



جمهورية العراق  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة كربلاء  
كلية الإدارة والاقتصاد  
قسم الإحصاء

**بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط (الاسي – فريجت)**

**لتقدير دالة المعولية الضبابية**

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء

وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير في علوم الإحصاء

تقدم بها

الباحث

**علي ماضي حافظ**

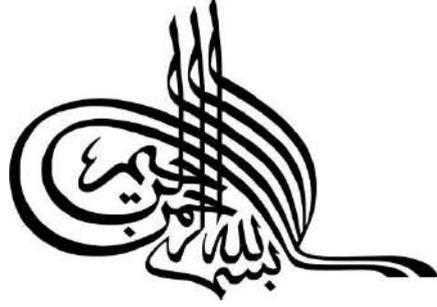
بإشراف

**أ.م.د. مهدي وهاب نعمة نصر الله**

2020 م

1441 هـ

كربلاء المقدسة



﴿ وَقَالَ لَهُمْ نَبِيُّهُمْ إِنَّ اللَّهَ قَدْ بَعَثَ لَكُمْ طَالُوتَ مَلِكًا ۗ ﴾

قَالُوا أَنَّىٰ يَكُونُ لَهُ الْمُلْكُ عَلَيْنَا وَنَحْنُ أَحَقُّ بِالْمُلْكِ مِنْهُ وَلَمْ يُؤْتَ سَعَةً مِّنَ الْمَالِ ۗ قَالَ إِنَّ اللَّهَ اصْطَفَاهُ عَلَيْكُمْ وَزَادَهُ بَسْطَةً فِي الْعِلْمِ وَالْجِسْمِ ۗ وَاللَّهُ يُؤْتِي مُلْكَهُ مَن يَشَاءُ ۗ وَاللَّهُ

﴿ وَاسِعٌ عَلِيمٌ ﴾

صدق الله العلي العظيم

(البقرة: الآية 24)



## الاهراء ...

الى ... نبي الرحمة محمد صلى الله عليه واله الطيبين الطاهرين

الى ... جميع شهداء العراق العظيم وبالخصوص (( شهداء القوات الامنية ))

الى ... الذين اقترن مرضا الخالق برضاهم (( أمي وأبي ))

الى ... بسمتي وفرحتي في الحياة (( اخواني الطيبين ))

الى ... من ازرتني في كل خطوات حياتي وكانت السند والعون (( زوجتي الغالية ))

براعمي الصغار ( مريم ، روان ، حسين )

أهدي ثمرة هذا الجهد المتواضع اليكم



## ((شكر وإمتنان))

بعد الحمد والشكر للخالق العظيم الذي وفقني لإنجاز هذه الرسالة ، أتقدّم بخالص شكري وعظيم إمتناني إلى :

- **الأستاذ المساعد الدكتور مهدي وهاب نعمة** الذي تفضل بالإشراف على رسالتي ، ولما أبداه من ملاحظات قيّمة ، وحرص على اخراج الرسالة بأفضل فائدة علمية ، فأسأل الله له الخير والتوفيق .
- **رئيس وأعضاء لجنة المناقشة** المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة راجياً أن تنال إستحسانهم ورضاهم .
- **الأستاذ الدكتور ضوية حسن سلمان** التدريسية في جامعة تكنولوجيا المعلومات على ماقدمته من ملاحظات مفيدة لرسالتي .
- **أساتذتنا في قسم الاحصاء والموظفين** في هذا القسم جميعاً ممّن أسدى لي معروفاً ، وفقهم الله لكل خير .
- **أخوتي في وزارة الداخلية مدرائي وزملائي من الضباط والمراتب وبالخصوص الأخ والصديق مقدم علي محمد عبد رحيم ، الرائد حسام عباس جحيني ، المفوض حيدر عباس ، المفوض كاظم قاسم على موافقهم الطيبة ، وفقهم الله لخدمة العراق العظيم .**
- **زملائي في الدراسة ، وخصوصا الاخ والزميل محمد صادق سلمان ، أدهم محمد ، محمد عبد الرضا ، هذال حاتم ، منتظر ، احمد** وبقية الاخوة والاخوات وأسأل الله لهم التوفيق .

وأخيراً أقدم شكري الخالص إلى كلّ من ساهم بجهدي في تمهيد الطريق لإنجـاز هذه الرسالة ولم أتمكن من ذكرهم في هذه السطور القليلة وأسأل الله سبحانه وتعالى أن يجزي الجميع عني خير الجزاء.

**الباحث**

## فهرست المحتويات

رقم الصفحة	الموضوع
أ	الاية القرانية
ب	الاهداء
ج	الشكر والامتنان
د-هـ	المحتوى
و-ز	الجداول
ح - ط	الاشكال والمخططات
ي	الرموز
ك	المستخلص
10-2	<b>الفصل الأول : منهجية البحث والاستعراض المرجعي</b>
4-2	المقدمة 1-1
4-4	مشكلة البحث 2-1
5-5	هدف البحث 3-1
10-5	الاستعراض المرجعي 4-1
50-12	<b>الفصل الثاني : الجانب النظري</b>
12-12	مقدمة 1-2
12-12	الأساسيات والمفاهيم ذات العلاقة حول المجموعات الضبابية 2-2
13-13	الضبابية 1-2-2
13-13	المنطق الضبابي 2-2-2
14-13	المجموعات الاعتيادية 3-2-2
15-14	المجموعات الضبابية 4-2-2
16-16	دالة القطع $\alpha$ 5-2-2
16-16	دالة الانتماء 6-2-2
17-17	مجموعة المستوى $\alpha$ للمجموعة الضبابية $x^*$ 7-2-2
20-18	الارقام الضبابية 8-2-2
23-20	دالة المعولية 9-2-2
24-23	التوزيع الاسي 3-2
25-24	توزيع فريجت 4-2
27-26	التوزيع المختلط 5-2
28-27	التوزيع المختلط الجديد (الاسي - فريجت) 1-5-2
29-29	الدالة التجميعية التراكمية للتوزيع المختلط الجديد (الاسي - فريجت) 2-5-2
31-30	دالة المعولية للتوزيع المختلط الجديد (الاسي - فريجت) 3-5-2
32-32	خصائص التوزيع المختلط الجديد (الاسي - فريجت) 6-2
35-32	العزم المركزي الرائي 1-6-2
36-36	معامل الاختلاف 2-6-2
37-37	معامل الالتواء 3-6-2

38-38	معامل التقلطح	4-6-2
40-39	العزم اللامركزي الرائي	5-6-2
40-40	طرائق التقدير	7-2
43-41	طريقة الأماكن الأعظم	1-7-2
44-44	طريقة العزوم	2-7-2
47-45	طريقة المقدرات التجزئية	3-7-2
49-48	الطريقة التقليص	4-7-2
50-50	معايير المقارنة بين التوزيعات	8-2
118-51	<b>الفصل الثالث: الجانب التجريبي (المحاكاة)</b>	
51-51	مقدمة	1-3
52-51	المحاكاة	2-3
52-52	وصف التجربة	3-3
54-52	مراحل تجربة المحاكاة	4-3
118-55	تحليل نتائج المحاكاة	5-3
125-120	<b>الفصل الرابع: الجانب التطبيقي</b>	
120-120	المقدمة	1-4
120-120	نبذة عن الجهاز	2-4
122-121	البيانات الحقيقية	3-4
124-123	أختبار حسن المطابقة	4-4
126-124	نتائج البيانات الحقيقية	5-4
129-128	<b>الفصل الخامس : الأستنتاجات والتوصيات</b>	
135-131	<b>المصادر</b>	
132-131	المصادر العربية	اولا
136-133	المصادر الاجنبية	ثانيا
145-138	<b>الملاحق</b>	
140-138	الجانب التجريبي	البرنامج الاول
143-141	رسم الدوال	البرنامج الثاني
145-144	الجانب التطبيقي	البرنامج الثالث
A	<b>Abstract</b>	

## فهرست الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
53	القيم الافتراضية لمعالم التوزيع المختلط (E.F)	3-1
56	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الأول عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.3$	3-2
57-58	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الأول عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.3$	3-3
61	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الثاني عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.3$	3-4
62-63	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الثاني عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.3$	3-5
66	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الثالث عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.3$	3-6
67-68	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الثالث عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.3$	3-7
71	معلمات التوزيع المختلط للنموذج الرابع عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.3$	3-8
72-73	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الرابع عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.3$	3-9
76	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الأول عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.7$	3-10
77-78	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الأول عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.7$	3-11
81	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الثاني عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.7$	3-12
82-83	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الثاني عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.7$	3-13
86	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الثالث عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.7$	3-14

87-88	يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الثالث عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.7$	3-15
91	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الرابع عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.7$	3-16
92-93	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الرابع عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.7$	3-17
96	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الأول عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.9$	3-18
97-98	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الأول عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.9$	3-19
101	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الأول عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.9$	3-20
102-103	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الثاني عندما تكون $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.9$	3-21
106	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الثالث عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.9$	3-22
107-108	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الثالث عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.9$	3-23
111	قيم معاملات التوزيع المختلط للنموذج الرابع عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.9$	3-24
112-113	قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الرابع عندما تكون $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$ والقيمة الضبابية $\tilde{K} = 0.9$	3-25
117-118	قيم متوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية الضبابية ولكافة الطرائق واحجام العينات ولجميع النماذج	3-26
118	افضلية الطرائق في تقدير دالة المعولية الضبابية لكافة النماذج باستخدام المقياس الاحصائي Mse	3-27
122	اوقات اشتغال جهاز الموتور لا لحين التوقف عن العمل للفترة من 1-1-2016 ولغاية 31-6-2019 مقاسة بالسنوات	4-1
122	مؤشرات النزعة المركزية للعيينة	4-2
124	نتائج اختبار حسن المطابقة	4-3
124	معايير المفاضلة بين التوزيعات في تمثيل البيانات الحقيقية	4-4
125	قيم دالة المعولية الضبابية ودالة معدل الفشل بعد ترتيب البيانات الحقيقية لأوقات الاشتغال لحين التوقف تصاعدياً	4-5

## فهرست الأشكال والمخططات

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
14	شكل بياني يوضح المجموعات الاعتيادية	1-2
15	شكل بياني يوضح المجموعات الضبابية	2-2
17	شكل بياني التداخل في المستويات لـ $\alpha$	3-2
18	الرقم الضبابي	4-2
18	يوضح الرقم المثلثي الضبابي عند قيم معينة (افتراضية)	5-2
19	الرقم الضبابي شبه المنحرف عند قيم افتراضية	6-2
22	منحنى علاقة دالة المعولية بالزمن	7-2
29	منحنى دالة p.d.f التوزيع المختلط ( Exponetail-Freht ) لقيم مختلفه للمعلمات	8-2
30	منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المختلط ( Exponetail-Freht ) لقيم مختلفة من المعلمات	9-2
31	منحنى دالة المعولية للتوزيع المختلط (E.F) لقيم مختلفة من المعلمات	10-2
36	يبين دالة معامل الاختلاف باختلاف قيمه ( $\alpha$ )	11-2
37	يبين دالة سلوك دالة معامل الالتواء	12-2
38	يبين دالة سلوك دالة معامل التقاطح	13-2
60	توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الأول عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(1-3) - (4-3)
65	توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الثاني عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(5-3) - (8-3)
70	توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الثالث عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(9-3) - (12-3)
75	توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الرابع عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(13-3) - (16-3)
80	توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الأول عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(17-3) - (20-3)
85	تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الثاني عندما تكون القيمة الضبابية (0.7) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(21-3) - (24-3)
90	تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الثالث عندما تكون القيمة الضبابية (0.7) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(25-3) - (28-3)
95	تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الرابع عندما تكون القيمة الضبابية (0.7) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(29-3) - (32-3)
100	تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الأول عندما تكون القيمة الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(33-3) - (36-3)
105	تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الثاني عندما تكون القيمة	(37-3) - (40-3)

	الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	
110	تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الثالث عندما تكون القيمة الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(44-3) - (41-3)
115	تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للنموذج الرابع عندما تكون القيمة الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (25,50,75,100)	(48-3) - (45-3)
126	تغير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للبيانات الضبابية	1-4

جدول الرموز والمصطلحات المستعملة في هذه الرسالة

الاشارة	الرمز	ت
الضبابية	$\sim$	1
مجموعة ضبابية	$\tilde{A}$	2
دالة الانتماء للمجموعة الضبابية	$\mu_{\tilde{A}(x)}$	3
دالة الانتماء للمجموعة التقليدية	$\mu_A(x)$	4
دالة القطع	$\beta$	5
مجموعة المستوى للمجموعة الضبابية	$X_a^*$	6
دالة المعولية	$R(x)$	7
دالة المعولية الضبابية	$\tilde{R}(x)$	8
معلمة القياس للتوزيع الاسي	$\theta_1$	9
معلمة القياس لتوزيع فريجت	$\theta_2$	10
معلمة نسبة الخليط	$\alpha$	11
معلمة الشكل لتوزيع فريجت	$\lambda$	12
العزوم المركزية	$M$	13
الوسط الحسابي لتوزيع الاسي ( الوسط الحسابي )	$\hat{M}_1$	14
الوسط الحسابي لتوزيع فريجت ( الوسط الحسابي )	$\hat{M}_2$	15
العزم المركزي الثاني للتوزيع المختلط	$M_2$	16
العزم المركزي الثالث للتوزيع المختلط	$M_3$	17
العزم المركزي الرابع للتوزيع المختلط	$M_4$	18
العزوم اللامركزية	$m_r$	19
العزم اللامركزي للتوزيع الاسي	$m_1$	20
العزم اللامركزي لتوزيع فريجت	$m_1$	21
تقدير دالة المعولية الضبابية بطريقة الامكان الاعظم	$\tilde{R}(x)_{mle}$	22
تقدير دالة المعولية الضبابية بطريقة العزوم	$\tilde{R}(x)_{mom}$	23
تقدير دالة المعولية الضبابية بطريقة المقدرات التجزئية	$\tilde{R}(x)_{per}$	24
تقدير دالة المعولية الضبابية بطريقة المقدر المقلص	$\tilde{R}(x)_{sh}$	25
الوزن المستخدم بطريقة المقدر المقلص	$W$	26
معيار اكاكي لحسن المطابقة	$AIC$	27
معيار اكاكي المصحح لحسن المطابقة	$AIC_c$	28
معيار المعلومات البيزي	$BIC$	29
متغير عشوائي يتبع التوزيع المنتظم	$u_i$	30
متغير عشوائي يتبع التوزيع الاسي	$v$	31
متغير عشوائي يتبع توزيع فريجت	$\vartheta$	32
مدى القيم الضبابية في الجانب التجريبي	$\bar{K}_l$	33

## المستخلص

## Abstract

تم في هذه الرسالة التعرف على فكرة حديثة وهي فكرة بناء الدالة الاحتمالية للتوزيع المقترح الجديد (الأسّي - فريجت) عن طريق خلط توزيعين مفردين وهما توزيع الأسّي وتوزيع فريجت بأستعمال معلمة تعرف بمعلمة نسبة الخلط لينتج عن ذلك التوزيع الاحتمالي المختلط (الأسّي - فريجت) والذي يمتاز بالمرونة والكفاءة والأفضلية على التوزيعات المفردة في تمثيل البيانات وكذلك هدفت الرسالة الى دراسة أوقات الفشل والتي في الغالب ماتكون العشوائية والضبابية خليطاً فيها ، ويعبر عنها بأرقام ضبابية ممايعني ذلك تقدير دالة المعولية الضبابية لها وتحت مديات انتماء معينة للمجموعات الضبابية .

ولتحقيق ذلك فقد قسمت الرسالة الى جانبين (النظري ، التطبيقي) وشمل الجانب النظري توليد بيانات عشوائية باستخدام طريقة الرفض والقبول ، لأحجام مختلفة من العينات ، وكذلك اختيار قيم مختلفة لمعلمات التوزيع بواقع أربع موديلات ، بهدف اعطاء فكرة واضحة عن المقاييس ونمط سلوكها في حال تغير هذه القيم ، وتم استخدام المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ للمقارنة بين الطرائق المستعملة لتقدير دالة المعولية الضبابية في هذه الرسالة .

وقد خرجت الدراسة بعدة نتائج أهمها التوسع في استعمال أنواعا جديدة من التوزيعات المختلطة وايضا اعتماد مخرجات الدراسة من قبل الوزارة او الدائرة التي جمعت منها البيانات .

# الفصل الأول

مقدمة

منهجية الرسالة

**1.1 المقدمة****(Introduction)**

اهتمت الدراسات والبحوث الاحصائية بشكل واسع وكبير بدراسة التوزيعات الاحتمالية المفردة وذلك لما تمثله التوزيعات الاحتمالية من أهمية في وصف السلوك الاحتمالي للملاحظات (البيانات) وخاصة عندما تكون البيانات متجانسة وغير محتوية على قيم شاذة مما يعني ان لها شكل توزيع احتمالي معين ، ولكن في التجارب الحياتية ( الطبية ، الهندسية ، العلمية ... الخ ) قد تكون البيانات (الملاحظات) غير متجانسة ، وربما لاتأخذ شكلاً واحداً من التوزيعات الاحتمالية حيث ان كل جزء منها يتبع توزيعاً معيناً ، قد يكون التوزيع ذاته بمعالم مختلفة أو قد تكون توزيعات مختلفة ، اذ يكون المجتمع في هذه الحالة مزيج من العديد من المجتمعات الجزئية وكل مجتمع لديه دالة كثافة احتمالية قد تختلف عن المجتمعات الجزئية الأخرى ، وبالتالي فان السلوك الاحتمالي للمجتمع ككل يمثل مزيج من السلوك الاحتمالي للمجتمعات الجزئية (5)، ويطلق على هذا النوع بالتوزيع المختلط (Mixture distribution) .

"ان تطبيقات التوزيعات المختلطة تنقسم الى تطبيق مباشر (Direct Application) أو تطبيق غير مباشر (Indirect Application) ، حيث ان المراد بالتطبيق المباشر كون المجتمع الكلي مجزء الى (R) من المجتمعات الجزئية كل مجتمع جزئي يمتلك توزيع احتمالي لكافة المجتمعات الجزئية الأخرى وبمعلومات مختلفة او قد يكون منتمي الى عائلة توزيعات مختلفة ، اما التطبيق غير المباشر فالقصد منه هو استعمال (Mixture distribution) كوسيلة احصائية متقدمة بغية الحصول على مرونة عالية في التحليل الاحصائي وكما في التحليل العنقودي" (46).

وقد لجأ الباحثون الى الاعتماد على هذا النوع من التوزيعات المختلطة (Mixtur distrbution) وكذلك التوزيعات المركبة (Compound distrbution) ، بشكل واسع كون الكثير من البيانات التي يحصل عليها الباحث لايمكن تمثيلها بتوزيع واحد ، مما يضطره للجوء الى التوزيعات المختلطة او المركبة او الموسعة وازداد تطبيق هذه الانواع من التوزيعات في أغلب ميادين البحوث والدراسات العملية والاجتماعية ، كونها اكثر دقة عند اجراء اختبارات حسن المطابقة في الجوانب التطبيقية.

ولكون نظرية المعولية (Reliability Therom) تعتبر من النظريات المهمة التي "رافقت التطور الهائل للتكنولوجيا الحديثة الذي شهده العالم بعد منتصف القرن السابق في كافة الانظمة والمجالات ( الطبية ، الهندسية ، علوم الحياة ، علوم الاجتماع ، بحوث الفضاء ، بحوث الطاقة النووية والتسليح ... الخ ) حيث تساهم هذه النظرية في البحث عن افضل الطرائق والوسائل التي تضمن تحقيق الاهداف المنشودة من أستعمال الاجهزة والمعدات ، وذلك من خلال دراسة الاعطال والتوقفات والفشل المبكر لهذه الاجهزة والذي يؤدي الى كلف مادية باهضة وانخفاض في مستوى الانتاج " (2).

وتفترض النماذج في دالة المعولية كون جميع معلمات دالة كثافة الاحتمالية لأوقات الحياة تمتاز بكونها دقيقة ، ولكن في الغالب ماتكون العشوائية والضبائية خليطاً في أوقات الحياة للأنظمة ويعبر عنها بأرقام ضبابية (Fuzzy numbers) وبالتالي فإنه سيتم التعامل مع دالة المعولية الضبابية التي تعرف على انها الاحتمال الضبابي لاستمرار مفردة سواء كانت ( كائن حي ، ماكنة ) بنجاح لفترة زمنية معينة وتحت درجة انتماء يتم تحديدها وفقاً لدالة انتماء معينة ، بدلاً عن دالة المعولية الاعتيادية لكونها اكثر شمولاً وتمثيلاً للبيانات المراد تطبيق نظرية المعولية لها .

ومن هنا تأتي اهمية هذه الرسالة في بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط (Mixture distrbution) من توزيعين مستمرين (Expontail - Frecht)، وذلك عبر أوزان تشكل هذا الخليط للتوزيعين، وبعد ذلك يتم العمل على تقدير معلمات هذا التوزيع بأستعمال عدة طرائق ، ومن ثم مقارنة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط الجديد بأستعمال مؤشر Mse.

ولتحقيق الهدف المرجو من الرسالة تم تقسيمها الى خمسة فصول تضمن الفصل الأول المقدمة ، هدف الرسالة ، مشكلة الرسالة ، الاستعراض المرجعي لأهم المصادر والبحوث ذات العلاقة بالموضوع والدراسات السابقة التي استطاع الباحث الحصول عليها .

الفصل الثاني تضمن الجانب النظري من الرسالة الذي استعرض فيه بناء النموذج الاحتمالي المختلط (Frecht - Expontail)، أيضا استعراض بعض خصائص التوزيع المختلط الجديد كالعزوم المركزية واللامركزية وبعض مقاييس النزعة المركزية (Measures of Central tendency)

كالوسط الحسابي ، الانحراف المعياري ، التباين وكذلك معامل الالتواء والتقلطح ومعامل الاختلاف وتضمن أيضا طرائق تقدير المعلمات حيث تم أستعمال طريقة الأماكن الأعظم ( Maximum Likelihood)، طريقة العزوم (Moment) ، طريقة المقدرات التجزئية ( prencetail estimator) ، الطريقة المقدر المقلص (Shrinkage method) ، وأيضا استعراض بعض المفاهيم الخاصة بالضبابية ودالة المعولية الضبابية .

بينما تضمن الفصل الثالث الجانب التجريبي الذي تضمن المحاكاة باستعمال طريقة (مونت كارلو) وذلك بغية الحصول على أفضل مقدرات لمعاملات التوزيع المختلط المقترح الجديد ، وأيضا الحصول على أفضل مقدر لدالة المعولية الضبابية (Fuzzy Reliability) بأستعمال المؤشر الاحصائي (Mse) .

الفصل الرابع الجانب التطبيقي والذي تم فيه توظيف البيانات الحقيقية التي حصل عليها الباحث وطبق عليها التوزيع المختلط المقترح الجديد وكذلك التوزيعات المفردة (Exponential) و(Frechet) وتم استعمال بعض معايير المفاضلة لتحديد التوزيعات الامثل والافضل في عملية تمثيل البيانات المدروسة ، وأيضا تم تقدير دالة المعولية الضبابية لهذه البيانات وبأستعمال افضل طريقة تقدير ظهرت في الجانب التجريبي .

الفصل الخامس شمل أهم الاستنتاجات والتوصيات التي خرجت بها الرسالة وتم التوصل اليها في الجانب التجريبي والتطبيقي .

## ( Problem of Research )

## 2.1 مشكلة البحث

تعاني الكثير من البيانات الخاصة بأوقات الاشتغال لحين الفشل أو العطل في الواقع التطبيقي من الصعوبة في تحديد نوع التوزيع الاحتمالي الملائم لها ، أذ أن من الصعوبة تمثيل البيانات بتوزيع احتمالي مفرد .

**(Purpose of Research)****3.1 هدف الرسالة**

تهدف الرسالة الى تحقيق هدفين رئيسيين الأول بناء نموذج دالة احتمالية للتوزيع المختلط الجديد (Frecht - Expontail)، وتقدير معلمات التوزيع المختلط بأستعمال عدة طرائق تقدير والهدف الثاني تقدير دالة المعولية الضبابية للتوزيع أنفاً واختبار افضل تقدير لدالة المعولية الضبابية بأستعمال المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (Mse) .

**(Review of literature)****4.1 الاستعراض المرجعي****1.4.1 البحوث الخاصة بالتوزيعات المختلطة**

أولى الباحثون في مختلف جوانب الحياة العملية والعلمية اهتماماً واضحاً لبحث نماذج التوزيعات المختلطة ولدى استعراض مجموعة البحوث ذات العلاقة بالموضوع والتي تيسر الحصول عليها نجد أن أول من قدر معلمات التوزيعات المختلطة العالم (Pearson)<sup>(3)</sup> :

- في عام (1959) استعمل (Kao)<sup>(34)</sup> توزيع ويبيل المختلط بمركبتين (2CMWD) لدراسة الأسباب التي ادت الى الفشل عند أستعمال الانابيب الالكترونية وشخص الباحث نوعين للفشل النوع الأول يتوزع توزيع ويبيل بمعلمة قياس ومعلمة شكل (أقل من الواحد) اما النوع الثاني للفشل يتوزع ويبيل بثلاثة معلمات وهي معلمة شكل (أكبر من الواحد) ومعلمتي (القياس والموقع) وللحصول على مقدرات التوزيع المختلط اقترح الباحث استعمال الطريقة البيانية (wpp) .
- في عام 1970 قدم الباحث (Falls)<sup>(27)</sup> تحديثاً لطريقة العزوم (التي استخدمها Rider عام 1961) لتقدير معلمات توزيع ويبيل المختلط لمجتمعين جزئيين في حالة عدم إمكانية تحديد انتماء المفردة الى المجتمع الجزئي وقد استخدم تقنية ضرورية لمعالجة الصعوبة في حل المعادلات الأنية الناتجة وكذلك استخدم الطريقة البيانية (Graphical estimate) لتقدير معلمة نسبة الخلط.
- في عام (1986)<sup>(42)</sup> قدم الباحث (Papadopoulos) و(اخر) بحثاً لدراسة مقدرات التوزيع الخليط لعينة مراقبة من النوع الأول والثاني بأستعمال طريقة الأماكن الأعظم وطريقة بيز بأعتماد توزيع أولي مناسب وتوزيع أولي جفري غير معلوماتي وتوصل الباحثان الى أن مقدرات معلمات القياس لطريقة الامكان الاعظم تمتلك أقل MSE وبالتالي هي افضل من طريقة بيز التي حققت تحيز أكبر.

• في عام 2004 أجرى ( Mosler وأخر) (38) اختبار تشتت القيم المعيارية (DS) وكذلك اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit Test) (AD) لاختبار التجانس ضد حالة عدم التجانس في أنموذج ويبيل المختلط كما اقترحا نوعاً آخر من الاختبارات يشمل الاتحاد بين الاختبارين المذكورين ومن ثم اجراء مقارنة بين الاختبارات الثلاث وتوصل الباحثان الى ان الاختبار الثالث (AD-DS) أفضل من الاختبارين السابقين الأول والثاني .

• في عام 2005 قدمت (السلطاني) (7) بحثاً تضمن دراسة ميزات التوزيعات الأسية المختلطة من مجتمعين جزئيين، تم استعمال طريقتي الإمكان الأعظم و العزوم لحساب معلمات التوزيعات المختلطة بأستعمال أسلوب المحاكاة وبحجوم عينات مختلفة وتوصلت الباحثة الى ان طريقة الإمكان الأعظم أفضل من طريقة العزوم في التقدير .

• في عام (2006) (35) قام الباحث ( Kathryn) بدراسة تم فيها حساب مقدرات طريقة (Maximum Likelihood) لتوزيعات خليطة واستندت الفكرة على نمذجة بيانات كاملة على أساس أنها بواسون مستقلة بحيث أن الأوساط الحسابية لعينات بواسون تنتج خليط أسي وأفترض أن  $(\beta_j)$  (متوسطات بواسون) هي مستقلة وتتوزع توزيع خليط بواسون وأستعمل تجارب لخليط مختلف مثلاً خليط اثنين أسي خلط بواسون أو خليط ثلاثة توزيع أسي خلط بواسون ينتج خليط توزيع هندسي بأحتمال نجاح  $\frac{1}{1+\beta_3} + \frac{1}{1+\beta_2} + \frac{1}{1+\beta_1}$  بالتعاقب واخيراً توصل الباحث الى ان توزيع  $(y_j)$  المستعملة في البحث هو مجموع الأوزان لثلاث احتمالات هندسية .

• في عام (2009) قدم الباحث (Ghitany وآخرون) (31) بحثاً تضمن استعراض توزيع بواسون – ليندلي المبتور (*Truncated Poisson – Lindley Distribution*) وتم احتساب بعض خصائص التوزيع المختلط كالمتوسط والتباين وكذلك احتساب الالتواء والتفلطح وتقدير معلمة التوزيع بطريقتي الإمكان الأعظم والعزوم وتوصل الباحثون الى إنَّ مقدر العزوم أكثر كفاءة من مقدر الإمكان الأعظم .

• في عام (2012) قدم الباحث (Bakouch وآخرون) (17) بحثاً تضمن توزيع ليندلي الموسع الذي ينتج من خلط توزيع لوماكس وتوزيع ويبيل , وناقش الباحثون خصائص التوزيع المختلفة مثل دالة المخاطرة ، المعولية والعزوم ، وتم تقدير معلمات التوزيع بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم

وتوصل الباحثون لدى تطبيق هذا التوزيع على بيانات حقيقية ان هذا التوزيع أكثر مرونة من توزيعات اوقات الحياة الأخرى .

● في عام (2013) قدم الباحث (Shanker وأخرون) <sup>(44)</sup> بتقديم توزيع Quasi Lindely الذي هو خليط من توزيع كاما والتوزيع الأسي وتم دراسة بعض خصائص التوزيع المختلط كالعزوم ودالة المخاطرة , وتم تقدير معلمات التوزيع بطريقة الأماكن الأعظم وطريقة العزوم, كما قام الباحثان بالمقارنة بين هذا التوزيع وتوزيع ليندلي من خلال التطبيق على بيانات لخنازير مصابة بمرض عصيات السل الخبيثة وبيانات لأوقات البقاء لنوع من الطيور وتبين عند المقارنة افضلية التوزيع المختلط (Quasi Lindely).

● في عام (2014) قام الباحث (Wakeel) <sup>(47)</sup> بتقدير معلمات توزيع ويبل المختلط بمركبتين (2CMWD) وبأستعمال طريقة الأماكن الأعظم وتطبيق المحاكاة بطريقة مونت كارلو حيث تم توليد (5000) نسخة من المكررات وتوصل الباحث الى إن زيادة حجم العينة تسبب في انخفاض التحيز وزيادة معلمة الخلط تسبب في انخفاض قيمة الوسيط وإنّ ازالة القيم المتطرفة أدى الى تحسن كبير في دقة تقديرات المعلمة وتقليل قيمة التحيز.

● في عام (2016) قام الباحث (صالح) <sup>(8)</sup> بتقدير دالة المخاطرة للتوزيع المختلط (الأسّي – كما من الدرجة الاولى) وبأستعمال خمسة طرائق التقدير الامكان الاعظم ، العزوم ، العزوم الخطية ، المقدرات التجزيئية ، بيز القياسية وبتوظيف اسلوب المحاكاة مونت كارلو وتوصل الباحث الى ان طريقة بيز كانت الافضل لحجوم العينات الصغيرة ، والامكان الاعظم والمقدرات التجزيئية الافضل لحجوم العينات الكبيرة .

### 2.4.1 البحوث الخاصة بالمعولية الضبابية

تعتبر البحوث والدراسات السابقة مهمة جداً في البحث العلمي وذلك لتناولها الكثير من الحقائق العلمية والمعرفية التي تسهم في دعم الجانب النظري والتطبيقي ولدى الاطلاع على مجموعة من البحوث ذات الصلة بموضوع المعولية الضبابية والتي تيسر للباحث الحصول عليها نجد بأن أول من كتب في هذا الموضوع العالم الايراني لطفي زاده <sup>(48)</sup> :

● في عام 1965 قدم (Zadeh) (48) أفكاره حول المنطق الضبابي ونظرية المجموعات الضبابية (Fuzzy Sets Theory) التي أستعملت لحل الكثير من المشاكل التي يكون وصف الأشياء فيها ضبابي لايعتمد على ثنائية (نعم أو لا) حيث استعمل مفهوم الضبابية في تنظيم عمل المحرك البخاري.

● في عام (1990) قدم الباحث (Sylvia) (43) بحثاً تضمن أستعمال مفهوم المنطق الضبابي في دراسة ثلاث حالات مختلفة للضبابية وإستطاع تقدير الحد الأدنى والحد الأعلى لدالة الإمكان الأعظم الضبابية لكل حالة منها عندما يكون توزيع العينة توزيع أسي والتوزيع الأولي للمعلمة هو توزيع كاما ودالة إنتماء مثلثية لبيانات العينة، وبعد أن أثبت الباحث وجود الضبابية لثلاث حالات والمتمثلة في العينة مرة وفي معلمة التوزيع الأولي للمعلمة مرة أخرى، ووجود الضبابية في العينة ومعلمة التوزيع الأولي للمعلمة ، إستطاع الوصول الى تقدير دالة الحد الأدنى للتوزيع اللاحق الضبابية و تقدير الحد الأعلى للتوزيع اللاحق الضبابية للحالات الثلاث انفة الذكر.

● في عام 1997 اقترح (Chen) (22) طريقة حديثة لتحليل دالة المعولية للنظام الضبابي باستعمال نظرية المجموعة الغامضة (Vague Set Theory) وتوصل الباحث الى إن دالة المعولية الضبابية لكل مركبة في النظام هي متمثلة بالمجموعات الغامضة ومعرفة في المجموعة الشاملة  $[0,1]$  .

● في عام (2002) قدم الباحث (Bohdan) (وأخر) (19) بحثاً حول دالة المعولية الضبابية عندما تكون بيانات أوقات الفشل ضبابية وتتوزع توزيع ثنائي الحدين وبأستعمال اسلوب التحويل توصل الباحثان الى اقتراح صيغة جديدة لمعدل أوقات الفشل تعتمد بالأساس على الصيغة القديمة لمعدل الفشل للثوابت الأخرى التي تمتلك دالة انتماء مثلثية .

● في عام 2004 ، قدم (Tanrioven) وآخرون (45) بحثاً عن المنطق الضبابي في أنموذج ماركوف لوصف كل من معدلات الانتقال والتغيرات الموسمية على أساس درجة الحرارة، وبتصنيف الظروف الجوية الى ( العادية، أقل العاصفة، عاصفة جداً) وغيرها ، وتحديد معولية نظام نقل الطاقة الكهربائية

كدالة للزيادة في مستوى الذروة وتم تحديد معامل الاختلاف لمعولية النظام مع الظروف الجوية.

• في العام ذاته (2004) استعمل الباحث (Chung)<sup>(25)</sup> أسلوب بيز لتقدير الحد الأدنى والأعلى لدالة المعولية الضبابية عندما تتبع العينة توزيع بواسون والتوزيع الأولي للمعلمة توزيع كاما يحتوي على معلمتين ضبابيتين معبراً عن درجة الانتماء بدالة هدف ، وقد استخدم أسلوب البرمجة غير الخطية لتعظيم دالة الهدف والتي تجد قيمة درجة الانتماء وتربطها مع المعولية الضبابية وتوصل الباحث الى أن دالة الانتماء التي يتعامل معها هي دالة شبه المنحرف.

• في العام ذاته أيضاً قدم (Farahat وآخرون)<sup>(28)</sup> بحثاً تضمن دراسة أسلوب المنطق الضبابي لتقدير دالة معولية أنظمة الطاقة المعقدة والكبيرة في التعامل مع المتغيرات الضبابية واستخدم (Fuzzy set theorem) نظرية المجموعات الضبابية لتقدير معاملات الاختلاف (coefficients of different) ووفقاً لشروط مختلفة في التعبير عن دالة المعولية ، مما مهد الى تطور كبير في مختلف جوانب التخطيط وأنظمة تشغيل الطاقة في السعودية .

• في عام 2006 حدد الباحث (kumar وأخر)<sup>(36)</sup> العينة الضبابية بدالتين الأولى تمثل الحد الأدنى للتأكد والدالة الثانية تمثل الحد الأدنى لعدم التأكد ، ودالة الانتماء لبيانات العينة الضبابية هي دالة شبه المنحرف ، ومن خلال هاتين الدالتين وبأستعمال العمليات الحسابية الخاصة بالمجموعات الضبابية توصل الباحثان إلى تقدير دالة المعولية الضبابية .

• في عام 2008 قدم الباحث (Zhou)<sup>(49)</sup> بحثاً تضمن تقدير حدود الثقة للمعولية وتكوين فترة يتم تحويل بيانات هذه الفترة الى بيانات ضبابية ذات دالة إنتماء مثلثية ومن خلال هذه البيانات توصل الباحثان الى تقدير دالة المعولية الضبابية .

• في عام 2009 قام الباحث (أوجي)<sup>(1)</sup> بأيجاد مقدرات بيز لدالة المعولية المضببة للتوزيع الاسي وبأستعمال المحاكاه لتوليد أرقام عشوائية وكذلك تم التطبيق على بيانات حقيقية للشركة العامة للصناعات الكهربائية واستعملت طريقتين لتقدير دالة المعولية, الطريقة الأولى (FRDP) والثانية طريقة بيز وبأستعمال دالة شبه المنحرف ، وظهر الجانب التطبيقي تطابق واضح في النتائج التي تم الحصول عليها في الجانب التجريبي .

● في عام 2009 قام الباحث (Baloui) <sup>(18)</sup> بأختبار معولية نظام باستعمال التوزيع الأسي المضرب ، وذلك عن طريقة صياغة دالة (Fuzzy Reliability) ولمجموعة القطع  $\alpha$  ، وتوصل الباحث الى امكانية تطبيق نظرية الاحتمال الضبابي بنجاح لأيجاد المعولية في الأنظمة التي تكون فيها المشاهدات خليطاً من العشوائية وعدم التأكد (الضبابية) ، وغير مناسبة في الانظمة الاعتيادية (التقليدية) .

● في عام 2015 م قامت الباحثة (هرموش) <sup>(16)</sup> بتقدير دالة المعولية والاتاحية لنظام الانتاج المتتالي وبوجود أوقات تشغيل ضبابية بأستعمال طريقة بيز وتحويل ميلين اذ تم تطبيق الدراسة على بيانات تم جمعها من الشركة العامة للزيوت النباتية – قسم الألمنيوم وتوصلت الباحثة الى إنَّ الطريقة المستعملة لتقدير دالتي المعولية والأتاحية من خلال الدمج بين اسلوب بيز وتحويل ميلين تعطي أفضل المقدرات لدالتي المعولية والأتاحية.

● في عام 2017 قدم الباحث (Ibrahim) واخر) <sup>(33)</sup> بحثاً تضمن تقدير معالم ومعولية التوزيع الأسي الضبابي استعمل الباحثان طريقتي الأماكن الأعظم والعزوم ، والارقام الضبابية (0.3 , 0.5) لتقدير دالة المعولية الضبابية ، وبتوظيف أسلوب المحاكاة والمقارنة بين النتائج بأستعمال المؤشر الاحصائي Mse ، توصل الباحثان الى أن مقدر الأماكن الأعظم هو أفضل من مقدر العزوم ، عند الرقم الضبابي (0.3)

واستكمالاً لما تقدم في البحوث أعلاه الخاصة بالتوزيعات المختلطة والمعولية الضبابية تناولنا خلال بحثنا بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط المقترح الجديد (Frecht - Expontail) وبثلاث معالم معلمة الشكل (Shape Parameter) ، معلمة القياس (Scale Parameter) ، معلمة الخلط (Mixing Parameter) ، وتقدير هذه المعالم بأربعة طرائق (المكان الأعظم ، العزوم ، المقدرات التجزيئية ، المقدر المقلص ) ومن ثم استعمال هذه التقديرات لايجاد تقدير دالة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط المقترح الجديد وتطبيقه على بيانات حقيقية .

# الفصل الثاني

الجانب النظري

1.2 المقدمة**(Introduction)**

في هذا الفصل سيتم التطرق الى دالة المعولية الضبابية والدوال والمفاهيم المرتبطة بها وكذلك التطرق الى مفهوم بناء الدالة الاحتمالية للتوزيع المختلط الجديد (Exponential-Frechet) وبيان خصائصه المختلفة كالعزوم حول نقطة الاصل ، وكذلك العزوم حول الوسط الحسابي والقوانين الخاصة بحساب معامل (الاختلاف ، الالتواء ، التفلطح) ومن ثم تقدير معاملات هذا التوزيع ، وكذلك تقدير دالة المعولية الضبابية باستعمال بعض طرائق التقدير ((الامكان الاعظم (Mle) ، العزوم (Mom) ، المقدرات التجزيئية (Per) ، المقدر المقلص (shrinkage)).

2.2 الاساسيات والمفاهيم ذات العلاقة في المجموعات الضبابية

## Basic and related concepts in the theory of fuzzy sets

تتوقف دقة النتائج التي يتم الحصول عليها من تقدير معاملات ودالة المعولية لأي توزيع احتمالي سواء كان ( احادي ، مختلط ، مركب ) على نوع البيانات المستعملة ، والبيانات التي تصف الظواهر والحوادث التي ليس لها حدود قاطعة ، ولاتملك درجة ثقة معتد بها وتعتمد في الغالب على وصف الاشياء ( كبير ، صغير ، متوسط ) أو غيرها من الاوصاف ، وبحسب الظاهرة المقاسة هذا ما يعرف بالبيانات الضبابية او بيانات عدم اليقين او عدم التأكد ، والتي هي بالاساس توسيع لنظرية المجموعات الاعتيادية (1) والتي تقوم على اساس وصف العنصر بالانتماء او عدم الانتماء للمجموعة الاعتيادية ، بينما المجموعات الضبابية تقوم على اساس انها تتكون من عناصر تنتمي الى المجموعة الضبابية بدرجة انتماء تقع ضمن الفترة [0,1]

ولتوضيح الفروق بين المجموعات الاعتيادية والمجموعات ذات المنطق الضبابي سنتطرق الى تعريف الضبابية والمنطق الضبابي وكذلك المجموعات الاعتيادية والضبابية وكالتالي :

**1.2.2 الضبابية****Fuzziness**

تعرف الضبابية على كونها حالة من حالات عدم التأكد وبمعنى اوسع تعني الغموض في وصف الاشياء ، وايضا هي مفهوم للتعبير عن غموض الحدث وقياس درجته وترتبط بالمجموعات الضبابية ، والذي يتم فيها تخصيص قيم او درجات انتماء معينه بشكل تنازلي من العدد (1) الى العدد (0) بطريقة يتحول فيها الزمن من عنصر منتمى الى المجموعة الى عنصر لاينتمي الى المجموعة وبالتالي تتحول جميع الازمنة الاعتيادية الى ازمنة ضبابية (9) .

**2.2.2 المنطق الضبابي****Fuzzy Logic**

يعتبر المنطق الضبابي (**Fuzzy Logic**) مصطلح ومفهوم وضع اساسه من قبل العالم الايراني لطفي زاده عام 1965 بهدف وصف المجاميع المتعددة القيم (48)، ووضع الافكار الخاصة بالمجموعة الضبابية ، واعتبر ذلك تحول وانتقال كبير من المنطق الكلاسيكي القائم على ثنائية ( الصح او الخطأ) الى منطق يعتمد القيم ضمن المجموعة المغلقة [0،1] بهدف الاستدلال على ظروف غير مؤكد، وقد ساهم ذلك بشكل كبير في تطوير علوم الرياضيات القديمة والكلاسيكية والارقام والانتقال بها الى الرياضيات الفلسفية واللغوية ، وكذلك ساهم هذ المنطق في ايجاد العديد من الحلول للمشاكل وبكاف مناسبة جداً عند المقارنه مع الحلول التي كانت قائمة قبل ظهور هذا المنطق (37) .

**3.2.2 المجموعات التقليدية****Crisp set**

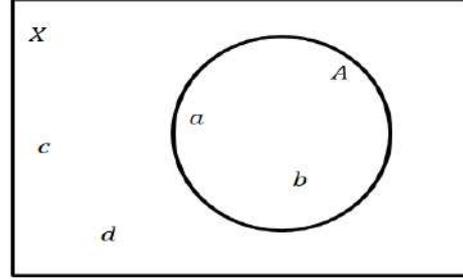
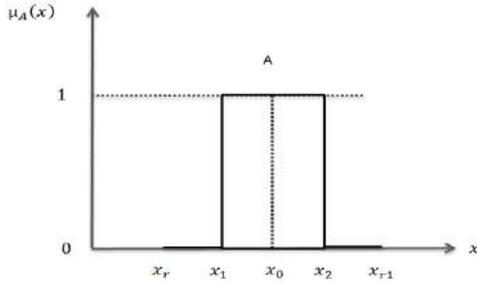
وهي مجموعات مبنية على اساس رياضي منطلقة ام ان يكون العنصر منتمى المجموعة او لا يكون منتمي ، وابرز مايميزها هو الحدود الواضحة والمعروفة لكل عضو منتمي فلا يمكن ان يكون العنصر في المجموعة وخارجها في نفس الوقت .

