



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الإدارة و الاقتصاد
قسم الاحصاء

**تقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم
مع تطبيق عملي**

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء
تقدمت بها

سلوى نعيم جميل السلمان

باشـراف

أ.م.د مهدي وهاب نصر الله

2020 م

1441 هـ

كربلاء المقدسة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا

إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَلِيُّ الْعَظِيمُ

{البقرة: آية 32}

الإهداء

إلى...

الذي لاتراه العيون ولايوصفه الواصفون ولايعده العادون ولايغفل عن ذكره الذاكرون

الله جل وعلا...

بسمة الزمان وضياء الكائنات البحر الزاخر والعلم الظاهر رسول الهدى

محمد وآله الأطهار...

سيد الشهداء الإمام الحسين ... قمر الأقطار أبي الفضل العباس

عليهما السلام...

قدوتي في الحكمة صاحب القلب الكبير معلمي وملهمي أبي العزيز رحمه الله..

أنشودتي في الحياة صاحبة أجمل الكلمات واصدق الدعوات وغايتي رضاها

سر نجاحي و بلسم جراحي فداها روعي

أمي الحبيبة ...

مَنْ غرس حب العلم ومنه تعلمت ان لامستحيل في سبيل الابداع والرقى

وأن سر التميز هو الثبات على الهدف

أ.م.د. مهدي وهاب نصر الله ...

من ساندي وآزرنى مودة منه ورحمة مؤنسى ورفيق حياتي

زوجي الغالى ..

أحبائي أخواتي و إخوتي واخص منهم أخي الشهيد وكل من دعا لي بالخير

اهدي ثمرة جهدي...

الباحثة

شكر وامتنان

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿لِنِ شَكَرْتُمْ لَأَزِيدَنَّكُمْ﴾

صدق الله العلي العظيم

{سورة ابراهيم: الاية 7}

الحمد لله الفاشي في الخلق امره وحمده ،الظاهر بالكرم مجده ،الذي لاتنقص خزائنه ،
ولاتزيده كثرة العطاء الا جودا وكرما وهو العزيز الوهاب .

يسعدني ويشرفني وقد انتهيت من إعداد هذه الرسالة أن أتقدم بوافر شكري وخالص
تقديري إلى أستاذي الفاضل (أ.م.د مهدي وهاب نصر الله) لقبوله الاشراف على هذه
الرسالة بجهوده القيمة في التوجيه والمساعدة في اتمام هذه الرسالة وادعو الله له
بالصحة ودوام العافية انه سميع مجيب .

كما أتقدم بجزيل الشكر والتقدير الى أساتذتي الكرام رئيس واعضاء لجنة المناقشة
لتفضلهم بالموافقة على مناقشة هذه الرسالة وتقويمها .

كما اتوجه بشكري وتقديري الى رئيسة قسم الاحصاء واساتذة وموظفي قسم الاحصاء
والصديقات والزملاء في مرحلة الدراسة كافة .

ومن الله التوفيق ...

الباحثة

قائمة المحتويات

رقم الصفحة	عنوان الفقرة	الفقرة
أ		الآية القرآنية
ب		الاهداء
ج		الشكر والامتنان
1		المستخلص
1-2		المقدمة
3-9	الفصل الأول : منهجية الرسالة	
3	تمهيد	1-1
3	مشكلة الرسالة	2-1
3-4	هدف الرسالة	3-1
4-9	الاستعراض المرجعي	4-1
10-32	الفصل الثاني: الجانب النظري	
10	تمهيد	1-2
10-12	دالة البقاء	2-2
12-13	دالة المخاطرة	3-2
13-17	توزيع بيركس المعمم	4-2

17-18	الوسط الحسابي والتباين والعزم الرائي	1-4-2
18	الربيعيات	2-4-2
18	الإحصاءات المرتبة	3-4-2
19	طرائق التقدير	5-2
19	الطرائق التقليدية	1-5-2
19-20	طريقة الإمكان الأعظم	1-1-5-2
21-22	طريقة المربعات الصغرى	2-1-5-2
23	الطرائق البيزية	2-5-2
23-28	طريقة بيز القياسية	1-2-5-2
29-32	طريقة بيز غير المعلوماتية	2-2-5-2
33-76	الفصل الثالث: الجانب التجريبي	
33	تمهيد	1-3
33-35	مفهوم المحاكاة	2-3
35	وصف تجربة المحاكاة	3-3
35-36	المرحلة الاولى : تحديد القيم الافتراضية	1-3-3
37	المرحلة الثانية : توليد البيانات	2-3-3
37	المرحلة الثالثة : ايجاد التقديرات	3-3-3
37-38	المرحلة الرابعة : المقارنة بين الطرائق	4-3-3

38-76	تحليل نتائج المحاكاة	4-3
77-92	الفصل الرابع : الجانب التطبيقي	
77	تمهيد	1-4
77	المركز التخصصي للاورام وامراض الدم في البصرة	2-4
77	سرطان الثدي	3-4
78	سرطان الثدي احصائيا	4-4
78	العوامل الخطرة المؤدية الى سرطان الثدي	5-4
78	طرائق العلاج	6-4
79-81	وصف البيانات التطبيقية	7-4
81	معايير حسن المطابقة	8-4
81	معيار أكايكي	1-8-4
81-82	معيار بيز أكايكي	2-8-4
82	معيار أكايكي المتسق	3-8-4
82-83	تقدير المعلمات	9-4
84-92	تحليل البيانات	10-4
93-94	الفصل الخامس : الاستنتاجات والتوصيات	
93	الاستنتاجات	1-5
94	التوصيات	2-5
95-98	المصادر	
95	المصادر العربية	

95-98	المصادر الأجنبية	

قائمة الجداول

رقم الجدول	عنوان لجدول	الصفحة
1-3	القيم الافتراضية لتجارب المحاكاة	36
2-3	مختصرات طرائق التقدير	38
3-3	تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الاربع ومتوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للانموذج الاول	39-41
4-3	تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الاربع ومتوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للانموذج الثاني	45-47
5-3	تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الاربع ومتوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للانموذج الثالث	51-53
6-3	تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الاربع ومتوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للانموذج الرابع	57-59
7-3	تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الاربع ومتوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للانموذج الخامس	63-65
8-3	تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الاربع ومتوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للانموذج السادس	69-71
9-3	نسبة افضلية طرائق التقدير وعدد مرات الافضلية عند كل حجم من احجام العينات المفترضة في كل تجارب المحاكاة	76
1-4	يمثل اوقات البقاء لمرضى سرطان الثدي	79-81
2-4	يمثل تقديرات لمعلمات توزيع بيركس المعمم لبيانات دالة البقاء لمرضى سرطان الثدي	83
3-4	اختبارات حسن المطابقة لدالة البقاء لمرضى سرطان الثدي	83
4-4	دالة البقاء الحقيقية ودالة البقاء المقدره بطريقة الامكان الاعظم لمرضى	84-92

قائمة الاشكال

الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
11	منحنى دالة البقاء	1-2
12	منحنى دالة التوزيع التراكمي	2-2
15	منحنى دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس المعمم	3-2
16	منحنى دالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم عند قيم مختلفة للمعلمات	4-2
17	منحنى دالة المخاطرة لتوزيع بيركس المعمم	5-2
43	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للانموذج الاول	1-3
43	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للانموذج الاول	2-3
44	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للانموذج الاول	3-3
44	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للانموذج الاول	4-3
44	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للانموذج الاول	5-3

49	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للانموذج الثاني	6-3
49	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للانموذج الثاني	7-3
50	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للانموذج الثاني	8-3
50	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للانموذج الثاني	9-3
50	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للانموذج الثاني	10-3
55	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للانموذج الثالث	11-3
55	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للانموذج الثالث	12-3
56	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للانموذج الثالث	13-3
56	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للانموذج الثالث	14-3

56	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للانموذج الثالث	15-3
61	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للانموذج الرابع	16-3
61	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للانموذج الرابع	17-3
62	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للانموذج الرابع	18-3
62	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للانموذج الرابع	19-3
62	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للانموذج الرابع	20-3
67	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للانموذج الخامس	21-3
67	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للانموذج الخامس	22-3
68	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للانموذج الخامس	23-3

68	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للانموذج الخامس	24-3
68	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للانموذج الخامس	25-3
73	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للانموذج السادس	26-3
73	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للانموذج السادس	27-3
74	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للانموذج السادس	28-3
74	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للانموذج السادس	29-3
74	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للانموذج السادس	30-3
92	منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بطريقة الامكان الاعظم عند البيانات التطبيقية	1-4

قائمة الرموز والمصطلحات

الرمز	المصطلح باللغة العربية
S (t)	دالة البقاء
h (t)	دالة المخاطرة
f (t,α,β,λ)	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس المعمم
F (t,α,β,λ)	الدالة التراكمية لتوزيع بيركس المعمم
α	معلمة الشكل لتوزيع بيركس المعمم
λ	معلمة القياس لتوزيع بيركس المعمم
β	معلمة الشكل لتوزيع بيركس المعمم
ML	التقدير بطريقة الامكان الاعظم
LS	التقدير بطريقة المربعات الصغرى
IB	التقدير بطريقة بيز القياسية
NB	التقدير بطريقة بيز غير المعلوماتية
AIC	معيار أكايكي للمعلومة
CAIC	معيار أكايكي المتسق
BIC	معيار بيز أكايكي
IMSE	متوسط مربعات الخطأ التكاملية

المستخلص :

تعد التوزيعات الاحتمالية من المواضيع المهمة في النظرية الاحصائية التي كسبت اهمية متميزة في العقود الاخيرة وذلك لتطبيقاتها الواسعة في المجالات المختلفة (الطبية، الهندسية ، البايولوجية و الصناعية) ، وبناءً على ذلك تمت دراسة احد التوزيعات الاحتمالية المستمرة وهو توزيع بيركس ذو ثلاث معلمات اذ تم في الجانب النظري دراسة خصائص ودالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودالة البقاء وتم استعمال اربع طرائق للتقدير هي طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقتي بيز اذ تم اشتقاق طرائق التقدير هذه للتوصل الى صيغ مقدراتها. وتم اجراء مقارنة بين المقدرات باستعمال اسلوب المحاكاة اذ نفذت تجارب المحاكاة باستعمال مجموعة عينات باحجام مختلفة (10,25, 50,100,150) وكررت التجربة (2000) مرة لتحقيق الهدف ولسته نماذج مختلفة وقد قورنت النتائج باستعمال احد اهم المقاييس الاحصائية وهو متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) وتم التوصل الى افضل الطرائق لكل أنموذج ولكل حجم عينة . وتمت معرفة نتائج متوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة البقاء لكل انموذج من النماذج الستة ، وتمت المقارنة بين تلك النتائج ولجميع النماذج اذ ظهرت النتيجة بأفضلية طريقة الامكان الاعظم مقارنة مع بقية الطرائق .

اما في الجانب التطبيقي فقد أجري تطبيق عملي لعينة عشوائية من البيانات بحجم (200) مشاهدة الخاصة بأوقات الوفيات بالشهور لمرضى سرطان الثدي في محافظة البصرة للمدة من (2015/1/1) الى (2019/12/31) اذ اخذت مدة بقائهم على قيد الحياة ، وطبقت هذه العينة لتوزيع بيركس المعمم . ولتوضيح عمل البيانات بشكل افضل تم استعمال عدد من معايير حسن المطابقة لبيان مطابقة التوزيع العملي لبيانات العينة مع توزيع بيركس المعمم ، ومن خلال نتائج المعايير (AIC,BIC,CAIC) ظهرت النتيجة مع طريقة الامكان الاعظم اي ان طريقة الامكان الاعظم اعطت مقدرات اكثر ملاءمة للبيانات المدروسة.

المقدمة Introduction :

يهتم علم الاحصاء بدراسة الظواهر التي تتبع السلوك العشوائي وماتوول اليه تلك الظواهر في المستقبل ، وغالبا ماتكون تلك الظواهر ذات اهمية في حياة الفرد والمجتمع، لذا كان الاهتمام المتزايد لكثير من الدراسات بموضوع المعولية نتيجة للدور المهم الذي تؤديه في التعامل مع الزمن او بمعنى ادق مع الاعمار سواء للمعدات أم الكائنات الحية كاحتمالات البقاء ومتوسط الحياة فكل من نظرية

المعولية " Reliability Theory " ونظرية البقاء " Survival Theory " تشتركان في قياس طول الحياة ، إذ الأولى للمعدات و المكائن والثانية للكائنات الحية " سواء كان الانسان ام الحيوان ام النبات " . لذلك لا بد لنا من معرفة تلك الظواهر اي التوزيعات تسلكها لكي يتم تفسير السلوك العشوائي الذي تسلكه تلك الظواهر، وتكون دراستنا للظواهر اما عن طريق توزيعات جاهزة أو توزيعات مطورة لوصف وقياس ماتوول اليه تلك الظاهرة من نتائج احتمالية. في مجالات علم الاحصاء كافة ، هنالك مشكلات ومسائل كثيرة للباحثين ينبغي دراستها وإحدى هذه المشكلات المتعلقة بتقدير المعلمات في التوزيعات الإحصائية، الأمر الذي يساعد على اتخاذ قرار واضح حول المجتمع الإحصائي بناءً على المعلومات التي تتضمنها العينة المختارة عشوائياً من هذا المجتمع إذ يهتم بتقدير المعلمات المجهولة (unknown parameters) للتوزيعات الاحتمالية التي تعد انموذجاً رياضياً للمجتمع الاحصائي. سيتم في هذه الرسالة استعمال توزيع بيركس المعمم ذي ثلاث معلمات ودراسة بعض خصائص هذا التوزيع وكذلك تقدير معالم ودالة البقاء باستعمال عدة طرائق.

ولتوضيح هيكل الرسالة وما تضمنته، فقد تم تقسيم الرسالة إلى خمسة فصول ، تناول الفصل الأول منهجية الرسالة اذ ضم مشكلة الرسالة والهدف من الرسالة والاستعراض المرجعي ، والفصل الثاني تضمن الجانب النظري اذ تم التطرق الى بعض المفاهيم الاساسية المتعلقة بدالة البقاء فضلاً عن عرض بعض خصائص توزيع بيركس المعمم وكذلك طرائق تقدير المعلمات، أما الفصل الثالث فقد تضمن الجانب التجريبي اذ تم توظيف اسلوب المحاكاة مونت- كارلو لاجراء تجارب المحاكاة واستخراج نتائج طرائق التقدير ومقارنة افضلية الطرائق المستعملة باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطا التكاملي (IMSE) . في حين تضمن الفصل الرابع الجانب العملي إذ تضمن استعمال بيانات حقيقية تمثلت بالوفيات بسبب مرض سرطان الثدي للمدة من 2015/1/1 لغاية 2019/12/31 وتم تبويب هذه البيانات للحصول على أوقات البقاء للمصابين بهذا المرض وذلك عن طريق طرح تاريخ الإصابة من تاريخ الوفاة أما الفصل الخامس فخصص لأهم الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل اليها في ضوء نتائج الجانبين التجريبي والعملي.

الفصل الأول

1

منهجية الرسالة

(1-1) تمهيد (Preface)

تضمن هذا الفصل مشكلة الرسالة والهدف من الرسالة وعرض لاهم الدراسات السابقة التي تناولت موضوع الرسالة والمتمثلة بالاستعراض المرجعي .

(2-1) مشكلة الرسالة (Problem of thesis)

يعتمد تقدير دالة البقاء على البيانات المستعملة في تقدير معلمات التوزيع الاحتمالي، التي بدورها توصلنا الى تقديرات دقيقة لدالة البقاء . ومن تلك البيانات هي بيانات الاورام السرطانية ، حيث اخذت الاورام السرطانية بالانتشار بشكل كبير في الوقت الحالي وخصوصاً في محافظة البصرة ، إذ لوحظ تسجيل اعداد كبيرة من الاصابات بالاورام السرطانية ومنها سرطان الثدي ، فكان لابد من دراسة سلوك هذا المرض والبحث عن توزيع احتمالي يصف احتمالات البقاء للمصابين بهذا المرض والسعي الى استعمال طرائق مختلفة لتقدير معلمات التوزيع الاحتمالي للبيانات وبالتالي التوصل الى تقديرات دقيقة لدالة البقاء للمصابين للتوصل الى نتائج تفيد المخططين واصحاب القرار في الحد والسيطرة على هذا المرض.

(3-1) هدف الرسالة (Aim of thesis)

تهدف هذه الرسالة الى الآتي:

- 1- دراسة توزيع بيركس المعمم وبعض خصائصه.
- 2- تقدير معلمات التوزيع باستعمال اربع طرائق للتقدير وهي (طريقة الامكان الاعظم، طريقة المربعات الصغرى، طريقة بيز القياسية وطريقة بيز غير المعلوماتية)، ومن ثم استعمال تلك

التقديرات في تقدير دالة البقاء للتوزيع. واستعمال محاكاة مونت- كارلو للمقارنة بين الطرائق باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكالمي (IMSE) للتوصل إلى أفضلها.

3- تطبيق افضل الطرائق التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي على بيانات حقيقية متمثلة بمدة بقاء المصابين بسرطان الثدي في محافظة البصرة لتقدير احتمالات بقاء المصابين بسبب هذا المرض.

(4-1) الاستعراض المرجعي (Review of Literature)

يعد توزيع بيركس من التوزيعات المستخدمة في كثير من التطبيقات والذي يحتل اهمية كبيرة في الحياة العملية وفي مختلف الدراسات لذلك سنستعرض بعضاً من الدراسات والبحوث التي اهتمت بهذا التوزيع وكالاتي:

❖ في عام (1956)^[33] قدم (Talacko) دراسة تناولت توزيع بيركس ودوره في نظرية وينر للمتغيرات العشوائية. اذ وصف نظام خاص لتوزيعات وحيدة المتغير والمتناظرة وتدعى دوال بيركس .اوجد خصائص هذا النظام والدالة المميزة له ،وعرف المعنى الاحتمالي لبعض توزيعاته ، إذ اظهرت النتائج للاحتتمالات الشرطية في تطبيقه انها تنتمي لتوزيعات بيركس .

❖ في عام(1987)^[20] قدم (Martinelle) صيغة بيركس العامة لوفيات الشيوخوخة ، اعتبر مجموعة غير متجانسة من الافراد تتبع قانون ماكهام ، والذي يشير الى انه اذا كان

المتغير يتوزع كما فان المجموع للوفيات يمكن اعتباره التعميم لصيغة بيركس . تم تطبيق النموذج على وفيات من المعمرين في السويد وبلدان اخرى .

❖ في عام (2006)^[12] استعمل (Chen,Egan) طريقة بيز لتقدير وقت خدمة المحولات الكهربائية بأستعمال دالة المخاطرة لبيركس ، إذ بين طريقة الربط الجديد (PJM) لخدمة المحولات . استعملت طريقة بيز لنموذج عدم اليقين لصيغة بيركس ، وبين ان هذه الطريقة تميزت باعطاءها العائلة المستمرة للتوزيع واستخلصت الطريقة ثلاث انماط للمنحنيات . تم تطبيق الطريقة بنجاح على الاحصائيات المدنية للمحولات الكهربائية الكبيرة وتم التوصل الى حل للمشكلات المتعلقة بها على وفق الطريقة الحديثة .

❖ وفي عام (2010)^[25] درس (Richards) نماذج البقاء البارامترية باستخدام الاكثوارية ، حيث استبدل التقنيات الاكثوارية التقليدية لتحليل الوفيات بنماذج احصائية ، ومن هذه النماذج نماذج البقاء ونموذج الوفيات المستمر على مستوى الفرد. إذ استخدم نموذج المخاطرة لتوزيع بيركس بقيم مختلفة على مقاييس طبيعية ولوغارتمية وبجداول خاصة ، إذ اعطت الدراسة هيكلاً مشتركاً للبارامترية وتفسيراً لجميع عوامل الخطر لجميع النماذج المستخدمة .

❖ وفي عام (2013)^[10] استعمل (Chaudhary,Kumar) التحليل البيزي لتوزيع بيركس مع محاكاة سلسلة ماركوف مونت- كارلو، إذ استعمل تحليل بيبي كامل لتوزيع بيركس باستخدام طريقة محاكاة MCMC حيث حصل على تقديرات للمعلمات ودالة المخاطرة والمعولية ، وتم استخدام بيانات حقيقية والتي توزعت كما كتوزيع اولي .

- ❖ في العام نفسه قام [22] (Nadaraja, Bakar) بدراسة حزمة R الجديدة في نماذج البقاء الاكتوارية ، إذ تم استخدام مجموعة من نماذج البقاء الشائعة الاستخدام في العلوم الاكتوارية ومنها نموذج بيركس وتم استخراج دالة الكثافة الاحتمالية ودالة المخاطرة لكل النماذج ، تم تطبيق بيانات حقيقية للحزمة وظهرت الدراسة اهميتها كونها مفيدة للعلماء الاكتواريين .
- ❖ في عام (2015) [29] استخدم (Singh) التقدير البيزي والكلاسيكي باستخدام بيانات مراقبة من النوع الثاني لتوزيع بيركس، تم تقدير المعلمات بطريقة الامكان الاعظم كطريقة كلاسكية ،وقدرت ايضا بطريقة بيز وباستخدام تقنيات معينة تم استخراج التوزيع اللاحق للمعلمات .قورنت الطرائق المستعملة باستخدام محاكاة مونت كارلو وبيانات حقيقية واحدة تم تحليلها لغرض التوضيح .
- ❖ في عام (2016) [28] قدم (Singh) النموذج المضاف بيركس - ويبيل مع دالة معدل المخاطرة على شكل حوض البانيو ، إذ اوضح نمذجة اوقات الحياة واستمد النموذج من مجموع معدل المخاطرة للتوزيعين بيركس وويبل، وبين بعض الخصائص الاحصائية له ومنها دوال الكثافة والمخاطرة والعزوم والاحصاءات المرتبة .استخدم طريقة الامكان الاعظم في تقدير معلمات النموذج واختبارات حسن المطابقة على ثلاث مجموعات بيانية حقيقية، واخيرا اظهرت البيانات المطبقة مرونة النموذج المستخدم .
- ❖ وفي عام (2016) [36] درس (Zeng, Lan, Chen) توزيعات اوقات الحياة ذات الاربعة والخمسة معالم لمعدل الفشل باستخدام صيغة الوفيات لبيركس ، إذ درس توزيعين لاوقات الحياة والمأخوذة من دالة معدل الوفيات لتوزيع بيركس. استخدم التوزيع الاول والذي يمتلك

اربعة معالم في نماذج معدل الفشل وقد طبق هذا النموذج على ثلاث مجموعات من بيانات اوقات الحياة واطهر تطابقه بشكل جيد جدا. اما النموذج الاخر فقد استخدمه في معدلات المخاطرة الثابتة للاجهزة ، ووضح دالة الكثافة الاحتمالية والتجميعية لكلا التوزيعين ، وعدها دراسة جيدة وذلك لموثوقيتها لخدمة المجتمع .

❖ في العام نفسه (2016)^[32] نشر (Talacko) ملاحظات حول عائلة توزيع بيركس ، إذ بين حالتين من صيغة التوزيع وهما اللوجستي وتوزيع القطع الزائد وكذلك الدالة المميزة والعزوم وناقش النوعين للتوزيع مع الخصائص ، ووضح انه على الرغم من الاهمية الكبيرة للتوزيعات الا ان هذا التوزيع له تطبيقات واسعة في المجالات الاحصائية وتطبيقات الحياة .

❖ في عام (2018)^[8] قارن (Mohammad,ALSultany) طريقة بيز مع الامكان الاعظم لمعاملات ودالة المعولية لتوزيع بيركس ، إذ تم اشتقاق مقدرات بيز لمعاملات ودالة المعولية لتوزيع بيركس وبالاتماد على دالتي خسارة وتم استخدام تقريب ليندلي للحصول على تلك القيم، وتم افتراض ان المعلومات الاولية للمعاملات تخضع لتوزيع كامبل من النوع الثاني . وبعد الاشتقاق للصيغ الرياضية لتلك المقدرات تمت الاستعانة بأسلوب المحاكاة لاجراء المقارنة وبالاتماد على معيار متوسط مربعات الخطأ ومتوسط النسبة المئوية التكاملية للخطأ المطلق . من بين الاستنتاجات التي تم التوصل اليها لوحظ ان المقدر λ قدم افضل اداء لتقدير المعلمة .

❖ في عام (2018)^[11] درس (Chaudhary) توزيع بيركس ذا المعلمتين باستخدام نموذج بيز . تم الحصول على تقدير بيزي للمعاملات ودالتي المخاطرة والمعولية والفترات الاحتمالية

لها ، كما استعملت محاكاة مونت كارلو (MCMC) ، وتم مناقشة توافق مجموعة البيانات المستخدمة والتي توزعت كما كتوزيع اولي .

❖ وفي العام نفسه (2018)^[23] قدم (Oguntunde, Member, laeng, Khaleel,)

(Okagbue, Opanuga, Ilori) توزيع كيوم - بيركس ، وهو توزيع من اربع معلمات ، إذ قدم هذا التوزيع المركب بأستعمال عائلة توزيع kumaraswamy وتوزيع بيركس بمعلمتين ، وتم ايجاد الخصائص الاحصائية للنموذج الجديد كدوال الكثافة الاحتمالية والتراكمية والمخاطرة ودالة البقاء والاحصاءات المرتبة ، وتم تقدير المعلمات بأستعمال طريقة الامكان الاعظم ، وصف الباحث توزيع كيومبيركس بالتوزيع الناجح والمرن ، وان شكل معدل الفشل له يشير الى ان التوزيع سيكون مفيد لنمذجة مجموعات البيانات وزيادتها ايضا ، فضلا عن فائدته في العلوم الاكتوارية .

❖ وفي عام (2019)^[35] درس (Tyagi, Choudhary, Sing) الاضافة المنفصلة وهي

التوزيع بيركس وبيبل خصائص وتطبيقات . في هذه الدراسة قدم نسخة منفصلة للتوزيع المستمر بيركس وبيبل، والذي قدمه الباحث (Singh) في عام (2016) ، إذ ناقش بعض الخصائص التوزيعية المهمة مثل الدالة المولدة للعزوم والدالة الاحتمالية والتراكمية والاحصاءات المرتبة وبعض خصائص المعولية مثل دالة البقاء ودالة معدل المخاطرة . وفي سيناريو كلاسيكي قدر المعلمات بطريقة الامكان الاعظم ، في حين في طريقة بيز افترض توزيعاً اولياً مشتركاً لتقدير المعلمات المشاركة في النموذج . وبأسلوب المحاكاة تم

اجراء مقارنة اداء مختلف الطرائق ، واخيرا تم تطبيق النموذج على ثلاث مجموعات بيانية حقيقية .

إن الهدف من هذه الرسالة هو التركيز على دراسة توزيع بيركس المعمم ذو ثلاث معالم معلمتي شكل ومعلمة قياس ، وتقدير هذه المعالم بأربع طرائق هي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة بيز القياسية وطريقة بيز غير المعلوماتية ثم استعمال هذه التقديرات في ايجاد تقدير دالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم ثم اختيار افضل تلك الطرائق وتطبيقها على بيانات حقيقية تخص مرضى سرطان الثدي .

2

الفصل الثاني

الجانب النظري

(1-2) تمهيد (Preface)

تضمن هذا الفصل تعريف دالة البقاء ودالة المخاطرة ودراسة بعض خصائص توزيع بيركس المعمم وكذلك اشتقاق مقدرات معلمات ودالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم وعرض طرائق التقدير المستعملة وهي طريقة الامكان الاعظم ، طريقة المربعات الصغرى، طريقة بيز القياسية وطريقة بيز غير المعلوماتية.

(2-2) دالة البقاء [2][3] (Survival Function)

تعرف دالة البقاء بانها احتمال البقاء لمدة تتجاوز مقداراً معيناً من الزمن t وبمعرفة دالة البقاء يمكننا تحليل البقاء، إذ يهتم تحليل البقاء بتحليل الوقت المنقضي اذ يمثل متغير الاستجابة والمتغير التابع الوقت بين اصل الوقت والنقطة الأخيرة ، وان اصل الوقت يشير الى بداية حدوث الحدث كحدث الولادة او بداية اخذ علاج معين ، أما النقطة الاخيرة فهي تمثل حدث النهاية كالموت أو الشفاء، فاذا رمزنا لدالة البقاء بالرمز $S(t)$ فان:

$$S(t) = P(X > t) \quad t \geq 0$$

$$S(t) = \int_t^{\infty} f(x) dx \quad \dots(2-1)$$

اذ ان :

$f(x)$: تمثل دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للمتغير العشوائي x .

