



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الإحصاء

تقدير معولية التوزيع الاحتمالي
(Maxwell-Rayleigh)
باستعمال (T-X family) مع التطبيق

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير في علوم الإحصاء

تقدم بها
عمار كارص حسين العائدي

بإشراف

أ.م.د. د. ايناس عبد الحافظ محمد

2021 م

1443 هـ

كربلاء المقدسة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا إِنَّكَ أَنْتَ
الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ

صدق الله العظيم

البقرة ﴿32﴾

الإهداء

إلى

(وطني)

من تربيت في احضانه وامرتوت من انهاره

إلى

(والدي رحمه الله)

من أذكره ولا أنساه... وتدمع عيني لذكراه

إلى

(والدتي الحنونة)

من علمتني انه لا محالة... فقربت من عيني ما استحال... وصار جميلها لا يحصى...

فكيف تحصى حبات الرمال؟

إلى

(نزوجتي)

العيون التي تنظري لي بحب واحترام

إلى

(أبنائي علي وجود)

مرياحين حياتي وأملي في الدنيا والآخرة.

إلى من غاب رسمه عن عيني وظلت ذكراه ترفرف في ثنايا قلبي

(أخي المرحوم علاء)

إلى .. أصدقائي الأعزاء... كل محبة وإخلاص ووفاء

إلى .. من لم تغفل عيونهم عني حباً وإجلالاً وعرفاناً...

إلى .. القناديل المضيئة في سماء العلم والمعرفة ..

(أساتذتي)

اهدي لهم هذا الجهد المتواضع

شكر وتقدير

الحمد لله رب العالمين، حمداً يوافي نعمه ويكافئ مزيده والشكر لله على ما وهبني من صبر وهدى وتوفيق تخطيت به الصعاب لإنجاز هذا العمل، والصلاة والسلام على الرحمة المهداة نبينا محمد وعلى آل محمد وصحبه وسلم تسليماً كثيراً.

يسرني أن أقدم بالشكر والامتنان إلى قسم الدراسات العليا الذي أتاح لي الفرصة لإتمام دراستي العليا، كما أشكر صاحبة القلب الطيب الاستاذ المساعد الدكتورة / **أيناس عبد الحافظ محمد عرفاناً** وامتناناً بتفضلها بالإشراف على هذه الرسالة ومتابعةً جميع مراحلها، ولجهودها الكبيرة التي بذلتها معي بتوجيهي ووضعني على الخطوط الصحيحة في مدة البحث عبر إشرافها ورعايتها العلمية لي منذ بداية البحث حتى اخراجه بهذه الصورة أسأل الله أن يجعل كل ما قدمته لي في ميزان حسناتها.

كما يسرني أن أشكر رئيس قسم الاحصاء الاستاذ الدكتورة / **شروق عبد الرضا سعيد السباح** وكل اساتذتي الافاضل وموظفي القسم على كل الجهود التي بذلوها معي في مدة الدراسة والبحث.

كما أتقدم بالشكر لكل من ساعدني على إنجاز رسالتي عبر بذل النصيحة والمشورة والشكر لجميع الأساتذة وأعضاء هيئة التدريس بقسم الدراسات العليا وجامعة كربلاء – كلية الادارة والاقتصاد الذين قاموا بتحكيم ادوات الدراسة.

كما واتقدم بالشكر الجزيل الى جميع موظفي مكتبة جامعة بغداد – كلية الادارة والاقتصاد على وقتهم معي في استعارة الاطاريح والمصادر العلمية التي اسهمت في اكمال رسالتي، ولهم فائق الاحترام والتقدير.

كما واقدم شكري وامتثاني الى السيد رئيس لجنة المناقشة واعضائها المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة الرسالة وابداء توجيهاتهم القيمة التي تغنيها.

واتقدم بالشكر الجزيل الى المقومين العلميين واللغوي لتفضلهم بمراجعة الدراسة وتدقيقها، وفقهم الله لكل خير.

وبكل امتنان و عرفان بالجميل اتقدم بالشكر والتقدير الى دائرة البطاقة الوطنية في قضاء الحي (محافظة واسط) التي منحتني هذه الفرصة وقامت بترشيحي للدراسة والممثلة بمديرها المقدم خالد زامل ناظم السعدون.

ووافر شكري للأخ والصدیق / منتظر جمعة مهدي لما أبداه لي من مساعدة وافية في كتابة البرامج الحاسوبية عبر البحث وتشجيع طوال مدة الدراسة... له مني كل المحبة والوفاء.

كما واشكر في الشركة العامة للصناعة والنسيج في واسط /قسم الغزل المهندس احمد نعيم لما قدمه لي من مساعدة في جمع البيانات وبما وفره لي من معلومات وملاحظات حول الشركة.

كما لا يفوتني أن أشكرهما ومهما كتبت في حقهما من عبارات الشكر والامتنان لن أوفيهما حقهما والدي رحمه الله ووالدتي التي تعلمت منها معنى الكفاح والتي غرست بداخلي حب العلم ودعمتني بعطائها ودعائها فلها خالص دعواتي وان يطيل الله في عمرها.

واخيرا اقدم شكري وتقديري الى جميع اصدقائي وزملائي في مرحلة الماجستير، متمنيا للجميع التوفيق والنجاح الدائم.

وختاماً أعتذر لمن فاتني ذكره ولم أتمكن من شكره سائل الله العليّ القدير أن لا يضيع لهم أجراً.

وصلی الله وسلم على سيدنا محمد وعلى آل محمد وصحبه تسليماً

والله ولي التوفيق.

الباحث

المحتويات



الصفحة	الموضوع
أ	الآية
ب	الاهداء
ج	شكر وتقدير
هـ	قائمة المحتويات
ز	قائمة الجداول
ح	قائمة الاشكال
ط	قائمة الرموز
ك	المستخلص
9-1	الفصل الاول : المقدمة ومنهجية البحث
1	المقدمة 1-1
3	مشكلة البحث 2-1
4	هدف البحث 3-1
4	الاستعراض المرجعي 4-1
47-11	الفصل الثاني : الجانب النظري
11	تمهيد 1-2
11	مفهوم المعولية 2-2
11	دالة الكثافة الاحتمالية للفشل 3-2
12	دالة التوزيع التراكمية للفشل 4-2
13	دالة المعولية 5-2
15	دالة المخاطرة 6-2
16	دالة المخاطرة التجميعية 7-2
16	توزيع ماكسويل 8-2
17	توزيع ريلي 9-2
18	عائلة محول المتحول 10-2
22	الأنموذج الاحتمالي المقترح 11-2
22	دالة التوزيع التراكمية للأنموذج الاحتمالي (ماكسويل-ريلي) 1-11-2
25	دالة الكثافة الاحتمالية للأنموذج الاحتمالي (ماكسويل-ريلي) 2-11-2
27	دالة المعولية للأنموذج الاحتمالي (ماكسويل-ريلي) 3-11-2
28	خصائص الأنموذج الاحتمالي المقترح 12-2

28	العزوم	1-12-2
29	العزوم اللامركزية	-1-12-2 1
31	العزم المركزي الرائي	-1-12-2 2
34	معامل الاختلاف	2-12-2
34	معامل الالتواء	3-12-2
35	معامل التفلطح	4-12-2
37	طرائق التقدير	13-2
37	طريقة الامكان الاعظم	1-13-2
39	طريقة العزوم	2-13-2
42	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	3-13-2
44	طريقة المقدرات التجزئية	4-13-2
45	معايير مقارنة طرائق التقدير	14-2
47	معايير اختيار افضل توزيع	15-2
47	معيار معلومات اكاكي	1-15-2
47	معيار معلومات اكاكي المصحح	2-15-2
68-50	الفصل الثالث : الجانب التجريبي والتطبيقي	
50	تمهيد	1-3
55-50	المبحث الاول: الجانب التجريبي	
51	مفهوم المحاكاة	1-2-3
51	مراحل تجربة المحاكاة	2-2-3
55	استعراض نتائج المحاكاة	3-2-3
69-61	المبحث الثاني : الجانب التطبيقي	
61	نبذه عن شركة واسط العامة للصناعات النسيجية	1-3-3
62	عينة البحث	2-3-3
63	اختبار حسن المطابقة	3-3-3
64	معايير اختيار افضل توزيع	4-3-3
66	تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية	5-3-3
72-71	الفصل الرابع : الاستنتاجات والتوصيات	
71	الاستنتاجات	
72	التوصيات	
80-74	المصادر	
74	المصادر العربية	

75	المصادر الاجنبية	
117-82	الملاحق	
100-77	جداول مقدرات المعلمات ودالة المعولية والاشكال الخاصة بدالة المعولية	A
-101 117	برنامج محاكاة الجانب التجريبي	B
118	Abstract	

قائمة الجداول



رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
52	القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة	(3-1)
55	الرتب الجزئية والكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة القيم الافتراضية للمعلمات ولحجوم العينات كافة	(3-2)
57	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع الانظمة من القيم الافتراضية للمعلمات حسب حجم العينات	(3-3)
58	الرتب الجزئية والكلية لمتوسطات مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق التقدير كافة ولكل نضام من قيم الافتراضية للمعلمات ولجميع حجوم العينات	(3-4)
60	الرتب الكلية لمتوسطات مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع الانظمة من قيم الافتراضية للمعلمات وحسب حجوم العينات	(3-5)
62	يمثل مدة تشغيل الماكينة لحين العطل ومقاسة بالأشهر	(3-6)
62	يمثل ابرز احصاءات العينة للبيانات الحقيقية	(3-7)
63	يبين نتائج اختبار حسن المطابقة	(3-8)
64	يوضح نتائج المعايير المستخدمة للمقارنة بين التوزيعات	(3-9)
67	يمثل مقدرات دالة المعولية، دالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية بطريقة المربعات الصغرى الموزونة	(3-10)
82	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الاول وبحسب حجوم العينات	(A-1)
83	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثاني وبحسب حجوم العينات	(A-2)

84	يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثالث وبحسب حجوم العينات	(A-3)
85	يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الرابع وبحسب حجوم العينات	(A-4)
86	يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الخامس وبحسب حجوم العينات	(A-5)
87	يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج السادس وبحسب حجوم العينات	(A-6)
88	يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ ($IMSE$) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الاول وحسب حجوم العينات	(A-7)
91	يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ ($IMSE$) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الثاني وحسب حجوم العينات	(A-8)
94	يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ ($IMSE$) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الثالث وحسب حجوم العينات	(A-9)
97	يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ ($IMSE$) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الرابع وحسب حجوم العينات	(A-10)
100	يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ ($IMSE$) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الخامس وحسب حجوم العينات	(A-11)
103	يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ ($IMSE$) لكافة طرائق التقدير للأنموذج السادس وحسب حجوم العينات	(A-12)

قائمة الاشكال



رقم الجدول	عنوان الشكل	الصفحة
(2-1)	مخطط دالة المعولية	14
(2-2)	دالة التوزيع التجميعية	14
(2-3)	منحني دالة التوزيع التراكمية لتوزيع <i>Maxwell-Rayleigh</i>	24
(2-4)	منحني دالة الكثافة الاحتمالي لتوزيع <i>Maxwell-Rayleigh</i>	27
(2-5)	منحني دالة المعولية لتوزيع <i>Maxwell-Rayleigh</i>	28
(2-6)	يبين جهة التواء البيانات	35
(2-7)	يبين درجة التفلطح	36
(3-1)	يبين ملائمة الأنموذج الاحتمالي المقترح (<i>Maxwell-Rayleigh</i>) للبيانات الحقيقية مقارنة بتوزيعي (<i>Maxwell</i>) ، (<i>Rayleigh</i>)	65
(3-2)	يمثل دالة المعولية للأنموذج الاحتمالي المقترح (<i>Maxwell-Rayleigh</i>) مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية	65
(3-3)	يمثل دالة (<i>c.d.f</i>) للأنموذج الاحتمالي المقترح (<i>Maxwell-Rayleigh</i>) مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية	66
(A-1)	دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الاول	90
(A-2)	دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الثاني	93
(A-3)	دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الثالث	96
(A-4)	دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الرابع	99
(A-5)	دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الخامس	102
(A-6)	دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج السادس	105

قائمة الرموز



Mean	المعنى	الرموز
Cumulative density function	دالة الكثافة التجميعية	$F(.)$
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(.)$
Reliability function	دالة المعولية	$R(.)$
Hazard rate function	دالة المخاطرة	$h(.)$
Cumulative hazard function	دالة المخاطرة التجميعية	$H(.)$
Likelihood function	دالة الامكان الاعظم	$L(.)$
Distribution Maxwell-Rayleigh	توزيع (ماكسويل-ريلبي)	$M.R$
The transformation function in T-X method	دالة التحويل في طريقة (T-X)	$W(F(x))$
The probability density function of the Transformed	دالة الكثافة الاحتمالية للمتحول	$z(.)$
The cumulative density function of the Transformed	دالة الكثافة التجميعية للمتحول	$Z(.)$
Cumulative density function for the new distribution	دالة الكثافة التجميعية للتوزيع الجديد	$G(.)$
The probability density function for the new distribution	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الجديد	$g(.)$
Gamma function	دالة كاما الكاملة	$\Gamma(.)$
Lower incomplete Gamma function	دالة كاما غير التامة الدنيا	$\gamma(..)$
Upper incomplete Gamma function	دالة كاما غير التامة العليا	$\Gamma(..)$
Non-central r^{th} moment	العزم اللامركزي الرائي	μ_r'
Central r^{th} momen	العزم المركزي الرائي	μ_r
Maximum likelihood estimation	طريقة الامكان الاعظم	MLM
Weighted least square estimation	المربعات الصغرى الموزونة	WLS
Percentiles estimation	مقدرات التجزيئية	PC
Moment method	طريقة العزوم	MOE
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Integrative Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ التكاملية	$IMSE$
Chi-square statistic	إحصاءه كاي سكوير	χ^2
Akaike Information Criteria	معيار معلومات اكايكى	AIC
Akaike Information Correct	معيار معلومات اكايكى المصحح	$AICc$

المستخلص

تسعى الدراسة الى استعمال طريقة (T-X Family) في بناء أنموذج احتمالي مقترح جديد يعرف بتوزيع ماكسويل-ريلي (Maxwell-Rayleigh Distribution) ذو معلمتين (λ, θ) ، اذ تمت دراسة بعض خصائصه، وتقدير معالمه وحساب مقدرات دالة المعولية بأربع طرائق تقدير (طريقة الامكان الاعظم "MLE"، طريقة العزوم "MOM"، طريقة المربعات الصغرى الموزونة "WLS" وطريقة المقدرات التجزيئية "PC")، ولغرض المقارنة بين طرائق التقدير للمعلمات ولدالة المعولية فقد تم توظيف اسلوب المحاكاة مونت-كارلو (Monte- Carlo) باستعمال برنامج بلغة (Wolfram Mathematica 12.2) لأجراء عدة تجارب بأحجام عينات مختلفة (25، 50، 100، 150) وعبر استعمال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لتقدير بالمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) بالنسبة لمقدرات دالة المعولية، واطهرت النتائج افضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة في تقدير المعلمات وحساب مقدرات دالة المعولية للتوزيع المقترح عند احجام العينات المتوسطة والصغيرة، وفضلية طريقة الامكان الاعظم عند احجام العينات الكبيرة.

وطبق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية بواقع (91) مشاهدة تمثل اوقات الاشتغال لمكائن الغزل لحين العطل، وعبر اختبارات حسن المطابقة فقد تم اثبات افضليته في تمثيل ووصف هذه البيانات مقارنة بتوزيعي ماكسويل وريلي، وكذلك تم تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية باستعمال الطريقة الافضل التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي بالنسبة للعينات المتوسطة (طريقة المربعات الصغرى الموزونة)، فقد تبين متوسط اوقات الاشتغال لحين الفشل للمكائن يبلغ (6.046484) شهرا، وان متوسط قيم دالة المعولية المقدره تبلغ (0.506831)، اي انه يمكن التعويل على هذه المكائن بنسبة (50%) خلال ستة اشهر تقريبا.