وعلى افتراض ان  $X$  المجموعة الشاملة وان  $A$  تمثل مجموعة جزئية من  $X$  ، فإن كل عنصر من عناصر  $X$  في المجموعة  $A$  يمكن ان ينتمي او لا ينتمي للمجموعة  $A$  .

وعلى افتراض ان  $\mu_A$  دالة مميزة وظيفتها اعطاء كل عنصر من عناصر المجموعة  $X$  درجة انتماء ، وتكون هذه الدالة ثنائية القيم (0,1) (20)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in A \\ 0 & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

فاذا كانت دالة الانتماء تساوي (1) فإن العنصر  $X$  ينتمي بصورة تامة الى المجموعة  $A$ .  
 واذا كانت دالة الانتماء تساوي (0) فإن العنصر  $X$  لا ينتمي اطلاقاً الى المجموعة  $A$ .  
 والشكل (2-1) يبين المجموعات الاعتيادية والعناصر التي تنتمي الى المجموعة من عدمها



الشكل (2-1) شكل بياني يوضح المجموعات الاعتيادية .

## Fuzzy Set

## 4.2.2 المجموعات الضبابية

وهي المجموعات التي تمتلك عناصرها درجة انتماء معينة وتكون ذات حدود غامضة وتميز هذه المجاميع بدوال الانتماء التي خصصت لكل عنصر درجة انتماء معينة حيث انها تمتلك مدى بين  $[0,1]$ .

على افتراض ان  $X$  مجموعة شاملة تحتوي على جميع العناصر وأن  $\tilde{A}$  مجموعة جزئية ضبابية من  $X$  فدالة الانتماء من  $\tilde{A}$  هي دالة في  $X$  تكتب  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  وتأخذ الفترة  $[0, 1]$ . المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  في  $X$  يمكن تمثيلها كالآتي (24):

$$\tilde{A} = \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) \mid x \in X\} \quad \dots \quad (2-1)$$

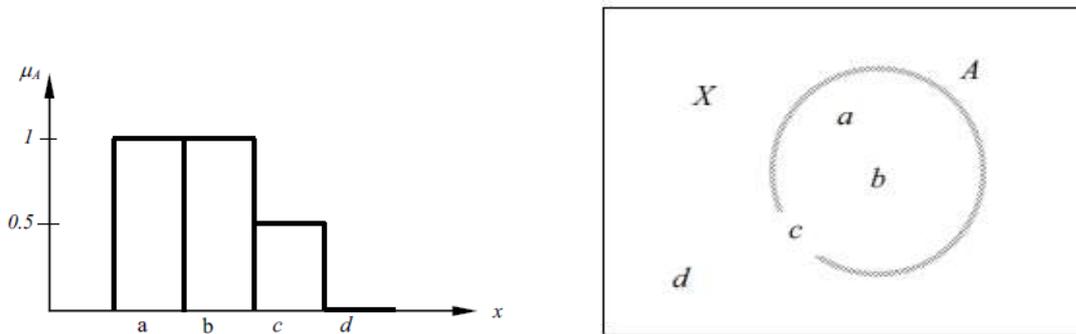
فإذا افترضنا ان  $\mu_{\tilde{A}}(X_0) = 1$  يكون العنصر  $X_0$  منتمي تماما الى  $\tilde{A}$

وإذا كانت  $\mu_{\tilde{A}}(X_0) = 0$  يكون العنصر  $X_0$  غير منتمي تماما الى  $\tilde{A}$

فإذا افترضنا ان  $\mu_{\tilde{A}}(X_0) = 0.3$  يكون العنصر  $X_0$  منتمي بدرجة 0.3 الى المجموعة  $\tilde{A}$ .

والشكل (2.2) ادناه يوضح ان الانتماء للعناصر (a,c) يقع بين [0,1] وان العناصر بالامكان انتماءها

الى للمجموعة  $\tilde{A}$  بدرجات انتماء مختلفة (23)



الشكل (2-2) شكل بياني يوضح المجموعات الضبابية

**5.2.2 القطع  $\beta$ - CUT**

تعرف  $\beta$  بأنها اقل درجة انتماء من الممكن ان يمتلكها اي عنصر في المجموعة الضبابية وتقع قيمتها ضمن الفترة المغلقة  $[0,1]^{(10)}$  .

**Membership function****6.2.2 دالة الانتماء**

وتعتبر من المفاهيم المهمة في نظرية المجموعات الضبابية والتي يمكن التعبير عنها بأنها الدالة التي تولد القيم للعناصر التي تنتمي الى المجموعة الضبابية والتي تقع ضمن مدى الأرقام الحقيقية في الفترة المغلقة  $[0,1]$  وعندما تكون قيمتها تساوي الصفر فان العنصر لا ينتمي الى المجموعة الضبابية تماما <sup>(34)</sup>، وعندما تكون قيمتها مساوية الى الواحد فأن العنصر يكون منتمي تماما الى المجموعة الضبابية ، ويمكن التعبير عنها بطريقتين فأما ان يعبر عنها (بشكل عددي او بشكل دالة ) ومن امثلتها ( دالة شبة المنحرف ، المثلثية ..... الخ ) <sup>(32)</sup> من الدوال الضبابية وذلك بالاعتماد على طبيعة البيانات التي تستخدم في البحث او الدراسة ، فلو افترضنا ان البيانات التي يتعامل معها الباحث تجريبية يتم تثبيت درجة دالة الانتماء ومن ثم تحديد قيم المتغير \*  $x$  المقابلة لقيمة  $\beta$  وتدعى القيمة الجديدة ل  $(x^*)$  ب  $x(\beta)$  <sup>(24)</sup> ، اما اذا كانت البيانات حقيقية سيكون لدينا هنا فترات توضح حدود قيم المتغير العشوائي \*  $x$  (حدود دنيا وعليا) والتي من خلالها يمكن تحديد درجة الانتماء لكل عنصر في المجموعة الضبابية ومن ثم يتم تحديد الحد الأدنى لـ  $\beta$  في للمجموعة الضبابية .

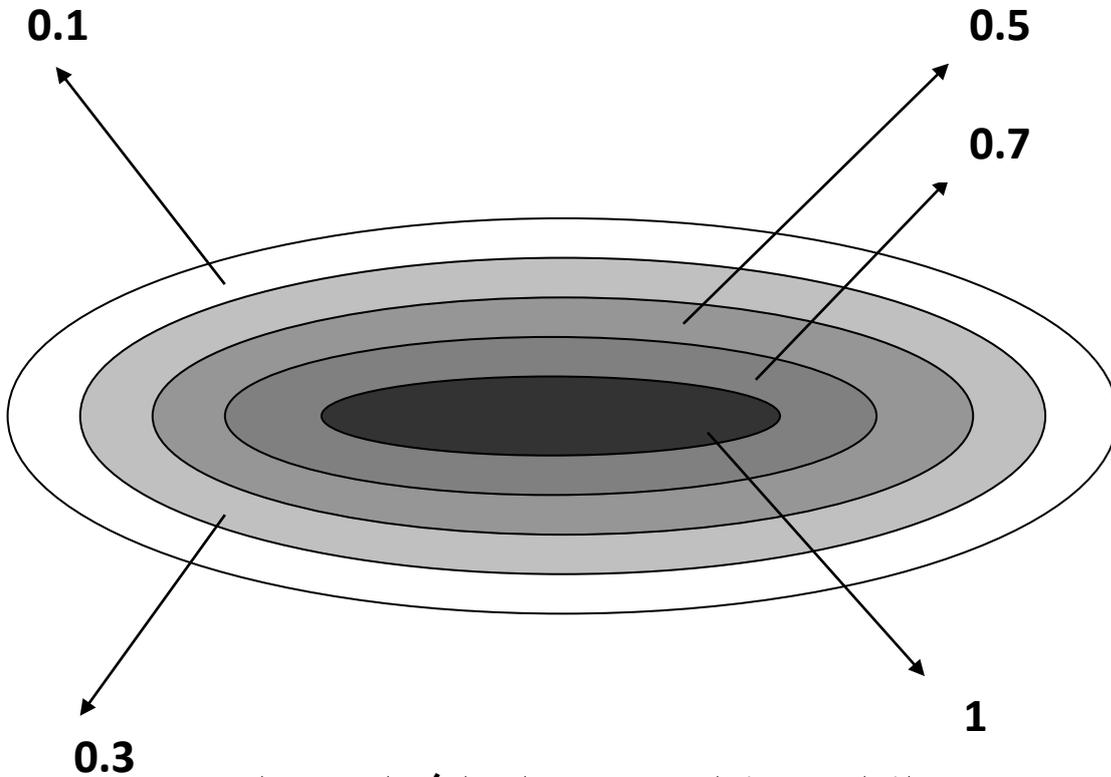
### 7.2.2 مجموعة المستوى $\beta$ للمجموعة الضبابية $x^*$

#### $\beta$ -Level set for fuzzy set $x^*$

هي مجموعة من العناصر في المجموعة الضبابية  $X^*$  التي تمتلك درجة انتماء اكبر او تساوي  $\alpha$  ويرمز لها بالرمز  $X_\alpha^*$  ويعبر عنها بالصيغة الأتية

$$X_\alpha^* = \{x_i^* \in T^* : U(x_i^*) \geq \beta\} \quad \dots(2-2)$$

والشكل (2-3) يوضح التداخل بين المستويات المختلفة لـ  $\beta$  (12) والذي نلاحظ من كلما كبرت قيمة  $\beta$  قلت عدد العناصر التي تمتلك درجة انتماء اكبر او مساوية الى قيمة  $\beta$  والعكس عندما تقل قيمة  $\beta$  تزداد عدد العناصر التي تمتلك درجة انتماء اكبر او مساوية لقيمة  $\beta$  وذلك يعني ان الزيادة في قيمة  $\beta$  في العينة الضبابية تؤدي الى تقليل العشوائية والضبابية ، ممايقود بالخلاصة الى ان الحد الادنى  $\beta$  يتناسب عكسياً مع الضبابية .

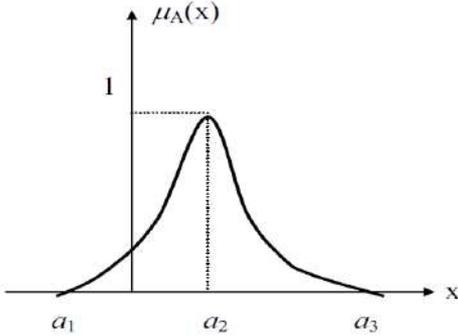


الشكل (2-3) شكل بياني يوضح التداخل في المستويات لـ  $\beta$

### 8.2.2 الأرقام الضبابية

#### (Fuzzy Number)

وهي أداة تستخدم لوصف حالة عدم اليقين والتأكد التي تصاحب بعض المشاهدات ، وتقسم هذه الأرقام في الغالب إلى أرقام مثلثية (Traingular) ، أرقام شبه منحرفة (Trapizoidal) أو أي شكل آخر<sup>(9)</sup> ويوضح الشكل أدناه منحنى الأرقام الضبابية عند قيم معينة .



الشكل (2-4) يبين الرقم الضبابي

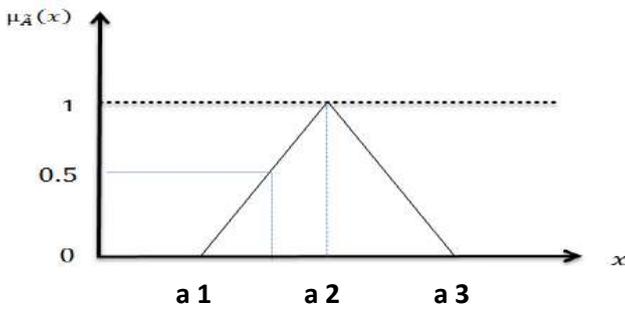
### 1.8.2.2 الرقم الضبابي المثلثي

#### (Triangular Fuzzy Number)

ويأخذ شكل مثلث و يعرف بثلاثة أرقام  $(a_1, a_2, a_3)$  بحيث ان  $a_1 < a_2 < a_3$  وتكون قاعدة المثلث  $[a_1, a_3]$  ورأسه عند  $x=a_2$  ويكتب بالصيغة  $\tilde{N} = a_1 / a_2 / a_3$  ويميز بدالة انتماء مثلثية<sup>(41)</sup> صيغتها كالتالي :

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & \text{o. w} \end{cases}$$

الشكل (2-5) ادناه يوضح الرقم المثلثي الضبابي



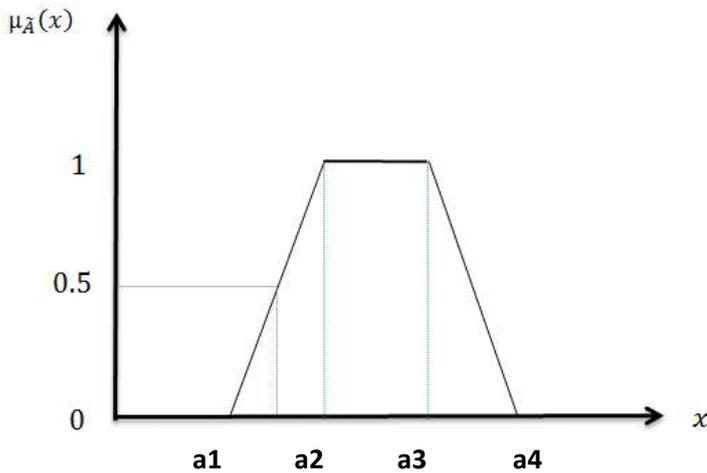
الشكل (2-5) الرقم الضبابي المثلثي عند قيم افتراضية

### 2.8.2.2 الرقم الضبابي شبه المنحرف (Trapezoidal Fuzzy Number)

ويأخذ شكل شبه المنحرف و يعرف بأربعة ارقام  $(a_1, a_2, a_3, a_4)$  بحيث ان  $(a_1 < a_2 < a_3 < a_4)$  وتكون قاعدة المثلث  $[a_1, a_4]$  والقيمة عند الفترة  $[a_2, a_3]$  ويكتب بالصيغة  $\mu = a_1/a_2, a_3/a_4$  ويميز بدالة انتماء شبه منحرفة (40) صيغتها كالتالي :

$$\mu_{\bar{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

والشكل ادناه يوضح الرقم الضبابي شبه المنحرف عند قيم معينة لتمثيل  $(a_1, a_2, a_3, a_4)$



الشكل (2-6) يوضح الرقم الضبابي شبه المنحرف عند قيم افتراضية

## 9.2.2 دالة المعولية

### (Reliability function)

المعولية **Reliability** تعرف على انها هي دالة لإستمرارية عمل المركبة وذلك بأنقضاء وقت بمقدار  $t$ ، وايضا تعرف المعولية على انها عبارة عن مقياس لقدرة جزء من أجزاء نظام معين أو نظام بالكامل على العمل بصلاحية تامة من دون توقف ، وكذلك تعرف على انها احتمال بقاء المركبة او الجهاز صالحاً للاستخدام بعد مرور مدة من الزمن ( $x$ ) ويمكن التعبير عن المعولية بالصيغة التالية (11)

$$R(x) = p(X \geq x) = \int_x^{\infty} f(x) dx \quad \dots (2 - 3)$$

ومن ابرز خصائصها :

- $0 \leq R(x) \leq 1$
- $R(0) = P(X < 0) = 1$
- $R(\infty) = 0$
- $R(x_1) \geq R(x_2)$  فإن  $x_1 < x_2$

فهي دالة رتيبة تتناسب بشكل عكسي مع الزمن، مما يعني انه كلما تقدم زمن عمل المركبة تقل القيمة الخاصة بدالة المعولية وبمعنى اخر :

$$R(x_1) > R(x_2) > R(x_3) > \dots > R(x_{\infty})$$

ويمكن اثبات ذلك كالتالي :

على افتراض انه لدينا دراسة تخص فترتين  $x_1, x_2$  وان  $x_2 > x_1$  فإن دالة المعولية للفترة  $x_2$  تكون اقل من دالة المعولية للفترة  $x_1$  ويعبر عنها رياضيا :

$$\int_{x_1}^{x_2} f(u) du \geq 0$$

ويمكن كتابتها بالصيغة الآتية :

$$= F(x_2) - F(x_1) \geq 0$$

$$F(x) = 1 - R(x) \text{ وبما ان}$$

$$= 1 - R(x_2) - [1 - R(x_1)] \geq 0$$

$$= 1 - R(x_2) - 1 + R(x_1) \geq 0$$

$$= R(x_1) - R(x_2) \geq 0$$

والنتيجة تثبت ان

$$R(x_1) \geq R(x_2)$$

وأن دالة المعولية في بداية عمل المركبة ( الزمن الصفري) قيمتها (1) وتبدأ بعد ذلك بالتناقص  
الترتيب الى ان تصبح عند اكبر زمن ( $Max x$ ) لعمر الماكنة او الجهاز تساوي صفر وكالتالي<sup>(24)</sup>  
:

$$R(x = 0) = 1$$

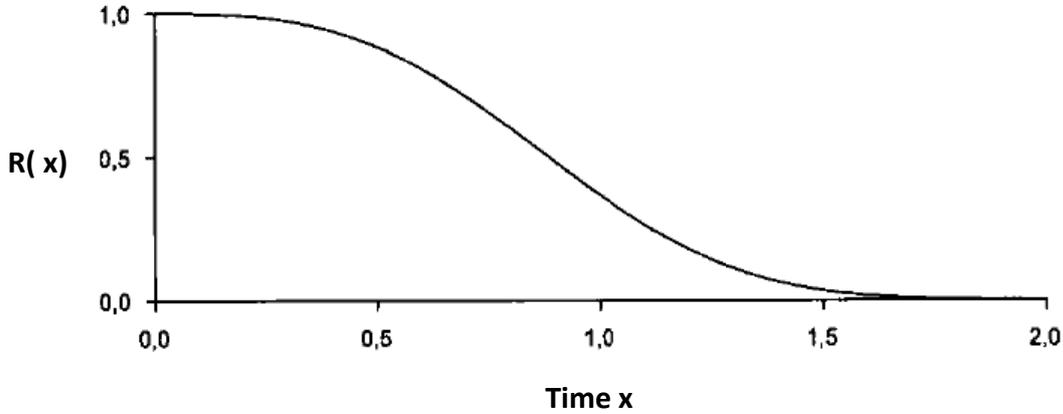
⋮

⋮

$$R(x = Max x) = 0$$

فاذا كانت المعولية تساوي (0) فان الجهاز لايعمل, اما اذا كانت قيمتها تساوي  
(1) هذا مؤشر على ان الماكنة في بداية العمل لغاية الوقت  $x$ .

والشكل ادناه (7 - 2) يبين العلاقة بين الزمن ودالة المعولية<sup>(39)</sup>



الشكل (7 - 2) يوضح العلاقة بين الزمن ودالة المعولية

وان احتمال الفشل ضمن الفترة الزمنية  $t_1, t_2$  يمكن ان يعبر عن دالة المعولية وان معدل الفشل الحاصل للفترة  $(t_1, t_2)$  يرمز له  $\beta(t)$  وكالتالي :

$$\beta(x) = \frac{R_X(x_1) - R_X(x_2)}{R \Delta(x)} \quad \dots (2-4)$$

$B(x)$  معدل الفشل

$R_X(x_1), R_X(x_2)$  المعولية عند الزمن  $x_1, x_2$

$R_X(x)$  المعولية عند الزمن  $x$

$R(\Delta x)$  المعولية عند الزمن المتغير  $\Delta x$

وعند حساب المعولية لأي مركبة و لفترة محددة بين  $x_1$  و  $x_2$  إذ أن  $x_1$  تمثل بداية فترة الحياة و  $x_2$  نهاية فترة الحياة ، فمن المؤكد ان المركبة تعمل في الوقت  $x_1$  والمطلوب معرفة مدى قابلية هذه المركبة على الأستمرارية بالعمل حتى الوقت  $t_2$  ولكن في الحقيقة قد تتوقف المركبة عن العمل قبل الزمن  $x_2$  أي ان وقت التوقف  $x_2$  فيه شيء من عدم التأكد أي أنه قيمة غير محسوبة بالضبط لذلك تعد القيمة  $x_2$  قيمة ضبابية ونتيجة لكون هذه القيمة تمثل القيمة الأخيرة ضمن مجال قيم أوقات الحياة  $x$  فأن جميع أوقات الحياة ستكون ضبابية<sup>(24)</sup> وهذا طبقاً لنظرية المجموعات الضبابية والتي تشير الى أن اي مجموعة تحتوي على قيمة واحدة ضبابية فالمجموعة بكل عناصرها تعد ضبابية والذي يعبر عنها بالرمز  $\tilde{R}(x)$  .

$$\tilde{R}(x) = \mu_{\tilde{A}(x)} \cdot R(x) \quad \dots (2 - 5)$$

$$R(x) = \int_t^{\infty} f(x) dx \quad \text{ومن المعروف ان}$$

نحصل على

$$R(x) = \int_t^{\infty} f(x) dt \quad \mu_{\tilde{A}}(R) \quad \dots (2 - 6)$$

$$\tilde{X} = [(0, \infty) \mu_{xi}] \quad \text{حيث ان قيم المتغير العشوائي الضبابي } \tilde{X} \text{ تمثل رقم ضبابي}$$

وبالنسبة لموضوع الرسالة الذي يتناول في جانب منه مقارنة طرائق تقدير المعولية الضبابية للتوزيع الاحتمالي المختلط (الأسّي - فريجت) حيث ان دوال التقدير ستكون بدلالة المتغير  $(x)$  وبعد ذلك سيتم تحويل المتغير  $(x)$  الى قيمة ضبابية وذلك بأدخال عامل الضبابية  $\tilde{K}_i$  على قيم  $(x)$  وذلك بتخصيص قيم دالة انتماء لعناصر المجموعة الشاملة ضمن المجال المحدد  $[0,1]$ .

### (Exponential distribution)

### 3.2 التوزيع الاسي

التوزيع الاسي (Exponential distribution) هو توزيع مستمر اشتق اسمه من الدالة الاسية ويعد من اكثر التوزيعات انتشاراً وفائدة خصوصاً في تخمين الفترات الزمنية بين وقوع الاحداث في عمليات بواسون (Poisson)، ويتميز التوزيع الاسي عن التوزيعات الاخرى بأن دالة المخاطرة فيه كمية ثابتة (14)، وان دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التجميعية ودالة المعولية تكون كالتالي :

1- دالة الكثافة الاحتمالية ( pdf ) (probability density function)

يعتبر التوزيع الاسي حالة خاصة من توزيع كما عندما  $\alpha = 1$  فإذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كما (Gamma Distribution) تأخذ الشكل التالي :

$$f(x, \alpha, \theta_1) = \frac{1}{\Gamma \alpha \theta_1^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} \quad x, \theta_1 > 0 \quad \dots (2 - 7)$$

فإن دالة الكثافة الاحتمالية التوزيع الاسي تأخذ الشكل التالي :

$$f(x, \theta_1) = \frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} \quad x, \theta_1 > 0 \quad \dots (2 - 8)$$

حيث ان  $\theta$  تمثل معلمة التوزيع  $\theta > 0$

2- دالة التوزيع التراكمية CDF (Cumulative distribution function)

دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي يتبع التوزيع الاسي تعطى بالصيغة التالية :

$$F(x; \theta_1) = 1 - e^{-\frac{x}{\theta_1}} \quad , \quad x, \theta_1 > 0 \quad \dots (2 - 9)$$

3- دالة المعولية R(x) (Reliability Function)

دالة المعولية لمتغير عشوائي يتبع التوزيع الاسي تعطى بالصيغة التالية :

$$R(x; \theta_1) = e^{-\frac{x}{\theta_1}} \quad , \quad x, \theta_1 > 0 \quad \dots (2 - 10)$$

4-2 توزيع فريجت (Frecht Distribution)

قدم هذا التوزيع من قبل العالم الفرنسي فريجت (Frecht) عام 1973 وهو من التوزيعات الاحتمالية التي تمتاز بالاستخدامات المتعددة فهو يستخدم في ( نماذج ازمنة الحياه ، نمذجة وتحليل حوادث الكوارث الطبيعية كالزلازل ، الدراسات البيولوجية ، الدراسات الطبية ) وكذلك في دراسة نماذج اوقات الفشل التي يكثر استعمالها في تقدير المعولية للمكائن والاجهزة المختلفة (26) ، وان دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التجميعية ودالة المعولية تكون كالتالي :

1- دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) (probability density function)

عام 1993 اقترح الباحثان (Mundhol ,Drapella) تسمية مقلوب ويبل على توزيع فريشت وعلى افتراض ان المتغير العشوائي  $x$  يتوزع وفقاً لتوزيع ويبل (Weibull) فإن مقلوب المتغير العشوائي  $\left(\frac{1}{x}\right)$  يتوزع وفقاً لتوزيع (Frecht Distribution) ودالة الكثافة الاحتمالية تأخذ الشكل التالي (30) :

$$f(x, \theta_2, \lambda) = \frac{\lambda}{\theta_2} \left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{(\lambda+1)} e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^\lambda} \quad x > 0 \quad \dots (2 - 11)$$

حيث ان  $\lambda > 0$  تمثل معلمة الشكل (Shape Parameters)

وان  $\theta_2 > 0$  تمثل معلمة القياس (Scale Parameters)

2- دالة التوزيع التراكمية CDF (Cumulative distribution function)

دالة التوزيع التراكمي لمتغير عشوائي يتبع توزيع (Frecht Distribution) يعطى بالصيغة التالية:

$$F(x, \theta_2, \lambda) = e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^\lambda}, \quad x > 0 \quad \dots (2 - 12)$$

3- دالة المعولية (Reliability Function)

دالة المعولية لمتغير عشوائي يتبع توزيع فريجت تعطى بالصيغة التالية :

$$R(x, \theta_2, \lambda) = 1 - e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^\lambda} \quad x > 0 \quad \dots (2 - 13)$$

5-2 التوزيع المختلط

(Mixture Distribution)

التوزيع المختلط او الخليط يمكن تعريفه على انه التوزيع الناتج عن خلط اكثر من توزيع او توزيعيين عندما تكون الظاهرة محل الدراسة تتمثل بأكثر من توزيع ، ويحدث هذا عند سحب عينة من المجتمعات الغير متجانسة كل منها تمثل نسبة او جزء من المجتمع الاصلي بدوال كثافة احتمالية مختلفة او متشابه بمعاملات مختلفة لكل مجتمع جزئي وبالتالي يمكن القول بأن التوزيع الخليط هو خلط توزيعات المجتمعات الجزئية ووفق نسبة مايمثله كل مجتمع من المجتمع الاصلي<sup>(3)</sup> وعليه فإن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المختلط بصورة عامة تكون بالصيغة الآتية:

$$f(x) = Z_1f_1(x) + Z_2f_2(x) + Z_3f_3(x) + \dots + Z_n f_n(x) \quad \dots (2 - 14)$$

$Z_i$ ;  $i = 1,2,3,4 \dots n$  تمثل معلمة نسبة الخلط (Mixing proportion parameter) وهي نسبة كل مجتمع جزئي من المجتمع الاصلي، وان عدد معاملات الخلط يعادل عدد التوزيعات او المركبات المتكون منها النموذج مطروحاً منه واحد وذلك لغرض تحديد نسبة مساهمة كل توزيع في التوزيع المختلط بغض النظر اذا كانت هذه التوزيعات من نفس النوع او من انواع مختلفة وهذا يعني ان<sup>(47)</sup>

$$\sum_{i=1}^n Z_i = 1 \quad 0 < Z < 1$$

وايضاً فان دالة التوزيع التجميعية (Cumulative Distribution Function) للتوزيع المختلط تكون كالتالي :

$$F(x) = Z_1F_1(x) + Z_2F_2(x) + Z_3F_3(x) + \dots + Z_n F_n(x) \quad \dots (2 - 15)$$

$F_1(x), F_2(x), F_3(x)$  تمثل الدوال التجميعية للتوزيعات المساهمة في التوزيع المختلط

ودالة المعولية (Reliability Function) تكون كالتالي :

$$R(x) = Z_1R_1(x) + Z_2R_2(x) + Z_3R_3(x) + \dots + Z_n R_n(x) \quad \dots (2 - 16)$$

$R_1(x), R_2(x), R_3(x)$  تمثل دوال المعولية او البقاء للتوزيعات المساهمة في التوزيع المختلط ودالة المخاطرة (Hazard Function) تكون كالتالي :

$$R(x) = Z_1 h_1(x) + Z_2 h_2(x) + Z_3 h_3(x) \dots + \dots Z_n h_n(x) \quad \dots (2 - 17)$$

$h_1(x), h_2(x), h_3(x)$  تمثل دوال المخاطرة للتوزيعات المساهمة في التوزيع المختلط .

### 1.5.2 التوزيع المختلط الجديد (الاسي – فريجت)

#### Mixture New Distribution (Exponential-Freht)

والتوزيع الجديد الذي سيتم بناء دالته الاحتمالية في هذا البحث هو توزيع خليط من متغيرين عشوائيين احدهما يتبع التوزيع الاسي (Exponential) بمعلمة قياس  $(\theta)$  ، والمتغير الاخر يتوزع وفقاً لتوزيع فريجت (Freht) بمعلمة قياس  $(\theta)$  ومعلمة شكل  $(\lambda)$  وبالاستناد الى المعادلة (2-14) يمكن كتابة صيغة الخليط كالتالي :

$$f(x) = Z f_1(x) + (1 - Z) f_2(x) \quad (2 - 18)$$

حيث ان

$$Z = \frac{\alpha}{\alpha + 1}$$

بحيث ان المعلمة  $\alpha$  تمثل نسبة مساهمة كل توزيع من التوزيعات المفردة في التوزيع المختلط

وبذلك ستكون دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الجديد كالتالي

$$f(\alpha, \theta_1, \theta_2, \lambda, x) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right) \frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} + \left(\frac{1}{\alpha+1}\right) \frac{\lambda}{\theta_2} \left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^\lambda} \lambda, \theta_1, \theta_2, x > 0, \alpha > -1$$

... (2-19)

إذ ان :

$\theta_1$  : معلمة قياس (scale parameter)

$\theta_2$  : معلمة قياس (scale parameter)

$\lambda$  : معلمة الشكل (Shape parameter)

$\alpha$  : معلمة نسبة الخليط (Mixing proportion parameter)

ويمكن اثبات هذه الدالة احتمالية وذلك بتحقيق الشرطين الآتيين :

$$1. f(x) \geq 0$$

$$2. \int_0^{\infty} f_{ef}(x) \mathbf{d}(x) = 1$$

وبأستعمال المعادلة (19 - 2)

$$f(x) = Zf_1(x) + (1 - Z)f_2(x)$$

$$f(\alpha, \theta_1, \theta_2, \lambda, x) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right) \frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} + \left(\frac{1}{\alpha+1}\right) \frac{\lambda}{\theta_2} \left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda}}$$

وبأجراء التكامل للحد الاول

$$f(\alpha, \theta_1, x) = \frac{\alpha}{\alpha+1} (-) \int_0^{\infty} -\frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} dx$$

$$f(\alpha, \theta_1, x) = \frac{\alpha}{\alpha+1} \left[ e^{-\frac{x}{\theta_1}} \right]_0^{\infty} \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha+1} \left[ -\left( e^{-\frac{\infty}{\theta_1}} - e^{-\frac{0}{\theta_1}} \right) \right] \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha+1} \dots \textcircled{1}$$

وبأجراء التكامل للحد الثاني

$$f(\alpha, \theta_2, \lambda, x) = \frac{1}{\alpha+1} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\theta_2} \left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda}} dx$$

$$\text{Let } \frac{\theta_2}{x} = u \Rightarrow x = \frac{\theta_2}{u} \Rightarrow dx = -\frac{\theta_2}{u^2} du$$

$$f(\alpha, \theta_2, \lambda, x) = \frac{1}{\alpha+1} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\theta_2} (u)^{\lambda+1} e^{-u^{\lambda}} \left(-\frac{\theta_2}{u^2}\right) du$$

$$f(\alpha, \theta_2, \lambda, x) = \frac{1}{\alpha+1} (-) \int_0^{\infty} \lambda (u)^{\lambda-1} e^{-u^{\lambda}} du$$

$$f(\alpha, \theta_2, \lambda, x) = \frac{1}{\alpha + 1} \left[ e^{-u^\lambda} \right]_0^\infty \Rightarrow \frac{1}{\alpha + 1} \left[ e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^\lambda} \right] \Rightarrow \frac{1}{\alpha + 1} \left[ e^{-\left(\frac{\theta}{\infty}\right)} - e^{-\left(\frac{\theta}{0}\right)} \right]$$

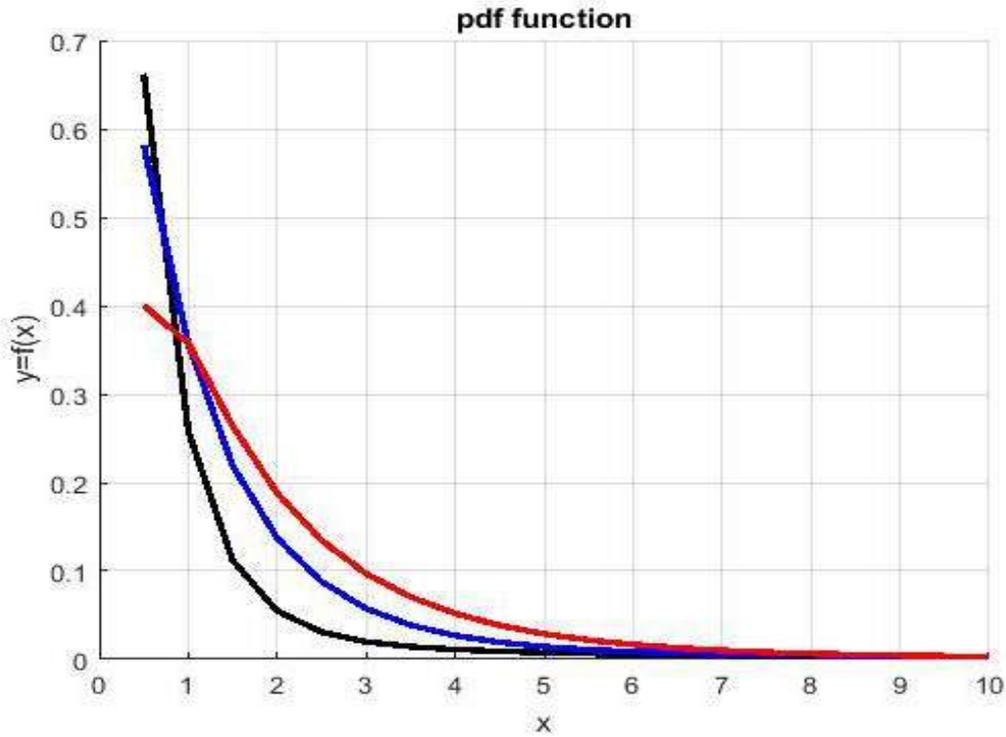
$$f(\alpha, \theta_2, \lambda, x) = \frac{1}{\alpha + 1} (1 - 0) \Rightarrow \frac{1}{\alpha + 1} \quad \dots \textcircled{2}$$

وبجمع المعادلتين (1,2) في اعلاه وكالتالي :

$$f(\alpha, \theta_2, \lambda, x) = \frac{\alpha}{\alpha + 1} + \frac{1}{\alpha + 1} = \frac{\alpha + 1}{\alpha + 1} = 1$$

يتحقق شرط كون الدالة احتمالية وموجبة لجميع قيم المتغير العشوائي (X) .

والشكل ادناه يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المختلط (الاسي - فريجت )



الشكل (2-8) منحنى دالة p.d.f التوزيع المختلط ( Exponetail-Freht )

2.5.2 دالة التجميعية التراكمية للتوزيع المختلط الجديد (E.F):

**The cumulative distribution function**

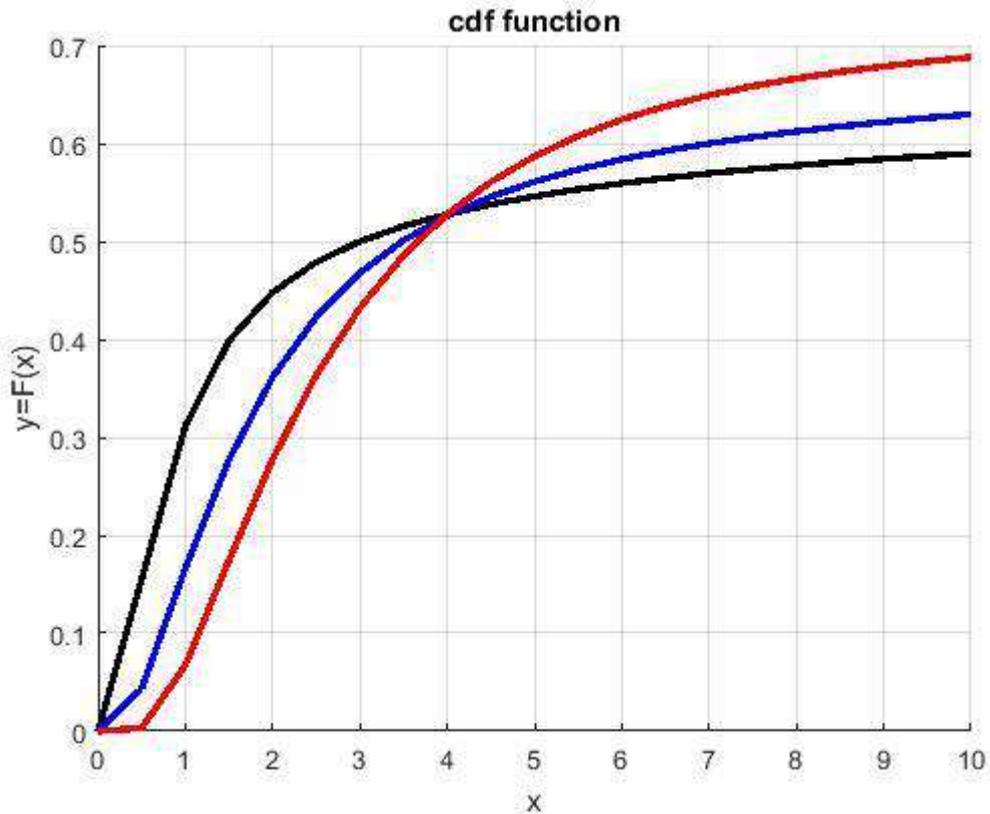
وباستعمال المعادلة (2-15)

$$F(x) = ZF_1(x) + (1 - Z)F_2(x)$$

فإن دالة التوزيع التجميعية للتوزيع المختلط الجديد (E.F) كالتالي :

$$F(\alpha, \theta_1, \theta_2, \lambda, x) = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left(1 - e^{-\frac{x}{\theta_1}}\right) + \frac{1}{\alpha + 1} \left(e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^\lambda}\right) \quad \dots (2 - 20)$$

والشكل ادناه يوضح منحنى دالة الكثافة التجميعية للتوزيع المختلط (الآسي - فريجت



الشكل (2-9) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المختلط ( Exponetail-Frechet )

### 3.5.2 دالة المعولية للتوزيع المختلط (الاسي – فريجت)

(Reliability Function for Mixed distribution Exponential –Frecht)

القيمة الاحتمالية لبقاء النظام في العمل بدون فشل للمدة  $0 \leq X \leq x$  ويعبر عنها كالتالي :

$$R(x) = pr[X > x] = \int_x^{\infty} f_U(u) du = 1 - \int_0^x f_U(u) du = 1 - F_X(x) \dots (2 - 21)$$

اذ ان  $X$  متغير عشوائي يمثل زمن بقاء المفردة التجريبية حتى حدوث الفشل .

$R(x)$  دالة المعولية (مكملة دالة التوزيع التراكمية) .