لتكن $F(x)$ تمثل دالة الكثافة التجميعية (c.d.f) للمتغير العشوائي x اذ سيكون لدينا :

$$F(t) = P(X \leq t) = \int_0^t f(x) dx$$

$$F(t) = 1 - \int_t^{\infty} f(x) dx \quad \dots(2-2)$$

$$F(t) = 1 - S(t) \quad \dots(2-3)$$

حيث ان :

$$F(t) + S(t) = 1 \quad \dots(2-4)$$

وحيث ان دالة الكثافة التجميعية $F(x)$ هي محددة في الفترة $(0, t]$ غير سالبة ومستمرة ورتبية متزايدة وقيمتها تقع بين الصفر و الواحد الصحيح وتكون قيمة الغاية لهذه الدالة عندما تقترب t من الصفر و ما لانهاية هي على الترتيب الاتي :

$$\lim_{t \rightarrow 0} F(t) = 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$$

اما بالنسبة لقيمة الغاية لهذه الدالة عندما t تقترب من الصفر و ما لا نهاية فهي على الترتيب الاتي :

$$\lim_{t \rightarrow 0} S(t) = \lim_{t \rightarrow 0} (1 - F(t))$$

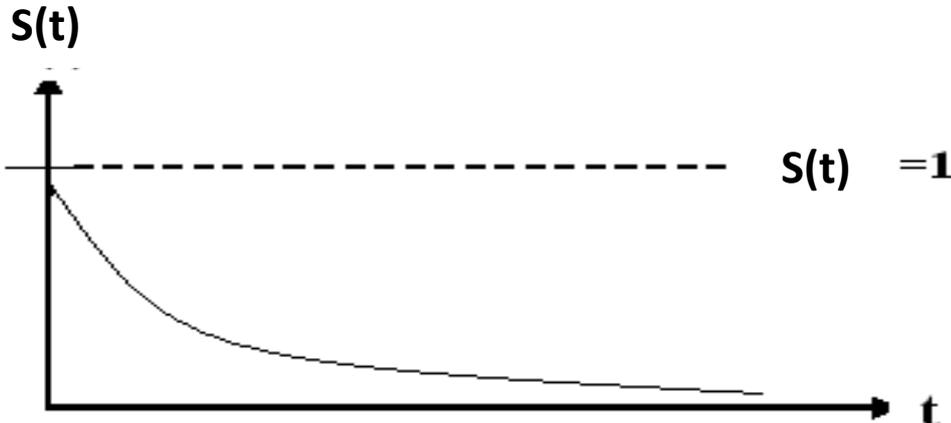
$$\lim_{t \rightarrow 0} S(t) = 1$$

وذلك ان :

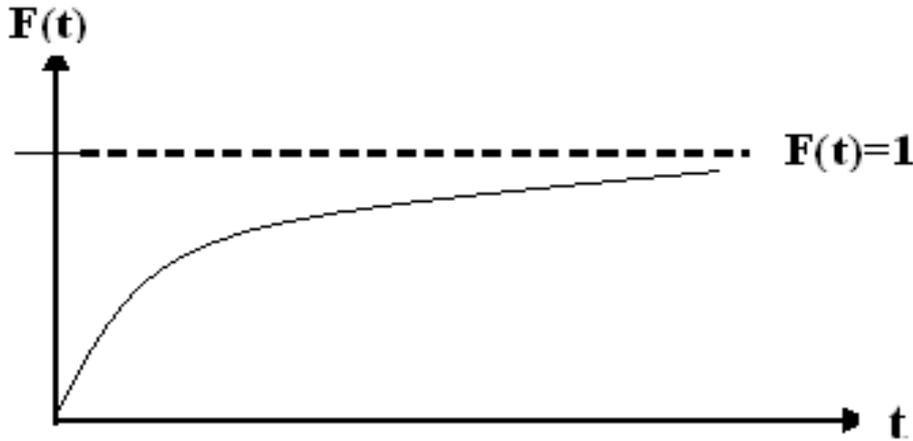
$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (1 - F(t))$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0$$

والشكلان الآتيان يمثلان كلاً من دالة البقاء و دالة التوزيع التجميعية :



شكل (2-1) منحنى دالة البقاء (Survival Function)



شكل (2-2) منحنى دالة التوزيع التراكمي

(3-2) دالة المخاطرة^{[2][3]} (Hazard Function)

تعرف دالة المخاطرة والتي يرمز لها بالرمز $h(t)$ لوقت البقاء (T) بانها الغاية لنسبة الفشل في الفترة $(t, t+)$ عندما تقترب الفترة $(t, t+)$ من الصفر، وتعرف نسبة الفشل بأنها احتمال الفشل خلال فترة صغيرة جداً من الوقت، بأفتراض أن المفردة ظلت على قيد الحياة حتى الزمن (t) و رياضياً فان $h(t)$ تعطى بالصيغة الآتية :

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\text{pr}\{t < T < t + \Delta t\}}{\Delta t \text{ pr}\{T > t\}} \right] \quad \dots(2-5)$$

$$h(t) = \frac{1}{s(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\text{pr}\{t < T < t + \Delta t\}}{\Delta t} \right]$$

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$$

في الواقع العلمي وعندما لاتوجد مشاهدات مراقبة فإن دالة المخاطرة هي نسبة المرضى الذين يتوفون في الفترة لكل وحدة زمنية ، مع العلم بأنهم ظلوا على قيد الحياة حتى بداية الفترة .

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{S(t)} \left[\frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t} \right]$$

وبحسب تعريف المشتقة الاولى للدالة $S(t)$ فان :

$$h(t) = \frac{1}{S(t)} * \frac{-d}{dt} S(t)$$

بعد تبسيط المعادلة المذكورة آنفاً نحصل على

$$h(t) = \frac{-d}{dt} \ln s(t) \quad \dots(2-6)$$

ومن الصيغ اعلاه فان هناك علاقة بين دالة المخاطرة وكل من دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي الذي يمثل الزمن ودالة البقاء هي كالآتي :

$$h(t) = \frac{f(t)}{s(t)} \quad \dots(2-7)$$

إن نسبة الفشل بشكل عام هي متغير عشوائي وتعتمد على عمر النظام وكذلك طريقة الاستعمال والصيانة ، فمن المعروف عندما يبدأ اي نظام بالعمل فان نسبة الفشل في الفترة المبكرة تكون متغيرة بعد ذلك تميل نسبة الفشل إلى أن تكون قيمة ثابتة ويصبح الفشل حادثة تصادفية مع الزمن ، ولكن عندما يصل النظام مرحلة التقادم فان نسبة الفشل ترتفع وتكون هذه النسبة متناسية مع العمر .

(4-2) توزيع بيركس المعمم ^[30] (Exponentiated Perks distribution)

يعد توزيع بيركس من التوزيعات المستمرة المهمة واحد نماذج الفشل، ينسب هذا التوزيع الى العالم الفيزيائي (Perks 1932) وتم اشتقاق توزيع بيركس من العلاقة بين توزيعين هما Gompertz-Makehm وان توزيع بيركس له استعمالات عدة في الحقول المختلفة منها في دراسات المعولية وكذلك في الدراسات السكانية المتمثلة بتوقعات الحياة في جدول وكذلك في موضوع الرقابة على الجودة ، وله عدة انواع او صيغ حسب عدد المعالم في التوزيع منها توزيع بيركس ذو المعلمة الواحدة وتوزيع بيركس ذو المعلمتين

الدالة الاحتمالية لبيركس ذي المعلمتين هي:

$$f(x, \alpha, \lambda) = \alpha \lambda e^{\lambda x} \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x})^2} \quad \dots(2-8)$$

إذ أن $\alpha > 0, \lambda > 0, x \geq 0$

ان دالة التوزيع التراكمية هي :

$$F(x, \alpha, \lambda) = 1 - \frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}} \quad \dots(2-9)$$

كما ان دالة البقاء هي:

$$S(t) = \frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}} \quad \dots(2-10)$$

أما في هذه الرسالة فسيكون الاهتمام على توزيع بيركس ذي ثلاث معلمات ويدعى توزيع بيركس المعمم (The exponentiated Perks distribution) اذ ان الفرق بين توزيع بيركس المعمم وبيركس ذي المعلمتين هو إضافة معلمة شكل β الى $F(x)$ لتوزيع بيركس ذي المعلمتين وبذلك فإن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس المعمم تكون كما يلي:

$$f(x, \alpha, \lambda, \beta) = \alpha \lambda \beta \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x}}{(1+\alpha e^{\lambda x})^2} \left[1 - \frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}}\right]^{\beta-1} \quad \dots(2-11)$$

إذ أن:

$$x \geq 0 \quad \text{and} \quad (\alpha, \lambda, \beta) > 0$$

λ معلمة القياس Scale parameter

α معلمة شكل Shape Parameter

β معلمة شكل Shape Parameter

كما ان الدالة التراكمية لتوزيع بيركس المعمم تكون كالاتي

$$F(x, \alpha, \lambda) = \left(1 - \frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}}\right)^{\beta} \quad \dots(2-12)$$

أما دالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم فتعطى بالشكل الاتي :

$$s(t) = 1 - \left[1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}}\right)\right]^{\beta} \quad \dots(2-13)$$

ودالة المخاطرة لهذا التوزيع ستكون :

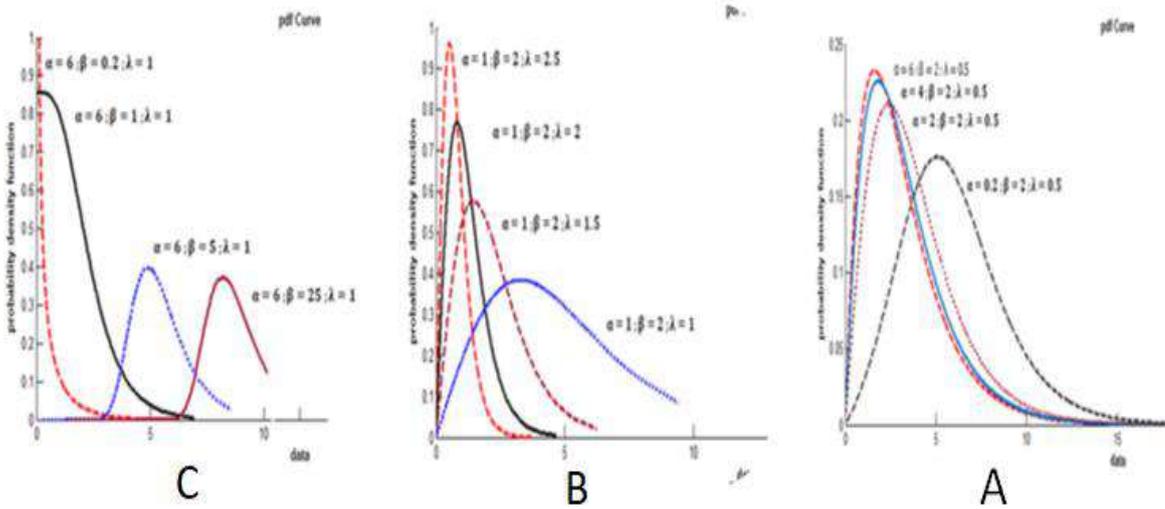
$$h(t) = \frac{f((t,\alpha,\lambda,\beta))}{S(t)}$$

$$h(t) = \frac{\alpha\beta\lambda e^{\lambda x}(1+\alpha)\left[1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}}\right)\right]^{\beta-1}}{(1+\alpha e^{\lambda x})^2 \left(1 - \left[1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}}\right)\right]^{\beta}\right)} \quad \dots(2-14)$$

$$h(t) = \frac{\beta\lambda\alpha^{\beta}(1+\alpha)e^{\lambda x}[e^{\lambda x}-1]^{\beta-1}}{(1+\alpha e^{\lambda x})\left[(1+\alpha e^{\lambda x})^{\beta} - \alpha^{\beta}(e^{\lambda x}-1)^{\beta}\right]} \quad \dots(2-15)$$

وتم رسم منحنى دالة الكثافة الاحتمالية و دالة البقاء ودالة المخاطرة لتوزيع بيركس المعمم تحت قيم متغيرة لمعاملات الشكل والقياس بغية التعرف على سلوك هذه الدوال وكما موضح في الاشكال الاتية:

يوضح الشكل (2-3) سلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس المعمم

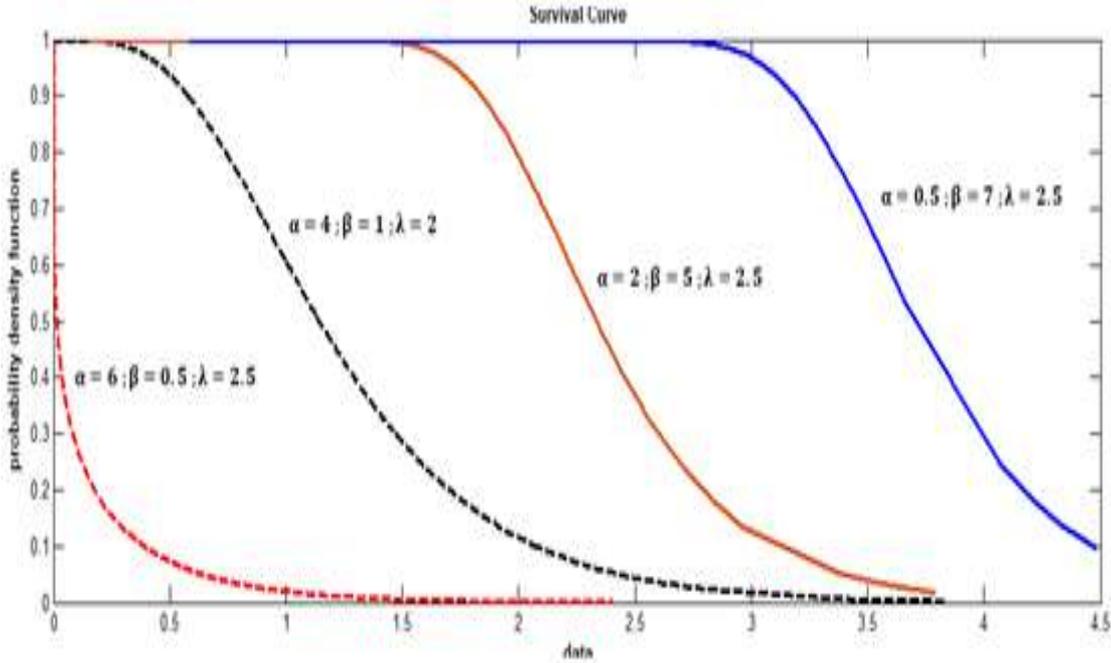


شكل (2-3) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس المعمم

ويتضح من الشكل (A) نلاحظ سلوك دالة الكثافة الاحتمالية عندما تكون قيم $(\beta = 2; \lambda = 0.5)$ وقيم مختلفة لـ $(\alpha = 6; \alpha = 4; \alpha = 2; \alpha = 0.2)$. في حين يوضح الشكل (B) سلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس المعمم عندما تكون قيم $(\alpha = 1; \beta = 2)$ وقيم مختلفة لـ

($\lambda = 2.5; \lambda = 2; \lambda = 1.5$)، أما الشكل (C) فيمثل سلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس المعمم عندما تكون قيم ($\alpha = 6; \lambda = 1$) وقيم مختلفة لـ ($\beta = 25; \beta = 5; \beta = 1$) ($\beta = 0.2$)

ويوضح الشكل (2-4) منحنيات دالة التوزيع لتوزيع بيركس المعمم ولقيم معاملات مختلفة



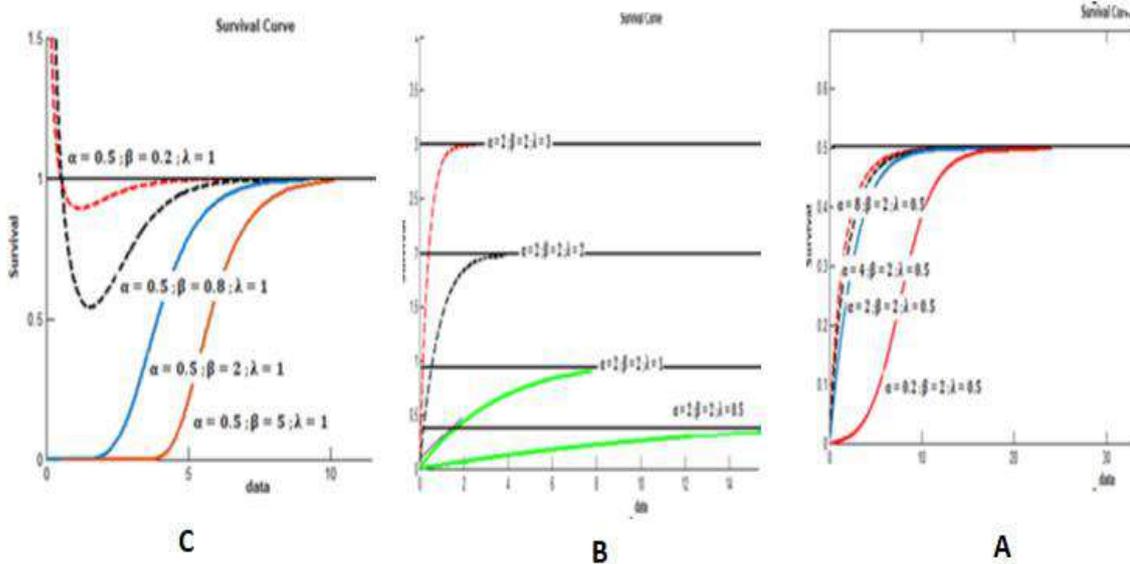
شكل (2-4) منحنى دالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم عند قيم مختلفة للمعاملات

يوضح الشكل (2-4) منحنى دالة البقاء لدالة بيركس المعمم ولقيم مختلفة للمعاملات

($\alpha = 2; \beta = 5; \lambda = 2.5$)، ($\alpha = 4; \beta = 1; \lambda = 2$)، ($\alpha = 6; \beta = 0.5; \lambda = 2.5$)

($\alpha = 0.5; \beta = 7; \lambda = 2.5$)، 2.5)

ويمثل الشكل (2-5) سلوك دالة المخاطرة لتوزيع بيركس المعمم



شكل (2-5) منحنى دالة المخاطرة لتوزيع بيركس المعمم

يظهر الشكل (A) سلوك دالة المخاطرة عندما تكون قيمة $(\alpha = 2; \lambda = 0.5)$ و $(\alpha = 0.2; \alpha = 2; \alpha = 4; \alpha = 8)$. كما يمثل الشكل (B) سلوك دالة المخاطرة لتوزيع بيركس المعمم عندما تكون قيمة $(\alpha = 2; \beta = 2)$ و $(\lambda = 3; \lambda = 2; \lambda = 1; \lambda = 0.5)$ اما الشكل (C) يمثل سلوك دالة المخاطرة لتوزيع بيركس المعمم عندما $(\alpha = 0.5; \lambda = 1)$ و $(\beta = 5; \beta = 2; \beta = 0.5; \beta = 0.2)$.

(1-4-2) الوسط الحسابي والتباين والعزم الرائي

(The Mean and the Variance and the rth Moment)

الوسط الحسابي لتوزيع بيركس المعمم ينتج من ايجاد التكامل للصيغة الاتية:

$$\mu(x) = E(x) = \int_0^{\infty} x \alpha \beta \lambda \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x}}{(1-\alpha e^{\lambda x})^2} \left(1 - \frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}}\right)^{\beta-1} dx \quad \dots(2-16)$$

ان نتيجة التكامل المذكورة آنفاً هي (∞) اي ان توزيع بيركس المعمم من التوزيعات التي ليس لها وسط حسابي ، كذلك فان $(E(x^2))$ هو (∞) اي ان هذا التوزيع ليس له تباين، وعموماً ان توزيع بيركس المعمم من التوزيعات التي لا تمتلك عزماً.

(2-4-2) الربيعيات (Quintile)

تمثل الربيعيات احد المقاييس الاحصائية والتي تستخدم لوصف البيانات إذ تقسم الربيعيات مشاهدات العينة الى اربعة اقسام، ويمكن الحصول عليها من المعادلة الآتية :

$$Q = \int_0^{\infty} \alpha\beta\lambda \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x}}{(1-\alpha e^{\lambda x})^2} \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x}}\right)\right)^{\beta-1} dx \quad \dots(2-17)$$

ان الربع الاول يمثل قيمة المتغير العشوائي (x) عند مساواة المعادلة (2-17) مع $(x = 0.25)$

أما الوسيط لتوزيع بيركس المعمم فهو قيمة (x) عند مساواة المعادلة (2-17) مع $(x = 0.5)$

وأما الربيعي الثالث لتوزيع بيركس المعمم فهو قيمة (x) عند مساواة المعادلة (2-17) مع $(x = 0.75)$

(3-4-2) الاحصاءات المرتبة (Order Statistics)

تؤدي الاحصاءات المرتبة دوراً كبيراً في دراسة دالة البقاء (survival) ودراسة المعولية

(reliability) لوصف دالة البقاء او العمر بالنسبة للأنظمة المتوالية والمتوازية ونظام $(K \text{ of } n)$

للحصول على اكبر أو أصغر احصاءة، فاذا توافرت عينة من المشاهدات تتوزع حسب توزيع

بيركس المعمم وتحقق شرط (iid) فان دالة الكثافة الاحتمالية للاحصاءات المرتبة (x_k) يمكن

الحصول عليها من العلاقة الآتية:

$$g_k(x_{(k)}) = \begin{cases} \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} (F(x_{(k)}))^{k-1} (1 - F(x_{(k)}))^{n-k} f(x_{(k)}) & ; a < x_{(k)} < b \\ 0 & \text{ow} \end{cases} \quad \dots(2-18)$$

n: عدد المتغيرات و K : رقم الاحصاءة

(5-2) طرائق التقدير (Methods of Estimation)

نستعرض بعض طرائق التقدير التي تستعمل في عملية تقدير المعلمات ودالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم وذلك للمقارنة بين هذه الطرائق من اجل التوصل الى أفضل المقدرات لمعاملات التوزيع ودالة البقاء وسيتم دراسة طرائق التقدير الأربع الآتية:-

1- طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method

2- طريقة المربعات الصغرى Least Squares Method

3- طريقة بيز القياسية Standard Bayes Method

4- طريقة بيز غير المعلوماتية Non Informative Bayes Method

إذ ستقسم هذه الطرائق إلى طرائق كلاسيكية أو تقليدية و طرائق بيزية .

(1-5-2) الطرائق التقليدية^[4]

إن الأساس في هذه الطرائق يكون بوصف المعلمات المجهولة قيماً عددية يتم تقديرها، وسيتم استعمال طريقتين من الطرائق التقليدية هما:

❖ طريقة الإمكان الأعظم "M.L." Maximum Likelihood Method

❖ طريقة المربعات الصغرى "L.S" Least Squares Method

(1-1-5-2) طريقة الإمكان الأعظم^{[1][34]}**(Maximum Likelihood Method "ML")**

تعد طريقة الامكان الاعظم (ML) واحدة من اهم الطرائق المستعملة في عملية التقدير، وأول من صاغ هذه الطريقة هو العالم C.F.Gauss وقام بتطبيقها لأول مرة الباحث S.A.Fisher في عام (1922) وتتميز المقدرات المستخرجة على وفق طريقة الامكان الاعظم بانها لها بعض

خصائص المقدر الجيد (Best Estimate) حيث ان المقدرات المحسوبة باستخدام هذه الطريقة تتصف بالثبات (Invariant). ان طريقة الامكان الاعظم تعطي مقدرات غالباً ما تكون متسقة (Consistent) وتتصف بعدم التحيز غالباً في حالة كون حجم العينة كبيراً، تهدف هذه الطريقة الى جعل دالة الامكان الاعظم في نهايتها العظمى ولإيجاد مقدرات دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس يتم كالاتي :

ان دالة الامكان لتوزيع بيركس المعمم والناتج من مضروب دالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع هو

$$f_{(\underline{x}, \alpha, \lambda, \beta)} = \alpha^n \lambda^n \beta^n (1 + \alpha)^n e^{\lambda \sum_{i=1}^n x_i} \prod_{i=1}^n \frac{1}{(1 + \alpha e^{\lambda x_i})^2} \prod_{i=1}^n \left[1 - \left(\frac{1 + \alpha}{1 + \alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right]^{\beta - 1} \quad \dots(2-19)$$

بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (2-19) نحصل على :

$$\begin{aligned} \ln f_{(\underline{x}, \alpha, \lambda, \beta)} &= n \ln \alpha + n \ln \lambda + n \ln \beta + n \ln(1 + \alpha) + \lambda \sum_{i=1}^n x_i - 2 \sum_{i=1}^n \ln(1 + \\ &\alpha e^{\lambda x_i}) + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \ln \left[1 - \left(\frac{1 + \alpha}{1 + \alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right] \quad \dots(2-20) \end{aligned}$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية بالنسبة للمعلمات (α, λ, β) للمعادلة (2-20) نحصل على:

$$\frac{d \ln L}{d \alpha} = \frac{n}{\alpha} + \frac{n}{1 + \alpha} - 2 \sum_{i=1}^n \frac{e^{\lambda x_i}}{(1 + \alpha e^{\lambda x_i})} + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{\alpha(1 + \alpha e^{\lambda x_i})} \quad \dots(2-21)$$

$$\frac{d \ln L}{d \beta} = \frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{\alpha(-1 + e^{\lambda x_i})}{(1 + \alpha e^{\lambda x_i})} \right) \quad \dots(2-22)$$

$$\frac{d \ln L}{d \lambda} = \frac{n}{\lambda} + \sum_{i=1}^n x_i - 2 \sum_{i=1}^n \frac{\alpha x_i e^{\lambda x_i}}{(1 + \alpha e^{\lambda x_i})} + (\beta - 1) \sum_{i=1}^n \frac{(1 + \alpha) x_i e^{\lambda x_i}}{(e^{\lambda x_i} - 1)(1 + \alpha e^{\lambda x_i})} \quad \dots(2-23)$$

وللحصول على تقدير للمعلمات المجهولة تتم مساواة المشتقة آنفاً بالصفر. إذ تنتج منظومة من

المعادلات اللاخطية اذ لا يمكن استعمال الطرائق الاعتيادية في التقدير ولا بد من استعمال

الطرائق العددية لحلها. وان تقدير دالة البقاء سيكون :

$$\hat{S}_{(t)} = 1 - \left[1 - \left(\frac{1 + \hat{\alpha}}{1 + \hat{\alpha} e^{\hat{\lambda} x}} \right) \right]^{\hat{\beta}} \quad \dots(2-24)$$

طريقة المربعات الصغرى (2-1-5-2)(Least Squares Method " L.S")^{[5][4]}

تعد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية من الطرائق المهمة في عملية التقدير اذ تتميز بخصائص عدة مما يجعلها من أفضل الطرائق وأوسعها استعمالاً وتستند هذه الطريقة إلى تصغير مجموع مربعات الاخطاء ، ويمكن صياغتها بالشكل الآتي :

$$L.S = \sum_{i=1}^n \left[F(x) - \left(\frac{i}{n+1} \right) \right]^2 \quad \dots(2-25)$$

علماً ان $\left(\frac{i}{n+1} \right)$ هو مقدر لا معلمي وهو تقدير للدالة التراكمية لتوزيع الاحتمالي بيركس المعمم:

$$L.S = \sum_{i=1}^n \left\{ \left[1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right]^\beta - \left(\frac{i}{n+1} \right) \right\}^2 \quad \dots(2-26)$$

وللحصول على مقدرات طريقة المربعات الصغرى لتوزيع بيركس المعمم تتم بإيجاد المشتقة الأولى للمعادلة (2-26) وللمعلمات $(\alpha; \beta; \lambda)$ نحصل على الآتي

$$\begin{aligned} \frac{dL.S}{d\alpha} &= 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \left[1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right]^\beta - \left(\frac{i}{n+1} \right) \right\} \beta \left[1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right]^{\beta-1} \frac{1+\alpha e^{\lambda x_i} - (1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \left(\left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta - \left(\frac{i}{n+1} \right) \right) \left(\frac{\beta \alpha^{\beta-1} (e^{\lambda x_i} - 1)^\beta}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^{\beta+1}} \right) \\ &= 2 \sum_{i=1}^n \left(\left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta \left(\frac{\beta \alpha^{\beta-1} (e^{\lambda x_i} - 1)^\beta}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^{\beta+1}} \right) - \left(\frac{i}{n+1} \right) \left(\frac{\beta \alpha^{\beta-1} (e^{\lambda x_i} - 1)^\beta}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^{\beta+1}} \right) \right) \end{aligned}$$