الفصل الأول

المقدمة وهدف البحث والاستعراض المرجعي

*(Introduction , Goal of Research And
Reference Review)*

الفصل الأول

المقدمة ومنهجية البحث

(*Introduction and Research Methodology*)**Introduction****1-1 المقدمة**

تستعمل التوزيعات الإحصائية على نطاق واسع في تحليل الظواهر الحقيقية للطبيعية، وعلى الرغم من ان كثير من التوزيعات قد تم تعريفها ودراستها على مر السنين الا انها تمتلك نطاق محدود من القدرات وبالتالي لا يمكن تطبيقها في جميع المواقف، لان خصائص الظاهرة لا تبقى كما هي مع مرور الزمن، مما دفع الباحثون الى تطوير ودراسة توزيعات جديدة لتكون اكثر مرونة ودقة في البيانات لدراسة الظاهرة الحقيقية وذلك عبر توسيع التوزيعات الموجودة اصلا بعدة طرائق والتي يمكن بواسطتها انتاج شكل جديد لتوزيع احتمالي موجود بالفعل، وعليه من الممكن ان تنتج مجموعه جديدة من التوزيعات الاحتمالية.

تم تطوير العديد من الاساليب لتوليد توزيعات احصائية في العقود الماضية، بعض الطرق المعروفة في الايام الاولى للتوليد تضمنت التوزيعات المستمرة احادية المتغير طرقا تعتمد على المعادلات التفاضلية التي طورها بيرسون (1895)، والأساليب القائمة على الدوال الكمية التي طورها (Tukey 1960).^[12] والفائدة في استمرار تطوير طرائق جديدة لتوليد توزيعات جديدة هي للحصول على افضل تمثيل للبيانات وباقل الاخطاء. Alzaatreh et al. (2013) اشار الى ان اغلب الاساليب التي تم استعمالها في تطوير التوزيعات بعد الثمانينات هي طرق "التركيب" لذلك السبب قدم اسلوبا او نهجا جديدا يعتمد على فكرة التركيب بين توزيعين حاليين عبر اشتقاق عائلة واسعة من التوزيعات الاحتمالية والمعروفة باسم ((Transformed-Transformer or (T-X family))، بعد النظر الى متغيرين عشوائيين احدهما معروف باسم "المحول" (transformed) والآخر باسم "المتحول" (transformer) وفي هذه الرسالة سيتم التركيز على هذه العائلة في بناء أنموذج احتمالي جديد مشكل من توزيعين مختلفين هما توزيع (Maxwell) كتوزيع اساسي والآخر كتوزيع داعم له هو توزيع (Rayleigh)، ويسمى هذا الأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) ليكون عضوا جديدا من عائلة (T-X family).

وتحقيقاً لهدف الدراسة، قسمت الى اربعة فصول، خصص منها الفصل الاول لمنهجية البحث ويتضمن المقدمة ومشكلة الدراسة وهدف الدراسة والاستعراض المرجعي لبعض البحوث والدراسات ذات العلاقة بموضوع الرسالة، في حين تضمن الفصل الثاني الجانب النظري الذي تم فيه التطرق الى بعض المفاهيم الاساسية المتعلقة بالبحث وبناء أنموذج احتمالي باستعمال عائلة (T-X) واشتقاق بعض خصائصه وعرض طرائق التقدير المستعملة لتقدير معالمته ودالة المعولية لإيجاد التقديرات النقطية (Point Estimation) له، (طريقة الامكان الاعظم Maximum likelihood Mothed, وطريقة العزوم Moment Mothed, "MLM" "MOM" وطريقة المربعات الصغرى الموزونة Weighted Least Squares Mothed, "WLS" وطريقة المقدرات التجزئية "PC", Percentiles Estimators), أما الفصل الثالث خصص الى الجانب التجريبي والتطبيقي، اذ تناول الجانب التجريبي مفهوم المحاكاة وتطبيق اسلوب محاكاة مونت-كارلو (Monte Carlo) للمقارنة بين طرائق التقدير التي تم التطرق الي في الجانب النظري واما الجانب التطبيقي فتضمن تطبيق الأنموذج الجديد المقترح على بيانات حقيقية تمثل اوقات اشتغال مكائن معمل نسيج الكوت لحين العطل مع اجراء اختبار حسن المطابقة لتلك البيانات وبيان افضلية الأنموذج مقارنة بتوزيعي (Maxwell) و(Rayleigh) بالاعتماد على معيار المفاضلة "اكاكي" و"اكاكي المصحح" (AIC,) (AICc)، وكذلك تقدير المعولية باستعمال الطريقة الافضل في الجانب التجريبي، واخيرا خصص الفصل الرابع للاستنتاجات والتوصيات التي خرج بها البحث.

The Study Problem

2-1 مشكلة الدراسة

على الرغم من ان التوزيعات الكلاسيكية مفيدة جدا في وصف ظواهر العالم الحقيقي والتننبؤ بها الا ان العديد من التوزيعات لا تتناسب احيانا مع جميع الظواهر المدروسة، حيث لا تتبع البيانات الحقيقية أيا من نماذج الاحتمالات الكلاسيكية، وهذا الامر يختلف باختلاف البيانات والتطبيقات، وخاصة مع التطور الحاصل الذي ادى الى ظهور الكثير من الاجهزة الإلكترونية والمعدات والمكائن المعقدة، ومن ابرز البيانات التي تتجلى فيها هذه المشكلة هي عند الاستعمال والتطبيق في الانظمة الكهربائية والميكانيكية ولاسيما عند دراسة اوقات اشتغال الاجهزة لحين توقفها في الواقع التطبيقي، اذ يصعب تحديد نوع الأنموذج الاحتمالي الملائم للبيانات نتيجة التطور الحاصل والتعقيد التكنولوجي في المكائن والمعدات، لذلك ظهرت الحاجة الى البحث عن حلول لتلك المشكلة ومن هذه الحلول استعمال نماذج احتمالية مركبة باستعمال

عائلة (T-X family) بهدف البحث عن افضل تمثيل للبيانات وباقل الاخطاء، فضلا عن كون هذه العائلة ناشئة من دوال المخاطرة.

Purpose of The Study

3-1 هدف الدراسة

يتلخص هدف الرسالة بالنقاط الآتية :

- 1- اقتراح أنموذج احتمالي لتوزيع جديد مركب (Maxwell-Rayleigh) باستعمال عائلة (T-X family) للحصول على توزيع أكثر ملائمة ومرونة لنمذجة المشاهدات.
- 2- اشتقاق خصائص الأنموذج الجديد وتقدير معلماته ودالة المعولية بطرائق تقدير مختلفة (طريقة الامكان الاعظم "MLM" وطريقة العزوم "MOM" وطريقة المربعات الصغرى الموزونة "WLS" وطريقة المقدرات التجزيئية "PC").
- 3- اختيار افضل طريقة تقدير المعلمات ودالة المعولية للتوزيع المقترح الجديد بالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) بالنسبة لمقدرات المعولية، وباستعمال اسلوب (الرتب).
- 4- تطبيق الأنموذج الجديد على بيانات حقيقية وتقدير دالة المعولية لها باستعمال افضل طريقة تقدير.

4-1 الاستعراض المرجعي Review of Literature

تم تقسيم الدراسات السابقة الى قسمين هما:

1-4-1 تركيب التوزيعات الاحتمالية

توالت البحوث والدراسات التي تتعلق بمناقشة تركيب التوزيعات الاحتمالية بغية الحصول على توزيعات تمتاز بمرونة عالية بحيث تضم صفات عدة توزيعات بالوقت نفسه. وكما موضح ادناه:-

- في عام (2005) قدم الباحث (Saralees) ^[54] بحثًا تضمن توزيعا احتماليا مركبا (On the moments of the Exponentiated Weibull distribution) ومن ثم عمل على دراسة خصائصه الاساسية وتقدير معلمات التوزيع الجديد باستعمال طريقة العزوم.

- في عام (2006) قدم الباحث (Pal et al.)^[52] بحثاً بعنوان (Exponentiated Weibull) حيث تمت دراسة خصائصه الرياضية منها دالة الكثافة الاحتمالية ومعدل الفشل وباستعمال طريقة الامكان الاعظم تم تقدير معلمات التوزيع وتم تطبيقه على بيانات تخص الياف الكربون.
- في عام (2007) اقترح الباحث (Kong et al.)^[51] توزيع احتمالي مركب (beta-gamma) ومن ثم قام بدراسة خصائصه الاساسية وتقدير معلماته باستعمال طريقة الامكان الاعظم وطبق على بيانات حقيقية لتوضيح مرونته.
- في عام (2008) اقترح الباحث (Akinset et al.)^[49] نموذج احتمالي مركب لتوزيع (beta-Pareto) ومن ثم عمل على دراسة بعض خصائصه الاساسية وتقدير معلماته باستعمال كريفتي العزوم والامكان الاعظم وطبق هذا الانموذج على بيانات حقيقية تمثلت بالفيزانات.
- في عام (2010) اقترح الباحث (Amusan)^[50] نموذج احتمالي جديد ينتمي لعائلة بيتا هو (The Beta Maxwell) وقام بدراسة خصائصه ومن ثم تقدير معلماته باستعمال طريقة الامكان الاعظم وطبق على بيانات حقيقية.
- في عام (2011) قدم الباحث (Provost et al.) توزيعاً احتمالياً مركباً (gamma-weibull) حيث تمت دراسة بعض خصائصه الاساسية وتم تقدير معلماته باستعمال طريقة الامكان الاعظم.
- في عام (2012) قدم الباحثان (Wanbo and Daimin)^[53] بحثاً تضمن توزيعاً جديداً مركباً لاختبار الحياة (The Weibull–Poisson distribution) وباستعمال طريقة الامكان الاعظم تم تقدير معلمات النموذج الجديد وطبق على بيانات حقيقية تخص هطول الامطار واخرى تخص اصلاح اجهزة الاستقبال المحمولة جواً.

2-4-1 الدراسات المتعلقة بعائلة (T-X family)

هناك العديد من الدراسات والبحوث السابقة التي درست موضوع توزيعات عائلة (T-X family) ودراسة خصائصها و طرائق تقدير المعلمات، وفي ما يأتي بعض البحوث والدراسات ذات العلاقة حول الموضوع:-

- في عام (2013) اقترح الباحث (Alzaghal et al.)^[21] طريقة جديدة لتوليد نوع جديد من التوزيعات المستمرة، وهي (T-X family)، اذ تم تطبيقها على ثلاثة توزيعات (Gamma, beta-exponential, and Weibull)، وتم تطبيق التوزيعات الناتجة منها على مجموعة من البيانات الحقيقية لتوضيح مرونة مقارنة ببعض التوزيعات الكلاسيكية.
- وفي العام نفسه اقترح الباحث (Alzaghal et al.)^[18] أنموذج احتمالي جديد (Weibull-Pareto) باستعمال (T-X family)، وتم دراسة بعض خصائصه ثم تم تقدير معالمه باستعمال طريقة الامكان الاعظم، وطبق على ثلاث مجموعات من البيانات الحقيقية فأظهرت النتائج بان الأنموذج يوفر افضل تناسب للبيانات مقارنة ببعض التوزيعات الاحتمالية الكلاسيكية.
- وفي العام نفسه اقترح الباحث (Alzaghal et al.)^[17] أنموذج احتمالي جديد (Gamma-Pareto) باستعمال (T-X family)، وتم دراسة بعض الخصائص الأساسية للأنموذج الجديد، ثم تم تقدير معالمه باستعمال طريقة الامكان الاعظم، وطبق على ثلاثة مجموعات من البيانات الحقيقية واطهر بانه يمتلك اكثر مرونة مقارنة ببعض التوزيعات الاخرى.
- في عام (2014) اقترح الباحث (Alzaghal et al.)^[19] أنموذج احتمالي جديد (gamma-normal) باستعمال (T-X family)، وتم دراسة خصائصه الاساسية، كما استعمل طريقة الامكان الاعظم في تقدير معالمه وتطبيقه على بيانات حقيقية واطهرت النتائج بانه يمثلها بشكل افضل مقارنة ببعض التوزيعات الاخرى.
- في العام نفسه اقترح الباحث (Al-Aqtash, et al.)^[10] أنموذج احتمالي جديد (Gumbel-weibull) باستعمال (T-X family)، وعمل على دراسة بعض خصائصه وتقدير معالمه ومن ثم تطبيقه على خمسة مجموعات من البيانات الحقيقية واطهرت النتائج بانه يتمتع بمرونة اكثر مقارنة مع بعض التوزيعات المعروفة.
- في عام (2015) اقترح الباحث (Oguntunde, et al.)^[42] أنموذج احتمالي جديد (Weibull-Exponential)، باستعمال (T-X family)، ثم تم دراسة بعض الخصائص له، وتقدير معالم الأنموذج الجديد باستعمال بطريقة الامكان الاعظم وطبق على مجموعتين من البيانات الحقيقية لتوضيح مرونة مقارنة مع التوزيع (Exponential).
- في العام نفسه اقترح الباحث (Almheidat, et al.)^[15] عائلة جديدة هي (T-Weibull{Y} family) عبر تركيب ثلاثة توزيعات مفردة باستعمال نهج

- (T-R{Y} family) والتي هي مبنية على اساس تركيب توزيع ثالث على توزيع اخر ناشئ من تركيب توزيعين باستعمال (T-X family).
- **في عام (2016) اقترح الباحث (Tahir, et al.)** [46] عائلة جديدة من التوزيعات المستمرة باستعمال (T-X family) لتوزيع (Logistic) كتوزيع اساسي في توليد عائلة جديدة من توزيعات (Logistic-X Family) وتم تقدير معلمات احد اعضاء هذه العائلة وهو (logistic-Fr´echet (LFr)) بطريقة الامكان الاعظم وطبق هذا التوزيع على مجموعة من البيانات الحقيقية، ثم تم مقارنته ببعض التوزيعات المفردة فظهر النتائج افضليته في تمثيل تلك البيانات بالاعتماد على المعيار (AIC).
 - **في العام نفسه اقترح الباحث (Tahir, et al.)** [47] أنموذج احتمالي جديد (Weibull-Pareto) باستعمال (T-X family)، وتمت دراسة بعض خصائصه وتقدير معلماته بطريقة الامكان الاعظم، ثم طبق على مجموعتين من البيانات الحقيقية واطهر الأنموذج الجديد افضليته في تمثيل تلك البيانات.
 - **في عام (2017) اقترح الباحث (Sharma, et al.)** [44] أنموذج احتمالي جديد (Maxwell- Weibull) باستعمال (T-X family)، وتم دراسة بعض خصائصه وتقدير معلماته باستعمال طريقة الامكان الاعظم، ثم طبق على مجموعتين من البيانات الحقيقية فاطهر النتائج بانه يمثل تلك البيانات بشكل افضل مقارنة ببعض التوزيعات المعروفة.
 - **في العام نفسه اقترح الباحث (Iriarte, et al.)** [35] أنموذج احتمالي جديد (Gamma-Maxwell) باستعمال (T-X family)، وتمت دراسة بعض خصائصه وتقدير معلماته بطريقة الامكان الاعظم، و طبق على مجموعتين من البيانات واطهرت النتائج بان التوزيع المقترح افضل مقارنة بتوزيع (Maxwell).
 - **في عام (2018) قدم الباحث (Ibrahim)** [34] توزيعين جديدين احدهما يحتوي على سبعة توزيعات كحالات خاصة منه هو توزيع (-Exponentiated exponential Pareto distribution) والآخر يحتوي توزيعين كحالات خاصة منه وهو توزيع (-Log gamma Rayleigh distribution) باستعمال (T-X family) ودراسة خصائصهما وكذلك تقدير معالمهما كما قام بتطبيقهما على مجموعة من البيانات الحقيقية كأثلة لتطبيقات هذين التوزيعين.