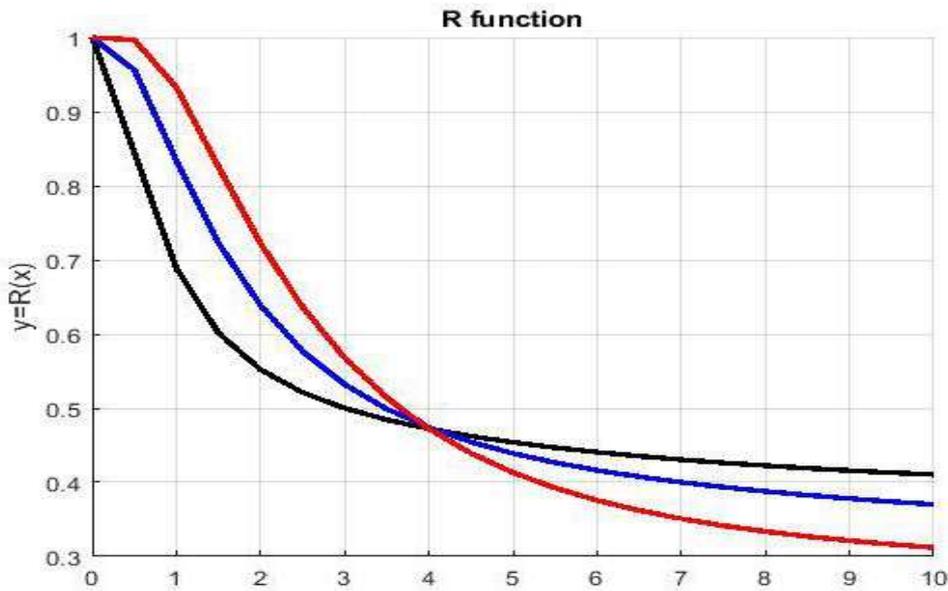
ومن المعادلة (2-16) فإن دالة المعولية للتوزيع المختلط الجديد (E.F) كالتالي :

$$R(\alpha, \theta_1, \theta_2, \lambda, x) = \frac{\alpha}{\alpha + 1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} + \frac{1}{\alpha + 1} 1 - e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda}} \dots (2 - 22)$$

وبضرب المتغير العشوائي  $x$  بمقدار الضبابية  $(ki)$  والذي تقع مدياته ضمن الفترة المغلقة  $[0,1]$  تنتج لدينا دالة المعولية الضبابية :

$$\tilde{R}(\alpha, \theta_1, \theta_2, \lambda, x, ki) = \frac{\alpha}{\alpha + 1} e^{-\frac{xki}{\theta_1}} + \frac{1}{\alpha + 1} 1 - e^{-\left(\frac{\theta_2}{xki}\right)^{\lambda}} \dots (2 - 23)$$

والشكل ادناه يوضح منحنى دالة المعولية للتوزيع المختلط (الاسي – فريجت) لقيم معينة من المعلمات



الشكل (2 - 10) منحنى دالة المعولية للتوزيع المختلط (E.F) لقيم مختلفة من المعلمات

**6-2 خصائص التوزيع المختلط (E.F)**

**1.6.2 اشتقاق صيغة العزم المركزي الرائي حول الوسط الحسابي (13)**

**(Derivative of Central Moments )**

$$E(x - M)^r = \int_0^{\infty} (x - M)^r f(x) dx \quad \dots (2 - 24)$$

$$E(x - M)^r = \int_0^{\infty} (x - \dot{M}_1)^r f(x_1) dx + \int_0^{\infty} (x - \dot{M}_2)^r f(x_2) dx$$

أذ ان  $\dot{M}_1$  يمثل الوسط الحسابي للتوزيع الأسي ،  $\dot{M}_2$  يمثل الوسط الحسابي لتوزيع فريجت

باستعمال المعادلة (2-19) التي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المختلط الجديد (E.F)

$$f(\alpha, \theta_1, \theta_2, \lambda, x) = \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right) \frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} + \left(\frac{1}{\alpha+1}\right) \frac{\lambda}{\theta_2} \left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda}} \lambda, \theta_1, \theta_2, x > 0, \alpha > -1$$

$$E(x - M)^r = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \int_0^{\infty} (x - \dot{M}_1)^r \frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} dx_1 + \frac{1}{\alpha + 1} \int_0^{\infty} (x - \dot{M}_2)^r \frac{\lambda}{\theta_2} \left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda}} dx_2 \quad \dots (2 - 25)$$

بأخذ الحد الاول

$$E(x - \dot{M}_1)^r = \frac{\alpha}{(\alpha + 1)} \int_0^{\infty} (x - \dot{M}_1)^r \frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} dx_1$$

Let  $\frac{x}{\theta_1} = u_1 \Rightarrow x = \theta_1 u_1$  ,  $dx = \theta_1 du_1$

$$E(x - \dot{M}_1)^r = \frac{\alpha}{(\alpha+1)} \frac{1}{\theta_1} \int_0^{\infty} (\theta_1 u_1 - \dot{M}_1)^r e^{-u_1} \theta du_1$$

$$E(x - \dot{M}_1)^r = \frac{\alpha}{\alpha+1} \sum_{j=0}^r C_j^r \theta_1^j (-\dot{M}_1)^{r-j} \int_0^{\infty} u_1^j e^{-u_1} du_1$$

$$E(x - \dot{M}_1)^r = \frac{\alpha}{\alpha+1} \sum_{j=0}^r C_j^r \theta_1^j (-\dot{M}_1)^{r-j} \Gamma(j + 1) \dots \textcircled{1}$$

باخذ الحد الثاني

$$E(x - \dot{M}_2)^r = \frac{1}{\alpha + 1} \int_0^\infty (x - \dot{M}_2)^r \frac{\lambda}{\theta_2} \left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^\lambda} dx_2$$

$$\text{let } u_2 = \theta_2^\lambda x^{-\lambda} \Rightarrow \frac{du_2}{dx} = -\lambda \theta_2^\lambda x^{-\lambda-1} dx, \quad x = u_2^{-\frac{1}{\lambda}} \theta_2$$

$$E(x - \dot{M}_2)^r = \frac{-1}{(\alpha + 1)} \int_0^\infty \left(\theta_2 u_2^{-\frac{1}{\lambda}} - \dot{M}_2\right)^r e^{-u_2} du_2$$

$$E(x - \dot{M}_2)^r = \frac{-1}{\alpha + 1} \sum_{j=0}^r C_j^r (-\dot{M}_2)^{r-j} \theta_2^j \int_0^\infty u_2^{-\frac{j}{\lambda}} e^{-u_2} dz$$

$$E(x - \dot{M}_2)^r = (-) \frac{1}{\alpha+1} \sum_{j=0}^r C_j^r \theta_2^j (-\dot{M}_2)^{r-j} \Gamma\left(1 - \frac{j}{\lambda}\right) \dots \textcircled{2}$$

وبجمع نواتج الحد الاول والثاني ينتج لدينا قانون العزم المركزي الراني حول الوسط الحسابي

$$E(X - M)^r = \frac{\alpha}{\alpha+1} \sum_{j=0}^r C_j^r \theta_1^j (-\dot{M}_1)^{r-j} \Gamma(j + 1) - \frac{1}{\alpha+1} \sum_{i=0}^r C_i^r \theta_2^j (-\dot{M}_2)^{r-i} \Gamma\left(1 - \frac{j}{\lambda}\right) \textcircled{2-26}$$

$$\text{When } (r = 1) \quad E(X - M)^1 = 0$$

$$\text{When } (r = 2) \quad E(X - M)^2 = \text{Variance}$$

$$E(x - M)^2 = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \sum_{j=0}^2 C_j^r \theta_1^j (-\dot{M}_1)^{2-j} \Gamma(j + 1) - \frac{1}{\alpha + 1} \sum_{i=0}^2 C_i^r \theta_2^j (-\dot{M}_2)^{2-i} \Gamma\left(1 - \frac{j}{\lambda}\right) \dots \textcircled{2-27}$$

$$E(x - M)^2 = \left[ \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left[ \dot{M}_1^2 - 2\theta_1^1 \dot{M}_1 + 2\theta_1^2 \right] - \frac{1}{\alpha + 1} \left[ \dot{M}_2^2 - 2\theta_2^1 \dot{M}_2 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) + \theta_2^2 \Gamma\left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) \right] \right]$$

$$\therefore \dot{M}_1 = \theta_1, \dot{M}_2 = \theta_2 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)$$

$$\begin{aligned} \therefore E(x - M)^2 &= \frac{\alpha}{\alpha + 1} [\theta_1^2 - 2\theta_1^2 + 2\theta_1^2] \\ &\quad - \frac{1}{\alpha + 1} \left[ \theta_2^2 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right)^2 - 2\theta_2^2 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right)^2 + \theta_2^2 \Gamma \left( 1 - \frac{2}{\lambda} \right) \right] \\ \therefore E(x - M)^2 &= \frac{1}{\alpha + 1} \left[ \alpha \theta_1^2 - \theta_2^2 \Gamma \left( 1 - \frac{2}{\lambda} \right) + \theta_2^2 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right)^2 \right] \quad \lambda > 2 \quad (2 - 28) \end{aligned}$$

When  $r = 3$

$$\begin{aligned} E(x - M)^3 &= \frac{\alpha}{\alpha + 1} \sum_{j=0}^3 C_j^3 \theta_1^j (-\dot{M}_1)^{3-j} \Gamma(j+1) + \frac{1}{\alpha + 1} \sum_{j=0}^3 C_j^3 \theta_2^j (-\dot{M}_2)^{3-j} \Gamma \left( 1 - \frac{j}{\lambda} \right) \lambda \\ &> j \\ E(x - M)^3 &= \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left[ \left[ -\dot{M}_1^3 + 3\theta_1 \dot{M}_1^2 - 3\theta_1^2 \dot{M}_1 \Gamma(3) + \theta_1^3 \Gamma(4) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\alpha + 1} \left[ -\dot{M}_2^3 + 3\theta_2 \dot{M}_2^2 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right) - 3\theta_2^2 \dot{M}_2 \Gamma \left( 1 - \frac{2}{\lambda} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \theta_2^3 \Gamma \left( 1 - \frac{3}{\lambda} \right) \right] \right] \\ \therefore \dot{M}_1 &= \theta_1, \dot{M}_2 = \theta_2 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(x - M)^3 &= \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left[ \left[ -\theta_1^3 + 3\theta_1^3 - 6\theta_1^3 + 6\theta_1^3 \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\alpha + 1} \left[ -\theta_2^3 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right)^3 + 3\theta_2^3 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right)^3 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 3\theta_2^3 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right)^3 \Gamma \left( 1 - \frac{2}{\lambda} \right) + \theta_2^3 \Gamma \left( 1 - \frac{3}{\lambda} \right) \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(x - M)^3 &= \frac{\alpha}{\alpha + 1} (2\theta_1^3) \\ &\quad - \frac{1}{\alpha + 1} \left[ 2\theta_2^3 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right)^3 - 3\theta_2^3 \Gamma \left( 1 - \frac{1}{\lambda} \right)^3 \Gamma \left( 1 - \frac{2}{\lambda} \right) \right. \\ &\quad \left. + \theta_2^3 \Gamma \left( 1 - \frac{3}{\lambda} \right) \right] \quad \lambda > 3 \quad \dots (2 - 29) \end{aligned}$$

When  $r = 4$

$$E(x - M)^4 = \left[ \frac{\alpha}{\alpha + 1} \sum_{j=0}^4 C_j^4 \theta_1^j (-\dot{M}_1)^{4-j} \Gamma(j + 1) + \frac{1}{\alpha + 1} \sum_{j=0}^4 C_j^4 \theta_2^j (-\dot{M}_2)^{4-j} \Gamma\left(1 - \frac{j}{\lambda}\right) \right] \lambda > j$$

$$E(x - M)^4 = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left[ \dot{M}_1^4 - 4\theta_1 \dot{M}_1^3 + 6\theta_1^2 \dot{M}_1^2 \Gamma(3) - 4\theta_1^3 \dot{M}_1 \Gamma(4) + 24\theta_1^4 \right] - \frac{1}{\alpha + 1} \left[ \dot{M}_2^4 - 4\theta_2 \dot{M}_2^3 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) + 6\theta_2^2 \dot{M}_2^2 \Gamma\left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) - 4\theta_2^3 \dot{M}_2 \Gamma\left(1 - \frac{3}{\lambda}\right) + \theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{4}{\lambda}\right) \right]$$

$$\therefore \dot{M}_1 = \theta_1, \dot{M}_2 = \theta_2 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)$$

$$\therefore E(x - M)^4$$

$$= \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left[ \theta_1^4 - 4\theta_1^4 + 12\theta_1^4 - 24\theta_1^4 + 24\theta_1^4 \right] - \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left[ \theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^4 - 4\theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^4 + 6\theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^2 \Gamma\left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) - 4\theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^1 \Gamma\left(1 - \frac{3}{\lambda}\right) + \theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{4}{\lambda}\right) \right]$$

$$E(x - M)^4 = \frac{\alpha}{\alpha + 1} [9\theta_1^4] - \frac{1}{\alpha + 1} \left[ -3\theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^4 + 6\theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^2 \Gamma\left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) - \theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^1 \Gamma\left(1 - \frac{3}{\lambda}\right) + \theta_2^4 \Gamma\left(1 - \frac{4}{\lambda}\right) \right] \dots (2 - 30)$$

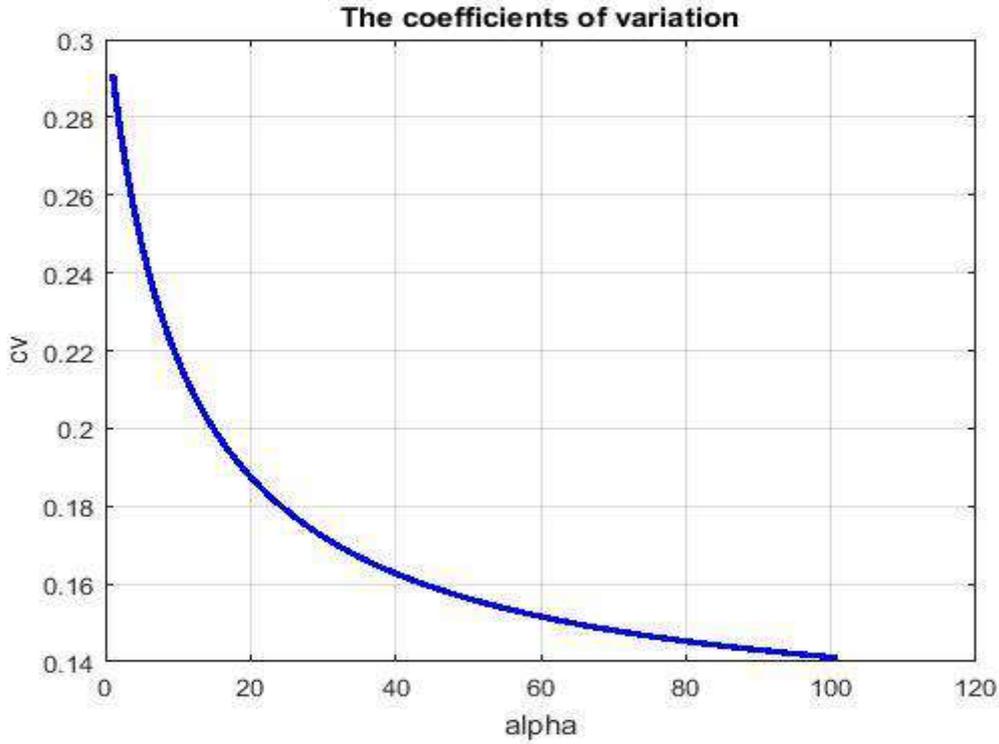
The Coefficient of Variation

2.6.2 معامل الاختلاف<sup>(15)</sup>

$$C.V = \frac{\sigma x}{\mu x} =$$

$$C.V = \frac{\sqrt{\frac{1}{\alpha+1}[\alpha\theta_1^2 - \theta_2^2\Gamma(1-\frac{2}{\lambda}) + \theta_2^2\Gamma(1-\frac{1}{\lambda})^2]}}{\frac{1}{\alpha+1}[\alpha\theta_1 - \theta_2\Gamma(1-\frac{1}{\lambda})]} \quad \lambda > 2 \quad \dots (2-31)$$

والشكل ادناه يوضح منحنى معامل الاختلاف التوزيع المختلط (الاسي - فريجت )



الشكل (2-11) يبين دالة معامل الاختلاف باختلاف قيمه (α)

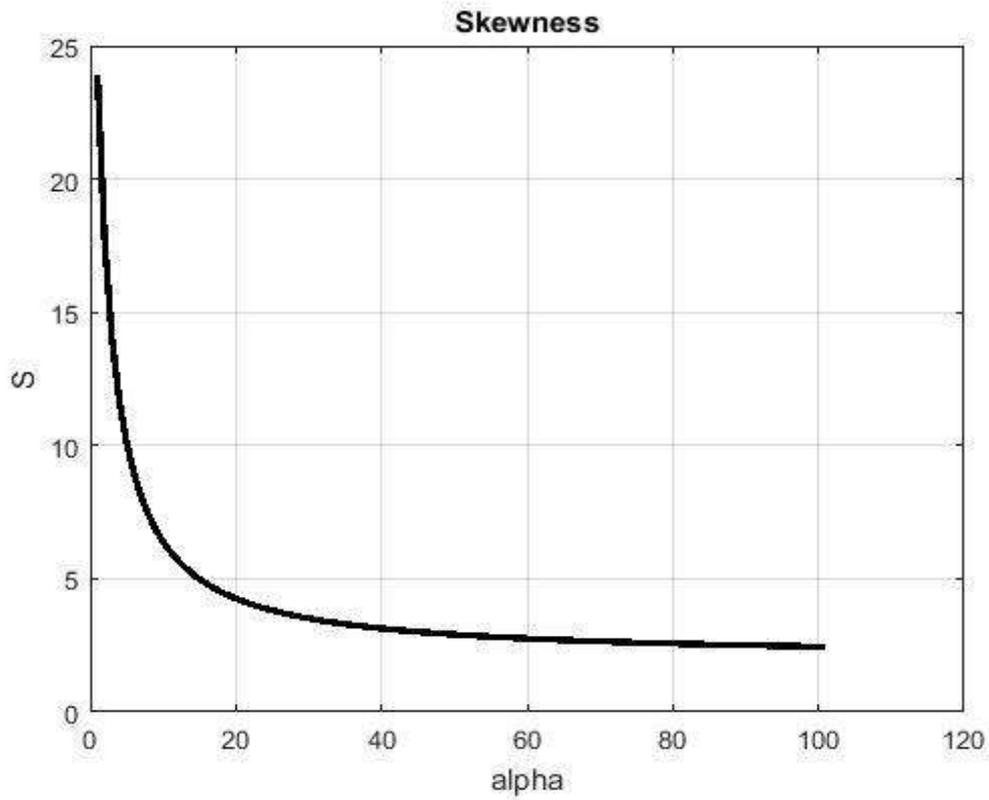
Coefficient Of Skewens

3.6.2 معامل الالتواء (15)

$$S. k = \frac{M_3}{M_2^3}$$

$$S. k = \frac{\frac{\alpha}{\alpha+1}[2\theta_1^3] - \frac{1}{\alpha+1} \left[ 2\theta_2^3 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^3 - 3\theta_2^3 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^2 \Gamma\left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) + \theta_2^3 \Gamma\left(1 - \frac{3}{\lambda}\right) \right]}{\left( \frac{1}{\alpha+1} \left[ \alpha\theta_1^2 - \theta_2^2 \Gamma\left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) + \theta_2^2 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right)^2 \right] \right)^{\frac{3}{2}}} \quad \lambda > 3(2 - 32)$$

والشكل ادناه يوضح منحنى معامل الالتواء التوزيع المختلط (الاسي - فريجت )



الشكل (2-12) يبين دالة سلوك دالة معامل الالتواء

Coefficient Of Kurtosis

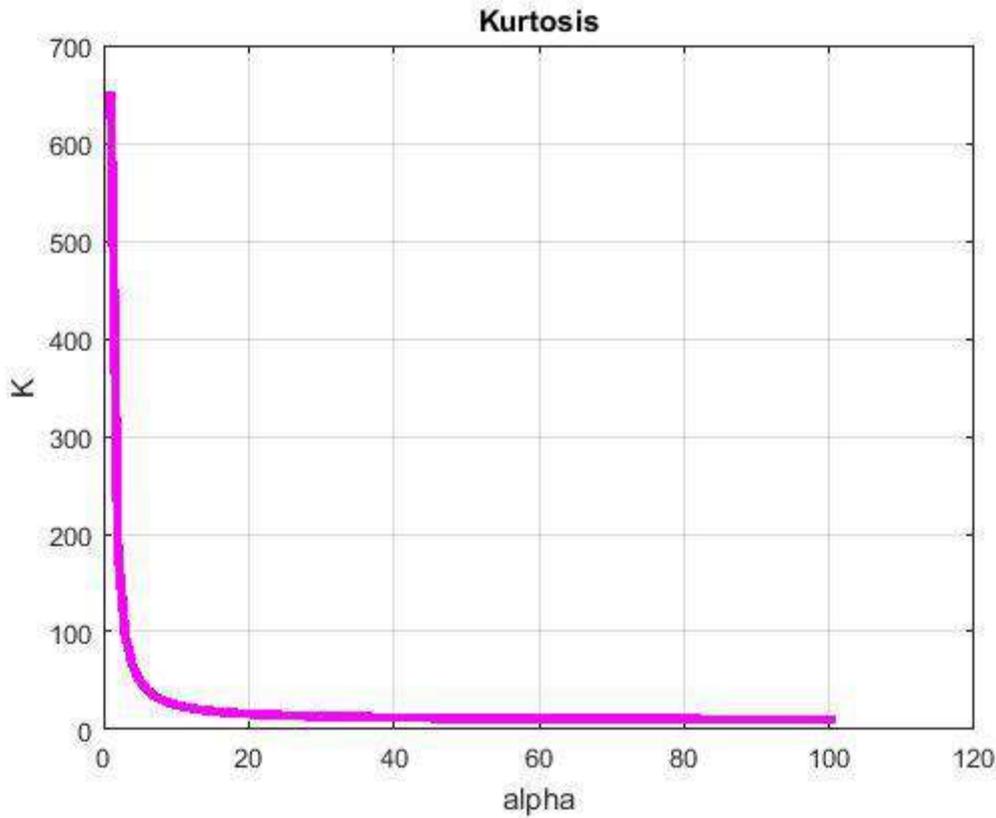
4.6.2 معامل التفلطح<sup>(15)</sup>

$$B = C - 3 \quad \dots (2 - 33)$$

$$C = \frac{M_4}{(\sigma^2)^2} \quad \dots (2 - 34)$$

$$B = \left[ \frac{\frac{\alpha}{\alpha+1}[9\theta_1^4] - \frac{1}{\alpha+1}[-3\theta_2^4\Gamma(1-\frac{1}{\lambda})^4 + 6\theta_2^4\Gamma(1-\frac{1}{\lambda})^2\Gamma(1-\frac{2}{\lambda}) - \theta_2^4\Gamma(1-\frac{1}{\lambda})\Gamma(1-\frac{3}{\lambda}) + \theta_2^4\Gamma(1-\frac{4}{\lambda})]}{(\frac{1}{\alpha+1}[\alpha\theta_1^2 - \theta_2^2\Gamma(1-\frac{2}{\lambda}) + \theta_2^2\Gamma(1-\frac{1}{\lambda})^2])^4} - 3 \right] \lambda > 4$$

والشكل ادناه يوضح منحنى معامل الاختلاف التوزيع المختلط (الاسي - فريجت )



الشكل (2-13) يبين دالة سلوك دالة معامل التفلطح

5.6.2 اشتقاق صيغة العزم للامركزي الرائي (العزم حول نقطة الاصل)

Derivative of The Moment about origin

$$E(x^r) = m^r = \int_0^{\infty} x^r f(x) dx \quad \dots (2 - 35)$$

$$m^r = m_1 + m_2$$

$$m^r = \int_0^{\infty} x^r f(x_1) dx_1 + \int_0^{\infty} x^r f(x_2) dx_2$$

$$m_1 = \frac{\alpha}{\alpha+1} \int_0^{\infty} x^r \frac{1}{\theta_1} e^{-\frac{x}{\theta_1}} dx \quad \text{بأخذ الحد الأول}$$

$$\text{Let } y_1 = \frac{x}{\theta_1} \rightarrow (x = y_1 \theta_1) \rightarrow (dx_1 = \theta_1 dy_1)$$

$$m_1 = \frac{\alpha}{\alpha+1} \int_0^{\infty} (y_1 \theta_1)^r \frac{1}{\theta_1} e^{-y_1} \theta_1 dy_1$$

$$\therefore m_1 = \frac{\alpha}{\alpha+1} \theta_1^r \Gamma(r+1) \quad \dots \textcircled{1}$$

بأخذ الحد الثاني

$$m_2 = \frac{1}{\alpha+1} \int_0^{\infty} x^r \left( \frac{1}{\alpha+1} \right) \frac{\lambda}{\theta_2} \left( \frac{\theta_2}{x} \right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta_2}{x}\right)^{\lambda}} dx_2$$

$$\text{let } y_2 = \left( \frac{\theta_2}{x} \right)^{\lambda} \Rightarrow dx_2 = \left( -\frac{\theta_2}{\lambda} y_2^{-\frac{1}{\lambda}-1} dy_2 \right) \Rightarrow x = \left( \theta_2 y_2^{-\frac{1}{\lambda}} \right)$$

$$m_2 = \frac{-1}{\alpha+1} \int_0^{\infty} \left( \theta_2 y_2^{-\frac{1}{\lambda}} \right)^r \frac{\lambda}{\theta_2} \left( \frac{\theta_2}{x} \right)^{\lambda+1} e^{-y_2} - \frac{\theta_2}{\lambda} y_2^{-\frac{1}{\lambda}-1} dy_2$$

$$m_2 = \frac{-1}{\alpha+1} \theta_2^r \Gamma \left( 1 - \frac{r}{\lambda} \right) \quad \dots \textcircled{2}$$

بجمع  $\textcircled{1}$  مع  $\textcircled{2}$  نحصل على قانون العزم اللامركزي الرائي

$$E(x^r) = m^r = \frac{\alpha}{\alpha+1} \theta_1^r \Gamma(r+1) - \frac{1}{\alpha+1} \theta_2^r \Gamma\left(1 - \frac{r}{\lambda}\right) \lambda > r, r = 1, 2 \dots (2-36)$$

When  $r = 1$

$$m^1 = \frac{1}{\alpha+1} \left[ \alpha \theta_1 - \theta_2 \Gamma\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) \right] \lambda > 1 \quad \dots (2-37)$$

When  $r = 2$

$$m^2 = \frac{1}{\alpha+1} \left[ 2\alpha \theta_1^2 - \theta_2^2 \Gamma\left(1 - \frac{2}{\lambda}\right) \right] \lambda > 2 \quad \dots (2-38)$$

When  $r = 3$

$$m^3 = \frac{1}{\alpha+1} \left[ 6\alpha \theta_1^3 - \theta_2^3 \Gamma\left(1 - \frac{3}{\lambda}\right) \right] \lambda > 3 \quad \dots (2-39)$$

When  $r = 4$

## (Estimation Methods)

## 7-2 طرائق التقدير

يعرف التقدير على انه عملية رياضية الهدف منها ايجاد مقدر للمعلمة المجهولة للمجتمع وذلك من المعلومات التي تتوفر من خلال العينة (5)، والسبب في ذلك يعود لصعوبة دراسة اغلب الظواهر وفي هذه الرسالة سيتم استعمال اربعة طرائق لتقدير معالم التوزيع المختلط (الأسّي - فريجت) وكحالة خاصة سيتم اعتبار معلمة القياس  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$  وعلى ضوء ذلك سيتم تقدير المعالم ولكافة الطرائق المستعملة في هذه الرسالة .

(Maximum Likelihood Method)

1.7.2 طريقة الامكان الاعظم

تعتبر هذه الطريقة من اكثر الطرائق الشائعة لتقدير معلمات دوال التوزيعات الاحتمالية , وتكمن فكرة هذه الطريقة في التقدير في إيجاد تقدير المعلمات الذي يجعل دالة الإمكان في نهايتها العظمى وأن المعلمة المراد تقديرها تعتبر قيمة ثابتة (Fixed value) غير معلومة (5) , ومن مميزات امتلاكها لخواص عديدة منها عدم التغير او الثبات (Invariant) ، ومقدراتها غالبا ما تكون غير متحيزة (Unbiased) عندما يكون حجم العينة كبيرا، وكذلك تمتلك أقل تباين ممكن وكافية (Sufficient) وايضاً وحيدة (Unique) .

فاذا كانت لدينا عينة عشوائية  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  من التوزيع المعرف بالمعادلة (19 – 2) فإن دالة الامكان الأعظم ستكون كالتالي :

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \alpha, \theta, \lambda) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha, \theta_1, \theta_2, \lambda) \quad \dots (2 - 40)$$

فالصيغة أعلاه للتوزيع المختلط (الاسي – فريجت) يمكن كتابتها بالشكل الآتي:

$$L = f(\alpha x_i, \alpha, \theta, \lambda)_{mix} = \prod_{i=1}^n \left( \frac{\alpha}{\alpha + 1} \right) \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} + \left( \frac{1}{\alpha + 1} \right) \frac{\lambda}{\theta} \left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^\lambda}$$

وبتعميم الدالة وأخذ لوغاريتم الطبيعي للطرفين :

$$L = \left( \frac{1}{(\alpha + 1)\theta} \right)^n \prod_{i=1}^n \left( \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + \lambda \left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^\lambda} \right) \dots (2 - 41)$$

$$\ln L = -n \ln(\theta) - n \ln(\alpha + 1) + \sum_{i=1}^n \ln \left( \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + \lambda \left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^\lambda} \right) \dots (2 - 42)$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعلمات التوزيع المختلط وكالتالي :

أولاً : بالاشتقاق للمعلمة  $(\alpha)$  وبأستعمال المعادلة (2 - 42)

$$\frac{\partial \text{Ln}L}{\partial \alpha} = -\frac{n}{\alpha + 1} + \sum_{i=1}^n \frac{e^{-\frac{x}{\theta}}}{e^{-\frac{x}{\theta}} \alpha + \lambda \left(\frac{\theta}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\lambda}}}$$

$$\frac{\partial \text{Ln}L}{\partial \alpha} = 0$$

وبالتبسيط

$$-\frac{n}{\hat{\alpha} + 1} + \sum_{i=1}^n \frac{e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}}}{e^{-\frac{x}{\hat{\theta}} \hat{\alpha}} + \hat{\lambda} \left(\frac{\hat{\theta}}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{x}\right)^{\lambda}}} = 0$$

$$(\hat{\alpha} + 1) \sum_{i=1}^n \frac{e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}}}{e^{-\frac{x}{\hat{\theta}} \hat{\alpha}} + \hat{\lambda} \left(\frac{\hat{\theta}}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{x}\right)^{\lambda}}} = n$$

$$\hat{\alpha} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}}}{e^{-\frac{x}{\hat{\theta}} \hat{\alpha}} + \hat{\lambda} \left(\frac{\hat{\theta}}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{x}\right)^{\lambda}}}} - 1 \quad \dots (2 - 43)$$

ثانياً : بالاشتقاق للمعلمة  $(\theta)$  وبأستعمال المعادلة (2 - 42)

$$\frac{\partial \text{Ln}L}{\partial \theta} = -\frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha e^{-\frac{x_i}{\theta}} \frac{x}{\theta^2} + \lambda \left[ \left(\frac{\theta}{x}\right)^{\lambda+1} \left(-\frac{\lambda}{\theta}\right) \left(\frac{\theta}{x_i}\right)^{\lambda} e^{-\left(\frac{\theta}{x_i}\right)^{\lambda}} + \left(\frac{\lambda+1}{x_i}\right) \left(\frac{\theta}{x_i}\right)^{\lambda} e^{-\left(\frac{\theta}{x_i}\right)^{\lambda}} \right]}{e^{-\frac{x}{\theta}} \alpha + \lambda \left(\frac{\theta}{x}\right)^{\lambda+1} e^{-\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\lambda}}}$$

$$\frac{n}{\hat{\theta}} = \sum_{i=1}^n \frac{\hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}} \frac{x}{\hat{\theta}^2} + \hat{\lambda} \left[ \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}+1} \left( -\frac{\hat{\lambda}}{\hat{\theta}} \right) \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}} e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}} + \left( \frac{\hat{\lambda}+1}{x} \right) \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}} e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}} \right]}{\hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}} + \hat{\lambda} \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}+1} e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}}}$$

$$\hat{\theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{\hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}} \frac{x}{\hat{\theta}^2} + \hat{\lambda} \left[ \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}+1} \left( -\frac{\hat{\lambda}}{\hat{\theta}} \right) \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}} e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}} + \left( \frac{\hat{\lambda}+1}{x} \right) \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}} e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}} \right]}{\hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}} + \hat{\lambda} \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}+1} e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}}} \dots (2-44)$$

ثالثاً : بالاشتقاق للمعلمة ( $\lambda$ ) وبأستعمال المعادلة (2-42)

$$\frac{\partial Ln}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{\left( \lambda \left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda+1} e^{-\left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda}} \left( -\frac{\theta}{x} \right)^{\lambda} \ln \left( \frac{\theta}{x} \right) + e^{-\left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda}} \left[ \left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda+1} + \lambda \left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda+1} \ln \left( \frac{\theta}{x} \right) \right] \right)}{\alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + \lambda \left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda+1} e^{-\left( \frac{\theta}{x} \right)^{\lambda}}} = 0$$

$$\frac{\partial Ln}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{\left[ \hat{\lambda} \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}+1} e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}} \left( -\frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}} \ln \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right) + e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}} \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}+1} + \hat{\lambda} \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}+1} \ln \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right) \right]}{\hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}} + \hat{\lambda} \left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}+1} e^{-\left( \frac{\hat{\theta}}{x} \right)^{\hat{\lambda}}}}$$

$$= 0 \dots (2-45)$$

المعادلات (2-43)، (2-44)، (2-45) لا توجد بها اي صيغة مغلقة للحل وبأستخدام طريقة (*f.solve*) نحصل على مقدرات الامكان الاعظم ( $\hat{\alpha}_{MLE}, \hat{\lambda}_{MLE}, \hat{\theta}_{MLE}$ ) وبتعويض المقدرات في المعادلة (2-22) نحصل على مقدرات المعولية الضبابية لهذه الطريقة :

$$\tilde{\mathbf{R}}_{mle}(x) = \left[ \frac{\hat{\alpha}_{mle}}{\hat{\alpha}_{mle+1}} e^{-\left( \frac{x\hat{k}i}{\hat{\theta}_{mle}} \right)} + \frac{1}{\hat{\alpha}_{mle+1}} \left( 1 - e^{-\left( \frac{\hat{\theta}_{mle}}{x\hat{k}i} \right)^{\hat{\lambda}_{mle}}} \right) \right] \dots (2-46)$$

**2.7.2 طريقة العزوم**

**(Method of Moments)**

وتعتمد هذه الطريقة على ايجاد  $R$  من عزوم المجتمع بدلالة  $r$  من عزوم العينة ثم مساواة عزوم المجتمع بما يساويها من عزوم العينة للحصول على عدد معادلات بعدد (المعلمات) المراد تقديرها وبحل المعادلات نحصل على المقدرات <sup>(6)</sup> ، وبأستعمال المعادلة (2-35) وأعتبر أن  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$  فإن العزم الرائي حول نقطة الاصل للتوزيع المختلط (الاسي - فريجت) كالتالي :

$$E(X^r) = m^r = \frac{\theta}{\alpha+1} \left[ \alpha \Gamma(r+1) - \frac{1}{\alpha+1} \Gamma\left(1 - \frac{r}{\lambda}\right) \right] \text{ if } \lambda > r \dots (2-47)$$

أذ أن عزوم العينة كالتالي :

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^n X}{n} \dots (1)$$

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^n X^2}{n} \dots (2)$$

$$m_3 = \frac{\sum_{i=1}^n X^3}{n} \dots (3)$$

وبمساواة عزوم العينة مع عزوم المجتمع

$$\frac{\hat{\theta}}{\hat{\alpha}+1} \left\{ \hat{\alpha} - \Gamma\left(1 - \frac{1}{\hat{\lambda}}\right) \right\} = \frac{\sum_{i=1}^n X}{n} \text{ if } \lambda > 1 \dots (2-48)$$

$$\frac{\hat{\theta}^2}{\hat{\alpha}+1} \left\{ 2\hat{\alpha} - \Gamma\left(1 - \frac{2}{\hat{\lambda}}\right) \right\} = \frac{\sum_{i=1}^n X^2}{n} \text{ if } \lambda > 2 \dots (2-49)$$

$$\frac{\hat{\theta}^3}{\hat{\alpha}+1} \left\{ 6\hat{\alpha} - \Gamma\left(1 - \frac{3}{\hat{\lambda}}\right) \right\} = \frac{\sum_{i=1}^n X^3}{n} \text{ if } \lambda > 3 \dots (2-50)$$

المعادلات (2-48)، (2-49)، (2-50) منظومة معادلات لاخطية وبأستخدام طريقة (f.solve)

نحصل على على مقدرات العزوم  $(\hat{\theta}_{mom}, \hat{\alpha}_{MoM}, \hat{\lambda}_{mom})$  وبتعويض المقدرات في المعادلة

(2-22) نحصل على مقدرات المعولية الضبابية لهذه الطريقة :

$$\tilde{R}_{mom}(x) = \left[ \frac{\hat{\alpha}_{mom}}{\hat{\alpha}_{mom} + 1} e^{-\left(\frac{x\tilde{k}i}{\hat{\theta}_{mom}}\right)} + \frac{1}{\hat{\alpha}_{mom} + 1} \left( 1 - e^{-\left(\frac{\hat{\theta}_{mom}}{x\tilde{k}i}\right)^{\hat{\lambda}_{mom}}} \right) \right] \dots (2-51)$$

3.7.2 الطريقة الثالثة: طريقة المقدرات التجزئية**Method of Percentiles Estimators**

وتعتمد هذه الطريقة على دالة التوزيع التجميعية (Cumulative distribution function) بافتراض ان  $p_i$  هو مقدر دالة التوزيع التجميعية  $F(x_i)$ , من خلال ايجاد المقدرات التي تجعل الدالة  $\sum_{i=1}^n [p_i - F(x_i)]^2$  في نهايتها الصغرى<sup>(8)</sup>, وكما يلي :

أولا : لتقدير المعلمة  $\alpha$

$$F(x_i) = \frac{1}{\alpha + 1} \alpha \left(1 - e^{-\frac{x}{\theta}}\right) + \frac{1}{\alpha + 1} e^{-\left(\frac{\theta}{x_i}\right)^\lambda} \quad \dots (2 - 52)$$

وبعد مساواة المقدر  $p_i$  بدالة التوزيع التجميعية نحصل على :

$$p_i(\alpha + 1) = \alpha - \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{x_i}\right)^\lambda}$$

ولتبسيط هذه المعادلة نأخذ اللوغارتم لكلا الطرفين

$$\ln(p_i) + \ln(\alpha + 1) = \ln\left(\alpha - \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{x_i}\right)^\lambda}\right)$$

وبعد مساواة المعادلة للصفر وترتيبها وادخال الجمع عليها نحصل على :

$$\sum_{i=1}^n \left[ \ln(p_i) + \ln(\alpha + 1) - \ln\left(\alpha - \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{x_i}\right)^\lambda}\right) \right]^2 = 0 \quad \dots (2 - 53)$$

بأشتقاق المعلمة  $\alpha$  والقسمه على 2

$$\sum_{i=1}^n \left[ \ln(p_i) + \ln(\hat{\alpha} + 1) - \ln\left(\hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{x_i}\right)^\lambda}\right) \right] \left[ \frac{1}{\hat{\alpha} + 1} - \frac{1 - e^{-\frac{x}{\theta}}}{\left(\hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{x_i}\right)^\lambda}\right)} \right] = 0$$

علما ان  $x_{(i)}$  تمثل الاحصاءات المرتبة , وان المقدر اللامعلمي  $p_i$  ياخذ الصيغة الآتية :

$$pi = \frac{i - 0.3}{n + 0.25}$$

$$I_1 = \frac{1}{\alpha+1} - \frac{1-e^{-\frac{x}{\theta}}}{(\alpha - \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{xi}\right)^\lambda})}$$

وللتبسيط نفرض ان

وبتوحيد المقامات والاختصار

$$I_1 = \frac{-1 + e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{xi}\right)^\lambda}}{(\alpha + 1)(\alpha - \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{xi}\right)^\lambda})}$$

بالتعويض في معادلة (2-53) نحصل على المعادلة

$$\sum_{i=1}^n \ln(p_i) I_1 + \sum_{i=1}^n \ln(\hat{\alpha} + 1) I_1 - \sum_{i=1}^n \ln(\hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda}) I_1 = 0 \dots (2 - 54)$$

ثانياً : لتقدير المعلمة  $\theta$  نشق المعادلة (2-53) بالنسبة لـ  $\theta$  لجعل المعادلة في نهايتها الصغرى وبالقسمة على

2 نحصل على مايلي :

$$\sum_{i=1}^n \left[ \ln(p_i) + \ln(\hat{\alpha} + 1) + \ln(\hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda}) \right] \frac{\left(\frac{-\hat{\alpha}x}{\hat{\theta}^2}\right) e^{-\frac{x}{\theta}} + \left(\frac{\hat{\theta}}{x}\right)^\lambda \left(\frac{\hat{\lambda}}{\hat{\theta}}\right) e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda}}{(\hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda})} = 0$$

وللتبسيط نفرض ان  $I_2 = \frac{\left(\frac{-\hat{\alpha}x}{\hat{\theta}^2}\right) e^{-\frac{x}{\theta}} + \left(\frac{\hat{\theta}}{x}\right)^\lambda \left(\frac{\hat{\lambda}}{\hat{\theta}}\right) e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda}}{(\alpha - \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda})}$  وبالتعويض في المعادلة أعلاه وكالتالي:

$$\sum_{i=1}^n \ln(p_i) I_2 + \sum_{i=1}^n \ln(\hat{\alpha} + 1) I_2 - \sum_{i=1}^n \ln(\hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda}) I_2 = 0 \dots (2 - 55)$$

ثالثاً : لتقدير المعلمة  $\lambda$  نشق المعادلة ( 2-53 ) بالنسبة لـ  $\lambda$  لجعل المعادلة في نهايتها الصغرى وبالقسمة على 2 نحصل على مايلي :

$$\sum_{i=1}^n \left[ \ln(p_i) + \ln(\hat{\alpha} + 1) + \ln \left( \hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}} + e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda} \right) \right] \frac{e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda} \left(-\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda \ln \left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)}{\hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}} + e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda}} = 0$$

وللتبسيط نفرض ان  $I_3 = \frac{-e^{-\left(\frac{\theta}{xi}\right)^\lambda} \left(-\frac{\theta}{xi}\right)^\lambda \ln \left(\frac{\theta}{xi}\right)}{\alpha - \alpha e^{-\frac{x}{\theta}} + e^{-\left(\frac{\theta}{xi}\right)^\lambda}}$  وبالتعويض في المعادلة اعلاه وكالتالي:

$$\sum_{i=1}^n \ln(p_i) I_3 + \sum_{i=1}^n \ln(\hat{\alpha} + 1) I_3 - \sum_{i=1}^n \ln \left( \hat{\alpha} - \hat{\alpha} e^{-\frac{x}{\hat{\theta}}} + e^{-\left(\frac{\hat{\theta}}{xi}\right)^\lambda} \right) I_3 = 0 \dots (2 - 56)$$

المعادلات (2-54)، (2-55)، (2-56) منظومة معادلات لاخطية وبأستخدام طريقة (*f.solve*) نحصل على مقدرات طريقة المقدرات التجزئية  $(\hat{\alpha}_{per}, \hat{\lambda}_{per}, \hat{\theta}_{per})$  ، وبتعويض المقدرات في المعادلة (2 - 22) نحصل على مقدرات المعولية الضبابية لهذه الطريقة :

$$\tilde{R}_{per}(x) = \left[ \frac{\hat{\alpha}_{per}}{\hat{\alpha}_{per} + 1} e^{-\left(\frac{x\tilde{k}i}{\hat{\theta}_{per}}\right)} + \frac{1}{\hat{\alpha}_{per} + 1} \left( 1 - e^{-\left(\frac{\hat{\theta}_{per}}{x\tilde{k}i}\right)^{\hat{\lambda}_{per}}} \right) \right] \dots (2 - 57)$$

(Shrinkage method)

4.7.2 طريقة المقدر المقلص

الفكرة الأساسية لهذه الطريقة تعتمد على تكوين مقدر ثالث بالاعتماد على مقدران معلومان تم تقديرهما باستخدام طرائق أخرى ، حيث يكون المقدر الثالث الجديد تركيب خطي من المقدرين المعلومين باستخدام هذه الطريقة وكالتالي (4) :

فاذا فرضنا  $\hat{\theta}_1$  مقدر لإمكان الأعظم , و  $\hat{\theta}_2$  مقدر بطريقة المقدرات التجزئية .

فان المقدر الجديد يمثل خليط من المقدرين المذكورة أنفا ونرمز له بالرمز  $\hat{\theta}_{mix}$  والمعرف بالمعادلة

$$\hat{\theta}_{mix} = w\hat{\theta}_1 + (1 - w)\hat{\theta}_2 \quad (2 - 58)$$

إذ ان  $w$  ثابت وقيمته بين  $(0 \leq w \leq 1)$  ويتم تحديد قيمة  $w$  التي تعمل على تصغير متوسط مربعات الخطأ ( $Mse$ ) لهذا المقدر المختلط  $Mse(\hat{\theta}_{mix})$  وذلك حسب الخطوات الآتية:

$$\hat{\theta}_{mix} = W\hat{\theta}_1 + (1 - w)\hat{\theta}_2$$

$$\hat{\theta}_{mix} - \theta = w\hat{\theta}_1 + (1 - w)\hat{\theta}_2 - \theta \quad \text{نطرح من الطرفين } \theta$$

$$\hat{\theta}_{mix} - \theta = w\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - w\hat{\theta}_2 - \theta$$

$$\hat{\theta}_{mix} - \theta = w\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - w\hat{\theta}_2 - \theta + w\theta - w\theta \quad \text{بإضافة وطرح } w\theta$$

$$\hat{\theta}_{mix} - \theta = (w\hat{\theta}_1 - w\theta) - (w\hat{\theta}_2 - w\theta) + (\hat{\theta}_2 - \theta)$$

$$= w[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta)] + [\hat{\theta}_2 - \theta]$$

نربع الطرفين

$$[\hat{\theta}_{mix} - \theta]^2 = w^2[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta)]^2 + [\hat{\theta}_2 - \theta]^2 + 2w[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta)][\hat{\theta}_2 - \theta]$$

$$= w^2[\hat{\theta}_1 - \theta]^2 + w^2[\hat{\theta}_2 - \theta]^2 - 2w^2[\hat{\theta}_1 - \theta][\hat{\theta}_2 - \theta] + [\hat{\theta}_2 - \theta]^2 + 2w[\hat{\theta}_1 - \theta][\hat{\theta}_2 - \theta] - 2w[\hat{\theta}_2 - \theta]^2$$

بأدخال التوقع للطرفين للمعادلة المذكورة أنفا نحصل على:

$$Mse(\hat{\theta}_{mix}) = w^2Mse(\hat{\theta}_1) + w^2Mse(\hat{\theta}_2) - 2w^2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$+2wCov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2wMse(\hat{\theta}_2)$$

نشتق المعادلة المذكورة آنفا بالنسبة الى  $w$  وبمساواتها الى الصفر نحصل على:

$$\frac{\partial Mse(\hat{\theta}_{mix})}{\partial w} = 2w Mse(\hat{\theta}_1) + 2w Mse(\hat{\theta}_2) - 4w Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + 2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2 Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$0 = w Mse(\hat{\theta}_1) + w Mse(\hat{\theta}_2) - 2w Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$0 = w[Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2 Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)] + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2)$$

نحصل على قيمة  $w$  التي تحقق اصغر متوسط مربعات خطأ ممكن

$$w = \frac{Mse(\hat{\theta}_2) - Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2 Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)} \dots \dots (2 - 59)$$

اذن المقدر الجديد المختلط هو

$$Estimated New(\hat{\theta}_{sh}) = w\hat{\theta}_{mle} + (1 - w)\hat{\theta}_{per} \dots(2-60)$$

وبتطبيق الخطوات ذاتها يتم الحصول على مقدرات المعالم  $(\hat{\alpha}_{mix}, \hat{\lambda}_{mix})$  وكالتالي :

$$Estimated New(\hat{\alpha}_{sh}) = w\hat{\alpha}_{mle} + (1 - w)\hat{\alpha}_{per} \dots(2-61)$$

$$Estimated New(\hat{\lambda}_{sh}) = w\hat{\lambda}_{mle} + (1 - w)\hat{\lambda}_{per} \dots(2-62)$$

وبتعويض المقدرات في الصيغة ادناه نحصل على مقدرات المعولية الضبابية لهذه الطريقة :

$$\tilde{R}_{sh}(x) = \left[ \frac{\hat{\alpha}_{sh}}{\hat{\alpha}_{sh} + 1} e^{-\left(\frac{x\bar{k}i}{\hat{\theta}_{sh}}\right)} + \frac{1}{\hat{\alpha}_{sh} + 1} \left( 1 - e^{-\left(\frac{\hat{\theta}_{sh}}{x\bar{k}i}\right)^{\hat{\lambda}_{per}}} \right) \right] \dots (2 - 63)$$

**8-2 معايير لأختيار أفضل توزيع****(Criteria for selection of the best)**

من العمليات الاحصائية المهمة جدا في التحليل الاحصائي للمشاهدات (البيانات) هي عملية اختيار أفضل توزيع احتمالي من مجموعة من التوزيعات ، ولغرض اثبات افضلية التوزيع المختلط (E.F) على التوزيعات الاحتمالية المنفردة ( التوزيع الأسي) و (توزيع فريجت) تم اختيار ثلاثة معايير للمفاضلة وهي :

**1.8.2 معيار معلومات اكاكي (AIC)****(Akaike information criterion)**

وتقوم فكرته على حساب قيمة AIC لكل توزيع من التوزيعات، والتوزيع الذي يمتلك أقل قيمة لهذا المعيار يكون الأفضل وصيغته الرياضية كالتالي (29) :

$$AIC = -2\text{Log}(L) + 2r$$

L: قيمة دالة لإمكان الأظم

r: عدد معلمات التوزيع

**2.8.2 معيار معلومات اكاكي المصحح (AIC<sub>c</sub>)****(Akaike information correct)**

وهو معيار لأختيار أفضل توزيع من مجموعة التوزيعات وصيغته الرياضية كالتالي (29) :

$$AIC_c = AIC + \frac{2(r + 1)}{n - r - 1}$$

AIC : معيار اكاكي

r : عدد معلمات التوزيع

n : حجم العينة

**3.8.2 معيار المعلومات البيزي (BIC)****(Bayesian information criterion)**

وهو من معايير اختيار أفضل توزيع من مجموعة التوزيعات ، وصيغته الرياضية كالتالي (29) :

$$BIC = -2\text{Log}(L) + r \text{Log}(n)$$

L : قيمة دالة لإمكان الأظم ، r : عدد معلمات التوزيع ، n : حجم العين

# الفصل الثالث

الجانب التجريبي

**1.3 المقدمة****(Introduction)**

في هذا الفصل سوف نستعرض نبذة أو فكرة مختصرة عن أسلوب المحاكاة (Simulation) حيث توجد العديد من المشاكل التي من الصعب جداً وضعها في قالب رياضي سهل الحل وذلك لعدة أسباب منها ( وجود العديد من المتغيرات في الدراسة ، عدم توفر البيانات الكافية لحل المشكلة ... الخ ) .

