	0.871705	7.597E-04
	0.3	0.830678	0.84320	8.636E-04	0.834242	9.000E-04	0.836095	9.710E-04	0.835959	9.211E-04	0.837560	9.464E-04
	0.4	0.801749	0.81530	1.045E-03	0.806999	1.071E-03	0.808692	1.140E-03	0.808534	1.095E-03	0.810014	1.122E-03
	0.5	0.777778	0.79134	1.226E-03	0.783471	1.245E-03	0.785012	1.305E-03	0.784898	1.270E-03	0.786294	1.296E-03
	0.6	0.756836	0.76985	1.400E-03	0.762267	1.415E-03	0.763658	1.466E-03	0.763625	1.441E-03	0.764966	1.464E-03
	0.7	0.737838	0.75003	1.562E-03	0.742643	1.575E-03	0.743883	1.620E-03	0.743945	1.602E-03	0.745252	1.623E-03
	0.8	0.720165	0.73140	1.708E-03	0.724185	1.719E-03	0.725273	1.762E-03	0.725429	1.749E-03	0.726712	1.768E-03
	0.9	0.703455	0.71371	1.835E-03	0.706653	1.846E-03	0.707589	1.888E-03	0.707830	1.877E-03	0.709096	1.896E-03
	1.0	0.687500	0.69679	1.942E-03	0.689905	1.953E-03	0.690689	1.998E-03	0.691003	1.987E-03	0.692252	2.005E-03
	IMSE			1.276E-03 (1)	1.302E-03 (2)	1.344E-03 (5)	1.322E-03 (3)	1.340E-03 (4)				
100	0.1	0.920361	0.92438	3.326E-04	0.916182	3.791E-04	0.918829	3.124E-04	0.917787	3.707E-04	0.918959	3.653E-04
	0.2	0.868056	0.87614	4.868E-04	0.868504	5.293E-04	0.870665	4.901E-04	0.869908	5.365E-04	0.871093	5.449E-04
	0.3	0.830678	0.84089	5.970E-04	0.834348	6.412E-04	0.835926	6.014E-04	0.835513	6.534E-04	0.836594	6.679E-04
	0.4	0.801749	0.81293	6.985E-04	0.807159	7.436E-04	0.808291	6.976E-04	0.808167	7.567E-04	0.809153	7.723E-04
	0.5	0.777778	0.78927	7.971E-04	0.783919	8.401E-04	0.784740	7.932E-04	0.784837	8.536E-04	0.785757	8.686E-04
	0.6	0.756836	0.76826	8.915E-04	0.763094	9.301E-04	0.763702	8.882E-04	0.763960	9.444E-04	0.764839	9.583E-04
	0.7	0.737838	0.74900	9.794E-04	0.743863	1.012E-03	0.744321	9.790E-04	0.744693	1.028E-03	0.745548	1.041E-03
	0.8	0.720165	0.73095	1.058E-03	0.725771	1.085E-03	0.726121	1.062E-03	0.726570	1.101E-03	0.727410	1.114E-03
	0.9	0.703455	0.71380	1.127E-03	0.708563	1.148E-03	0.708829	1.134E-03	0.709327	1.165E-03	0.710158	1.177E-03
	1.0	0.687500	0.69738	1.185E-03	0.692090	1.199E-03	0.692285	1.195E-03	0.692811	1.217E-03	0.693634	1.229E-03
	IMSE			8.153E-04 (2)	8.508E-04 (3)	8.152E-04 (1)	8.626E-04 (4)	8.737E-04 (5)				

## الملحق A



شكل (6) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج السادس

## الملحق A

جدول (15) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـ IMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السابع

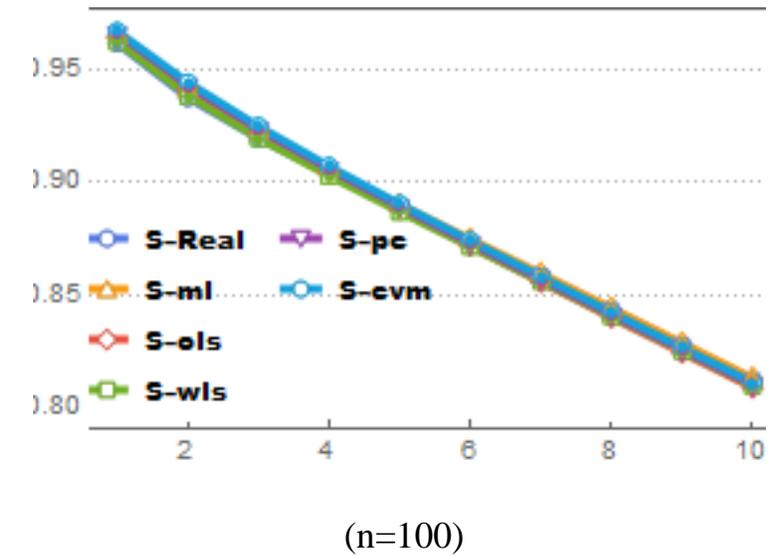
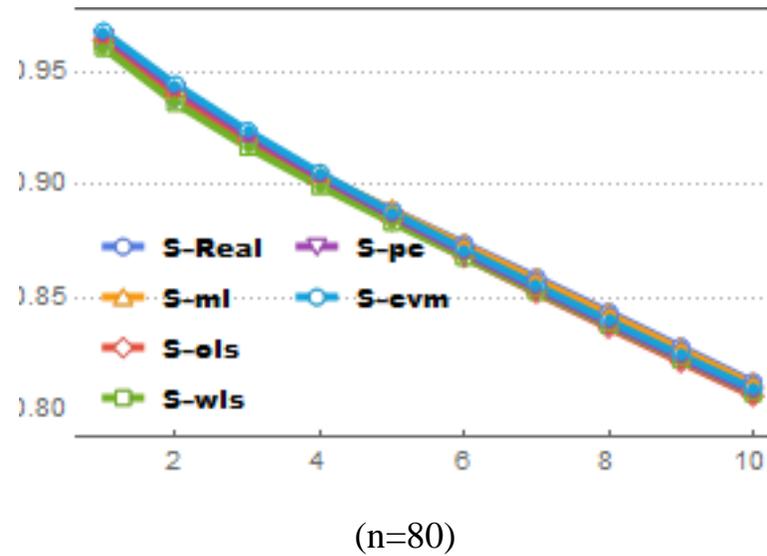
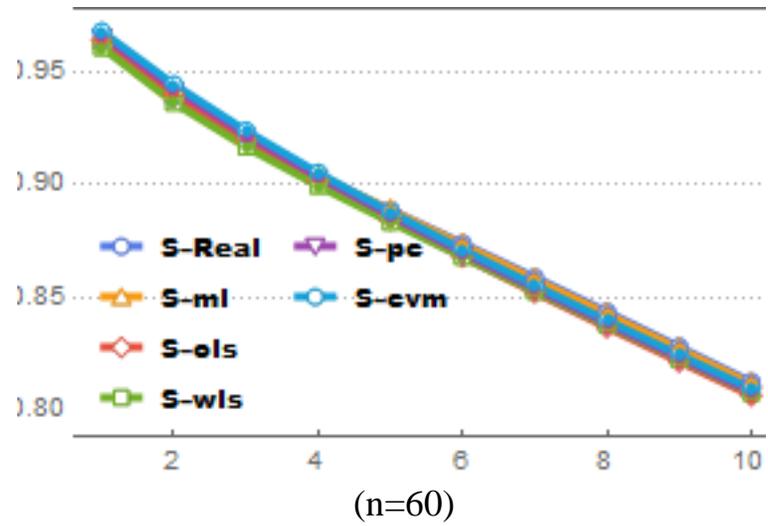
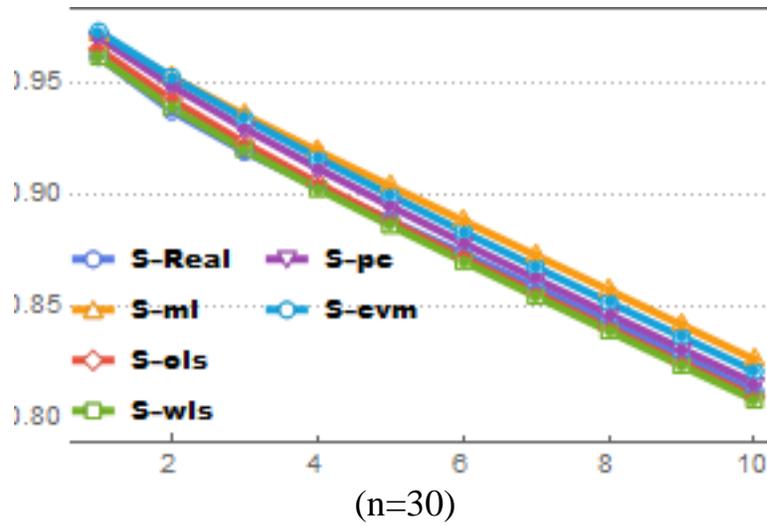
(  $\lambda_2 = -0.5, \beta = 1, \lambda_1 = 0.5, \alpha = 1$  ) (Model 7)