- في عام (2018) اقترح الباحث (Jamal, et al.) [36] عائلة جديدة هي (T-BurrIII{Y} family) عبر تركيب ثلاثة توزيعات مفردة باستعمال نهج (T-R{Y} family) والتي هي مبنية على اساس تركيب توزيع ثالث على توزيع اخر ناشئ من تركيب توزيعين باستعمال (T-X family).
 - وفي العام نفسه اقترح الباحث (Zubair, et al.) [48] عائلة جديدة من التوزيعات المستمرة والناشئة عن (T-exponential{Y} family) باستعمال نهج (T-R{Y} family) والمبنية على اساس فكرة (T-X family).
 - في عام (2019) اقترح الباحث (Osatohanmwun, et al.) [43] أنموذج احتمالي جديد (Gumbel-Burr XII) باستعمال (T-X family)، وتم دراسة بعض خصائصه، وتقدير معالمته بطريقة الامكان الاعظم، وتم استخدام مجموعة من البيانات الحقيقية لاختبار تطبيق التوزيع الجديد والنتائج التي تم الحصول عليها تبين بانه اكثر مرونة ويناسب البيانات بشكل اكبر مقارنة ببعض التوزيعات المعروفة.
 - في العام نفسه اقترح الباحث (Hazra, N. K, et al.) [32] عائلة جديدة من توزيع (Gamma-X) مع بعض التوزيعات المعروفة باستعمال (T-X family)، واطهرت هذه التوزيعات مرنة وقادرة على تركيب انواع مختلفة من البيانات.
 - في عام (2020) قدم الباحث (Ekum, et al.) [25] توزيع جديد (Exponential-Dagum{Lomax} family) وهو عضو في عائلة (T-Dagum{Y} Family) عبر تركيب ثلاثة توزيعات مفردة باستعمال نهج (T-R{Y} family)، والمبنية على اساس (T-X family)، وتم دراسة بعض الخصائص الاساسية لهذا التوزيع.
 - في عام (2021) اقترح الباحث (Handique, et al.) [30] أنموذج احتمالي جديد (Weibull-Lomax) باستعمال (T-X family)، ودراسة بعض خصائصه وتقدير معالمه ومن ثم طبق على مجموعتين من البيانات الحقيقية واطهرت النتائج بانه يتمتع بمرونة اكثر مقارنة مع بعض التوزيعات المعروفة.
- مجالات الاستفادة من الدراسات السابقة، تم اثراء معرفة الباحث فيما يتعلق ببعض التوزيعات المركبة وخاصة فيما يتعلق بعائلة (T-X family) ومدى حداتها واهميتها في تركيب التوزيعات لوصف وتمثيل البيانات مقارنة بالتوزيعات الاصلية الاحتمالية.

واتباعا لما نهجه الباحثون السابقون من دراسة التوزيعات المركبة تم القيام في هذه الدراسة باقتراح أنموذج احتمالي مركب باستعمال عائلة (T-X) اطلق عليه باسم توزيع (Maxwell-Rayleigh) ذات معلمتي قياس (λ, θ) وتقدير معالمات هذا التوزيع الجديد ودالة معوليته بأربع طرائق تقدير، ثم اختيار افضل تقدير لدالة المعولية وتطبيقه على بيانات حقيقية تخص مكائن معمل نسيج الكويت. كما نلاحظ وعلى حد علم الباحث ندرة الدراسات العربية التي تناولت نظريه التوزيعات المركبة باستعمال عائلة (T-X family)، وبذلك تكون هذه الدراسة استكمالا وازضافة للجهود العلمية التي بذلها الباحثون.

الفصل الثاني

الجانب النظري

(*The Theoretical Views*)

الفصل الثاني

الجانب النظري

(*The Theoretical Views*)

Preface

1-2 تمهيد

في هذا الفصل سنقوم باستعراض مفهوم المعولية مع ذكر اهم دوال الفشل المرتبطة معها مثل (دالة الكثافة الاحتمالية، دالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة)، وكذلك تم التطرق الى توزيع (Maxwell) وتوزيع (Rayleigh) وبعض المفاهيم الاساسية الخاصة بهما، كما سوف نعطي فكره عامة عن مفهوم "محول المتحول" (Transformed-Transformer)، او بما تسمى (T-X family)، وكيفيه بناء أنموذج احتمالي جديد (Maxwell-Rayleigh) وعرض اهم ما يتمتع به الأنموذج المقترح من خصائص فضلا عن اشتقاق صيغته الرياضية، وتقدير معلماته ودالة المعولية باستعمال اربع طرائق تقدير مختلفة هي (طريقة الامكان الاعظم " Maximum Likelihood Method" ويرمز لها اختصارا "MLM" وطريقة العزوم " Moment Method" ويرمز لها اختصارا "MOM" وطريقة المربعات الصغرى الموزونة "Weighted Least Squares Method" ويرمز لها اختصارا "WLS" وطريقة المقدرات التجزئية "Percentiles Estimators" ويرمز لها اختصارا "PC")

Reliability Concept

2-2 مفهوم المعولية [2]

لمفهوم المعولية معان عدة واشملها واكثر موسوعية هو انها مقياس للأداء، اذ ان اي مكون وظيفي (جهاز) يحتاج الى مواصفات او متطلبات اداء معينة عند تأدية العمل المطلوب منه ليتمكن من اداء عمله تحت ظروف التشغيل الطبيعية، وبهذا يمكن القول ان هذا المكون يعول عليه.

3-2 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل [40] [2]

Failure Probability Density Function

وهي احتمال حدوث الفشل عبر المدة $(t < T < t + \Delta t)$ بصرف النظر عن صغر قيمة (Δt) ، ويطلق على هذه الدالة في بعض الأحيان بمعدل الفشل غير الشرطي

(Unconditional Failure Rate)، وأن (T) هو المتغير العشوائي الموجب والذي يمثل وقت حدوث الفشل رياضياً يمكن التعبير عن دالة الكثافة الاحتمالية للفشل بالصيغة الآتية:-

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{pr[t < T < t + \Delta t]}{\Delta t}, t > 0 \quad (2.1)$$

اذ ان :

$f(t)$: تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للفشل.

Δt : تمثل التغير في قيمة المتغير العشوائي (T)

ولهذه الدالة خصائص هي:

$$f(t) \geq 0; \text{ for All } t$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt = 1$$

4-2 الدالة التوزيعية (التراكمية) للفشل [40] [1]

Failure Cumulative Distribution Function

تعرف على انها احتمال عطل الجهاز قبل الوقت t، ويرمز لها بالرمز F(t) ويعبر عنها رياضياً وفق الصيغة الآتية:-

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(x) dx = 1 - P(T > t) ; t \geq 0 \quad (2.2)$$

اذ ان :

$f(x)$: هي دالة كثافة الفشل

$F(t)$: هي دالة الاحتمال التجميعي للفشل متزايدة دائماً غير متناقصة عن اي وقت من اوقات الفشل، ولها من الخصائص :-

$$1- \lim_{t \rightarrow 0} F(t) = 0$$

$$2- \lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$$

اي انها محصورة بين الصفر والواحد الصحيح، وتسمى ايضا بدالة اللامعولية.

5-2 دالة المعولية [40] [4] [1]

Reliability function

تعرف المعولية (Reliability) على انها احتمال اداء جهاز ما عمله بشكل مرض ولمدة محدودة في ظل ظروف معينة، وتعرف ايضا على انها احتمال عدم فشل او عطل الجهاز خلال المدة $(0,t)$.

والتعريف الرياضي لها هو :-

$$[R(t) = P (T > t)] \quad (2.3)$$

اذ ان $R(t)$: تمثل دالة المعولية.

وان (T) : هو متغير عشوائي يرمز الى الوقت حتى حدوث الفشل، وله توزيع احتمالي $[F(t)]$.

وان احتمال بقاء الجهاز من دون فشل حتى الزمن (t) هو :-

$$R(t) = P(T > t) = 1 - F(t)$$

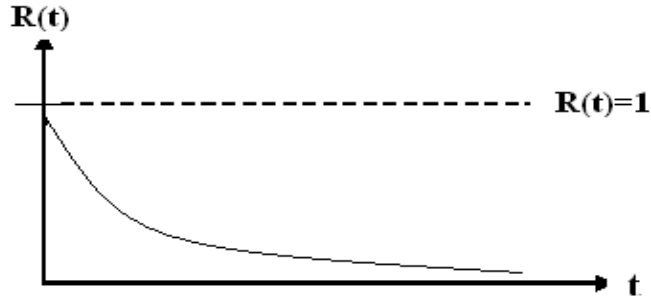
ومن الخصائص التي تمتلكها دالة المعولية، هي الخاصيتان :-

$$1- \lim_{t \rightarrow 0} R(t) = \lim_{t \rightarrow 0} (1 - F(t)) = 1 - 0 = 1$$

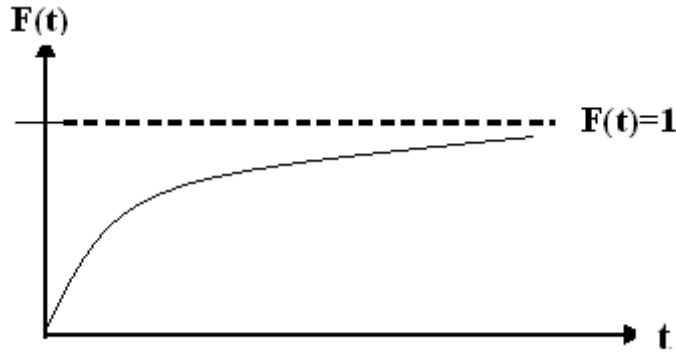
$$2- \lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (1 - F(t)) = 1 - 1 = 0$$

وبهذا نستنتج بان دالة المعولية هي دالة احتمالية غير سالبة وقيمتها تقع بين الصفر والواحد الصحيح ومستمرة، اي يمكن ان تكون مستقرة على خط مستقيم، ومتناقصة لجميع قيم t ضمن الفترة $(0,t)$.

والشكلان الاتيان يمثلان كلاً من دالة المعولية ودالة التوزيع التجميعية



الشكل (1-2) يمثل مخطط لدالة المعولية $R(t)$



الشكل (2-2) يمثل دالة التوزيع التجميعية $F(t)$

ويمكن ايجاد العلاقة بين دالة المعولية والدالة التراكمية ودالة كثافة الفشل $\{f(t), F(t), R(t)\}$

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt}$$

$$f(t) = -\frac{d}{dt} \{1 - F(x)\}$$

$$f(t) = -\{-f(x)\} \quad (2.4)$$

6-2 دالة المخاطرة [3][40]

Hazard Function

تعرف دالة المخاطرة بانها الاحتمال الشرطي لحصول عطل في الجهاز في المدة $(t < T < t + \Delta t)$ بشرط ان الجهاز يعمل في الفترة t بنجاح، كما يمكن تسميتها بدالة الفشل او معدل الفشل ويرمز لها بالرمز $h(t)$ ويعبر عنها في الصيغة الاتية:-

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2.5)$$

كما ان دالة المخاطرة لها علاقة مع بقية الدوال منها:

$$\int_0^t h(u)du = \int_0^t \frac{f(x)}{1 - F(x)} dx$$

$$\int_0^t h(u)du = \ln[1 - F(x)]_0^t$$

$$\int_0^t h(u)du = -\ln R(t)$$

$$R(t) = e^{-\int_0^t h(u)du} \quad (2.6)$$

ايضا يمكن حساب دالة المخاطرة (معدل الفشل) عبر معرفة دالة المعولية وكالاتي:-

$$h(t) = -\frac{dR(t)}{dt} \frac{1}{R(t)} \quad (2.7)$$

ومن المعادلة (2-5) يمكن حساب دالة الكثافة الاحتمالية وفق الصيغة الاتية:-

$$f(t) = h(t).R(t) \quad (2.8)$$

وبالتعويض عن $R(t)$ من المعادلة (2.6) في المعادلة اعلاه نحصل على :-

$$f(t) = h(t) \cdot \exp \left[- \int_0^t h(u) du \right] \quad (2.9)$$

7-2 دالة المخاطرة التجميعية [30] [1]

Cumulative hazard function

وهي الدالة التي يمكن الحصول عليها من دالة المخاطرة (معدل الفشل) ويرمز لها بالرمز $H(t)$ وهي حاصل جمع قيم معدل الفشل ويعبر عنها بالصيغة الآتية:-

$$H(t) = \int_0^t h(u) du \quad (2.10)$$

ويمكن حساب دالة المخاطرة التجميعية $H(t)$ من معرفة دالة المعولية $R(t)$ وكما يأتي:-

$$H(t) = -\ln R(t) \quad (2.11)$$

8-2 توزيع ماكسويل [39] [23] [11]

Maxwell distribution

توزيع (Maxwell) والمعروف ايضا باسم (Maxwell-Boltzman)، وهو توزيع احتمالي مستمر تم تقديمه لأول مره من قبل العالم الفيزيائي James Clark Maxwell (1860)، ووصفه مرة اخرى من قبل العالم (Ludwig Boltzmann, 1970) مع بعض الافتراضيات، يلعب دورا مهما في الفيزياء والكيمياء والاحصاء وبعض العلوم الاخرى المرتبطة بهما، واذ تم استعماله في الاحصاء لأول مرة من قبل العالم (Tyagi and Bhattacharya, 1989) كأنموذج لاختبارات الحياة، وان دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للمتغير العشوائي (T) يتوزع توزيع ماكسويل هي كالآتي :-

$$f(t; \lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{t^2 e^{-\frac{t^2}{2\lambda^2}}}{\lambda^3} ; t \geq 0 \quad (2.12)$$

اذ ان λ : هي معلمة القياس (Scaler Parameter).

وان دالة التوزيع التراكمية (c.d.f) تأخذ الشكل الاتي:-

$$F(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{t^2}{2\lambda^2}\right) \quad (2.13)$$

اذ ان $\gamma(\alpha, y) = \int_0^t y^{\alpha-1} e^{-y} dy$ هي دالة كاما غير المكتملة الدنيا (Lower incomplete Gamma Function).

9-2 توزيع ريلي [29] [6]

Rayleigh Distribution

تم اكتشاف هذا التوزيع من لدى العالم الانكليزي (Lord Rayleigh)، وهو احد التوزيعات المستمرة، ويتمتع بأهمية بالغة ودور كبير في التطبيقات الصناعية والطبية حيث يستخدم في اختبارات الحياة، وغيرها من التطبيقات. وان الدالة الاحتمالية (p.d.f) لتوزيع (Rayleigh) ذو المعلمة الواحد تكون حسب الصيغة الاتية :-

$$f(x, \theta) = \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}}, \quad x \geq 0, \theta > 0 \quad (2.14)$$

اذ ان θ تمثل معلمة القياس (Parameter Scale).

وبصورة عامة فان توزيع (Rayleigh) هو احد نماذج الفشل الشائعة في قياس المعولية، وعليه فان دالة التوزيع التجميعية (Cumulative Distribution Function, F(x)) ودالة المعولية (Reliability function, R(t)) ودالة المخاطرة (Hazard function, h(t)) ودالة المخاطرة التراكمية (Cumulative hazard function) على التوالي تكون بالشكل الاتي:-

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}} \quad (2.15)$$

$$R(t) = 1 - F(x) = e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}} \quad (2.16)$$

$$h(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} = \quad (2.17)$$

$$H(x) = \int_0^x h(t)dt = \int_0^x \frac{t}{\theta^2} dt = \frac{x^2}{2\theta^2}$$

Or

$$H(x) = -\ln[1 - F(x)] = -\ln\left[e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}}\right] = \frac{x^2}{2\theta^2} \quad (2.18)$$

10-2 طريقة التركيب: (T-X family) [18] [34] [21] [20]

قدم الباحث (Ayman Alzaatreh, 2013) طريقة حديثة لتوليد نوع جديد من العائلات المستمرة للتوزيعات وهي طريقة محول المتحول (Transformed-Transformer Method)، والتي تعتمد على تركيب التوزيعات المفردة، كما تعد كتعميم لبعض الطرق السابقة لها في توليد عائلات من التوزيعات وان الطرائق السابقة هي مثل (Beta-generated method) والتي قدمها Eugene et al. (2002) وكذلك (Kumaraswamy generated method) والتي قدمها Cordeiro and de Jones (2009) وكذلك (Kummer beta generalized distributions) والتي قدمها Castro (2011) وكذلك (Gamma generated method) والتي قدمها Pescim et al. (2012) وكذلك (Log gamma generated method) Zografos and Balakrishnan (2009) والتي قدمها Amini et al. (2014) اذ ان الطريقة الجديدة تتعامل مع جميع التوزيعات دون اي قيود على المجال التي تكون دالة التوزيع معرفة عليه وهذه ميزة تجعل بعض الطرائق السابقة حالة خاصة منها. ويمكن توضيح هذه العائلة في التعريفين الآتيين:-

تعريف 1 (Definition):

يستخدم المتغير العشوائي (X) وهو المحول (Transformer)، لتحويل متغير عشوائي اخر (T) وهو المتحول (Transformed)، للحصول على دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) لفئة جديدة من التوزيعات، والعائلة الناتجة تسمى (T-X family).