لذلك يبرز أستعمال أسلوب المحاكاة لإيجاد الحلول المثلى لمثل هذه المشاكل إذ يعمل هذا الأسلوب على توفير الوسيلة المناسبة التي يستطيع من خلالها الباحث دراسة المشكلة قيد البحث وتحليلها بالرغم مما يعترضها من صعوبات في التعبير عنها في نموذج رياضي مناسب وبالتالي فإن المحاكاة وسيلة من وسائل الاختبار قبل تطبيق التجربة على بيانات حقيقية .

**2.3 مفهوم المحاكاة****(The Concept of Simulation)**

تعرف المحاكاة على انها (الأسلوب الذي يتم من خلاله التعامل مع كافة المعضلات المعقدة التغيير والتي تتداخل فيه العلاقات الرياضية المستندة على منطق حركة تلك المتغيرات بغية وصف نظام معين ومحاولة ايجاد الحلول المناسبة لكافة معضلاته ) وكذلك عرفت بأنها (طريقة عددية تعالج التجارب الرياضية المختلفة بأستعمال الحاسوب الالكتروني الذي يحتوي على العديد من العلاقات الرياضية والمنطقية ) وأيضاً عرفت بأنها ( نوع من أنواع التقنيات الرقمية تستعمل لأجراء التجارب بواسطة الحاسوب الالكتروني الرقمي ) (10).

ويمكن فهم أسلوب المحاكاة (Simulation) على إنه عملية تمثيل او تقليد للواقع الحقيقي وذلك بأستعمال اساليب وطرائق ونماذج معينة ، حيث إننا نجد في الواقع الحقيقي العديد من العمليات تكون معقدة الفهم وصعبة التحليل والتفسير لذلك من الأفضل إنَّ يتم وصف هذه العمليات بصورة مشابهة للصور الحقيقية بنماذج معينة ، ففهم الأسلوب يحقق لنا قدراً كبيراً من الإدراك لماهية الواقع الحقيقي من خلال محاكاة النموذج حيث إنَّ درجة التقارب او الشبه بين تجربة المحاكاة والواقع الحقيقي تعتمد بالاساس على مدى المطابقة بين الواقعين الافتراضي المتمثل بـ(Simulation) والواقع الحقيقي .

ومن أبرز ما يمتاز به أسلوب المحاكاة هو الحصول على معلومات مفيدة جدا عن الواقع الحقيقي الذي يقلده وكذلك قدرته على تكرار التجربة أذ إنَّ المدخلات التي يتم تغييرها في كل مرة تعطي شرحاً كافياً ومناسباً لطبيعة العملية الرياضية التي تم أستعمالها ، وبذلك فان ماتمتاز به المحاكاة من مرونة في دراسة المسائل تمنح الباحث او متخذ القرار القدرة على التجريب والاختبار وامكانية اجراء التعديل والتغيير من أجل استثمار الوقت والجهد والكلفة .

وكذلك أهمية المحاكاة في توليد الأرقام العشوائية التي تكون في كل سلسلة من الأرقام العشوائية مستقلة عن الأخرى ، وبالرغم من وجود العديد من الطرائق المختلفة في المحاكاة كـ ( المختلطة ،التناظرية .. الخ ) إلا إنَّ طريقة مونت كارلو (Monte – Carlo) تعتبر من أهم هذه الطرائق والاكثر شيوعاً وأستعمالاً<sup>(21)</sup>. ويتم استعمالها لتوليد مشاهدات (بيانات) لعدد كبير من التوزيعات الاحتمالية وبعده طرائق منها ( التحويل المعكوس ) أو طريقة الرفض والقبول وهي الطريقة التي تم استعمالها في هذا الرسالة .

### **3-3 وصف التجربة (experiment Describe of simulation)**

تم توليد بيانات عشوائية وبأحجام مختلفة لغرض تقدير معالم التوزيع المختلط (E.F) بغية تقدير دالة المعولية الضبابية لهذا التوزيع وذلك بأستعمال طريقة المحاكاة المعروفة مونت كارلو (Monte Carlo) ، وتم كتابة برنامج المحاكاة بلغة (Matlab-2015) وتم تطبيقه على الحاسبة وكما في الملحق رقم (1) .

### **4.3 مراحل تجربة المحاكاة (Stages of the simulation experiment)**

#### **1.4.3 المرحلة الأولى (The first stage)**

وهي مرحلة اختيار وتعيين القيم الافتراضية وتعتبر من المراحل المهمة جدا وذلك لاعتماد الخطوات اللاحقة للبرنامج عليها وتمت عملية اختيار القيم كالتالي :

**أولاً :- تحديد قيم افتراضية لمعاملات التوزيع المختلط (E.F)**

تم العمل على اختيار قيم مختلفة لمعاملات التوزيع المختلط (E.F) والسبب في اختيار قيم مختلفة وذلك بهدف اعطاء فكرة واضحة عن المقاييس الأساسية ونمط سلوكها في حال تغير هذه القيم وتم تحديد اربعة موديلات وكما موضح في الجدول التالي :

**جدول رقم (3-1)**

**القيم الافتراضية لمعامل التوزيع المختلط (E.F)**

Model	$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\lambda}$
1	2	2.5	3.5
2	2	4	3.5
3	1	3.5	4
4	1	3	3

وإنَّ قيم  $\tilde{K}_i$  عامل الضبابية كانت ضمن الفترة المغلقة [0,1] كالتالي :

$\tilde{K}_i$	0.3	0.7	0.9
---------------	-----	-----	-----

**(chooses a sample size)**

**ثانياً : اختيار حجم العينة**

لغرض معرفة مدى التأثير لحجم العينة على النتائج التي سيتم الحصول عليها من طرائق التقدير التي تم أستعمالها في هذه الرسالة ، تم اختيار اربعة حجوم عينات (25,50,75,100)

**( Repeat the experiment )**

**ثالثاً : تكرار التجربة**

تم تكرار التجربة (1000) مرة وذلك بغية الحصول على اعلى تجانس ممكن .

### 2.4.3 المرحلة الثانية

#### (The Second stage)

وهي المرحلة الخاصة بتوليد البيانات العشوائية التي تخضع للتوزيع المختلط (الآسي – فريجت) وذلك بأستعمال طريقة الرفض والقبول وكما يلي<sup>(17)</sup> :

1. توليد متغير عشوائي يتوزع توزيعاً منتظماً  $0 < u_i < 1$  .
2. توليد المتغير  $v \sim \exp(\theta)$  .
3. توليد متغير العشوائي  $\vartheta \sim \text{frecht}(\theta, \lambda)$  .
4. فإذا كان  $u_i \leq p = \frac{\alpha}{\alpha+1}$  , فإن  $x_i = V_i$  , وإذا كان غير ذلك فإن  $x_i = \vartheta_i$  .

### 3.4.3 المرحلة الثالثة

#### (The third stage)

هي مرحلة التقدير والتي فيها يتم الحصول على مقدرات المعلمات ودالة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط (E.F) وذلك بأستعمال الطرائق المشار إليها في الفصل الثاني ( الجانب النظري)

### 4.4.3 المرحلة الرابعة

#### (The fourth stage)

وهي المرحلة الأخيرة في المحاكاة (Simulation) وتختص بالمقارنة بين طرائق التقدير واختيار الطريقة الأفضل بأستعمال معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والذي كلما تقل قيمته يكون المقدر أفضل وتكتب صيغته كالتالي :

$$MSE(\hat{R}_{\hat{R}}(t)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_i(x) - \hat{R}_i(x))^2$$

n : عدد التكرارات لكل تجربة

$R_i(x)$  : دالة المعولية الضبابية وفق القيم الأولية .

$\hat{R}_i(x)$  : مقدر دالة المعولية الضبابية .

### **(Analysis of Simulation Result) 5.3 تحليل نتائج تجربته المحاكاة**

سيتم عرض وتحليل وتفسير نتائج المحاكاة التي تم الحصول عليها من البرنامج المكتوب بلغة (Matlab) والمبين في الملحق (رقم 1) حيث إن :

(ti) : تمثل أوقات العمل لحين الفشل .

$\hat{R}(ti)$  : تمثل المعدل لقيم دالة المعولية الحقيقية ( الافتراضية ) .

$\hat{R}_{MLE}(ti)$  : تمثل المعدل لقيم دالة البقاء التقديرية بطريقة إلامكان الأعظم (Mle) .

$\hat{R}_{MOM}(ti)$  : تمثل المعدل لقيم دالة البقاء التقديرية بطريقة العزوم .

$\hat{R}_{PER}(ti)$  : تمثل المعدل لقيم دالة البقاء التقديرية بطريقة المقدرات التجزئية .

$\hat{R}_{Sh}(ti)$  : تمثل المعدل لقيم دالة البقاء التقديرية بطريقة المختلطة .

وفي مايلي تحليل نتائج تجربة المحاكاة وحسب كل أنموذج :

جدول رقم (3-2)

قيم معلمات التوزيع المختلط للأتمودج الأول عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$

n	Method		Model (1) $\tilde{K} = 0.3$		
			$\hat{\lambda} = 3.5$	$\hat{\alpha} = 2$	$\hat{\theta} = 2.5$
25	MLE	parameter	3.625438	2.124553	2.624913
		Mse-MLE	0.016018	0.015784	0.015872
	Momenet	parameter	3.624775	2.12505	2.62475
		Mse -Mom	0.015839	0.015911	0.015821
	Percantail	parameter	3.67445	2.174948	2.675612
		Mse -per	0.031546	0.031731	0.031986
	Shrinkage	parameter	3.638892	2.138258	2.638507
		Mse-sh	0.01956	0.019378	0.019446
50	MLE	parameter	3.599252	2.099979	2.600628
		Mse -MLE	0.010135	0.010259	0.010414
	Momenet	parameter	3.600423	2.10064	2.600181
		Mse -Mom	0.010361	0.010388	0.010305
	Percantail	parameter	3.650108	2.14991	2.651055
		Mse -per	0.02361	0.023574	0.023935
	Shrinkage	parameter	3.611257	2.111896	2.612558
		Mse-sh	0.012655	0.012788	0.012963
75	MLE	parameter	3.575504	2.074824	2.574801
		Mse -MLE	0.005978	0.005872	0.005862
	Momenet	parameter	3.575203	2.074427	2.575061
		Mse -Mom	0.00593	0.005822	0.005891
	Percantail	parameter	3.623819	2.125248	2.62433
		Mse -per	0.016404	0.016776	0.016592
	Shrinkage	parameter	3.584807	2.084309	2.584316
		Mse-sh	0.007496	0.007409	0.007409
100	MLE	parameter	3.549949	2.049498	2.54941
		Mse -MLE	0.002767	0.002725	0.002713
	Momenet	parameter	3.549002	2.050109	2.549498
		Mse -Mom	0.002686	0.002812	0.002747
	Percantail	parameter	3.600059	2.101595	2.597818
		Mse -per	0.011163	0.011434	0.010699
	Shrinkage	parameter	3.556199	2.055623	2.555327
		Mse-sh	0.003487	0.003427	0.003384

جدول رقم (3-3)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الأول عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\bar{K} = 0.3$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_Sh	best
25	0.1	0.97386	0.974583	0.974579	0.974867	0.974659	0.0000006	0.0000005	0.0000011	0.0000007	Mom
	0.2	0.924614	0.926563	0.926553	0.927334	0.92677	0.0000041	0.0000040	0.0000083	0.0000049	Mom
	0.3	0.879154	0.882067	0.882051	0.883226	0.882377	0.0000090	0.0000089	0.0000187	0.0000109	Mom
	0.4	0.837189	0.840835	0.840814	0.842295	0.841225	0.0000142	0.0000140	0.0000296	0.0000172	Mom
	0.5	0.798451	0.802628	0.802603	0.804314	0.803077	0.0000188	0.0000185	0.0000395	0.0000227	Mom
	0.6	0.762691	0.767224	0.767195	0.769068	0.767714	0.0000223	0.0000219	0.0000474	0.0000269	Mom
	0.7	0.729663	0.734417	0.734385	0.736361	0.734932	0.0000247	0.0000243	0.0000531	0.0000298	Mom
	0.8	0.698362	0.703857	0.703821	0.705934	0.704413	0.0000327	0.0000322	0.0000670	0.0000390	Mom
	0.9	0.664032	0.673281	0.673237	0.67622	0.674107	0.0000891	0.0000882	0.0001617	0.0001049	Mom
50	0.1	0.97386	0.974446	0.974439	0.974731	0.974514	0.0000005	0.0000004	0.0000009	0.0000005	Mom
	0.2	0.924614	0.926192	0.926173	0.926967	0.926376	0.0000028	0.0000027	0.0000064	0.0000033	Mom
	0.3	0.879154	0.881511	0.881481	0.882674	0.881787	0.0000061	0.0000060	0.0000145	0.0000075	Mom
	0.4	0.837189	0.840138	0.840098	0.8416	0.840484	0.0000097	0.0000094	0.0000230	0.0000118	Mom
	0.5	0.798451	0.801827	0.801779	0.803512	0.802225	0.0000128	0.0000124	0.0000307	0.0000157	Mom
	0.6	0.762691	0.766352	0.766297	0.768193	0.766786	0.0000153	0.0000148	0.0000369	0.0000186	Mom
	0.7	0.729663	0.733502	0.73344	0.73544	0.733957	0.0000170	0.0000164	0.0000414	0.0000207	Mom
	0.8	0.698362	0.702854	0.702786	0.704953	0.703354	0.0000229	0.0000222	0.0000530	0.0000276	Mom
	0.9	0.664032	0.671722	0.671649	0.674843	0.672502	0.0000632	0.0000620	0.0001303	0.0000757	Mom

75	<b>0.1</b>	0.97386	0.974295	0.974299	0.974573	0.97435	0.0000002	0.0000003	0.0000006	0.0000003	Mle
	<b>0.2</b>	0.924614	0.925785	0.925797	0.926535	0.925933	0.0000016	0.0000017	0.0000046	0.0000020	Mle
	<b>0.3</b>	0.879154	0.8809	0.880919	0.882024	0.881122	0.0000036	0.0000037	0.0000103	0.0000045	Mle
	<b>0.4</b>	0.837189	0.839371	0.839395	0.840779	0.839648	0.0000057	0.0000058	0.0000165	0.0000071	Mle
	<b>0.5</b>	0.798451	0.800945	0.800975	0.802562	0.801263	0.0000076	0.0000077	0.0000221	0.0000094	Mle
	<b>0.6</b>	0.762691	0.765392	0.765426	0.76715	0.765737	0.0000091	0.0000092	0.0000266	0.0000112	Mle
	<b>0.7</b>	0.729663	0.732492	0.73253	0.734336	0.732855	0.0000102	0.0000103	0.0000300	0.0000126	Mle
	<b>0.8</b>	0.698362	0.701726	0.701768	0.70376	0.702135	0.0000140	0.0000142	0.0000389	0.0000172	Mle
	<b>0.9</b>	0.664032	0.669932	0.66998	0.673126	0.670597	0.0000389	0.0000394	0.0000969	0.0000475	Mle
100	<b>0.1</b>	0.97386	0.974148	0.974146	0.97441	0.974181	0.0000001	0.0000002	0.0000004	0.0000002	Mle
	<b>0.2</b>	0.924614	0.925388	0.925383	0.926094	0.925478	0.0000008	0.0000009	0.0000032	0.0000010	Mle
	<b>0.3</b>	0.879154	0.880308	0.8803	0.881358	0.880441	0.0000019	0.0000020	0.0000072	0.0000024	Mle
	<b>0.4</b>	0.837189	0.838629	0.838618	0.839939	0.838796	0.0000031	0.0000033	0.0000115	0.0000038	Mle
	<b>0.5</b>	0.798451	0.800095	0.800081	0.801589	0.800286	0.0000042	0.0000042	0.0000156	0.0000051	Mle
	<b>0.6</b>	0.762691	0.764469	0.764452	0.766082	0.764675	0.0000051	0.0000052	0.0000190	0.0000062	Mle
	<b>0.7</b>	0.729663	0.731525	0.731506	0.733205	0.73174	0.0000058	0.0000059	0.0000216	0.0000071	Mle
	<b>0.8</b>	0.698362	0.700615	0.700592	0.702519	0.700865	0.0000079	0.0000081	0.0000283	0.0000097	Mle
	<b>0.9</b>	0.664032	0.668058	0.668027	0.671283	0.668493	0.0000208	0.0000209	0.0000691	0.0000253	Mle

ويتضح من الجدولين (3-2)،(3-3) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت ( $\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5$ ) والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل Mse وبلغت (0.0000484)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (mom) والتي قيمها

$$(\hat{\alpha} = 2.12505, \hat{\theta} = 2.62475, \hat{\lambda} = 3.624775)$$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse (0.0000334) وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (mom) والتي قيمها

$$(\hat{\alpha} = 2.10064, \hat{\theta} = 2.600181, \hat{\lambda} = 3.600423)$$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000206) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)

$$(\hat{\alpha} = 2.074824, \hat{\theta} = 2.574801, \hat{\lambda} = 3.575203)$$

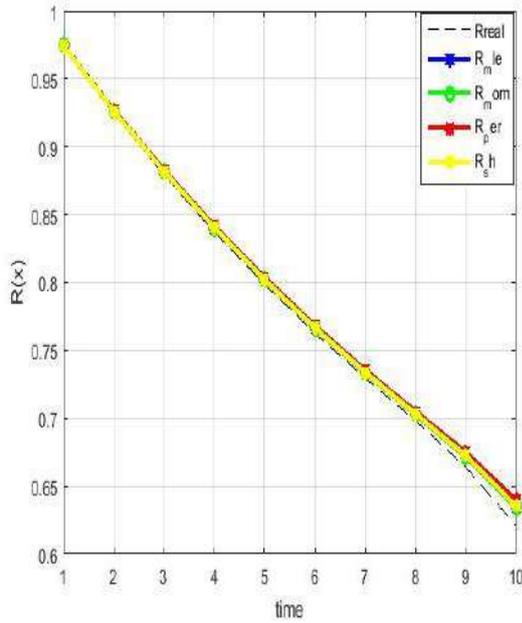
**عند حجم عينة n=100 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000107) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم

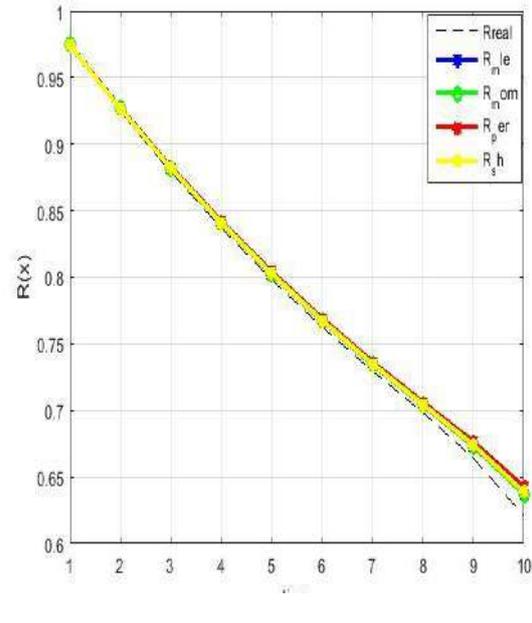
$$(\hat{\alpha} = 2.074824, \hat{\theta} = 2.574801, \hat{\lambda} = 3.575504)$$

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية طريقة العزوم (mom) عند حجم عينة (25,50) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (75,100) ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعاملات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضاً توضح الجداول و الأشكال البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية متقاربه من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

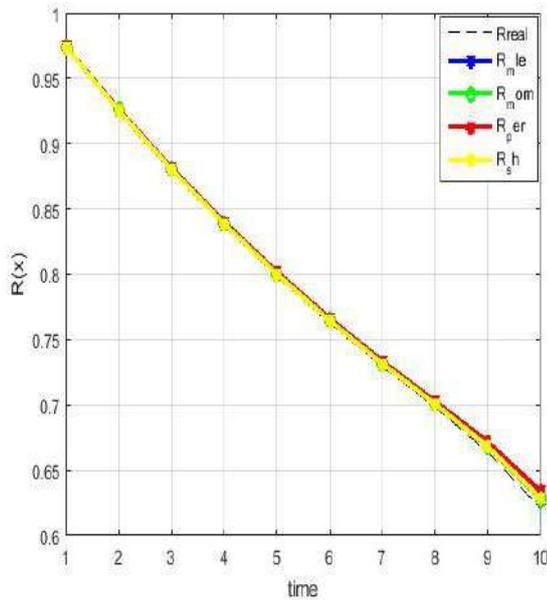
الأشكال البيانية (3-1) ولغاية (3-4) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الأول عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



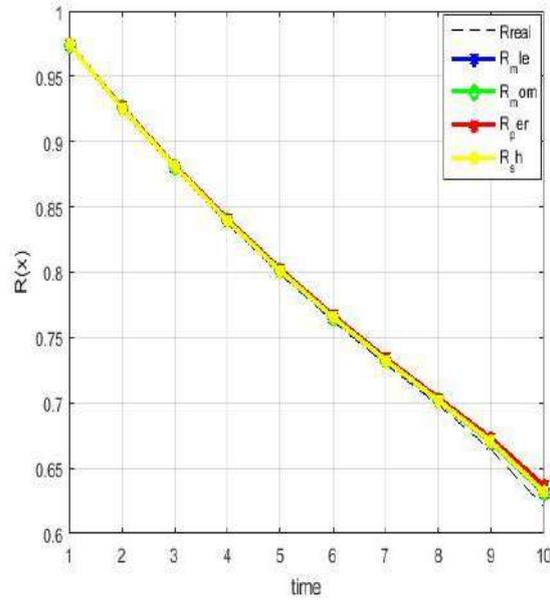
الشكل (3-2) n=50



الشكل (3-1) n=25



الشكل (3-4) n=100



الشكل (3-3) n=75

جدول رقم (3-4)

قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الثاني عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$

n	Method		Model (2)		
			$\hat{\lambda} = 3.5$	$\hat{\alpha} = 2$	$\hat{\theta} = 4$
25	MLE	parameter	3.625293	2.12345	4.125558
		MSE-MLE	0.015963	0.015507	0.016046
	Momenet	parameter	3.624328	2.124842	4.123849
		MSE-Mom	0.015745	0.015878	0.015594
	Percantail	parameter	3.676153	2.175112	4.175009
		MSE-per	0.032131	0.031719	0.031743
	Shrinkage	parameter	3.639195	2.137716	4.139235
		MSE-sh	0.019629	0.019234	0.019674
50	MLE	parameter	3.600531	2.099977	4.100445
		MSE-MLE	0.010391	0.01027	0.010367
	Momenet	parameter	3.599865	2.100418	4.100455
		MSE-Mom	0.010251	0.01035	0.01037
	Percantail	parameter	3.651018	2.149643	4.149561
		MSE-per	0.023931	0.023562	0.023462
	Shrinkage	parameter	3.612393	2.111746	4.112245
		MSE-sh	0.012925	0.012772	0.012885
75	MLE	parameter	3.574907	2.075078	4.074813
		MSE-MLE	0.005892	0.005882	0.005861
	Momenet	parameter	3.575255	2.07512	4.075394
		MSE-Mom	0.005948	0.005936	0.005968
	Percantail	parameter	3.624612	2.124026	4.127535
		MSE-per	0.016663	0.016484	0.017386
	Shrinkage	parameter	3.58428	2.084402	4.084741
		MSE-sh	0.007406	0.0074	0.007472
100	MLE	parameter	3.550802	2.050107	4.04997
		MSE-MLE	0.002849	0.00278	0.002765
	Momenet	parameter	3.549892	2.050014	4.050096
		MSE-Mom	0.002767	0.002784	0.002791
	Percantail	parameter	3.598666	2.100903	4.099669
		MSE-per	0.010835	0.011376	0.011052
	Shrinkage	parameter	3.556842	2.056225	4.056094
		MSE-sh	0.003538	0.003489	0.003467

جدول رقم (3-5)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الثاني عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_sh	best
25	0.1	0.98354	0.98372	0.98371	0.98379	0.98374	0.00000004	0.00000003	0.00000008	0.00000005	Mom
	0.2	0.95183	0.95232	0.95229	0.95250	0.95237	0.00000005	0.00000003	0.00000006	0.00000005	Mom
	0.3	0.92166	0.92240	0.92236	0.92268	0.92248	0.00000007	0.00000006	0.00000015	0.00000008	Mom
	0.4	0.89297	0.89390	0.89384	0.89425	0.89400	0.00000011	0.00000010	0.00000025	0.00000013	Mom
	0.5	0.86568	0.86675	0.86668	0.86716	0.86686	0.00000015	0.00000013	0.00000035	0.00000018	Mom
	0.6	0.83971	0.84089	0.84080	0.84133	0.84101	0.00000019	0.00000016	0.00000044	0.00000022	Mom
	0.7	0.81502	0.81625	0.81614	0.81671	0.81637	0.00000021	0.00000018	0.00000052	0.00000025	Mom
	0.8	0.79153	0.79277	0.79266	0.79324	0.79290	0.00000023	0.00000020	0.00000059	0.00000027	Mom
	0.9	0.76918	0.77041	0.77028	0.77087	0.77053	0.00000024	0.00000021	0.00000063	0.00000027	Mom
50	0.1	0.98354	0.983679	0.983678	0.983749	0.983696	0.00000005	0.00000002	0.00000004	0.00000005	Mom
	0.2	0.951829	0.952208	0.952205	0.952398	0.952254	0.00000003	0.00000002	0.00000005	0.00000003	Mom
	0.3	0.921665	0.922235	0.92223	0.922523	0.922305	0.00000005	0.00000004	0.00000012	0.00000005	Mom
	0.4	0.892971	0.893688	0.893681	0.894054	0.893777	0.00000008	0.00000007	0.00000021	0.00000009	Mom
	0.5	0.865677	0.866501	0.866492	0.866925	0.866604	0.00000011	0.00000010	0.00000029	0.00000012	Mom
	0.6	0.839715	0.840608	0.840598	0.841072	0.840721	0.00000014	0.00000013	0.00000037	0.00000015	Mom
	0.7	0.815018	0.815948	0.815936	0.816436	0.816066	0.00000016	0.00000015	0.00000044	0.00000018	Mom
	0.8	0.791526	0.792462	0.792448	0.792959	0.792582	0.00000017	0.00000016	0.00000050	0.00000019	Mom
	0.9	0.76918	0.770093	0.770078	0.770587	0.770213	0.00000018	0.00000017	0.00000055	0.00000020	Mom

75	0.1	0.98354	0.983641	0.983643	0.983725	0.983657	0.0000001	0.0000002	0.0000002	0.0000003	Mle
	0.2	0.951829	0.952103	0.95211	0.952336	0.952146	0.0000001	0.0000002	0.0000005	0.0000002	Mle
	0.3	0.921665	0.922076	0.922086	0.922431	0.922141	0.0000003	0.0000004	0.0000011	0.0000004	Mle
	0.4	0.892971	0.893488	0.893501	0.893941	0.89357	0.0000005	0.0000006	0.0000019	0.0000006	Mle
	0.5	0.865677	0.866268	0.866285	0.866799	0.866364	0.0000007	0.0000008	0.0000027	0.0000008	Mle
	0.6	0.839715	0.840353	0.840372	0.84094	0.840459	0.0000009	0.0000010	0.0000034	0.0000011	Mle
	0.7	0.815018	0.815678	0.8157	0.816305	0.815791	0.0000010	0.0000011	0.0000042	0.0000013	Mle
	0.8	0.791526	0.792186	0.792209	0.792835	0.792302	0.0000012	0.0000013	0.0000048	0.0000014	Mle
	0.9	0.76918	0.769818	0.769844	0.770476	0.769935	0.0000013	0.0000014	0.0000053	0.0000015	Mle
100	0.1	0.98354	0.983607	0.983608	0.983674	0.983615	0.00000004	0.0000005	0.0000009	0.0000005	Mle
	0.2	0.951829	0.952011	0.952013	0.952192	0.952034	0.0000001	0.0000002	0.0000003	0.0000002	Mle
	0.3	0.921665	0.921937	0.92194	0.92221	0.921971	0.0000002	0.0000003	0.0000008	0.0000003	Mle
	0.4	0.892971	0.893312	0.893317	0.893655	0.893356	0.0000003	0.0000004	0.0000014	0.0000004	Mle
	0.5	0.865677	0.866066	0.866072	0.86646	0.866117	0.0000005	0.0000006	0.0000021	0.0000006	Mle
	0.6	0.839715	0.840134	0.840141	0.84056	0.840188	0.0000006	0.0000007	0.0000027	0.0000008	Mle
	0.7	0.815018	0.815451	0.815458	0.815894	0.815507	0.0000008	0.0000009	0.0000033	0.0000010	Mle
	0.8	0.791526	0.791957	0.791965	0.792402	0.792014	0.0000009	0.0000010	0.0000039	0.0000011	Mle
	0.9	0.76918	0.769595	0.769604	0.770029	0.769651	0.0000011	0.0000012	0.0000045	0.0000013	Mle

ويتضح من الجدولين (3-4)،(3-5) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت ( $\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5$ ) والقيمة الضبابية  $\tilde{k} = 0.3$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse والذي بلغ (0.0000013)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم والتي قيمها

$$(\hat{\alpha} = 2.124842, \hat{\theta} = 4.123849, \hat{\lambda} = 3.624328)$$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse (0.0000010) وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم والتي قيمها

$$(\hat{\alpha} = 2.100418, \hat{\theta} = 4.100455, \hat{\lambda} = 3.599865)$$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000008) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم

$$(\hat{\alpha} = 2.075078, \hat{\theta} = 4.074813, \hat{\lambda} = 3.574907)$$

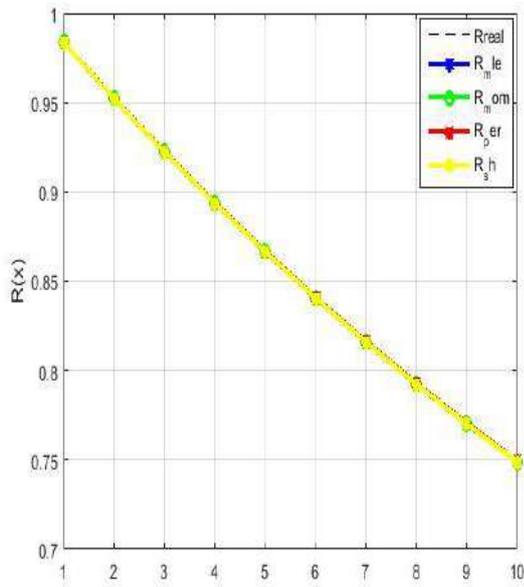
**عند حجم عينة n=100 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000008) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)

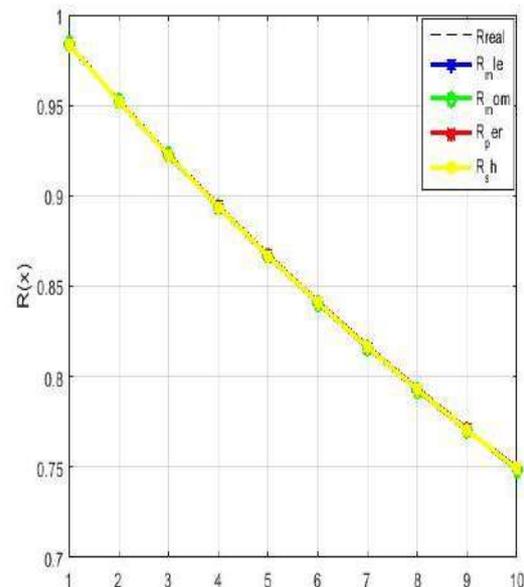
$$(\hat{\alpha} = 2.050107, \hat{\theta} = 4.04997, \hat{\lambda} = 3.550802)$$

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة العزوم (mom) كانت أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25,50) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (75,100) ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعاملات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضاً توضح الجداول و الأشكال البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

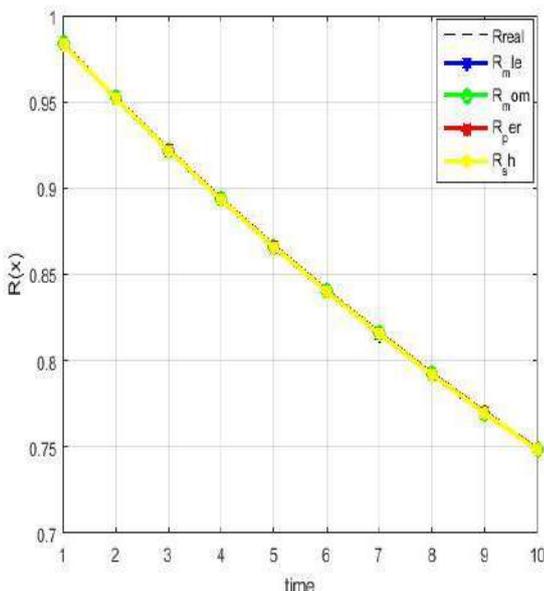
الأشكال البيانية (3-5) ولغاية (3-8) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الثاني عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



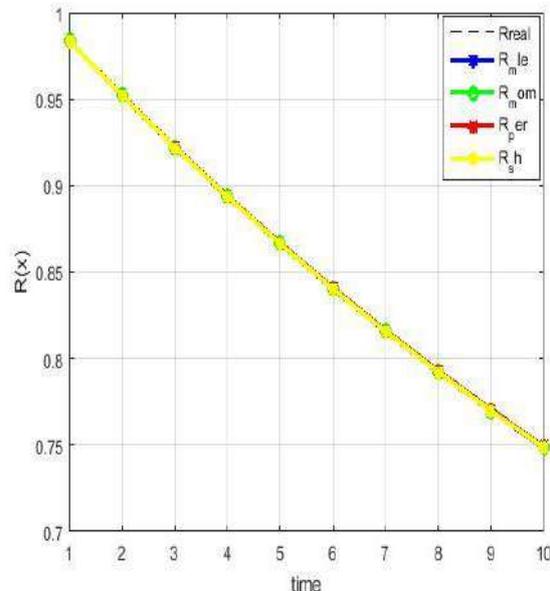
الشكل (3-6) n=50



الشكل (3-5) n=25



الشكل (3-8) n=100



الشكل (3-7) n=75

جدول رقم (3-6)

قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الثالث عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$

n	Method		Model (3) $\tilde{k} = 0.3$		
			$\hat{\lambda} = 4$	$\hat{\alpha} = 1$	$\hat{\theta} = 3.5$
25	MLE	parameter	4.124396	1.125635	3.625641
		MSE-MLE	0.015749	0.016057	0.016067
	Momenet	parameter	4.126003	1.125042	3.624629
		MSE-Mom	0.01614	0.015909	0.015785
	Percantail	parameter	4.174644	1.173157	3.675307
		MSE-per	0.031603	0.031142	0.031861
	Shrinkage	parameter	4.138153	1.138692	3.639262
		MSE-sh	0.019351	0.019515	0.019671
50	MLE	parameter	4.100691	1.10056	3.600368
		MSE-MLE	0.010405	0.010374	0.010347
	Momenet	parameter	4.099864	1.100085	3.599666
		MSE-Mom	0.010251	0.010296	0.010194
	Percantail	parameter	4.149058	1.147855	3.651606
		MSE-per	0.023356	0.023029	0.024093
	Shrinkage	parameter	4.112224	1.111942	3.612262
		MSE-sh	0.012875	0.012809	0.012875
75	MLE	parameter	4.074215	1.075267	3.575494
		MSE-MLE	0.005795	0.005939	0.005975
	Momenet	parameter	4.074804	1.075496	3.575153
		MSE-Mom	0.00585	0.005971	0.005934
	Percantail	parameter	4.123781	1.125836	3.623996
		MSE-per	0.016449	0.016812	0.016422
	Shrinkage	parameter	4.083257	1.08501	3.584788
		MSE-sh	0.007235	0.007516	0.007486
100	MLE	parameter	4.04954	1.048965	3.551094
		MSE-MLE	0.002735	0.002667	0.002883
	Momenet	parameter	4.050273	1.050573	3.549393
		MSE-Mom	0.002812	0.002845	0.002731
	Percantail	parameter	4.099659	1.100754	3.600754
		MSE-per	0.01106	0.011259	0.01132
	Shrinkage	parameter	4.055727	1.055237	3.557693
		MSE-sh	0.003448	0.00338	0.00367

جدول رقم (3-7)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الثالث عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_Sh	best
25	0.1	0.985916	0.985594	0.985594	0.985512	0.98557	0.00000013	0.00000012	0.00000022	0.00000013	Mom
	0.2	0.958928	0.957948	0.957947	0.957691	0.957872	0.00000109	0.00000108	0.00000199	0.00000123	Mom
	0.3	0.933439	0.931785	0.931785	0.931344	0.931655	0.00000305	0.00000303	0.00000557	0.00000349	Mom
	0.4	0.909365	0.907027	0.907027	0.906393	0.90684	0.00000605	0.00000601	0.00001101	0.00000693	Mom
	0.5	0.886629	0.883597	0.883598	0.882764	0.883352	0.00001008	0.00001002	0.00001829	0.00001159	Mom
	0.6	0.865155	0.861425	0.861427	0.860386	0.861121	0.00001516	0.00001507	0.00002743	0.00001748	Mom
	0.7	0.844874	0.840443	0.840446	0.839194	0.840078	0.00002126	0.00002114	0.00003840	0.00002457	Mom
	0.8	0.82572	0.820587	0.820592	0.819124	0.82016	0.00002837	0.00002821	0.00005115	0.00003287	Mom
	0.9	0.807629	0.801797	0.801803	0.800117	0.801307	0.00003645	0.00003625	0.00006565	0.00004232	Mom
50	0.1	0.985916	0.985648	0.985649	0.985565	0.985625	0.00000008	0.00000009	0.00000018	0.00000010	Mle
	0.2	0.958928	0.958114	0.958115	0.957856	0.958042	0.00000075	0.00000079	0.00000163	0.00000091	Mle
	0.3	0.933439	0.932067	0.932069	0.931623	0.931944	0.00000220	0.00000221	0.00000453	0.00000256	Mle
	0.4	0.909365	0.907428	0.907431	0.906789	0.907253	0.00000434	0.00000435	0.00000889	0.00000506	Mle
	0.5	0.886629	0.88412	0.884125	0.883278	0.883891	0.00000720	0.00000722	0.00001471	0.00000841	Mle
	0.6	0.865155	0.862072	0.862078	0.861021	0.861787	0.00001077	0.00001079	0.00002196	0.00001262	Mle
	0.7	0.844874	0.841215	0.841223	0.83995	0.840875	0.00001503	0.00001506	0.00003062	0.00001767	Mle
	0.8	0.82572	0.821486	0.821495	0.820003	0.821088	0.00001998	0.00002001	0.00004064	0.00002354	Mle
	0.9	0.807629	0.802822	0.802833	0.801118	0.802368	0.00002558	0.00002560	0.00005198	0.00003020	Mle

75	<b>0.1</b>	0.985916	0.98571	0.985707	0.985588	0.985685	0.00000003	0.00000006	0.00000016	0.00000007	Mle
	<b>0.2</b>	0.958928	0.958302	0.958294	0.95793	0.958225	0.00000052	0.00000054	0.00000141	0.00000063	Mle
	<b>0.3</b>	0.933439	0.932385	0.932371	0.931757	0.932255	0.00000144	0.00000149	0.00000391	0.00000174	Mle
	<b>0.4</b>	0.909365	0.907877	0.90786	0.90699	0.907694	0.00000281	0.00000290	0.00000762	0.00000341	Mle
	<b>0.5</b>	0.886629	0.884703	0.884681	0.883553	0.884467	0.00000462	0.00000477	0.00001251	0.00000563	Mle
	<b>0.6</b>	0.865155	0.86279	0.862764	0.861374	0.862499	0.00000688	0.00000708	0.00001856	0.00000839	Mle
	<b>0.7</b>	0.844874	0.842069	0.84204	0.840386	0.841724	0.00000955	0.00000982	0.00002571	0.00001167	Mle
	<b>0.8</b>	0.82572	0.822475	0.822443	0.820525	0.822076	0.00001262	0.00001297	0.00003392	0.00001546	Mle
	<b>0.9</b>	0.807629	0.803947	0.803912	0.801731	0.803494	0.00001608	0.00001650	0.00004315	0.00001972	Mle
100	<b>0.1</b>	0.985916	0.985785	0.985768	0.98565	0.98577	0.00000003	0.00000004	0.00000013	0.00000004	Mle
	<b>0.2</b>	0.958928	0.958528	0.958478	0.958119	0.958482	0.00000029	0.00000034	0.00000119	0.00000036	Mle
	<b>0.3</b>	0.933439	0.932764	0.932684	0.932076	0.932686	0.00000080	0.00000092	0.00000324	0.00000098	Mle
	<b>0.4</b>	0.909365	0.908411	0.908304	0.90744	0.9083	0.00000154	0.00000178	0.00000624	0.00000189	Mle
	<b>0.5</b>	0.886629	0.885392	0.885259	0.884135	0.885247	0.00000251	0.00000288	0.00001012	0.00000308	Mle
	<b>0.6</b>	0.865155	0.863634	0.863476	0.86209	0.863455	0.00000368	0.00000422	0.00001484	0.00000453	Mle
	<b>0.7</b>	0.844874	0.843067	0.842888	0.841236	0.842853	0.00000506	0.00000579	0.00002035	0.00000623	Mle
	<b>0.8</b>	0.82572	0.823626	0.823427	0.821508	0.823378	0.00000662	0.00000755	0.00002660	0.00000816	Mle
	<b>0.9</b>	0.807629	0.80525	0.805033	0.802847	0.804968	0.00000835	0.00000951	0.00003353	0.00001031	Mle

ويتضح من الجدولين (3-7)،(3-6) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت ( $\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4$ ) والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

- طريقة العزوم (mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse والذي بلغ (0.0000166)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم ( $\hat{\alpha} = 1.125042, \hat{\theta} = 3.624629, \hat{\lambda} = 4.126003$ )

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse (0.0000118) وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle) ( $\hat{\alpha} = 1.10056, \hat{\theta} = 3.600368, \hat{\lambda} = 4.100691$ )

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

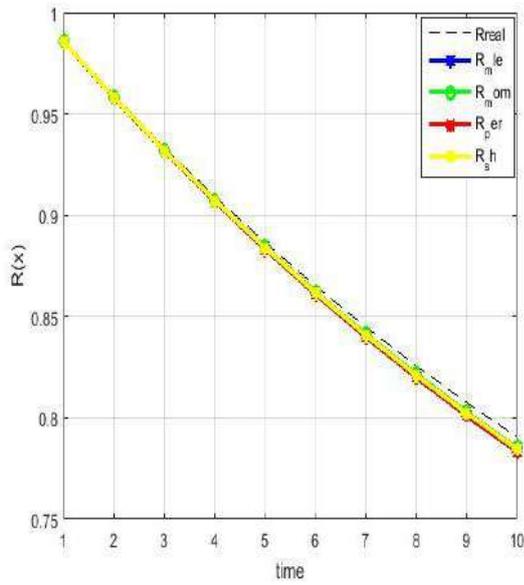
- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000074)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle) ( $\hat{\alpha} = 1.075267, \hat{\theta} = 3.575494, \hat{\lambda} = 4.074215$ )

**عند حجم عينة n=100 كانت :**

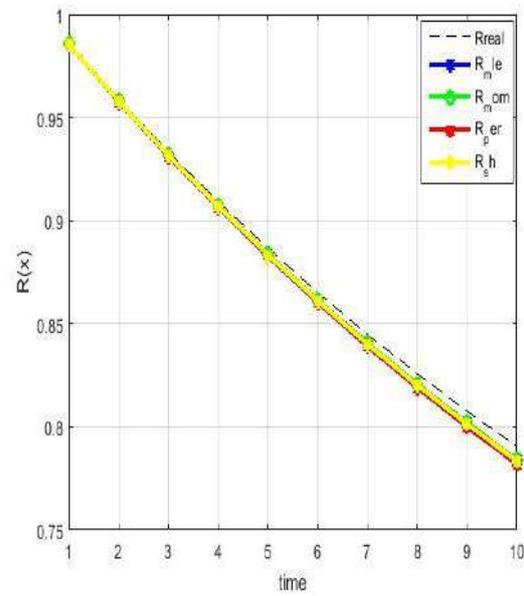
- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse بلغت (0.0000039) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle) ( $\hat{\alpha} = 1.048965, \hat{\theta} = 3.551094, \hat{\lambda} = 4.04954$ )

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة العزوم (mom) كانت أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (50,75,100) ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعاملات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضاً توضح الجداول و الأشكال البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