وبمساواة المشتقة للصفر نحصل على :

$$\begin{aligned} \frac{dL.S}{d\alpha} &= 0 \\ \sum_{i=1}^n \left(\left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta \left(\frac{\beta \alpha^{\beta-1} (e^{\lambda x_i} - 1)^\beta}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^{\beta+1}} \right) \right) &= \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{i}{n+1} \right) \left(\frac{\beta \alpha^{\beta-1} (e^{\lambda x_i} - 1)^\beta}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^{\beta+1}} \right) \right) \quad \dots(2-27) \end{aligned}$$

$$\frac{dL.S}{d\beta} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta - \left(\frac{i}{n+1} \right) \right\} \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta \ln \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \left(\left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^{2\beta} \ln \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right) - \left(\frac{i}{n+1} \right) \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta \ln \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right) \right)$$

وبمساواة المشتقة للصفر نحصل على :

$$\frac{dL.S}{d\beta} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^{2\beta} \ln \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right) \right) = \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{i}{n+1} \right) \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta \ln \left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right) \right) \dots (2-28)$$

$$\frac{dL.S}{d\lambda} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \left[1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right]^\beta - \left(\frac{i}{n+1} \right) \right\} \beta \left[1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right]^{\beta-1} \frac{\alpha x_i (1+\alpha) e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2}$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \left(\left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta - \left(\frac{i}{n+1} \right) \right) \left(\frac{\beta \alpha^\beta (1+\alpha) x_i e^{\lambda x_i}}{\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right)^{\beta+1}} \right)$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \left(\left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta \left(\frac{\beta \alpha^\beta (1+\alpha) x_i e^{\lambda x_i}}{\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right)^{\beta+1}} \right) - \left(\frac{i}{n+1} \right) \left(\frac{\beta \alpha^\beta (1+\alpha) x_i e^{\lambda x_i}}{\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right)^{\beta+1}} \right) \right)$$

وبمساواة المشتقة للصفر نحصل على :

$$\frac{dL.S}{d\lambda} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \left(\left(1 - \left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)^\beta \left(\frac{\beta \alpha^\beta (1+\alpha) x_i e^{\lambda x_i}}{\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right)^{\beta+1}} \right) \right) = \sum_{i=1}^n \left(\left(\frac{i}{n+1} \right) \left(\frac{\beta \alpha^\beta (1+\alpha) x_i e^{\lambda x_i}}{\left(\frac{1+\alpha}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right)^{\beta+1}} \right) \right) \dots (2-29)$$

المعادلات (2-27) (2-28) (2-29) تمثل منظومة معادلات غير خطية لا يمكن حلها

بالطرائق التحليلية الاعتيادية إذ سيتم اللجوء الى الطرائق العددية لحلها وان تقدير دالة البقاء

سيكون كما مشار اليه في المعادلة (2-24)

(Bayesian Method) [16][6] (2-5-2) الطرائق البيزية

اقترح هذا الاسلوب البريطاني توماس بيز ويتميز هذا الاسلوب في التقدير عن الاسلوب الكلاسيكي أن المعلمة في تقدير بيز تعد متغيراً عشوائياً على اساس ان المعلمة في المجتمعات المدروسة لا يمكن ان تكون ثابتة خلال فترة الدراسة. وان هنالك معلومات اولية (Prior Information) تأتي من الخبرة السابقة او المعلومات الشخصية يمكن ان ندمجها مع المعلومات للعينة المسحوبة ومن المعلومات السابقة (Prior Information) ومعلومات العينة المتمثلة بدالة الامكان (Likelihood) نحصل على المعلومات اللاحقة (Posterior Information) وفي هذه الرسالة سيتم استعمال طريقتين من الطرائق البيزية وهما:

❖ طريقة بيز القياسية Standard Bayes Method

❖ طريقة بيز غير المعلوماتية Non Informative Bayes Method

(Standard Bayes Method) [26][15][7] (1-2-5-2) طريقة بيز القياسية

تعد طريقة بيز القياسية واحده من اهم طرق التقدير البيزية وتعتمد هذه الطريقة على دالة كثافة احتمالية سابقة (قبلي) (Prior distribution) تمثل التوزيع الاولي للمعلمة ومن دالة الكثافة الاحتمالية السابقة ودالة الترجيح الاعظم لمشاهدات العينة يتم الحصول على دالة اللاحقة او البعدية (posterior Distribution) التي تستخدم للحصول على تقدير بيز الذي يمثل قيمة المعلمة التي تنتج اقل توقع لدالة الخسارة. وللحصول على تقدير معلمات توزيع بيركس المعمم نفترض ان التوزيع القبلي للمعلمات المجهولة هو التوزيع الاسي وكما موضح بالآتي :

$$\left. \begin{aligned} g_1(\alpha) &= \frac{1}{\gamma_1} e^{-\frac{\alpha}{\gamma_1}} \\ g_2(\beta) &= \frac{1}{\gamma_2} e^{-\frac{\beta}{\gamma_2}} \\ g_3(\lambda) &= \frac{1}{\gamma_3} e^{-\frac{\lambda}{\gamma_3}} \end{aligned} \right\} \dots(2-30)$$

وان دالة التوزيع القبلي المشتركة (Joint) التي تنتج من ضرب الدوال الحدية (Marginal) في المعادلة (2-30) ستكون كما يلي:

$$g(\alpha; \beta; \lambda) = \frac{1}{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3} e^{-\left(\frac{\alpha}{\gamma_1} + \frac{\beta}{\gamma_2} + \frac{\lambda}{\gamma_3}\right)} \dots(2-31)$$

ان دالة التوزيع اللاحق لتوزيع بيركس المعمم بافتراض دالة توزيع قبلي تمثل التوزيع الاسي تكون كالاتي :

$$f(\alpha, \beta, \lambda/x) = \frac{\alpha^n \beta^n \lambda^n \prod_{i=1}^n \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \left[1 - \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2}\right]^{\beta-1} e^{-\left(\frac{\alpha}{\gamma_1} + \frac{\beta}{\gamma_2} + \frac{\lambda}{\gamma_3}\right)}}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \alpha^n \beta^n \lambda^n \prod_{i=1}^n \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \left[1 - \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2}\right]^{\beta-1} e^{-\left(\frac{\alpha}{\gamma_1} + \frac{\beta}{\gamma_2} + \frac{\lambda}{\gamma_3}\right)} d\alpha d\beta d\lambda} \dots(2-32)$$

ولإكمال خطوات طريقة بيز يجب الحصول على دالة خسارة (Loss function) حيث سيتم افتراض دالة الخسارة التربيعية والتي تعتبر واحدة من اهم دوال الخسارة واكثرها شيوعا، ويمكن تعريفها حسب الصيغة الرياضية الاتية:

$$L = (\theta - \hat{\theta})^2 \dots(2-33)$$

ان مقدر بيز (Bayes Estimate) هو تلك القيمة التي تجعل توقع دالة الخسارة في نهاية الصغرى ، وبافتراض دالة خسارة تربيعية فان مقدر بيز يساوي التوقع للدالة اللاحقة ، وتمثل المعادلة (2-34) توقع الدالة اللاحقة لدالة الخسارة التربيعية.

$$E_{\alpha, \beta, \lambda/x}[g(\alpha, \beta, \lambda)] = \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty (\hat{\alpha} - \alpha)^2 \alpha^n \beta^n \lambda^n \prod_{i=1}^n \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \left[1 - \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2}\right]^{\beta-1} e^{-\left(\frac{\alpha}{\gamma_1} + \frac{\beta}{\gamma_2} + \frac{\lambda}{\gamma_3}\right)} d\alpha d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \alpha^n \beta^n \lambda^n \prod_{i=1}^n \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \left[1 - \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2}\right]^{\beta-1} e^{-\left(\frac{\alpha}{\gamma_1} + \frac{\beta}{\gamma_2} + \frac{\lambda}{\gamma_3}\right)} d\alpha d\beta d\lambda} \dots(2-34)$$

المعادلة (2-34) لايمكن حلها باستعمال الطرائق الرياضية الاعتيادية ولذلك يتم اللجوء الى الطرائق العددية . حيث سيتم الإعتماد على طريقة تقريب ليندلي (Lindley Approximation)

*تقريب ليندلي (Lindley Approximation)^{[27][14]}

لقد وضع الباحث (Lindley) في عام (1980) حلاً تقريبياً للتكامل الناتج من استعمال طريقة تقدير بيز (Bayes Estimate). وحسب أسلوب الباحث ليندلي تعاد صياغة توقع الدالة السابقة حسب الصيغة الآتية :

$$E[u(\underline{\theta}) / x] = \frac{\int_{\Omega} u(\theta) e^{L(\theta)+\rho(\theta)} d\theta}{\int_{\Omega} e^{L(\theta)+\rho(\theta)} d\theta} \quad \dots(2-35)$$

حيث ان $L(\theta)$ لوغاريتم دالة الإمكان الأعظم، $\rho(\theta)$ لوغاريتم دالة التوزيع السابق للمعلمة (θ) ، $u(\theta)$ اي دالة للمعلمة (θ) ، وقد إقترح الباحث ليندلي الصيغة الآتية لحل التكامل في المعادلة (2-35)

$$E[u(\underline{\theta}) / x] = u(\hat{\theta}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [u_{ij} + 2u_i \rho_j] \hat{\sigma}_{ij} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m L_{ijkl} u_l \sigma_{ij} \sigma_{kl} \quad \dots(2-36)$$

حيث ان m تمثل عدد المعلمات، هنا $(m=3)$ ، $u(\hat{\theta})$ تقدير الإمكان الأعظم لمعلمة (θ) ، وان :

$$\sigma_{ij} = - \left(\frac{\partial^2 L(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\theta=\hat{\theta}} \right)^{-1}, \quad L_{ijkl} = \frac{\partial^3 L(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j \partial \theta_k} \Big|_{\theta=\hat{\theta}}$$

بينما:

$$\rho = \ln(g(\theta)) = \rho(\theta) = \ln \left(\frac{1}{\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3} e^{-\left(\frac{\alpha}{\gamma_1} + \frac{\beta}{\gamma_2} + \frac{\lambda}{\gamma_3}\right)} \right) \quad \dots(2-37)$$

$$u_i = \frac{\partial u(\theta)}{\partial \theta_i}; \theta_1 = \alpha; \theta_2 = \beta; \theta_3 = \lambda$$

$$u_{ij} = \frac{\partial^2 u}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$$

وللحصول على تقدير بيز (Bayes Estimate) للمعلمة (α) بإعتماد دالة سابقة تمثل التوزيع

الأسّي وعلى فرض ان $u(\alpha; \beta; \lambda) = \alpha$ فإن المعادلة (2-37) تكون كالآتي

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_B = & \hat{\alpha}_{ML} + u_1\rho_1\sigma_{11} + u_1\rho_2\sigma_{12} + u_1\rho_3\sigma_{13} + 0.5L_{231}u_1\sigma_{23}\sigma_{11} + 0.5L_{233}u_1\sigma_{23}\sigma_{31} + \\ & 0.5L_{311}u_1\sigma_{31}\sigma_{11} + 0.5L_{312}u_1\sigma_{31}\sigma_{21} + 0.5L_{313}u_1\sigma_{31}^2 + 0.5L_{321}u_1\sigma_{32}\sigma_{11} + \\ & 0.5L_{323}u_1\sigma_{32}\sigma_{31} + 0.5L_{331}u_1\sigma_{33}\sigma_{13} + 0.5L_{332}u_1\sigma_{33}\sigma_{21} + 0.5L_{333}u_1\sigma_{33}\sigma_{31} + \\ & 0.5L_{111}u_1\sigma_{11}^2 + 0.5L_{112}u_1\sigma_{11}\sigma_{21} + 0.5L_{113}u_1\sigma_{11}\sigma_{31} \end{aligned} \quad \dots(2-38)$$

إذ أن:

$$u_2 = u_3 = u_{12} = u_{13} = u_{23} = u_{22} = u_{33} = u_{21} = u_{31} = u_{32} = 0$$

$$L_{123} = L_{132} = L_{213} = L_{231} = L_{312} = L_{321}$$

$$L_{112} = L_{121} = L_{211} = 0$$

$$L_{332} = L_{323} = L_{233} = 0$$

$$L_{113} = L_{131} = L_{311}$$

$$L_{233} = L_{323} = L_{322}$$

$$\rho_1 = -\frac{1}{\gamma_1}; \rho_2 = -\frac{1}{\gamma_2}; \rho_3 = -\frac{1}{\gamma_3}$$

$$\sigma_{11} = \frac{1}{-\frac{n}{a^2} - \frac{n}{(1+a)^2} - 2\left(\sum_{i=1}^n \left(-\frac{(\lambda x_i)^2}{(1+ae^{\lambda x_i})^2}\right)\right) + (\beta-1)\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{2e^{-\lambda x_i}}{(1+ae^{\lambda x_i})^2} - 2(1+a)\frac{(\lambda x_i)^2}{(1+ae^{\lambda x_i})^3}}{1 - \frac{1+a}{1+ae^{\lambda x_i}}} - \frac{\left(-\frac{1}{1+ae^{\lambda x_i}} + \frac{(1+a)e^{-\lambda x_i}}{(1+ae^{\lambda x_i})^2}\right)^2}{\left(1 - \frac{1+a}{1+ae^{\lambda x_i}}\right)^2}\right)\right)}$$

$$\sigma_{12} = \frac{a}{\sum_{i=1}^n \frac{1 + ae^{\lambda x_i} - e^{-\lambda x_i} - e^{-2\lambda x_i}}{(e^{\lambda x_i} - 1)(1 + ae^{\lambda x_i})^2}}$$

$$\sigma_{13} = -\frac{1}{(\beta-3)\left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i e^{\lambda x_i}}{(1+ae^{\lambda x_i})^2}\right)}$$

$$\sigma_{23} = -\frac{e^{-\lambda x_i} (e^{\lambda x_i} - 1) (1 + ae^{\lambda x_i})}{x_i (1 + a)}$$

$$\sigma_{22} = \frac{B^2}{n}$$

$$\sigma_{33} = \frac{1}{-\frac{n}{\lambda^2} - 2 \left(\sum_{i=1}^n \frac{a x_i^2 e^{\lambda x_i}}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2} \right) + (B-1) \left(\sum_{i=1}^n \left(-\frac{(1+a) x_i^2 e^{\lambda x_i} (a e^{2\lambda x_i} + 1)}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2 (e^{\lambda x_i} - 1)^2} \right) \right)}$$

$$L_{123} = \sum_{i=1}^n \left(-\frac{x_i e^{\lambda x_i}}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2} \right)$$

$$L_{233} = \sum_{i=1}^n \left(-\frac{(1+a) x_i^2 e^{\lambda x_i} (a e^{2\lambda x_i} + 1)}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2 (e^{\lambda x_i} - 1)^2} \right)$$

$$L_{313} = (1+B) \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2 e^{\lambda x_i} (-1 + a e^{\lambda x_i})}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3} \right)$$

$$L_{311} = 2(\beta + 1) \cdot \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i e^{2\lambda x_i}}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3} \right)$$

$$L_{111} = \frac{2n}{a^3} + \frac{2n}{(1+a)^3} - 2 \left(\sum_{i=1}^n \frac{2(e^{\lambda x_i})^3}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3} \right) + (B-1) \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{2(3e^{2\lambda x_i} a^2 + 3a e^{\lambda x_i} + 1)}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3 a^3} \right) \right)$$

$$\frac{2n}{\lambda^3} - 2 \left(\sum_{i=1}^n \left(-\frac{a x_i^3 e^{\lambda x_i} (-1 + a e^{\lambda x_i})}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3} \right) \right) + (B-1) \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{(1+a) x_i^3 e^{\lambda x_i} (1 - a e^{3\lambda x_i} + 6a e^{2\lambda x_i} + a^2 e^{4\lambda x_i} + a^2 e^{3\lambda x_i} + e^{\lambda x_i} - a e^{\lambda x_i})}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3 (e^{\lambda x_i} - 1)^3} \right) \right)$$

$$L_{112} = \sum_{i=1}^n \left(-\frac{2a e^{\lambda x_i} + 1}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2 a^2} \right)$$

أما تقدير بيز (Bayes Estimate) للمعلمة (β) بإعتماد دالة سابقة تمثل التوزيع الأسّي الذي

تمت الإشارة إليه في المعادلة (2-30) وعلى فرض ان $u(\alpha; \beta; \lambda) = \beta$ فإن المعادلة (2-

34) تكون كالآتي:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_B = & \hat{\beta}_{ML} + 0.5L_{323}u_2\sigma_{32}^2 + 0.5L_{331}u_2\sigma_{33}\sigma_{12} + 0.5L_{332}u_2\sigma_{33}\sigma_{22} + \\ & 0.5L_{333}u_2\sigma_{33}\sigma_{32} + 0.5L_{111}u_2\sigma_{11}\sigma_{12} + 0.5L_{112}u_2\sigma_{11}\sigma_{22} + 0.5L_{113}u_2\sigma_{11}\sigma_{32} + \\ & 0.5L_{121}u_2\sigma_{12}^2 + 0.5L_{122}u_2\sigma_{12}\sigma_{22} + 0.5L_{123}u_2\sigma_{12}\sigma_{32} + 0.5L_{131}u_2\sigma_{13}\sigma_{12} + \\ & 0.5L_{132}u_2\sigma_{13}\sigma_{22} + 0.5L_{133}u_2\sigma_{13}\sigma_{32} + 0.5L_{211}u_2\sigma_{21}\sigma_{12} + 0.5L_{212}u_2\sigma_{21}\sigma_{22} + \end{aligned}$$

$$0.5L_{213}u_2\sigma_{21}\sigma_{32} + 0.5L_{221}u_2\sigma_{22}\sigma_{32} + 0.5L_{222}u_2\sigma_{22}^2 + 0.5L_{223}u_2\sigma_{22}\sigma_{32} + \\ 0.5L_{231}u_2\sigma_{23}\sigma_{12} + 0.5L_{232}u_2\sigma_{23}\sigma_{22} \quad \dots(2-39)$$

إذ أن:

$$u_1 = u_3 = u_{12} = u_{23} = u_{13} = u_{11} = u_{33} = u_{21} = u_{31} = u_{32} = 0$$

$$L_{123} = L_{132} = L_{213} = L_{231} = L_{312} = L_{321}$$

$$L_{112} = L_{121} = L_{211} = 0$$

$$L_{332} = L_{323} = L_{233} = 0$$

$$L_{113} = L_{131} = L_{311}$$

$$L_{233} = L_{323} = L_{322}$$

أما تقدير بيز (Bayes Estimate) للمعلمة (λ) بإعتماد دالة سابقة تمثل التوزيع الأسّي المشترك

اليه في المعادلة (2-30) وعلى فرض ان $u(\alpha; \beta; \lambda) = \lambda$ فإن المعادلة (2-34) تكون

كالآتي :

$$\hat{\lambda}_B = \lambda_{ML} + 0.5L_{233}u_3\sigma_{23}\sigma_{33} + 0.5L_{311}u_3\sigma_{31}\sigma_{13} + 0.5L_{312}u_3\sigma_{31}\sigma_{23} + \\ 0.5L_{313}u_3\sigma_{31}\sigma_{33} + 0.5L_{321}u_3\sigma_{32}\sigma_{13} + 0.5L_{322}u_3\sigma_{32}\sigma_{23} + 0.5L_{323}u_3\sigma_{32}\sigma_{33} + \\ 0.5L_{331}u_3\sigma_{33}\sigma_{13} + 0.5L_{332}u_3\sigma_{33}\sigma_{23} + 0.5L_{333}u_3\sigma_{33}^2 + 0.5\sigma_{11}u_{11} + 0.5\sigma_{12}u_{12} + \\ 0.5\sigma_{13}u_{13} + 0.5\sigma_{21}u_{21} + 0.5\sigma_{22}u_{22} + 0.5\sigma_{23}u_{23} + 0.5\sigma_{31}u_{31} + 0.5\sigma_{32}u_{32} + \\ 0.5\sigma_{33}u_{33} + \sigma_{31}u_3\rho_1 + \sigma_{32}u_3\rho_2 + \sigma_{33}u_3\rho_3 + 0.5L_{112}u_3\sigma_{11}\sigma_{23} + 0.5L_{121}u_2\sigma_{12}^2 + \\ 0.5L_{121}u_3\sigma_{12}\sigma_{13} + 0.5L_{122}u_3\sigma_{12}\sigma_{23} + 0.5L_{123}u_3\sigma_{12}\sigma_{33} + 0.5L_{131}u_3\sigma_{13}^2 + \\ 0.5L_{132}u_1\sigma_{13}\sigma_{21} + 0.5L_{132}u_2\sigma_{13}\sigma_{22} + 0.5L_{132}u_3\sigma_{13}\sigma_{23} \quad \dots(2-40)$$

حيث إن :

$$u_2 = u_3 = u_{12} = u_{13} = u_{23} = u_{22} = u_{33} = u_{21} = u_{31} = u_{32} = 0$$

$$L_{123} = L_{132} = L_{213} = L_{231} = L_{312} = L_{321}$$

$$L_{112} = L_{121} = L_{211} = 0$$

$$L_{332} = L_{323} = L_{233} = 0$$

$$L_{113} = L_{131} = L_{311} , L_{323} = L_{322}$$

(2-2-5-2) طريقة بيز غير المعلوماتية (دالة الكثافة الأولية غير المعلوماتية)

(Non Informative Bayes Method) [31][14]

تستعمل هذه الدالة عندما تكون المعلومات المتوافرة عن المعلمة غير كافية أو معدومة وفي هذه الحالة سنتبع الاسلوب الذي إقترحه الباحث (Jeffry) وحسب هذا الاسلوب سنفترض أن المعلومات السابقة أو معلومات (Jeffry) كما يلي :

$$\left. \begin{aligned} g_1(\alpha) &= \frac{1}{\alpha^2} \\ g_2(\beta) &= \frac{1}{\beta^2} \\ g_3(\lambda) &= \frac{1}{\lambda^2} \end{aligned} \right\} \dots(2-41)$$

وعلى هذا الأساس ستكون الدالة السابقة المشتركة (Joint Prior) كما يلي :

$$g(\alpha; \beta; \lambda) = \frac{1}{\alpha^2 \beta^2 \lambda^2} \dots(2-42)$$

إن دالة التوزيع اللاحق (Posterior) التي تتكون من معلومات (Jeffry) ودالة الإمكان

(Likelihood function) في هذه الحالة هي :

$$f(\alpha, \beta, \lambda/x) = \frac{\alpha^{n-2} \beta^{n-2} \lambda^{n-2} \prod_{i=1}^n \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \left[1 - \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \right]^{\beta-1}}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \alpha^{n-2} \beta^{n-2} \lambda^{n-2} \prod_{i=1}^n \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \left[1 - \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \right]^{\beta-1} d\alpha d\beta d\lambda} \dots(2-43)$$

وللحصول على مقدر بيز لمعلمات توزيع بيركس المعمم سيتم افتراض دالة خسارة تربيعية حيث إن

مقدر بيز (Bayes Estimator) يمثل التوقع لدالة الخسارة

$$E_{\alpha, \beta, \lambda/x}[g(\alpha, \beta, \lambda)] = \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \alpha^{n-2} \beta^{n-2} \lambda^{n-2} (\hat{\alpha} - \alpha)^2 \prod_{i=1}^n \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \left[1 - \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \right]^{\beta-1} d\alpha d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \alpha^{n-2} \beta^{n-2} \lambda^{n-2} \prod_{i=1}^n \frac{(1+\alpha)e^{\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \left[1 - \frac{(1+\alpha)}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \right]^{\beta-1} d\alpha d\beta d\lambda} \dots(2-44)$$

المعادلة (2-44) لا يمكن حلها باستعمال الطرائق الرياضية الإعتيادية ولذلك يتم اللجوء الى

الطرائق العددية . وسيتم الإعتداد على طريقة تقريب ليندلي (Lindley Approximation)

والمشار اليها في المعادلة (2-35)

ان تقدير بيز للمعلمة (α) باستعمال دالة كثافة أولية غير معلوماتية واستعمال تقريب ليندلي يكون

كما يلي:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_B = & \hat{\alpha}_{ML} + u_1\rho_1\sigma_{11} + u_1\rho_2\sigma_{12} + u_1\rho_3\sigma_{13} + 0.5L_{231}u_1\sigma_{23}\sigma_{11} + 0.5L_{233}u_1\sigma_{23}\sigma_{31} + \\ & 0.5L_{311}u_1\sigma_{31}\sigma_{11} + 0.5L_{312}u_1\sigma_{31}\sigma_{21} + 0.5L_{313}u_1\sigma_{31}^2 + 0.5L_{321}u_1\sigma_{32}\sigma_{11} + \\ & 0.5L_{323}u_1\sigma_{32}\sigma_{31} + 0.5L_{331}u_1\sigma_{33}\sigma_{13} + 0.5L_{332}u_1\sigma_{33}\sigma_{21} + 0.5L_{333}u_1\sigma_{33}\sigma_{31} + \\ & 0.5L_{111}u_1\sigma_{11}^2 + 0.5L_{112}u_1\sigma_{11}\sigma_{21} + 0.5L_{113}u_1\sigma_{11}\sigma_{31} \end{aligned} \quad \dots(2-45)$$

اذ ان:

$$u_2 = u_3 = u_{12} = u_{13} = u_{23} = u_{22} = u_{33} = u_{21} = u_{31} = u_{32} = 0$$

$$L_{123} = L_{132} = L_{213} = L_{231} = L_{312} = L_{321}$$

$$L_{112} = L_{121} = L_{211} = 0$$

$$L_{332} = L_{323} = L_{233} = 0$$

$$L_{113} = L_{131} = L_{311}$$

$$L_{233} = L_{323} = L_{322}$$

$$\rho_1 = -\frac{2}{\alpha}; \rho_2 = -\frac{2}{\beta}; \rho_3 = -\frac{2}{\lambda}$$

$$\sigma_{11} = \frac{1}{\left(\frac{-\frac{n}{\alpha^2} - \frac{n}{(1+\alpha)^2} - 2 \left(\sum_{i=1}^n \left(-\frac{(\lambda x_i)^2}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \right) \right) + (B-1) \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\frac{2e^{-\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} - \frac{2(1+\alpha)(e^{-\lambda x_i})^2}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^3} - \left(\frac{-\frac{1}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} + \frac{(1+\alpha)e^{-\lambda x_i}}{(1+\alpha e^{\lambda x_i})^2} \right)^2}{1 - \frac{1+\alpha}{\lambda x_i}} \right)}{1+\alpha e^{\lambda x_i}} \right) \right)}$$

$$\sigma_{12} = \frac{a}{\sum_{i=1}^n \frac{1 + \alpha e^{-\lambda x_i}}{(e^{\lambda x_i} - 1)(1 + \alpha e^{\lambda x_i})^2} - e^{-2\lambda x_i} a}$$

$$\sigma_{23} = -\frac{e^{-\lambda x_i} (e^{\lambda x_i} - 1) (1 + \alpha e^{\lambda x_i})}{x_i (1 + \alpha)}$$

$$\sigma_{22} = \frac{B^2}{n}$$

$$\sigma_{13} = - \frac{1}{(\beta - 3) \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i e^{\lambda x_i}}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2} \right)}$$

$$\sigma_{33} = - \frac{1}{-\frac{n}{\lambda^2} - 2 \left(\sum_{i=1}^n \frac{a x_i^2 e^{\lambda x_i}}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2} \right) + (B-1) \left(\sum_{i=1}^n \left(- \frac{(1+a) x_i^2 e^{\lambda x_i} (a e^{2\lambda x_i} + 1)}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2 (e^{\lambda x_i} - 1)^2} \right) \right)}$$

$$L_{123} = \sum_{i=1}^n \left(- \frac{x_i e^{\lambda x_i}}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2} \right)$$

$$L_{233} = \sum_{i=1}^n \left(- \frac{(1+a) x_i^2 e^{\lambda x_i} (a e^{2\lambda x_i} + 1)}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2 (e^{\lambda x_i} - 1)^2} \right)$$

$$L_{311} = 2(\beta + 1) \cdot \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i e^{2\lambda x_i}}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3} \right)$$

$$L_{313} = (1 + B) \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2 e^{\lambda x_i} (-1 + a e^{\lambda x_i})}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3} \right)$$

$$L_{111} = \frac{2n}{a^3} + \frac{2n}{(1+a)^3} - 2 \left(\sum_{i=1}^n \frac{2(e^{\lambda x_i})^3}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3} \right) + (B-1) \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{2(3e^{2\lambda x_i} a^2 + 3a e^{\lambda x_i} + 1)}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3 a^3} \right) \right)$$

$$\frac{2n}{\lambda^3} - 2 \left(\sum_{i=1}^n \left(- \frac{a x_i^3 e^{\lambda x_i} (-1 + a e^{\lambda x_i})}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3} \right) \right) + (B-1) \left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{(1+a) x_i^3 e^{\lambda x_i} (1 - a e^{3\lambda x_i} + 6a e^{2\lambda x_i} + a^2 e^{4\lambda x_i} + a^2 e^{3\lambda x_i} + e^{\lambda x_i} - a e^{\lambda x_i})}{(1 + a e^{\lambda x_i})^3 (e^{\lambda x_i} - 1)^3} \right) \right)$$

$$L_{112} = \sum_{i=1}^n \left(- \frac{2a e^{\lambda x_i} + 1}{(1 + a e^{\lambda x_i})^2 a^2} \right)$$