تعريف 2 (Definition):

إذا كان لدينا متغير عشوائي (X) له دالة كثافة احتمالية $f(x)$ ، المعرفة بالمعادلة (2.14) ودالة توزيع تراكمية $F(x)$ ، المعرفة بالمعادلة (2.16)، ولدينا متغير عشوائي آخر (T) يمتلك دالة كثافة احتمالية $f(t)$ ، المعرفة بالمعادلة (2.12) وله الفترة $-\infty < a < t < b < \infty$ ، فيكون (c.d.f) للأنموذج الجديد على النحو الآتي :-

$$F_{\text{new}}(x) = \int_a^{W(F(x))} z(t)dt = Z[W(F(x))] \quad (2.19)$$

اذ ان:

$z(t)$ هي دالة (p.d.f) للمتغير العشوائي T .

$Z(t)$ هي دالة (c.d.f) للمتغير العشوائي T .

$W(F(x))$ هي دالة من المتغير العشوائي X ولها نفس دور دالة الوزن، وتستوفي الشروط الآتية:-

- 1- $W(F(x)) \in [a, b]$
- 2- $W(F(x))$ قابلة للاشتقاق ومنتزادة بشكل رتيب.
- 3- $W(F(x)) \rightarrow a$ as $x \rightarrow -\infty$ and $W(F(x)) \rightarrow b$ as $x \rightarrow \infty$.

وان $W(F(x))$ سوف تعطى عائلة جديدة من التوزيعات، كما تعتمد على دعم المتغير العشوائي (T) ، وسيتم توضيحها بالنقاط الآتية:-

- 1- عندما يكون دعم المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة $[0,1]$ ، فان التوزيعات الخاصة بهذا النوع تشمل التوزيعات (uniform, beta, Kumaraswamy)، وانواع اخرى من توزيعات beta المعممة، وبهذا سيكون تعريف $W(F(x))$ بالشكل الآتي:-

$$W(F(x)) = F(x) \text{ or } F^\alpha(x)$$

2- عندما يكون دعم المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة $a \geq 0$; $[a, \infty)$ ، ستعرف $W(F(x))$ بالشكل الاتي:-

• في حالة $a=0$ فان :-

$$W(F(x)) = \{-\log(1 - F(x))\} \text{ or } = \frac{F(x)}{1 - F(x)}$$

• في حالة $a > 0$ فان:-

$$W(F(x)) = [-\log(1 - F^\alpha(x))] \text{ or } = \frac{F^\alpha(x)}{1 - F^\alpha(x)}$$

3- عندما يكون دعم المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة $(-\infty, \infty)$ ، ستعرف $W(F(x))$ بالشكل الاتي:-

$$W(F(x)) = \log\{-\log(1 - F(x))\} \text{ or } = \log\left\{\frac{F(x)}{1 - F(x)}\right\}$$

or

$$W(F(x)) = \log\{-\log(1 - F^\alpha(x))\} \text{ or } = \log\left\{\frac{F^\alpha(x)}{1 - F^\alpha(x)}\right\}$$

سنركز في بحثنا هذا على الحالة الثانية والتي عندما يكون فيها دعم المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة $[0, \infty)$ ، اي ان :

$$[W(F(x)) = -\log(1 - F(x)) = H(x)]$$

اي ان دالة التوزيع التراكمي $F_{\text{new}}(x)$ في المعادلة (2.19)، ستكون بالشكل الاتي:-

$$F_{\text{new}}(x) = \int_0^{-\log(1-F(x))} z(t) dt = Z(-\log(1 - F(x))) \quad (2.20)$$

وان دالة الكثافة الاحتمالية $f_{\text{new}}(x)$ للعائلة الناتجة الجديدة من الممكن حسابها وفق الصيغة الاتية:-

$$f_{\text{new}}(x) = z\{W(F(x))\} \times \left\{ \frac{\partial}{\partial x} W(F(x)) \right\}$$

$$f_{\text{new}}(x) = \frac{d}{dx} G(x) = \frac{d}{dx} \{Z(-\log(1 - F(x)))\}$$

$$f_{\text{new}}(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} z(-\log(1 - F(x)))$$

$$f_{\text{new}}(x) = h(x) z(-\log(1 - F(x))) \quad (2.21)$$

حيث نلاحظ ان:-

$h(x)$ هي دالة المخاطرة للمتغير العشوائي (X) .

وان دالة الكثافة الاحتمالية في الصيغة (2.21) يمكن ان تكتب وفق الصيغة التالية:-

$$f_{\text{new}}(x) = h(x) z(H(x))$$

وان $(-\log(1 - F(x)))$ هي دالة المخاطرة التراكمية $H(x)$ للمتغير العشوائي (X) .

وبالتالي فان العائلة الناتجة من هذه التوزيعات يمكن اعتبارها ناشئة من دوال الخطر.

11-2 الأنموذج الاحتمالي المقترح

The proposed probabilistic model

سيتم بناء أنموذج احتمالي (Maxwell-Rayleigh) مركب من توزيعي (Maxwell) و (Rayleigh) باستعمال عائلة (T-X) وكما يأتي:-

1-11-2 دالة الكثافة التجميعية لتوزيع المقترح (ماكسويل-ريل)

Cumulative Distribution Function

ان الأنموذج الاحتمالي الجديد المقترح والذي سيتم بناء الدالة التجميعية (c.d.f) له هو مركب من متغيرين عشوائيين، احدهما المتغير العشوائي (X) وهو المحول "Transformer"، ويتبع توزيع (Rayleigh) بمعلمة القياس (θ). لتحويل متغير عشوائي اخر (T) وهو المتحول "Transformed" ويتبع توزيع (Maxwell) بمعلمة القياس (λ). وان الدالة التجميعية (c.d.f) للأنموذج الاحتمالي الجديد ستكون وفق الخطوات الآتية:-

$$F_{M.R}(x) = \int_0^t z(t)dt$$

$$t = (WF(x)) = -\log(1 - F(x)) = \frac{x^2}{2\theta^2}$$

$$F_{M.R}(x) = \int_0^{\frac{x^2}{2\theta^2}} z\left(\frac{x^2}{2\theta^2}\right) d\frac{x^2}{2\theta^2}$$

$$= \int_0^{\frac{x^2}{2\theta^2}} z\left(\frac{x^2}{2\theta^2}\right) d\frac{x^2}{2\theta^2}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\alpha^3} \int_0^{\frac{x^2}{2\theta^2}} \left(\frac{x^2}{2\theta^2}\right)^2 e^{-\frac{\left(\frac{x^2}{2\theta^2}\right)^2}{2\lambda^2}} d\frac{x^2}{2\theta^2}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\alpha^3 \theta^6} \int_0^{\frac{x^2}{2\theta^2}} x^5 e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2 \theta^4}} dx$$

$$\text{let } y = \frac{x^4}{8\lambda^2 \theta^4}, \Leftrightarrow x^4 = 8y\lambda^2 \theta^4 \Leftrightarrow x = (8y\lambda^2 \theta^4)^{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow dx = \frac{1}{4} y^{-\frac{3}{4}} (8\lambda^2 \theta^4)^{\frac{1}{4}} dy$$

$$F_{M.R}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\lambda^3 \theta^6} \int_0^{\frac{x^2}{2\theta^2}} (8y\lambda^2 \theta^4)^{\frac{5}{4}} e^{-y} \frac{1}{4} y^{-\frac{3}{4}} (8\lambda^2 \theta^4)^{\frac{1}{4}} dy$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{8 * 8^{\frac{1}{2}}}{16 \lambda^3 \theta^6} \lambda^3 \theta^6 \int_0^{\frac{x^2}{2\theta^2}} y^{\frac{1}{2}} e^{-y} dy$$

حيث ان $\int_0^{\frac{x^2}{2\theta^2}} y^{\frac{1}{2}} e^{-y} dy = \gamma\left(\frac{3}{2}, y\right)$ وهي دالة كاما غير المكتملة الدنيا وان $y = \frac{x^4}{8\lambda^2 \theta^4}$

$$\therefore F_{M.R}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2 \theta^4}\right) \quad (2.22)$$

اذ ان (θ, λ) هي معلمة القياس (scale parameter).

ومن الممكن تبسيط دالة التوزيع التراكمي في الصيغة (2.22) كما موضح ادناه: [14]

$$\gamma(\alpha, y) + \Gamma(\alpha, y) = \Gamma(\alpha)$$

حيث ان $\Gamma(\cdot, x)$ و $\gamma(\cdot, x)$ هي دوال كاما غير المكتملة (Incomplete Gamma Function)، وان صيغة دالة كاما الدنيا $\gamma(\cdot, x)$ تساوي الاتي:-

$$\gamma(\alpha, y) = \Gamma(\alpha) - \Gamma(\alpha, y)$$

$$\alpha = \frac{3}{2}, \quad y = \frac{x^4}{8\lambda^2 \theta^4}$$

$$\gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2 \theta^4}\right) = \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) - \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2 \theta^4}\right) \quad (2.23)$$

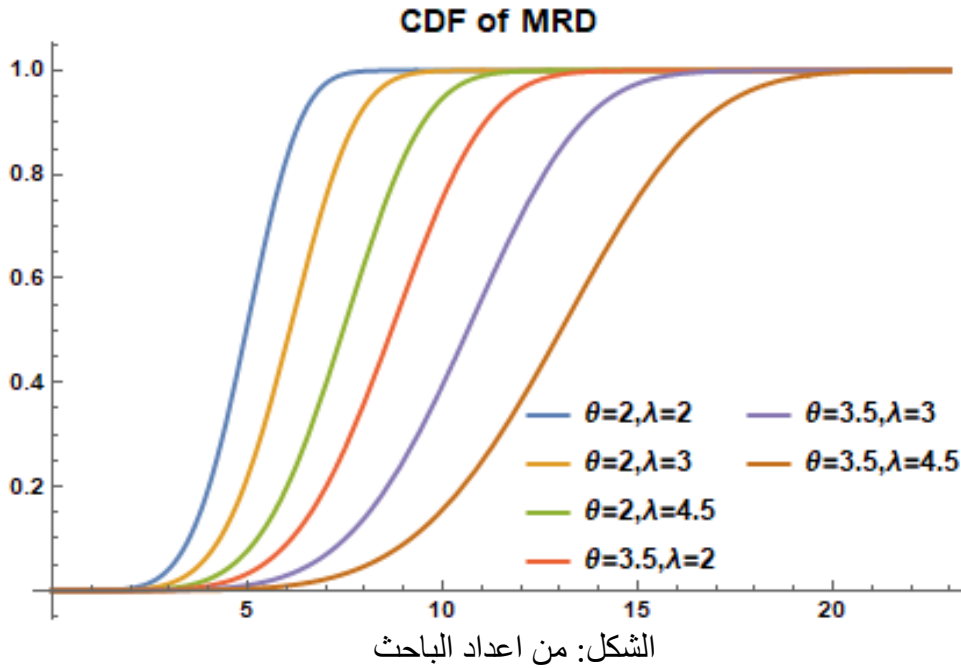
$$\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2} - 1\right)! = \frac{1}{2} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$$

وبتعويض المعادلة (2.23) في المعادلة (2.22) نحصل على دالة التوزيع التراكمية بالشكل الآتي:-

$$F_{M.R}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{\sqrt{\pi}}{2} - \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\alpha^2\theta^4}\right) \right]$$

$$F_{M.R}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\alpha^2\theta^4}\right) \quad (2.24)$$

والشكل الآتي يوضح رسم دالة التوزيع التراكمية للأنموذج الجديد المقترح:-



شكل (2-3) منحي دالة التوزيع التراكمية (c.d.f) للتوزيع الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) ولعدد من القيم الافتراضية للمعطيات

2-11-2 دالة الكثافة الاحتمالية للأنموذج المقترح

Probability Density Function

وللحصول على دالة الكثافة الاحتمالية للنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) نتبع الخطوات الاتية:-

$$f_{MR}(x) = \frac{d}{dx} F_{MR}(x)$$

$$f_{MR}(x) = \frac{d}{dx} \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) \right] \quad (2.25)$$

تم الحصول على مشتقة داخل القوس بالنسبة للمتغير x في المعادلة اعلاه باستعمال برنامج (Wolfram Mathematica 12.2)، وتم الحصول على دالة (p.d.f) بالشكل الاتي:-

$$f_{M.R}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{4\lambda^3\theta^6} x^5 e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} ; x \geq 0 , \lambda, \theta > 0 \quad (2.26)$$

وان λ, θ هي معلمات القياس

ولكي تكون الدالة في المعادلة (2.26) داله احتمالية يجب ان تحقق الشرطين الآتيين:-

1- $f_{M.R}(x) \geq 0 ;$ for All x

2- $\int_0^{\infty} f_{M.R}(x) dx = 1$

ولتحقيق الشروط اعلاه نتبع الخطوات الاتية:-

$$\int_0^{\infty} f_{M.R}(x) dx = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{4\lambda^3\theta^6} \int_0^{\infty} x^5 e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} dx \quad (2.27)$$

Let

$$y = \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4} \Rightarrow x^4 = y 8 \lambda^2 \theta^4 \Rightarrow x = [y 8 \lambda^2 \theta^4]^{\frac{1}{4}} \Rightarrow$$

$$dx = \frac{1}{4} y^{-\frac{3}{4}} [8 \lambda^2 \theta^4]^{\frac{1}{4}} dy$$

$$\int_0^{\infty} f_{M.R}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{4 \lambda^3 \theta^6} \int_0^{\infty} [y 8 \lambda^2 \theta^4]^{\frac{5}{4}} e^{-y} \frac{1}{4} y^{-\frac{3}{4}} [8 \lambda^2 \theta^4]^{\frac{1}{4}} dy$$

$$\int_0^{\infty} f_{M.R}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{4 \lambda^3 \theta^6} \int_0^{\infty} y^{\frac{5}{4}} 8^{\frac{5}{4}} \lambda^{\frac{5}{2}} \theta^5 e^{-y} \frac{1}{4} y^{-\frac{3}{4}} 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta dy$$

$$\int_0^{\infty} f_{M.R}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{16 \lambda^3 \theta^6} 8^{\frac{3}{2}} \lambda^3 \theta^6 \int_0^{\infty} y^{\frac{1}{2}} e^{-y} dy$$

$$\int_0^{\infty} f_{M.R}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{16} 16 \sqrt{2} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right)$$

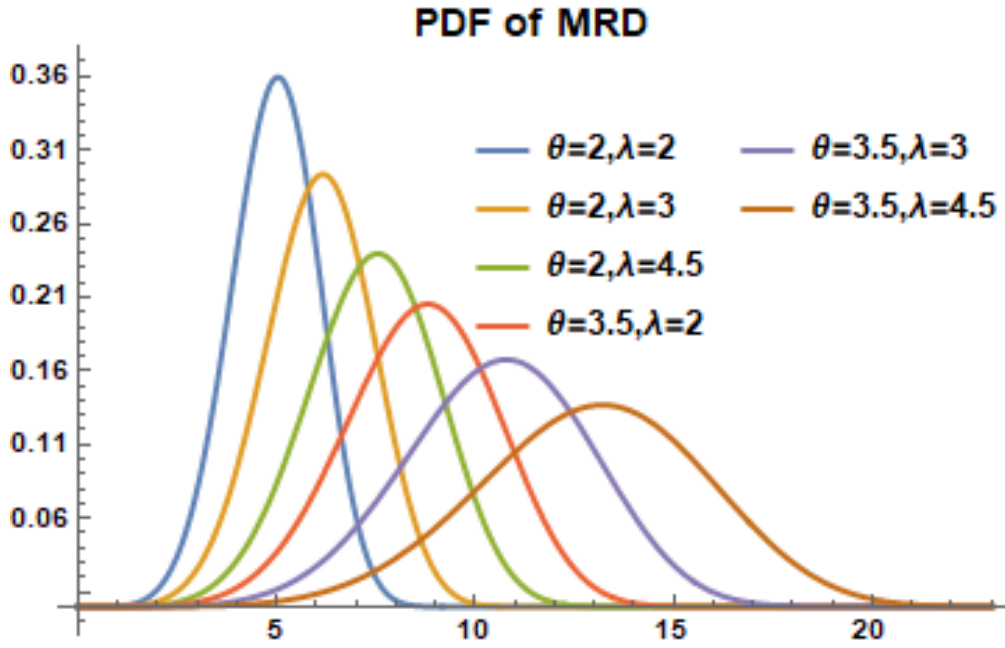
$$\int_0^{\infty} f_{M.R}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\text{But } \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\therefore \int_0^{\infty} f_{M.R}(x) = 1$$