n	t	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE	S-pe	MSE	S-cvm	MSE
30	0.1	0.961683	0.97168	8.057E-04	0.965075	8.428E-04	0.961648	1.039E-03	0.970201	8.198E-04	0.972931	7.715E-04
	0.2	0.937500	0.95262	1.360E-03	0.942609	1.515E-03	0.939084	2.045E-03	0.948832	1.547E-03	0.952644	1.525E-03
	0.3	0.919436	0.93570	1.770E-03	0.923187	2.014E-03	0.920169	2.706E-03	0.929784	2.071E-03	0.934137	2.073E-03
	0.4	0.903790	0.91968	2.120E-03	0.905351	2.409E-03	0.902916	3.145E-03	0.912035	2.473E-03	0.916685	2.493E-03
	0.5	0.888889	0.90404	2.445E-03	0.888472	2.746E-03	0.886514	3.470E-03	0.895103	2.809E-03	0.899949	2.847E-03
	0.6	0.874023	0.88854	2.756E-03	0.872209	3.048E-03	0.870571	3.736E-03	0.878719	3.108E-03	0.883722	3.168E-03
	0.7	0.858946	0.87308	3.052E-03	0.856350	3.323E-03	0.854888	3.969E-03	0.862716	3.384E-03	0.867860	3.471E-03
	0.8	0.843621	0.85759	3.328E-03	0.840754	3.570E-03	0.839364	4.179E-03	0.846987	3.644E-03	0.852249	3.757E-03
	0.9	0.828109	0.84210	3.579E-03	0.825334	3.790E-03	0.823954	4.370E-03	0.831462	3.890E-03	0.836795	4.020E-03
	1.0	0.812500	0.82660	3.801E-03	0.810064	3.987E-03	0.808651	4.544E-03	0.816103	4.124E-03	0.821450	4.260E-03
					2.502E-03		2.724E-03		3.320E-03		2.787E-03	
		IMSE		(1)		(2)		(5)		(3)		(4)
60	0.1	0.961683	0.96868	4.950E-04	0.963570	5.563E-04	0.961861	6.398E-04	0.966933	5.420E-04	0.969086	5.381E-04
	0.2	0.937500	0.94647	8.832E-04	0.940733	1.032E-03	0.938277	1.198E-03	0.944308	1.036E-03	0.947134	1.060E-03
	0.3	0.919436	0.92773	1.165E-03	0.921390	1.363E-03	0.919022	1.550E-03	0.924823	1.374E-03	0.927922	1.419E-03
	0.4	0.903790	0.91075	1.380E-03	0.903702	1.593E-03	0.901825	1.772E-03	0.906965	1.610E-03	0.910134	1.666E-03
	0.5	0.888889	0.89465	1.556E-03	0.886911	1.761E-03	0.885657	1.927E-03	0.890065	1.788E-03	0.893186	1.845E-03
	0.6	0.874023	0.87898	1.705E-03	0.870654	1.890E-03	0.870001	2.046E-03	0.873772	1.932E-03	0.876779	1.981E-03
	0.7	0.858946	0.86351	1.836E-03	0.854747	1.994E-03	0.854593	2.146E-03	0.857879	2.052E-03	0.860748	2.089E-03
	0.8	0.843621	0.84812	1.954E-03	0.839087	2.084E-03	0.839304	2.235E-03	0.842253	2.153E-03	0.844987	2.180E-03
	0.9	0.828109	0.83276	2.064E-03	0.823622	2.165E-03	0.824085	2.316E-03	0.826806	2.240E-03	0.829424	2.259E-03
	1.0	0.812500	0.81743	2.166E-03	0.808328	2.242E-03	0.808932	2.392E-03	0.811493	2.315E-03	0.814017	2.329E-03
					1.520E-03		1.668E-03		1.822E-03		1.704E-03	
		IMSE		(1)		(2)		(5)		(3)		(4)