كما ان تقدير بيز للمعلمة (β) بأستعمال دالة كثافة أولية غير معلومانية وأستعمال تقريب ليندلي

يكون كما يلي:

$$\hat{\beta}_B = \hat{\beta}_{ML} + u_1 \rho_1 \sigma_{11} + u_1 \rho_2 \sigma_{12} + u_1 \rho_3 \sigma_{13} + 0.5 L_{231} u_1 \sigma_{23} \sigma_{11} + 0.5 L_{233} u_1 \sigma_{23} \sigma_{31} + 0.5 L_{311} u_1 \sigma_{31} \sigma_{11} + 0.5 L_{312} u_1 \sigma_{31} \sigma_{21} + 0.5 L_{313} u_1 \sigma_{31}^2 + 0.5 L_{321} u_1 \sigma_{32} \sigma_{11} + 0.5 L_{323} u_1 \sigma_{32} \sigma_{31} + 0.5 L_{331} u_1 \sigma_{33} \sigma_{13} +$$

$$0.5L_{332}u_1\sigma_{33}\sigma_{21} + 0.5L_{333}u_1\sigma_{33}\sigma_{31} + 0.5L_{111}u_1\sigma_{11}^2 + 0.5L_{112}u_1\sigma_{11}\sigma_{21} + \\ 0.5L_{113}u_1\sigma_{11}\sigma_{31} \quad \dots(2-46)$$

اذ ان:

$$u_1 = u_3 = u_{12} = u_{13} = u_{23} = u_{11} = u_{33} = u_{21} = u_{31} = u_{32} = 0$$

$$L_{123} = L_{132} = L_{213} = L_{231} = L_{312} = L_{321}$$

$$L_{112} = L_{121} = L_{211} = 0$$

$$L_{332} = L_{323} = L_{233} = 0$$

$$L_{113} = L_{131} = L_{311}$$

$$L_{233} = L_{323} = L_{322}$$

كما ان تقدير بيز للمعلمة (λ) بأستعمال دالة كثافة أولية غير معلوماتية وأستعمال تقريب ليندلي

يكون كما يلي:

$$\hat{\lambda}_B = \lambda_{ML} + 0.5L_{233}u_3\sigma_{23}\sigma_{33} + 0.5L_{311}u_3\sigma_{31}\sigma_{13} + 0.5L_{312}u_3\sigma_{31}\sigma_{23} + \\ 0.5L_{313}u_3\sigma_{31}\sigma_{33} + 0.5L_{321}u_3\sigma_{32}\sigma_{13} + 0.5L_{322}u_3\sigma_{32}\sigma_{23} + 0.5L_{323}u_3\sigma_{32}\sigma_{33} + \\ 0.5L_{331}u_3\sigma_{33}\sigma_{13} + 0.5L_{332}u_3\sigma_{33}\sigma_{23} + 0.5L_{333}u_3\sigma_{33}^2 + 0.5\sigma_{11}u_{11} + \\ 0.5\sigma_{12}u_{12} + 0.5\sigma_{13}u_{13} + 0.5\sigma_{21}u_{21} + 0.5\sigma_{22}u_{22} + 0.5\sigma_{23}u_{23} + 0.5\sigma_{31}u_{31} + \\ 0.5\sigma_{32}u_{32} + 0.5\sigma_{33}u_{33} + \sigma_{31}u_3\rho_1 + \sigma_{32}u_3\rho_2 + \sigma_{33}u_3\rho_3 + 0.5L_{112}u_3\sigma_{11}\sigma_{23} + \\ 0.5L_{121}u_2\sigma_{12}^2 + 0.5L_{121}u_3\sigma_{12}\sigma_{13} + 0.5L_{122}u_3\sigma_{12}\sigma_{23} + 0.5L_{123}u_3\sigma_{12}\sigma_{33} + \\ 0.5L_{131}u_3\sigma_{13}^2 + 0.5L_{132}u_1\sigma_{13}\sigma_{21} + 0.5L_{132}u_2\sigma_{13}\sigma_{22} + 0.5L_{132}u_3\sigma_{13}\sigma_{23}) \dots(2-47)$$

اذ ان:

$$u_2 = u_3 = u_{12} = u_{13} = u_{23} = u_{22} = u_{33} = u_{21} = u_{31} = u_{32} = 0$$

$$L_{123} = L_{132} = L_{213} = L_{231} = L_{312} = L_{321}$$

$$L_{112} = L_{121} = L_{211} = 0$$

$$L_{332} = L_{323} = L_{233} = 0$$

$$L_{113} = L_{131} = L_{311}$$

$$L_{233} = L_{323} = L_{322}$$

3

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

(1-3) تمهيد (Preface)

تناول هذا الفصل أسلوب محاكاة مونت-كارلو (Monte-Carlo) لاجراء تجارب المحاكاة لتقييم طرائق التقدير التي ذكرت في الجانب النظري من الرسالة والمستعملة لإيجاد مقدرات معالم دالة الكثافة الاحتمالية وتقدير دالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم، كما تم الاعتماد على متوسط مربعات الخطأ التكاملية (Integral Mean Square Error) وقيم المعالم الافتراضية وبأحجام عينات مفترضة .

(2-3) مفهوم المحاكاة^{[2][5]} (The Concept of Simulation)

تعرف المحاكاة (Simulation) بأنها أسلوب رياضي لمعالجة المشكلات وتنفيذها في الحاسب الألكتروني، والتي تتداخل فيها أنواع معينة من العلاقات الرياضية والمنطقية الضرورية لوصف سلوك وهياة نظام لعالم حقيقي معقد ويعد أسلوب المحاكاة لغة عصر لأنه يساعد الباحثين في الدراسة ، فالمحاكاة تشبه مختبر الباحثين إذ يقوم الباحث بتوليد بيانات مشاهدات بعد تصميم وبناء نموذج المحاكاة لدراسة ظاهرة معينة ، فهي مفيدة جداً في حالة عدم توافر البيانات المطلوبة او استحالة الحصول عليها أو تكون مكلفة ، إذ يمكن الحصول على بيانات تقريبية من الواقع قيد الدراسة خلال مدة من الزمن .

فالمحاكاة أسلوب يرغب فيه العديد من الباحثين ، لأنها تحاكي ما يحدث في النظام الحقيقي أو الأنظمة فتطور التصميم ولقد تعددت استخداماتها في مختلف أشكال العلم والتقنية فقد أستخدمت بشكل واسع في العمليات الصناعية ويضمنها تصميم نماذج صفوف الانتظار Queues . لكن في الاحصاء تستعمل المحاكاة لتقييم أداء طريقة عندما لانعرف مسبقاً بأن تلك الطريقة فعالة في تأدية مامطلوب منها وان استخراج النتائج منها يكون صعباً او مستعصياً .والمحاكاة على نوعين:

بناء نموذج: وهو تكوين نسخة مطابقة وأصغر حجماً من الأنموذج الأصلي وتكون الأختبارات

على الأنموذج المصغر ودراسة نتائجه وإعمامها على الأنموذج الأصلي

محاكاة حاسوبية: وهي كتابة برنامج للشيء المراد فحصه يطابق مواصفاته في الواقع ويوضع هذا

البرنامج ضمن ظروف برمجية مشابهة للواقع ومن ثم يتم النظر الى النتائج التي يتم الحصول

عليها من البرنامج والاستنتاج على أساسها.

وتعد محاكاة الكمبيوتر من الاجراءات المهمة في عملية محاكاة النماذج الرياضية والاحتمالية ،

فهي محاولة لنمذجة واقع الحياة أو الوضع الافتراضي على الكمبيوتر بحيث يمكن دراستها لمعرفة

كيفية عمل النظام او كيفية سلوك الظاهرة عن طريق تغيير المتغيرات في المحاكاة. واصبحت

المحاكاة الحاسوبية جزءاً مفيداً في نمذجة العديد من الظواهر الطبيعية مثل الفيزياء والكيمياء

والبيولوجيا والنظم البشرية في الاقتصاد والعلوم الاجتماعية وكذلك في الهندسة للحصول على نظرة

ثاقبة في كيفية سلوك تلك الظواهر.

في المحاكاة هنالك سمة مشتركة بين جميع الدارسين وهي محاولة توليد عينة من السيناريوهات

التمثيلية للأنموذج والتي يكون فيها التعداد الكامل لجميع الحالات الممكنة باهظاً أو مستحيلاً.

وهنالك عدة برامج حاسوبية لتشغيل ونمذجة المحاكاة القائمة على الحاسوب التي من أهمها وأكثرها

رواجاً محاكاة مونت كارلو *Monte Carlo* التي تعتمد على تكوين عينة عشوائية للظاهرة تلائم

التوزيع الاحتمالي الذي تسلكه تلك الظاهرة.

بعد التطور الكبير في الحاسبات ووجود برامج محاكاة على درجة عالية من المرونة وسهولة

الاستخدام جعل من استخدام المحاكاة في حل المشكلات الصناعية والاقتصادية والاجتماعية

والطبية والبيئية أمراً سهلاً لدرجة ان هنالك الكثير من العلماء الذين اعدوا صياغة الكثير من

المشاهدات الملاحظة معملياً او ميدانياً وبدون الافتراض مسبقاً بأي فرضيات قد لاتكون صحيحة ،

مثل أن نفترض إن اوزان فئران التجارب المستخدمة لها توزيع طبيعي وفي حالة عدم تحقق هذه الفرضية نقوم باجراء التحويل Transformation على البيانات المشاهدة لجعلها طبيعية ولو بشكل تقريبي.

ولهذا فإن الاتجاه الحديث هو " دع البيانات المشاهدة تتكلم عن نفسها " وهكذا تطورت طرائق إعادة المعاينة Resampling Methods التي تستعمل المحاكاة بشكل مكثف في كثير من الأبحاث العلمية النظرية أو التطبيقية .

(3-3) وصف تجربة المحاكاة (Description simulation experiment)

إن اعتماد اسلوب المحاكاة للمقارنة بين طرائق التقدير المذكورة في الجانب النظري من الدراسة لتوضيح تأثير الطرائق تجاه ما يلي .

1- التغير في حجم العينة (Sample Size) .

2- التغير في قيم المعلمات الافتراضية (Value of Parameters) .

وهناك اربع مراحل لبناء تجربة المحاكاة وهي كما يلي:

(1-3-3) المرحلة الاولى: تحديد القيم الافتراضية

(Initial values determination)

تتضمن هذه المرحلة تعيين القيم الافتراضية ،وتعد المرحلة الالهة إذ تعتمد عليها بقية المراحل ، ويلخص تعيين القيم الافتراضية بالخطوات التالية:

1- تحديد أحجام العينات الافتراضية (Sample sizes determination)

اختير عدد من القيم الافتراضية لأحجام العينات و كما يلي:

1- حجم عينة ($n = 10$).

2- حجم عينة ($n = 25$).

3- حجم عينة ($n = 50$).

4- حجم عينة ($n = 100$).

5- حجم عينة ($n = 150$).

حيث ان لحجم العينة تأثيراً في دقة النتائج المستحصلة من طرائق التقدير، وتؤثر على كفاءتها ايضاً

2- تحديد قيم المعلمات الافتراضية (values Determination Parameters)

أختير عدد من القيم الافتراضية لمعلمات دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيركس المعمم و كما هو موضح في الجدول (1-3).

جدول (1-3)

القيم الافتراضية لتجارب المحاكاة

Model	α	β	λ
1	1	2	2
2	2	1	10
3	4	10	8
4	10	4	3
5	25	7	2
6	16	1	20

3- تحديد تكرار أحجام العينات

(Determination Samples sizes replication)

إذ بلغ عدد تكرار التجارب ($R=2000$) مرة لكل تجربة، وذلك لزيادة الحصول على الدقة والتجانس المطلوب (Homogenous).

(2-3-3) المرحلة الثانية: توليد البيانات (Data Generation)

تم في هذه المرحلة توليد البيانات العشوائية بما يتلاءم والتوزيع الاحصائي بيركس المعمم لغرض المقارنة والمفاضلة بين طرائق التقدير المذكورة ، وتم تنفيذ تجارب المحاكاة لتوليد عدد من العينات بالحجوم المذكورة في الجدول (3-1) وقد نفذت تجارب المحاكاة باستعمال لغة البرمجة (Mat lab) و فيما يلي وصف لخطوات تجربة المحاكاة

- تم توليد متغيرات تتبع توزيع منتظم $u \sim U(0,1)$ بالاستعانة بالايجاز (Rand)
- يتم توليد بيانات تتبع توزيع بيركس المعمم بأستعمال الصيغة

$$x = \frac{1}{\lambda} \log \left(\frac{1}{\alpha} \left(\frac{1+\alpha}{1-u^{1/\beta}} - 1 \right) \right) \quad \dots(3-1)$$

(3-3-3) المرحلة الثالثة: ايجاد التقديرات (Estimations finding)

في هذه المرحلة تجري عملية ايجاد التقديرات لمعلمت توزيع بيركس المعمم بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم (ML) وطريقة المربعات الصغرى (LS) وطريقة بيز القياسية (EB) وطريقة بيز غير المعلوماتية (NONB) .

(4-3-3) المرحلة الرابعة: المقارنة بين الطرائق

(Comparison between the estimation methods)

بعد ان يتم تقدير (Estimate) معلمت توزيع بيركس المعمم تأتي مرحلة المقارنة بين هذه التقديرات ، فقد تم الاعتماد على متوسط مربعات الخطأ التكاملية (IMSE):
 لكون (MSE) يحسب لكل (t_i) من الزمن فإن (IMSE) يمثل تكاملاً للمساحة الكلية (t_i) واختزالها بقيمة واحدة تعد عامة للزمن. أو معبرة عن الزمن الكلي.
 وصيغة هذا المقياس تكون كما يأتي:

$$IMSE[\hat{R}(t)] = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \left\{ \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} [\hat{R}_i(t_j) - R(t_j)]^2 \right\} \quad \dots(3-2)$$

$$= \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} MSE[\hat{R}(t_i)] \quad \dots(3-3)$$

$i = 1, \dots, r$

اذ أن:

r : يمثل مرات تكرار التجربة والذي يساوي (2000) مرة.

n_t : معبرة عن حدود المتغير (t_i) أي من الحد الأدنى (Lower Bound) إلى الحد الأعلى (Upper Bound)

(4-3) تحليل تجارب المحاكاة (experiments Analysis of simulation)

لغرض التوصل إلى أفضل الطرائق دقة في تقدير دالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم ، تم عرض نتائج تجارب المحاكاة كما في الجداول التالية التي تضمنت رموزاً مختصرة كما في الجدول الآتي:

جدول (2-3) مختصرات طرائق التقدير

المختصر	الطريقة
<i>ML</i>	طريقة الأماكن الاعظم
<i>LS</i>	طريقة المربعات الصغرى
<i>NB</i>	طريقة بيز غير المعلوماتية
<i>IB</i>	طريقة بيز القياسية

جدول (3-3) تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الأربع ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للأنموذج الأول

N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=1.71$	$\alpha=1.46$	$\alpha=1.36$	$\alpha=1.21$
		$\beta=2.43$	$\beta=2.39$	$\beta=2.35$	$\beta=2.22$
		$\lambda=2.37$	$\lambda=2.45$	$\lambda=2.31$	$\lambda=2.18$
10	0.97373	0.99237	0.97608	0.92382	0.92876
	0.87225	0.86994	0.80075	0.82766	0.83002
	0.76552	0.66654	0.60323	0.72892	0.73128
	0.64756	0.45708	0.42927	0.63576	0.63871
	0.52880	0.28718	0.29298	0.55494	0.55782
	0.42865	0.16919	0.19408	0.48848	0.49053
	0.35647	0.09553	0.12611	0.43489	0.43579
	0.31707	0.06123	0.09064	0.40171	0.40172
	0.27561	0.03359	0.05820	0.36498	0.36389
	0.24097	0.01581	0.03751	0.33508	0.33303
	IMSE	0.08157	0.06273	0.03388	0.03024
Best		IB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=1.27$	$\alpha=1.46$	$\alpha=1.20$	$\alpha=1.33$
		$\beta=2.15$	$\beta=2.39$	$\beta=2.10$	$\beta=2.31$
		$\lambda=2.34$	$\lambda=2.45$	$\lambda=2.22$	$\lambda=2.29$
25	0.97373	0.98674	0.92363	0.9967	0.95699
	0.87225	0.79686	0.67231	0.84605	0.84316
	0.76552	0.59329	0.48955	0.74064	0.74114
	0.64756	0.41507	0.35659	0.64890	0.64954
	0.52880	0.27657	0.25983	0.56819	0.56889
	0.42865	0.17706	0.18940	0.49844	0.49908

	0.35647	0.10966	0.13811	0.43856	0.43936
	0.31707	0.07518	0.10901	0.39966	0.40058
	0.27561	0.04454	0.07952	0.35471	0.35589
	0.24097	0.02591	0.05805	0.31677	0.31812
	IMSE	0.06242	0.08924	0.01155	0.01244
Best		NB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=1.11$	$\alpha=1.29$	$\alpha=1.34$	$\alpha=1.41$
		$\beta=2.12$	$\beta=2.26$	$\beta=2.22$	$\beta=2.37$
		$\lambda=2.20$	$\lambda=2.31$	$\lambda=2.31$	$\lambda=2.34$
50	0.97373	0.93072	0.92400	0.99558	0.92384
	0.87225	0.82941	0.67363	0.89540	0.67301
	0.76552	0.72944	0.49119	0.70000	0.49034
	0.64756	0.63729	0.35823	0.47709	0.35729
	0.52880	0.55676	0.26131	0.28475	0.26037
	0.42865	0.48983	0.19065	0.14969	0.18976
	0.35647	0.43530	0.13912	0.06978	0.13831
	0.31707	0.40128	0.10958	0.03655	0.10911
	0.27561	0.36339	0.08019	0.01406	0.07955
	0.24097	0.33239	0.05855	0.00490	0.05800
	IMSE	0.03542	0.07861	0.18465	0.2885
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=1.10$	$\alpha=1.22$	$\alpha=1.33$	$\alpha=1.36$
		$\beta=2.09$	$\beta=2.20$	$\beta=2.41$	$\beta=2.26$
		$\lambda=2.19$	$\lambda=2.24$	$\lambda=2.32$	$\lambda=2.33$
100	0.97373	0.96197	0.96169	0.98191	0.95627
	0.87225	0.84390	0.84404	0.91927	0.77643

	0.76552	0.73939	0.73980	0.83760	0.57167
	0.64756	0.64658	0.64712	0.74660	0.39225
	0.52880	0.56508	0.56568	0.65320	0.2529
	0.42865	0.49422	0.49486	0.56263	0.153
	0.35647	0.43306	0.43378	0.47851	0.08559
	0.31707	0.39294	0.39372	0.40302	0.05129
	0.27561	0.34621	0.34711	0.33709	0.02104
	0.24097	0.30624	0.30728	0.28072	0.00286
	IMSE	0.00695	0.00765	0.0869	0.03295
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=1.08$	$\alpha=1.20$	$\alpha=1.31$	$\alpha=1.39$
		$\beta=2.09$	$\beta=2.24$	$\beta=2.24$	$\beta=2.25$
		$\lambda=2.15$	$\lambda=2.29$	$\lambda=2.22$	$\lambda=2.20$
150	0.97373	0.96504	0.9648	0.97373	0.99561
	0.87225	0.84597	0.84572	0.87225	0.89603
	0.76552	0.74127	0.74116	0.76552	0.70115
	0.64756	0.649	0.64904	0.64756	0.47778
	0.5288	0.56807	0.56827	0.5288	0.28419
	0.42865	0.4974	0.49775	0.42865	0.14802
	0.35647	0.43589	0.4364	0.35647	0.06777
	0.31707	0.39514	0.39576	0.31707	0.03475
	0.27561	0.34715	0.34793	0.27561	0.01284
	0.24097	0.30558	0.30649	0.24097	0.00422
	IMSE	0.00126	0.00395	0.09771	0.2995
Best		ML			

يتضح من جدول (3-3) وعند قيم المعلمات الافتراضية $\alpha = 1, \beta = 2, \lambda = 2$ وباستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ التكاملي ما يأتي:

1- عند حجم عينة (n=10) :

❖ تفوق طريقة بيز القياسية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.03024) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 1.21, \hat{\beta} = 2.22, \hat{\lambda} = 2.18$ ، تليها طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.03388) ، ومن ثم طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.06273) واخيراً طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.08157) .

2- عند حجم عينة (n=25) :

❖ تفوق طريقة بيز غير المعلوماتية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01155) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 1.20, \hat{\beta} = 2.10, \hat{\lambda} = 2.22$ ، تليها طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01244) ، ومن ثم طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.06242) واخيراً طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.08924) .

3- عند حجم عينة (n=50) :

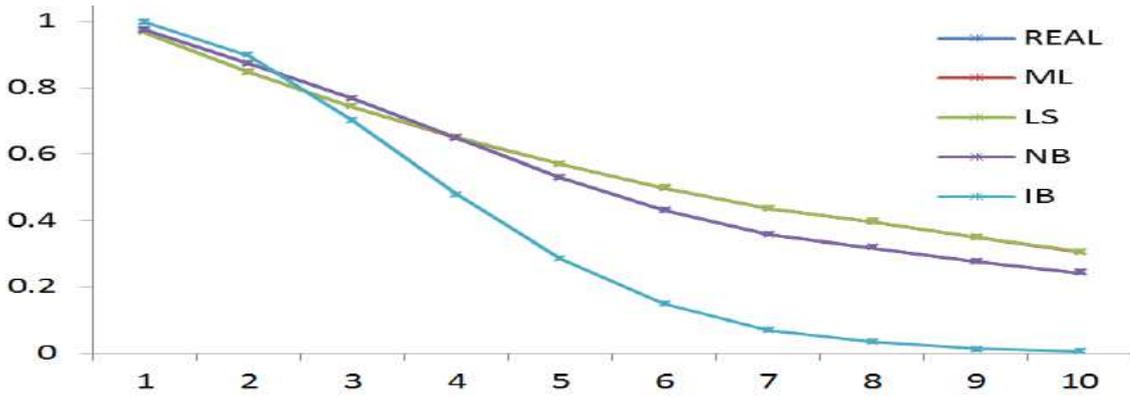
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.03542) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 1.11, \hat{\beta} = 2.12, \hat{\lambda} = 2.20$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.07861) ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.18465) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.2885) .

4- عند حجم عينة (n=100) :

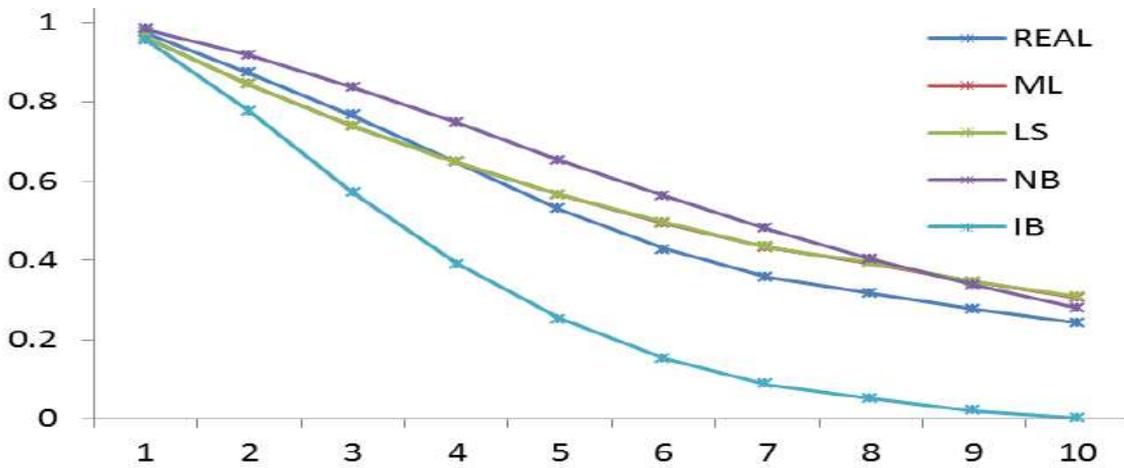
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00695) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 1.10, \hat{\beta} = 2.09, \hat{\lambda} = 2.19$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00765) ، ومن ثم طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.03295) واخيراً طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.0869) .

5- عند حجم عينة (n=150) :

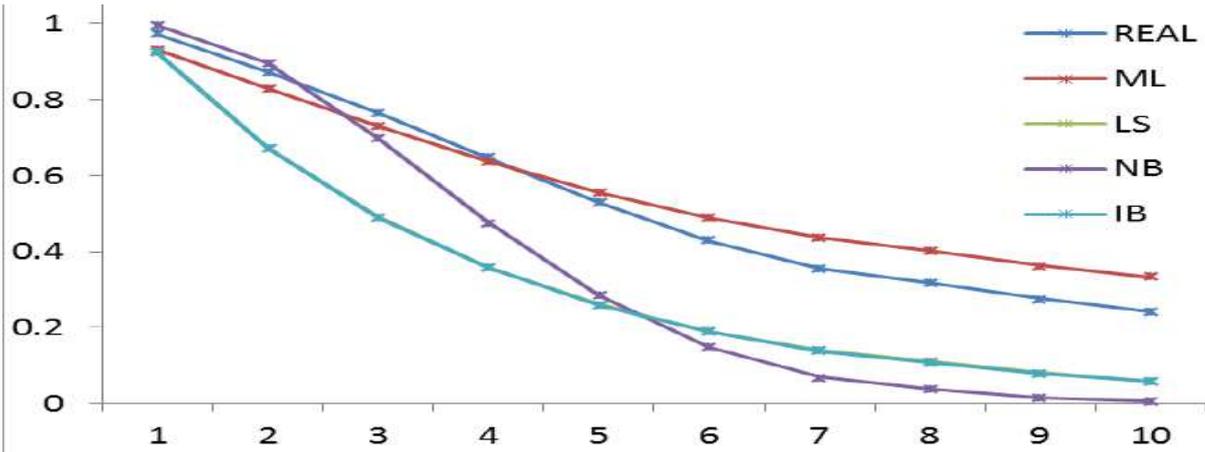
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00126) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 1.08, \hat{\beta} = 2.09, \hat{\lambda} = 2.15$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00395)، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.09771) وأخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.2995).