يتحقق شرط كون الدالة احتمالية موجبة لجميع قيم المتغير العشوائي (X) . والشكل الاتي

يوضح رسم دالة الكثافة الاحتمالية للنموذج الجديد المقترح:-



شكل (2-4) منحي دالة (p.d.f) للأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) لعدد من القيم الافتراضية المعلمات

3-11-2 دالة المعولية للأنموذج المقترح

Reliability function

القيمة الاحتمالية لبقاء النظام في العمل بدون فشل للمدة $0 \leq T \leq t$ ويعبر عنها كالآتي:-

$$R(t) = \Pr[T > t] = \int_t^{\infty} f(x)dx = 1 - \int_0^t f(x)dx = 1 - F(x)$$

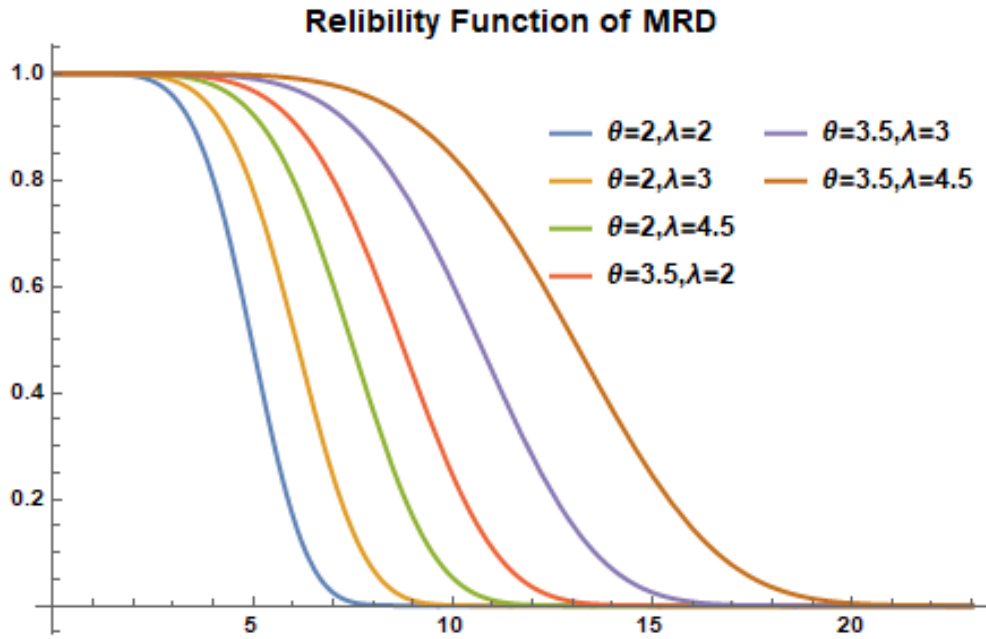
اذ ان (T) متغير عشوائي يمثل زمن بقاء المفردة التجريبية حتى حدوث الفشل.

R(t) دالة المعولية (مكملة دالة التوزيع التراكمية).

ومن المعادلة (2.24) يمكن ايجاد دالة المعولية للأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) وكما يأتي:-

$$R(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{t^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) \quad (2.28)$$

والشكل الاتي يوضح رسم دالة المعولية للأنموذج الجديد المقترح:-



الشكل: من اعداد الباحث

شكل (2-5) منحي دالة المعولية (Reliability function) للتوزيع الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) لعدد من القيم الافتراضية للمعاملات

12-2 خصائص الأنموذج الاحتمالي المقترح

Some properties of the Maxwell-Rayleigh

بعد الحصول على الأنموذج الاحتمالي الجديد المقترح (Maxwell-Rayleigh) سنقوم باشتقاق بعض الخصائص له وكما يأتي:-

Moments

1-12-2 العزوم [7] [8] [31]

العزوم نوعان، الاول يدعى بالعزوم حول نقطة الاصل او العزوم اللامركزية (Non-Central Moments) ويرمز له بالرمز $\mu'_r = E(X^r)$ ، والثاني يسمى بالعزم حول المتوسط او العزوم المركزية (Central Moments) ويرمز له بالرمز μ_r ، وكما يأتي :-

(Non-central r^{th} moment) 1-1-12-2 العزم اللامركزي الرائي

تعتمد طريقة العزوم على إيجاد حل لمعادلة (أو انظمة معادلات) تساوي العزوم النظرية مع العزوم التجريبية، تكون مجاهيلها هي المعالم الإحصائية المراد تقديرها، وتحسب وفق الصيغة الآتية:-

$$\mu'_r = E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r f_{M.R}(x) dx \quad (2.29)$$

وعند تعويض المعادلة (2.26) في المعادلة اعلاه وبعد التبسيط نحصل على:-

$$\mu'_r = E(x^r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{4\lambda^3\theta^6} \int_0^{\infty} [y 8\lambda^2\theta^4]^{\frac{5+r}{4}} e^{-y} \frac{1}{4} y^{-\frac{3}{4}} [8\lambda^2\theta^4]^{\frac{1}{4}} dy$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{16\lambda^3\theta^6} 8^{\frac{5+r}{4}} \lambda^{\frac{5+r}{2}} \theta^{5+r} 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \int_0^{\infty} y^{\frac{5+r}{4}} y^{-\frac{3}{4}} e^{-y} dy$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{16\lambda^3\theta^6} 8^{\frac{3}{2}} 8^{\frac{r}{4}} \lambda^3 \lambda^{\frac{r}{2}} \theta^6 \theta^r \int_0^{\infty} y^{\frac{2+r}{4}} e^{-y} dy$$

$$\frac{8^{\frac{3}{2}}}{16} = \sqrt{2} \quad , \quad \lambda^{\frac{5+r}{2}} * \lambda^{\frac{1}{2}} = \lambda^3 \lambda^{\frac{r}{2}}$$

$$\mu'_r = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{2} 8^{\frac{r}{4}} \lambda^{\frac{r}{2}} \theta^r \Gamma\left(\frac{6+r}{4}\right)$$

$$\mu'_r = E(x^r) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} 8^{\frac{r}{4}} \lambda^{\frac{r}{2}} \theta^r \Gamma\left(\frac{6+r}{4}\right) \quad (2.30)$$

وعندما $r = 1$ نحصل على العزم اللامركزي الاول μ'_1 والذي يمثل الوسط الحسابي $E(x)$:-

$$\mu'_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \frac{3}{4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right)$$

$$\mu'_1 = E(x) = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} 8^{\frac{1}{4}} \theta \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \quad (2.31)$$

عندما $r = 2$ نحصل على العزم اللامركزي الثاني μ'_2 والذي يمثل $E(x^2)$:-

$$E(x^2) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} 8^{\frac{1}{2}} \theta^2 \lambda \Gamma(2)$$

$$\frac{1}{8^{\frac{1}{2}}} * 2 = 4\sqrt{2}$$

$$\mu'_2 = E(x^2) = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \theta^2 \lambda \quad (2.32)$$

عندما $r = 3$ نحصل على العزم اللامركزي الثالث μ'_3 والذي يمثل $E(x^3)$:-

$$\mu'_3 = E(x^3) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{9}{4}\right)$$

$$E(x^3) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \frac{5}{4} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$\mu'_3 = E(x^3) = \frac{5}{2\sqrt{\pi}} 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \quad (2.33)$$

(Central r^{th} moment)

2-1-12-2 العزم المركزي الرائي

العزوم المركزية هي مقاييس شبيهة من حيث طريقة حسابها بالتباين، وتستخدم غالباً لحساب مقاييس الالتواء وتحديد جهة التواء توزيع البيانات، وكذلك تستخدم في حساب معامل التفلطح وتحديد طبيعة تفلطح توزيع البيانات، يمكن الحصول على الصيغة العامة للعزوم المركزية حول الوسط الحسابي وكالاتي:-

$$\mu_r = E(x - \mu'_1)^r = \int_0^{\infty} (x - \mu'_1)^r f_{M.R}(x) dx \quad (2.34)$$

$$(x - \mu'_1)^r = \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu'_1)^j (x)^{r-j}$$

$$(x - \mu'_1)^r = \sum_{j=0}^r C_j^r (x)^j (-\mu'_1)^{r-j} \quad (2.35)$$

وعند تعويض المعادلة (2.35) والمعادلة (2.34) في المعادلة (2.26) وبعد التبسيط نحصل على:-

$$\begin{aligned} \mu_r &= E(x - \mu'_1)^r \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{4\lambda^3\theta^6} \left\{ \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu'_1)^{r-j} \right\} \int_0^{\infty} [y 8 \lambda^2 \theta^4]^{\frac{5+j}{4}} e^{-y} \frac{1}{4} y^{-\frac{3}{4}} [8 \lambda^2 \theta^4]^{\frac{1}{4}} dy \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{16 \lambda^3 \theta^6} \left\{ \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu'_1)^{r-j} \right\} 8^{\frac{5+j}{4}} \lambda^{\frac{5+j}{2}} \theta^{5+j} 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \int_0^{\infty} y^{\frac{5+j}{4}} y^{-\frac{3}{4}} e^{-y} dy \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{16 \lambda^3 \theta^6} \left\{ \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu'_1)^{r-j} \right\} 8^{\frac{3}{2}} 8^{\frac{j}{4}} \lambda^3 \lambda^{\frac{j}{2}} \theta^6 \theta^j \int_0^{\infty} y^{\frac{2+j}{4}} e^{-y} dy \end{aligned}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{2} \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu'_1)^{r-j} 8^{\frac{j}{4}} \lambda^{\frac{j}{2}} \theta^j \Gamma\left(\frac{6+j}{4}\right)$$

$$\therefore \mu_r = E(x - \mu'_1)^r = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \sum_{j=0}^r C_j^r (-\mu'_1)^{r-j} 8^{\frac{j}{4}} \lambda^{\frac{j}{2}} \theta^j \Gamma\left(\frac{6+j}{4}\right) \right\} \quad (2.36)$$

$$E(x - \mu'_1)^1 = \text{zero} \quad \text{عندما } r=1$$

عندما $r=2$ في الصيغة (2.36) نحصل على صيغة التباين ويستخدم في حساب معامل

الاختلاف (Variation) وكالاتي:-

$$\mu_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \sum_{j=0}^2 C_j^2 (-\mu'_1)^{2-j} 8^{\frac{j}{4}} \lambda^{\frac{j}{2}} \theta^j \Gamma\left(\frac{6+j}{4}\right) \right\}$$

$$\mu_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ C_0^2 (-\mu'_1)^2 \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + C_1^2 (-\mu'_1) 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + C_2^2 8^{\frac{1}{2}} \lambda \theta^2 \Gamma(2) \right\}$$

$$8^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\mu_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} (\mu'_1)^2 - 2\mu'_1 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + 2\sqrt{2} \lambda \theta^2 \right\}$$

$$\mu_2 = (\mu'_1)^2 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left\{ \mu'_1 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \lambda \theta^2 \right\} \quad (2.37)$$

عندما $r=3$ في الصيغة (2.36) نحصل على العزم الثالث حول المتوسط ويستخدم في حساب

معامل الالتواء (Skewness) ويقاس اتجاه توزيع البيانات وكالاتي:-

$$\mu_3 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \sum_{j=0}^3 C_j^3 (-\mu'_1)^{3-j} 8^{\frac{j}{4}} \lambda^{\frac{j}{2}} \theta^j \Gamma\left(\frac{6+j}{4}\right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ C_0^3 (-\mu_1')^3 \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + C_1^3 (-\mu_1')^2 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + C_2^3 8^{\frac{1}{2}} \lambda \theta^2 \Gamma(2) \right. \\
 &\quad \left. + C_3^3 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{9}{4}\right) \right\} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ -\frac{\sqrt{\pi}}{2} (-\mu_1')^3 + 3\mu_1' 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + 6\sqrt{2} \lambda \theta^2 + 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{9}{4}\right) \right\} \\
 &= (-\mu_1')^3 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ 3\mu_1' 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \frac{3}{4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \lambda \theta^2 + \frac{28^{\frac{3}{4}}}{\sqrt{\pi}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \frac{5}{4} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \right\} \\
 \mu_3 &= (-\mu_1')^3 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{9}{4} \mu_1' 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \lambda \theta^2 + \frac{10 \cdot 8^{\frac{3}{4}}}{4\sqrt{\pi}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \right\} \quad (2.38)
 \end{aligned}$$

عندما $r=4$ في الصيغة (2.36) نحصل على العزم الرابع المتوسط ويستخدم في معامل التفلطح (*Kurtosis*) ويقاس درجة تسطح المنحنى الطبيعي وكالاتي:-

$$\begin{aligned}
 \mu_4 &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \sum_{j=0}^4 C_j^4 (-\mu_1')^{4-j} 8^{\frac{j}{4}} \lambda^{\frac{j}{2}} \theta^j \Gamma\left(\frac{6+j}{4}\right) \right\} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ C_0^4 (-\mu_1')^4 \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + C_1^4 (-\mu_1')^3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + C_2^4 (-\mu_1')^2 8^{\frac{1}{2}} \lambda \theta^2 \Gamma(2) \right. \\
 &\quad \left. + C_3^4 (-\mu_1') 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{9}{4}\right) + C_4^4 8 \lambda^2 \theta^4 \Gamma\left(\frac{10}{4}\right) \right\} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ (\mu_1')^4 \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + 4(-\mu_1')^3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + 6(\mu_1')^2 8^{\frac{1}{2}} \lambda \theta^2 \Gamma(2) \right. \\
 &\quad \left. + 4(-\mu_1') 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{9}{4}\right) + 8 \lambda^2 \theta^4 \Gamma\left(\frac{10}{4}\right) \right\} \\
 &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[(\mu_1')^4 \frac{\sqrt{\pi}}{2} - 4(\mu_1')^3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \frac{3}{4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + 6(\mu_1')^2 8^{\frac{1}{2}} \lambda \theta^2 \right. \\
 &\quad \left. - 4(\mu_1') 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \frac{5}{4} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) + 8 \lambda^2 \theta^4 \frac{3}{2} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \right]
 \end{aligned}$$

$$= \left\{ (\mu_1')^4 - \frac{8}{\sqrt{\pi}} (\mu_1')^3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \frac{3}{4} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{12}{\sqrt{\pi}} (\mu_1')^2 8^{\frac{1}{2}} \lambda \theta^2 \right. \\ \left. - \frac{8}{\sqrt{\pi}} (\mu_1') 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \frac{5}{4} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) + \frac{16}{\sqrt{\pi}} \lambda^2 \theta^4 \frac{3\sqrt{\pi}}{2} \right\}$$

$$\mu_4 = \left\{ (\mu_1')^4 - \frac{6}{\sqrt{\pi}} (\mu_1')^3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{12}{\sqrt{\pi}} (\mu_1')^2 8^{\frac{1}{2}} \lambda \theta^2 - \frac{10}{\sqrt{\pi}} (\mu_1') 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \right. \\ \left. + 12 \lambda^2 \theta^4 \right\} \quad (2.39)$$

2-12-2- معامل الاختلاف [7] [8]