الملحق A

80	0.1	0.961683	0.96363	3.161E-04	0.964383	3.656E-04	0.961078	3.778E-04	0.966434	3.555E-04	0.968138	3.620E-04
	0.2	0.937500	0.94012	5.598E-04	0.940326	6.462E-04	0.936396	6.984E-04	0.942616	6.446E-04	0.944579	6.557E-04
	0.3	0.919436	0.92123	7.440E-04	0.919879	8.450E-04	0.916739	9.233E-04	0.922083	8.466E-04	0.923997	8.487E-04
	0.4	0.903790	0.90449	8.813E-04	0.901486	9.870E-04	0.899522	1.077E-03	0.903534	9.893E-04	0.905300	9.813E-04
	0.5	0.888889	0.88870	9.910E-04	0.884357	1.095E-03	0.883502	1.186E-03	0.886265	1.097E-03	0.887876	1.083E-03
	0.6	0.874023	0.87327	1.089E-03	0.868032	1.185E-03	0.868047	1.268E-03	0.869838	1.185E-03	0.871326	1.170E-03
	0.7	0.858946	0.85791	1.184E-03	0.852222	1.265E-03	0.852839	1.338E-03	0.853967	1.264E-03	0.855375	1.252E-03
	0.8	0.843621	0.84251	1.279E-03	0.836752	1.341E-03	0.837729	1.401E-03	0.838465	1.339E-03	0.839833	1.332E-03
	0.9	0.828109	0.82706	1.373E-03	0.821513	1.416E-03	0.822660	1.461E-03	0.823213	1.415E-03	0.824571	1.413E-03
	1.0	0.812500	0.81157	1.464E-03	0.806450	1.491E-03	0.807626	1.517E-03	0.808143	1.492E-03	0.809508	1.495E-03
	IMSE			9.882E-04 (1)	1.064E-03 (4)	1.125E-03 (5)	1.063E-03 (3)	1.059E-03 (2)				
100	0.1	0.961683	0.96432	1.951E-04	0.964501	2.718E-04	0.962327	2.696E-04	0.966078	2.747E-04	0.967022	2.787E-04
	0.2	0.937500	0.94072	3.406E-04	0.941561	4.559E-04	0.938528	4.602E-04	0.943117	4.695E-04	0.944285	4.815E-04
	0.3	0.919436	0.92205	4.561E-04	0.922197	5.749E-04	0.919550	5.653E-04	0.923631	5.896E-04	0.924850	6.038E-04
	0.4	0.903790	0.90559	5.510E-04	0.904575	6.589E-04	0.902744	6.338E-04	0.905915	6.724E-04	0.907118	6.854E-04
	0.5	0.888889	0.89003	6.295E-04	0.887876	7.208E-04	0.886887	6.880E-04	0.889166	7.323E-04	0.890325	7.423E-04
	0.6	0.874023	0.87474	6.954E-04	0.871673	7.665E-04	0.871388	7.366E-04	0.872947	7.752E-04	0.874057	7.816E-04
	0.7	0.858946	0.85945	7.523E-04	0.855744	8.019E-04	0.855974	7.828E-04	0.857020	8.072E-04	0.858085	8.101E-04
	0.8	0.843621	0.84404	8.031E-04	0.839979	8.320E-04	0.840541	8.274E-04	0.841262	8.343E-04	0.842290	8.344E-04
	0.9	0.828109	0.82854	8.493E-04	0.824336	8.608E-04	0.825076	8.698E-04	0.825623	8.609E-04	0.826623	8.592E-04
	1.0	0.812500	0.81299	8.914E-04	0.808809	8.901E-04	0.809610	9.090E-04	0.810092	8.892E-04	0.811072	8.865E-04
		IMSE			6.164E-04 (1)	6.834E-04 (3)	6.742E-04 (2)	6.905E-04 (4)	6.964E-04 (5)			

## الملحق A



شكل (7) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج السابع

## الملحق A

جدول (16) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الكلية لـ IMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثامن

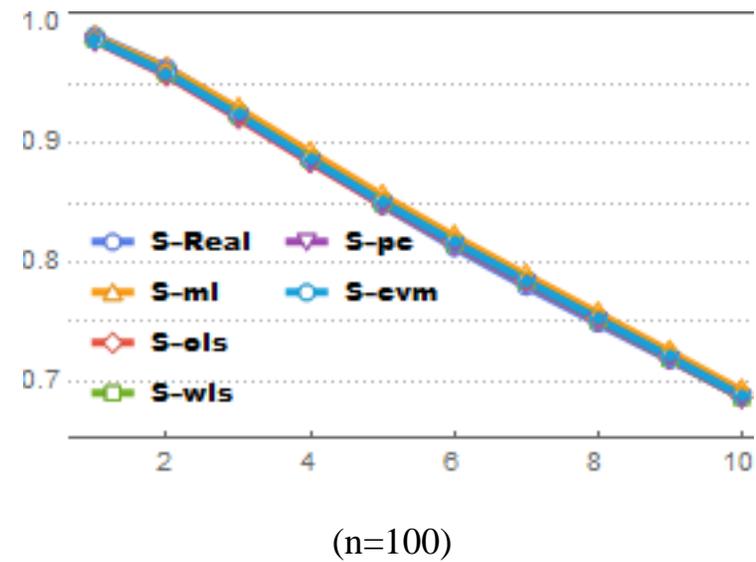
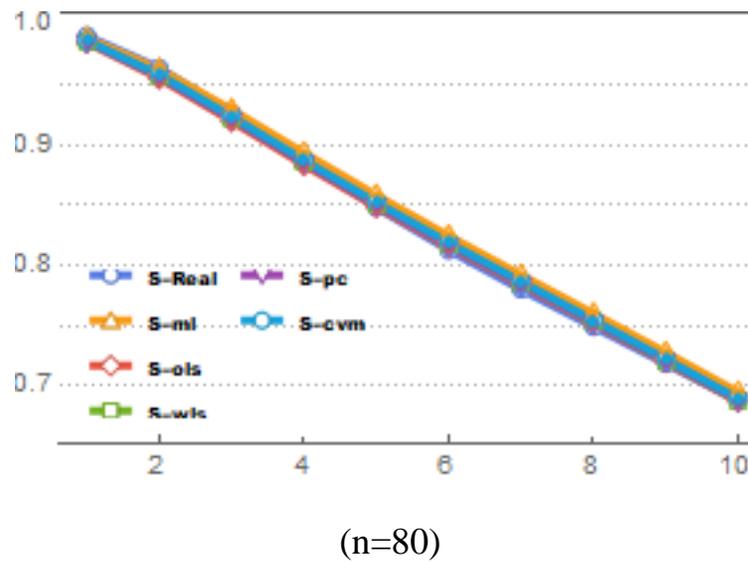
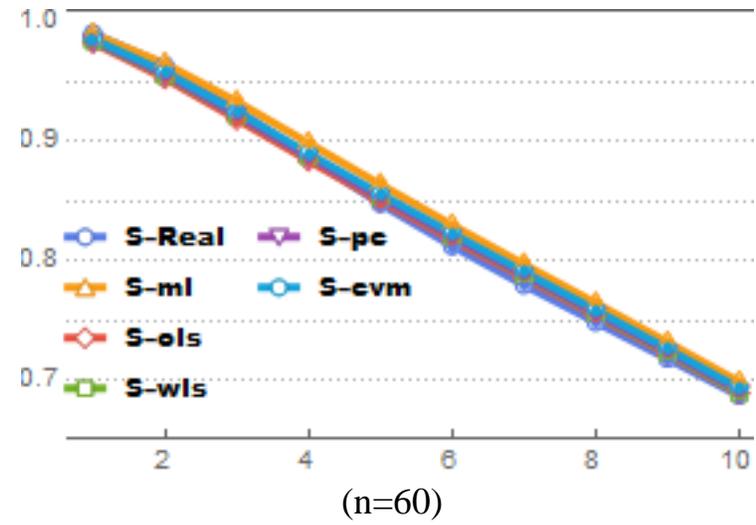
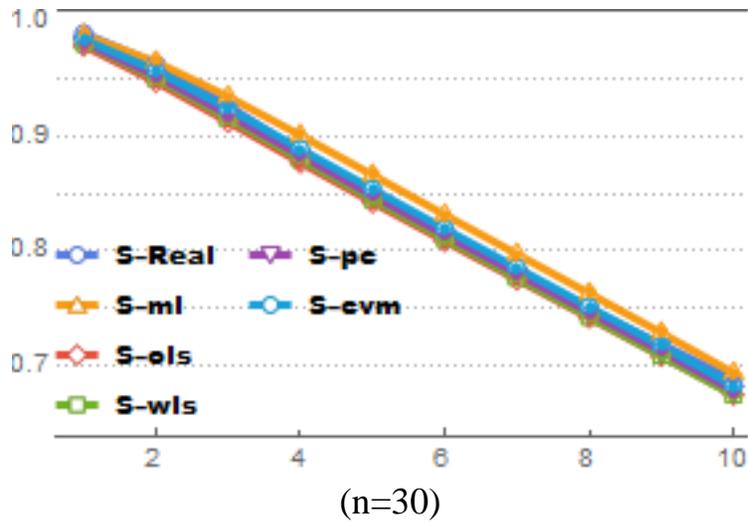
(  $\lambda_2 = -0.5, \beta = 2, \lambda_1 = 1, \alpha = 1$  ) (Model 8)