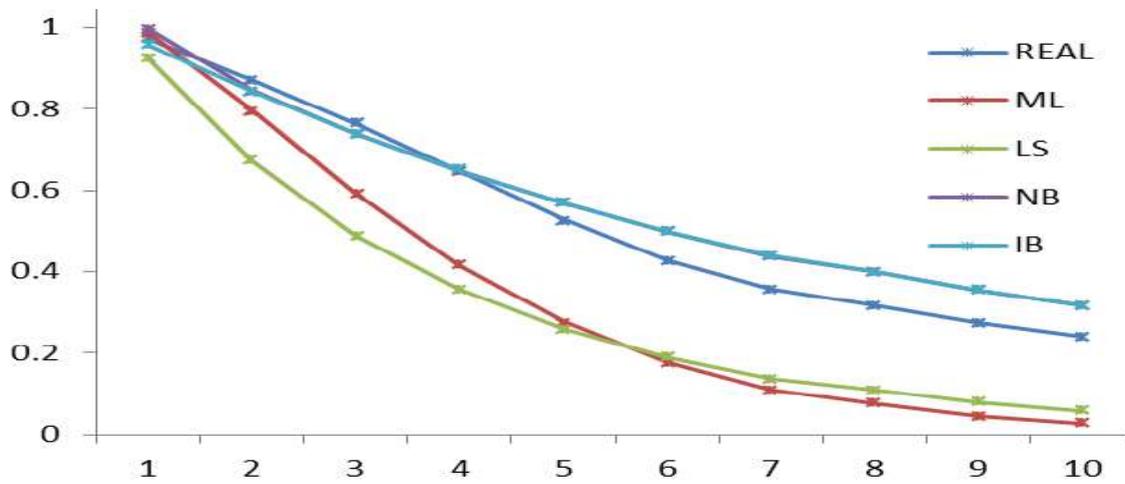
شكل (1-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للأنموذج الأول



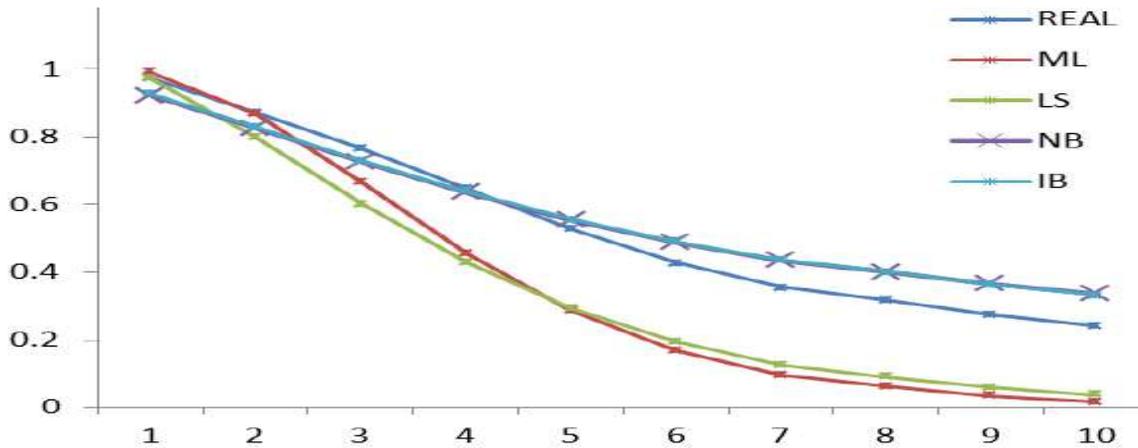
شكل (2-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للأنموذج الأول



شكل (3-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للأنموذج الأول



شكل (4-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للأنموذج الأول



شكل (5-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للأنموذج الأول

جدول (3-4) تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الأربع ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للأنموذج الثاني

N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=2.37$	$\alpha=2.31$	$\alpha=2.26$	$\alpha=2.33$
		$\beta=2.43$	$\beta=1.36$	$\beta=1.32$	$\beta=1.24$
		$\lambda=10.78$	$\lambda=10.65$	$\lambda=10.33$	$\lambda=10.35$
10	0.98744	0.98823	0.99185	0.98311	0.97381
	0.93644	0.94042	0.94115	0.91958	0.91143
	0.86683	0.87639	0.85302	0.83627	0.83128
	0.78366	0.80405	0.73834	0.74383	0.74055
	0.68783	0.72820	0.61014	0.64928	0.64680
	0.58097	0.65219	0.48159	0.55764	0.55699
	0.46970	0.57837	0.36374	0.47230	0.47600
	0.36636	0.50838	0.26383	0.39533	0.40598
	0.28250	0.44326	0.18476	0.32770	0.34706
	0.22080	0.38364	0.12580	0.26952	0.29828
	IMSE	0.11596	0.13432	0.00311	0.03244
Best		NB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=2.37$	$\alpha=2.31$	$\alpha=2.26$	$\alpha=2.33$
		$\beta=2.43$	$\beta=1.33$	$\beta=1.32$	$\beta=1.24$
		$\lambda=10.78$	$\lambda=10.65$	$\lambda=10.23$	$\lambda=10.35$
25	0.98744	0.98848	0.99286	0.98218	0.98190
	0.93644	0.94160	0.94203	0.91945	0.91931
	0.86683	0.87863	0.85058	0.83750	0.83765
	0.78366	0.80719	0.73108	0.74622	0.74662
	0.68783	0.73195	0.59819	0.65261	0.65317
	0.58097	0.65621	0.46610	0.56186	0.56254

	0.46970	0.58232	0.34608	0.47758	0.47838
	0.36636	0.51194	0.24520	0.40189	0.40287
	0.28250	0.44621	0.16613	0.33575	0.33695
	0.22080	0.38580	0.10789	0.27916	0.28061
	IMSE	0.13211	0.10855	0.0300	0.03191
Best		NB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=2.24$	$\alpha=2.27$	$\alpha=2.29$	$\alpha=2.37$
		$\beta=2.22$	$\beta=1.11$	$\beta=1.44$	$\beta=1.31$
		$\lambda=10.66$	$\lambda=10.34$	$\lambda=10.56$	$\lambda=10.40$
50	0.98744	0.99323	0.98312	0.98863	0.99778
	0.93644	0.94309	0.91974	0.94230	0.98021
	0.86683	0.85158	0.83651	0.88001	0.94620
	0.78366	0.73130	0.74404	0.80923	0.89704
	0.68783	0.59720	0.64940	0.73459	0.83578
	0.58097	0.46381	0.55764	0.65930	0.76526
	0.46970	0.34268	0.47221	0.58571	0.68869
	0.36636	0.24104	0.39521	0.51549	0.60930
	0.28250	0.16160	0.32761	0.44978	0.53005
	0.22080	0.10343	0.26952	0.38927	0.45353
	IMSE	0.01086	0.0331	0.0189	0.06742
Best		LS			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=2.10$	$\alpha=2.23$	$\alpha=2.32$	$\alpha=2.35$
		$\beta=1.21$	$\beta=1.14$	$\beta=1.31$	$\beta=1.33$
		$\lambda=10.22$	$\lambda=10.30$	$\lambda=10.35$	$\lambda=10.36$
100	0.98744	0.98386	0.98392	0.98861	0.99330
	0.93644	0.92075	0.92090	0.94221	0.94300

	0.86683	0.83778	0.83798	0.87979	0.85106
	0.78366	0.74589	0.74612	0.80888	0.73034
	0.68783	0.65201	0.65225	0.73407	0.59601
	0.58097	0.56088	0.56111	0.65861	0.46261
	0.46970	0.47571	0.47590	0.58485	0.34159
	0.36636	0.39843	0.39856	0.51447	0.24007
	0.28250	0.33001	0.33007	0.44860	0.16069
	0.22080	0.27068	0.27065	0.38796	0.10253
	IMSE	0.001001	0.001145	0.23521	0.38953
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=2.09$	$\alpha=2.23$	$\alpha=2.22$	$\alpha=2.24$
		$\beta=1.04$	$\beta=1.21$	$\beta=1.32$	$\beta=1.39$
		$\lambda=10.19$	$\lambda=10.20$	$\lambda=10.33$	$\lambda=10.35$
150	0.98744	0.98392	0.98386	0.98861	0.99330
	0.93644	0.92090	0.92075	0.94221	0.94300
	0.86683	0.83798	0.83778	0.87979	0.85106
	0.78366	0.74612	0.74589	0.80888	0.73034
	0.68783	0.65225	0.65201	0.73407	0.59601
	0.58097	0.56111	0.56088	0.65861	0.46261
	0.46970	0.47590	0.47571	0.58485	0.34159
	0.36636	0.39856	0.39843	0.51447	0.24007
	0.28250	0.33007	0.33001	0.44860	0.16069
	0.22080	0.27065	0.27068	0.38796	0.10253
	IMSE	0.01000	0.11333	0.24223	0.38999
Best		ML			

يتضح من جدول (3-4) وعند قيم المعلمات الافتراضية $\alpha = 2, \beta = 1, \lambda = 10$ وباستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ التكاملي ما يأتي:

1- عند حجم عينة (n=10) :

❖ تفوق طريقة بيز غير المعلوماتية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00311) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 2.26, \hat{\beta} = 1.32, \hat{\lambda} = 10.33$ ، تليها طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.03244) ، ومن ثم طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.11596) واخيراً طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.1342) .

2- عند حجم عينة (n=25) :

❖ تفوق طريقة بيز غير المعلوماتية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.0300) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 2.26, \hat{\beta} = 1.32, \hat{\lambda} = 10.23$ ، تليها طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.03191) ، ومن ثم طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.10855) واخيراً طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.13211) .

3- عند حجم عينة (n=50) :

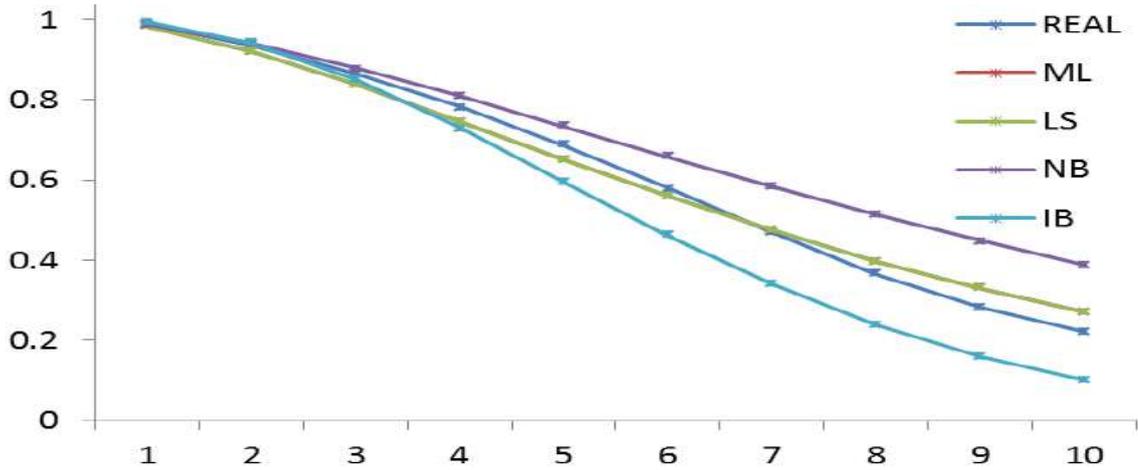
❖ تفوق طريقة المربعات الصغرى باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.0331) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 2.27, \hat{\beta} = 1.11, \hat{\lambda} = 10.43$ ، تليها طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01086) ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.0189) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.06742) .

4- عند حجم عينة (n=100) :

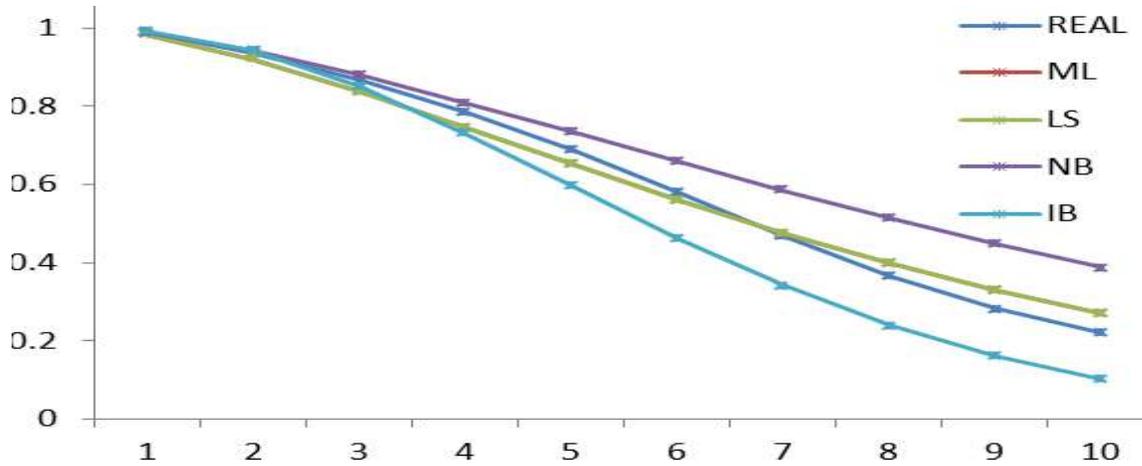
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.001001) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 2.10, \hat{\beta} = 1.21, \hat{\lambda} = 10.22$ ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.001145) ، ومن ثم طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.23521) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.38953) .

5- عند حجم عينة (n=150) :

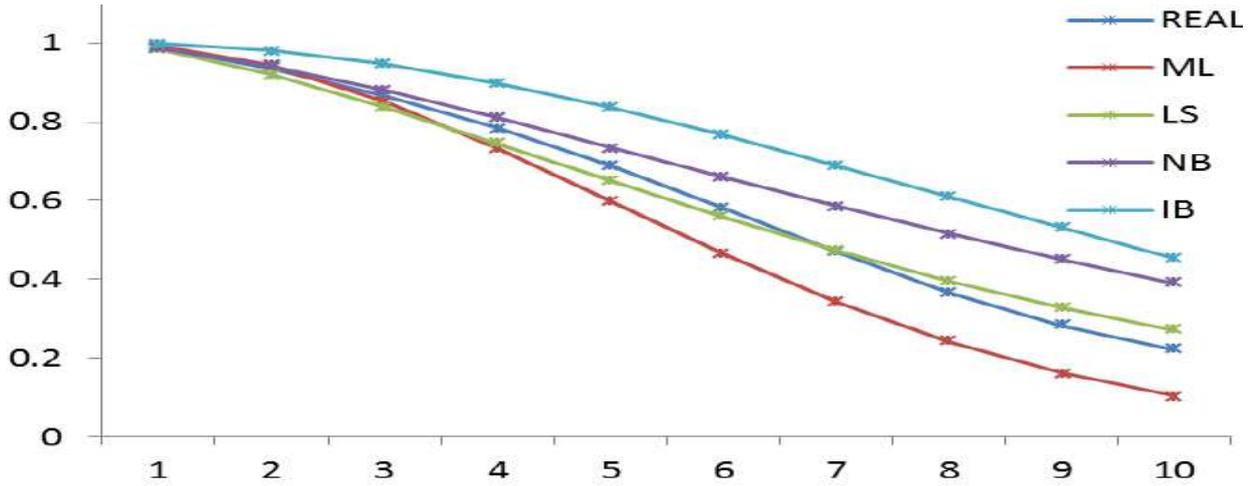
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01000) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 2.09, \hat{\beta} = 1.04, \hat{\lambda} = 10.19$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.11333) ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.24223) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.38999) .



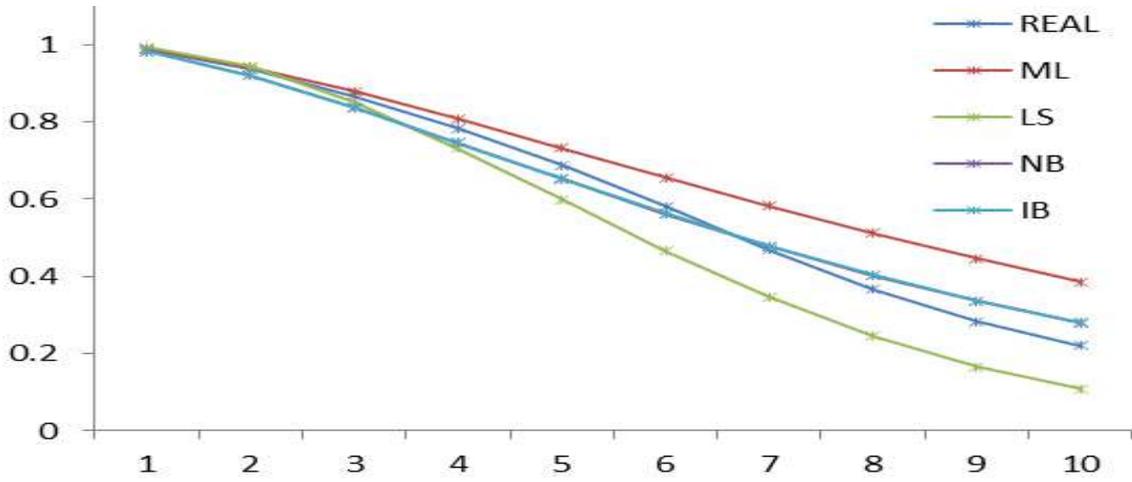
شكل (3-6) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للأنموذج الثاني



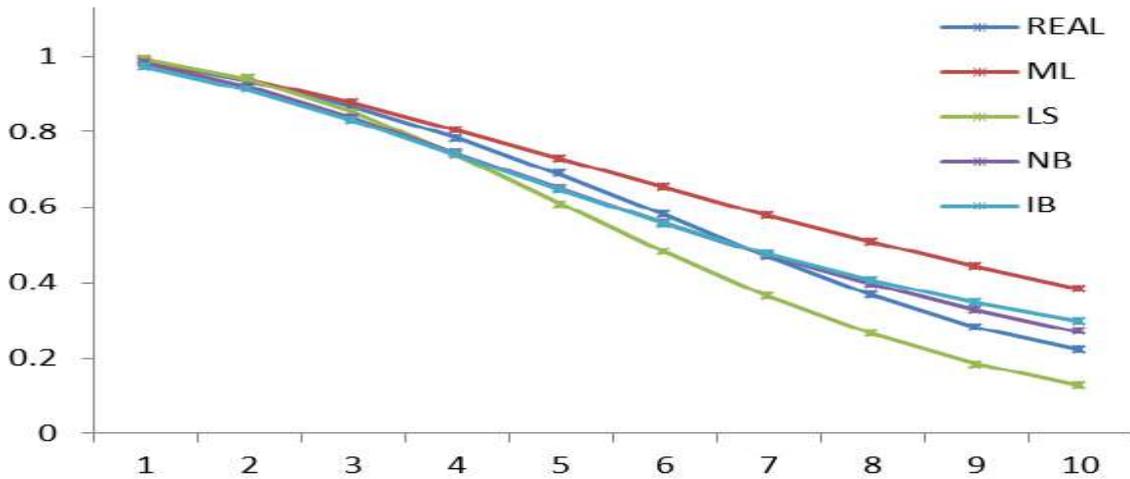
شكل (3-7) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للأنموذج الثاني



شكل (8-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للأنموذج الثاني



شكل (9-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للأنموذج الثاني



شكل (10-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للأنموذج الثاني

جدول (3-5) تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الأربع ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للأنموذج الثالث

N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=4.44$	$\alpha=4.23$	$\alpha=4.33$	$\alpha=4.35$
		$\beta=10.35$	$\beta=10.22$	$\beta=10.27$	$\beta=10.33$
		$\lambda=8.43$	$\lambda=8.21$	$\lambda=8.25$	$\lambda=8.34$
10	0.99098	0.99971	0.98574	0.98071	0.98615
	0.94499	0.99259	0.94690	0.94772	0.92106
	0.86546	0.96133	0.86967	0.85865	0.81546
	0.76166	0.88531	0.75575	0.73045	0.68656
	0.64463	0.75216	0.63411	0.61285	0.55171
	0.56464	0.63501	0.56102	0.54853	0.46561
	0.48639	0.50516	0.49729	0.49500	0.38612
	0.41218	0.37543	0.44295	0.45063	0.31505
	0.34372	0.25869	0.39715	0.41371	0.25330
	0.31201	0.20832	0.37710	0.39758	0.22597
	IMSE	0.11986	0.01187	0.02239	0.11238
Best		LS			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=4.33$	$\alpha=4.21$	$\alpha=4.20$	$\alpha=4.29$
		$\beta=10.32$	$\beta=10.23$	$\beta=10.11$	$\beta=10.28$
		$\lambda=8.41$	$\lambda=8.31$	$\lambda=8.13$	$\lambda=8.27$
25	0.99098	0.99973	0.99011	0.99002	0.98834
	0.94499	0.99299	0.95096	0.95104	0.92940
	0.86546	0.96328	0.87517	0.87511	0.82944
	0.76166	0.89045	0.76603	0.76523	0.70302
	0.64463	0.76102	0.64263	0.64146	0.56650
	0.56464	0.64520	0.56392	0.56293	0.47728

	0.48639	0.51469	0.49307	0.49259	0.39359
	0.41218	0.38206	0.43160	0.43182	0.31785
	0.34372	0.26101	0.37938	0.38037	0.25151
	0.31201	0.20842	0.35646	0.35782	0.22206
	IMSE	0.22667	0.01332	0.01109	0.10074
Best		NB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=4.11$	$\alpha=4.15$	$\alpha=4.18$	$\alpha=4.33$
		$\beta=10.26$	$\beta=10.21$	$\beta=10.15$	$\beta=10.32$
		$\lambda=8.31$	$\lambda=8.28$	$\lambda=8.21$	$\lambda=8.29$
50	0.99098	0.99077	0.99173	0.99176	0.99973
	0.94499	0.94380	0.95137	0.95139	0.99307
	0.86546	0.86243	0.87833	0.87849	0.96373
	0.76166	0.75599	0.77852	0.77904	0.89176
	0.64463	0.63574	0.66302	0.66394	0.76351
	0.56464	0.55354	0.58390	0.58496	0.64825
	0.48639	0.47323	0.50732	0.50835	0.51773
	0.41218	0.39728	0.43599	0.43682	0.38434
	0.34372	0.32753	0.37162	0.37207	0.26194
	0.31201	0.29540	0.34230	0.34253	0.20859
	IMSE	0.00223	0.00332	0.1007	0.25555
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=4.16$	$\alpha=4.25$	$\alpha=4.24$	$\alpha=4.36$
		$\beta=10.35$	$\beta=10.31$	$\beta=10.25$	$\beta=10.29$
		$\lambda=8.27$	$\lambda=8.37$	$\lambda=8.15$	$\lambda=8.34$
100	0.99098	0.99173	0.96465	0.98867	0.96476
	0.94499	0.95136	0.84614	0.93131	0.84596

	0.86546	0.87833	0.74120	0.83356	0.74087
	0.76166	0.77855	0.64821	0.70904	0.64784
	0.64463	0.66308	0.56642	0.57337	0.56605
	0.56464	0.58397	0.49498	0.48397	0.49461
	0.48639	0.50738	0.43290	0.39956	0.43251
	0.41218	0.43604	0.39187	0.32268	0.39145
	0.34372	0.37164	0.34372	0.25497	0.34323
	0.31201	0.34231	0.30217	0.22481	0.30159
	IMSE	0.00118	0.00271	0.1175	0.12337
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=4.20$	$\alpha=4.10$	$\alpha=4.22$	$\alpha=4.34$
		$\beta=10.21$	$\beta=10.11$	$\beta=10.21$	$\beta=10.15$
		$\lambda=8.19$	$\lambda=8.28$	$\lambda=8.16$	$\lambda=8.34$
150	0.99098	0.96019	0.96009	0.99365	0.91150
	0.94499	0.84342	0.84369	0.85300	0.62931
	0.86546	0.73945	0.73986	0.59909	0.43462
	0.76166	0.64654	0.64689	0.34644	0.30024
	0.64463	0.56463	0.56485	0.16652	0.20748
	0.56464	0.49326	0.49337	0.06732	0.14342
	0.48639	0.43167	0.43173	0.02320	0.09916
	0.41218	0.39130	0.39136	0.00948	0.07521
	0.34372	0.34437	0.34450	0.00256	0.05203
	0.31201	0.30436	0.30461	0.00061	0.03600
	IMSE	0.00113	0.00242	0.23116	0.23653
Best		ML			

يتضح من جدول (3-5) وعند قيم المعلمات الافتراضية $\alpha = 4, \beta = 10, \lambda = 8$ وباستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ التكاملي ما يأتي:

1- عند حجم عينة ($n=10$) :

❖ تفوق طريقة المربعات الصغرى بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01187) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 4.32, \hat{\beta} = 10.22, \hat{\lambda} = 8.21$ ، تليها طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.02239)، ومن ثم طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.11238) واخيراً طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.11986).

2- عند حجم عينة ($n=25$) :

❖ تفوق طريقة بيز غير المعلوماتية بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01109) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 4.20, \hat{\beta} = 10.11, \hat{\lambda} = 8.13$ ، تليها طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.10074)، ومن ثم طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01332) واخيراً طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.22667).

3- عند حجم عينة ($n=50$) :

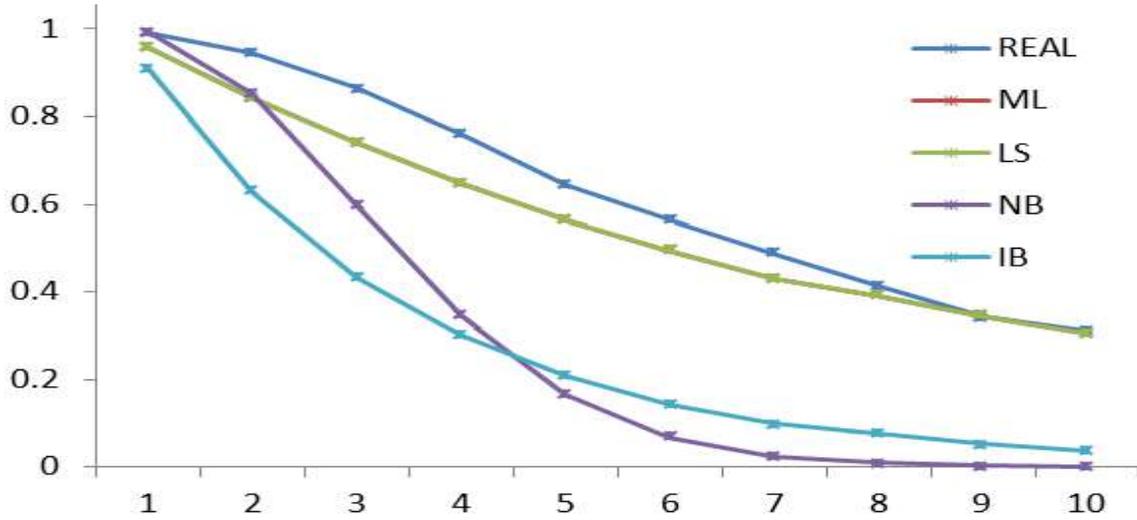
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00223) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 4.11, \hat{\beta} = 10.26, \hat{\lambda} = 8.31$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00332)، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.1007) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.25555).

4- عند حجم عينة ($n=100$) :

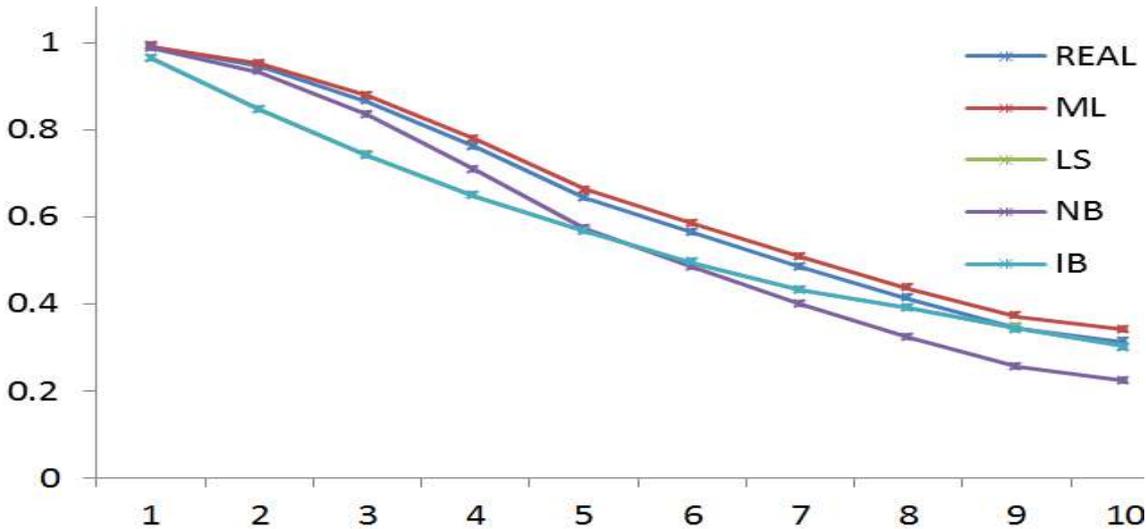
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00118) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 4.16, \hat{\beta} = 10.35, \hat{\lambda} = 8.27$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00271)، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.1175) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.12337).

5- عند حجم عينة (n=150) :

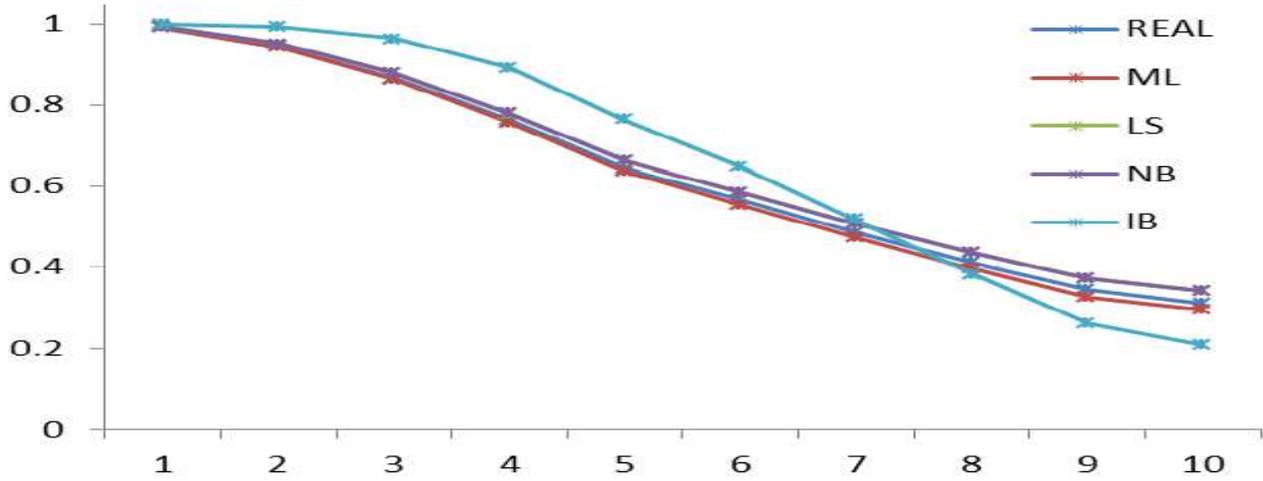
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00113) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 4.20, \hat{\beta} = 10.21, \hat{\lambda} = 8.19$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00242) ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.23116) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.23653) .