Coefficients of Variation

يستخدم معامل الاختلاف، أو معامل التباين لحساب مدى التشتت للقيم، ويتمثل بنسبة الانحراف المعياري بالنسبة للوسط الحسابي، ويحسب وفق الصيغة الآتية:-

$$C. V = \frac{\sqrt{E(x - \mu)^2}}{(\mu_1')} * 100 \quad (2.40)$$

وبتعويض المعادلة (2.31) والمعادلة (2.37) في المعادلة اعلاه نحصل على:-

$$C. V = \frac{\sqrt{(\mu_1')^2 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left((\mu_1') 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \lambda \theta^2 \right)}}{\frac{3}{2} \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}} 8^{\frac{1}{4}} \theta \Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} * 100 \quad (2.41)$$

3-12-2- معامل الالتواء [7] [8]

Coefficients of Skewedness

معامل الالتواء هو الذي يبين فيما إذا كان توزيع البيانات منتظماً أم ملتوياً ذات اليمين أو ذات اليسار، ويحسب وفق الصيغة الآتية:-

$$C. S = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.42)$$

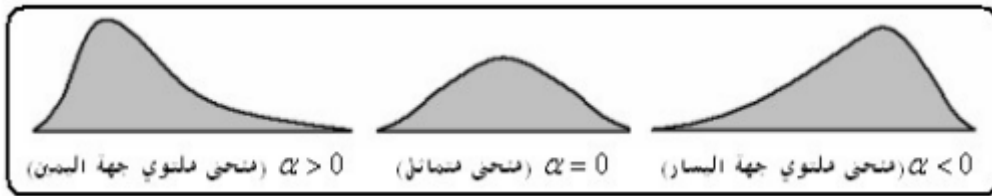
وبتعويض المعادلة (2.37) والمعادلة (2.38) في المعادلة (2.42) نحصل على:-

$$C.S = \frac{-\mu^3 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{9}{4} \mu 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \gamma \left(\frac{3}{4} \right) + \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \lambda \theta^2 + \frac{10 8^{\frac{3}{4}}}{4\sqrt{\pi}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \gamma \left(\frac{5}{4} \right) \right\}}{\left\{ \mu^2 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[\mu 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \gamma \left(\frac{7}{4} \right) + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \lambda \theta^2 \right] \right\}^{\frac{3}{2}}} \quad (2.43)$$

ولتحديد جهة التواء توزيع البيانات يتم الاصطلاح على ما يأتي:-

- اذا كان $C.S > 0$ فيكون توزيع البيانات ملتويا نحو اليمين.
- اذا كان $C.S = 0$ فيكون توزيع البيانات منتظما.
- اذا كان $C.S < 0$ فيكون توزيع البيانات ملتويا نحو اليسار.

وكما موضح في الشكل الاتي:- [57]



شكل (2-6) يبين جهة التواء البيانات

4-12-2- معامل التفلطح [7] [8]

Coefficient of Kurtosis

يستخدم معامل التفلطح لمعرفة فيما اذا كان توزيع البيانات طبيعيا ام متفلطح نحو الاعلى او قليل التفلطح، ويحسب وفق الصيغة الاتية:-

$$C.K = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} \quad (2.44)$$

$$(\mu_2)^2 = [E(x - \mu)^2]^2 \left\{ \mu^2 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\mu 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \Gamma \theta^2 \right) \right\}^2 \quad (2.45)$$

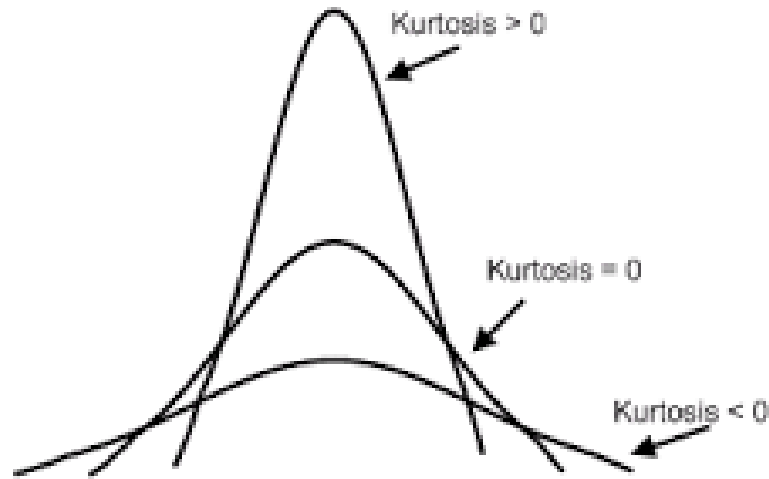
وبتعويض المعادلة (2.39) والمعادلة (2.45) في المعادلة (2.44) نحصل على:-

$$C. K = \frac{\left\{ \mu^4 - \frac{6}{\sqrt{\pi}} \mu^3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) + \frac{12}{\sqrt{\pi}} \mu^2 8^{\frac{1}{2}} \Gamma \theta^2 - \frac{10}{\sqrt{\pi}} \mu 8^{\frac{3}{4}} \lambda^{\frac{3}{2}} \theta^3 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) + 12 \lambda^2 \theta^4 \right\}}{\left\{ \mu^2 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\mu 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{7}{4}\right) + \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \lambda \theta^2 \right) \right\}^2} \quad (2.46)$$

ولتحديد طبيعة التفلطح لتوزيع البيانات يتم الاصطلاح على ما يأتي:-

- اذا كان $C. K > 0$ فيكون توزيع البيانات متفلطح نحو الاعلى.
- اذا كان $C. K = 0$ فيكون توزيع البيانات طبيعيا.
- اذا كان $C. K < 0$ فيكون توزيع البيانات قليل التفلطح.

والشكل الاتي يوضح ذلك:- [56]



الشكل (2-7) يوضح الفرق بين ثلاثة منحنيات حسب درجة التفلطح

13-2 طرائق التقدير

Methods of Estimation

يعد التقدير (The Estimation) مرتكز اساسي للاستدلال الإحصائي، إذ تكمن أهميته في تقدير معالم الأنموذج للمجتمع الذي تم توقيفه بموجب الإحصائيات التي أفرزتها العينة المسحوبة منه، وفي هذا البحث سيتم التطرق إلى عدة طرائق متباينة، وذلك بهدف تقدير المعالم ودالة الفشل التي تتبع الأنموذج الجديد (Maxwell-Rayleigh) بغية تحديد أفضل طريقة تقدير وذلك ليتم اعتماده في الجانب التطبيقي من هذه الدراسة، وان الطرائق التي سيتم التطرق إليها هي:-

1-13-2 طريقة الامكان الاعظم [31] [13] [2]

Maximum Likelihood Method

تعد طريقة الامكان الأعظم من الطرائق المهمة في التقدير لأنها تمتلك خصائص جيدة كثيرة، وتمتاز مقدراتها بدقة جيدة مقارنة مع طرائق التقدير الأخرى ولاسيما عند زيادة حجم العينة (n)، اذا افترضنا ان (x_1, x_2, \dots, x_n) تمثل عينة عشوائية بحجم (n) مسحوبة من مجتمع له دالة الكثافة الاحتمالية $g(x; \lambda, \theta)$ ، حيث ان (λ, θ) تمثلان معالم الأنموذج المجهولة، وتعرف دالة الإمكان الأعظم لبيانات العينة بأنها التوزيع المشترك لتلك البيانات ويرمز لها بالرمز (L)، وتهدف هذه الطريقة الى جعل دالة الامكان للمتغيرات العشوائية اعظم ما يمكن، والتي يمكن كتابتها كما يأتي:-

$$L = \prod_{i=1}^n g(x; \lambda, \theta)$$

ولان العينات المسحوبة تمتاز بصفة الاستقلالية (Independence) وعليه:-

$$L = g(x_1; \lambda, \theta) \cdot g(x_2; \lambda, \theta) \dots \cdot g(x_n; \lambda, \theta)$$

والآن سنقوم بتطبيق طريقة الامكان الاعظم لمقدرات معالم الأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) طبقاً إلى الدالة الموضحة في المعادلة (2.26)، حيث ستكون دالة الإمكان كالاتي:

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \lambda, \theta) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{n}{2}} (4)^{-n} (\lambda)^{-3n} (\theta)^{-6n} \prod_{i=1}^n x_i^5 e^{-\frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{8\lambda^2\theta^4}} \quad (2.47)$$

ولكي نجد مقدرات معالم لدالة الامكان الاعظم بالنسبة الى (α) نجعل الدالة L في نهايتها العظمى وبهذه الحالة تكون المقدرات هي (MLE) والذي ينتج من حل المعادلة :-

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0$$

بشرط ان :-

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \alpha^2} < 0$$

وبأخذ اللوغاريتم الطبيعي لتسهيل عملية التفاضل على طرفي المعادلة (2.47) نحصل على:-

$$\begin{aligned} \ln L(\lambda, \theta) &= \frac{n}{2} \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) - n \ln(4) - 3n \ln(\lambda) - 6n \ln(\theta) + \ln \prod_{i=1}^n x_i^5 \\ &\quad - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{8\lambda^2\theta^4} \end{aligned} \quad (2.48)$$

ولجعل قيمة دالة الامكان للصيغة (2.48) اعظم ما يمكن، فيجب حساب النهايات العظمى لها وذلك بأخذ المشتقة الجزئية نسبة إلى المعالم (θ) ثم نسبة إلى (λ) ومساواتهما بالصفر نحصل على الآتي:

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \theta)}{\partial \theta} = -\frac{6n}{\hat{\theta}} + \frac{32 \lambda^2 \hat{\theta}^3 \sum_{i=1}^n x_i^4}{64 \lambda^4 \hat{\theta}^8} = 0$$

$$6n = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{2 \lambda^2 \hat{\theta}^4}$$

$$\hat{\theta}^4 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{12 n \lambda^2}$$

$$\therefore \hat{\theta} = \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{12 n \lambda^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, \theta)}{\partial \lambda} = -\frac{3n}{\hat{\lambda}} + \frac{16 \hat{\lambda} \theta^4 \sum_{i=1}^n x_i^4}{64 \hat{\lambda}^4 \theta^8} = 0$$

$$3n = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{4 \hat{\lambda}^2 \theta^4}$$

$$\hat{\lambda}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{12n \theta^4}$$

$$\therefore \hat{\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^4}{12n \theta^4}} \quad (2.50)$$

تحل المعادلات (2.49) (2.50) بأحدي الطرائق العددية المستخدمة لحل المعادلات الرياضية الغير خطية (طريقة نيوتن- رافسون)، للحصول على مقدر المعلمات $(\hat{\theta}_{ML}, \hat{\lambda}_{ML})$ ، ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية كما يأتي:-

$$R(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{X^4}{8 (\hat{\lambda}_{ML})^2 (\hat{\theta}_{ML})^4}\right) \quad (2.51)$$

2-13-2 طريقة العزوم [7] [9] [31]

Method of Moments

تعد طريقة العزوم إحدى الطرائق الشائعة الاستخدام في تقدير المعلمات، وتتميز بسهولةها فهي تعتمد على فرضيه مساواة عزوم المجتمع المقدر (μ_r) مع عزوم العينة (m_r) ، وحسب عدد المعلمات الموجودة في دالة الكثافة الاحتمالية المدروسة، ومن ثم حل المعادلات الناتجة للحصول على صيغة مقدر العزوم للمعلمة المطلوبة، وان الصيغة العامة للعزوم هي:-

$$\mu_r(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) = m_r(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

اذ ان $r=1.2.....k$ ، وحيث k تمثل عدد المعلمات.

$$\mu_r(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K) = E(x^r)$$

$$m_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

ولإيجاد مقدر المعلمة (θ) وبالمقارنة مع العزم الأول الخاص بالتوزيع المفترض بهذه الطريقة نحصل على:

$$\mu_1(\theta) = m_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

أي أن:

$$\mu_1 = \bar{x}$$

$$\mu_1 = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\frac{3}{2\sqrt{\pi}} 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\frac{3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \gamma\left(\frac{3}{4}\right)}{2\sqrt{\pi}} = \bar{x}$$

$$3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \theta \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) = 2\sqrt{\pi} \bar{x} \quad (2.52)$$

من المعادلة (2.52) فإن المقدر للمعلمة θ سيكون كالآتي:-

$$\hat{\theta} = \frac{2\sqrt{\pi} \bar{x}}{3 8^{\frac{1}{4}} \lambda^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{4}\right)} \quad (2.53)$$

ولإيجاد مقدر المعلمة (λ) بالمقارنة مع العزم العينة الثانية الخاصة بالتوزيع المقترح فنحصل على:-

$$\mu_2(\lambda) = m_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

اي ان :

$$\mu_2 = E(x^2)$$

$$m_2 = E(x^2) = \frac{\sum_{i=1}^n xi^2}{n}$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^n xi^2}{n}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \theta^2 \lambda = \frac{\sum_{i=1}^n xi^2}{n}$$

$$n \theta^2 \lambda 4\sqrt{2} = \sum_{i=1}^n xi^2 \sqrt{\pi}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^n xi^2 \sqrt{\pi}}{n \theta^2 4\sqrt{2}} \quad (2.54)$$

تحل المعادلات (2.53) (2.54) بأحدي الطرائق العددية المستخدمة لحل المعادلات الرياضية الغير خطية (طريقة نيوتن- رافسون)، للحصول على مقدر المعلمات $(\hat{\theta}_{OL}, \hat{\lambda}_{OL})$ ، ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية كما يأتي:-

$$R(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{X^4}{8 (\hat{\lambda}_{OL})^2 (\hat{\theta}_{OL})^4}\right) \quad (2.55)$$

3-13-2 طريقة المربعات الصغرى الموزونة [45] [28] [9]

Weighted Least Square Method

تهدف هذه الطريقة الى جعل مجموع مربعات الانحرافات اقل ما يمكن عبر تقليل مقدار K وباستعمال الدالة التراكمية للتوزيع المركب (Maxwell-Rayleigh) وكما يأتي:-

$$K = \sum_{i=1}^n W_i \left\{ F_{M.R}(x) - \frac{i}{n+1} \right\}^2 \quad (2.56)$$

حيث ان W_i تساوي :-

$$W_i = \frac{1}{V(F_{M.R}(x))} = \frac{(n+1)^2 (n+2)}{i(n-i+1)}$$

$$K = \sum_{i=1}^n W_i \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) - \frac{i}{n+1} \right\}^2 \quad (2.57)$$

وباشتقاق المعادلة (2.56) بالنسبة للمعلمة (θ) وبالقسمة على (2) ومساواتها للصفر نحصل على:

$$\frac{dK}{d\theta} = \sum_{i=0}^n W_i \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) - \frac{i}{n+1} \right\} \left(-\frac{x^6}{2\sqrt{2\pi}\lambda^3\theta^7} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \right) = 0$$

تم الحصول على مشتقة داخل القوس بالنسبة للمعلمة θ في المعادلة اعلاه باستعمال برنامج (Wolfram Mathematica 12.2)، ويمكن تبسيط المعادلة اعلاه على النحو التالي:-

$$0 = - \sum_{i=0}^n W_i \frac{x^6}{2\sqrt{2\pi}\lambda^3\theta^7} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}}$$

$$+ \sum_{i=0}^n W_i \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) \left(\frac{x^6}{2\sqrt{2\pi}\lambda^3\theta^7} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \right)$$

$$+ \sum_{i=0}^n W_i \left(\frac{x^6}{2\sqrt{2\pi}\lambda^3\theta^7} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \right) \frac{i}{n+1}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^2 W_i \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) \left(\frac{x^6}{2\sqrt{2\pi}\lambda^3\theta^7} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}}\right) \\ - \sum_{i=0}^n W_i \frac{x^6}{2\sqrt{2\pi}\lambda^3\theta^7} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \\ + \sum_{i=0}^n W_i \left(\frac{x^6}{2\sqrt{2\pi}\lambda^3\theta^7} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}}\right) \frac{i}{n+1} = 0 \quad (2.58) \end{aligned}$$

وباشتقاق المعادلة (2.57) بالنسبة للمعلمة (λ) وبالقسمة على (2) ومساواتها للصفر نحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{dK}{d\lambda} = \sum_{i=0}^n W_i \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) - \frac{i}{n+1}\right] \left(-\frac{x^6}{4\sqrt{2\pi}\lambda^4\theta^6} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}}\right) \\ = 0 \end{aligned}$$