n	t	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE	S-pe	MSE	S-cvm	MSE
30	0.1	0.990245	0.98850	3.456E-04	0.979284	3.970E-04	0.981472	1.525E-04	0.982532	2.805E-04	0.984841	2.247E-04
	0.2	0.963672	0.96519	1.015E-03	0.947722	1.185E-03	0.950772	6.491E-04	0.953192	9.545E-04	0.957423	8.425E-04
	0.3	0.926813	0.93485	1.598E-03	0.912680	1.854E-03	0.915884	1.379E-03	0.919045	1.668E-03	0.924312	1.600E-03
	0.4	0.886670	0.90108	2.096E-03	0.877187	2.389E-03	0.880210	2.167E-03	0.883570	2.325E-03	0.889173	2.356E-03
	0.5	0.848000	0.86624	2.637E-03	0.842401	2.918E-03	0.845055	2.863E-03	0.848402	2.952E-03	0.853932	3.059E-03
	0.6	0.812576	0.83150	3.277E-03	0.808451	3.516E-03	0.810610	3.443E-03	0.813978	3.599E-03	0.819270	3.732E-03
	0.7	0.780015	0.79711	4.013E-03	0.775003	4.196E-03	0.776573	3.986E-03	0.780079	4.307E-03	0.785120	4.430E-03
	0.8	0.749046	0.76283	4.801E-03	0.741626	4.925E-03	0.742546	4.562E-03	0.746251	5.072E-03	0.751083	5.173E-03
	0.9	0.718455	0.72826	5.559E-03	0.708030	5.630E-03	0.708282	5.167E-03	0.712119	5.830E-03	0.716772	5.916E-03
	1.0	0.687500	0.69321	6.201E-03	0.674171	6.228E-03	0.673781	5.744E-03	0.677560	6.494E-03	0.682027	6.574E-03
					3.154E-03		3.324E-03		3.011E-03		3.348E-03	
		IMSE		(2)		(3)		(1)		(4)		(5)
60	0.1	0.990245	0.98938	1.563E-04	0.982449	1.890E-04	0.983680	1.113E-04	0.984379	1.437E-04	0.985421	1.228E-04
	0.2	0.963672	0.96502	4.953E-04	0.952646	5.975E-04	0.955142	3.789E-04	0.955846	5.145E-04	0.957914	4.688E-04
	0.3	0.926813	0.93326	8.131E-04	0.918524	9.417E-04	0.921646	7.621E-04	0.922107	8.898E-04	0.924757	8.617E-04
	0.4	0.886670	0.89865	1.095E-03	0.883892	1.218E-03	0.887079	1.152E-03	0.887301	1.221E-03	0.890115	1.235E-03
	0.5	0.848000	0.86393	1.380E-03	0.850306	1.497E-03	0.853205	1.484E-03	0.853348	1.536E-03	0.856069	1.585E-03
	0.6	0.812576	0.83017	1.667E-03	0.817915	1.784E-03	0.820345	1.764E-03	0.820620	1.838E-03	0.823159	1.900E-03
	0.7	0.780015	0.79734	1.948E-03	0.786184	2.061E-03	0.788079	2.033E-03	0.788657	2.122E-03	0.791032	2.183E-03
	0.8	0.749046	0.76487	2.220E-03	0.754463	2.319E-03	0.755820	2.315E-03	0.756773	2.386E-03	0.759038	2.440E-03
	0.9	0.718455	0.73220	2.472E-03	0.722315	2.550E-03	0.723158	2.597E-03	0.724452	2.625E-03	0.726653	2.672E-03
	1.0	0.687500	0.69901	2.687E-03	0.689624	2.738E-03	0.689987	2.846E-03	0.691512	2.822E-03	0.693663	2.863E-03
					1.493E-03		1.590E-03		1.544E-03		1.610E-03	
		IMSE		(1)		(3)		(2)		(4)		(5)

الملحق A

80	0.1	0.990245	0.98834	7.516E-05	0.984635	9.082E-05	0.985708	4.891E-05	0.985597	7.441E-05	0.986267	6.530E-05
	0.2	0.963672	0.96247	2.782E-04	0.954847	3.309E-04	0.956915	2.066E-04	0.956739	2.903E-04	0.958084	2.675E-04
	0.3	0.926813	0.92907	4.743E-04	0.919378	5.491E-04	0.921840	4.076E-04	0.921629	5.184E-04	0.923337	5.012E-04
	0.4	0.886670	0.89324	6.412E-04	0.883207	7.195E-04	0.885594	6.218E-04	0.885368	7.159E-04	0.887140	7.177E-04
	0.5	0.848000	0.85800	8.213E-04	0.848536	8.931E-04	0.850626	8.456E-04	0.850426	9.075E-04	0.852091	9.245E-04
	0.6	0.812576	0.82435	1.035E-03	0.815612	1.095E-03	0.817356	1.081E-03	0.817241	1.115E-03	0.818754	1.137E-03
	0.7	0.780015	0.79197	1.280E-03	0.783726	1.323E-03	0.785151	1.332E-03	0.785174	1.344E-03	0.786561	1.364E-03
	0.8	0.749046	0.76003	1.540E-03	0.752018	1.567E-03	0.753165	1.594E-03	0.753345	1.590E-03	0.754656	1.605E-03
	0.9	0.718455	0.72780	1.793E-03	0.719913	1.806E-03	0.720800	1.849E-03	0.721126	1.833E-03	0.722397	1.845E-03
	1.0	0.687500	0.69494	2.015E-03	0.687231	2.017E-03	0.687858	2.075E-03	0.688293	2.048E-03	0.689538	2.058E-03
	IMSE			9.953E-04 (1)	1.039E-03 (3)	1.006E-03 (2)	1.044E-03 (4)	1.049E-03 (5)				
100	0.1	0.990245	0.98905	4.273E-05	0.985847	6.530E-05	0.987160	2.687E-05	0.986536	5.627E-05	0.986952	5.133E-05
	0.2	0.963672	0.96313	1.697E-04	0.956693	2.326E-04	0.959057	1.317E-04	0.958000	2.123E-04	0.958888	1.998E-04
	0.3	0.926813	0.92895	3.011E-04	0.920881	3.763E-04	0.923594	2.744E-04	0.922420	3.607E-04	0.923578	3.510E-04
	0.4	0.886670	0.89216	4.034E-04	0.883905	4.664E-04	0.886427	4.044E-04	0.885367	4.635E-04	0.886579	4.640E-04
	0.5	0.848000	0.85617	4.958E-04	0.848477	5.443E-04	0.850556	5.135E-04	0.849738	5.498E-04	0.850872	5.581E-04
	0.6	0.812576	0.82211	5.980E-04	0.815088	6.388E-04	0.816687	6.185E-04	0.816162	6.463E-04	0.817182	6.568E-04
	0.7	0.780015	0.78960	7.193E-04	0.783048	7.564E-04	0.784227	7.372E-04	0.783998	7.636E-04	0.784923	7.726E-04
	0.8	0.749046	0.75769	8.595E-04	0.751400	8.930E-04	0.752234	8.735E-04	0.752272	9.003E-04	0.753139	9.067E-04
	0.9	0.718455	0.72559	1.007E-03	0.719450	1.036E-03	0.719999	1.016E-03	0.720254	1.044E-03	0.721090	1.048E-03
	1.0	0.687500	0.69291	1.144E-03	0.686932	1.166E-03	0.687230	1.148E-03	0.687642	1.176E-03	0.688459	1.179E-03
		IMSE			5.741E-04 (1)	6.175E-04 (3)	5.744E-04 (2)	6.173E-04 (4)	6.188E-04 (5)			