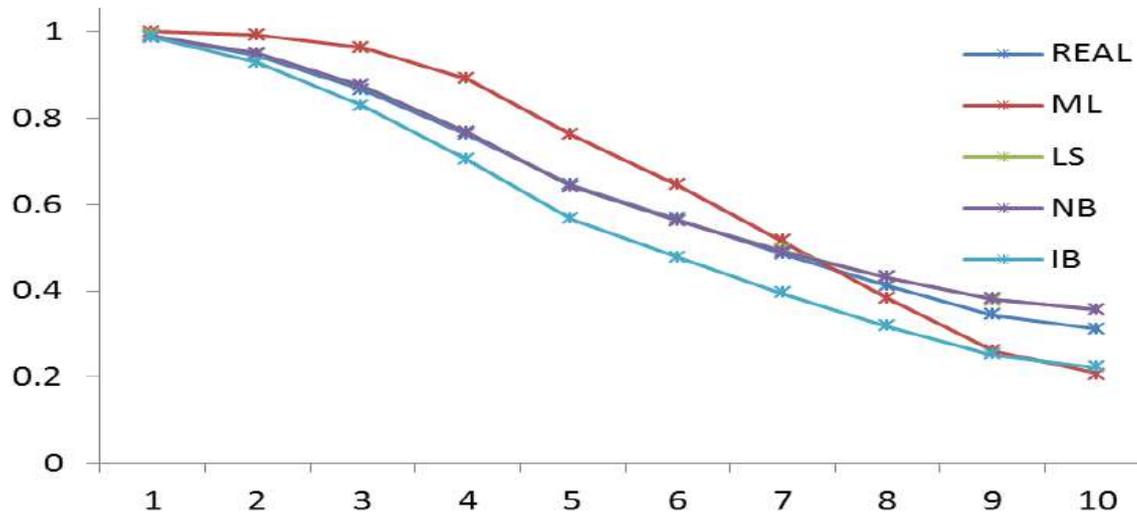
شكل (3-11) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للأنموذج الثالث



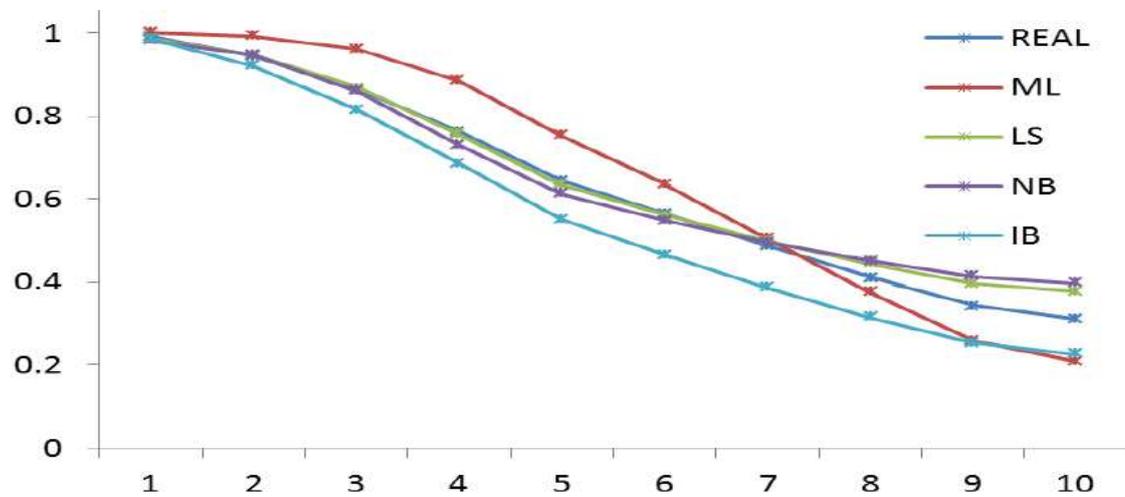
شكل (3-12) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للأنموذج الثالث



شكل (3-13) منحى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للأنموذج الثالث



شكل (3-14) منحى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للأنموذج الثالث



شكل (3-15) منحى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للأنموذج الثالث

جدول (3-6) تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الأربع ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للأنموذج الرابع

<i>N</i>	<i>Real</i>	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=10.85$	$\alpha=10.28$	$\alpha=10.13$	$\alpha=10.22$
		$\beta=4.41$	$\beta=4.55$	$\beta=4.18$	$\beta=4.25$
		$\lambda=3.46$	$\lambda=3.32$	$\lambda=3.22$	$\lambda=3.32$
10	0.99203	0.97241	0.97084	0.99214	0.99973
	0.95123	0.94815	0.94794	0.95377	0.99291
	0.87985	0.85432	0.85420	0.88771	0.96295
	0.78506	0.71626	0.71718	0.80031	0.88982
	0.67570	0.59844	0.60108	0.69931	0.76070
	0.59930	0.53776	0.54182	0.62840	0.64592
	0.52309	0.48950	0.49473	0.55726	0.51730
	0.44933	0.45093	0.45690	0.48785	0.38717
	0.37984	0.41967	0.42599	0.42181	0.26850
	0.34715	0.40620	0.41259	0.39045	0.21679
	IMSE	0.07944	0.08577	0.00534	0.01028
Best		NB			
<i>N</i>	<i>Real</i>	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=10.16$	$\alpha=10.31$	$\alpha=10.12$	$\alpha=10.52$
		$\beta=4.29$	$\beta=4.66$	$\beta=4.24$	$\beta=4.26$
		$\lambda=3.36$	$\lambda=3.45$	$\lambda=3.17$	$\lambda=3.41$
25	0.99203	0.99973	0.98942	0.99206	0.98953
	0.95123	0.99314	0.95128	0.95207	0.95117
	0.87985	0.96410	0.87463	0.88249	0.87513
	0.78506	0.89292	0.76224	0.79021	0.76440

	0.67570	0.76615	0.63832	0.68369	0.64182
	0.59930	0.65222	0.56215	0.60913	0.56561
	0.52309	0.52314	0.49531	0.53461	0.49807
	0.44933	0.39099	0.43821	0.46227	0.44011
	0.37984	0.26925	0.39005	0.39388	0.39115
	0.34715	0.21592	0.36895	0.36159	0.36970
	IMSE	0.00889	0.04041	0.00581	0.03865
Best		NB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=10.22$	$\alpha=10.09$	$\alpha=10.11$	$\alpha=10.57$
		$\beta=4.50$	$\beta=4.20$	$\beta=4.12$	$\beta=4.32$
		$\lambda=3.33$	$\lambda=3.08$	$\lambda=3.13$	$\lambda=3.38$
50	0.99203	0.99044	0.99208	0.99974	0.99025
	0.95123	0.95048	0.95185	0.99318	0.95042
	0.87985	0.87650	0.88162	0.96436	0.87644
	0.78506	0.77287	0.78835	0.89371	0.77248
	0.67570	0.65437	0.68065	0.76772	0.65431
	0.59930	0.57642	0.60529	0.65425	0.57717
	0.52309	0.50434	0.53002	0.52538	0.50629
	0.44933	0.44033	0.45701	0.39303	0.44365
	0.37984	0.38494	0.38808	0.27070	0.38962
	0.34715	0.36036	0.35559	0.21699	0.36567
	IMSE	0.02588	0.00087	0.00733	0.02765
Best		LS			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=10.07$	$\alpha=10.38$	$\alpha=10.17$	$\alpha=10.44$
		$\beta=4.09$	$\beta=4.23$	$\beta=4.24$	$\beta=4.41$
		$\lambda=3.11$	$\lambda=3.12$	$\lambda=3.22$	$\lambda=3.43$

100	0.99203	0.99202	0.99974	0.99140	0.99133
	0.95123	0.95136	0.99318	0.95117	0.95111
	0.87985	0.88035	0.96437	0.87822	0.87781
	0.78506	0.78611	0.89375	0.77805	0.77768
	0.67570	0.67742	0.76775	0.66238	0.66182
	0.59930	0.60145	0.65419	0.58383	0.58327
	0.52309	0.52566	0.52508	0.50863	0.50820
	0.44933	0.45226	0.39239	0.43943	0.43926
	0.37984	0.38307	0.26966	0.37770	0.37787
	0.34715	0.35049	0.21578	0.34980	0.35016
	IMSE	0.00042	0.00689	0.01542	0.01612
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=10.07$	$\alpha=10.13$	$\alpha=10.15$	$\alpha=10.43$
		$\beta=4.18$	$\beta=4.25$	$\beta=4.23$	$\beta=4.31$
		$\lambda=3.16$	$\lambda=3.26$	$\lambda=3.14$	$\lambda=3.29$
150	0.99203	0.98162	0.98132	0.96448	0.95987
	0.95123	0.92119	0.90695	0.90552	0.90222
	0.87985	0.84528	0.81120	0.82965	0.82734
	0.78506	0.76201	0.70833	0.74216	0.74048
	0.67570	0.67662	0.60658	0.64931	0.64804
	0.59930	0.59293	0.51099	0.55809	0.55724
	0.52309	0.51365	0.42437	0.47454	0.47432
	0.44933	0.44060	0.34806	0.40184	0.40250
	0.37984	0.37483	0.28235	0.34072	0.34242
	0.34715	0.31673	0.22682	0.29048	0.29332
	IMSE	0.00650	0.00694	0.01573	0.01789
Best		ML			

يتضح من جدول (3-6) وعند قيم المعلمات الافتراضية $\alpha = 10, \beta = 4, \lambda = 3$ وباستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ التكاملي ما يأتي:

1- عند حجم عينة (n=10) :

❖ تفوق طريقة بيز الغير معلوماتية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00534) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 10.13, \hat{\beta} = 4.18, \hat{\lambda} = 3.22$ ، تليها طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01028) ، ومن ثم طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.07944) واخيراً طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.08577) .

2- عند حجم عينة (n=25) :

❖ تفوق طريقة بيز غير المعلوماتية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00581) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 10.12, \hat{\beta} = 4.24, \hat{\lambda} = 3.17$ ، تليها طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00889) ، ومن ثم طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.03865) واخيراً طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.04041) .

3- عند حجم عينة (n=50) :

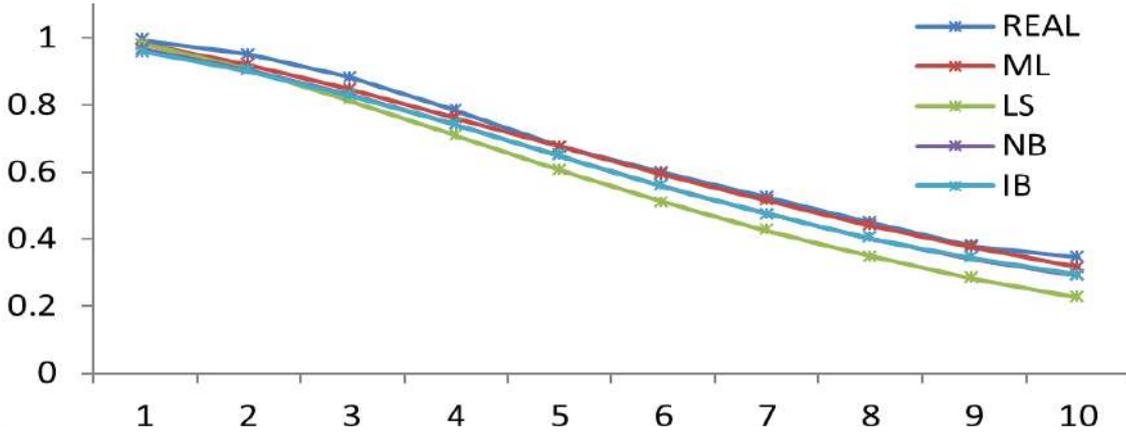
❖ تفوق طريقة المربعات الصغرى باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00087) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 10.09, \hat{\beta} = 4.20, \hat{\lambda} = 3.08$ ، تليها طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00733) ، ومن ثم طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.02588) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.02765) .

4- عند حجم عينة (n=100) :

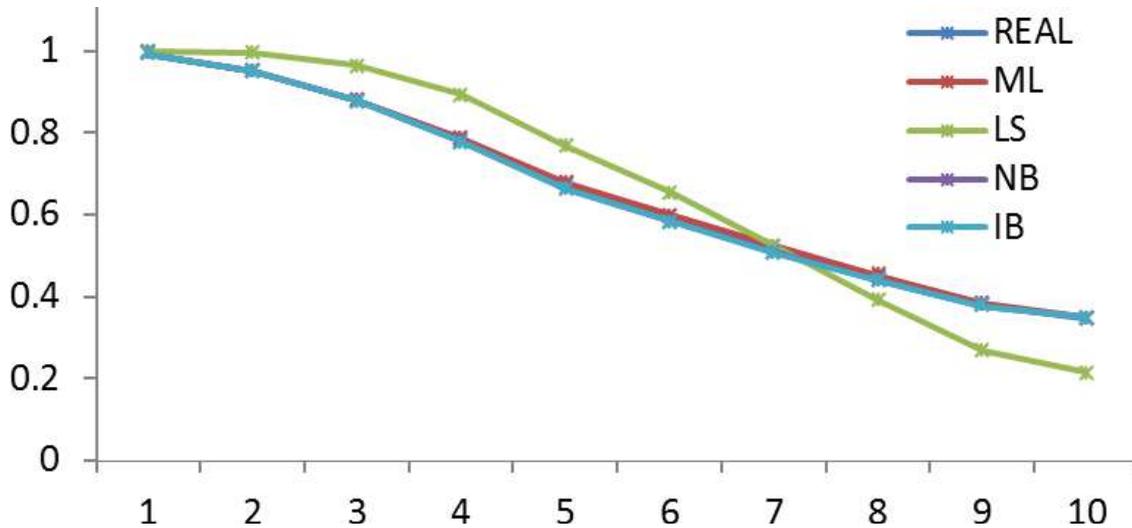
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00042) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 10.07, \hat{\beta} = 4.09, \hat{\lambda} = 3.11$ ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00689) ، ومن ثم طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.01542) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.01612) .

5- عند حجم عينة (n=150) :

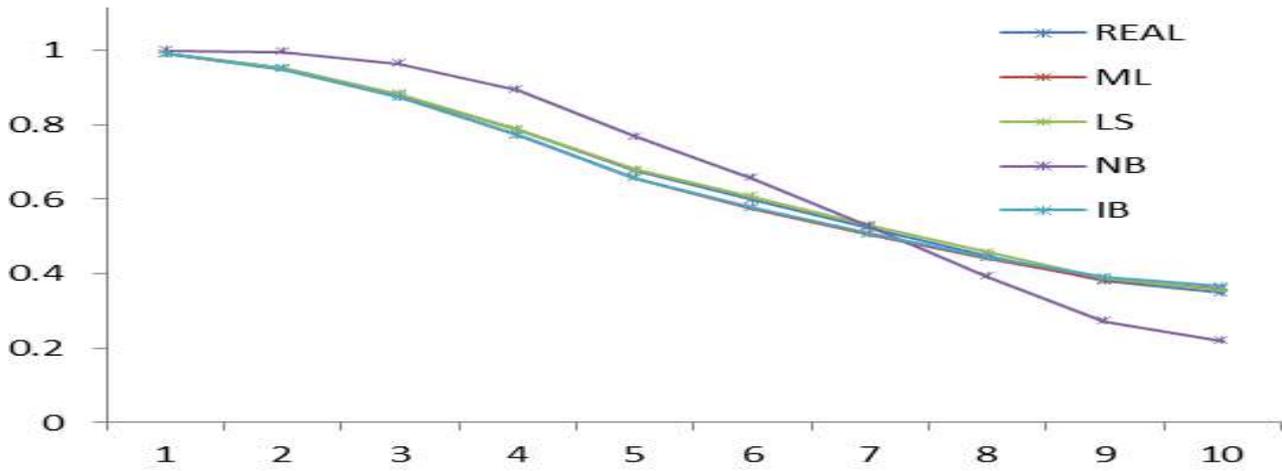
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00650) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 10.07, \hat{\beta} = 4.18, \hat{\lambda} = 3.16$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00694) ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01573) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.01789) .



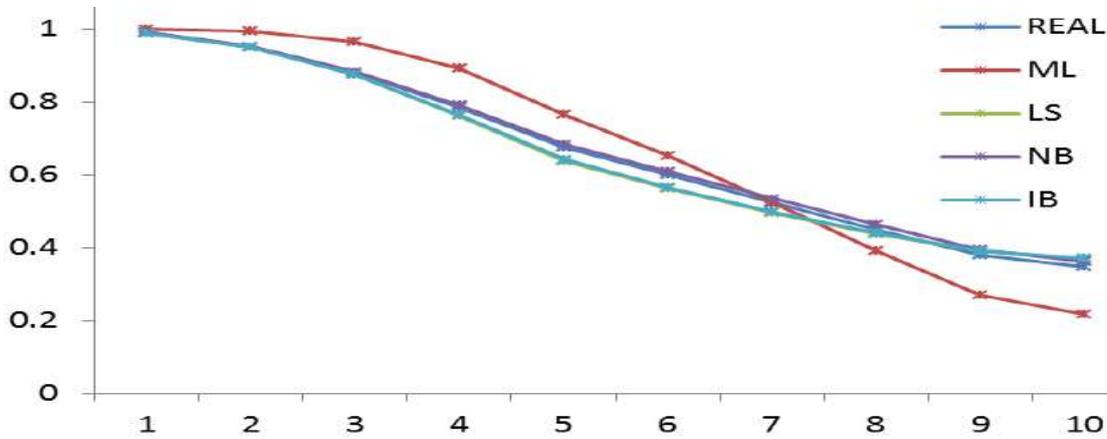
شكل (3-16) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للأنموذج الرابع



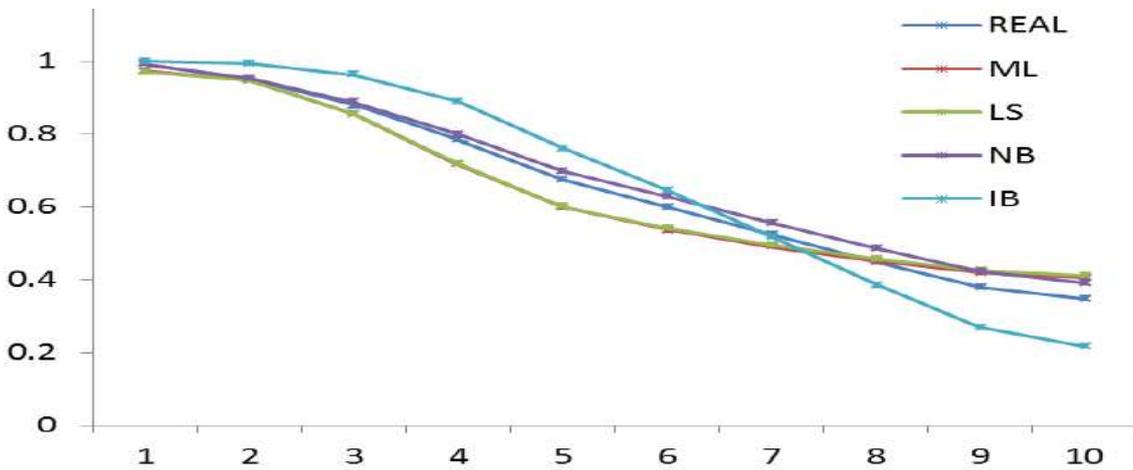
شكل (3-17) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للأنموذج الرابع



شكل (3-18) منحني دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للأنموذج الرابع



شكل (3-19) منحني دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للأنموذج الرابع



شكل (3-20) منحني دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للأنموذج الرابع

جدول (7-3) تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الأربع ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للأنموذج الخامس

N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=25.44$	$\alpha=25.34$	$\alpha=25.27$	$\alpha=25.31$
		$\beta=7.45$	$\beta=7.43$	$\beta=7.18$	$\beta=7.40$
		$\lambda=2.46$	$\lambda=2.37$	$\lambda=2.29$	$\lambda=2.30$
10	0.98431	0.98229	0.98035	0.98393	0.98034
	0.92113	0.91139	0.91637	0.92229	0.91640
	0.83797	0.81921	0.83448	0.84182	0.83453
	0.74615	0.71899	0.74373	0.75281	0.74374
	0.65252	0.61863	0.65062	0.66162	0.65054
	0.56167	0.52317	0.56010	0.57267	0.55991
	0.47658	0.43568	0.47574	0.48895	0.47548
	0.39909	0.35780	0.39981	0.41234	0.39950
	0.33013	0.29010	0.33336	0.34387	0.33305
	0.26996	0.23245	0.27651	0.28389	0.27622
	IMSE	0.00258	0.00471	0.00176	0.00479
Best		NB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=25.51$	$\alpha=25.36$	$\alpha=25.33$	$\alpha=25.22$
		$\beta=7.43$	$\beta=7.33$	$\beta=7.25$	$\beta=7.20$
		$\lambda=2.46$	$\lambda=2.37$	$\lambda=2.31$	$\lambda=2.25$
25	0.98431	0.99537	0.98200	0.98222	0.98366
	0.92113	0.95915	0.91817	0.91102	0.92058
	0.83797	0.89078	0.83570	0.81842	0.83854
	0.74615	0.79755	0.74451	0.71772	0.74821
	0.65252	0.68876	0.65120	0.61686	0.65610
	0.56167	0.57405	0.56059	0.52093	0.56659

	0.47658	0.46210	0.47600	0.43304	0.48262
	0.39909	0.35958	0.39951	0.35484	0.40598
	0.33013	0.27073	0.33213	0.28694	0.33762
	0.26996	0.19743	0.27404	0.22919	0.27782
	IMSE	0.00319	0.00277	0.00211	0.00094
Best		IB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=25.11$	$\alpha=25.40$	$\alpha=25.21$	$\alpha=25.23$
		$\beta=7.14$	$\beta=7.41$	$\beta=7.25$	$\beta=7.27$
		$\lambda=2.15$	$\lambda=2.42$	$\lambda=2.32$	$\lambda=2.39$
50	0.98431	0.98403	0.98236	0.98321	0.98312
	0.92113	0.92094	0.91168	0.91973	0.91953
	0.83797	0.83832	0.81964	0.83706	0.83676
	0.74615	0.74718	0.71940	0.74576	0.74536
	0.65252	0.65422	0.61884	0.65249	0.65199
	0.56167	0.56395	0.52302	0.56191	0.56131
	0.47658	0.47935	0.43507	0.47714	0.47649
	0.39909	0.40223	0.35669	0.40013	0.39947
	0.33013	0.33354	0.28852	0.33187	0.33125
	0.26996	0.27355	0.23046	0.27261	0.27207
	IMSE	0.00051	0.00154	0.00128	0.00136
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=25.08$	$\alpha=25.30$	$\alpha=25.41$	$\alpha=25.36$
		$\beta=7.07$	$\beta=7.31$	$\beta=7.43$	$\beta=7.36$
		$\lambda=2.20$	$\lambda=2.22$	$\lambda=2.33$	$\lambda=2.32$
100	0.98431	0.96769	0.85942	0.85073	0.97509
	0.92113	0.85586	0.80357	0.79843	0.69454

	0.83797	0.75856	0.72898	0.72756	0.37336
	0.74615	0.67298	0.64404	0.64430	0.16530
	0.65252	0.59758	0.56238	0.56340	0.06539
	0.56167	0.53111	0.49426	0.49613	0.02484
	0.47658	0.47249	0.44132	0.44406	0.00960
	0.39909	0.43310	0.41004	0.41338	0.00488
	0.33013	0.38602	0.37694	0.38102	0.00213
	0.26996	0.34446	0.35116	0.35590	0.00101
	IMSE	0.00670	0.04100	0.04403	0.14185
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=25.04$	$\alpha=25.12$	$\alpha=25.30$	$\alpha=25.21$
		$\beta=7.09$	$\beta=7.16$	$\beta=7.23$	$\beta=7.23$
		$\lambda=2.06$	$\lambda=2.18$	$\lambda=2.26$	$\lambda=2.22$
150	0.98431	0.93981	0.93849	0.89941	0.93923
	0.92113	0.83723	0.83695	0.74862	0.83693
	0.83797	0.74024	0.74066	0.39699	0.74049
	0.74615	0.64881	0.64941	0.15199	0.64945
	0.65252	0.56599	0.56646	0.04377	0.56684
	0.56167	0.49382	0.49421	0.00992	0.49486
	0.47658	0.43276	0.43325	0.00185	0.43403
	0.39909	0.39380	0.39447	0.00047	0.39526
	0.33013	0.34984	0.35084	0.00007	0.35156
	0.26996	0.31359	0.31499	0.00001	0.31558
	IMSE	0.01406	0.01478	0.14411	0.01437
Best		ML			

يتضح من جدول (7-3) وعند قيم المعلمات الافتراضية $\alpha = 10, \beta = 4, \lambda = 3$ وباستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ التكاملي ما يأتي:

1- عند حجم عينة (n=10) :

❖ تفوق طريقة بيز غير المعلوماتية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00176) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 25.27, \hat{\beta} = 7.18, \hat{\lambda} = 2.29$ ، تليها طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00258) ، ومن ثم طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00471) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.00479) .

2- عند حجم عينة (n=25) :

❖ تفوق طريقة بيز القياسية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00094) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 25.22, \hat{\beta} = 7.20, \hat{\lambda} = 2.25$ ، تليها طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00211) ، ومن ثم طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00277) واخيراً طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.00319) .

3- عند حجم عينة (n=50) :

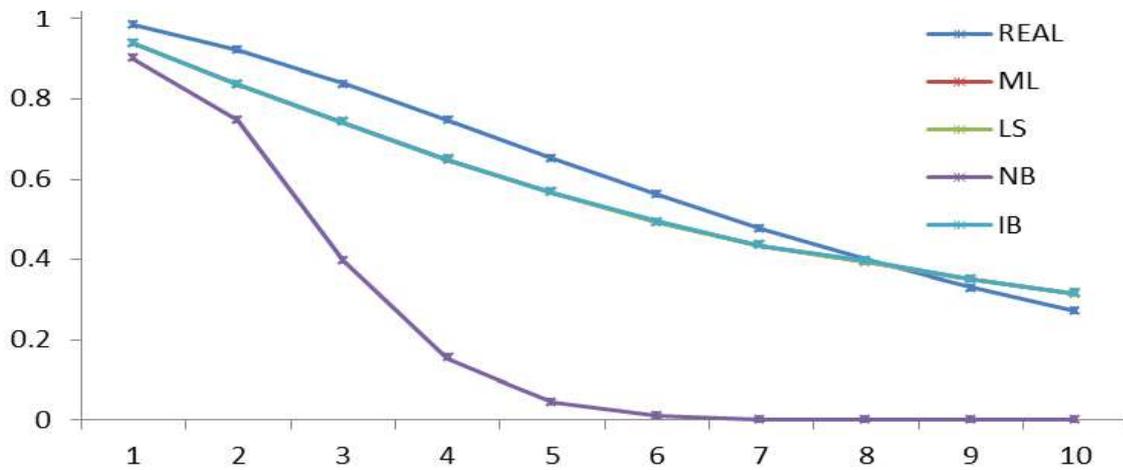
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00051) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 25.11, \hat{\beta} = 7.14, \hat{\lambda} = 2.15$ ، تليها طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00128) ، ومن ثم طريقة بيز غير القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00136) واخيراً طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.00154) .