تم الحصول على مشتقة داخل القوس بالنسبة للمعلمة λ في المعادلة اعلاه باستعمال برنامج (Wolfram Mathematica 12.2)، ويمكن تبسيط المعادلة اعلاه على النحو التالي:-

$$\begin{aligned} 0 = - \sum_{i=0}^m W_i \frac{x^6}{4\sqrt{2\pi}\lambda^4\theta^6} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} + \sum_{i=0}^n W_i \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) \frac{x^6}{4\sqrt{2\pi}\lambda^4\theta^6} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} + \\ \sum_{i=0}^n W_i \frac{x^6}{4\sqrt{2\pi}\lambda^4\theta^6} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \frac{i}{n+1} \\ \sum_{i=0}^n W_i \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) \frac{x^6}{4\sqrt{2\pi}\lambda^4\theta^6} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} - \sum_{i=0}^m W_i \frac{x^6}{4\sqrt{2\pi}\lambda^4\theta^6} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \\ + \sum_{i=0}^n W_i \frac{x^6}{4\sqrt{2\pi}\lambda^4\theta^6} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \frac{i}{n+1} = 0 \quad (2.59) \end{aligned}$$

المعادلات (2.58) و (2.59) تمثل منظومة معادلات لا خطية لا يمكن حلها الا باستعمال احدى الطرائق العددية (طريقة نيوتن- رافسون)، للحصول على مقدرات طريقة المربعات الصغرى الموزونة $(\hat{\theta}_{WLS}, \hat{\lambda}_{WLS})$ ، ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية كما يأتي:-

$$R(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{X^4}{8 (\hat{\lambda}_{WLS})^2 (\hat{\theta}_{WLS})^4}\right) \quad (2.60)$$

4-13-2 طريقة المقدرات التجزئية [37] [38] [41]

Percentiles Estimators Method

اقترحت هذه الطريقة من قبل العالم (Kao)، وهي تعتمد على دالة التوزيع التراكمية، وبافتراض ان p_i هو مقدر لدالة التوزيع التراكمية $F(x)$ وعبر ايجاد المقدرات التي تجعل الدالة $\sum_{i=1}^n [p_i - F_{M.R}(x)]^2$ في نهايتها الصغرى وكما يأتي:-

$$F_{M.R}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

اذ ان p_i مقدر لا معلمي يأخذ صيغ متعددة منها:-

$$p_i = \frac{i}{n+1}$$

فان مقدرات المعلمات (λ, θ) يتم الحصول عليها عن طريق الاشتقاق الجزئي للصيغة ادناه بالنسبة للمعلمات (λ, θ) :-

$$K = \sum_{i=1}^n [p_i - F_{M.R}(x)]^2 \quad (2.61)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة اعلاه بالنسبة للمعلمات ومساواتها للصفر وقسمة الطرفين على 2 نحصل على :-

$$\frac{dK}{d\theta} = \sum_{i=1}^n [p_i - F_{M.R}(x)] \left[\frac{dF_{M.R}(x)}{d\theta} \right] = 0$$

$$\frac{dK}{d\theta} = \sum_{i=0}^n \left\{ 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) - \frac{i}{n+1} \right\} \left(-\frac{x^6}{2\sqrt{2\pi}\lambda^3\theta^7} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \right) = 0 \quad (2.62)$$

$$\frac{dK}{d\lambda} = \sum_{i=1}^n [p_i - F_{M.R}(x)] \left[\frac{dF_{M.R}(x)}{d\lambda} \right] = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{dK}{d\lambda} &= \sum_{i=0}^n \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma \left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4} \right) - \frac{i}{n+1} \right] \left(-\frac{x^6}{4\sqrt{2\pi}\lambda^4\theta^6} e^{-\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.63)$$

المعادلات (2.62) و (2.63) تمثل منظومة معادلات لا خطية لا يمكن حلها الا باستعمال احدى الطرائق العددية (طريقة نيوتن- رافسون)، للحصول على مقدرات طريقة المركبات التجزئية $(\hat{\theta}_{PC}, \hat{\lambda}_{PC})$ ، ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية كما يأتي:-

$$R(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma \left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8(\hat{\lambda}_{PC})^2(\hat{\theta}_{PC})^4} \right) \quad (2.64)$$

14-2 معايير مقارنة طرائق التقدير

Criteria for comparing estimation methods

1- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعاملات الأنموذج الاحتمالي المقترح (M.R) :-

$$MSE[\alpha] = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{\alpha} - \alpha)^2 \quad (2.65)$$

حيث ان :

α : تمثل القيم الافتراضية لمعاملات الأنموذج (θ, λ) .

$\hat{\alpha}$: تمثل القيم المقدرة للمعاملات حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

R : تمثل عدد تكرارات التجربة.

2- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة المعولية للأنموذج الاحتمالي (M.R):-

$$\text{MSE}[\hat{R}(t_j)] = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{R}_i(t_j) - R_i(t_j))^2, j = 1, 2, \dots, k \quad (2.66)$$

حيث ان :

$R_i(t_j)$: تمثل القيم الحقيقية لدالة المعولية.

$(\hat{R}_i(t_j))$: تمثل القيم المقدره لدالة المعولية حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

R : تمثل عدد تكرارات التجربة.

k : تمثل عدد المشاهدات للتجربة.

3- وللوصول الى المقدر الافضل لتقدير دالة المعولية ولكون (MSE) يحسب لكل (t_j) من الزمن فتنم بين طرائق التقدير المدروسة بواسطة متوسط مربعات الخطأ التكاملية (IMSE)، وهو عبارة عن تكامل للمساحة الكلية للقيم (t_j) واختزالها بقيمة واحدة معبرة عن الزمن الكلي ويحسب وفق الصيغة الاتية:-

$$\text{IMSE}[\hat{R}(t_j)] = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \left[\frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{R}_i(t_j) - R_i(t_j))^2 \right]$$

$$\text{IMSE}[\hat{R}(t_j)] = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \text{MSE}[\hat{R}(t_j)] \quad (2.67)$$

15-2 معايير اختيار افضل توزيع [26] [22]

Criteria for selection of the best

اهم العمليات في التحليل الاحصائي هو اختيار افضل انموذج احتمالي من بين مجموعة من التوزيعات وهناك عدة معايير لتحقيق ذلك وتم استعمال معيارين لبيان افضلية التوزيع المقترح توزيع (Maxwell-Rayleigh) مقارنة بتوزيعي (Maxwell) ، (Rayleigh) ، وحصلنا على النتائج بواسطة برنامج كتب بلغة (Wolfram Mathematica 12.2) المبين في الملحق (B).

1-15-2 معيار معلومات اكاكي

Akaike Information Criteria AIC

يستعمل هذا المعيار لغرض قياس افضلية التوزيعات التي تطبق على عينة من البيانات والتوزيع الذي يمتلك اقل قيمة للمعيار يكون هو الافضل في تمثيل تلك البيانات وان الصيغة العامة له هي كلاتي :-

$$AIC = -2\log(L) + 2k \quad (2.68)$$

حيث ان :

L : تمثل قيمة دالة الامكان الاعظم.

k : تمثل عدد معالم الأنموذج.

2-15-2 معيار معلومات اكاكي المصحح

Akaike Information Correct AICc

يستعمل هذا المعيار لغرض اختيار افضل توزيع من بين مجموعة من التوزيعات والتوزيع الذي يمتلك اقل قيمة لـ (AICc) يكون هو الافضل ويحسب وفق الصيغة الاتية:-

$$AICc = AIC + \frac{2k(k + 1)}{n - k - 1} \quad (2.69)$$

حيث ان :

k : تمثل عدد معالم الأنموذج.

n : تمثل حجم العينة.

الفصل الثالث

الجانب التجريبي والتطبيقي

The Empirical View and

(application

الفصل الثالث

الجانب التجريبي والتطبيقي

(*The Empirical View and application*)

Preface

1-3 تمهيد

تم تقسيم هذا الفصل على مبحثين اذ سنستعرض في المبحث الاول الجانب التجريبي وطريقة توليد البيانات العشوائية التي تتبع الأنموذج الاحتمالي المقترح في هذا البحث، باستعمال المحاكاة (Simulation) بطريقة مونت-كارلو (Monte-Carlo)، وعبر هذه البيانات المولدة يتم ايجاد قيم مقدرات المعلمات ودالة المعولية لمختلف طرائق التقدير الموضحة في الفصل الثاني من الجانب النظري، ومن ثم المقارنة بين هذه الطرائق باستعمال المعيار الاحصائي (MSE) متوسط مربعات الخطأ والمعيار الاحصائي (IMSE) متوسط مربعات الخطأ التكاملي، بالاعتماد على اسلوب الرتب (Ranks) للوصول الى افضل طريقة تقدير. وتم الحصول على نتائج المحاكاة بواسطة برنامج كتب بلغة ماثماتيكا (Mathematica program) كما موضح في الملحق (B).

اما المبحث الثاني فخصص للجانب التطبيقي والمتعلق ببيانات تخص اوقات اقات الفشل لمجموعة مكائن في شركة واسط للصناعات النسيجية / قسم الغزل.

Simulation

2-3 المبحث الاول: الجانب التجريبي (المحاكاة)

يتداول هذا المبحث نتائج اسلوب المحاكاة في المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في البحث لتقدير معلمات ودالة المعولية للتوزيع المقترح (Maxwell-Rayleigh) وباستعمال حجوم عينات مختلفة (الصغيرة، المتوسطة والكبيرة)، وقيم افتراضية اولية مختلفة ايضا لمعلمات التوزيع وتحديد افضل طريقة تقدير باستعمال المعيار الاحصائي (MSE) متوسط مربعات الخطأ والمعيار الاحصائي (IMSE) متوسط مربعات الخطأ التكاملي، بالاعتماد على اسلوب الرتب (Ranks).

1-2-3 مفهوم المحاكاة [4] [3]

The Simulation Concept

إن أسلوب المحاكاة يتلخص بكونه أسلوب يتم عبره إيجاد أنموذج جديد مماثل الى الأنموذج الحقيقي من دون محاولة الحصول على الأنموذج الحقيقي ويمكن القول بأن عملية المحاكاة هي أسلوب رقمي لإنجاز تجارب على الحاسبات الإلكترونية والتي تتضمن أنواعاً من العمليات المنطقية والرياضية الضرورية لوصف سلوك وهيكلية النظام الحقيقي المعقد خلال فترة زمنية معينة. وتوجد طرائق مختلفة للمحاكاة هي الطريقة التناظرية (Analog Method)، والطريقة المختلطة (Mixed Method)، وطريقة مونت-كارلو (Monte- Carlo Method) وتعد طريقة مونت-كارلو من أهم هذه الطرائق وأكثرها شيوعاً وتستخدم لتوليد مشاهدات لمعظم التوزيعات الاحتمالية الكثيرة الاستعمال والتي تمتلك دالة كثافة احتمالية معروفة ويتلخص هذا الأسلوب لكونه يتم بواسطة أساليب العينات التي تؤخذ من مجتمع نظري يحاكي المجتمع الحقيقي إذ يتم صياغة الأرقام العشوائية وتمتاز عملية المحاكاة بالمرونة إذ تعطي القدرة على التجريب والاختبار عبر تكرار العملية لمرات متعددة بتفسير المدخلات الخاصة بعملية التقدير في كل مرة وكذلك تأتي أهمية عملية المحاكاة في العشوائية إذ إن سلسلة الأرقام العشوائية التي تستخدم في التجربة الأولى تكون مستقلة عن سلسلة الأرقام العشوائية في التجربة الثانية وهكذا

2-2-3 مراحل تجربة المحاكاة

Stages Of Building Simulation Experiment

تم كتابة برنامج المحاكاة بواسطة باستعمال البرنامج (Wolfram Mathematica 12.2) وكما موضح في الملحق (B) وتنفيذه بالحاسبة الإلكترونية، فتضمنت مراحل متعددة لتطبيق أساليب تقدير المعلمات ودالة المعولية للأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) وكما يأتي:-

المرحلة الاولى:-

في هذه المرحلة يتم اختيار القيم الافتراضية وهي مرحلة مهمة جدا لاعتماد بقية المراحل الاخرى عليها واختيار هذه القيم يكون كالآتي :-

1- اختيرت عدة نماذج من القيم الافتراضية لمعاملات الأنموذج المقترح (Maxwell-Rayleigh) والمبينة في الجدول (3-1) وان سبب اختيار هذه القيم بالنسبة للمعاملات (θ, λ) وهو ان عبر تغيير قيم المعاملات وحجم العينة المختلفة ستعطي فكرة عن المقدرات ونمط سوكرها.

جدول رقم (3-1)

القيم الافتراضية للمعاملات والنماذج المقترحة

model	θ	λ
1	2	2
2	2	3
3	2	4.5
4	3.5	2
5	3.5	3
6	3.5	4.5

الجدول: من اعداد الباحث

2- تم اختيار اربع حجوم عينات مختلفة (صغيرة، متوسطة وكبيرة) وهي $(25, 50, 100, 150)$ ، و لحجم العينة تأثير في دقة وكفاءة النتائج المستحصلة من طرائق التقدير. 3- تم تكرار التجربة (1000) مره لكل حالة من حالات القيم الافتراضية للوصول الى تقديرات متجانسة.

المرحلة الثانية:-

في هذه المرحلة يتم توليد البيانات العشوائية بما يتلاءم مع الأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) بطريقة تحويل المعكوس وكما يأتي:-

اولا: توليد ارقام عشوائية U_i تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة $(0,1)$

$$U_i \sim U(0,1), \quad i = 0,1,2,\dots,n$$

ثانيا: تحويل البيانات المولدة من الخطوة (اولا) التي تتبع التوزيع المنتظم الى التوزيع المقترح (Maxwell-Rayleigh) باستعمال دالة التوزيع التجميعية وحسب طريقة تحويل المعكوس الاتية:-

$$F_{M.R}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

Let

$$u = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

$$(u - 1) = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

$$(u - 1) \frac{\sqrt{\pi}}{2} = -\Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

From (2.23)

$$\Gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right) = \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) - \gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

$$\frac{u\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} = -\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{u^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

$$\text{but } \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\frac{u\sqrt{\pi}}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{2} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

$$\frac{u\sqrt{\pi}}{2} = \gamma\left(\frac{3}{2}, \frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4}\right)$$

Taking γ^{-1} for both side [7] [24]

$$\frac{x^4}{8\lambda^2\theta^4} = \gamma^{-1} \left(\frac{3}{2}, \frac{u\sqrt{\pi}}{2} \right)$$

$$x^4 = \gamma^{-1} \left(\frac{3}{2}, \frac{u\sqrt{\pi}}{2} \right) 8\lambda^2\theta^4$$

$$x = \left(\gamma^{-1} \left(\frac{3}{2}, \frac{u\sqrt{\pi}}{2} \right) 8\lambda^2\theta^4 \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.1)$$

المرحلة الثالثة:-

في هذه المرحلة يتم تقدير قيم المعلمات للأنموذج الاحتمالي (Maxwell-Rayleigh) ولطرائق التقدير كافة المبينة في الفصل الثاني (MLE, MOE, WLS and PCE).

المرحلة الرابعة:-

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة المعولية للأنموذج الاحتمالي (Maxwell-Rayleigh) ولكافة طرائق التقدير المبينة في المرحلة الثالثة.

المرحلة الخامسة:-

المرحلة الاخيرة من مراحل المحاكاة هي المقارنة بين طرائق التقدير المختلفة بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعلمات الأنموذج الجديد المقترح وحسب الصيغة (2.75) وكذلك معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) بالنسبة لدالة المعولية وحسب الصيغة (2.76)، اذ كلما كان اقل كان المقدر افضل.