## الملحق A



شكل (8) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الثامن

## Simulation of ((Cubic Rank Transmuted BurrXII Distribution))

```

<< Optimization`UnconstrainedProblems`
(*define PDF and CDF of Cubic Rank Transmuted BurrXII distribution*)
distcubicburr[α_ ,β_ ,λ1_ ,λ2_]= ProbabilityDistribution[x-1+β (1+xβ)-1-3 α α β (3-3 λ2-
(1+xβ)2 α (-3+λ1+λ2)+2 (1+xβ)α (-3+λ1+2 λ2)),{x,0,∞},Assumptions-
>α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1];
(*define CDF and CDF of Cubic Rank Transmuted BurrXII distribution*)
F[x_]:= (λ1(1-(1+xβ)-α)+(λ2-λ1)(1-(1+xβ)-α)2+(1-λ2)(1-(1+xβ)-α)3);
f[x_]:=x-1+β (1+xβ)-1-3 α α β (3-3 λ2-(1+xβ)2 α (-3+λ1+λ2)+2 (1+xβ)α (-3+λ1+2 λ2));
r = 1000; n1 = 30; n2 = 60; n3 = 80; n4 = 100;
α1=1.5;β1=2;λ11=0.5;λ21=-1;
(**defin the models of generating random samples for
α={0.5,1,1.5},β={1.5,2},λ1={1,0.5},λ2={0.5,-0.5,-1}**)
distGen1=distcubicburr[α1,β1,λ11,λ21];

target1 := distGen1
□1 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target1, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];

(***Generating 1000 random samples of size {30,60,80,100}***)

SeedRandom[1989]; {data1 = RandomVariate[□1, {r, n1}];
data2 = RandomVariate[□1, {r, n2}];
data3 = RandomVariate[□1, {r, n3}];
data4 = RandomVariate[□1, {r, n4}];

sdata1 = ConstantArray[{} , r];
sdata2 = ConstantArray[{} , r];
sdata3 = ConstantArray[{} , r];
sdata4 = ConstantArray[{} , r];

For[j = 1, j <= r, j++, sdata1[[j]] = Sort[data1[[j]]];
For[j = 1, j <= r, j++, sdata2[[j]] = Sort[data2[[j]]];
For[j = 1, j <= r, j++, sdata3[[j]] = Sort[data3[[j]]];
For[j = 1, j <= r, j++, sdata4[[j]] = Sort[data4[[j]]];

@@@ @@@ @@@ MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD @@@ @@@ @@@
@@@
mlm1 = Table[res =
FindDistributionParameters[data1[[i]], distcubicburr[α, β, λ1, λ2], ParameterEstimator -
> {"MaximumLikelihood"}, {MaxIterations -> 1000}], {i, 1, r}];
mlm2 = Table[res =

```

```

FindDistributionParameters[data2[[i]], distcubicburr[α, β, λ1, λ2], ParameterEstimator -
> {"MaximumLikelihood"}, {MaxIterations -> 1000}], {i, 1, r}];
mlm3 = Table[res =
FindDistributionParameters[data3[[i]], distcubicburr[α, β, λ1, λ2], ParameterEstimator -
> {"MaximumLikelihood"}, {MaxIterations -> 1000}], {i, 1, r}];
mlm4 = Table[res =
FindDistributionParameters[data4[[i]], distcubicburr[α, β, λ1, λ2], ParameterEstimator -
> {"MaximumLikelihood"}, {MaxIterations -> 1000}], {i, 1, r}];

```

\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$ LEAST SQUARE METHOD\$

```


$$\sum_{i=1}^{n1} (F[sdata1[[j]][[i]]] - i / (n1 + 1))^2$$

ols1=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NelderMead"],{j,1,r}];

```

```


$$\sum_{i=1}^{n2} (F[sdata2[[j]][[i]]] - i / (n2 + 1))^2$$

ols2=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NelderMead"],{j,1,r}];

```

```


$$\sum_{i=1}^{n3} (F[sdata3[[j]][[i]]] - i / (n3 + 1))^2$$

ols3=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NelderMead"],{j,1,r}];

```

```


$$\sum_{i=1}^{n4} (F[sdata4[[j]][[i]]] - i / (n4 + 1))^2$$

ols4=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NelderMead"],{j,1,r}];

```

\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$WEIGHTED LEAST SQUARE METHOD\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$

```

wls1=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n1} \left( \frac{(n1 + 1)^2 (n1 + 2)}{i (n1 - i + 1)} \right) (F[sdata1[[j]][[i]]] - i / (n1 + 1))^2$$

α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NelderMead"],{j,1,r}];

```

```

wls2=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n2} \left( \frac{(n2 + 1)^2 (n2 + 2)}{i (n2 - i + 1)} \right) (F[sdata2[[j]][[i]]] - i / (n2 + 1))^2$$

α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NelderMead"],{j,1,r}];

```

```

wls3=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n3} \left( \frac{(n3 + 1)^2 (n3 + 2)}{i (n3 - i + 1)} \right) (F[sdata3[[j]][[i]]] - i / (n3 + 1))^2$$


```

```

α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];
wls4=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n4} \left( \frac{(n4+1)^2 (n4+2)}{i (n4-i+1)} \right) (F[sdata4[[j]][[i]]) - i / (n4+1))^2$$

α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];

```

PRECINTILE METHOD

```


$$\sum_{i=1}^{n1} \left( \frac{i - 0.3}{n1 + 0.25} - F[sdata1[[j]][[i]]) \right)^2$$

P1=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];

```

```


$$\sum_{i=1}^{n2} \left( \frac{i - 0.3}{n2 + 0.25} - F[sdata2[[j]][[i]]) \right)^2$$

P2=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];