4- عند حجم عينة (n=100) :

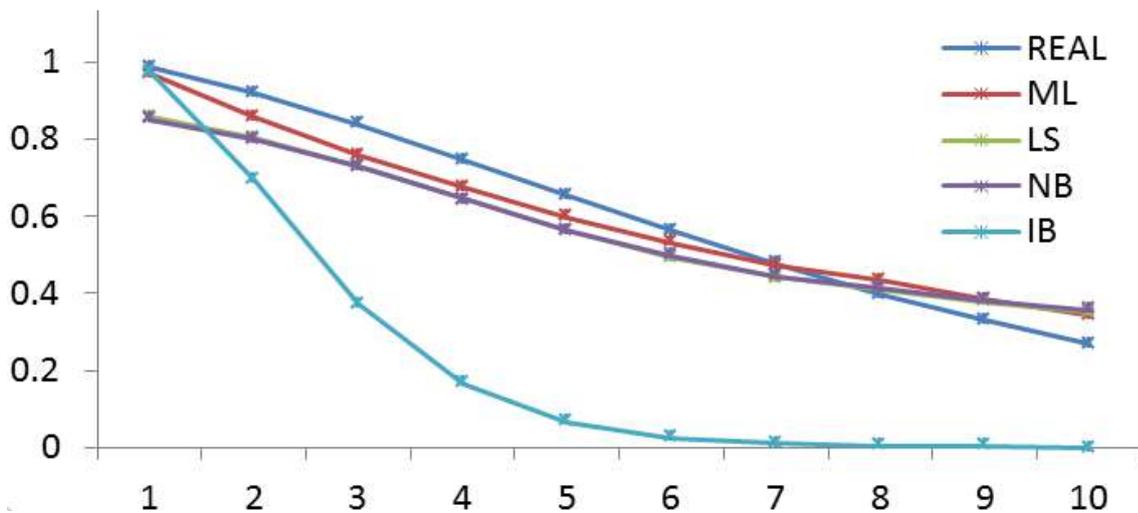
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00670) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 25.08, \hat{\beta} = 7.07, \hat{\lambda} = 2.20$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.04100) ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.04403) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.14185) .

5- عند حجم عينة (n=150) :

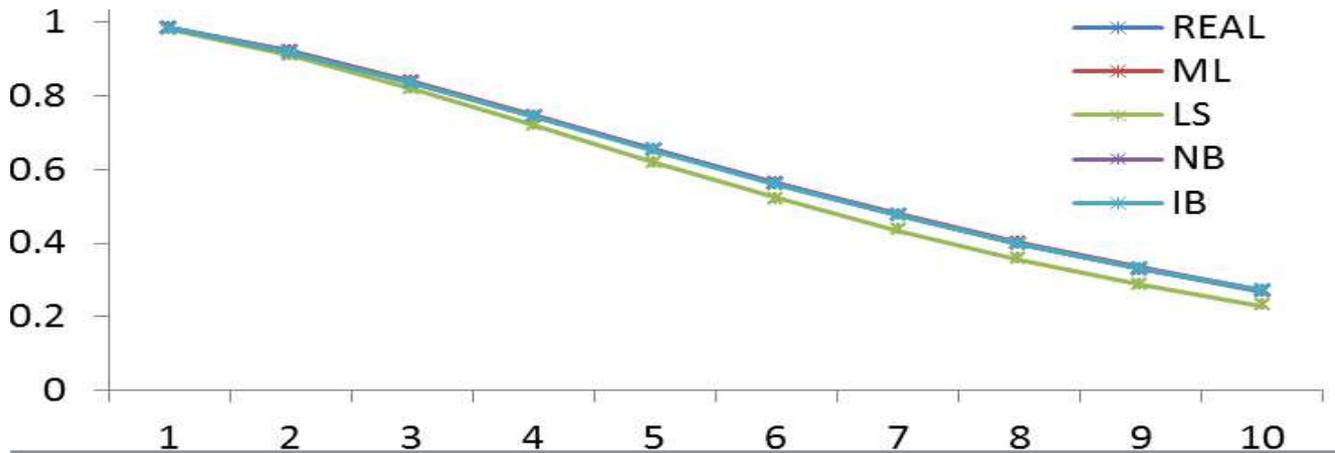
تفوق طريقة الإمكان الأعظم بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01406) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 25.04, \hat{\beta} = 7.09, \hat{\lambda} = 2.06$ ، تليها طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01473) ، ومن ثم طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01478) واخيراً طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.14411) .



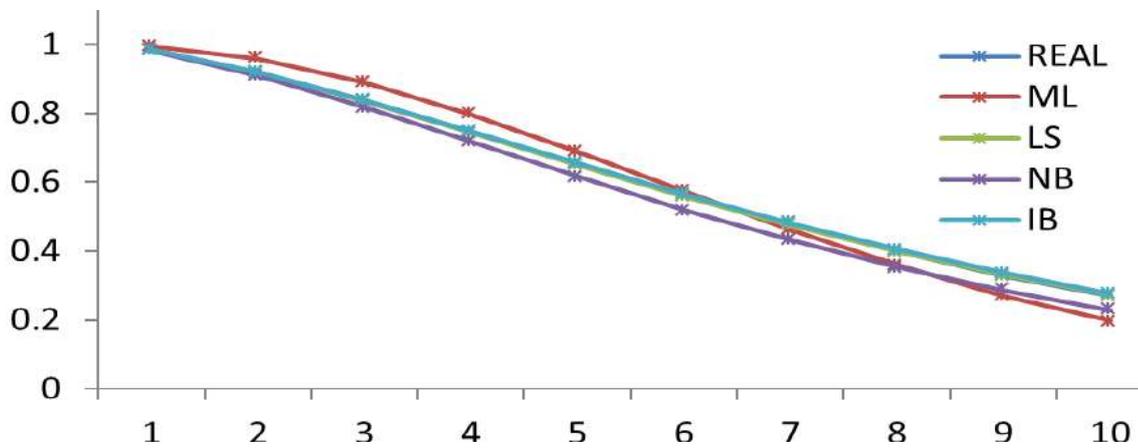
شكل (3-21) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للأنموذج الخامس



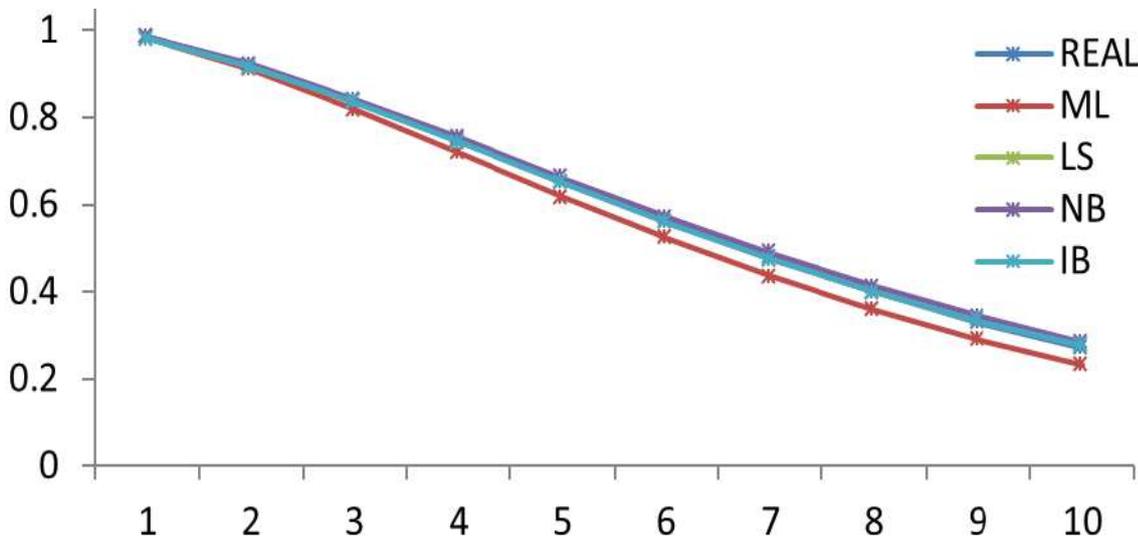
شكل (3-22) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للأنموذج الخامس



شكل (3-23) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للأنموذج الخامس



شكل (3-24) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للأنموذج الخامس



شكل (3-25) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للأنموذج الخامس

جدول (3-8) تقديرات دالة البقاء عند طرائق التقدير الأربع ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE عند كل احجام العينات المفترضة للأنموذج السادس

N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=16.54$	$\alpha=16.40$	$\alpha=16.36$	$\alpha=16.34$
		$\beta=1.36$	$\beta=1.42$	$\beta=1.46$	$\beta=1.41$
		$\lambda=20.63$	$\lambda=20.52$	$\lambda=20.34$	$\lambda=20.31$
10	0.99150	0.98632	0.97218	0.97527	0.98813
	0.94811	0.92189	0.94826	0.94872	0.94893
	0.87266	0.81707	0.86333	0.86433	0.87225
	0.77336	0.68882	0.73307	0.73524	0.76094
	0.66016	0.55427	0.61519	0.61655	0.63727
	0.58197	0.46818	0.55312	0.55337	0.56092
	0.50474	0.38854	0.50285	0.50192	0.49400
	0.43076	0.31722	0.46206	0.46002	0.43702
	0.36178	0.25516	0.42875	0.42574	0.38907
	0.32958	0.22766	0.41439	0.41096	0.36808
	IMSE	0.07146	0.02442	0.02262	0.01034
Best		IB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=16.46$	$\alpha=16.36$	$\alpha=16.21$	$\alpha=16.35$
		$\beta=1.37$	$\beta=1.43$	$\beta=1.26$	$\beta=1.38$
		$\lambda=20.49$	$\lambda=20.48$	$\lambda=20.29$	$\lambda=20.33$
25	0.99150	0.99973	0.98987	0.99145	0.99001
	0.94811	0.99304	0.95131	0.94839	0.95121
	0.87266	0.96362	0.87494	0.87376	0.87547
	0.77336	0.89159	0.76384	0.77546	0.76612
	0.66016	0.76359	0.64051	0.66313	0.64424
	0.58197	0.64886	0.56372	0.58535	0.56744

	0.50474	0.51925	0.49551	0.50841	0.49864
	0.43076	0.38702	0.43662	0.43458	0.43900
	0.36178	0.26569	0.38654	0.36567	0.38819
	0.32958	0.21272	0.36449	0.33348	0.36580
	IMSE	0.00807	0.03682	0.00187	0.03504
Best		NB			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=16.21$	$\alpha=16.23$	$\alpha=16.30$	$\alpha=16.34$
		$\beta=1.19$	$\beta=1.32$	$\beta=1.38$	$\beta=1.39$
		$\lambda=20.20$	$\lambda=20.32$	$\lambda=20.34$	$\lambda=20.373$
50	0.99150	0.99147	0.99973	0.99070	0.99054
	0.94811	0.94814	0.99313	0.95051	0.95046
	0.87266	0.87275	0.96405	0.87655	0.87649
	0.77336	0.77331	0.89276	0.77352	0.77314
	0.66016	0.65966	0.76575	0.65535	0.65512
	0.58197	0.58100	0.65155	0.57695	0.57740
	0.50474	0.50324	0.52203	0.50384	0.50533
	0.43076	0.42872	0.38948	0.43840	0.44106
	0.36178	0.35927	0.26734	0.38142	0.38520
	0.32958	0.32687	0.21388	0.35605	0.36035
	IMSE	0.00127	0.00745	0.02315	0.02471
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=16.19$	$\alpha=16.22$	$\alpha=16.30$	$\alpha=16.23$
		$\beta=1.08$	$\beta=1.24$	$\beta=1.38$	$\beta=1.28$
		$\lambda=20.09$	$\lambda=20.30$	$\lambda=20.34$	$\lambda=20.31$
100	0.99150	0.99137	0.99142	0.99142	0.99973
	0.94811	0.94738	0.95110	0.95110	0.99313

	0.87266	0.87087	0.87838	0.87838	0.96406
	0.77336	0.77008	0.77896	0.77897	0.89277
	0.66016	0.65511	0.66417	0.66419	0.76566
	0.58197	0.57569	0.58592	0.58595	0.65125
	0.50474	0.49733	0.51062	0.51062	0.52143
	0.43076	0.42239	0.44091	0.44088	0.38838
	0.36178	0.35272	0.37834	0.37827	0.26580
	0.32958	0.32029	0.34994	0.34985	0.21217
	IMSE	0.00102	0.01396	0.01390	0.00708
Best		ML			
N	Real	ML	LS	NB	IB
		$\alpha=16.14$	$\alpha=16.17$	$\alpha=16.30$	$\alpha=16.23$
		$\beta=1.16$	$\beta=1.30$	$\beta=1.38$	$\beta=1.19$
		$\lambda=20.20$	$\lambda=20.31$	$\lambda=20.34$	$\lambda=20.31$
150	0.99150	0.98350	0.98604	0.98887	0.98340
	0.94811	0.92020	0.92956	0.92794	0.91997
	0.87266	0.83743	0.85460	0.83410	0.83710
	0.77336	0.74593	0.77089	0.72216	0.74553
	0.66016	0.65249	0.68439	0.60412	0.65203
	0.58197	0.56178	0.59915	0.48938	0.56130
	0.50474	0.47695	0.51795	0.38454	0.47647
	0.43076	0.39994	0.44262	0.29355	0.39950
	0.36178	0.33170	0.37420	0.21798	0.33138
	0.32958	0.27248	0.31321	0.15767	0.27223
	IMSE	0.00164	0.00196	0.00488	0.00173
Best		ML			

يتضح من جدول (3-8) وعند قيم المعلمات الافتراضية $\alpha = 10, \beta = 4, \lambda = 3$ وباستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ التكاملي ما يأتي:

1- عند حجم عينة (n=10) :

❖ تفوق طريقة بيز القياسية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01034) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 16.34 = 1.41, \hat{\lambda} = 20.31$ ، تليها طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.02262) ، ومن ثم طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.02442) واخيراً طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.07146) .

2- عند حجم عينة (n=25) :

❖ تفوق طريقة بيز غير المعلوماتية باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00187) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 16.21 = 1.26, \hat{\lambda} = 20.29$ ، تليها طريقة الإمكان الأعظم بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00807) ، ومن ثم طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.03504) واخيراً طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.03682) .

3- عند حجم عينة (n=50) :

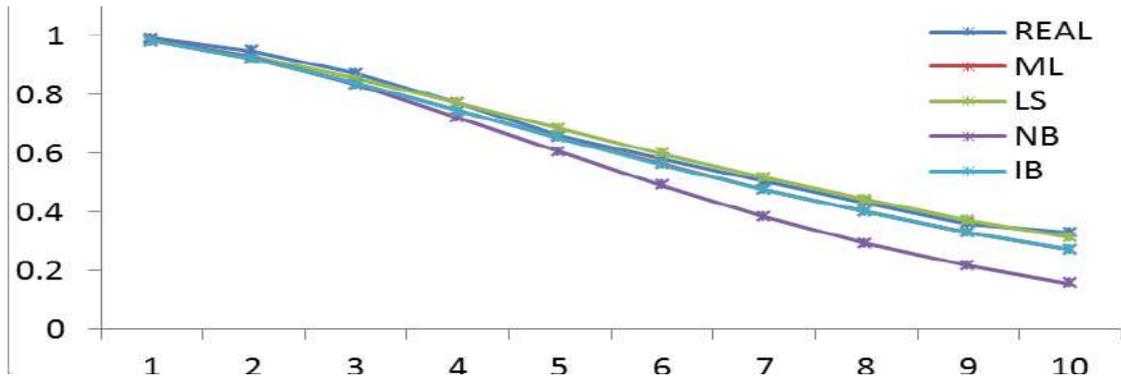
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00127) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 16.21, \hat{\beta} = 1.19, \hat{\lambda} = 20.20$ ، تليها طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00745) ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.02315) واخيراً طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.02471) .

4- عند حجم عينة (n=100) :

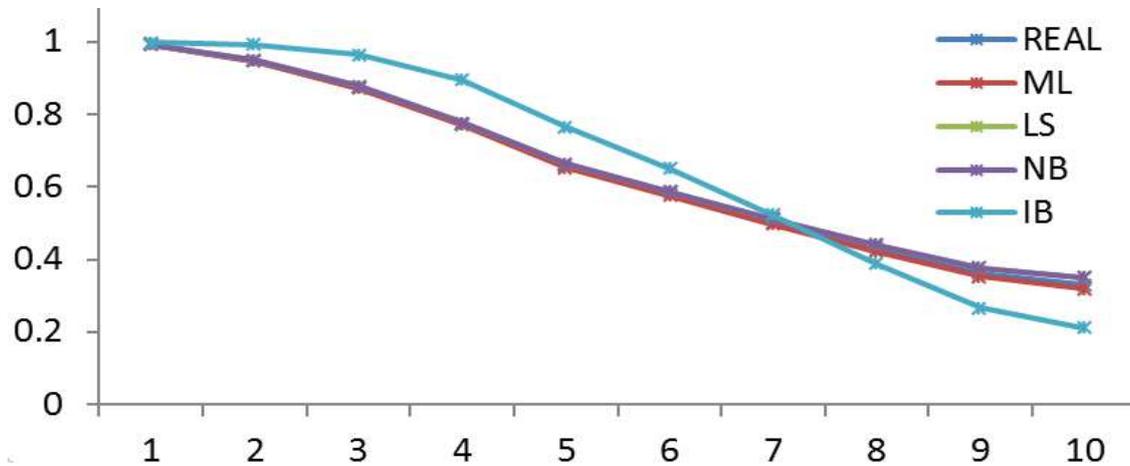
❖ تفوق طريقة الإمكان الأعظم باقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00102) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 16.19, \hat{\beta} = 1.08, \hat{\lambda} = 20.09$ ، تليها طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00708) ، ومن ثم طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.01390) واخيراً طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.01396) .

5- عند حجم عينة (n=150) :

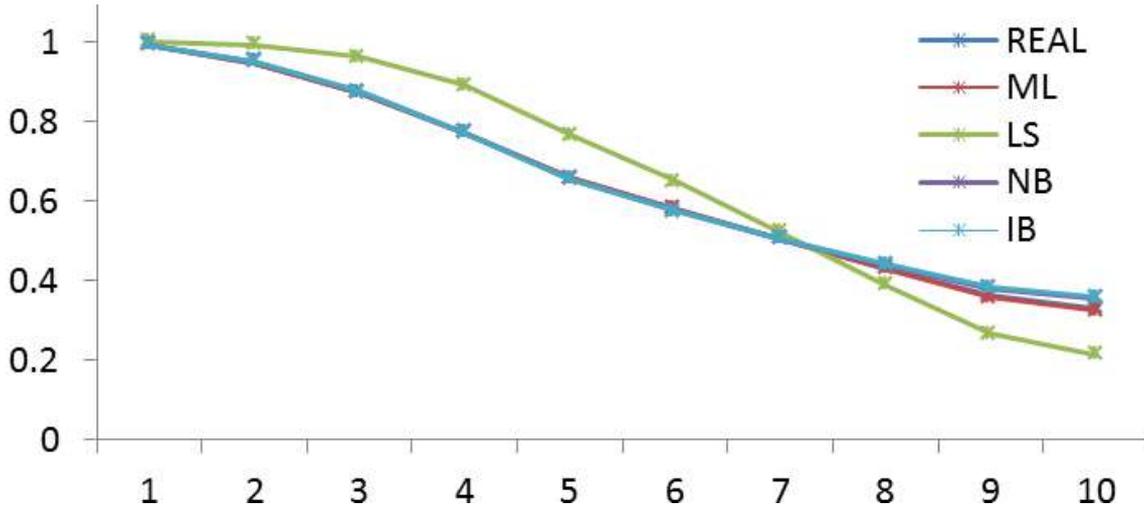
تفوق طريقة الإمكان الأعظم بأقل متوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00164) عند قيم المعلمات المقدرة $\hat{\alpha} = 16.14, \hat{\beta} = 1.16, \hat{\lambda} = 20.20$ ، تليها طريقة بيز القياسية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00173) ، ومن ثم طريقة المربعات الصغرى بمتوسط مربعات خطأ تكاملي بلغ (0.00196) واخيراً طريقة بيز غير المعلوماتية بمتوسط مربعات خطأ تكاملي (0.00488) .



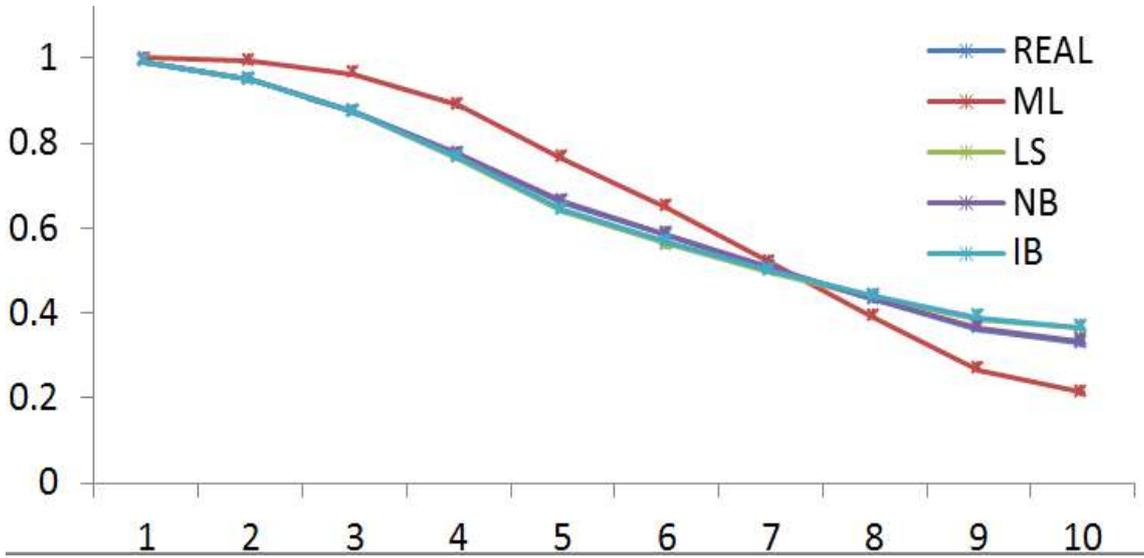
شكل (3-26) منحني دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (10) للأنموذج السادس



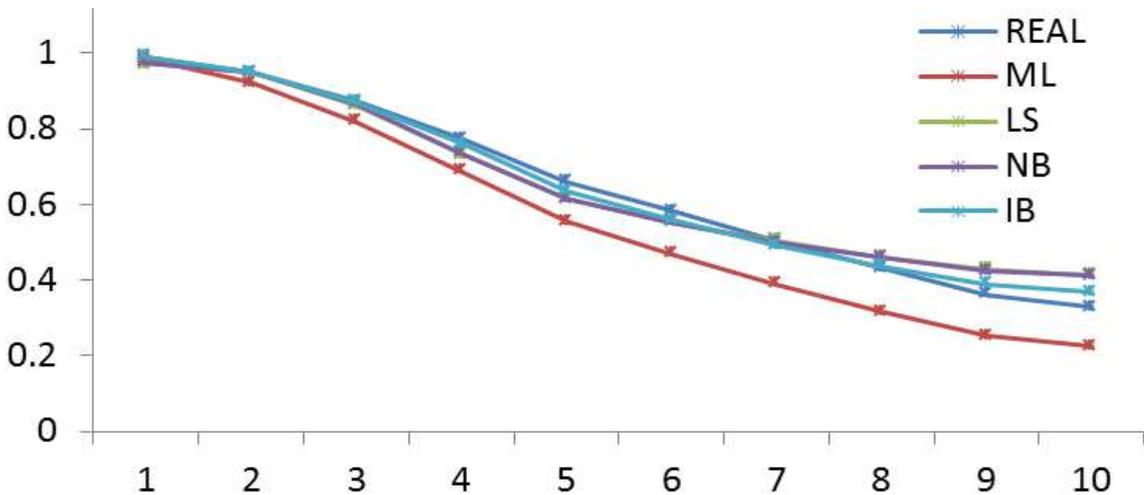
شكل (3-27) منحني دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (25) للأنموذج السادس



شكل (28-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (50) للأنموذج السادس



شكل (29-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (100) للأنموذج السادس



شكل (30-3) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بالطرائق الاربع عند حجم عينة (150) للأنموذج السادس

يتضح من كل جداول تجارب المحاكاة ما يأتي:

- 1- دالة البقاء المقدره بطريقة بيز القياسية اكثر اقتراباً من دالة البقاء الحقيقية عند المعلمات المقدره بطريقة بيز القياسية عند احجام العينات الصغيرة ($n=10,25$) وان تقدير دالة البقاء عند المعلمات المقدره بطريقة الإمكان الأعظم اكثر اقتراباً من دالة البقاء الحقيقية عند المعلمات المقدره بطريقة الامكان الاعظم عند احجام العينات الكبيرة ($n=50,100,150$)
- 2- ان افضل الطرائق كانت طريقة الامكان الاعظم عن احجام العينات الكبيرة ($n=50,100,150$) وطريقة بيز غير المعلوماتية وكذلك طريقة بيز القياسية بنسب قليلة عند احجام العينات الصغيرة ($n=10,25$) وتراوحت طريقة المربعات الصغرى عند احجام العينات الكبيرة والصغيرة بنسب قليلة جداً .

وجداول (3-9) يبين نسبة أفضلية طرائق التقدير وعدد مرات الافضلية وعند كل حجم من احجام العينات المفترضة في كل تجارب المحاكاة .

جدول (3-9) نسبة أفضلية طرائق التقدير وعدد مرات الأفضلية عند كل حجم من احجام

العينات المفترضة في كل تجارب المحاكاة

الطريقة	حجم العينة					عدد مرات الأفضلية	نسبة الأفضلية
	$n_1 =$ 10	$n_2 =$ 25	$n_4 =$ 50	$n_5 =$ 100	$n_6 =$ 150		
ML	0	0	4	6	6	16	%53
LS	1	0	2	0	0	3	%10
NB	4	4	0	0	0	8	%27
IB	2	1	0	0	0	3	%10

4

الفصل الرابع

الجانب التطبيقي

(1-4) تمهيد (Preface)

تضمن هذا الفصل الجانب العملي من الرسالة إذ تم الحصول على بيانات من المركز التخصصي للأورام وأمراض الدم في محافظة البصرة ولعدة أنواع من الأورام التي يتعامل معها هذا المركز، وبعد فحص البيانات واختبار مدى توافق هذه البيانات مع توزيع بيركس المعمم ودالة البقاء له باستعمال اختبارات حسن المطابقة تم الحصول على النتائج بالاعتماد على برنامج كتب باستعمال برنامج (Matlab 2015) .

(2-4) المركز التخصصي للأورام وأمراض الدم في البصرة (The specialized**Center for Oncology and Hematology in Basra)**

هو مركز علاجي تابع لمستشفى الصدر التعليمي ،كان اول افتتاح له بتاريخ(10/1996) كمركز لعلاج الأورام مع وحدة سريرية واحدة وبعدها تمت توسعته كمركز تخصصي مستقل تابع لوزارة الصحة في عام (2013)، يتم فيه معاينة مختلف الحالات من المرضى ومن ثم تشخيصها،يقوم المركز باستقبال جميع أنواع الأورام إذ سجلت إحصائياته جميع أنواع الأورام السرطانية داخل العراق.

(3-4) سرطان الثدي [9][21] (Breast cancer)

سرطان الثدي يعني عدم انتظام نمو الخلايا وتكاثرها وانتشارها التي تنشأ في أنسجة الثدي ومجموعة الخلايا المصابة والتي تنقسم وتتضاعف بسرعة يمكن ان تشكل قطعة او كتلة من الأنسجة الإضافية والكتل النسيجية تدعى الأورام، فأما ان تكون سرطانية (خبيثة) او غير سرطانية (حميده) والأورام الخبيثة تتكاثر وتدمر أنسجة الجسم السليمة.

(4-4) سرطان الثدي احصائياً [18][21] (Breast cancer statistically)

سرطان الثدي هو ثاني سبب رئيس لوفيات السرطان في النساء (بعد سرطان الرئة) هو السرطان الأكثر شيوعاً بين النساء باستثناء سرطان الجلد، على وفق تقرير منظمة الصحة العالمية يتم تشخيص أكثر من 1.2 مليون إصابة بسرطان الثدي في جميع انحاء العالم كل سنة ، وأكثر من 500000 يموتون من هذا المرض .وحسب تقرير جمعية السرطان الامريكية فقد انخفض معدل الوفيات المرتبطة بسرطان الثدي منذ 1990 بسبب الكشف المبكر ووجود علاج افضل .

(4-5) العوامل الخطرة المؤدية الى سرطان الثدي (Breast cancer risk**factors) [13][19]**

1- التقدم في السن، وكذلك الحمل في السن المتأخرة.

2- طفرات وراثية وتغيرات في بعض الجينات .

3- تاريخ مرض عائلي للسيدة، او تاريخ مرض للسيدة نفسها .

4- التعرض للعلاج الإشعاعي

(4-6) طرق العلاج [17][18][24] (Methods of treatment)

يكون العلاج عادة بالتدخل الجراحي وذلك بأستئصال الثدي او استئصال الورم ذاته وعلاج باقي الثدي ، فاذا ماتم الاكتشاف المبكر للورم وكان حجمه نحو 3 سم فلا يستلزم العلاج بالتدخل الجراحي . اما العلاج الكيميائي فيكون باستخدام مجموعة مركبة من العقاقير الكيميائية التي يكون تأثيرها في الخلايا السرطانية اقوى منه في الخلايا السليمة . والعلاج بالاشعة يكون باستخدام اشعة

سينية مكثفة ذات طاقة عالية ثم يبدأ بعد العلاج بأشعة العلاج الهرموني ويعطى لبعض المريضات اللاتي تجاوزن سن الخمسين علماً ان هذا العلاج قد يستمر مدى الحياة .