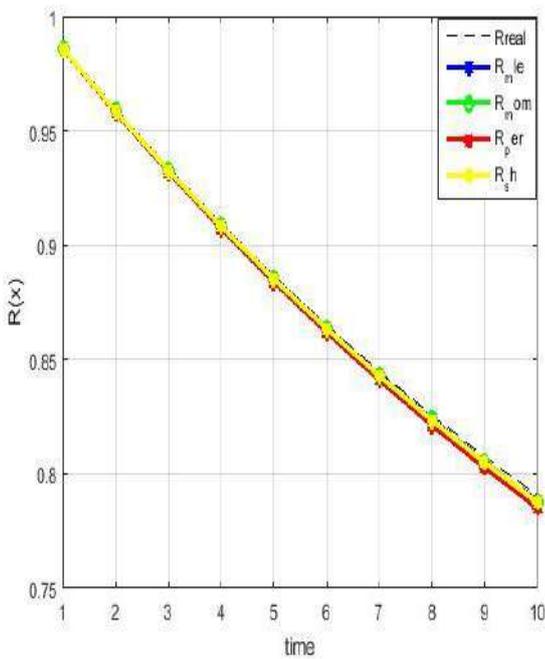
الأشكال البيانية (3-9) ولغاية (3-12) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن  
 للأنموذج الثالث عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



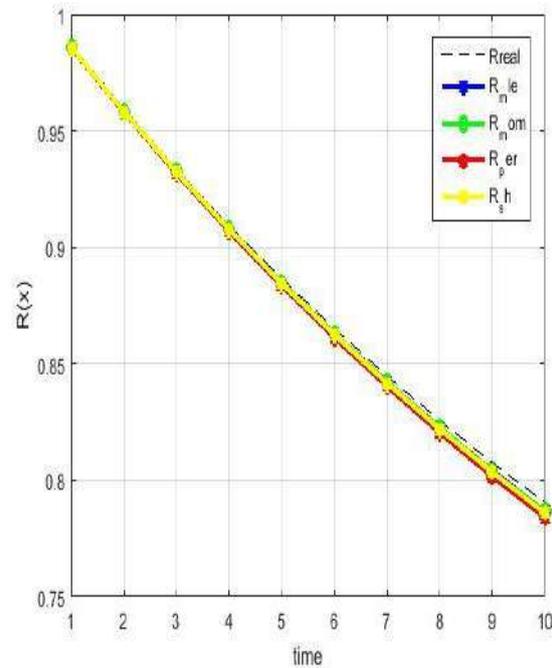
الشكل (3-10) n=50



الشكل (3-9) n=25



الشكل (3-12) n=100



الشكل (3-11) n=75

جدول رقم (3-8) يبين

قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الرابع عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$

n	Method		Model (4) $\tilde{K} = 0.3$		
			$\hat{\lambda} = 3$	$\hat{\alpha} = 1$	$\hat{\theta} = 3$
25	MLE	parameter	3.125026	1.125836	3.125115
		MSE-MLE	0.015923	0.016122	0.015945
	Momenet	parameter	3.125446	1.12472	3.125024
		MSE-Mom	0.016002	0.015835	0.015922
	Percantail	parameter	3.176252	1.174441	3.174244
		MSE-per	0.032162	0.031575	0.031512
Shrinkage	parameter	3.138806	1.139102	3.138392	
	MSE-sh	0.019546	0.019634	0.019427	
50	MLE	parameter	3.099693	1.099945	3.100132
		MSE-MLE	0.010232	0.010246	0.010309
	Momenet	parameter	3.099888	1.099874	3.099608
		MSE-Mom	0.010238	0.01025	0.010203
	Percantail	parameter	3.151616	1.149995	3.152402
		MSE-per	0.024048	0.023614	0.024312
Shrinkage	parameter	3.111712	1.111766	3.112282	
	MSE-sh	0.01277	0.012754	0.012886	
75	MLE	parameter	3.074586	1.074149	3.075396
		MSE-MLE	0.005827	0.005781	0.00596
	Momenet	parameter	3.075195	1.074571	3.0744
		MSE-Mom	0.005926	0.005829	0.005836
	Percantail	parameter	3.125147	1.12707	3.1258
		MSE-per	0.016722	0.017383	0.016892
Shrinkage	parameter	3.084302	1.083717	3.08515	
	MSE-sh	0.007395	0.007334	0.007551	
100	MLE	parameter	3.050585	1.050237	3.050695
		MSE-MLE	0.002851	0.002781	0.002832
	Momenet	parameter	3.048915	1.05051	3.048686
		MSE-Mom	0.002678	0.002812	0.002641
	Percantail	parameter	3.100344	1.099102	3.099585
		MSE-per	0.011185	0.010942	0.010976
Shrinkage	parameter	3.056863	1.056736	3.057151	
	MSE-sh	0.003588	0.003529	0.003582	

جدول رقم (3-9)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الرابع عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.3$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_Sh	best
25	0.1	0.983608	0.983322	0.983333	0.983251	0.9833	0.0000002	0.0000001	0.0000004	0.0000002	Mom
	0.2	0.952419	0.951526	0.951547	0.951297	0.951455	0.0000010	0.0000009	0.0000019	0.0000011	Mom
	0.3	0.923241	0.921701	0.921735	0.921294	0.921577	0.0000028	0.0000027	0.0000054	0.0000032	Mom
	0.4	0.895945	0.893725	0.893772	0.893123	0.893543	0.0000058	0.0000055	0.0000109	0.0000066	Mom
	0.5	0.870409	0.867483	0.867542	0.866673	0.86724	0.0000098	0.0000095	0.0000185	0.0000112	Mom
	0.6	0.84652	0.842869	0.842938	0.841839	0.842561	0.0000151	0.0000145	0.0000281	0.0000173	Mom
	0.7	0.82417	0.81978	0.819859	0.818521	0.819406	0.0000215	0.0000208	0.0000399	0.0000248	Mom
	0.8	0.803098	0.798099	0.798188	0.796617	0.797661	0.0000278	0.0000268	0.0000519	0.0000322	Mom
	0.9	0.781654	0.777226	0.777325	0.775737	0.776797	0.0000230	0.0000221	0.0000470	0.0000268	Mom
50	0.1	0.983608	0.983374	0.983372	0.983301	0.983354	0.0000001	0.0000002	0.0000003	0.0000002	Mle
	0.2	0.952419	0.951689	0.951683	0.95145	0.951623	0.0000007	0.0000008	0.0000016	0.0000008	Mle
	0.3	0.923241	0.921983	0.921974	0.921558	0.921868	0.0000020	0.0000021	0.0000045	0.0000023	Mle
	0.4	0.895945	0.894133	0.894121	0.893504	0.893965	0.0000041	0.0000042	0.0000090	0.0000047	Mle
	0.5	0.870409	0.868024	0.868009	0.867174	0.867799	0.0000070	0.0000071	0.0000151	0.0000081	Mle
	0.6	0.84652	0.843545	0.843529	0.842464	0.843261	0.0000106	0.0000107	0.0000228	0.0000123	Mle
	0.7	0.82417	0.820596	0.820578	0.819273	0.820257	0.0000150	0.0000152	0.0000322	0.0000176	Mle
	0.8	0.803098	0.799045	0.799025	0.797492	0.798642	0.0000192	0.0000194	0.0000416	0.0000226	Mle
	0.9	0.781654	0.778144	0.778122	0.776643	0.777765	0.0000157	0.0000160	0.0000375	0.0000185	Mle

75	<b>0.1</b>	0.983608	0.983432	0.983424	0.983319	0.983413	0.0000001	0.0000002	0.0000003	0.0000002	Mle
	<b>0.2</b>	0.952419	0.95187	0.951845	0.951517	0.95181	0.0000005	0.0000006	0.0000015	0.0000006	Mle
	<b>0.3</b>	0.923241	0.922295	0.922256	0.921686	0.92219	0.0000014	0.0000015	0.0000042	0.0000016	Mle
	<b>0.4</b>	0.895945	0.894582	0.89453	0.893705	0.89443	0.0000027	0.0000029	0.0000083	0.0000032	Mle
	<b>0.5</b>	0.870409	0.868614	0.868551	0.867458	0.868412	0.0000045	0.0000049	0.0000138	0.0000054	Mle
	<b>0.6</b>	0.84652	0.844281	0.844208	0.842838	0.844028	0.0000068	0.0000073	0.0000205	0.0000082	Mle
	<b>0.7</b>	0.82417	0.82148	0.821398	0.819744	0.821174	0.0000096	0.0000102	0.0000286	0.0000115	Mle
	<b>0.8</b>	0.803098	0.80006	0.79997	0.798057	0.799708	0.0000121	0.0000129	0.0000366	0.0000147	Mle
	<b>0.9</b>	0.781654	0.779099	0.778998	0.777172	0.778779	0.0000101	0.0000109	0.0000338	0.0000122	Mle
100	<b>0.1</b>	0.981686	0.982627	0.983278	0.982871	0.982607	0.00000079	0.00000267	0.00000160	0.00000089	Mle
	<b>0.2</b>	0.946256	0.948950	0.950819	0.949652	0.948891	0.00000708	0.00002192	0.00001312	0.00000725	Mle
	<b>0.3</b>	0.912366	0.916651	0.919631	0.917770	0.916555	0.00001143	0.00005561	0.00003326	0.00001834	Mle
	<b>0.4</b>	0.879950	0.885672	0.889665	0.887171	0.885542	0.00003169	0.00009955	0.00005949	0.00003270	Mle
	<b>0.5</b>	0.848942	0.855960	0.860874	0.857805	0.855798	0.00003220	0.00015025	0.00008972	0.00004916	Mle
	<b>0.6</b>	0.819283	0.827463	0.833210	0.829621	0.827271	0.00005097	0.00020490	0.00012224	0.00006678	Mle
	<b>0.7</b>	0.790913	0.800132	0.806629	0.802572	0.799911	0.00006020	0.00026120	0.00015569	0.00008478	Mle
	<b>0.8</b>	0.763776	0.773918	0.781090	0.776611	0.773670	0.00010124	0.00031732	0.00018898	0.00010256	Mle
	<b>0.9</b>	0.737819	0.748776	0.756552	0.751696	0.748503	0.00011761	0.00037183	0.00022124	0.00011966	Mle

ويتضح من الجدولين (3-9)،(3-8) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $K = 0.3$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

- طريقة العزوم (mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000108)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (mom)  
 $(\hat{\alpha} = 1.12472, \hat{\theta} = 3.125024, \hat{\lambda} = 3.125446)$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse (0.0000079) وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 1.099945, \hat{\theta} = 3.100132, \hat{\lambda} = 3.099693)$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

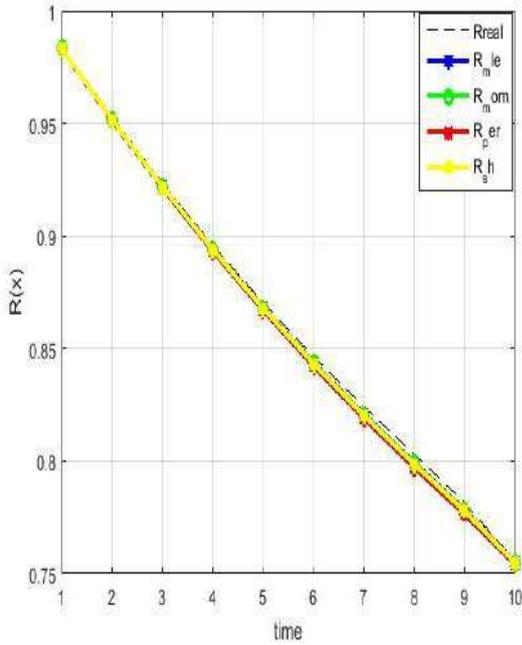
- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000053)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 1.074149, \hat{\theta} = 3.075396, \hat{\lambda} = 3.074586)$

**عند حجم عينة n=100 كانت :**

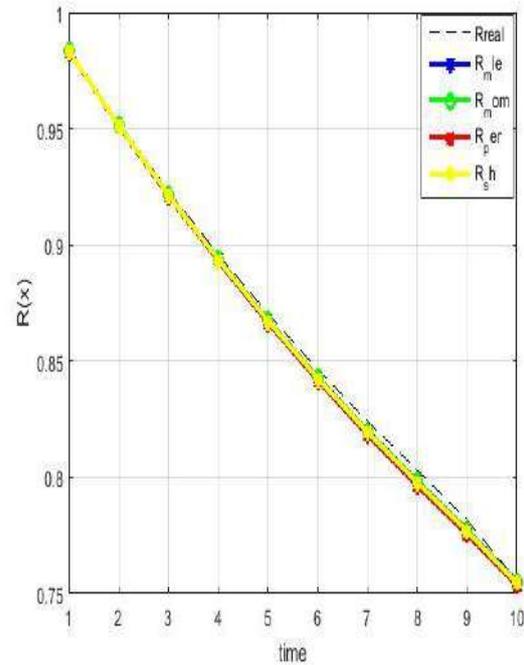
- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبقيمة Mse بلغت (0.0000035) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 1.050237, \hat{\theta} = 3.050695, \hat{\lambda} = 3.050585)$

ومن النتائج اعلاه كانت طريقة العزوم (mom) أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle)الأفضل عند حجم (50,75,100) ،حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعاملات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضاً توضح الجداول و الأشكال البيانية إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) ولجميع الطرائق .

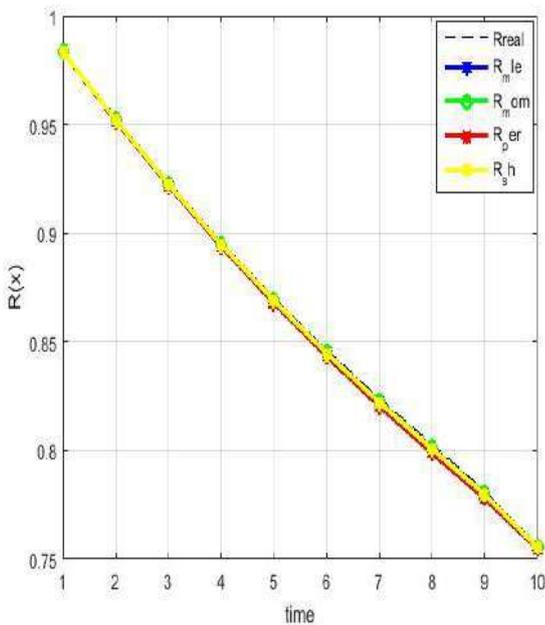
الأشكال البيانية (3-13) ولغاية (3-16) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الرابع عندما تكون القيمة الضبابية (0.3) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



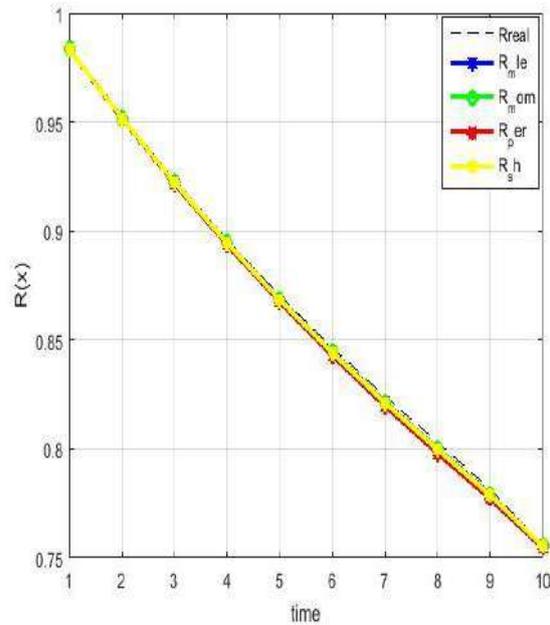
الشكل (3-14) n=50



الشكل (3-13) n=25



الشكل (3-16) n=100



الشكل (3-15) n=75

جدول رقم (3-10) يبين

قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الأول عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$

n	Method		Model (1) $\tilde{K} = 0.7$		
			$\hat{\lambda} = 3.5$	$\hat{\alpha} = 1$	$\hat{\theta} = 2.5$
25	MLE	parameter	3.625227	2.126326	2.625795
		MSE-MLE	0.015953	0.016243	0.016099
	Moment	parameter	3.624715	2.125265	2.624998
		MSE-Mom	0.015812	0.015974	0.015905
	Percantail	parameter	3.674541	2.175458	2.673714
		MSE-per	0.03148	0.031864	0.031304
Shrinkage	parameter	3.638789	2.139854	2.639009	
	MSE-sh	0.019519	0.019837	0.019593	
50	MLE	parameter	3.599611	2.099579	2.601035
		MSE-MLE	0.010184	0.010198	0.010476
	Momenet	parameter	3.599895	2.099954	2.599945
		MSE-Mom	0.010245	0.01025	0.010267
	Percantail	parameter	3.651151	2.148904	2.650142
		MSE-per	0.02396	0.023234	0.023666
Shrinkage	parameter	3.61173	2.111501	2.612828	
	MSE-sh	0.012759	0.012719	0.012998	
75	MLE	parameter	3.574772	2.074589	2.574799
		MSE-MLE	0.005873	0.005852	0.005869
	Momenet	parameter	3.575256	2.075143	2.575899
		MSE-Mom	0.005934	0.005918	0.006033
	Percantail	parameter	3.625762	2.122641	2.62481
		MSE-per	0.016897	0.016156	0.016678
Shrinkage	parameter	3.584342	2.083618	2.584406	
	MSE-sh	0.007418	0.007299	0.007419	
100	MLE	parameter	3.550286	2.050945	2.549776
		MSE-MLE	0.00278	0.002869	0.002735
	Momenet	parameter	3.550382	2.049345	2.550541
		MSE-Mom	0.002832	0.002713	0.002814
	Percantail	parameter	3.601694	2.101242	2.599005
		MSE-per	0.011518	0.011306	0.010962
Shrinkage	parameter	3.556728	2.057347	2.555679	
	MSE-sh	0.003528	0.003624	0.003408	

جدول رقم (11-3)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الأول عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_Sh	best
25	0.1	0.97386	0.974584	0.974581	0.974848	0.974658	0.0000006	0.0000005	0.0000011	0.0000007	Mom
	0.2	0.924614	0.926567	0.926557	0.92728	0.926766	0.0000042	0.0000040	0.0000080	0.0000049	Mom
	0.3	0.879154	0.882071	0.882057	0.883142	0.88237	0.0000091	0.0000090	0.0000180	0.0000109	Mom
	0.4	0.837189	0.840839	0.840822	0.842185	0.841214	0.0000142	0.0000141	0.0000285	0.0000171	Mom
	0.5	0.798451	0.802631	0.802612	0.804182	0.803062	0.0000188	0.0000187	0.0000380	0.0000226	Mom
	0.6	0.762691	0.767225	0.767205	0.768918	0.767695	0.0000223	0.0000221	0.0000455	0.0000268	Mom
	0.7	0.729663	0.734415	0.734395	0.736196	0.734908	0.0000247	0.0000245	0.0000509	0.0000296	Mom
	0.8	0.698362	0.703853	0.703832	0.705754	0.704385	0.0000327	0.0000325	0.0000644	0.0000388	Mom
	0.9	0.664032	0.673287	0.673251	0.676011	0.674082	0.0000893	0.0000887	0.0001567	0.0001046	Mom
50	0.1	0.97386	0.97445	0.97444	0.97473	0.97452	0.0000009	0.0000004	0.0000009	0.0000005	Mom
	0.2	0.924614	0.92621	0.92617	0.92695	0.92639	0.0000033	0.0000027	0.0000064	0.0000034	Mom
	0.3	0.879154	0.88154	0.88148	0.88265	0.88181	0.0000161	0.0000060	0.0000144	0.0000076	Mom
	0.4	0.837189	0.84017	0.84010	0.84158	0.84051	0.0000111	0.0000094	0.0000230	0.0000120	Mom
	0.5	0.798451	0.80187	0.80178	0.80348	0.80225	0.0000161	0.0000125	0.0000307	0.0000158	Mom
	0.6	0.762691	0.76640	0.76630	0.76816	0.76682	0.0000255	0.0000148	0.0000369	0.0000188	Mom
	0.7	0.729663	0.73355	0.73345	0.73541	0.73400	0.0000266	0.0000165	0.0000415	0.0000209	Mom
	0.8	0.698362	0.70291	0.70280	0.70492	0.70340	0.0000244	0.0000223	0.0000532	0.0000279	Mom
	0.9	0.664032	0.67179	0.67165	0.67480	0.67255	0.0000655	0.0000620	0.0001301	0.0000764	Mom

75	<b>0.1</b>	0.97386	0.97430	0.97430	0.97459	0.97435	0.00000001	0.00000002	0.00000006	0.00000003	Mle
	<b>0.2</b>	0.924614	0.92579	0.92581	0.92658	0.92594	0.00000001	0.00000017	0.00000048	0.00000020	Mle
	<b>0.3</b>	0.879154	0.88090	0.88094	0.88209	0.88114	0.00000001	0.00000038	0.00000108	0.00000046	Mle
	<b>0.4</b>	0.837189	0.83938	0.83942	0.84087	0.83967	0.00000001	0.00000060	0.00000173	0.00000072	Mle
	<b>0.5</b>	0.798451	0.80095	0.80101	0.80267	0.80129	0.00000001	0.00000080	0.00000233	0.00000096	Mle
	<b>0.6</b>	0.762691	0.76540	0.76546	0.76728	0.76577	0.00000001	0.00000095	0.00000281	0.00000115	Mle
	<b>0.7</b>	0.729663	0.73250	0.73257	0.73448	0.73289	0.00000001	0.00000107	0.00000319	0.00000129	Mle
	<b>0.8</b>	0.698362	0.70174	0.70181	0.70392	0.70217	0.00000001	0.00000147	0.00000413	0.00000175	Mle
	<b>0.9</b>	0.664032	0.66994	0.67004	0.67331	0.67064	0.00000004	0.00000404	0.0001012	0.0000482	Mle
100	<b>0.1</b>	0.97386	0.97415	0.97416	0.97442	0.97418	0.000000001	0.00000001	0.00000004	0.00000001	Mle
	<b>0.2</b>	0.924614	0.92538	0.92542	0.92613	0.92547	0.00000001	0.00000009	0.00000032	0.00000010	Mle
	<b>0.3</b>	0.879154	0.88030	0.88036	0.88141	0.88042	0.00000001	0.00000020	0.00000074	0.00000023	Mle
	<b>0.4</b>	0.837189	0.83861	0.83870	0.84001	0.83877	0.00000001	0.00000032	0.00000118	0.00000036	Mle
	<b>0.5</b>	0.798451	0.80007	0.80017	0.80168	0.80025	0.00000001	0.00000043	0.00000159	0.00000048	Mle
	<b>0.6</b>	0.762691	0.76444	0.76456	0.76618	0.76464	0.00000001	0.00000053	0.00000193	0.00000058	Mle
	<b>0.7</b>	0.729663	0.73149	0.73162	0.73331	0.73170	0.00000001	0.00000060	0.00000220	0.00000066	Mle
	<b>0.8</b>	0.698362	0.70058	0.70073	0.70264	0.70082	0.00000001	0.00000083	0.00000288	0.00000091	Mle
	<b>0.9</b>	0.664032	0.66803	0.66820	0.67144	0.66845	0.00000002	0.00000217	0.00000707	0.00000244	Mle

ويتضح من الجدولين (3-11)،(3-10) إن مجموعة القيم الأولية كانت  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000487)، وعند المعلمات المقدره بطريقة العزوم والتي قيمها

$$(\hat{\alpha} = 2.125265, \hat{\theta} = 2.624998, \hat{\lambda} = 3.624715)$$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse (0.0000334) وعند المعلمات المقدره بطريقة العزوم والتي قيمها

$$(\hat{\alpha} = 2.099954, \hat{\theta} = 2.599945, \hat{\lambda} = 3.599895)$$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000207) ، وعند المعلمات المقدره بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)

$$(\hat{\alpha} = 2.074589, \hat{\theta} = 2.574799, \hat{\lambda} = 3.574772)$$

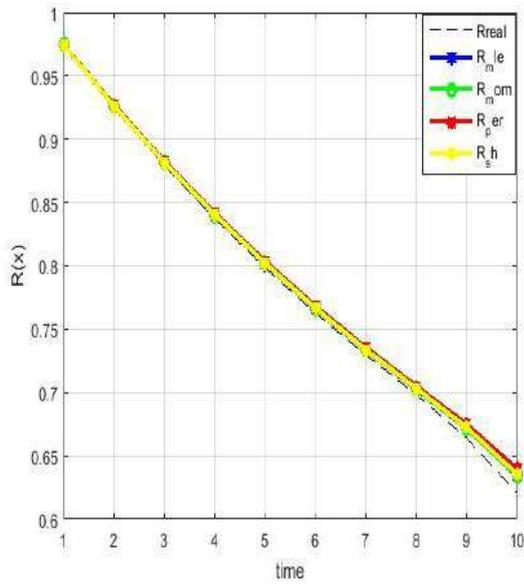
**عند حجم عينة n=100 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000105) ، وعند المعلمات المقدره بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)

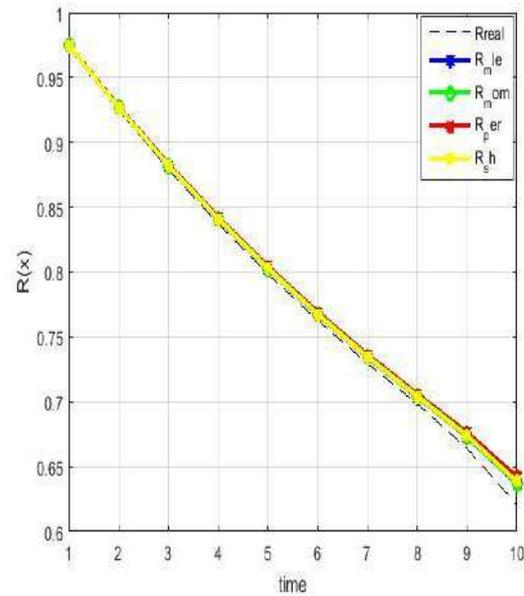
$$(\hat{\alpha} = 2.050945, \hat{\theta} = 2.549776, \hat{\lambda} = 3.550286)$$

ويتضح من النتائج اعلاه إن طريقة العزوم (mom) كانت أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25,50) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (75,100) ، حيث نلاحظ إن القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول والأشكال البيانية ادناه إن القيم التقديرية للمعولية الضبابية لكافة الطرائق متقاربة مع القيم الحقيقية (الافتراضية) .

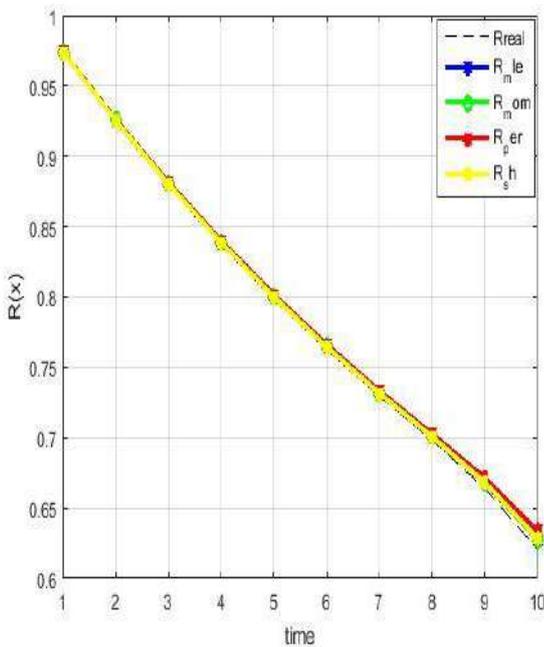
الأشكال البيانية (3-17) ولغاية (3-20) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الأول عندما تكون القيمة الضبابية (0.7) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



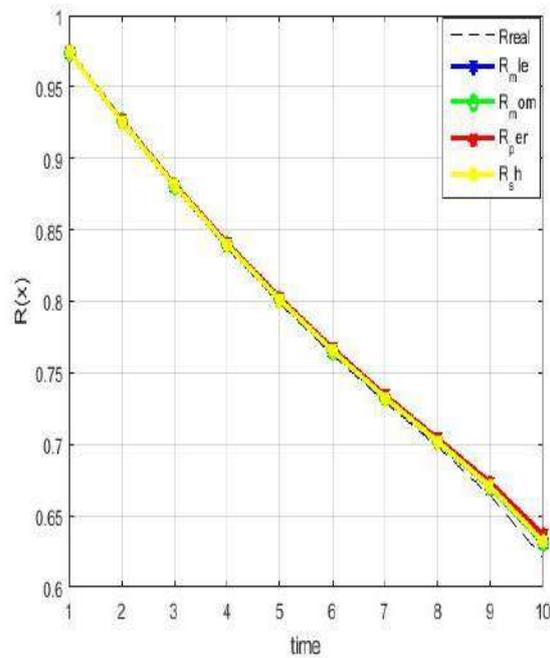
الشكل (3-18) n=50



الشكل (3-17) n=25



الشكل (3-20) n=100



الشكل (3-19) n=75

جدول رقم (3-12) يبين

قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الثاني عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$

N	Method		Model (2) $\tilde{K} = 0.7$		
			$\hat{\lambda} = 3.5$	$\hat{\alpha} = 2$	$4\hat{\theta} =$
25	MLE	parameter	3.624453	2.124828	4.125335
		MSE-MLE	0.015772	0.01586	0.015976
	Momenet	parameter	3.62585	2.124746	4.124599
		MSE-Mom	0.016128	0.015847	0.015793
	Percantail	parameter	3.675632	2.176247	4.17583
		MSE-per	0.031976	0.032193	0.032025
	Shrinkage	parameter	3.638164	2.138769	4.139251
		MSE-sh	0.019353	0.019527	0.01967
50	MLE	parameter	3.600566	2.099649	4.101306
		MSE-MLE	0.010411	0.01019	0.010531
	Momenet	parameter	3.600523	2.100477	4.100358
		MSE-Mom	0.010384	0.010369	0.010347
	Percantail	parameter	3.651094	2.148506	4.151006
		MSE-per	0.023987	0.02316	0.02392
	Shrinkage	parameter	3.612278	2.111164	4.113278
		MSE-sh	0.012906	0.01262	0.013107
75	MLE	parameter	3.574859	2.074723	4.074811
		MSE-MLE	0.005868	0.005849	0.005875
	Momenet	parameter	3.575731	2.074594	4.075233
		MSE-Mom	0.006009	0.005841	0.005969
	Percantail	parameter	3.626438	2.126856	4.125395
		MSE-per	0.017127	0.017227	0.016801
	Shrinkage	parameter	3.584547	2.084421	4.084484
		MSE-sh	0.007435	0.007423	0.007434
100	MLE	parameter	3.549945	2.04965	4.049687
		MSE-MLE	0.002773	0.002731	0.002755
	Momenet	parameter	3.549654	2.049708	4.050831
		MSE-Mom	0.002729	0.002743	0.002844
	Percantail	parameter	3.598858	2.100203	4.101354
		MSE-per	0.010929	0.011147	0.011407
	Shrinkage	parameter	3.555815	2.056167	4.055882
		MSE-sh	0.003445	0.003481	0.003469

جدول رقم (3-13)

بين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الثاني عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$  والقيمة الضبابية  $\bar{K} = 0.7$

n	xi	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_Sh	best
25	0.1	0.98354	0.983715	0.983712	0.983787	0.983735	0.00000007	0.00000004	0.00000008	0.00000004	mom
	0.2	0.951829	0.952306	0.952298	0.952503	0.952361	0.00000004	0.00000003	0.00000006	0.00000003	mom
	0.3	0.921665	0.922383	0.922371	0.922682	0.922467	0.00000007	0.00000006	0.00000015	0.00000008	mom
	0.4	0.892971	0.893877	0.893861	0.894255	0.893983	0.00000011	0.00000010	0.00000025	0.00000012	mom
	0.5	0.865677	0.866719	0.8667	0.867159	0.866842	0.00000016	0.00000014	0.00000035	0.00000017	mom
	0.6	0.839715	0.840847	0.840824	0.841329	0.840982	0.00000018	0.00000017	0.00000044	0.00000021	mom
	0.7	0.815018	0.816199	0.816174	0.816708	0.816342	0.00000021	0.00000020	0.00000052	0.00000023	mom
	0.8	0.791526	0.792718	0.79269	0.793238	0.792864	0.00000022	0.00000021	0.00000058	0.00000025	mom
	0.9	0.76918	0.770348	0.770317	0.770866	0.770493	0.00000027	0.00000022	0.00000063	0.00000026	mom
50	0.1	0.98354	0.983683	0.983678	0.983757	0.983702	0.00000003	0.00000001	0.00000001	0.00000000	mom
	0.2	0.951829	0.95222	0.952203	0.952422	0.95227	0.00000004	0.00000002	0.00000005	0.00000002	mom
	0.3	0.921665	0.922254	0.922227	0.922561	0.92233	0.00000005	0.00000004	0.00000013	0.00000006	mom
	0.4	0.892971	0.893714	0.893678	0.894105	0.893811	0.00000008	0.00000007	0.00000022	0.00000009	mom
	0.5	0.865677	0.866533	0.866488	0.866988	0.866646	0.00000011	0.00000010	0.00000031	0.00000013	mom
	0.6	0.839715	0.840645	0.840593	0.841146	0.84077	0.00000019	0.00000013	0.00000039	0.00000016	mom
	0.7	0.815018	0.81599	0.81593	0.81652	0.816122	0.00000019	0.00000015	0.00000047	0.00000018	mom
	0.8	0.791526	0.792508	0.792442	0.793053	0.792644	0.00000017	0.00000016	0.00000053	0.00000020	mom
	0.9	0.76918	0.770144	0.770072	0.77069	0.77028	0.00000018	0.00000017	0.00000058	0.00000020	mom

75	<b>0.1</b>	0.98354	0.983642	0.983644	0.98371	0.983656	0.0000016	0.0000018	0.0000052	0.0000020	Mle
	<b>0.2</b>	0.951829	0.952106	0.952112	0.952292	0.952143	0.0000001	0.0000006	0.0000004	0.0000002	Mle
	<b>0.3</b>	0.921665	0.922081	0.92209	0.92236	0.922137	0.0000003	0.0000004	0.0000010	0.0000004	Mle
	<b>0.4</b>	0.892971	0.893494	0.893506	0.893846	0.893564	0.0000005	0.0000003	0.0000017	0.0000006	Mle
	<b>0.5</b>	0.865677	0.866276	0.866291	0.866681	0.866357	0.0000007	0.0000008	0.0000024	0.0000008	Mle
	<b>0.6</b>	0.839715	0.840362	0.840379	0.840801	0.84045	0.0000009	0.0000010	0.0000031	0.0000011	Mle
	<b>0.7</b>	0.815018	0.815689	0.815708	0.816147	0.815781	0.0000011	0.0000012	0.0000037	0.0000012	Mle
	<b>0.8</b>	0.791526	0.792197	0.792219	0.792659	0.792291	0.0000012	0.0000014	0.0000043	0.0000014	Mle
	<b>0.9</b>	0.76918	0.769831	0.769855	0.770283	0.769923	0.0000013	0.0000015	0.0000048	0.0000015	Mle
100	<b>0.1</b>	0.98354	0.983607	0.983611	0.983682	0.983615	0.0000011	0.0000015	0.0000045	0.0000013	Mle
	<b>0.2</b>	0.951829	0.952011	0.952023	0.952216	0.952032	0.0000001	0.0000005	0.0000004	0.0000001	Mle
	<b>0.3</b>	0.921665	0.921937	0.921957	0.922248	0.921968	0.0000002	0.0000005	0.0000009	0.0000003	Mle
	<b>0.4</b>	0.892971	0.893313	0.89334	0.893706	0.893351	0.0000004	0.0000008	0.0000015	0.0000004	Mle
	<b>0.5</b>	0.865677	0.866068	0.8661	0.866523	0.866111	0.0000005	0.0000007	0.0000021	0.0000006	Mle
	<b>0.6</b>	0.839715	0.840136	0.840174	0.840634	0.840182	0.0000007	0.0000008	0.0000028	0.0000008	Mle
	<b>0.7</b>	0.815018	0.815453	0.815496	0.815977	0.8155	0.0000008	0.0000009	0.0000034	0.0000010	Mle
	<b>0.8</b>	0.791526	0.79196	0.792007	0.792494	0.792006	0.0000010	0.0000016	0.0000040	0.0000012	Mle
	<b>0.9</b>	0.76918	0.769599	0.769649	0.770128	0.769643	0.0000011	0.0000013	0.0000046	0.0000013	Mle

ويتضح من الجدولين (3-12)،(3-13) إن مجموعة القيم الأولية كانت  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{k} = 0.7$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

• طريقة العزوم (Mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000014) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (Mom)

$$(\hat{\alpha} = 2.124746, \hat{\theta} = 4.124599, \hat{\lambda} = 3.62585)$$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

• طريقة العزوم (Mom) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.000010) وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (Mom)

$$(\hat{\alpha} = 2.100477, \hat{\theta} = 4.100358, \hat{\lambda} = 3.600523)$$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.000005) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم

$$(\hat{\alpha} = 2.074723, \hat{\theta} = 4.074811, \hat{\lambda} = 3.574859)$$

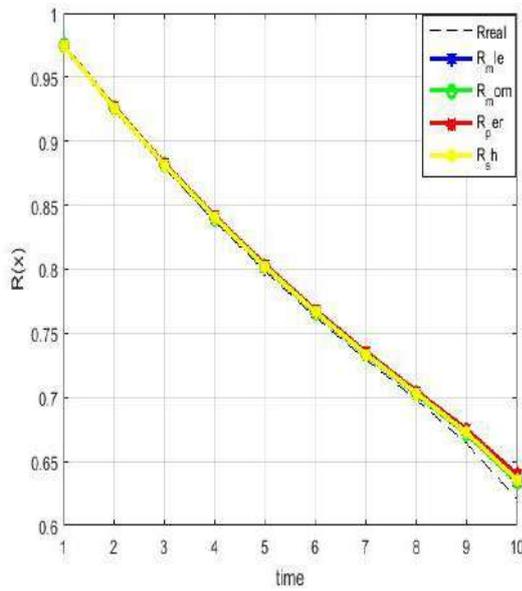
**عند حجم عينة n=100 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبقيمة MSE وبلغت (0.000006) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle) .

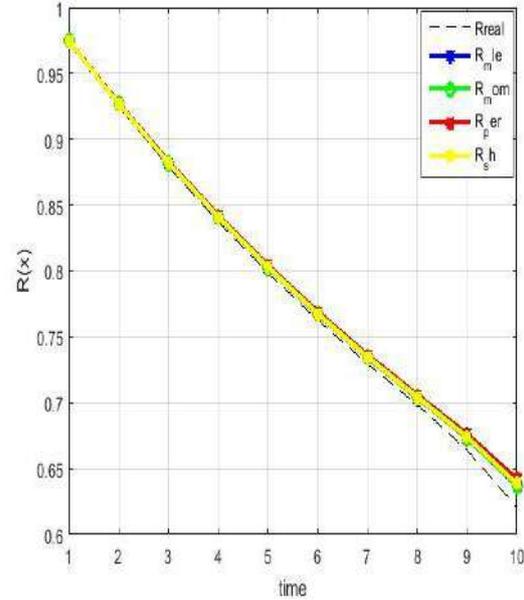
$$(\hat{\alpha} = 2.04965, \hat{\theta} = 4.049687, \hat{\lambda} = 3.549945)$$

ويتضح من النتائج اعلاه إن طريقة العزوم (mom) كانت أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25,50) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (75,100) ، حيث نلاحظ إن القيم التقديرية للمعاملات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول والأشكال البيانية ادناه إن القيم التقديرية للمعولية الضبابية لكافة الطرائق متقاربة مع القيم الحقيقية (الافتراضية) .