```

```


$$\sum_{i=1}^{n3} \left( \frac{i - 0.3}{n3 + 0.25} - F[sdata3[[j]][[i]]) \right)^2$$

P3=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];

```

```


$$\sum_{i=1}^{n4} \left( \frac{i - 0.3}{n4 + 0.25} - F[sdata4[[j]][[i]]) \right)^2$$

P4=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];

```

@@@ @@ CVM @@@ @

```


$$\sum_{i=1}^{n1} \left( F[sdata1[[j]][[i]]) - \frac{2i-1}{2n1} \right)^2$$

cvm1=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];

```

```


$$\sum_{i=1}^{n2} \left( F[sdata2[[j]][[i]]) - \frac{2i-1}{2n2} \right)^2$$

cvm2=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];

```

```


$$\sum_{i=1}^{n3} \left( F[sdata3[[j]][[i]]) - \frac{2i-1}{2n3} \right)^2$$

cvm3=Last/@Table[res=Minimize[{
α>0&&β>0&&1>=λ1>=0&&1>=λ2>=-1},{α,β,λ1,λ2},Method-
>"NealderMead",{j,1,r}];

```

```

cvm4=Last/@Table[res=Minimize[
$$\sum_{i=1}^{n4} \left( F[\text{sdata4}[[j]][[i]]] - \frac{2i-1}{2n4} \right)^2$$
{ $\alpha > 0 \& \beta > 0 \& 1 \geq \lambda_1 \geq 0 \& 1 \geq \lambda_2 \geq -1$ }, { $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$ }, Method->"NelderMead"], {j, 1, r}];

## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ## ##
(*MLM*)
(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)
TableForm[{Mean[{{ $\alpha$ }, { $\beta$ }, { $\lambda_1$ }, { $\lambda_2$ }} /. mlm1], Mean[{{ $\alpha$ }, { $\beta$ }, { $\lambda_1$ }, { $\lambda_2$ }} /.
mlm2], Mean[{{ $\alpha$ }, { $\beta$ }, { $\lambda_1$ }, { $\lambda_2$ }} /. mlm3], Mean[{{ $\alpha$ }, { $\beta$ }, { $\lambda_1$ }, { $\lambda_2$ }} /. mlm4]}],
TableHeadings -> {{ "30", "60", "80", "100"}, { " $\alpha$ ", " $\beta$ ", " $\lambda_1$ ", " $\lambda_2$ "}}
]
(**Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)
TableForm[{Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2}, {(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2}, {(Subscript[ $\lambda_1$ , 1]-
 $\lambda_1$ )2}, {(Subscript[ $\lambda_2$ , 1]- $\lambda_2$ )2}} /. mlm1], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2}, {(Subscript[ $\beta$ , 1]-
 $\beta$ )2}, {(Subscript[ $\lambda_1$ , 1]- $\lambda_1$ )2}, {(Subscript[ $\lambda_2$ , 1]- $\lambda_2$ )2}} /. mlm2], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]-
 $\alpha$ )2}, {(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2}, {(Subscript[ $\lambda_1$ , 1]- $\lambda_1$ )2}, {(Subscript[ $\lambda_2$ , 1]- $\lambda_2$ )2}} /.
mlm3], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2}, {(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2}, {(Subscript[ $\lambda_1$ , 1]-
 $\lambda_1$ )2}, {(Subscript[ $\lambda_2$ , 1]- $\lambda_2$ )2}} /. mlm4]}], TableHeadings->{{ "30", "60", "80", "100"}, {
" $\alpha$ ", " $\beta$ ", " $\lambda_1$ ", " $\lambda_2$ "}}
]
(****Real Relibility function for the model****)
TableForm[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.1, 1, 0.1}], TableHeadings ->
{{ "R_real"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}
]
}
(*****Estimate Relibility function for the model*****
TableForm[{Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]
/. mlm1], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
mlm2], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
mlm3], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[ $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
mlm4]}], TableHeadings -> {{ "30", "60", "80", "100"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5",
"0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}
]
}
(*****MSE Relibility function for the model*****
TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[distcubicburr[ $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$ ], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.1, 1, 0.1}])2 /. mlm1], Mean[(Table[SurvivalFunctio
n[distcubicburr[ $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$ ], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.1, 1, 0.1}])2 /. mlm2], Mean[(Table[SurvivalFunctio
n[distcubicburr[ $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$ ], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.1, 1, 0.1}])2 /. mlm3], Mean[(Table[SurvivalFunctio
n[distcubicburr[ $\alpha, \beta, \lambda_1, \lambda_2$ ], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.1, 1, 0.1}])2 /. mlm4]}], TableHeadings-
>{{ "30", "60", "80", "100"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}
]
}

```

**(\*OLS\*)**

```
(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)
TableForm[{Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. ols1], Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. ols2],
Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. ols3], Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. ols4]},
TableHeadings -> {{ "30", "60", "80", "100"}, {"α", "β", "λ1", "λ2"}}
]
```

(\*\*\*\*\*Estimate Relibility function for the model\*\*\*\*\*)

```
TableForm[{Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]
/. ols1], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
ols2], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
ols3], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
ols4]}, TableHeadings -> {{ "30", "60", "80", "100"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5",
"0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}}
]
```

(\*\*\*\*\*MSE Relibility function for the model\*\*\*\*\*)

```
TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])^2/.ols1],Mean[(Table[SurvivalFunction
[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])^2/.ols2],Mean[(Table[SurvivalFunction
[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])^2/.ols3],Mean[(Table[SurvivalFunction
[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])^2/.ols4]},TableHeadings-
>{{ "30","60","80","100"}, {"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"}}
]
```

**(\*WLS\*)**

(\*Estimate maen of the parameters for the model with all samples\*)

```
TableForm[{Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. wls1], Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /.
wls2], Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. wls3], Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. wls4]},
TableHeadings -> {{ "30", "60", "80", "100"}, {"α", "β", "λ1", "λ2"}}
]
```

(\*\*Estimate the mean of MSE for the model with all samples\*\*)

```
TableForm[{Mean[{{(Subscript[α, 1]-α)^2}, {(Subscript[β, 1]-β)^2}, {(Subscript[λ1, 1]-
λ1)^2}, {(Subscript[λ2, 1]-λ2)^2}} /. wls1], Mean[{{(Subscript[α, 1]-α)^2}, {(Subscript[β, 1]-
β)^2}, {(Subscript[λ1, 1]-λ1)^2}, {(Subscript[λ2, 1]-λ2)^2}} /. wls2], Mean[{{(Subscript[α, 1]-
α)^2}, {(Subscript[β, 1]-β)^2}, {(Subscript[λ1, 1]-λ1)^2}, {(Subscript[λ2, 1]-
λ2)^2}} /. wls3], Mean[{{(Subscript[α, 1]-α)^2}, {(Subscript[β, 1]-β)^2}, {(Subscript[λ1, 1]-
λ1)^2}, {(Subscript[λ2, 1]-λ2)^2}} /. wls4]}, TableHeadings->{{ "30", "60", "75", "100"}, {"
α", "β", "λ1", "λ2"}}
]
```