(7-4) وصف البيانات التطبيقية (Applied Data description)

تم اخذ البيانات الخاصة بالدراسة من المركز التخصصي للاورام وامراض الدم التابع لمستشفى الصدر التعليمي في محافظة البصرة وتمت عملية جمع البيانات الخاصة بوفيات مرض سرطان الثدي اذ تم اختيار 200 مشاهدة عشوائياً لتمثل اعداد الوفيات بسبب هذا المرض من سجلات المركز للمدة من 2015/1/1 لغاية 2019/12/31. وتم تبويب هذه البيانات للحصول على أوقات الحياة للمصابين بهذا المرض وذلك عن طريق طرح تاريخ بداية الإصابة بالمرض من تاريخ الوفاة ليكون لدينا الجدول (1-4) الذي يمثل اوقات البقاء للمصابين بسرطان الثدي بالاشهر، علماً ان كسر الرقم يمثل مدة البقاء باليوم .

جدول (1-4) يمثل اوقات البقاء لمرضى سرطان الثدي

27.7	41.8	14.0	15.7	17.5
33.4	44.4	24.0	28.8	10.9
16.7	25.8	40.1	28.3	24.8
45.7	21.0	33.9	54.4	41.3
14.4	30.0	31.3	18.0	22.5
21.0	45.4	27.1	30.7	32.3
27.2	30.7	17.4	18.9	34.1
18.8	15.6	21.8	20.7	43.2
21.6	64.5	26.4	14.4	33.4
43.6	22.6	27.5	35.5	31.0
28.1	21.3	29.6	21.7	32.0
39.8	24.6	26.5	36.0	33.8

27.8	21.8	25.2	30.0	42.7
39.2	20.9	27.5	14.1	46.4
21.3	24.2	19.2	43.7	25.9
18.0	19.7	21.4	24.3	23.8
31.1	35.2	20.2	25.2	46.1
17.7	29.3	32.7	45.3	49.5
22.4	23.0	28.4	26.2	16.2
17.4	43.2	17.5	52.6	23.6
22.4	42.7	23.8	20.3	12.5

تكملة جدول (1-4)

44.0	25.7	41.5	36.0	24.8
27.6	16.3	17.9	38.6	29.9
21.9	31.0	40.5	35.4	18.9
23.6	38.6	33.2	24.6	
27.0	43.2	19.5	48.6	
36.2	30.3	41.5	28.2	
21.7	25.5	16.6	28.4	
30.3	11.1	32.8	22.6	
70.1	53.2	31.7	34.5	
12.5	28.0	32.3	18.0	
26.3	23.6	61.3	19.4	
27.7	29.5	15.8	63.7	
41.0	42.1	30.3	16.2	
19.0	26.1	26.9	34.8	
19.9	32.5	22.8	25.7	
45.9	44.3	18.9	18.7	
35.9	17.8	49.8	15.3	
19.3	20.9	50.8	52.1	
46.8	26.9	40.8	21.0	
16.1	36.5	34.5	24.6	

24.5	25.9	24.5	18.9	
32.5	19.5	30.2	29.2	
13.9	41.5	33.1	25.7	

(8-4) معايير حسن المطابقة (Goodness of Fit)

اقترحنا العديد من المعايير او الاختبارات التي يمكن ان تستخدم لمعرفة افضلية طرائق التقدير المستعملة اذ تم تطبيق هذه الاختبارات على بيانات تم الحصول عليها من المركز التخصصي للأورام السرطانية في محافظة البصرة ومن هذه الاختبارات الآتي:

(1-8-4) معيار أكايكي (AIC) (Akaike's Information Criterion)

ان الصيغة العامة لهذا الاختبار كما يلي:

$$AIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + 2p \quad \dots (4 - 1)$$

p: تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية

$L(\hat{\theta} \setminus x)$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات

العينة.

(2-8-4) معيار بيز أكايكي (BIC) (Bayesian Information Criterion)

معيار يستخدم كاختبار حسن المطابقة (GOF) ويرمز له اختصاراً بـ (BIC)

ان الصيغة لهذا الاختبار هي:

$$BIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + p \log(n) \quad \dots (4 - 2)$$

$L(\hat{\theta} \setminus x)$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

p : تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

n : تمثل حجم العينة.

(3-8-4) معيار أكايكي المتسق (CAIC) (Consistent Akaike Information Criterion)

Criterion)

ان الصيغة لاختبار حسن المطابقة اكاكي المتسق (CAIC) هي كما يلي

$$CAIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + \frac{2np}{n - p - 1} \dots (4 - 3)$$

و ان n تمثل حجم العينة

(9-4) تقدير المعلمات (Estimate of Parameters)

يوضح الجدول (2-4) قيم المعلمات المقدرة لتوزيع بيركس المعمم بأستعمال طريقة الامكان

الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة بيز المعلوماتية وطريقة بيز غير المعلوماتية عند دالة

خسارة تربيعية وكالاتي:

جدول (2-4) يمثل تقديرات لمعاملات توزيع بيركس المعمم لبيانات دالة البقاء

لمرضى سرطان الثدي

Method	α	β	λ
Max	2.020392	12.00378	0.150786
Les	2.026702	12.00426	0.06964
B. inf	2.037417	12.01157	0.047813
B.non	2.008173	12.00212	0.059772

وتم استخدام اختبارات حسن المطابقة (GOF) التي تم ذكرها في الفقرة (4-8) بهدف ايجاد أكثر

افضلية طرائق التقدير لتمثيل دالة البقاء لبيانات المرضى المصابين بسرطان الثدي في محافظة

البصرة ، وقد أدرجت النتائج في جدول يمثل نتائج الاختبارات وكما مبين بالاتي:

جدول (3-4) اختبارات حسن المطابقة لدالة البقاء لمرضى سرطان الثدي

Method	AIC	BIC	CAIC
Max	1547.068	1529.173	18.00627
LS	4081.557	4063.662	19.95692
IB	2574.069	2556.174	19.03122
NB	2762.169	2744.274	19.17296

يوضح جدول (3-4) قيم اختبارات حسن المطابقة (GOF) لبيانات دالة البقاء للمرضى المصابين

بأمراض سرطان الثدي في محافظة البصرة إذ نلاحظ ان طريقة الإمكان الأعظم سجلت اقل

قيمة حسابية عند جميع الاختبارات أي إن طريقة الإمكان الأعظم تعطي مقدرات أكثر ملاءمة

لبيانات دالة البقاء وهذا يتناسب مع ماتم التوصل اليه في الجانب التجريبي.

(10-4) تحليل البيانات (Data analysis)

بينت نتائج تجارب المحاكاة ان افضل طريقة لتقدير دالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم هي الإمكان الأعظم ، لذلك سيتم تطبيق هذه الطريقة على البيانات الحقيقية لقياس احتمالات البقاء (دالة البقاء) للمصابين بسرطان الثدي في محافظة البصرة، وبأستعمال برنامج Matlab تم انشاء برنامج خاص لتطبيق الطريقة وكانت النتائج كما في جدول (4-4) :

جدول (4-4) دالة البقاء الحقيقية ودالة البقاء المقدره بطريقة الامكان الاعظم لمرضى سرطان

الثدي في محافظة البصرة

T	Real S(t)	MLE S(t)
10.95	0.99	0.97
11.15	0.99	0.97
12.49	0.97	0.94
12.52	0.97	0.94
13.92	0.94	0.90
13.99	0.94	0.89
14.05	0.94	0.89
14.37	0.93	0.88
14.40	0.93	0.88
15.33	0.90	0.84
15.57	0.89	0.83
15.74	0.89	0.82
15.84	0.88	0.82
16.07	0.87	0.80
16.16	0.87	0.80
16.21	0.87	0.80
16.30	0.86	0.79

16.57	0.85	0.78
16.73	0.85	0.77
17.37	0.82	0.74
17.37	0.82	0.74
17.47	0.81	0.73
17.53	0.81	0.73
17.68	0.80	0.72
17.81	0.79	0.71
17.95	0.79	0.70
17.95	0.79	0.70
18.03	0.78	0.70
18.03	0.78	0.70
18.74	0.75	0.66
18.76	0.75	0.66
18.87	0.74	0.65
18.87	0.74	0.65
18.91	0.74	0.65

تكملة جدول (4-4)

T	Real S(t)	MLE S(t)
18.93	0.74	0.65
19.02	0.73	0.64
19.18	0.72	0.64
19.25	0.72	0.63
19.41	0.71	0.62
19.47	0.71	0.62
19.53	0.70	0.62

19.65	0.70	0.61
19.94	0.68	0.59
20.21	0.67	0.58
20.25	0.66	0.58
20.68	0.64	0.55
20.90	0.63	0.54
20.93	0.63	0.54
20.97	0.62	0.54
21.01	0.62	0.53
21.02	0.62	0.53
21.26	0.61	0.52
21.30	0.61	0.52
21.35	0.60	0.52
21.58	0.59	0.50
21.69	0.58	0.50
21.71	0.58	0.50
21.79	0.58	0.49
21.83	0.58	0.49
21.88	0.57	0.49
22.36	0.55	0.46
22.37	0.55	0.46
22.52	0.54	0.45
22.59	0.54	0.45
22.61	0.53	0.45
22.79	0.52	0.44
23.02	0.51	0.43
23.60	0.48	0.40

تكملة جدول (4-4)

T	Real S(t)	MLE S(t)
23.62	0.48	0.40
23.64	0.48	0.40
23.75	0.47	0.40
23.83	0.47	0.39
24.00	0.46	0.38
24.21	0.45	0.37
24.34	0.44	0.37
24.47	0.44	0.36
24.49	0.44	0.36
24.61	0.43	0.36
24.62	0.43	0.36
24.64	0.43	0.36
24.80	0.42	0.35
24.84	0.42	0.35
25.23	0.40	0.33
25.24	0.40	0.33
25.49	0.39	0.32
25.66	0.38	0.31
25.66	0.38	0.31
25.71	0.38	0.31
25.79	0.38	0.31
25.85	0.37	0.31
25.85	0.37	0.31
26.14	0.36	0.30
26.20	0.36	0.29
26.26	0.36	0.29

26.38	0.35	0.29
26.53	0.34	0.28
26.91	0.33	0.27
26.94	0.33	0.27
27.02	0.32	0.26
27.13	0.32	0.26
27.22	0.32	0.26
27.51	0.31	0.25

تكملة جدول (4-4)

T	Real S(t)	MLE S(t)
27.54	0.30	0.25
27.55	0.30	0.25
27.67	0.30	0.24
27.73	0.30	0.24
27.78	0.30	0.24
27.97	0.29	0.23
28.14	0.28	0.23
28.20	0.28	0.23
28.32	0.28	0.22
28.37	0.27	0.22
28.38	0.27	0.22
28.83	0.26	0.21
29.25	0.24	0.20
29.31	0.24	0.19
29.53	0.24	0.19
29.65	0.23	0.19

29.88	0.23	0.18
29.99	0.22	0.18
30.01	0.22	0.18
30.23	0.21	0.17
30.26	0.21	0.17
30.30	0.21	0.17
30.34	0.21	0.17
30.71	0.20	0.16
30.74	0.20	0.16
30.97	0.19	0.16
31.01	0.19	0.15
31.07	0.19	0.15
31.33	0.19	0.15
31.74	0.18	0.14
31.99	0.17	0.13
32.31	0.16	0.13
32.33	0.16	0.13
32.46	0.16	0.13

تكملة جدول (4-4)

T	Real S(t)	MLE S(t)
32.53	0.16	0.12
32.72	0.15	0.12
32.82	0.15	0.12
33.07	0.15	0.12
33.23	0.14	0.11
33.43	0.14	0.11

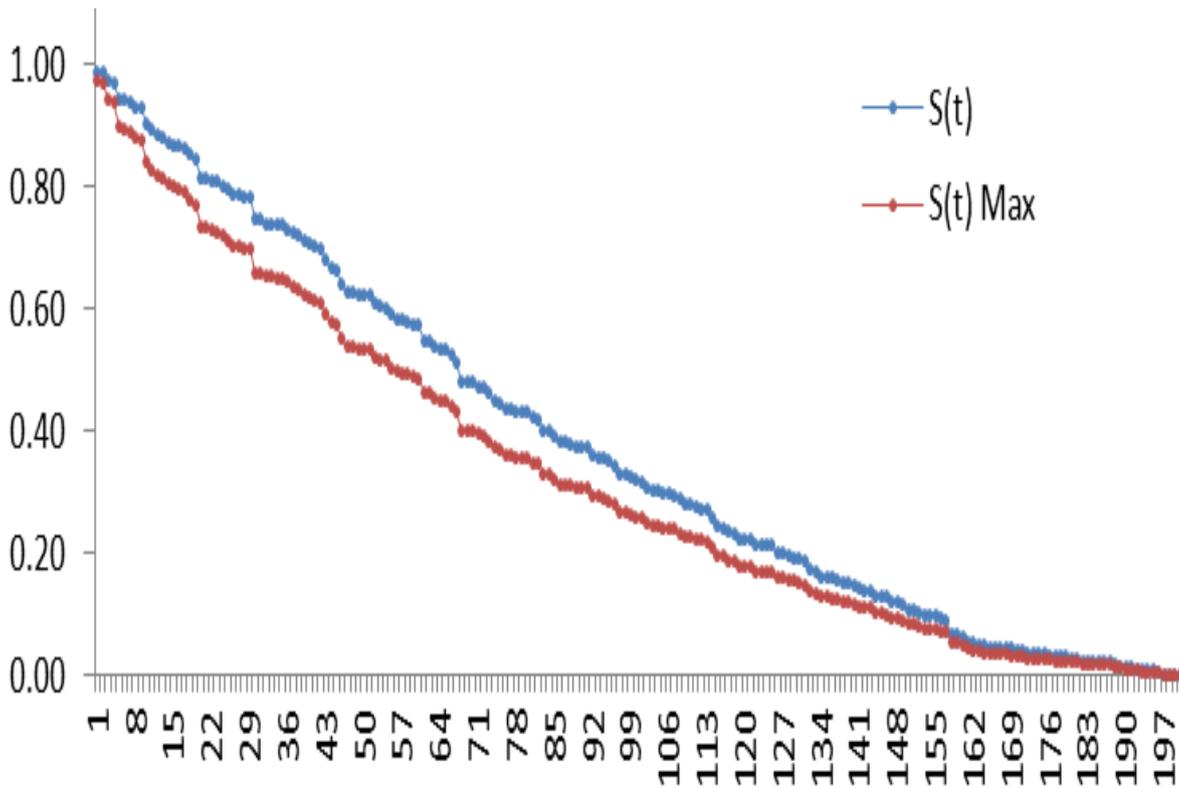
33.44	0.14	0.11
33.83	0.13	0.10
33.95	0.13	0.10
34.06	0.13	0.10
34.47	0.12	0.09
34.51	0.12	0.09
34.83	0.11	0.09
35.22	0.11	0.08
35.37	0.11	0.08
35.47	0.10	0.08
35.90	0.10	0.08
35.95	0.10	0.08
35.97	0.10	0.08
36.24	0.09	0.07
36.53	0.09	0.07
38.56	0.07	0.05
38.57	0.07	0.05
39.22	0.06	0.05
39.77	0.06	0.04
40.14	0.05	0.04
40.51	0.05	0.04
40.80	0.05	0.04
41.05	0.05	0.04
41.32	0.04	0.03
41.45	0.04	0.03
41.48	0.04	0.03
41.53	0.04	0.03
41.80	0.04	0.03

تكملة جدول (4-4)

T	Real S(t)	MLE S(t)
42.12	0.04	0.03
42.68	0.04	0.03
42.73	0.04	0.03
43.17	0.03	0.03
43.19	0.03	0.03
43.24	0.03	0.03
43.60	0.03	0.02
43.75	0.03	0.02
44.01	0.03	0.02
44.26	0.03	0.02
44.43	0.03	0.02
45.31	0.02	0.02
45.40	0.02	0.02
45.67	0.02	0.02
45.94	0.02	0.02
46.06	0.02	0.02
46.43	0.02	0.02
46.83	0.02	0.02
48.56	0.02	0.01
49.55	0.01	0.01
49.84	0.01	0.01
50.85	0.01	0.01
52.08	0.01	0.01
52.57	0.01	0.01
53.21	0.01	0.01
54.37	0.01	0.00

61.30	0.00	0.00
63.73	0.00	0.00
64.48	0.00	0.00
70.12	0.00	0.00

نلاحظ من جدول (4-4) تقارب قيم دالة البقاء المقدره بطريقة الإمكان الأعظم مع قيم دالة البقاء الحقيقية (عند البيانات التطبيقية) ، ونلاحظ ايضاً ان مدة الاصابة متزايدة مع الزمن اي كلما زادت مدة الاصابة زاد احتمال موت المريض ، وان دالة البقاء متناقصة مع الزمن ، فاذا كانت مدة بقاء المريض على قيد الحياة (50) شهراً فأكثر فان احتمالية بقائه على قيد الحياة تقترب من (الصفير) واذا كانت مدة بقاء المريض المصاب بسرطان الثدي (16) شهراً فأقل فان احتمالية بقائه على قيد الحياة تزيد على (78%) وكما مبين في شكل (1-4)



شكل (1-4) منحنى دالة البقاء الحقيقية والمقدرة بطريقة الإمكان الأعظم عند البيانات التطبيقية

الفصل الخامس

5

الاستنتاجات والتوصيات

(1-5) الاستنتاجات (Conclusions)

استنادا الى نتائج الجانبين التجريبي والتطبيقي توصلت الباحثة الى الاستنتاجات الآتية:-

1- من خلال الجانب التجريبي نلاحظ أن طريقة الامكان الاعظم هي الافضل عند احجام العينات الكبيرة ($n=50,100,150$) في تقدير دالة البقاء لأنها تمتلك أقل (IMSE) و طريقتي بيز غير المعلوماتية و بيز القياسية بنسب قليلة عند احجام العينات الصغيرة ($n=10,25$) أما طريقة المربعات الصغرى فتزاوت بين الاحجام الكبيرة والصغيرة ونسب قليلة جدا.

2- حازت طريقة الامكان الاعظم على اكر نسبة للافضلية في التقدير تليها طريقة بيز غير المعلوماتية في حين كانت طريقتا المربعات الصغرى و بيز القياسية الاقل و بنسب متساوية في افضلية التقدير.

3- تبين أن قيمة متوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة البقاء تتناقص بزيادة حجم العينة في اغلب الاحيان وهذا ما ينسجم مع النظرية الاحصائية.

4- من خلال نتائج التطبيق العملي تبين ان دالة البقاء متناقصة مع الزمن ونستنتج من ذلك انه كلما زاد وقت الإصابة زاد احتمال موت المصاب بهذا المرض.

5- سجلت طريقة الامكان الاعظم اقل قيمة حسابية عند اختبارات حسن المطابقة اي ان طريقة الامكان الاعظم اعطت مقدرات اكثر ملاءمة لبيانات دالة البقاء وهذا يتناسب مع الجانب التجريبي .

(2-5) التوصيات (Recommendations)

- 1- اعتماد طريقة بيز ودالة الخسارة التربيعية بافتراض توزيع الدالة الاولية يتبع دالة توزيع كاما في تقدير المعلمة ، فضلاً عن ضرورة تطبيقها على توزيعات احصائية اخرى .
- 2- تطبيق توزيع بيركس المعمم في جوانب اخرى غير الجانب الصحي مثل الجانب الصناعي و الهندسي .
- 3- اجراء بحوث ودراسات مستقبلية في تقدير دالة البقاء لتوزيع بيركس المعمم في حالة البيانات المراقبة.
- 4- يرجى الأخذ بنظر الاعتبار من قبل المؤسسة الصحية نسبة انخفاض متوسط حجم Hb للمرضى بمرور الزمن نتيجة اعطاء الجرع وبفروق معنوية ولذا يتطلب الامر القيام بدراسات اخرى وعلى ادوية اخرى وجرعات مختلفة حتى يؤدي الى تقليل المضاعفات للمرضى .

المصادر

المصادر العربية (Arabic References)

1. تهناني مهدي ، سميرة مزهر و قتيبة نبيل (2008). "مقارنة مقدرات بيز مع مقدر الأماكن الأعظم في تقدير دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي باستخدام بيانات مراقبة من النوع الثاني". مجلة جامعة النهريين. 1، 11 ، 58 – 70.
2. جاسم . خضر نصيف (2012) " مقارنة تقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي المختلط مع تطبيق عملي " اطروحة دكتوراة ، كلية الادارة والاقتصاد بغداد .
3. الدريعي ، مهدي علي عبد الحسين (2016) " بعض طرائق تقدير معلمات دالة المعولية لنموذج احتمالي مركب مع تطبيق عملي " رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد .
4. الصفاوي. صفاء يونس و طه. عمار حازم (2005) "بعض طرائق المقدرات التقليدية ومقدر بيز لمعلمات نموذج الانحدار الخطي العام".رسالة ماجستير ، كلية علوم الحاسبات والرياضيات - جامعة الموصل .
5. لازم. جاسم حسن(2017) "مقارنة طرائق بيز مع طرائق أخرى لتقدير معلمة القياس لتوزيع ويبل باستخدام المحاكاة" الكلية التقنية الإدارية جامعة بغداد.

المصادر الأجنبية (Foreign References)

6. AL-Dore, Mohammed. S.A. and AL-Abase,Saba Z.E. (2014) "Compared to some of the methods of estimating the distribution of gamma with two parameters using simulation" AlKut journal of Economics Administrative Sciences.
7. Al-Kutubi.H.S. and Ibrahim.N.A.(2009) "Bayes Estimator for Exponential Distribution with Extension of Jeffery Prior Information". Malay sian Journal of Mathematical Sciences 3(2): 297- 313.

8. Al-Sultany.Sh.A. and Mohammed.S.A.(2018)"Comparison between Bayesian and Maximum Likelihood Methods for parameters and The Reliability function of Perks Distribution "Iraqi Journal of Science Vol.59, No.2 PP: 369-376 .
9. cancer research uk (2017) "uk cancer incidence Statistics by age" .
10. Chaudhary. A.k. and Kumar. V. (2013) " A Bayesian Analysis of perks Distribution Vie Markov Chain Monte Carlo Simulation " Nepal Journal of Science and Technology Vol. 14 .No.1 pp:153-166 .
11. Chaudhary. A.K. (2018) "A study of Perks – II Distribution via Bayesian Paradigm " Pravaha Journal .
12. Chen. Q. and Egan D. M. (2006) " A Bayesian Method for Transformer Life Estimation Using Perks Hazard Function " IEEE Transaction on power systems Vol.21,No.4, November.
13. Claus. E.B. (1995) "the genetic epidemiology of cancer survey" 25:13-26 .
14. Guure.C.B., Ibrahim.N.A., Adam.M.B., AlOmari. M.A. and Bosomprah. S. (2014) "Bayesian Parameter and Reliability Estimate of Weibull Failure Time Distribution". Bull. Malays. Math. Sci. Soc. (2) 37(3), pp:611–632.
15. Guure. C. and Ibrahim. N. A (2014)"Approximate Bayesian Estimates of Weibull Parameters with Lindley's Method" Sains Malaysiana 43(9) pp1433–1437.
16. Guure.C.B.and Ibrahim.N.A.(2012). "Bayesian Analysis of the Survival Function and Failure Rate of Weibull Distribution with Censored Data." Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering. Vol 2012, doi:10.1155/2012/329489 .
17. James.D.Y. , and Nancy. E.D. (2006) "estrogen carcinogenesis in Breast cancer "the new England journal of medicine 354:270-282 .

18. Leon.DA. (1989): "a prospective study breast cancer incidence in England and wales" International journal of cancer 43(6):986-991.
19. Margolese.R.G (1999): "surgical considerations for invasive breast cancer" . surgical clinics of north America 79(5) p:1031-1046.
20. Martinelle.S.(1987)"AGeneralized Perks formula for old-age mortality" statistiska central byran .
21. Minckwitz.G.V.(2007)"docetaxel anthracycline combinations for breast cancer treatment" Expert opinion on pharmacotherapy 8(4) p:485-495.
22. Nadaraja.S. and Bakar.S.A.A.(2013)"Anew R package for actuarial survival models" computational statistics 28,p. 2139-2160.
23. Oguntunde.p.E.,Member,Jaeng,Khaleel.M.A.,Okagbue.H.I.,Opanuga.A. A ,and Ilori.K.A.(2018)"Introducing the kumaraswamy perks distribution " proceedings of the world congress on engineering and computer science Vol.II.
24. person.MC , steel. CM, Dixon. JM (2000)"Breast cancer epidemiology risk factors and genetics" bmj 321 :624-628.
25. Richards.S.J.(2010) "Ahandbook of parametric survival models for actuarial use" CrossRef citations to date Altmetric p.p. 233-257 .
26. Sharma. V. K., Singh. S. K. And Singh. U. (2017) "Classical and Bayesian methods of estimation for power Lindley distribution with application to waiting time data. Communications for Statistical Applications and Methods",Vol.24,No.3,193–209.
27. Sharma.V. K., Singh.S. K., Singh.U. ,and Agiwal.V.(2014)"The inverse Lindley distribution" A stress strength reliability model.
28. Singh.B. (2016) "An Additive Perks-Weibull Model with Bathtub-Shaped Hazard rate function"
29. Singh.B. (2015) "Classical and Bayesian estimation using type-II hybrid censored data from perks distribution" Om parkash,pp. 493-510 .

30. Singh.B. and Choudhary.N.(2016)"The exponentiated Perks distribution" the society for reliability engineering, Quality and operations management (sreqom) ,India and the division of operation and maintenance ,Lulea university of technologe.
31. Syversveen.A.Randi (2007)"Noninformative Bayesian priors interpretation and problems with construction and applications".
32. Talacko. J.(2016) "A note about a family of Perks distribution " spring Indian statistical institute are collaborating with Jstor to digitize , preserve and extend access to sankhya : the Indian Journal of statistics Vol.20 No.3/4 .
33. Talacko. J.(1956)"Perks distributions and their role in the theory of Wiener's stochastic variables" Trabajos de Estadistica 7 p.159-174 .
34. Teimouri . M. and Gupta.A.K. (2013) " On the three parameter weibull distribution shape parameter estimation " Journal of data science , Vol.11 P.P : 403-414 .
35. Tyagi. A. , Choudhary. N. and Singh.B. (2019) "Discrete additive perks –weibull distribution :properties and applications" life cycle reliability and safety engineering 8(3), p.p.183-199 .
36. Zeng. H. , Lan. T. and Chen. Q. (2016) "Five and four parameter lifetime distributions for bathtub-shaped failure rate using perks mortality equation" Reliability Engineering and system safety 152,pp 307-315 .

ABSTRACT

Probability distributions are important topics in statistical theory that have gained distinct importance in recent decades for their extensive applications in various fields (medical, engineering, biology and industrial) and accordingly one of the continuing probability distributions, the three-parameter Perks distribution, was studied on the theoretical side, the properties and function of probability density, the cumulative function and the function of survival were used, and four methods were used to estimate the method of Maximum Likelihood Method, Least Squares Method and two methods of Bayesian derived from these methods of reaching formulas. A comparison was made between the capabilities using the simulation method that carried out simulation experiments using a set of samples of different sizes (10,25, 50,100,150) and repeated each experiment (2,000) times to achieve the goal and for six different models and the results were compared using one of the most important statistical measures, the Integral Mean Square Error(IMSE) and the best methods were reached for each sample size and for each sample size. The results of the Integral Mean Square Error for the survival function were known for each of the six models and compared those results to all models where the result appeared in preference of the method of the Maximum Likelihood Method compared to the rest of the methods.

On the practical side, a random sample of data of (200) was applied in practice to view the monthly mortality times of breast cancer patients in Basra governorate for the period from (1/1/2015) to (31/12/2019) where the survival period was taken, and this was applied. The sample for the Exponentiated Perks distribution, and to better illustrate the work of the data, a number of criteria were used to match the practical distribution of the sample data with the Exponentiated perks distribution, and through the results of the standards (AIC,BIC,CAIC) the result appeared with the method of the Maximum Likelihood that is, the method of the Maximum Likelihood gave more appropriate capabilities for data studied .

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education
And Scientific Research
University of Karbala
Faculty of Management and Economics
Department of Statistics



**Estimate parameters and Survival function
for the exponentiated Perks distribution with
practical application**

**A thesis submitted to the council of the college
of Administration & Economics\ University of
Karbala as partial fulfillment of the requirements
for the degree of Master of Statistics Sciences**

By

Salwa Naeem Jameel ALSalman

Under supervision

Ass.Prof.Dr .Mahdi Wahab Nea'ama Naser Allah

2020A.D. Holy Karbala 1441A.H.