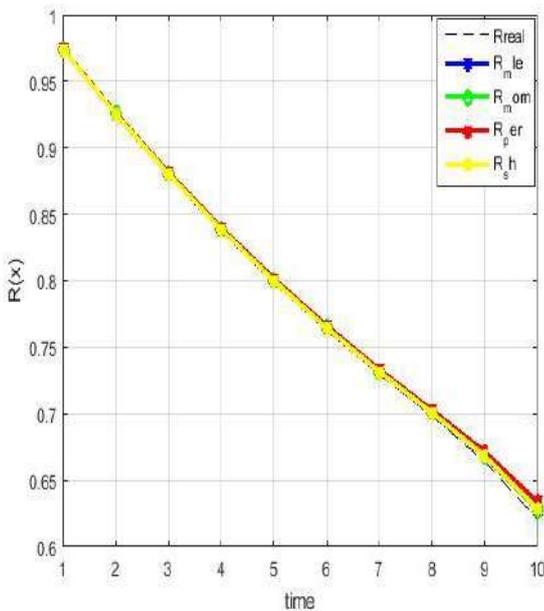
الأشكال البيانية (3-21) ولغاية (3-24) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الثاني عندما تكون القيمة الضبابية (0.7) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



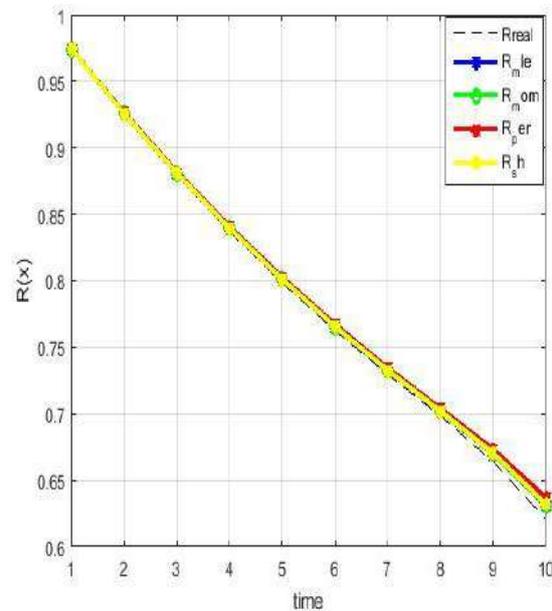
الشكل (3-22) n=50



الشكل (3-21) n=25



الشكل (3-24) n=100



الشكل (3-23) n=75

جدول رقم (3-14) يبين

قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الثالث عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$

n	Method		Model (3)		
			$\hat{\lambda} = 4$	$\hat{\alpha} = 1$	$\hat{\theta} = 3.5$
25	MLE	parameter	4.125296	1.125158	3.624371
		MSE-MLE	0.015979	0.015965	0.015771
	Momenet	parameter	4.124947	1.124172	3.625026
		MSE-Mom	0.015893	0.015682	0.015895
	Percantail	parameter	4.173709	1.175981	3.674134
		MSE-per	0.031185	0.032099	0.03144
	Shrinkage	parameter	4.13864	1.138783	3.637822
		Mse-sh	0.019474	0.019548	0.019288
50	MLE	parameter	4.099281	1.1003	3.600203
		MSE-MLE	0.010129	0.010316	0.010306
	Momenet	parameter	4.100068	1.099926	3.601318
		MSE-Mom	0.010281	0.010245	0.010534
	Percantail	parameter	4.150758	1.151096	3.647927
		MSE-per	0.023893	0.023888	0.023027
	Shrinkage	parameter	4.111353	1.112584	3.611505
		Mse-sh	0.012679	0.012935	0.012693
75	MLE	parameter	4.075139	1.074301	3.574883
		MSE-MLE	0.00593	0.005795	0.005886
	Momenet	parameter	4.074131	1.074649	3.574752
		MSE-Mom	0.005777	0.00586	0.005874
	Percantail	parameter	4.126466	1.125065	3.624846
		MSE-per	0.0171	0.016763	0.01671
	Shrinkage	parameter	4.084834	1.083772	3.584141
		Mse-sh	0.007514	0.007312	0.007368
100	MLE	parameter	4.050461	1.049637	3.549211
		MSE-MLE	0.002821	0.002738	0.002688
	Momenet	parameter	4.050784	1.051111	3.549954
		MSE-Mom	0.002863	0.002915	0.002765
	Percantail	parameter	4.099778	1.09991	3.600526
		MSE-per	0.011117	0.011162	0.011198
	Shrinkage	parameter	4.056582	1.055676	3.555427
		Mse-sh	0.003526	0.003423	0.003379

جدول رقم (3-15)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الثالث عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_Sh	best
25	0.1	0.985916	0.985592	0.985601	0.985491	0.985563	0.00000012	0.00000011	0.00000023	0.00000014	mom
	0.2	0.958928	0.957942	0.957967	0.957631	0.957854	0.0000011	0.0000010	0.0000021	0.0000013	mom
	0.3	0.933439	0.931777	0.931816	0.931248	0.931627	0.0000031	0.0000029	0.0000059	0.0000036	mom
	0.4	0.909365	0.907016	0.90707	0.906263	0.906803	0.0000062	0.0000058	0.0000117	0.0000072	mom
	0.5	0.886629	0.883585	0.883651	0.882601	0.883307	0.0000103	0.0000097	0.0000194	0.0000120	mom
	0.6	0.865155	0.861412	0.86149	0.860193	0.861068	0.0000154	0.0000146	0.0000290	0.0000180	mom
	0.7	0.844874	0.840429	0.840518	0.838973	0.840019	0.0000216	0.0000205	0.0000406	0.0000253	mom
	0.8	0.82572	0.820573	0.820672	0.818877	0.820096	0.0000288	0.0000274	0.0000540	0.0000338	mom
	0.9	0.807629	0.801783	0.801892	0.799845	0.801238	0.0000370	0.0000353	0.0000693	0.0000434	mom
50	0.1	0.985916	0.985649	0.985656	0.985532	0.985618	0.0000004	0.0000001	0.0000002	0.0000001	mom
	0.2	0.958928	0.958117	0.958136	0.957758	0.958022	0.0000008	0.0000007	0.0000018	0.0000009	mom
	0.3	0.933439	0.932072	0.932103	0.931467	0.931912	0.0000022	0.0000021	0.0000051	0.0000026	mom
	0.4	0.909365	0.907434	0.907476	0.906578	0.907209	0.0000043	0.0000041	0.0000100	0.0000052	mom
	0.5	0.886629	0.884128	0.884179	0.883018	0.883837	0.0000072	0.0000069	0.0000165	0.0000087	mom
	0.6	0.865155	0.862082	0.862141	0.860714	0.861724	0.0000107	0.0000103	0.0000245	0.0000130	mom
	0.7	0.844874	0.841227	0.841294	0.839601	0.840803	0.0000150	0.0000144	0.0000340	0.0000182	mom
	0.8	0.82572	0.821499	0.821573	0.819614	0.821008	0.0000199	0.0000192	0.0000450	0.0000242	mom
	0.9	0.807629	0.802837	0.802917	0.800694	0.80228	0.0000255	0.0000246	0.0000574	0.0000311	mom

75	<b>0.1</b>	0.975412	0.976913	0.978139	0.977733	0.976988	0.00000239	0.00000829	0.00000438	0.00000265	Mle
	<b>0.2</b>	0.928628	0.932805	0.936245	0.933975	0.933016	0.00001855	0.00006487	0.00003426	0.00002061	Mle
	<b>0.3</b>	0.884861	0.891314	0.896678	0.893141	0.891645	0.00004437	0.00015660	0.00008255	0.00004936	Mle
	<b>0.4</b>	0.843917	0.852284	0.859308	0.854679	0.852721	0.00007480	0.00026651	0.00014025	0.00008330	Mle
	<b>0.5</b>	0.805614	0.81557	0.824012	0.818453	0.816099	0.00010621	0.00038219	0.00020079	0.00011842	Mle
	<b>0.6</b>	0.76978	0.781034	0.790676	0.784331	0.781644	0.00013610	0.00049481	0.00025954	0.00015193	Mle
	<b>0.7</b>	0.736258	0.748548	0.75919	0.752192	0.749226	0.00016283	0.00059836	0.00031336	0.00018200	Mle
	<b>0.8</b>	0.704895	0.717988	0.729451	0.72192	0.718727	0.00018548	0.00068914	0.00036039	0.00020758	Mle
	<b>0.9</b>	0.675391	0.68924	0.701363	0.693405	0.690029	0.00020794	0.00077324	0.00040525	0.00023273	Mle
100	<b>0.1</b>	0.975412	0.976817	0.97814	0.977587	0.976968	0.00000224	0.00000834	0.00000493	0.00000263	Mle
	<b>0.2</b>	0.928628	0.932531	0.936239	0.93469	0.932953	0.00001732	0.00006520	0.00003831	0.00002034	Mle
	<b>0.3</b>	0.884861	0.890881	0.896652	0.894246	0.891536	0.00004135	0.00015720	0.00009186	0.00004857	Mle
	<b>0.4</b>	0.843917	0.851708	0.859252	0.856113	0.852563	0.00006959	0.00026717	0.00015525	0.00008172	Mle
	<b>0.5</b>	0.805614	0.814866	0.823916	0.820159	0.81589	0.00009863	0.00038261	0.00022101	0.00011581	Mle
	<b>0.6</b>	0.76978	0.780216	0.790532	0.786259	0.781381	0.00012613	0.00049463	0.00028392	0.00014807	Mle
	<b>0.7</b>	0.736258	0.747627	0.75899	0.754297	0.748909	0.00015058	0.00059724	0.00034053	0.00017671	Mle
	<b>0.8</b>	0.704895	0.716977	0.72919	0.724161	0.718352	0.00017115	0.00068676	0.00038881	0.00020076	Mle
	<b>0.9</b>	0.675391	0.688147	0.701035	0.695747	0.689597	0.00019141	0.00076925	0.00043415	0.00022417	Mle

ويتضح من الجدولين (3-15)،(3-14) إن مجموعة القيم الأولية كانت ( $\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4$ ) والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

- طريقة العزوم (Mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000170)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم ( $\hat{\alpha} = 1.124172, \hat{\theta} = 3.625026, \hat{\lambda} = 4.124947$ )

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

- طريقة العزوم (Mom) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000117) وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم ( $\hat{\alpha} = 1.099926, \hat{\theta} = 3.601318, \hat{\lambda} = 4.100068$ )

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

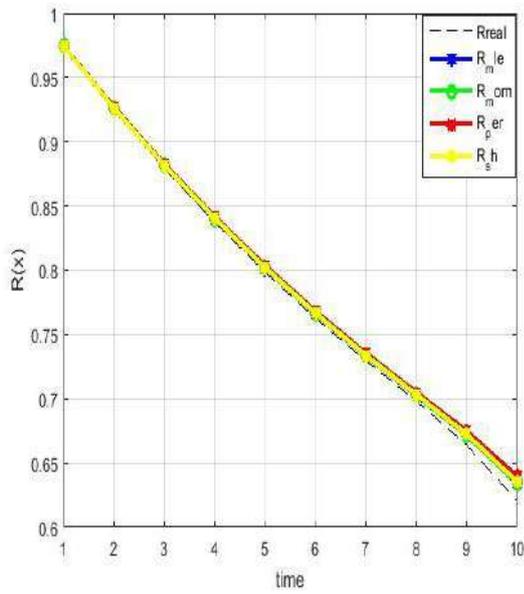
- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000073)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle) ( $\hat{\alpha} = 1.074301, \hat{\theta} = 3.574883, \hat{\lambda} = 4.075139$ )

**عند حجم عينة n=100 كانت :**

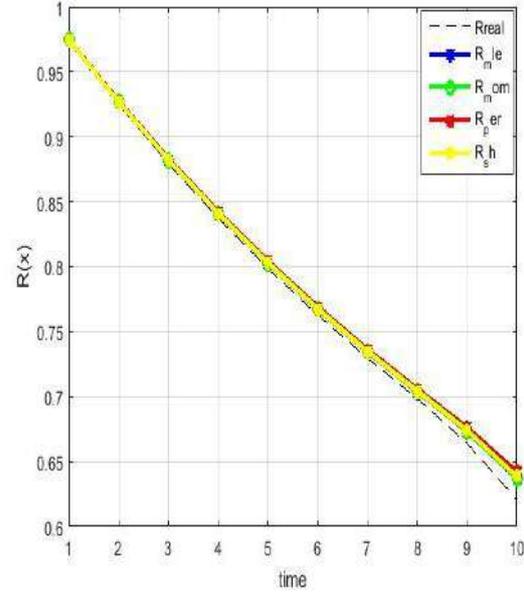
- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000043) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle) ( $\hat{\alpha} = 1.049637, \hat{\theta} = 3.549211, \hat{\lambda} = 4.050461$ )

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة العزوم (Mom) كانت أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25,50) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (75,100) ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضاً توضح الجداول والأشكال البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية لكافة الطرائق متقاربه مع القيم الحقيقية (الافتراضية) .

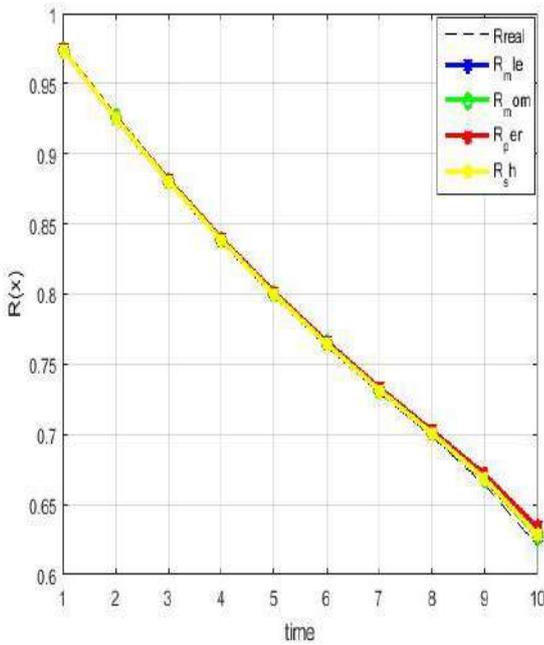
الأشكال البيانية (3-25) ولغاية (3-28) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الثالث عندما تكون القيمة الضبابية (0.7) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



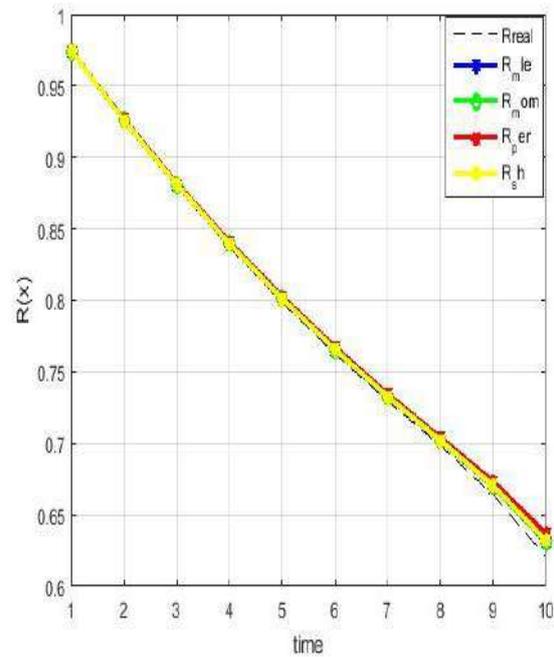
الشكل (3-26) n=50



الشكل (3-25) n=25



الشكل (3-28) n=100



الشكل (3-27) n=75

جدول رقم (3-16) يبين قيم معاملات التوزيع المختلط للأنموذج الرابع عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$

n	Method		Model (4) $\tilde{K} = 0.7$		
			$\hat{\lambda} = 3$	$\hat{\alpha} = 1$	$\hat{\theta} = 3$
25	MLE	Parameter	3.125045	1.124847	3.124796
		MSE-MLE	0.015924	0.015872	0.015854
	Momenet	Parameter	3.125166	1.12504	3.126095
		MSE-Mom	0.015965	0.015919	0.016173
	Percantail	Parameter	3.176185	1.175776	3.17576
		MSE-per	0.032193	0.032035	0.031996
	Shrinkage	Parameter	3.138849	1.138586	3.138627
		Mse-sh	0.019561	0.019487	0.019492
50	MLE	Parameter	3.100638	1.099418	3.09974
		MSE-MLE	0.010418	0.010163	0.010219
	Momenet	Parameter	3.100084	1.099544	3.09958
		MSE-Mom	0.010281	0.01019	0.010194
	Percantail	Parameter	3.149984	1.151188	3.148983
		MSE-per	0.023593	0.02398	0.023331
	Shrinkage	parameter	3.112388	1.111477	3.111303
		Mse-sh	0.012924	0.012706	0.012665
75	MLE	parameter	3.074283	1.074337	3.075965
		MSE-MLE	0.005787	0.005831	0.006046
	Momenet	parameter	3.074994	1.075462	3.07349
		MSE-Mom	0.005904	0.005962	0.005683
	Percantail	parameter	3.127267	1.125198	3.125014
		MSE-per	0.01734	0.016831	0.016771
	Shrinkage	parameter	3.084038	1.083802	3.085264
		Mse-sh	0.007359	0.007358	0.007571
100	MLE	parameter	3.050531	1.049194	3.051421
		MSE-MLE	0.002824	0.002699	0.002927
	Momenet	parameter	3.049083	1.050168	3.048645
		MSE-Mom	0.002693	0.002804	0.002639
	Percantail	parameter	3.099704	1.099703	3.099961
		MSE-per	0.011068	0.011023	0.011084
	Shrinkage	parameter	3.056778	1.055415	3.057594
		Mse-sh	0.003548	0.003396	0.003646

جدول رقم (3-17)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الرابع عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_sh	best
25	0.1	0.983608	0.983327	0.983333	0.983251	0.983305	10.0000001	0.00000010	0.00000021	0.00000011	mom
	0.2	0.952419	0.951541	0.951557	0.951293	0.951469	0.00000095	0.00000092	0.00000192	0.00000107	mom
	0.3	0.923241	0.921726	0.92175	0.921287	0.921599	0.0000028	0.0000027	0.0000055	0.0000031	mom
	0.4	0.895945	0.893759	0.89379	0.893113	0.893573	0.0000056	0.0000055	0.0000110	0.0000064	mom
	0.5	0.870409	0.867526	0.867563	0.866658	0.867277	0.0000096	0.0000093	0.0000186	0.0000110	mom
	0.6	0.84652	0.84292	0.842962	0.841819	0.842604	0.0000147	0.0000144	0.0000284	0.0000170	mom
	0.7	0.82417	0.81984	0.819885	0.818496	0.819455	0.0000210	0.0000206	0.0000403	0.0000243	mom
	0.8	0.803098	0.798166	0.798216	0.796586	0.797716	0.0000271	0.0000266	0.0000524	0.0000316	mom
	0.9	0.781654	0.7773	0.777357	0.775705	0.776857	0.0000224	0.0000218	0.0000475	0.0000262	mom
50	0.1	0.983608	0.983376	0.983374	0.983275	0.983351	0.0000001	0.0000002	0.0000002	0.0000001	Mle
	0.2	0.952419	0.951694	0.951689	0.951376	0.951615	0.0000007	0.0000009	0.0000018	0.0000008	Mle
	0.3	0.923241	0.921992	0.921984	0.921441	0.921856	0.0000020	0.0000021	0.0000050	0.0000024	Mle
	0.4	0.895945	0.894146	0.894135	0.893348	0.893949	0.0000041	0.0000044	0.0000099	0.0000048	Mle
	0.5	0.870409	0.86804	0.868027	0.866985	0.86778	0.0000069	0.0000070	0.0000165	0.0000081	Mle
	0.6	0.84652	0.843566	0.84355	0.842244	0.84324	0.0000105	0.0000107	0.0000249	0.0000124	Mle
	0.7	0.82417	0.82062	0.820603	0.819026	0.820228	0.0000149	0.0000151	0.0000350	0.0000177	Mle
	0.8	0.803098	0.799072	0.799053	0.797221	0.798619	0.0000190	0.0000193	0.0000450	0.0000227	Mle
	0.9	0.781654	0.778176	0.778152	0.776338	0.777738	0.0000155	0.0000159	0.0000411	0.0000186	Mle

75	<b>0.1</b>	0.983608	0.983434	0.983412	0.983328	0.983413	0.0000001	0.0000004	0.0000002	0.0000003	Mle
	<b>0.2</b>	0.952419	0.951874	0.951813	0.951542	0.95181	0.0000005	0.0000006	0.0000015	0.0000006	Mle
	<b>0.3</b>	0.923241	0.922302	0.922204	0.921727	0.92219	0.0000014	0.0000015	0.0000041	0.0000017	Mle
	<b>0.4</b>	0.895945	0.894591	0.894461	0.893761	0.89443	0.0000028	0.0000031	0.0000081	0.0000033	Mle
	<b>0.5</b>	0.870409	0.868624	0.868466	0.867529	0.868412	0.0000046	0.0000051	0.0000134	0.0000055	Mle
	<b>0.6</b>	0.84652	0.844292	0.844108	0.842924	0.844027	0.0000069	0.0000076	0.0000199	0.0000083	Mle
	<b>0.7</b>	0.82417	0.821492	0.821285	0.819844	0.821173	0.0000097	0.0000106	0.0000277	0.0000117	Mle
	<b>0.8</b>	0.803098	0.800073	0.799845	0.798171	0.799706	0.0000123	0.0000134	0.0000354	0.0000149	Mle
	<b>0.9</b>	0.781654	0.779114	0.778857	0.777299	0.778777	0.0000103	0.0000114	0.0000326	0.0000124	Mle
100	<b>0.1</b>	0.983608	0.983493	0.983471	0.983376	0.983479	0.0000001	0.0000008	0.0000004	0.0000002	Mle
	<b>0.2</b>	0.952419	0.95206	0.951996	0.951696	0.952014	0.0000003	0.0000004	0.0000013	0.0000004	Mle
	<b>0.3</b>	0.923241	0.92262	0.92252	0.921995	0.922542	0.0000009	0.0000010	0.0000034	0.0000010	Mle
	<b>0.4</b>	0.895945	0.895049	0.894916	0.89415	0.894936	0.0000017	0.0000020	0.0000066	0.0000020	Mle
	<b>0.5</b>	0.870409	0.869226	0.869065	0.868045	0.869077	0.0000027	0.0000032	0.0000107	0.0000033	Mle
	<b>0.6</b>	0.84652	0.845042	0.844855	0.843572	0.844857	0.0000040	0.0000048	0.0000158	0.0000049	Mle
	<b>0.7</b>	0.82417	0.822392	0.822181	0.820627	0.822169	0.0000055	0.0000065	0.0000217	0.0000068	Mle
	<b>0.8</b>	0.803098	0.801099	0.800866	0.799079	0.800846	0.0000069	0.0000081	0.0000275	0.0000085	Mle
	<b>0.9</b>	0.781654	0.780042	0.779767	0.778169	0.779818	0.0000063	0.0000075	0.0000261	0.0000076	Mle

ويتضح من الجدولين (3-16)،(3-17) إن مجموعة القيم الأولية كانت  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.7$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

- طريقة العزوم (Mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000110)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (Mom)
- $$(\hat{\alpha} = 1.12504, \hat{\theta} = 3.126095, \hat{\lambda} = 3.125166)$$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse (0.0000079) وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)
- $$(\hat{\alpha} = 1.099418, \hat{\theta} = 3.09974, \hat{\lambda} = 3.100638)$$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

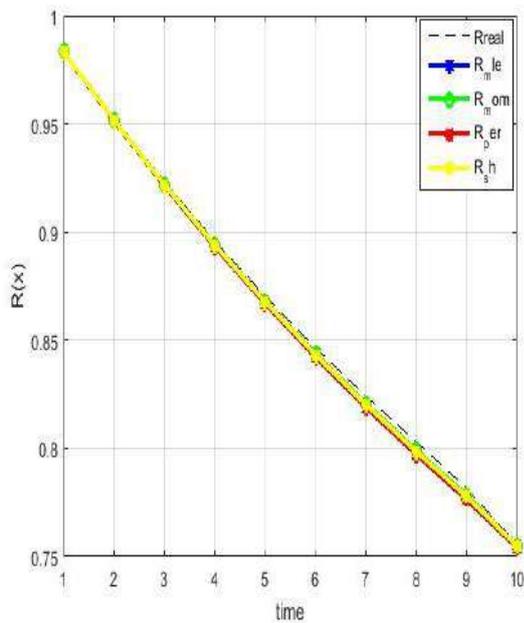
- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000054) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)
- $$(\hat{\alpha} = 1.074337, \hat{\theta} = 3.075965, \hat{\lambda} = 3.074283)$$

**عند حجم عينة n=100 كانت :**

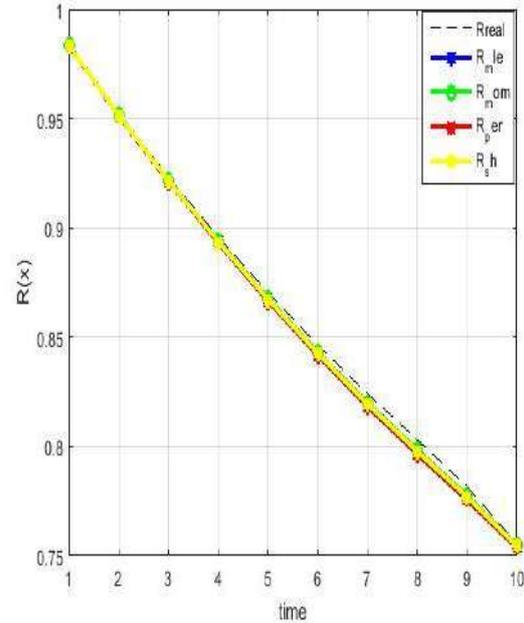
- طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000033) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)
- $$(\hat{\alpha} = 1.049194, \hat{\theta} = 3.051421, \hat{\lambda} = 3.050531)$$

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة العزوم (mom) كانت أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (50,75,100) ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعاملات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول والأشكال البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية لكافة الطرائق متقاربة مع القيم الحقيقية (الافتراضية) .

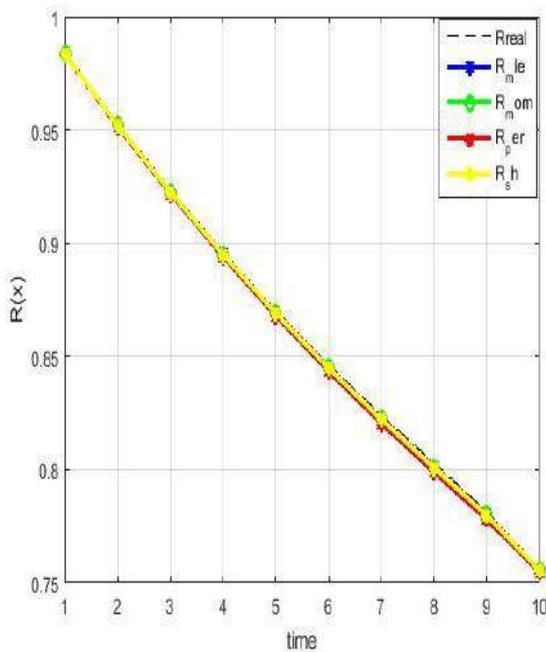
الأشكال البيانية (3-29) ولغاية (3-32) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الرابع عندما تكون القيمة الضبابية (0.7) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



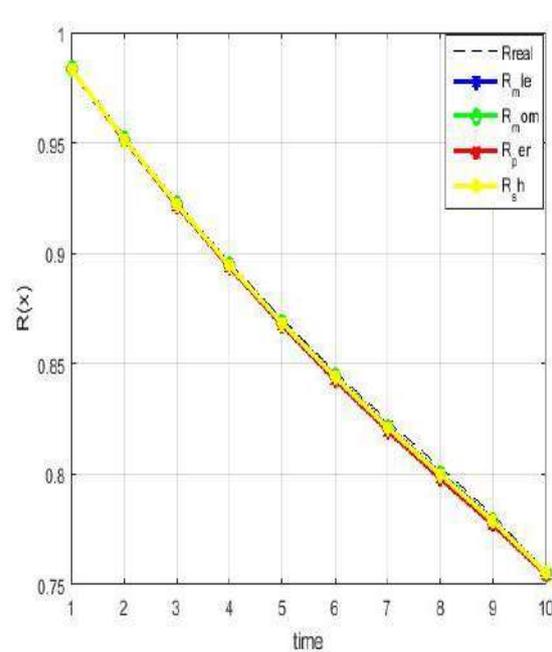
الشكل (3-30) n=50



الشكل (3-29) n=25



الشكل (3-32) n=100



الشكل (3-31) n=75

جدول رقم (3-18) يبين

قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الأول عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.9$

N	Method		Model (1)		
			$\hat{\lambda} = 3.5$	$\hat{\alpha} = 2$	$\hat{\theta} = 2.5$
25	MLE	Parameter	3.625123	2.125245	2.62493
		MSE-MLE	0.015916	0.015958	0.015883
	Moment	Parameter	3.625381	2.124746	2.624564
		MSE-Mom	0.015999	0.015847	0.015784
	Percantail	Parameter	3.67584	2.175283	2.674288
		MSE-per	0.032099	0.031866	0.031524
	Shrinkage	parameter	3.638783	2.138906	2.638228
		Mse-sh	0.019519	0.019564	0.019369
50	MLE	parameter	3.600245	2.099476	2.600004
		MSE-MLE	0.010332	0.010178	0.010277
	Momenet	parameter	3.600032	2.099327	2.599665
		MSE-Mom	0.010259	0.010125	0.010218
	Percantail	parameter	3.648065	2.150604	2.650391
		MSE-per	0.023045	0.023776	0.023663
	Shrinkage	parameter	3.611552	2.111534	2.611996
		Mse-sh	0.012731	0.012721	0.012815
75	MLE	parameter	3.575157	2.075126	2.575329
		MSE-MLE	0.005922	0.005925	0.005969
	Momenet	parameter	3.57587	2.074967	2.575554
		MSE-Mom	0.006037	0.005892	0.005991
	Percantail	parameter	3.625065	2.125588	2.624106
		MSE-per	0.01673	0.016853	0.016528
	Shrinkage	parameter	3.584557	2.084739	2.584736
		Mse-sh	0.007454	0.007496	0.007507
100	MLE	parameter	3.550142	2.051072	2.549364
		MSE-MLE	0.002802	0.002884	0.002714
	Momenet	parameter	3.549685	2.0498	2.550086
		MSE-Mom	0.00274	0.002766	0.002803
	Percantail	parameter	3.59919	2.100086	2.599416
		MSE-per	0.010971	0.011163	0.011005
	Shrinkage	parameter	3.555744	2.057522	2.555591
		Mse-sh	0.003444	0.003654	0.00342

جدول رقم (3-19)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الأول عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.9$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_sh	Best
25	<b>0.1</b>	0.97386	0.974589	0.974455	0.974716	0.974576	0.000005	0.0000001	0.0000021	0.0000021	Mom
	<b>0.2</b>	0.924614	0.926579	0.926206	0.926913	0.926538	0.000004	0.000003	0.000006	0.000004	Mom
	<b>0.3</b>	0.879154	0.882089	0.881514	0.882573	0.882016	0.000008	0.000006	0.000014	0.000009	Mom
	<b>0.4</b>	0.837189	0.840863	0.840115	0.841445	0.840753	0.000015	0.000009	0.000022	0.000013	Mom
	<b>0.5</b>	0.798451	0.802659	0.801767	0.803295	0.80251	0.000020	0.000012	0.000029	0.000017	Mom
	<b>0.6</b>	0.762691	0.767257	0.766245	0.767909	0.767066	0.000024	0.000014	0.000035	0.000020	Mom
	<b>0.7</b>	0.729663	0.734451	0.73334	0.735085	0.734216	0.000027	0.000015	0.000038	0.000022	Mom
	<b>0.8</b>	0.698362	0.703895	0.702683	0.704543	0.703632	0.000035	0.000020	0.000049	0.000029	Mom
	<b>0.9</b>	0.664032	0.673362	0.671878	0.674545	0.673198	0.000094	0.000063	0.000125	0.000086	Mom
50	<b>0.1</b>	0.97386	0.974514	0.97439	0.97468	0.974574	0.0000008	0.0000001	0.000022	0.000002	Mom
	<b>0.2</b>	0.924614	0.926385	0.92604	0.926819	0.926546	0.000003	0.000002	0.000006	0.000004	Mom
	<b>0.3</b>	0.879154	0.881814	0.881279	0.882441	0.882053	0.000007	0.000005	0.000013	0.000009	Mom
	<b>0.4</b>	0.837189	0.840538	0.839841	0.84129	0.840835	0.000012	0.000008	0.000020	0.000014	Mom
	<b>0.5</b>	0.798451	0.802313	0.801479	0.803133	0.802651	0.000016	0.000010	0.000027	0.000018	Mom
	<b>0.6</b>	0.762691	0.766914	0.765965	0.767752	0.767276	0.000019	0.000012	0.000032	0.000022	Mom
	<b>0.7</b>	0.729663	0.73413	0.733085	0.734944	0.734504	0.000021	0.000014	0.000036	0.000024	Mom
	<b>0.8</b>	0.698362	0.703542	0.702404	0.70441	0.703955	0.000028	0.000019	0.000046	0.000032	Mom
	<b>0.9</b>	0.664032	0.672491	0.671138	0.674256	0.673185	0.000074	0.000054	0.000117	0.000085	Mom

75	<b>0.1</b>	0.97386	0.974228	0.974333	0.974726	0.974306	0.000002	0.000004	0.000005	0.000004	Mle
	<b>0.2</b>	0.924614	0.9256	0.925891	0.926966	0.925814	0.000001	0.000002	0.000006	0.000002	Mle
	<b>0.3</b>	0.879154	0.880617	0.881066	0.882695	0.880942	0.000003	0.000004	0.000014	0.000004	Mle
	<b>0.4</b>	0.837189	0.839005	0.839586	0.841658	0.839418	0.000004	0.000006	0.000023	0.000006	Mle
	<b>0.5</b>	0.798451	0.800512	0.801204	0.80362	0.800993	0.000006	0.000009	0.000031	0.000008	Mle
	<b>0.6</b>	0.762691	0.764905	0.765687	0.768361	0.765436	0.000007	0.000010	0.000038	0.000009	Mle
	<b>0.7</b>	0.729663	0.731962	0.732817	0.735676	0.732529	0.000007	0.000011	0.000044	0.000010	Mle
	<b>0.8</b>	0.698362	0.701138	0.702073	0.705227	0.701773	0.000010	0.000016	0.000056	0.000014	Mle
	<b>0.9</b>	0.664032	0.669153	0.670297	0.674838	0.670089	0.000030	0.000042	0.000130	0.000040	Mle
100	<b>0.1</b>	0.97386	0.974132	0.974179	0.97439	0.974175	0.0000001	0.0000002	0.0000004	0.0000002	Mle
	<b>0.2</b>	0.924614	0.925342	0.925475	0.926032	0.925459	0.0000008	0.0000009	0.0000027	0.0000010	Mle
	<b>0.3</b>	0.879154	0.880234	0.880441	0.881254	0.880407	0.0000017	0.0000021	0.0000060	0.0000022	Mle
	<b>0.4</b>	0.837189	0.838529	0.8388	0.839792	0.838744	0.0000027	0.0000034	0.0000095	0.0000035	Mle
	<b>0.5</b>	0.798451	0.79997	0.800297	0.801399	0.800215	0.0000037	0.0000045	0.0000127	0.0000046	Mle
	<b>0.6</b>	0.762691	0.764321	0.764695	0.765848	0.764584	0.0000044	0.0000055	0.0000152	0.0000055	Mle
	<b>0.7</b>	0.729663	0.731356	0.73177	0.732928	0.731628	0.0000050	0.0000062	0.0000171	0.0000062	Mle
	<b>0.8</b>	0.698362	0.700435	0.700889	0.702229	0.700754	0.0000070	0.0000086	0.0000227	0.0000087	Mle
	<b>0.9</b>	0.664032	0.667907	0.668431	0.671135	0.668486	0.0000196	0.0000227	0.0000612	0.0000249	Mle

ويتضح من الجدولين (3-19)،(3-18) إن مجموعة القيم الأولية كانت ( $\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 2.5, \hat{\lambda} = 3.5$ ) والقيمة الضبابية  $\tilde{k} = 0.9$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت

(0.0000157)، وعند المعلمات بطريقة العزوم (mom)

( $\hat{\alpha} = 2.124746, \hat{\theta} = 2.624564, \hat{\lambda} = 3.625381$ )

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse

(0.0000138) وعند المعلمات المقدره بطريقة العزوم (mom)

( $\hat{\alpha} = 2.099327, \hat{\theta} = 2.599665, \hat{\lambda} = 3.600032$ )

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت

(0.0000076)، وعند المعلمات المقدره بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)

( $\hat{\alpha} = 2.075126, \hat{\theta} = 2.575329, \hat{\lambda} = 3.575157$ )

**عند حجم عينة n=100 كانت :**

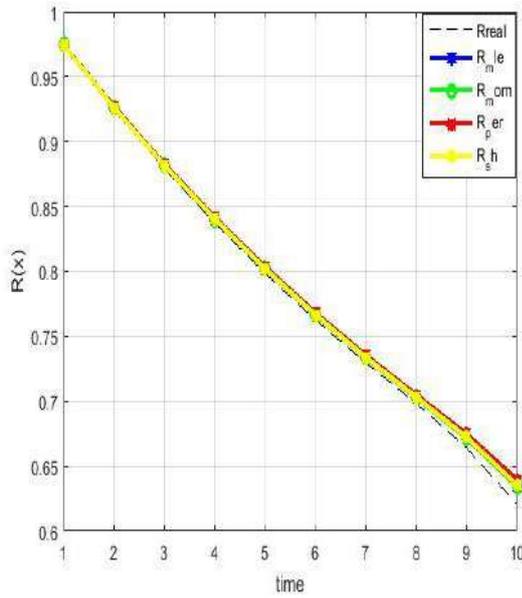
• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت

(0.0000050) ، وعند المعلمات المقدره بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)

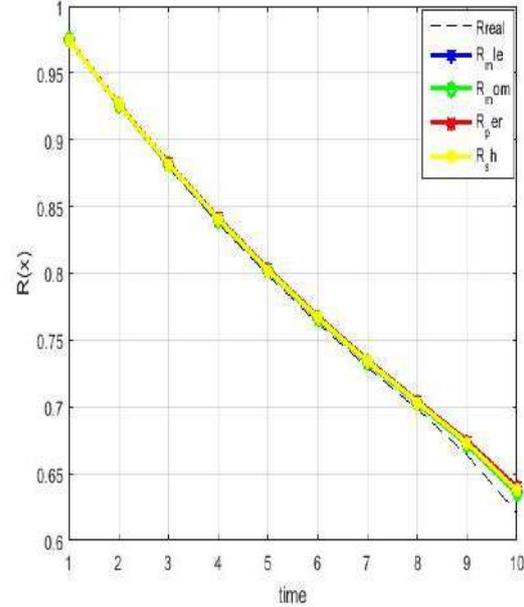
( $\hat{\alpha} = 2.051072, \hat{\theta} = 2.549364, \hat{\lambda} = 3.550142$ )

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة العزوم (mom) كانت أفضل طريقة لتقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25,50) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (75,100) ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول والأشكال البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية لكافة الطرائق متقاربه مع القيم الحقيقية (الافتراضية) .

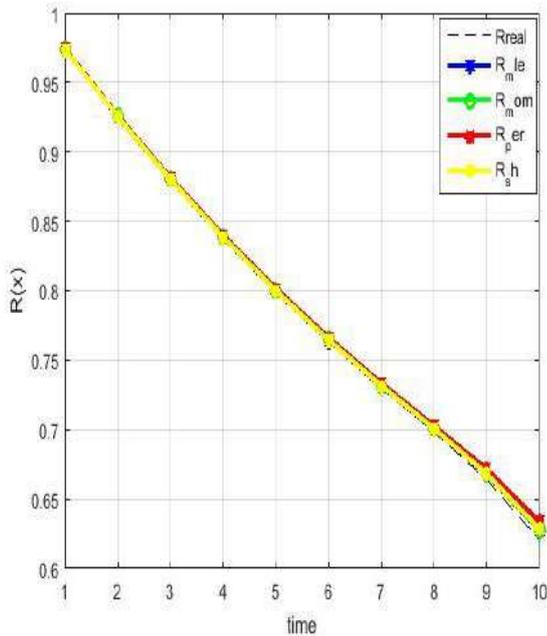
الأشكال البيانية (3-33) ولغاية (3-36) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الأول عندما تكون القيمة الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



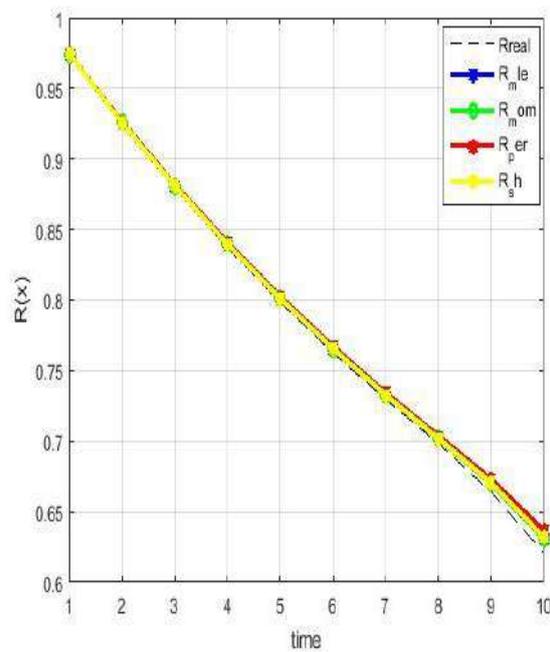
الشكل (34-3) n=50



الشكل (33-3) n=25



الشكل (36-3) n=100



الشكل (35-3) n=75

جدول رقم (3-20) يبين قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الثاني عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.9$

n	Method		Model (2) $\tilde{K} = 0.9$		
			$\hat{\lambda} = 3.5$	$\hat{\alpha} = 2$	$\hat{\theta} = 4$
25	MLE	parameter	3.624541	2.124983	4.126089
		MSE-MLE	0.015802	0.015899	0.016171
	Momenet	parameter	3.625216	2.124461	4.124937
		MSE-Mom	0.015946	0.015737	0.015893
	Percantail	parameter	3.675463	2.175927	4.175673
		MSE-per	0.031865	0.032054	0.032027
	Shrinkage	parameter	3.638558	2.138739	4.139555
		Mse-sh	0.019491	0.019524	0.019748
50	MLE	parameter	3.60029	2.101015	4.099467
		MSE-MLE	0.010339	0.010489	0.010171
	Momenet	parameter	3.599936	2.09976	4.100407
		MSE-Mom	0.010285	0.010225	0.010363
	Percantail	parameter	3.650781	2.149647	4.149041
		MSE-per	0.023891	0.023481	0.023312
	Shrinkage	parameter	3.612252	2.112604	4.111218
		Mse-sh	0.012895	0.012964	0.012655
75	MLE	parameter	3.574748	2.073864	4.074468
		MSE-MLE	0.005862	0.005738	0.005821
	Momenet	parameter	3.575367	2.074262	4.076271
		MSE-Mom	0.005956	0.005785	0.006078
	Percantail	parameter	3.627002	2.124458	4.125425
		MSE-per	0.017241	0.016492	0.016821
	Shrinkage	parameter	3.584687	2.08343	4.084047
		Mse-sh	0.007481	0.007271	0.007364
100	MLE	parameter	3.550255	2.049959	4.050409
		MSE-MLE	0.002807	0.002752	0.00282
	Momenet	parameter	3.550553	2.049496	4.050224
		MSE-Mom	0.002851	0.002709	0.002811
	Percantail	parameter	3.600941	2.100593	4.097886
		MSE-per	0.011336	0.011319	0.010685
	Shrinkage	parameter	3.556621	2.05611	4.056375
		Mse-sh	0.003547	0.003473	0.00352

جدول رقم (21-3)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للنموذج الثاني عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.9$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_Sh	best
25	0.1	0.98354	0.983718	0.983714	0.983787	0.983736	0.0000002	0.00000001	0.0000002	0.0000002	mom
	0.2	0.951829	0.952313	0.952304	0.952503	0.952365	0.0000003	0.0000002	0.0000007	0.0000003	mom
	0.3	0.921665	0.922395	0.92238	0.922682	0.922473	0.0000007	0.0000006	0.0000015	0.0000008	mom
	0.4	0.892971	0.893892	0.893873	0.894256	0.893991	0.0000011	0.0000010	0.0000026	0.0000013	mom
	0.5	0.865677	0.866738	0.866715	0.86716	0.866852	0.0000015	0.0000014	0.0000036	0.0000017	mom
	0.6	0.839715	0.840869	0.840842	0.841331	0.840993	0.0000018	0.0000017	0.0000045	0.0000021	mom
	0.7	0.815018	0.816223	0.816194	0.81671	0.816354	0.0000023	0.0000020	0.0000053	0.0000024	mom
	0.8	0.791526	0.792744	0.792712	0.793241	0.792877	0.0000022	0.0000021	0.0000060	0.0000026	mom
	0.9	0.76918	0.770376	0.770342	0.770869	0.770508	0.0000023	0.0000022	0.0000064	0.0000026	mom
50	0.1	0.98354	0.983673	0.98368	0.983747	0.98369	0.0000003	0.0000001	0.0000006	0.0000002	mom
	0.2	0.951829	0.952189	0.952209	0.952392	0.952236	0.0000002	0.0000002	0.0000005	0.0000002	mom
	0.3	0.921665	0.922205	0.922237	0.922514	0.922276	0.0000008	0.0000005	0.0000012	0.0000007	mom
	0.4	0.892971	0.893648	0.893691	0.894041	0.893739	0.0000008	0.0000007	0.0000020	0.0000008	mom
	0.5	0.865677	0.866451	0.866505	0.866909	0.866557	0.0000016	0.0000010	0.0000029	0.0000011	mom
	0.6	0.839715	0.84055	0.840612	0.841054	0.840665	0.0000012	0.0000013	0.0000037	0.0000014	mom
	0.7	0.815018	0.815881	0.815953	0.816415	0.816003	0.0000018	0.0000015	0.0000044	0.0000016	mom
	0.8	0.791526	0.792388	0.792467	0.792937	0.792512	0.0000015	0.0000016	0.0000050	0.0000018	mom
	0.9	0.76918	0.770012	0.770099	0.770563	0.770136	0.0000016	0.0000017	0.0000055	0.0000019	mom

75	0.1	0.983608	0.983417	0.983421	0.983338	0.983397	0.0000001	0.0000003	0.0000002	0.0000003	Mle
	0.2	0.952419	0.951827	0.951839	0.951573	0.951763	0.0000005	0.0000006	0.0000014	0.0000006	Mle
	0.3	0.923241	0.922226	0.922246	0.921778	0.922116	0.0000015	0.0000017	0.0000038	0.0000018	Mle
	0.4	0.895945	0.89449	0.894517	0.893831	0.89433	0.0000030	0.0000033	0.0000075	0.0000036	Mle
	0.5	0.870409	0.8685	0.868534	0.867617	0.868289	0.0000050	0.0000053	0.0000124	0.0000059	Mle
	0.6	0.84652	0.844147	0.844187	0.843029	0.843884	0.0000074	0.0000075	0.0000185	0.0000089	Mle
	0.7	0.82417	0.821328	0.821374	0.819965	0.821011	0.0000104	0.0000106	0.0000258	0.0000125	Mle
	0.8	0.803098	0.799891	0.799943	0.798307	0.799527	0.0000132	0.0000133	0.0000330	0.0000159	Mle
	0.9	0.781654	0.778911	0.778968	0.777441	0.778575	0.0000111	0.0000112	0.0000301	0.0000134	Mle
100	0.1	0.98354	0.983609	0.98361	0.983668	0.983617	0.00000001	0.0000002	0.0000003	0.0000002	Mle
	0.2	0.951829	0.952017	0.952018	0.952174	0.952038	0.0000001	0.0000002	0.0000003	0.0000002	Mle
	0.3	0.921665	0.921946	0.921949	0.922182	0.921978	0.0000002	0.0000005	0.0000008	0.0000003	Mle
	0.4	0.892971	0.893325	0.893328	0.893618	0.893364	0.0000004	0.0000005	0.0000014	0.0000006	Mle
	0.5	0.865677	0.866082	0.866087	0.866415	0.866127	0.0000005	0.0000006	0.0000020	0.0000006	Mle
	0.6	0.839715	0.840152	0.840158	0.840507	0.8402	0.0000007	0.0000009	0.0000027	0.0000008	Mle
	0.7	0.815018	0.815472	0.815478	0.815834	0.815521	0.0000008	0.0000009	0.0000033	0.0000010	Mle
	0.8	0.791526	0.79198	0.791987	0.792337	0.792029	0.0000010	0.0000011	0.0000040	0.0000012	Mle
	0.9	0.76918	0.76962	0.769629	0.769959	0.769667	0.0000011	0.0000012	0.0000045	0.0000014	Mle

ويتضح من الجدولين (3-21)،(3-20) إن مجموعة القيم الأولية كانت  $(\hat{\alpha} = 2, \hat{\theta} = 4, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{k} = 0.9$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغ (0.0000013)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (mom)  
 $(\hat{\alpha} = 2.124461, \hat{\theta} = 4.124937, \hat{\lambda} = 3.625216)$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغ (0.0000010) وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (mom)  
 $(\hat{\alpha} = 2.09976, \hat{\theta} = 4.100407, \hat{\lambda} = 3.599936)$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

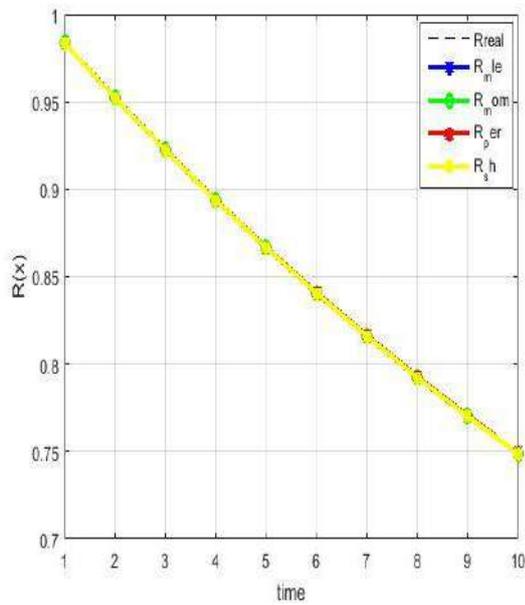
• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000009)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 2.073864, \hat{\theta} = 4.074468, \hat{\lambda} = 3.574748)$

**عند حجم عينة n=100 كانت :**

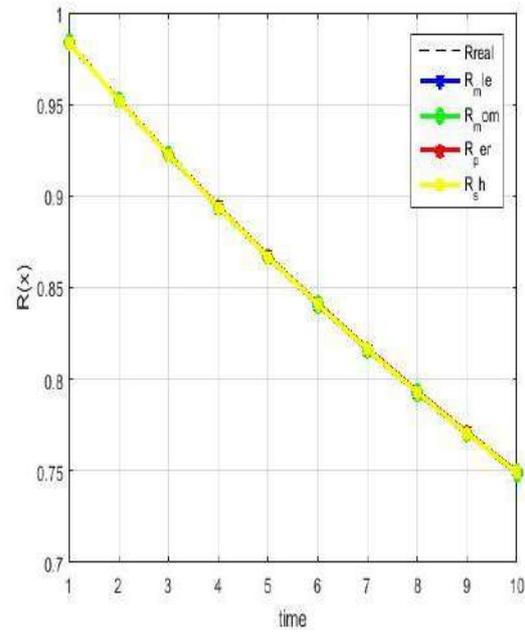
• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000006) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 2.049959, \hat{\theta} = 4.050409, \hat{\lambda} = 3.550255)$

ويتضح من النتائج اعلاه إن طريقة العزوم (mom) كانت أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25,50) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (75,100) ، حيث نلاحظ إن القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول والأشكال البيانية ادناه إن القيم التقديرية للمعولية الضبابية لكافة الطرائق متقاربة مع القيم الحقيقية (الافتراضية) .