(\*\*\*\*\*Estimate Relibility function for the model\*\*\*\*\*)

```
TableForm[{Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]
/. wls1], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
wls2], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
```

```
wls3]، Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α، β، λ1، λ2]، t]، {t، 0.1، 1، 0.1}] /
wls4]، TableHeadings -> {{"30"، "60"، "80"، "100"}، {"0.1"، "0.2"، "0.3"، "0.4"، "0.5"،
"0.6"، "0.7"، "0.8"، "0.9"، "1"}}
]
(*****MSE Relibility function for the model*****)
TableForm[ {Mean[(Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α،β،λ1،λ2]،t]،{t،0.1،1،0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1،t]،{t،0.1،1،0.1}])^2،wls1]،Mean[(Table[SurvivalFunction
[distcubicburr[α،β،λ1،λ2]،t]،{t،0.1،1،0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1،t]،{t،0.1،1،0.1}])^2،wls2]،Mean[(Table[SurvivalFunction
[distcubicburr[α،β،λ1،λ2]،t]،{t،0.1،1،0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1،t]،{t،0.1،1،0.1}])^2،wls3]،Mean[(Table[SurvivalFunction
[distcubicburr[α،β،λ1،λ2]،t]،{t،0.1،1،0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1،t]،{t،0.1،1،0.1}])^2، wls4]}،TableHeadings-
>{{"30"،"60"،"80"،"100"}، {"0.1"،"0.2"،"0.3"،"0.4"،"0.5"،"0.6"،"0.7"،"0.8"،"0.9"،"1"}}
]
```

**(\*PRECINTILE\*)**

```
(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)
TableForm[ {Mean[{{α}، {β}، {λ1}، {λ2}} / . P1]، Mean[{{α}، {β}، {λ1}، {λ2}} / . P2]،
Mean[{{α}، {β}، {λ1}، {λ2}} / . P3]، Mean[{{α}، {β}، {λ1}، {λ2}} / . P4]}،
TableHeadings -> {{"30"، "60"، "80"، "100"}، {"α"، "β"، "λ1"، "λ2"}}
]
(**Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)
TableForm[ {Mean[{{(Subscript[α، 1]-α)^2}،{(Subscript[β، 1]-β)^2}،{(Subscript[λ1، 1]-
λ1)^2}،{(Subscript[λ2، 1]-λ2)^2}} / .P1]،Mean[{{(Subscript[α، 1]-α)^2}،{(Subscript[β، 1]-
β)^2}،{(Subscript[λ1، 1]-λ1)^2}،{(Subscript[λ2، 1]-λ2)^2}} / .P2]،Mean[{{(Subscript[α، 1]-
α)^2}،{(Subscript[β، 1]-β)^2}،{(Subscript[λ1، 1]-λ1)^2}،{(Subscript[λ2، 1]-
λ2)^2}} / .P3]،Mean[{{(Subscript[α، 1]-α)^2}،{(Subscript[β، 1]-β)^2}،{(Subscript[λ1، 1]-
λ1)^2}،{(Subscript[λ2، 1]-λ2)^2}} / .P4]}،TableHeadings->{{"30"،"60"،"80"،"100"}،{
"α"،"β"،"λ1"،"λ2"}}
]
(*****Estimate Relibility function for the model*****)
TableForm[ {Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α، β، λ1، λ2]، t]، {t، 0.1، 1، 0.1}]
/ . P1]، Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α، β، λ1، λ2]، t]، {t، 0.1، 1، 0.1}] /
P2]، Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α، β، λ1، λ2]، t]، {t، 0.1، 1، 0.1}] / . P3]،
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α، β، λ1، λ2]، t]، {t، 0.1، 1، 0.1}] / . P4]}،
TableHeadings -> {{"30"، "60"، "80"، "100"}، {"0.1"، "0.2"، "0.3"، "0.4"، "0.5"، "0.6"،
"0.7"، "0.8"، "0.9"، "1"}}
]
(*****MSE Relibility function for the model*****)
TableForm[ {Mean[(Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α،β،λ1،λ2]،t]،{t،0.1،1،0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1،t]،{t،0.1،1،0.1}])^2،P1]،Mean[(Table[SurvivalFunction[d
istcubicburr[α،β،λ1،λ2]،t]،{t،0.1،1،0.1}]-
```

```

Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}]/.P2].Mean[(Table[SurvivalFunction[d
istcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}]/.P3].Mean[(Table[SurvivalFunction[d
istcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}]/.P4]}.TableHeadings-
>{{"30","60","80","100"}, {"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"}}
]
(*CVM*)
TableForm[{Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. cvm1], Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /.
cvm2], Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. cvm3], Mean[{{α}, {β}, {λ1}, {λ2}} /. cvm4]}],
TableHeadings -> {"30", "60", "80", "100"}, {"α", "β", "λ1", "λ2"}}
]
TableForm[{Mean[{{(Subscript[α, 1]-α)2},{(Subscript[β, 1]-β)2},{(Subscript[λ1, 1]-
λ1)2},{(Subscript[λ2, 1]-λ2)2}}/.cvm1],Mean[{{(Subscript[α, 1]-α)2},{(Subscript[β, 1]-
β)2},{(Subscript[λ1, 1]-λ1)2},{(Subscript[λ2, 1]-λ2)2}}/.cvm2],Mean[{{(Subscript[α, 1]-
α)2},{(Subscript[β, 1]-β)2},{(Subscript[λ1, 1]-λ1)2},{(Subscript[λ2, 1]-
λ2)2}}/.cvm3],Mean[{{(Subscript[α, 1]-α)2},{(Subscript[β, 1]-β)2},{(Subscript[λ1, 1]-
λ1)2},{(Subscript[λ2, 1]-λ2)2}}/.cvm4]}.TableHeadings->{"30","60","80","100"},{
"α","β","λ1","λ2"}}
]

TableForm[{Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]
/. cvm1], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
cvm2], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
cvm3], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /.
cvm4]}], TableHeadings -> {"30", "60", "80", "100"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5",
"0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}}
]
TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}]/.cvm1].Mean[(Table[SurvivalFunctio
n[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}]/.cvm2].Mean[(Table[SurvivalFunctio
n[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}]/.cvm3].Mean[(Table[SurvivalFunctio
n[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}]/.cvm4]}.TableHeadings-
>{{"30","60","80","100"}, {"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"}}
]

{ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]/.mlm1],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]/.ols1],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]/.wls1],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]/.P1],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α,β,λ1,λ2],t],{t,0.1,1,0.1}]/.cvm1]}],
{Frame -> True, Ticks -> Automatic, DataRange -> All, PlotTheme -> "Business",