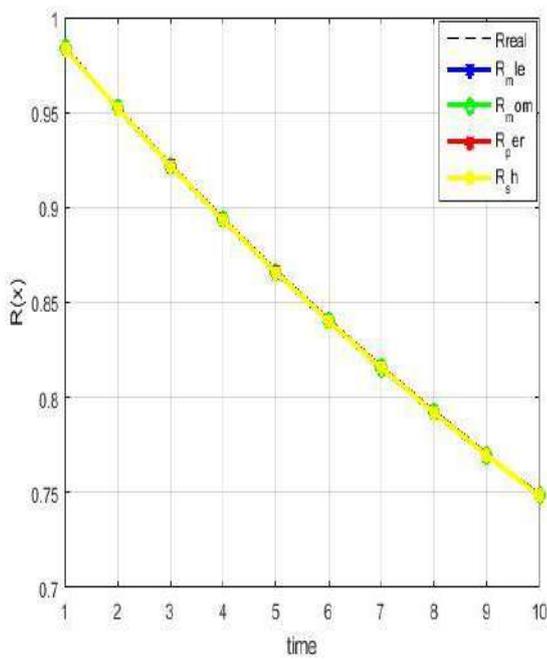
الأشكال البيانية (3-37) ولغاية (3-40) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن لأنموذج الثاني عندما تكون القيمة الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



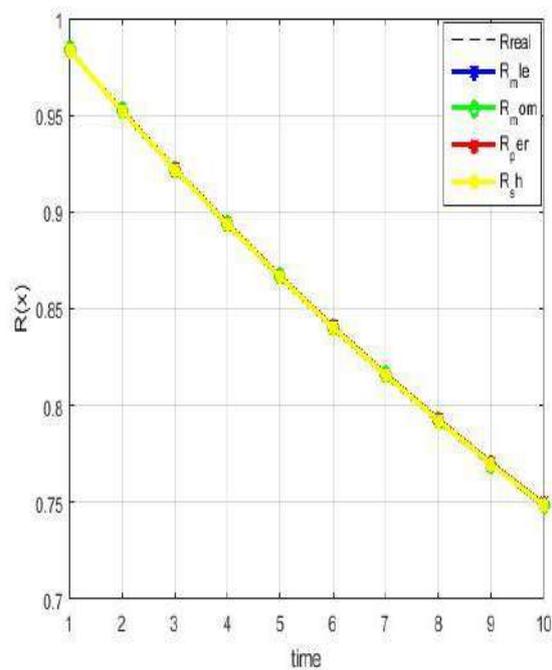
الشكل (3-38) n=50



الشكل (3-37) n=25



الشكل (3-40) n=100



الشكل (3-39) n=75

جدول رقم (3-22) يبين قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الثالث عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.9$

N	Method		Model (3)		
			$\hat{\lambda} = 4$	$\hat{\alpha} = 1$	$\hat{\theta} = 3.5$
25	MLE	parameter	4.125402	1.125407	3.624942
		MSE-MLE	0.016004	0.016015	0.015879
	Momenet	parameter	4.125669	1.124966	3.625525
		MSE-Mom	0.016085	0.015891	0.01605
	Percantail	parameter	4.174551	1.175633	3.676013
		MSE-per	0.031609	0.031969	0.032046
	Shrinkage	parameter	4.138622	1.138929	3.63884
		Mse-sh	0.019483	0.019577	0.019534
50	MLE	parameter	4.098957	1.100722	3.600087
		MSE-MLE	0.010051	0.010421	0.010297
	Momenet	parameter	4.100047	1.100104	3.600678
		MSE-Mom	0.010281	0.010299	0.010429
	Percantail	parameter	4.14731	1.150277	3.650344
		MSE-per	0.022766	0.023747	0.023714
	Shrinkage	parameter	4.110722	1.112273	3.611987
		Mse-sh	0.012521	0.012881	0.012823
75	MLE	parameter	4.075124	1.074901	3.575502
		MSE-MLE	0.00591	0.005888	0.005979
	Momenet	parameter	4.075401	1.075818	3.57416
		MSE-Mom	0.00598	0.006028	0.005772
	Percantail	parameter	4.124509	1.12513	3.627181
		MSE-per	0.016672	0.016835	0.017334
	Shrinkage	parameter	4.084492	1.084347	3.585191
		Mse-sh	0.007432	0.007417	0.007566
100	MLE	parameter	4.050936	1.04901	3.550272
		MSE-MLE	0.00289	0.002652	0.002797
	Momenet	parameter	4.049592	1.05026	3.550042
		MSE-Mom	0.00275	0.002803	0.002778
	Percantail	parameter	4.101121	1.09883	3.599396
		MSE-per	0.011392	0.010909	0.010979
	Shrinkage	parameter	4.057132	1.055217	3.556599
		Mse-sh	0.003629	0.003358	0.003534

## جدول رقم (3-23)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الثالث عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3.5, \hat{\lambda} = 4)$  والقيمة الضبابية  $\bar{K} = 0.9$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_sh	Best
25	0.1	0.985916	0.985593	0.985598	0.9855	0.985567	0.0000002	0.0000001	0.0000002	0.0000002	Mom
	0.2	0.958928	0.957944	0.957958	0.957658	0.957863	0.0000013	0.0000011	0.0000020	0.0000012	Mom
	0.3	0.933439	0.93178	0.931802	0.93129	0.931641	0.0000031	0.0000030	0.0000057	0.0000035	Mom
	0.4	0.909365	0.90702	0.90705	0.906319	0.906821	0.0000061	0.0000059	0.0000113	0.0000070	Mom
	0.5	0.886629	0.883589	0.883627	0.88267	0.883329	0.0000101	0.0000099	0.0000189	0.0000117	Mom
	0.6	0.865155	0.861416	0.86146	0.860273	0.861093	0.0000152	0.0000149	0.0000283	0.0000177	Mom
	0.7	0.844874	0.840434	0.840484	0.839063	0.840047	0.0000213	0.0000209	0.0000396	0.0000248	Mom
	0.8	0.82572	0.820577	0.820633	0.818976	0.820126	0.0000285	0.0000279	0.0000527	0.0000332	Mom
	0.9	0.807629	0.801787	0.801848	0.799953	0.80127	0.0000366	0.0000359	0.0000677	0.0000427	Mom
50	0.1	0.975412	0.977087	0.978299	0.977381	0.977147	0.00000307	0.0000892	0.0000408	0.0000319	Mom
	0.2	0.928628	0.933293	0.936704	0.934119	0.933462	0.00002388	0.00006992	0.00003173	0.0002483	Mom
	0.3	0.884861	0.892077	0.897407	0.893363	0.89234	0.00005729	0.00016904	0.00007617	0.0005955	Mom
	0.4	0.843917	0.853285	0.86028	0.854968	0.853632	0.00009684	0.00028813	0.00012889	0.0010067	Mom
	0.5	0.805614	0.816777	0.825203	0.818798	0.817196	0.00013793	0.00041387	0.00018372	0.00014338	Mom
	0.6	0.76978	0.782416	0.792063	0.784723	0.782897	0.00017739	0.00053675	0.00023638	0.00018430	Mom
	0.7	0.736258	0.750078	0.760753	0.752621	0.750612	0.00021289	0.00065026	0.00028399	0.00022122	Mom
	0.8	0.704895	0.719641	0.731172	0.72238	0.720221	0.00024332	0.00075034	0.00032489	0.00025285	Mom
	0.9	0.675391	0.690994	0.703225	0.693889	0.691611	0.00027296	0.00084346	0.00036401	0.00028363	Mle

75	<b>0.1</b>	0.985916	0.985712	0.985701	0.985605	0.98569	0.0000001	0.0000004	0.0000002	0.0000002	Mle
	<b>0.2</b>	0.958928	0.958309	0.958277	0.957979	0.958242	0.0000005	0.0000006	0.0000014	0.0000006	Mle
	<b>0.3</b>	0.933439	0.932396	0.932344	0.931835	0.932282	0.0000014	0.0000015	0.0000039	0.0000017	Mle
	<b>0.4</b>	0.909365	0.907893	0.907823	0.907094	0.907731	0.0000028	0.0000030	0.0000076	0.0000033	Mle
	<b>0.5</b>	0.886629	0.884723	0.884637	0.88368	0.884512	0.0000046	0.0000049	0.0000125	0.0000055	Mle
	<b>0.6</b>	0.865155	0.862813	0.862712	0.861523	0.862553	0.0000068	0.0000073	0.0000185	0.0000082	Mle
	<b>0.7</b>	0.844874	0.842095	0.841981	0.840554	0.841785	0.0000094	0.0000101	0.0000256	0.0000114	Mle
	<b>0.8</b>	0.82572	0.822505	0.822378	0.820711	0.822145	0.0000125	0.0000134	0.0000338	0.0000151	Mle
	<b>0.9</b>	0.807629	0.80398	0.803842	0.801932	0.80357	0.0000159	0.0000170	0.0000429	0.0000193	Mle
100	<b>0.1</b>	0.985916	0.985781	0.985772	0.985657	0.985766	0.0000001	0.0000004	0.0000009	0.0000004	Mle
	<b>0.2</b>	0.958928	0.958518	0.958492	0.95814	0.95847	0.0000003	0.0000005	0.0000011	0.0000004	Mle
	<b>0.3</b>	0.933439	0.932748	0.932705	0.93211	0.932667	0.0000008	0.0000009	0.0000031	0.0000010	Mle
	<b>0.4</b>	0.909365	0.90839	0.908332	0.907487	0.908275	0.0000015	0.0000017	0.0000060	0.0000019	Mle
	<b>0.5</b>	0.886629	0.885366	0.885293	0.884195	0.885217	0.0000025	0.0000028	0.0000097	0.0000031	Mle
	<b>0.6</b>	0.865155	0.863603	0.863517	0.862163	0.863419	0.0000037	0.0000041	0.0000142	0.0000046	Mle
	<b>0.7</b>	0.844874	0.843033	0.842934	0.841321	0.842814	0.0000051	0.0000057	0.0000195	0.0000063	Mle
	<b>0.8</b>	0.82572	0.823589	0.823478	0.821606	0.823335	0.0000066	0.0000074	0.0000255	0.0000083	Mle
	<b>0.9</b>	0.807629	0.80521	0.805088	0.802957	0.804922	0.0000084	0.0000093	0.0000322	0.0000104	Mle

ويتضح من الجدولين (3-23)،(3-22) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3.5)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{k} = 0.9$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) هي أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت

(0.0000164)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (mom)

$(\hat{\alpha} = 1.124966, \hat{\theta} = 3.625525, \hat{\lambda} = 4.125669)$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

• طريقة العزوم (mom) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse (0.0000115)

وعند المعلمات المقدرة بطريقة العزوم (mom)

$(\hat{\alpha} = 1.100104, \hat{\theta} = 3.600678, \hat{\lambda} = 4.100047)$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت

(0.0000073)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)

$(\hat{\alpha} = 1.074901, \hat{\theta} = 3.575502, \hat{\lambda} = 4.075124)$

**عند حجم عينة n=100 كانت :**

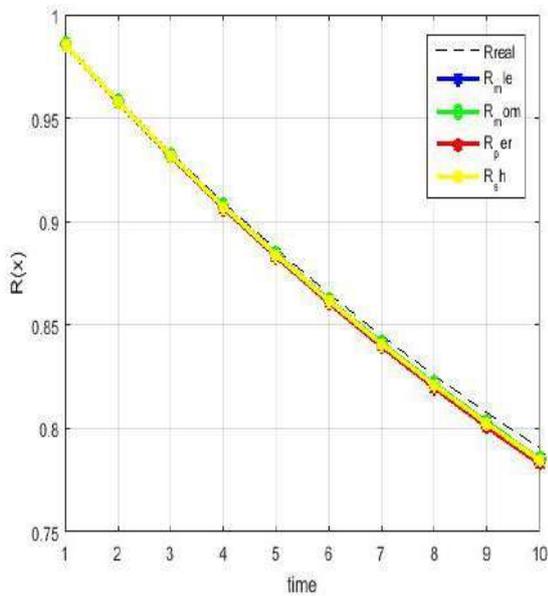
• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت

(0.0000036) ، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)

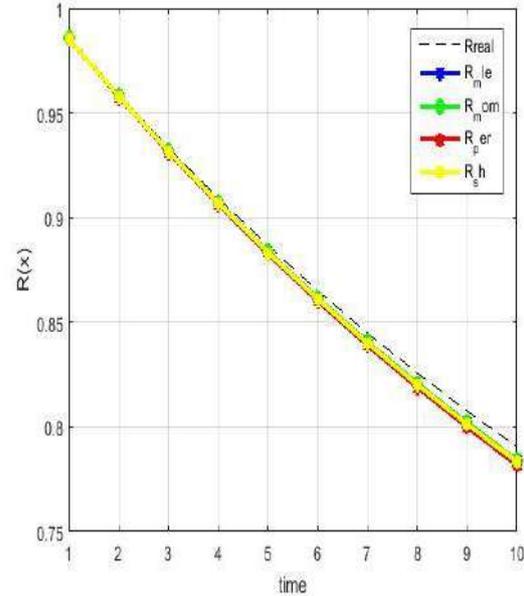
$(\hat{\alpha} = 1.04901, \hat{\theta} = 3.550272, \hat{\lambda} = 4.050936)$

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة العزوم (mom) كانت أفضل طريقة تقدير للمعولية الضبابية عند حجم عينة (25,50) وطريقة إلامكان الأعظم (Mle) عند حجم (75,100) ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعاملات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول والأشكال البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية لكافة الطرائق متقاربة مع القيم الحقيقية (الافتراضية) .

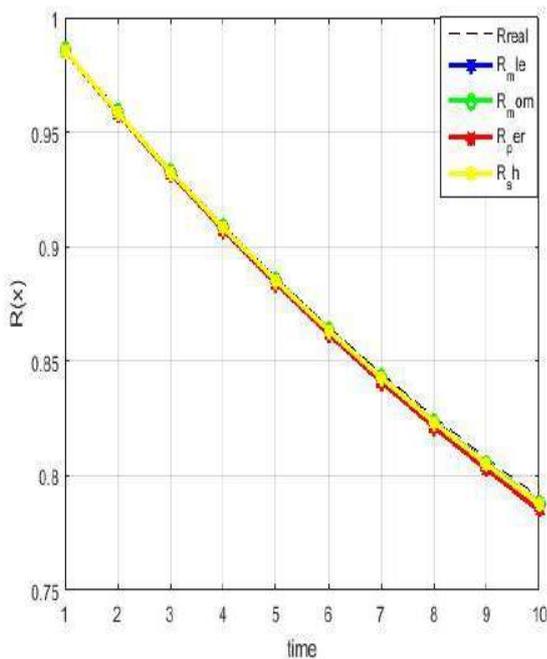
الأشكال البيانية (3-41) ولغاية (3-44) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن للأنموذج الثالث عندما تكون القيمة الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



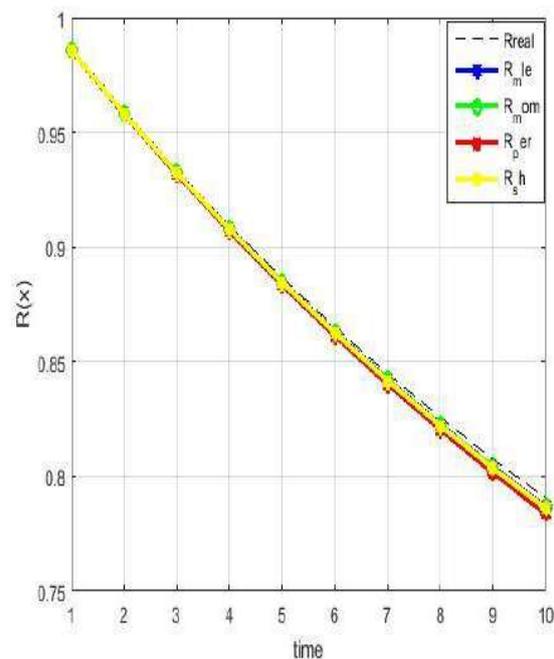
الشكل (3-42) n=50



الشكل (3-41) n=25



الشكل (3-44) n=100



الشكل (3-43) n=75

جدول رقم (3-24) يبين قيم معلمات التوزيع المختلط للأنموذج الرابع عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.9$

n	Method		Model (4)		
			$\hat{\lambda} = 3$	$\hat{\alpha} = 1$	$\hat{\theta} = 3$
25	MLE	parameter	3.124771	1.125232	3.125398
		MSE-MLE	0.015858	0.015973	0.015993
	Momenet	parameter	3.125591	1.124878	3.124799
		MSE-Mom	0.016035	0.015892	0.015857
	Percantail	parameter	3.174999	1.174686	3.1757
		MSE-per	0.031727	0.031612	0.031999
	Shrinkage	parameter	3.138572	1.138615	3.139206
		Mse-sh	0.019486	0.019484	0.019647
50	MLE	parameter	3.099914	1.099325	3.099425
		MSE-MLE	0.010254	0.010122	0.010156
	Momenet	parameter	3.100124	1.099945	3.099687
		MSE-Mom	0.010308	0.010267	0.010226
	Percantail	parameter	3.150378	1.149559	3.150638
		MSE-per	0.02378	0.02349	0.023873
	Shrinkage	parameter	3.111674	1.111151	3.111284
		Mse-sh	0.012746	0.012613	0.012663
75	MLE	parameter	3.074986	1.074665	3.075682
		MSE-MLE	0.005908	0.005848	0.005994
	Momenet	parameter	3.074371	1.075289	3.075387
		MSE-Mom	0.005822	0.005942	0.005959
	Percantail	parameter	3.126534	1.125865	3.124495
		MSE-per	0.017116	0.016898	0.016593
	Shrinkage	parameter	3.084704	1.084547	3.085101
		Mse-sh	0.007492	0.007446	0.007543
100	MLE	parameter	3.050271	1.050209	3.050434
		MSE-MLE	0.002819	0.002777	0.002801
	Momenet	parameter	3.050933	1.050675	3.050288
		MSE-Mom	0.002863	0.002837	0.002803
	Percantail	Parameter	3.101355	1.101052	3.100933
		MSE-per	0.011355	0.011286	0.011308
	Shrinkage	Parameter	3.056634	1.056882	3.056979
		Mse-sh	0.003562	0.003541	0.003555

جدول رقم (3-25)

يبين قيم دالة المعولية الضبابية الحقيقية والتقديرية للأنموذج الرابع عندما تكون  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.9$

n	ti	Real	$\hat{R}_{Mle}$	$\hat{R}_{Mom}$	$\hat{R}_{Per}$	$\hat{R}_{Mix}$	Mse_Mle	Mse_mom	Mse_per	Mse_Sh	best
25	0.1	0.983608	0.983328	0.983327	0.983257	0.983308	0.0000001	0.0000003	0.0000002	0.0000003	Mle
	0.2	0.952419	0.951543	0.951541	0.951313	0.951477	0.0000009	0.0000010	0.0000019	0.0000011	Mle
	0.3	0.923241	0.921727	0.921725	0.921319	0.921611	0.0000027	0.0000028	0.0000053	0.0000031	Mle
	0.4	0.895945	0.893761	0.893758	0.893156	0.893589	0.0000056	0.0000057	0.0000108	0.0000063	Mle
	0.5	0.870409	0.867527	0.867525	0.866712	0.867296	0.0000095	0.0000096	0.0000182	0.0000109	Mle
	0.6	0.84652	0.84292	0.842919	0.841882	0.842626	0.0000147	0.0000148	0.0000278	0.0000168	Mle
	0.7	0.82417	0.819839	0.819838	0.818569	0.819479	0.0000210	0.0000211	0.0000394	0.0000241	Mle
	0.8	0.803098	0.798164	0.798164	0.796668	0.797742	0.0000271	0.0000272	0.0000513	0.0000312	Mle
	0.9	0.781654	0.777298	0.777299	0.775793	0.776887	0.0000223	0.0000225	0.0000464	0.0000258	Mle
50	0.1	0.983608	0.983375	0.983372	0.983294	0.983353	0.0000001	0.0000007	0.0000002	0.0000003	Mle
	0.2	0.952419	0.951691	0.951682	0.951432	0.951621	0.0000007	0.0000008	0.0000017	0.0000008	Mle
	0.3	0.923241	0.921988	0.921973	0.92153	0.921866	0.0000020	0.0000021	0.0000047	0.0000023	Mle
	0.4	0.895945	0.89414	0.89412	0.893468	0.893962	0.0000040	0.0000042	0.0000093	0.0000047	Mle
	0.5	0.870409	0.868033	0.868008	0.867132	0.867797	0.0000068	0.0000070	0.0000156	0.0000080	Mle
	0.6	0.84652	0.843558	0.843527	0.842417	0.84326	0.0000104	0.0000107	0.0000235	0.0000123	Mle
	0.7	0.82417	0.820612	0.820576	0.819221	0.820251	0.0000148	0.0000152	0.0000331	0.0000175	Mle
	0.8	0.803098	0.799063	0.799023	0.797437	0.798645	0.0000189	0.0000194	0.0000426	0.0000225	Mle
	0.9	0.781654	0.778163	0.77812	0.776578	0.777765	0.0000154	0.0000160	0.0000387	0.0000184	Mle

75	0.1	0.983608	0.98343	0.983424	0.98332	0.983407	0.0000001	0.0000002	0.0000002	0.0000002	Mle
	0.2	0.952419	0.951863	0.951845	0.95152	0.951791	0.0000005	0.0000008	0.0000015	0.0000006	Mle
	0.3	0.923241	0.922283	0.922254	0.921692	0.92216	0.0000014	0.0000015	0.0000041	0.0000017	Mle
	0.4	0.895945	0.894566	0.894527	0.893714	0.894389	0.0000028	0.0000029	0.0000080	0.0000034	Mle
	0.5	0.870409	0.868594	0.868546	0.867471	0.868361	0.0000046	0.0000049	0.0000133	0.0000056	Mle
	0.6	0.84652	0.844257	0.8442	0.842856	0.843967	0.0000069	0.0000073	0.0000198	0.0000085	Mle
	0.7	0.82417	0.821451	0.821387	0.819767	0.821104	0.0000097	0.0000102	0.0000276	0.0000119	Mle
	0.8	0.803098	0.800028	0.799956	0.798085	0.79963	0.0000123	0.0000129	0.0000353	0.0000152	Mle
	0.9	0.781654	0.779066	0.778985	0.777203	0.778695	0.0000103	0.0000109	0.0000323	0.0000127	Mle
100	0.1	0.983608	0.98348	0.983476	0.983372	0.983464	0.0000001	0.0000002	0.0000004	0.0000002	Mle
	0.2	0.952419	0.952022	0.952009	0.951682	0.951972	0.0000003	0.0000004	0.0000013	0.0000004	Mle
	0.3	0.923241	0.92256	0.92254	0.921972	0.922475	0.0000009	0.0000010	0.0000034	0.0000011	Mle
	0.4	0.895945	0.894968	0.894941	0.894117	0.894845	0.0000018	0.0000019	0.0000066	0.0000022	Mle
	0.5	0.870409	0.869128	0.869094	0.868004	0.868966	0.0000029	0.0000031	0.0000108	0.0000036	Mle
	0.6	0.84652	0.844927	0.844887	0.843521	0.844725	0.0000043	0.0000046	0.0000159	0.0000053	Mle
	0.7	0.82417	0.822261	0.822216	0.820568	0.82202	0.0000059	0.0000063	0.0000219	0.0000073	Mle
	0.8	0.803098	0.800954	0.800904	0.799011	0.800679	0.0000073	0.0000079	0.0000277	0.0000091	Mle
	0.9	0.781654	0.779877	0.779824	0.7781	0.779633	0.0000066	0.0000072	0.0000263	0.0000082	Mle

ويتضح من الجدولين (3-24)،(3-25) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت  $(\hat{\alpha} = 1, \hat{\theta} = 3, \hat{\lambda} = 3)$  والقيمة الضبابية  $\tilde{K} = 0.9$  وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات الثلاثة والمعولية الضبابية من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse ولأحجام عينات مختلفة (25,50,75,100) وكالتالي :

**عند حجم عينة n=25 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000109)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 1.125232, \hat{\theta} = 3.125398, \hat{\lambda} = 3.124771)$

**عند حجم عينة n=50 كانت :**

• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse (0.0000078) وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 1.099325, \hat{\theta} = 3.099425, \hat{\lambda} = 3.099914)$

**عند حجم عينة n=75 كانت :**

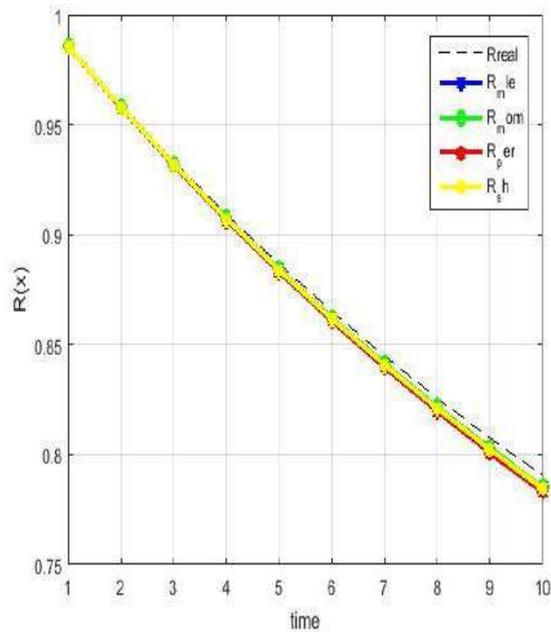
• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000054)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 1.074665, \hat{\theta} = 3.075682, \hat{\lambda} = 3.074986)$

**عند حجم عينة n=100 كانت :**

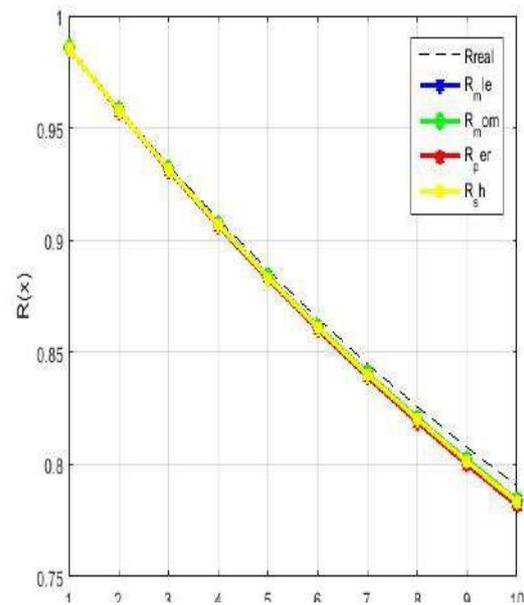
• طريقة إلامكان الأعظم (Mle) أفضل طرائق التقدير للمعولية الضبابية وبأقل قيمة Mse وبلغت (0.0000035)، وعند المعلمات المقدرة بطريقة إلامكان الأعظم (Mle)  
 $(\hat{\alpha} = 1.050209, \hat{\theta} = 3.050434, \hat{\lambda} = 3.050271)$

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة إلامكان الأعظم (Mle) الأفضل لتقدير دالة المعولية الضبابية ولجميع حجوم العينات (25,50,75,100) ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية وأيضاً توضح الجداول والأشكال البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية للمعولية الضبابية لكافة الطرائق متقاربه مع القيم الحقيقية (الافتراضية) .

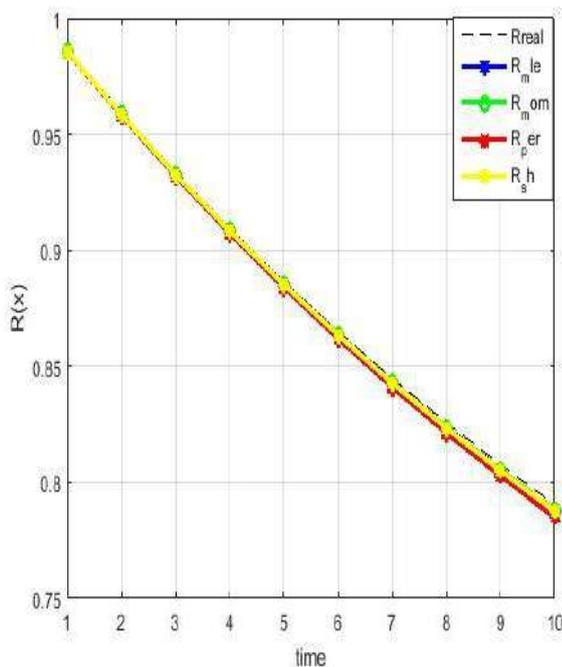
الأشكال البيانية (3-45) ولغاية (3-48) توضح تغيير دالة المعولية الضبابية مع الزمن  
لنموذج الرابع عندما تكون القيمة الضبابية (0.9) ولحجوم عينات (25,50,75,100)



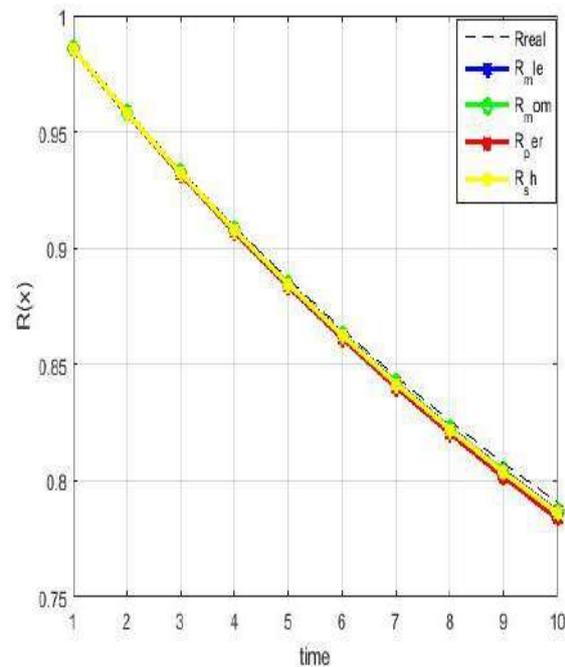
الشكل (3-46) n=50



الشكل (3-45) n=25



الشكل (3-48) n=100



الشكل (3-47) n=75

ونلاحظ من الجداول (3-2) ولغاية (3-25) والأشكال البيانية (3-3) ولغاية (3-48) التالي :

- تقارب قيم معالم التوزيع المختلط التقديرية من القيم الحقيقية وبصورة كبيرة جدا وكذلك تقارب قيم المعولية الضبابية التقديرية من القيم الحقيقية المعولية الضبابية ولأغلب حجوم العينات .

- تناقص قيم دالة المعولية الضبابية بأزدياد الزمن تدريجياً وهذا يطابق سلوك هذه الدالة التي تمتاز بكونها بالتناقص مع الزمن .

- الأشكال والرسوم البيانية توضح مدى التقارب بين طرائق التقدير المستعملة في تقدير المعولية الضبابية للتوزيع المختلط (الآسي - فريجت ) والقيم الحقيقية لها ، وهذا يبين ملاءمة هذه الطرائق في عملية تقدير دالة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط (الآسي - فريجت) .

- النماذج التي تكون فيها معلمة الشكل ( $\lambda$ ) تساوي معلمة القياس ( $\theta$ ) تكون الأفضل في طرائق التقدير لطريقة إلامكان الأعظم (Mle) وبنسبة كبيرة جدا بلغت (80%) ثم طريقة العزوم وبنسبة (20%) النماذج التي تكون فيها معلمة الشكل ( $\lambda$ ) أكبر أو أصغر من معلمة القياس ( $\theta$ ) تكون الأفضل في طرائق التقدير لطريقة إلامكان الأعظم (Mle) وبنسبة طفيفة بلغت (58%) ثم طريقة العزوم وبنسبة (42%) .

- في النموذج الأول والثاني للتوزيع المختلط المقترح والذي تكون فيه نسبة مساهمة التوزيع الآسي أعلى من نسبة مساهمة توزيع فريجت يتضح إنَّ طريقة إلامكان الأعظم (Mle) الأفضل في التقدير بنسبة (54%) ، ثم طريقة العزوم بنسبة (46%) .

- في النموذج الثالث والرابع والذي تكون فيه نسبة التوزيعين (الآسي، فريجت) متساوية في النموذج المختلط يتضح إنَّ طريقة إلامكان الأعظم (Mle) الأفضل في التقدير بنسبة (70%) ، ثم طريقة العزوم بنسبة (30%) .

- كلما ازداد حجم العينة كانت طريقة إلامكان الأعظم (Mle) الأفضل وهذا ما يتطابق وسلوك هذه الدالة في التقدير الاحصائي .

- انخفاض قيم متوسط مربعات الخطأ MSE كلما زاد حجم العينة وهذا ما يتطابق النظرية الاحصائية وحسب ماموضح بالجدول (3-26) وكالتالي :

جدول (3-26) قيم متوسط مربعات الخطأ لدالة المعولية الضبابية ولكافة الطرائق واحجام العينات

ولجميع النماذج

Fuzzy value	model	n	Mse( $\hat{R}$ Mle)	Mse( $\hat{R}$ mom)	Mse( $\hat{R}$ per)	Mse( $\hat{R}$ sh)	best
0.3	1	25	0.0000489	0.0000484	0.0000916	0.0000582	mom
		50	0.0000341	0.0000334	0.0000727	0.0000412	mom
		75	0.0000206	0.0000208	0.0000533	0.0000253	Mle
		100	0.0000107	0.0000108	0.0000374	0.0000132	Mle
	2	25	0.0000015	0.0000013	0.0000037	0.0000017	mom
		50	0.0000011	0.0000010	0.0000031	0.0000012	mom
		75	0.0000007	0.0000008	0.0000030	0.0000009	Mle
		100	0.0000006	0.0000006	0.0000024	0.0000007	Mle
	3	25	0.0000167	0.0000166	0.0000301	0.0000193	mom
		50	0.0000118	0.0000118	0.0000240	0.0000139	Mle
		75	0.0000074	0.0000076	0.0000200	0.0000091	Mle
		100	0.0000039	0.0000045	0.0000157	0.0000048	Mle
	4	25	0.0000113	0.0000108	0.0000222	0.0000129	mom
		50	0.0000079	0.0000081	0.0000182	0.0000092	Mle
		75	0.0000053	0.0000056	0.0000167	0.0000063	Mle
		100	0.0000035	0.0000037	0.0000130	0.0000043	Mle
Fuzzy Value	model	n	Mse( $\hat{R}$ Mle)	Mse( $\hat{R}$ mom)	Mse( $\hat{R}$ per)	Mse( $\hat{R}$ sh)	best
0.7	1	25	0.0000491	0.0000487	0.0000889	0.0000580	mom
		50	0.0000345	0.0000334	0.0000725	0.0000415	mom
		75	0.0000207	0.0000213	0.0000554	0.0000256	Mle
		100	0.0000105	0.0000112	0.0000382	0.0000128	Mle
	2	25	0.0000014	0.0000014	0.0000037	0.0000016	mom
		50	0.0000011	0.0000010	0.0000033	0.0000012	mom
		75	0.0000008	0.0000008	0.0000026	0.0000009	Mle
		100	0.0000004	0.0000006	0.0000025	0.0000007	Mle
	3	25	0.0000170	0.0000161	0.0000318	0.0000199	mom
		50	0.0000117	0.0000113	0.0000266	0.0000143	mom
		75	0.0000073	0.0000075	0.0000203	0.0000089	Mle
		100	0.0000043	0.0000046	0.0000152	0.0000052	Mle
	4	25	0.0000110	0.0000107	0.0000224	0.0000126	mom
		50	0.0000079	0.0000080	0.0000198	0.0000093	Mle
		75	0.0000054	0.0000058	0.0000162	0.0000064	Mle
		100	0.0000033	0.0000039	0.0000132	0.0000040	Mle

Fuzzy Value	model	n	Mse( $\hat{R}$ Mle)	Mse( $\hat{R}$ mom)	Mse( $\hat{R}$ per)	Mse( $\hat{R}$ sh)	best
0.9	1	25	0.0000516	0.0000353	0.0000719	0.0000484	mom
		50	0.0000393	0.0000288	0.0000659	0.0000460	mom
		75	0.0000161	0.0000223	0.0000702	0.0000215	Mle
		100	0.0000102	0.0000118	0.0000337	0.0000130	Mle
	2	25	0.0000014	0.0000014	0.0000037	0.0000016	mom
		50	0.0000010	0.0000010	0.0000031	0.0000011	Mle
		75	0.0000010	0.0000010	0.0000031	0.0000011	Mle
		100	0.0000006	0.0000007	0.0000024	0.0000007	Mle
	3	25	0.0000168	0.0000164	0.0000311	0.0000195	mom
		50	0.0000120	0.0000116	0.0000255	0.0000141	mom
		75	0.0000074	0.0000079	0.0000199	0.0000089	Mle
		100	0.0000039	0.0000044	0.0000151	0.0000049	Mle
	4	25	0.0000109	0.0000110	0.0000219	0.0000125	Mle
		50	0.0000078	0.0000080	0.0000188	0.0000092	Mle
		75	0.0000054	0.0000056	0.0000160	0.0000065	Mle
		100	0.0000035	0.0000038	0.0000133	0.0000043	Mle

وقد اظهرت نتائج الجدول (26-3) اعلاه والتي تمثل قيم متوسط مربعات الخطأ لكافة النماذج ، وحجوم العينات والمديات الضبابية التي تم دراستها بواقع (24) جدول احصائي ، (12) جدول لتقدير المعلمات و (12) جدول لتقدير المعولية الضبابية وتضمنت جميع الجداول اربع حجوم عينات (25,50,75,100) وكذلك ثلاث مديات ضبابية (0.3,0.7,0.9) وكانت الأفضلية لطريقة الامكان الاعظم في التقدير ثم طريقة العزوم ولجدول ادناه يمثل ملخص نسب الافضلية لكافة النماذج التي تمت دراستها في هذا الفصل

الجدول (27-3) يبين نسب الأفضلية للطرائق المستعملة في تقدير دالة المعولية الضبابية لكافة النماذج بأستعمال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ Mse

method	n=25	n=50	n=75	n=100	percentage
Mle	1	5	12	12	62.5%
mom	11	7	0	0	37.5%
per	0	0	0	0	0%
sh	0	0	0	0	0%

# الفصل الرابع

الجانب التطبيقي

1.4 المقدمة

## (Introduction)

في هذا الفصل سيتم استعراض البيانات الحقيقية التي تم الحصول عليها من مديرية الاتصالات والنظم المعلوماتية التابعة لوزارة الداخلية ، والمسؤولة بشكل مباشر عن ادارة وتنظيم عمليات الاتصالات في وزارة الداخلية ، هذه البيانات تكون خاصة بأوقات اشتغال أجهزة الاتصال نوع موتورولا (Motorola) لحين العطل ، وذلك بغية تطبيق هذه البيانات على التوزيع المختلط (الأسّي – فريجت) لتقدير دالة المعولية الضبابية باستعمال طريقة لإمكان الأعظم (Mie) التي تم التوصل الي أنها الافضل من بين الطرائق المستعملة في حساب المعولية الضبابية وحسب مخرجات الجانب التجريبي ، وذلك بالاعتماد على برنامج تم كتابته بلغة (Matlab) والمبين في الملحق (C) .

2.4 نبذة عن جهاز موتورولا (Motorola) :

يعتبر جهاز الاتصال موتورولا أبرز أجهزة الاتصالات الداخلة في الخدمة في وزارة الداخلية ويستعمل هذا الجهاز في أغلب دوائر وزارة الداخلية ( شرطة النجدة ، الاتحادية ، الحدود ، المرور ، حماية المنشآت ..... الخ ) وتعمل أغلب الأجهزة بنظام التناوب مع استمرارية الخدمة على مدار 24 ساعة واليه عمل هذا الجهاز تشبه الى حد كبير عمل الجهاز المحمول ( الهاتف النقال ) حيث يقوم بالارسال والاستقبال باتجاهين في وقت واحد وباتصال راديوي يمكن من خلاله لأي عدد من الاشخاص سماع الاتصال ، وتؤثر عدة عوامل خارجية في تعزيز كفاءة الاتصال للجهاز موتورولا منها ( كفاءة محطة البث الراديوي،مساحة المنطقة التي تغطيها محطات البث، العوامل الفيزيائية والجغرافية المؤثرة على مناطق التغطية الراديوية ) وتوجد عدة انواع من جهاز موتورولا المستخدمة من قبل دوائر وزارة الداخلية العراقية وابرزها

- الجهاز اليدوي (MTH -800) بقدره بث ( 1 واط )
- الجهاز اليدوي (MTH -850) بقدره بث ( 1,8 واط )
- الجهاز المكتبي او المتحرك ( المنصوب داخل عجلة ) (MTH – 800) بقدره بث (3 واط)
- الجهاز المكتبي او المتحرك ( المنصوب داخل عجلة ) (MTH –4500) بقدره بث(5 واط)

## 3.4 البيانات الحقيقية

(Applied Data)

تستعمل أجهزة الاتصال الاسلكي في الوقت الحاضر على نطاق واسع وفي كافة الميادين والاعمال منها التجارية ، السلامة العامة ، العسكرية ..... الخ ، وتمثل الاتصالات أهمية كبيرة في عمل كافة أجهزة فرض الامن والقانون على اختلافها، لكون الاتصالات تمثل العصب لعمل جهاز الشرطة الميداني وذلك من خلال تسهيل عملية التواصل بين كافة القطاعات الميدانية المنتشرة على اختلاف الرقعة الجغرافية ، وكذلك تسهيل عملية نقل المعلومة الأمنية ، وسرعة تنفيذ الواجبات التي تمس حياة الإنسان وبالتالي تقديم خدمة أمنية بجودة عالية ، وتم الحصول على البيانات الخاصة بأوقات الاشتغال لحين العطل من قبل المختصين والمسؤولين على معمل تصليح أجهزة الاتصالات في وزارة الداخلية ، وتم ملاحظة عدم وجود دقة في تسجيل أوقات تشغيل الجهاز وكذلك أوقات التوقف ( العطلات ) ففي حالة عطل جهاز الاتصال يقوم الشخص المسؤول بأبلاغ الادارة التابع لها بعطل الجهاز ، وتعمل الادارة على مفاتحة الجهات المختصة ( معمل التصليح ) للقيام بتصليح الجهاز، مما يعني عدم وجود تسجيل دقيق لأوقات العمل والتوقف (العطل) وهذا مايمكننا من اعتبار البيانات الخاصة بأوقات تشغيل جهاز الموتور لا ارقام ضبابية (Fuzzy) وبالتالي انتماءها للمجموعات الضبابية بدرجة انتماء متفاوتة .

تم الحصول على البيانات من المختصين عن تدوين واحصاء الاعطال الخاصة بهذة الاجهزة في معمل تصليح أجهزة الاتصال في وزارة الداخلية بالتنسيق مع قسم الاستجابة العاملة في الوزارة ذاتها ، وبلغت العينة التي تم الحصول عليها (91) مشاهدة والجدول ادناه يبين أوقات الاشتغال لحين العطل (التوقف) لهذه الأجهزة وللفترة من 1-1-2016 ولغاية 31-6-2019 مقاسة بالسنوات.

جدول رقم (1-4) أوقات اشتغال جهاز الموتور لا لحين التوقف عن العمل للفترة من 1-1-2016 ولغاية 31-6-2019 مقاسة بالسنوات

| $X_i$ |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.1   | 2.8   | 3.0   | 3.1   | 3.2   | 3.2   | 1.3   | 0.8   | 0.3   | 0.1   |
| 0.1   | 2.8   | 2.6   | 2.4   | 2.2   | 1.9   | 1.4   | 0.8   | 0.4   | 0.1   |
| 0.1   | 2.9   | 2.7   | 2.4   | 2.2   | 1.9   | 1.4   | 0.8   | 0.4   | 0.1   |
| 0.1   | 2.9   | 2.7   | 2.4   | 2.2   | 2.0   | 1.4   | 0.9   | 0.5   | 0.1   |
| 0.1   | 2.9   | 2.7   | 2.4   | 2.3   | 2.0   | 1.5   | 0.9   | 0.5   | 0.1   |
| 0.2   | 2.9   | 2.7   | 2.6   | 2.3   | 2.0   | 1.7   | 0.9   | 0.5   | 0.2   |
| 0.2   | 2.9   | 2.7   | 2.6   | 2.3   | 2.1   | 1.8   | 1.0   | 0.5   | 0.2   |
| 0.3   | 2.9   | 2.7   | 2.6   | 2.3   | 2.2   | 1.8   | 1.0   | 0.6   | 0.3   |
| 0.3   | 2.9   | 2.8   | 2.6   | 2.4   | 2.2   | 1.8   | 1.0   | 0.7   | 0.3   |
| 3     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |

الجدول (4-2) المؤشرات الاحصائية للعينة

Index	Value
Mean	1.781708
Std.Error of mean	0.08037
Median	2.088427
Mode	0.058996
Std.Deviation	0.984327
Variance	0.9689
Range	3.15837
Maximum	3.217366

4-4 اختبار حسن المطابقة

(Goodness of Fit)

لغرض معرفة هل ان البيانات في الجدول (4-1) تتبع توزيع التوزيع المختلط ( ام لا فقد تم اللجوء الى استعمال اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit) وحسب الفرضية الاحصائية الاتية :

$H_0$ : the data are (E. F)

$H_1$ : the data are not (E. F)

ولاختبار الفرضية المذكورة أنفا يتم احتساب مربع كاي (Chi – Squared Statistic) وكالاتي:

$$\chi_c^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(Q_i - E_i)^2}{E_i}$$

(Chi-Squared )

1.4.4 خطوات برنامج اختبار حسن المطابقة<sup>(8)</sup>

1. تبويب البيانات الى فئات وان  $Q_i$  تمثل قيمة المشاهدات الحقيقية .
2. حساب احتمالات تكرارات المشاهدة  $p_i$  من دالة التوزيع التجميعية (CDF) .
3. حساب التكرار المتوقع لكل فئة  $E_i = p_i \sum_{i=1}^n Q_i$  والتي تمثل القيمة المتوقعة التي تم حسابها من التوزيع النظري .
4. احتساب احصاء الاختبار  $\chi_c^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim X^2(k - 1)$  وذلك عن طريق خوارزمية جاهزة ضمن برنامج (Matlab) وفيها تم تعريف دالة التوزيع التجميعية (cdf) النظرية لهذه التوزيع ومقارنتها بدالة التوزيع التجميعية (cdf) المقدر للبيانات الحقيقية ، حيث ان  $S$  تمثل عدد الفئات ، وتطرح من درجة الحرية ، بينما اذا تم استعمال تقديرات المعلومات تصبح درجة الحرية (S-1-3) .
5. تقبل الفرضية الصفرية اذا كانت  $\chi^2$  المحسوبة أقل من  $\chi^2$  الجدولية .

وباستعمال برنامج Matlab ظهرت النتائج وفقاً للجدول التالي :

جدول (4-3) / نتائج اختبار حسن المطابقة

Distribution	$\chi_c^2$	$\chi_{table}^2$	P-Value	Decision
E.F	2.98	5.991	0.224	Accept $H_0$

ومن الجدول أعلاه تظهر قيمة  $\chi_c^2 = 2.98$  وهي أصغر من قيمة  $\chi_{table}^2 = 5.991$  الجدولية وكذلك قيمة  $(P - Value) = 0.224$  أكبر من  $(0.05)$  وعلى ضوء ذلك نقبل الفرضية الصفرية والبيانات تتوزع وفقاً لتوزيع المختلط (E.F) .

وباستعمال البرنامج ذاته كانت نتائج معايير المقارنة بين التوزيعات كالتالي :

جدول (4-4) / يبين معايير المفاضلة بين التوزيعات في تمثيل البيانات الحقيقية

Distribution	Parameter estimation	AIC	$AIC_c$	BIC
Exponential	$\hat{\theta} = 1.781$	631.86	631.89	634.88
Frecht	$\hat{\theta} = 1.701$ $\hat{\lambda} = 0.550$	867.28	867.36	861.26
E.F	$\hat{\alpha} = 1.22$ $\hat{\theta} = 2.260$ $\hat{\lambda} = 3.797$	489.63	489.80	498.66

ومن الجدول (4-4) نلاحظ ان التوزيع المختلط (E.F) كان افضل من بقية التوزيعات لأمتلاكه اقل قيمة بالنسبة لمعايير المفاضلة ، مما يعني افضليته على التوزيعات المفردة لتمثيل بيانات الدراسة .

#### 5-4 نتائج برنامج البيانات الحقيقية

بعد ان اتضح من الجانب التجريبي افضلية طريقة الإمكان الأعظم في تقدير دالة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط (E.F) ، وتبين كذلك من الجانب التطبيقي افضلية التوزيع المختلط (E.F) لتمثيل البيانات الحقيقية ، على ضوء ذلك تم تقدير دالة المعولية الضبابية وباستعمال برنامج Matlab وكما في الملحق رقم (2) وكانت نتائج التقدير كما في الجدول (4-5) ادناه

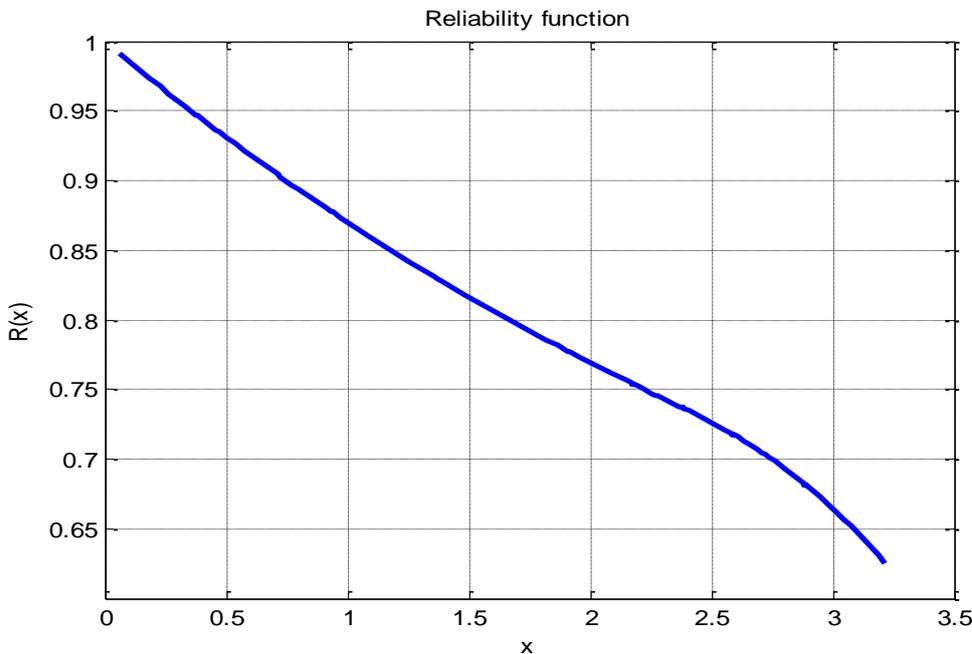
جدول (4-5) / يبين قيم دالة المعولية الضبابية ودالة معدل الفشل بعد ترتيب البيانات الحقيقية لأوقات الاشتغال لحين التوقف (تصاعدياً)

$i$	$x_i$	$\tilde{R}(x)$	$F$	$i$	$x_i$	$\tilde{R}(x)$	$F$	$i$	$x_i$	$\tilde{R}(x)$	$F$
1	0.1	0.99	0.01	32	1.4	0.81	0.19	63	2.6	0.70	0.30
2	0.1	0.98	0.02	33	1.4	0.81	0.19	64	2.6	0.69	0.31
3	0.1	0.98	0.02	34	1.4	0.81	0.19	65	2.6	0.69	0.31
4	0.1	0.98	0.02	35	1.5	0.80	0.20	66	2.6	0.69	0.31
5	0.1	0.98	0.02	36	1.7	0.78	0.22	67	2.6	0.69	0.31
6	0.2	0.97	0.03	37	1.8	0.77	0.23	68	2.6	0.69	0.31
7	0.2	0.96	0.04	38	1.8	0.76	0.24	69	2.7	0.68	0.32
8	0.3	0.96	0.04	39	1.8	0.76	0.24	70	2.7	0.68	0.32
9	0.3	0.96	0.04	40	1.9	0.76	0.24	71	2.7	0.67	0.33
10	0.3	0.95	0.05	41	1.9	0.75	0.25	72	2.7	0.67	0.33
11	0.3	0.95	0.05	42	1.9	0.75	0.25	73	2.7	0.67	0.33
12	0.4	0.94	0.06	43	2	0.75	0.25	74	2.7	0.67	0.33
13	0.4	0.94	0.06	44	2	0.75	0.25	75	2.8	0.66	0.34
14	0.5	0.93	0.07	45	2	0.74	0.26	76	2.8	0.66	0.34
15	0.5	0.93	0.07	46	2.1	0.74	0.26	77	2.8	0.65	0.35
16	0.5	0.92	0.08	47	2.2	0.73	0.27	78	2.8	0.65	0.35
17	0.5	0.92	0.08	48	2.2	0.73	0.27	79	2.9	0.63	0.37
18	0.6	0.91	0.09	49	2.2	0.73	0.27	80	2.9	0.62	0.38
19	0.7	0.89	0.11	50	2.2	0.73	0.27	81	2.9	0.62	0.38
20	0.7	0.89	0.11	51	2.2	0.73	0.27	82	2.9	0.62	0.38
21	0.8	0.88	0.12	52	2.2	0.73	0.27	83	2.9	0.62	0.38
22	0.8	0.88	0.12	53	2.3	0.72	0.28	84	2.9	0.61	0.39
23	0.8	0.87	0.13	54	2.3	0.72	0.28	85	2.9	0.60	0.40
24	0.9	0.86	0.14	55	2.3	0.72	0.28	86	3	0.58	0.42
25	0.9	0.86	0.14	56	2.3	0.72	0.28	87	3	0.58	0.42
26	0.9	0.86	0.14	57	2.4	0.71	0.29	88	3	0.56	0.44
27	1	0.86	0.14	58	2.4	0.71	0.29	89	3.1	0.55	0.45
28	1	0.86	0.14	59	2.4	0.71	0.29	90	3.2	0.50	0.50
29	1	0.85	0.15	60	2.4	0.71	0.29	91	3.2	0.49	0.51
30	1.1	0.84	0.16	61	2.4	0.71	0.29				
31	1.3	0.82	0.18	62	2.4	0.71	0.29				

**ونلاحظ من الجدول (4-5) :**

- ان الاوقات الخاصة بالأشغال لحين العطل للأجهزة الاربعة (عينة الدراسة) مقاسة بالسنوات وعلى سبيل المثال ان الزمن (0.1) تعني فترة عمل الجهاز لمدة (شهر أو اكثر من شهر بأيام) وتوقفه بعد ذلك عن العمل ، والزمن (1) يعني فترة عمل الجهاز لمدة (سنة وأكثر بأيام) وتوقفه بعد ذلك عن العمل وهذا مايفسر اختلاف نتائج المعولية الضبابية المثبتة في الجدول اعلاه للأجهزة خلال فترة التوقف ذاتها .
- تناقص قيم دالة المعولية الضبابية مع الزمن وبصورة واضحة وهذا مايطابق سلوك هذه الدالة كونها متناقصة مع الزمن .
- تزايد قيم دالة معدل الفشل مع الزمن وأيضا هذا مايتطابق والسلوك الاحصائي لهذه الدالة وبالتالي فإن احتمال بقاء الجهاز يعمل يكون متناقصاً مع مرور الزمن ، فكلما زاد زمن الاشتغال زاد احتمال توقف الجهاز عن العمل، وعلى سبيل المثال فإن احتمال بقاء الجهاز يعمل خلال سنة ونصف كان (0.80) واحتمال فشله (0.20) بينما احتمال بقاءه يعمل خلال ثلاث سنوات كان (0.58) واحتمال فشله (0.42) .

والشكل ادناه يوضح تناقص دالة المعولية الضبابية مع الزمن للبيانات الخاصة بعينة الدراسة



الشكل (4-1) / يبين تناقص دالة المعولية الضبابية مع الزمن للبيانات الحقيقية (عينة الدراسة)

# الفصل الخامس

الاستنتاجات والتوصيات

**1.5 المقدمة****(Introduction)**

في هذا الفصل سيتم عرض الاستنتاجات والتوصيات التي توصل اليها الباحث على ضوء ماتم دراسته وبحثه في الجانبين التجريبي (Simulation) والتطبيقي (Applied) وكالتالي :

**2.5 الاستنتاجات****(Conclusion)**

- 1) عمل الباحث على استخدام معلمة الخلط وذلك بأدخالها على التوزيعات المفردة وهما التوزيع الأسّي وتوزيع (Frecht) مما نتج عنه التوزيع المختلط (الأسّي - فريجت) وثم اثبات إن التوزيع احتمالي .
- 2) أظهرت نتائج الجانب التجريبي :

- أ. أفضلية طريقة العزوم في تقدير المعولية الضبابية للعينات الصغيرة والمتوسط ، بينما كانت الأفضلية لطريقة لإمكان الأعظم عند حجم العينات الكبيرة .
  - ب . تناقص قيم المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ تدريجياً بزيادة حجم العينة وكذلك تناقص قيم دالة المعولية الضبابية تدريجياً بزيادة الزمن وهذا ما يتطابق مع ماتم عرضه في الجانب النظري .
  - ج . النماذج التي تكون فيها معلمة الشكل ( $\lambda$ ) تساوي معلمة القياس ( $\theta$ ) تكون الأفضلية في طرائق التقدير لطريقة لإمكان الأعظم (Mle) وبنسبة كبيرة جداً ثم طريقة العزوم بينما النماذج التي تكون فيها معلمة الشكل ( $\lambda$ ) أكبر أو أصغر من معلمة القياس ( $\theta$ ) تكون الأفضلية في طرائق التقدير لطريقة لإمكان الأعظم (Mle) وبنسبة طفيفة جداً ثم طريقة العزوم .
  - د. إن أفضل مديات انتماء لبيانات التي تتبع التوزيع المختلط (E.F) للمجموعات الضبابية كانت عند درجة انتماء (0.7) استناداً لقيم للمؤشر الاحصائي (Mse) .
- 3) أبرزت نتائج الجانب التطبيقي :

- أ. من خلال المقارنة بين معايير المفاضلة بين التوزيعات كانت الأفضلية واضحة التوزيع المختلط على التوزيعات المفردة (Exponentail) و (Frecht) في تمثيل البيانات الحقيقية .
- ب . تزايد قيم دالة معدل الفشل مع الزمن وبالتالي فإن احتمال بقاء الجهاز يعمل يكون متناقصاً مع مرور الزمن ، فكلما زاد زمن الاشتغال زاد احتمال توقف الجهاز عن العمل .

**(Recommendations)****3.5 التوصيات**

على ضوء الاستنتاجات يوصي الباحث بمايلي :-

- 1) استعمال أنواع جديدة من التوزيعات المختلطة وذلك لما تمتاز به هذه التوزيعات من كفاءة ومرونة عالية في تمثيل بيانات أوقات الاشتغال .
- 2) استعمال طرائق تقدير اخرى كـ(الطريقة البيزية ، العزوم الخطية ، وايت ، ... الخ ) .
- 3) تطبيق النموذج المختلط المقترح (الأسّي – فريجت ) في الجوانب الصناعية والهندسية والطبية .
- 4) استعمال الأرقام الضبابية مثل الرقم الضبابي شبه المنحرف ، أو الرقم الضبابي المثلي أو غيرها من الأرقام الضبابية .
- 5) اعتماد نتائج الدراسة من قبل جهة البيانات ( وزارة الداخلية ) وأستعمال التوزيع المختلط الجديد (الأسّي – فريجت ) في معرفة عمر اجهزة الاتصالات ومنها جهاز الموتورلا .

# المصادر

- (1) أوجي ، زينة ياوز عبد القادر ، (2009) ، " مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية للتوزيع الأسي باستخدام المحاكاة مع تطبيقها على الشركة العامة للصناعات الكهربائية " ، اطروحة دكتوراه ، جامعة بغداد ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.
- (2) البدري ، فاتن فاروق ،(2010) " مقارنة طرائق تقدير معلمات ومعولية التوزيع الأسي المختلط باستخدام المحاكاة " ، مجلة القادسية لعلوم الحاسبات والرياضيات ، المجلد : (2) ، العدد : (2) ، صفحة : (1-28).
- (3) البياتي، خضر نصيف جاسم (2012) " مقارنة طرائق تقدير دالة المعولية للتوزيع الأسي الخليط بأستعمال المحاكاة " اطروحة دكتوراه ، كلية الادارة و الاقتصاد ، جامعة بغداد ، قسم الاحصاء .
- (4) حسن ،ضوية سلمان , واخرون (2008) "استخدام المقدر المقلص في تقدير معلمة الشكل لتوزيع ويبيل" ، مجلة جامعة النهرين المجلد :11, العدد:3 ، ، صفحة (73-78) .
- (5) حسين،علي ناصر (2015) " ايجاد الخوارزمية الكفوءه في تقدير معلمات توزيع ويبيل المختلط (تطبيق على سرعة الرياح في العراق) " ، جامعة بغداد ، كلية الادارة و الاقتصاد – قسم الاحصاء.
- (6) رشيد , هدى عبد الله , واخرون (2012) , "مقارنة بعض مقدرات بيز لدالة المعولية لنموذج ويبيل عند دوال خسارة مختلفة" مجلة كلية العلوم – جامعة بغداد , مجلد:2, العدد:53 ، صفحة (362-366)
- (7) السلطاني، شروق احمد كريم (2005)، "دراسة ميزات التوزيعات المختلطة"، رسالة ماجستير، الجامعة المستنصرية ، كلية العلوم ، قسم الرياضيات .
- (8) صالح ، احمد علوان ، (2016) ، " تقدير دالة المخاطرة لتوزيع (*Quasi – Lindely*) بحث مقارن مع تطبيق عملي " ، رسالة ماجستير ، جامعة بغداد ، كلية الادارة والاقتصاد ، قسم الاحصاء .

9) الصفرائي ، حاجم دحام ، (2013) " ادارة وتقويم مشروع الممر الثاني لطريق سماوة – ناصرية بأستعمال اسلوب بيرت الضبابي " رسالة ماجستير في بحوث العمليات ، جامعة بغداد ، كلية الادارة والاقتصاد ، قسم الاحصاء .

10) علي ، بشار خالد ، (2018) " أختيار أفضل تقدير للمعولية الضبابية لتوزيع فريجت" رسالة ماجستير في علوم الاحصاء ، جامعة كربلاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، قسم الاحصاء .

11) كاظم ، اسامة عبد العزيز ،(2018) " تقدير الدالة المعولية لبيانات مراقبة تخضع توزيع وييل" رسالة ماجستير في علوم الاحصاء ، جامعة كربلاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، قسم الاحصاء .

12) محمد ، جاسم محمد ، (2005) ، " عدم التأكد أنواعه ونظريات معالجته " ، مجلة كلية الرافدين الجامعة للعلوم ، العدد : (17) ، صفحة : (114-125).

13) نصر الله ، مهدي وهاب ، (2015) " بناء توزيع أسي- باريتو الموزون مع تطبيق عملي" أطروحة دكتوراه في علوم الاحصاء ، جامعة كربلاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، قسم الاحصاء .

14) نعمان ، انعام عبد الرحمن (2012) " تصميم خطط عينات القبول للشركة العامة للصناعات الالكترونية باستخدام التوزيع الاسي " اطروحة دكتوراه ، جامعة بغداد ، كلية الادارة والاقتصاد ، قسم الاحصاء .

15) هرمز ، أمير حنا ، (1990) ، " الاحصاء الرياضي " ، كتاب منهجي ، دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل .

16) هرموش ، عذراء كامل ، (2015) ، " استعمال اسلوب Bayes وتحويلات Mellin لتقدير دالتي المعولية والاتاحية في حالة وجود بيانات ضبابية مع تطبيق عملي " ، رسالة ماجستير ، جامعة بغداد ، كلية الادارة والاقتصاد .

## Foreign Refrence

- 17) Bakouch ,H.S., Al-Zahrani, B.M., Ali A. Al-Shomrani , Vitor A.A. Marchi,F, Louzada,(2012) ,"An extended Lindley distribution " , Journal of the Korean Statistical Society , Vol.8, No.1 , page (75-85) .
- 18) Baloui, Ezzatallah, (2011), "An Evaluation of the Systems Reliability Using Fuzzy Lifetime Distribution", Journal of Applied Mathematics, Islamic Azad University of Lahijan, Vol.8, No.1, page (73-80) .
- 19) Bohdan S. Butkiewicz, (2003) , " fuzzy – evidence approach to uncertainty modeling and reliablity " , warsaw university of technology , institute of electronic systems , ul . nowowiejska , Vol.15, No.16 , page (75-85) .
- 20) Buckley, J.J, (2006), "Fuzzy Probability and Statistics", Springer-Verlag Berlin Heidelberg ,page (85-93).
- 21) Casals, M,A ,Gil & P Gil . (1986) , " The Fuzzy decision problem as approach to the point estimation problems with fuzzy information " , European J . operational Research,Vol.27,No 3,Page (371-378) .
- 22) Chen Shyi-Ming , (1997) , " Fuzzy System Reliability analysis based on Vague Set Theory " ,IEEE Journals & Magazines, IEEE , Vol.15, page (1650-1655).
- 23) Chen, Guanrong; Tat, Trung, (2001), "Introduction to Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Control Systems", Boca Raton London New York Washington, Vol.54,No 6,Page (102-103) .
- 24) Ching-Hsue Cheng ,(1996),"Fuzzy Reliability baed on GERT "Department of mathematics " , Chinese Military Academy,Fengshan,Kaohsiung,830 Taiwan Republic of China , Vol.36,No 10,Page (1557-1563) .
- 25) Chung Wu.Hsien,(2004),"Fuzzy reliability estimation using Bayesian approach",Computers & Industrial Engineering, Vol. 46, No3, page(467-493).
- 26) Denoeux, Thierry, (2011), "Maximum likelihood estimation from fuzzy data using the EM algorithm", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 183, No 1, page (72–91)

- 27) Falls, L.W. (1970) "Estimation Of Parameters In Compound Weibull Distribution" *Technometrics*, Vol.12, No.2, page (399- 407) .
- 28) Farahat ; M. Al-Shammari ; (2004) ; " Power system reliability evaluation and quality assessment by fuzzy logic technique ", *IeeeXplore*, Vol.1, Page(478-483).
- 29) Frank J. F, and Sergio M. F, and Svetlozar T. R, and Bala G. A, (2014), "Model Selection Criterion:AIC and BIC" , 2014 John Wiley & Sons, Inc Published by John Wiley & Sons, Inc, Vol.95, No.3, page (631- 636) .
- 30) Gary Harlow, (2002), " Applications of the Frechet distribution function" , *Int. J. of Materials & Product Technology*, Vol. 17, No.5-6, page (482-495).
- 31) Ghitany , M.E. , Al-Mutairi , D.K. & Nadaraja , S. (2008) ."Zero-truncated Poisson-Lindley distribution and its application" , *Mathematics and Computers in Simulation* , Vol. 79 ,No.3, page (279-287).
- 32) Harish Garg\*, S.P. Sharma and Monica Rani, (2013)," Weibull fuzzy probability distribution for analyzing the behaviour of pulping unit in a paper industry" . *Int. J. Industrial and Systems Engineering*, Vol. 14, No. 4 , page (395-413).
- 33) Ibrahim , Nathier & A. Mohammed, Hussein, (2017), "Parameters and Reliability Estimation for the Fuzzy Exponential Distribution", *American Journal of Mathematics and Statistics*, , Vol. 12 ,No.1, page (31-42).
- 34) Kao, H.K (1959) "A Graphical Estimation of Mixed Weibull Parameters in Life Testing of Electron Tubes " *American Statistical Association and American Society for Quality*, Vol.1, No.4, page (389-407).
- 35) Kathryn, J.B. (2006), "Mixtures of Exponential Distributions To Describe the Distribution of poisson means In Estimating the number of unobeseved classes" presented to the Faculty of the Graduate school of Cornell University .

- 36) kumar.Amit,Shiv. Prasad Yadav & Kumar.Surendra ,(2006),"Fuzzy Reliability of a Marine Power Plant Using Interval Valued Vague Sets",International jornal of Applied Science and Engineering ,Vol.4,No.1, page (71-82).
- 37) Liberatore M.J., and Connelly J.F., (2001), "Applying fuzzy logic to critical path analysis", Volume 1, Management of Energy and Technology, Portland International Conference, ,Vol.1,No. 199, page (419).
- 38) Mosler, K. and Scheicher, C. (2004) "Homogeneity Testing in A Weibull Mixture Model" [wiso.fak/wisostatsem/publications/Htiawmm/www.uni-koelnde/wmlx.Pdf](http://www.uni-koelnde.de/wmlx/Pdf).
- 39) AL - Nasser.Abdul majeed hamza, (2009),"An introduction to statistical reliability", Ithraa publishing & distribution-Amman, University book shop-AL-Sharjha, Elmia book stores-Al-Khabor.
- 40) Pak ,Abbas , (2016)," Inference for the Shape Parameter of Lognormal Distribution in Presence of Fuzzy Data ",Vol.12, No.1, page (89-99).
- 41) Pak ,Abbas ; (2017)," Statistical inference for the parameter of Lindley distribution based on fuzzy data" Brazilian Journal of Probability and Statistics, Vol. 31, No. 3, page (502–515).
- 42) Papadopoulos, A.S. & Padget, W.J. ,(1986), "On Bayes estimation for Mixtures of two exponential life Distributions from Right censored samples" IEEE , Vol . R – 35, No .1, Page (633-643).
- 43) Schnatter , Sylvia fruhwrith , (1993 ) , " On fuzzy Bysian inference" institute fur stastik , wirtsch – a ftsunniversitat wien , Vol. 60, No. 1, page (41–58).
- 44) Shanker R., and Mishra A. (2013) "A quasi Lindley distribution" ,African Journal of Mathematics and Computer Science Research,Vol.6,No.4, page(64-71).

- 45) Tanrioven, M. , Wu, Q.H , Turner, D.R , Kocatepe, C , Wang, J. , (2004), " A new approach to real-time reliability analysis of transmission system using fuzzy Markov model " , International Journal of Electrical Power & Energy Systems, Vol. 26 ,No.10, Pages ( 821-832) .
- 46) Titterngton, D.M. et.al (1985) " A statistical Analysis of Finite Mixture Distributions " \_Wiley.
- 47) AL-Wakeel , A.A. (2014) " Monte Carlo Estimation of the Parameters of Two Component Mixture Weibull Distribution" International Journal of innovative Science ,Engineering & fechnoinpy,Vol.8,No.1,page (165-184).
- 48) Zadah, L.A.,(1965), "Fuzzy Sets" Information and control, Department of Electrical Engin eering and Electronics Research Laboratory,University of California , Berkeley , Vol.8,No.3,page (338-353).
- 49) Zhou jing-li,HU Ming &Jiang Ming,(2007),"Fuzzy reliability of an iscsi-based disk array system",Journal of communication and computer Vol.4,No.7,page (37-42).

الملاحق

## A الملحق

### برنامج محاكاة الجانب التجريبي

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc
clear
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
N=[25 50 75 100];%%%%%%%%%sample size
th1=[2 3 3.6 3.5];%%%%%%%%%theta
alpha1=[2.5 1.5 1.25 2];%%%%%%%%%alpha
lamda1=[3.5 3.5 3.5 4];%%%%%%%%lamda
rr=50;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
k=[0.3 0.7 0.9];
for i1=2:2%%%%%%%%%loop sample size
for i2=1:1%%%%%%%%%loop theta
for i3=1:1%%%%%%%%%loop alpha
for i4=1:1 %%%%%%%%%%loop lamda
for ik=1:1 %%%%%%%%%%loop k
n=N(i1);th=th1(i2);alpha=alpha1(i3);k=k(ik);lamda=lamda1(i4);
%%%%%%%%% generate data
for q=1:rr
u=rand(1,n);
v=exprnd((1/th),1,n);
w=(th./((log(1./u)).^(1/lamda)));
for i1=1:n
if u(i1)<=(alpha/(alpha+1))
t1(i1)=v(i1);
else
t1(i1)=w(i1);
end
end
x=sort(t1);
y=0.1:0.2:2;
Rreal(q,:)=1-(((alpha./(alpha+1)).*(1-(exp(-y./th))))+...
((1./(alpha+1)).*(exp(-(th./y).^lamda))));
%%%%%%%%%mle
%ml=abs(fsolve(@(z)MLE(x,z,n),[th alpha lamda],optimset('tolx',1e-
15)));
mle1=MLE(th,alpha,lamda);
th_mle(q)=mle1(1);alpha_mle(q)=mle1(2);lamda_mle(q)=mle1(3);
R_mle(q,:)=1-(((alpha_mle(q)./(alpha_mle(q)+1)).*(1-(exp(-
y./th_mle(q)))))+...
((1./(alpha_mle(q)+1)).*(exp(-(th_mle(q)./y).^lamda_mle(q)))));
mse_mle(q,:)=(Rreal(q,:)-R_mle(q,:)).^2;
%%%%%%%%%mom
mom=MOM1(th,alpha,lamda);
th_mom(q)=mom(1);alpha_mom(q)=mom(2);lamda_mom(q)=mom(3);
R_mom(q,:)=1-(((alpha_mom(q)./(alpha_mom(q)+1)).*(1-(exp(-
y./th_mom(q)))))+...
((1./(alpha_mom(q)+1)).*(exp(-(th_mom(q)./y).^lamda_mom(q)))));
mse_mom(q,:)=(Rreal(q,:)-R_mom(q,:)).^2;
%%%%%%%%%method of pecentiles Estimation
i=1:n;
pi=(i-0.3)/(n+0.25);z=[th alpha lamda];
per=PER1(th,alpha,lamda);
th_per(q)=per(1);alpha_per(q)=per(2);lamda_per(q)=per(3);
```



```

    '' 'mle' mean(th_mle) mean(alpha_mle)...
mean(lamda_mle);'' 'mse_mle' mean((th_mle-th).^2) mean((alpha_mle-
alpha).^2)...
mean((lamda_mle-lamda).^2);'' 'mom' mean(th_mom) mean(alpha_mom)...
mean(lamda_mom);'' 'mse_mom' mean((th_mom-th).^2) mean((alpha_mom-
alpha).^2)...
mean((lamda_mom-lamda).^2);'' 'per' mean(th_per) mean(alpha_per)...
mean(lamda_per);'' 'mse_per' mean((th_per-th).^2) mean((alpha_per-
alpha).^2)...
mean((lamda_per-lamda).^2);'' 'sh' mean(th_sh) mean(alpha_sh)...
mean(lamda_sh);'' 'mse_sh' mean((th_sh-th).^2) mean((alpha_sh-
alpha).^2)...
mean((lamda_sh-lamda).^2)};
end
xlswrite('data.xlsx',table,'section1')%%%%%%%%%%Excel R
xlswrite('data.xlsx',para,'section2')%%%%%%%%%%Excel para
%%%%%%%%%%plot
plot((Rreal'),'--k')
hold all
grid on;
plot((R_mle),'*-b','linewidth',2.5)
plot((R_mom),'-og','linewidth',2.5)
plot((R_per),'*-r','linewidth',2.5)
%plot((R_ols),'-om','linewidth',2.5)
plot((R_sh),'*-y','linewidth',2.5)
xlabel('time')
ylabel('R(x)')
legend('Rreal','R_mle','R_mom','R_per','R_sh')
end
end
end
end
end
%%%%%%%%%preferences%%%%%%%%%

```

## الملحق B

### برنامج رسم دوال

1. الكتلة الاحتمالية P.d.f
2. التجميعية C.d.f
3. المعولية R
4. معامل الاختلاف C.V
5. معامل الالتواء
6. معامل التفلطح

```
clc
clear
th1=[0.5 1 1.5 ];
alpha1=[2 2.5 2 ];
lamda1=[0.7 .9 1.3];
%randn('state',0)
%rand('state',0)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% pdf function
x=0: 0.5: 10;
figure(1)
for j=1:3
    th=th1(j);alpha=alpha1(j);lamda=lamda1(j);
    pdf=((alpha.*exp(-x./th))+(lamda.*((th./x).^lamda+1)).*(exp(-(th./x).^lamda))))./...
        ((alpha+1).*th);
    hold all
    a=plot(x,pdf);
    grid on;
    if j==1
        set(a,'color','black','linewidth',2.5)
    end
    if j==2
        set(a,'color','blue','linewidth',2.5)
    end
    if j==3
        set(a,'color','r','linewidth',2.5)
    end
end
xlabel('x');
ylabel('y=f(x)');
title('pdf function')
legend('th=0.5 alfa=1 lamda=0.6','th=1 alfa=1 lamda=0.9','th=1.5
alfa=5 lamda=1.2')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%cdf
figure(2)
for j=1:3
    th=th1(j);alpha=alpha1(j);lamda=lamda1(j);
    cdf=((1./(alpha+1)).*((alpha.*(1-exp(-x./th))).*(exp(-(th./x).^lamda)))));
    hold all
    a=plot(x,cdf);
```

```

grid on;
if j==1
    set(a, 'color', 'black', 'linewidth', 2.5)
end
if j==2
    set(a, 'color', 'blue', 'linewidth', 2.5)
end
if j==3
    set(a, 'color', 'r', 'linewidth', 2.5)
end
end
xlabel('x');
ylabel('y=F(x)');
title('cdf function')
legend('th=0.5 alfa=1 lamda=0.6', 'th=1 alfa=1 lamda=0.9', 'th=1.5
alfa=5 lamda=1.2')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%R-function
figure(3)
for j=1:3
    th=th1(j); alpha=alpha1(j); lamda=lamda1(j);
    R=1-((1./(alpha+1)).*(alpha.*(1-exp(-x./th)).*(exp(-
(th./x).^lamda)))));
hold all
a=plot(x,R);
grid on;
if j==1
    set(a, 'color', 'black', 'linewidth', 2.5)
end
if j==2
    set(a, 'color', 'blue', 'linewidth', 2.5)
end
if j==3
    set(a, 'color', 'r', 'linewidth', 2.5)
end
end
xlabel('x');
ylabel('y=R(x)');
title('R function')
legend('th=0.5 alfa=1 lamda=0.6', 'th=1 alfa=1 lamda=0.9', 'th=1.5
alfa=5 lamda=1.2')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%mode
th=0.5;
alpha=2;
lamda1=[0.5 1 2 ];
figure(4)
for j=1:3
    lamda=lamda1(j);
    pdf=(alpha.*exp(-x./th)+(lamda.*((th./x).^lamda+1)).*(exp(-
(th./x).^lamda)))/...
        ((alpha+1).*th);
hold all
a=plot(x,pdf);
grid on;
if j==1
    set(a, 'color', 'black', 'linewidth', 2.5)
    mod1=- (th.*((lamda+1)./lamda).^ (1/lamda));
end
if j==2
    set(a, 'color', 'blue', 'linewidth', 2.5)
    mod2=- (th.*((lamda+1)./lamda).^ (1/lamda));
end
end

```

```

if j==3
    set(a, 'color', 'r', 'linewidth', 2.5)
    mod3=- (th.*((lamda+1)./lamda).^(1/lamda));
end
end
xlabel('x');
ylabel('y=f(x)');
title('mode')
legend(' lamda=1, mod1=-4.5' , ' lamda=2,mod2=-1 ' , ' lamda=0.5,mod3= -
0.6124')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%The coefficients of variation
th=0.5;
alpha=[0:.1:10];
lamda=2.3;
figure(5)
cv=real(sqrt((1./(alpha+1)).*(alpha.*th.^2)+((th.^2).*gamma(1-
(2./lamda)))-...
((th.^2).*gamma((1-
(1./lamda)).^2)))))./(1./(alpha+1)).*(alpha.*th)+...
((th).*gamma(1-(2./lamda))));
a=plot(cv, 'b', 'linewidth', 2.5);
grid on;
xlabel('alpha');
ylabel('cv');
title('The coefficients of variation')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Skewness
th=1.5;
alpha=[0:.1:10];
lamda=3.5;
figure(6)
S=real(((1./(alpha+1)).*(2.*alpha.*(th.^3))+2.*(th.^2).*gamma((1-
(1./lamda)).^3))...
-(3.*(th.^2).*gamma((1-(1./lamda))).*gamma((1-(2./lamda))))+...
(th.^3).*gamma((1-
(3./lamda)))))./(((1./(alpha+1)).*(alpha.*(th.^2)+...
(th.^2).*gamma((1-(2./lamda)))-gamma((1-(1./lamda)).^2))))).^ (3/2));
a=plot(S, 'k', 'linewidth', 2.5);
grid on;
xlabel('alpha');
ylabel('S');
title('Skewness')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Kurtosis
th=1.5;
alpha=[0:.1:10];
lamda=5;
figure(7)
K=real(((1./(alpha+1)).*(9.*alpha.*(th.^4)-3.*(th.^4).*gamma((1-
(1./lamda)).^4)+...
6.*(th.^4).*gamma((1-(1./lamda)).^2).*gamma((1-(2./lamda)))-
4.*(th.^3)...
.*gamma((1-(3./lamda)))+(th.^4).*gamma((1-
(4./lamda)))))./(((1./(alpha+1)).*(alpha.*(th.^2)+...
(th.^2).*gamma((1-(2./lamda)))-gamma((1-(1./lamda)).^2))))).^ (2));
a=plot(K, 'm', 'linewidth', 3.5);
grid on;
xlabel('alpha');
ylabel('K');
title('Kurtosis')

```

## C الملحق

### برنامج الجانب التطبيقي

```
%-----ali---%
clc
clear all
filename = 'data';
x1=xlsread(filename);
lamda=3.5;alpha=1.5;th=3;
n=length(x1);
%-----godness of fit -----%
C=@(x1) (((alpha./(alpha+1)).*(1-(exp(-
x1./th))))+(1./(alpha+1)).*(exp(-(th./x1).^lamda)));
[h,p,stats]=chi2gof(x1,'cdf',C,'nparams',3)
C1=@(x1) (1-exp(-x1/th));
[h_exp,p_exp,stats]=chi2gof(x1,'cdf',C1,'nparams',1)
C2=@(x1) (exp(-(th./x1).^lamda));
[h_f,p_f,stats]=chi2gof(x1,'cdf',C2,'nparams',2)
%-----%
L=((alpha.*exp(-x1/th)+(lamda/th).*(th./x1).^lamda+1).*(exp(-
(th./x1).^lamda)))/...
((alpha+1).*th).^n;
AIC_ef=(-2*log(L)+2*3);AIC_ef=min(AIC_ef);
AICc_ef=AIC_ef+((2*3*4)/(n-3-1));
BIC_ef=-2*log(L)+3*log(n);BIC_ef=min(BIC_ef);
L_exp=(1/(th.^n)).*exp(-sum(x1)/th);
AIC_exp=(-2*log(L_exp)+2*1);
AICc_exp=AIC_exp+((2*1*2)/(n-1-1));
BIC_exp=-2*log(L_exp)+1*log(n);
Lf=((lamda.^n).*(th.^n*lamda)).*(prod(x1.^(-(lamda+1))))*exp(-
sum((th/x1).^lamda));
AIC_f=abs(-2*log( 1.5703e+189)+(2*2));
AICc_f=AIC_f+((2*2*3)/(n-2-1));
BIC_f=abs(-2*log( 1.5703e+189)+(2*log(n)));
%-----%
x=x1([5:95],:);
pdf=@(x1,lamda,th,alpha) abs((alpha./(alpha+1)).*(1/th).*(exp(-
x1./th))+...
(1./(alpha+1)).*(lamda/th).*(th./x1).^lamda+1).*(exp(-
(th./x1).^lamda));
cdf=@(x1,lamda,th,alpha) (((alpha./(alpha+1)).*(1-(exp(-
x1./th))))+(1./(alpha+1)).*...
(exp(-(th./x1).^lamda)));
phat=mle(x1,'pdf',pdf,'cdf',cdf,'start',[lamda,th,alpha]);
pdf_exp=@(x,th) (1/th).*exp(-x/th);
cdf_exp=@(x,th) (1-exp(-x/th));
phat_exp=mle(x,'pdf',pdf_exp,'cdf',cdf_exp,'start',th);
pdf_f=@(x,lamda,th) ((lamda./th).*((th./lamda).^lamda+1)).*...
(exp(-(th./x).^lamda))+1);
cdf_f=@(x,lamda,th) (exp(-(th./x).^lamda));
phat_f=mle(x,'pdf',pdf_f,'cdf',cdf_f,'start',[lamda,th]);
mean=mean(x);std.error=std(x)/sqrt(n);median=median(x);mode=mode(x);v
ariance=var(x);
range=range(x);std.Deviation=sqrt(variance);maximum=max(x);
%-----%
y=x*0.7;
R_real=1-(((phat(3)./(phat(3)+1)).*(1-(exp(-
y./phat(2)))))+(1./(phat(3)+1)).*...
(exp(-(phat(2)./y).^phat(1)))));
```

```

Fx=(( (phat(3) ./ (phat(3)+1)) .* (1-(exp(-
y./phat(2)))))+(1./ (phat(3)+1)) .*...
(exp(-(phat(2) ./y) .^phat(1)))));
fx=abs((alpha./ (alpha+1)) * (1/th) * (exp(-y./th))+...
(1./ (alpha+1)) .* (lamda/th) .* (th./y) .^ (lamda+1) .* (exp(-
(th./y) .^lamda)));
H=sort(((alpha./ (alpha+1)) * (1/th) * (exp(-
y./th))+1./ (alpha+1)) .* (lamda/th) .*...
(th./y) .^ (lamda+1) .* (exp(-(th./y) .^lamda)))) ./...
(1-(((phat(3) ./ (phat(3)+1)) .* (1-(exp(-
y./phat(2)))))+(1./ (phat(3)+1)) .*...
(exp(-(phat(2) ./y) .^phat(1)))))));
%H=sort(H([1:91],:));
%-----%
% R_real=R_real([5:95],:);
n=91;
table(1,:)={'x' 'R_real' '' '' '' '' '' '' ''};
for i=1:n
table(i+1,:)={x(i) R_real(i) '' '' '' '' '' '' ''};
end
table(n+2,:)={'Index' 'Value' '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+3,:)={'mean' mean '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+4,:)={'std.error' std.error '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+5,:)={'median' median '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+6,:)={'mode' mode '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+7,:)={'std.Deviation' std.Deviation '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+8,:)={'variance' variance '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+9,:)={'range' range '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+10,:)={'maximum' maximum '' '' '' '' '' '' ''};
table(n+11,:)={'distribution' 'p-value' 'decision' '' '' '' '' ''};
table(n+12,:)={'exponential distribution' p_exp 'reject H0' '' '' ''
'' ''};
table(n+13,:)={'Frecht distribution' p_f 'reject H0' '' '' '' '' ''};
table(n+14,:)={'E.F. distribution' p 'accept H0' '' '' '' '' ''};
table(n+15,:)={'distribution' 'Parameter estimation' 'lamda' 'th'
'alpha' 'AIC' 'AICc' 'BIC' };
table(n+16,:)={'exponential distribution' '' '' phat_exp ''
AIC_exp AICc_exp BIC_exp};
table(n+17,:)={'Frecht distribution' '' phat_f(1) phat_f(2) '' AIC_f
AICc_f BIC_f};
table(n+18,:)={'E.F. distribution' '' phat(1) phat(2) phat(3) AIC_ef
AICc_ef BIC_ef};
table2(1,:)={'R' 'F' 'H'};
for i=1:n
table2(i+1,:)={R_real(i) Fx(i) H(i) };
end
xlswrite('data.xlsx',table2,'section2')
xlswrite('data.xlsx',table,'section3')
plot(x,R_real,'linewidth',2.5)
grid on;
xlabel('x')
ylabel('R(x)')
title('Reliability function')

```

## **Abstract: -**

In this thesis, a recent idea was identified, which is the idea of building the probability function of the new proposed distribution (exponential - frecht) by mixing two single distributions, namely the exponential distribution and the frecht distribution by using a parameter known as the mixing ratio parameter to result in the mixed probability distribution (exponential - frecht), which is characterized by With flexibility, efficiency and preference over individual distributions in representing data, the message also aimed to study failure times, in which randomness and fuzziness are often a mixture of them, and are expressed in fuzzy numbers, which means estimating the fuzzy reliability function for it and under certain affiliation ranges for the fuzzy groups.

To achieve this, the thesis was divided into two aspects (theoretical and applied) and the theoretical aspect included generating random data using the method of rejection and acceptance, for different sizes of samples, as well as choosing different values for the distribution parameters by four models, with the aim of giving a clear idea of the measures and their behavior in the event these values change , And the statistical scale averaging the squares of error was used to compare the methods used to estimate the fuzzy reliability function in this message.

The study came out with several results, the most important of which is the expansion of the use of new types of mixed distributions and the recommendation that the study outputs be approved by the department from which the data were collected .

Republic of Iraq  
Ministry of higher Education and Scientific  
Research  
University of Karbala  
Faculty of Administration and Economics  
Department of statistics



## Building Probability function of Mixed distribution ( Exponentail-Frecht) to Estimate Fuzzy of Reliability Function

A Thesis Submitted to  
Council of The Administration and Economics/ Karbala University  
as Partial fulfillment of the Requirements for the Degree of Master  
of Science in Statistics

Researcher

**Ali Mithe Hafedh**

Supervised By

**Ass. Prof. Dr. Mahdi Wahab Ne'ama Naser Allah**

2020

1441