```

```

PlotRange -> Full, PlotLegends -> Placed[{"S-Real", "S-ml", "S-ols", "S-wls", "S-pc",
"S-cvm"}, Center], Mesh -> Full}], ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t],
{t, 0.1, 1, 0.1}], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1,
0.1}] /. mlm2], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1,
0.1}] /. ols2], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1,
0.1}] /. wls2], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1,
0.1}] /. P2], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]
/. cvm2}], {Frame -> True, Ticks -> Automatic, DataRange -> All, PlotTheme ->
"Business", PlotRange -> Full, PlotLegends -> Placed[{"S-Real", "S-ml", "S-ols", "S-
wls", "S-pc", "S-cvm"}, Center], Mesh -> Full}],
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.1, 1, 0.1}],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /. mlm3],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /. ols3],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /. wls3],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /. P3],
Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /. cvm3}],
{Frame -> True, Ticks -> Automatic, DataRange -> All, PlotTheme -> "Business",
PlotRange -> Full, PlotLegends -> Placed[{"S-Real", "S-ml", "S-ols", "S-wls", "S-pc",
"S-cvm"}, Center], Mesh -> Full}], ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t],
{t, 0.1, 1, 0.1}], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1,
0.1}] /. mlm4], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1,
0.1}] /. ols4], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1,
0.1}] /. wls4], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1,
0.1}] /. P4], Mean[Table[SurvivalFunction[distcubicburr[α, β, λ1, λ2], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]
/. cvm4}], {Frame -> True, Ticks -> Automatic, DataRange -> All, PlotTheme ->
"Business", PlotRange -> Full, PlotLegends -> Placed[{"S-Real", "S-ml", "S-ols", "S-
wls", "S-pc", "S-cvm"}, Center], Mesh -> Full}]]

```

```

distcubicburr =ProbabilityDistribution[x-1+β (1+xβ)-1-3 α α β (3-3 μ-(1+xβ)2 α (-3+λ+μ)+2
(1+xβ)α (-3+λ+2 μ)),{x,0,∞},Assumptions->α>0&&β>0&&1>=λ>=0&&1>=μ>=-1];
distmix=ProbabilityDistribution[x-1+β (1+xβ)-1-α α β (1-λ)+2 x-1+β (1+xβ)-1-2 α α β
λ,{x,0,∞},Assumptions->α>0&&β>0&&1>=λ>=-1];
distSing=ProbabilityDistribution[x-1+β (1+xβ)-1-α α β,{x,0,∞},Assumptions-
>α>0&&β>0];
datac=
    0.143  0.143  0.143  0.143  0.286  0.286  0.286  0.286  0.286  0.286
    0.286  0.429  0.429  0.429  0.429  0.429  0.429  0.429  0.429  0.429
    0.429  0.571  0.571  0.571  0.571  0.571  0.571  0.714  0.714  0.714
    0.714  0.714  0.857  0.857  0.857  0.857  0.857  0.857  0.857  0.857
    0.857  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000  1.000
    1.000  1.143  1.143  1.143  1.143  1.143  1.143  1.143  1.143  1.143
    1.143  1.286  1.286  1.286  1.286  1.286  1.286  1.286  1.286  1.429
    1.429  1.429  1.429  1.429  1.429  1.571  1.571  1.571  1.571  1.571
    1.714  1.714  1.714  1.714  1.857  1.857  1.857  1.857  2.000  2.000
    2.000  2.143  2.143  2.286  2.286  2.429  2.571  2.714  2.857  3.143
    3.286  3.286  3.571  3.714  4.000  4.143  4.286

```

n = Length[datac]

est = FindDistributionParameters[datac, distgran]

```

Show[Histogram[datac, {0, 5, 0.45}, "PDF"],
Plot[PDF[distgran /. est, x], {x, 0, 6}, PlotStyle -> Thick, PlotTheme -> "Web"]]
PearsonChiSquareTest[datac, distcubicburr /. est, "HypothesisTestData"]
Qsingh = FindDistributionParameters[datac, distmix]
singh = FindDistributionParameters[datac, distSing]
web = FindDistributionParameters[datac, WeibullDistribution[α, β]]
Gam = FindDistributionParameters[datac, GammaDistribution[α, β]]
log = FindDistributionParameters[datac, LogLogisticDistribution[α, β]]
Show[
Histogram[datac, {0, 6, 0.45}, "PDF", ChartStyle -> Yellow],
Plot[{PDF[distgran /. est, x], PDF[distmix /. Qsingh, x], PDF[distSing /. singh, x],
PDF[LogLogisticDistribution[α, β] /. log, x], PDF[WeibullDistribution[α, β] /. web, x],
PDF[GammaDistribution[α, β] /. Gam, x]}, {x, 0, 6}, {Frame -> False, PlotRange ->
Full, PlotLegends -> Placed[{"NCTBXII", "TBXII", "BXII", "Log-logistic", "Weibull",
"Gamma"}], Center}, PlotStyle -> Thick, Mesh -> Full, PlotTheme -> "Web"]]
{□ = DistributionFitTest[datac, distcubicburr /. est, "HypothesisTestData"];
□["TestDataTable", All], □ = DistributionFitTest[datac, distmix /. Qsingh,
"HypothesisTestData"]; □["TestDataTable", All], □ = DistributionFitTest[datac, distSing
/. singh, "HypothesisTestData"]; □["TestDataTable", All], □ = DistributionFitTest[datac,
WeibullDistribution[α, β] /. web, "HypothesisTestData"]; □["TestDataTable", All], □ =
DistributionFitTest[datac, GammaDistribution[α, β] /. Gam, "HypothesisTestData"];
□["TestDataTable", All], ℒ = DistributionFitTest[datac, LogLogisticDistribution[α, β] /.
log, "HypothesisTestData"]; ℒ["TestDataTable", All]}

```

## Abstract

The Burr XII distribution with two shape parameters  $(\alpha, \beta)$  is one of the important continuous statistical distributions. This distribution gained real importance in the last three decades due to the importance of its use in practical cases, and this distribution was applied in the study of reliability, failure time display, quality control, acceptance modeling (Acceptance of the sample) in cases where the normal distribution is an inappropriate model. Based on the above, a new generalization studied for the Burr XII model, Named “the New Transformed Cubic Burr XII Distribution,” “NCTBXII”. The proposed model is a generalization of the Burr XII distribution. By adding two additional parameters to its distribution function. This new distribution is not founded in any previous research work.

The thesis studied its statistical and mathematical properties and estimated the parameters of the new distribution and survival function using five methods of estimation, namely (Maximum likelihood method, Least squares method, Weighted Least squares method, Fractional Estimates method and Minimum distance method using Cramer-Von Mises) through a detailed simulation study using the Monte Carlo simulation method, where different values of distribution parameters were selected and 8 different cases were formed, as well as 4 different sample sizes (30,60,80,100), The estimators of these methods were compared based on the mean squares error criterion and according to sample sizes using the Ranks method. This work was performed by Mathematica 12.2 software packages. Finally, we used two real data models, one for a local sample size (107), which represents the survival times for patients infected with Covid-19 virus, and the other for a global sample size (76) represented by the survival times of the epoxy plate exposed to pressure until failure or breakage through applying the results Extracted from

the experimental side in order to show that the proposed distribution is a suitable model for modeling these types of data more than the distributions of (Burr XII, Transmuted Burr XII, Cubic Transmuted Burr XII).

Republic of Iraq  
Ministry of higher Education and Scientific  
Research  
University of Karbala  
Faculty of Administration and Economics  
Department of statistics



# Cubic Transformation Burr XII Distribution with Practical Application

A Thesis Submitted to  
Council of The Administration and Economics/ Karbala  
University as Partial fulfillment of the Requirements for  
the Degree of Master of Science in Statistics

Presented by

Muntadher Jumaah Mahdi

Supervised By

Ass. Prof. Dr. Mushtaq Kareem Abd Al-Rahem

2021 م

1442 هـ

Holy Karbala