Simulation Results View [5] [16] 3-2-3 استعراض نتائج المحاكاة

وبعد تنفيذ برنامج المحاكاة تم الحصول على النتائج التي تمثل تقدير قيم المعلمات ودالة المعولية ومتوسط مربعات الخطأ للمعلمات ودالة المعولية، ولطرائق التقدير المبينة في الفصل الثاني من الجانب النظري، تم تلخيص هذه النتائج وتبويبها في الجداول من (A-1) الى (A-12) الواردة في الملحق (A)، ولغرض الوصول الى المقدر الافضل عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير الاربعة باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة للمعلمات، والمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) بالنسبة لمقدرات دالة المعولية، الى جانب استعمال اسلوب الرتب (Ranks) كأساس للمقارنة بين طرائق تقدير الأنموذج، اذ يتم ترتيب مقدرات $MSE[\alpha]$ ولكل معلمة على حدة ولطرائق التقدير كافة ولكل حجم عينة وذلك بإعطاء رتبة لكل قيمة $MSE[\alpha]$ ، اذ تأخذ قيمة $MSE[\alpha]$ الاصغر من بين طرائق التقدير الرتبة الأولى ونستمر هكذا بإعطاء الرتب لغاية الرتبة الرابعة، وتسمى الرتب في هذه المرحلة بالرتب الجزئية (Partial Rank)، ثم يتم بعد ذلك جمع الرتب الجزئية ولكل طريقة تقدير وحسب أحجام العينات واعطاء رتب جديدة للمجاميع بالطريقة السابقة نفسها، وتسمى الرتب في هذه المرحلة بالرتب الكلية (Overall Rank)، والتي تتم المقارنة على اساسها، وكما موضح في الجدول (3-2).

الجدول (3-2).

الرتب الجزئية والكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة القيم الافتراضية للمعلمات ولحجوم العينات كافة

Model	n	Method				Best
		MLM	MOM	WLS	PC	
1	25	2	4	1	3	WLS
	50	2	4	1	3	
	100	2	4	1	3	
	150	2	4	1	3	
	\sum Ranks	8	16	4	12	
	Partial Rank	2	3	1	4	
2	25	1.5	4	1.5	3	MLE Or
	50	1.5	4	1.5	3	

	100	2	4	1	3	WLS
	150	1	4	2	3	
	\sum Ranks	6	16	6	12	
	Partial Rank	1.5	4	1.5	3	
3	25	2	4	1	3	WLS
	50	1.5	4	1.5	3	
	100	1.5	4	1.5	3	
	150	2	4	1	3	
	\sum Ranks	7	16	5	12	
	Partial Rank	2	4	1	3	
4	25	1.5	4	1.5	3	WLS
	50	2	4	1	3	
	100	1.5	4	1.5	3	
	150	1	4	2	3	
	\sum Ranks	6	16	6	12	
	Partial Rank	2	4	1	3	
5	25	1.5	4	1.5	3	MLE
	50	1	4	2	3	
	100	2	4	1	3	
	150	1	4	2	3	
	\sum Ranks	5.5	16	6.5	12	
	Partial Rank	1	4	2	3	
6	25	1.5	4	1.5	3	MLE
	50	2	4	1	3	
	100	1	4	2	3	
	150	1	4	2	3	
	\sum Ranks	5.5	16	6.5	12	
	Partial Rank	1	4	2	3	
$\sum \sum$ Ranks		38	96	34	72	
Overall Rank		2	4	1	3	
Best		WLS				

الجدول: من اعداد الباحث

الجدول (3-3)

الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع الانظمة من القيم الافتراضية للمعلمات حسب حجم العينات

n	Sum of Rank	Method			
		MLM	MOM	WLS	PC
25	$\sum Ranks$	19	48	17	36
	Overall Ranks	2	4	1	3
50	$\sum Ranks$	21	48	15	36
	Overall Ranks	2	4	1	3
100	$\sum Ranks$	20	48	16	36
	Overall Ranks	2	4	1	3
150	$\sum Ranks$	17	48	20	35
	Overall Ranks	1	4	2	3

الجدول: من اعداد الباحث

يتضح من الجدولين (3-2) (3-3) وعبر المقارنة بمتوسط مربعات الخطأ (MSE) ولحجوم العينات المختلفة يمكن تفسير نتائج الجدولين وبالاعتماد على اسلوب الرتب وكما يأتي:-

1- ان طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) قد امتلكت المرتبة الجزئية (Partial Rank) الاولى عند حجوم العينات (25,50,100) وفي المرتبة الجزئية الثانية عندما تكون حجم العينة كبيرة (150).

2- امتلكت طريقة الامكان الاعظم (MLE) المرتبة الجزئية (Partial Rank) الاولى عند حجم العينة (150) وفي المرتبة الثانية عند حجوم العينات (25,50,100).

3- وامتلكت طريقة المقدرات التجزئية (PC) وطريقة العزوم (MOM) المرتبة الجزئية (Partial Rank) الثالثة والرابعة على التوالي في تقدير المعلمات ولحجوم العينات كافة.

4- كنتيجة عامة تظهر ان طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) اثبتت افضليتها في تقدير معلمات الأنموذج اذ انها امتلكت الرتبة الكلية (Overall Rank) الاولى، ثم لحقتها طريقة الامكان الاعظم (MLE) بالمرتبة الثانية، اما طريقة المقدرات التجزئية (PC)

وطريقة العزوم (MOM) فاحتلت المرتبة الثالثة والرابعة على التوالي في الافضلية، وكما في الجدول (3-2).

كما تم تقدير دالة المعولية للأنموذج الاحتمالي المقترح بالاعتماد على المعيارين الاحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) وتبويب النتائج في الجداول (A-7) الى (A-12) والواردة في الملحق (A)، لغرض الوصول الى افضل تقدير لدالة المعولية، وبما ان متوسط مربعات الخطأ (MSE) يحسب لكل (t_j) من الزمن فقد تمت المقارنة بين طرائق التقدير الاربعة عن طريق المفاضلة بين متوسطات مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) والذي هو عبارة عن تكامل المساحة الكلية ل (t_j) واختزالها بقيمة واحدة معبرة عن الزمن الكلي وحسب الصيغة (2.76)، يتم بعد ذلك استعمال اسلوب الرتب (Ranks) وبنفس الطريقة التي تم استعمالها مع تقدير المعلمات، إذ يتم ايجاد الرتب الجزئية عن طريق اعطاء رتبة لكل قيمة $(IMSE[R(t_j)])$ ولكل طرائق التقدير ولجميع حجوم العينات. ثم يتم بعد ذلك جمع الرتب الجزئية (Partial Rank) ولكل طريقة تقدير وحسب أحجام العينات، ثم يتم ايجاد الرتب الكلية (Overall Rank) والتي تتم المقارنة على اساسها والمبينة في الجدول (3-4).

الجدول (3-4)

الرتب الجزئية والكلية لمتوسطات مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق التقدير كافة ولكل نضام من قيم الافتراضية للمعلمات ولجميع حجوم العينات

Model	Size	Method				Best
		MLM	MOM	WLS	PC	
1	25	2	4	1	3	
	50	2	4	1	3	
	100	3	1	2	4	
	150	3	2	1	4	
	\sum Ranks	10	11	5	14	
	Partial Rank	2	3	1	4	
2	25	2	4	1	3	
	50	2	4	1	3	
	100	1	3	2	4	

	150	1	4	2	3
	\sum Ranks	6	15	6	13
	Partial Rank	1.5	4	1.5	3
3	25	2	4	1	3
	50	1	3	2	4
	100	2	3	1	4
	150	1	4	2	3
	\sum Ranks	6	14	6	14
	Partial Rank	2	3.5	1	3.5
4	25	1	4	2	3
	50	2	4	1	3
	100	2	4	1	3
	150	1	3	2	4
	\sum Ranks	6	15	6	13
	Partial Rank	2	4	1	3
5	25	2	4	1	3
	50	1	4	2	3
	100	2	3	1	4
	150	1	4	2	3
	\sum Ranks	6	15	6	13
	Partial Rank	1	4	2	3
6	25	2	3	1	4
	50	1	2	3	4
	100	1	4	2	3
	150	1	4	2	3
	\sum Ranks	5	13	8	14
	Partial Rank	1	3	2	4
$\sum \sum$ Ranks		39	83	37	81
Overall Rank		2	3	1	4
Best		WLS			

الجدول: من اعداد الباحث

الجدول (3-5)

الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع الانظمة من القيم الافتراضية للمعلمات حسب حجم العينات

n	Sum of Rank	Method			
		MLE	MOM	WLS	PE
25	$\sum Ranks$	10	22	9	19
	Overall Ranks	2	4	1	3
50	$\sum Ranks$	10	21	9	20
	Overall Ranks	2	4	1	3
100	$\sum Ranks$	11	17	9	23
	Overall Ranks	2	3	1	4
150	$\sum Ranks$	8	21	11	20
	Overall Ranks	1	4	2	3

الجدول: من اعداد الباحث

يتضح من الجدولين (3-4) (3-5) وعبر المقارنة بمتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لتقدير دالة المعولية ولحجوم العينات المختلفة يمكن تفسير النتائج وبالاتماد على اسلوب الرتب وكما يأتي:-

1- افضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) عند حجوم العينات (25،50،100) حيث انها امتلكت المرتبة الجزئية (Partial Rank) الاولى، وفي المرتبة الجزئية (Partial Rank) الثانية عندما تكون حجم العينة (150). وانها ستكون الطريقة المتبعة في تقدير البيانات من الجانب التطبيقي.

2- افضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) عندما تكون حجم العينة كبيرة (150) اذ انها امتلكت المرتبة الجزئية الاولى وفي المرتبة الثانية عند حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة (25،50،100).

3- كنتيجة عامة تظهر ان طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) اثبتت افضليتها في تقدير دالة المعولية للأنموذج اذ انها امتلكت المرتبة الكلية (Overall Rank) الاولى، مع ملاحظة تقاربها مع طريقة الامكان الاعظم (MLE)، اذ جاءت في المرتبة الكلية الثانية،

اما طريقة المقدرات التجزئية (PC) وطريقة العزوم (MOM) فاحتلت في المرتبة الكلية الثالثة والرابعة على التوالي في الافضلية، مع ملاحظة تقاربهما مع بعضهما في التقدير.

Application

2-3 المبحث الثاني : الجانب التطبيقي

يتضمن هذا المبحث البيانات الحقيقية التي تم الحصول عليها من شركة واسط للصناعات النسيجية ومن السجلات التي تم تيويب البيانات عن طريقها والتي تمثل وقفات المكائن قبل اخر عطل للفترة 1/1/2019 والى الفترة 1/11/2019 وذلك بهدف تطبيقها على الأنموذج الاحتمالي المقترح وتقدير دالة المعولية تم تطبيق البيانات باستعمال برنامج كتب بلغة (Wolfram Mathematica 12.2) والمبين في الملحق (B).

1-2-3 نبذة عن شركة واسط العامة للصناعات النسيجية

تعد شركة واسط العامة للصناعات النسيجية واحدة من الشركات الرئيسة المهمة التابعة لوزارة الصناعة والمعادن والمتخصصة في مجال الصناعات النسيجية في العراق، إذ أسست بموجب الاتفاقية العراقية السوفيتية بتاريخ - 16/3/1959 وبدأ الإنتاج الفعلي في 1/10/1966 . تقع معامل الشركة في محافظة واسط، مدينة الكوت، على الضفة اليسرى لنهر دجلة، وتتكون من معملين رئيسين : الأول : للغزل والنسيج والإكمال أو (التجهيز)، الآخر : للحياكة والجواريب، وتشغل الشركة مساحة 500,000 متر مربع منها ما يقارب 100,000 متر مربع مسقفة تضم القاعات الإنتاجية والأقسام الرئيسة الأخرى، إذ صمم معمل الغزل والنسيج لإنتاج (30) مليون متر سنوياً (عرض القماش 80 سم) من الأقمشة القطنية المقصورة والمصبوغة والمطبوغة، كما صُمم معمل الحياكة والجواريب لإنتاج (6) مليون قطعة سنوياً من الملابس الخارجية الصوفية و (3) مليون قطعة من الملابس الداخلية القطنية والحريرية سنوياً. وبدأ معمل الحياكة في الإنتاج عام 1966، و معمل الغزل والنسيج عام 1970. وقد توسع إنتاج مصنع الحياكة وتعددت أصناف المنتجات بما يرضي رغبات المستهلك بدءاً من الأقمشة القطنية، البوليستر، النايلون ، الاقمشة المخلوطة والجواريب بأنواعها والألبسة الخارجية المحاكاة (بلوز، جاكيت، سروال) بمختلف الأحجام، والملابس الداخلية) الرجالية، النسائية، الولادية، الأطفال (وتم افتتاح مصنع القبعة العسكرية عام 2002 الذي ينتج القبعة العسكرية (البيرية) لمختلف صنوف القوات المسلحة العراقية.

2-2-3 عينة البحث

تم اخذ البيانات عن طريق مسؤول شعبة الصيانة بالتعاون مع مدير قسم الغزل وبحجم عينة (91) مشاهدة من مكائن الشركة العامة للصناعة والنسيج في الكوت/قسم الغزل، وان مشاهدات العينة تمثل وقت اشتغال الماكنة لحين العطل بالأشهر، وكانت المدة الزمنية من 2019/1/1 الى 2019/11/1 واوراق الاشتغال لحين الفشل موضحة في الجدول (3-6).

الجدول (3-6)

يمثل فترة تشغيل الماكنة لحين العطل ومقاسة بالأشهر

2.06	4.30	4.80	5.43	5.93	6.26	6.76	7.36	8.23
2.10	4.36	4.80	5.46	6.02	6.26	6.80	7.36	8.23
2.26	4.36	4.82	5.46	6.06	6.30	6.80	7.50	8.30
3.10	4.40	4.88	5.56	6.06	6.30	6.80	7.56	8.36
3.20	4.42	4.90	5.60	6.10	6.30	6.83	7.60	8.36
3.56	4.57	4.94	5.60	6.10	6.33	6.83	7.63	8.46
3.66	4.64	5.23	5.63	6.13	6.53	7.02	7.63	8.83
3.70	4.71	5.36	5.70	6.13	6.60	7.10	7.73	8.93
4.20	4.78	5.40	5.83	6.13	6.70	7.33	7.73	8.93
4.26	4.79	5.43	5.83	6.16	6.76	7.36	8.10	9.10
								9.36

الجدول: من اعداد الباحث
والجدول الاتي يبين ابرز المؤشرات الاحصائية للبيانات الاحصائية

الجدول (3-7)

يمثل ابرز احصاءات العينة للبيانات الحقيقية

Index	Value
Mean	6.04582
Variance	2.57243
Skewness	-0.195347
Kurtosis	2.79213
Median	6.1
Standard Deviation	1.60388

الجدول: من اعداد الباحث

3-2-3 اختبار حسن المطابقة Goodness of fit [27]

نستدل عبر هذه الاختبار هل ان البيانات في الجدول (3-9) تتبع وفقا للأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) ام لا وحسب الفرضية الاتية:-

H_0 : The data are M.R

H_1 : : The data are not M.R

وان الفرضية اعلاه يتم اختبارها وفق مربع كاي سكوير (chi-squared statistic) كما موضح في الصيغة (3.2) عبر قيمة (P-Value) والجدول (3-8) يوضح نتائج الاختبار:-

$$X_c^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(o_t - E_i)}{E_i} \sim X_{(k-1)}^2 \quad (3.2)$$

الجدول (3-8)

يبين نتائج اختبار حسن المطابقة

distribution	Parameter		Pearson Chi-Square	
	θ	λ	statistic	P-Value
Maxwell-Rayleigh	1.67136	4.36717	13.4	0.339

الجدول: من اعداد الباحث

يتضح من الجدول (3-11) ان قيمة (P-Value) اكبر من مستوى المعنوية (0.05) ولهذا لا نرفض فرضية العدم القائلة بان البيانات تتوزع وفقا للأنموذج الاحتمالي (Maxwell-Rayleigh).

وتم الحصول على نتائج حسن المطابقة بواسطة برنامج (Wolfram Mathematica 12.2) والمبين في الملحق (B).

4-2-3 معايير اختيار افضل توزيع

Criteria for choosing the best distribution

يتم اختبار افضل توزيع تمثيلا للبيانات باستعمال المعايير التي تم التطرق اليها في الفصل الثاني من الجانب النظري، وباستعمال ذات البرنامج كانت نتائج معايير المقارنة بين التوزيعات كما في الجدول (3-9).

الجدول (3-9)

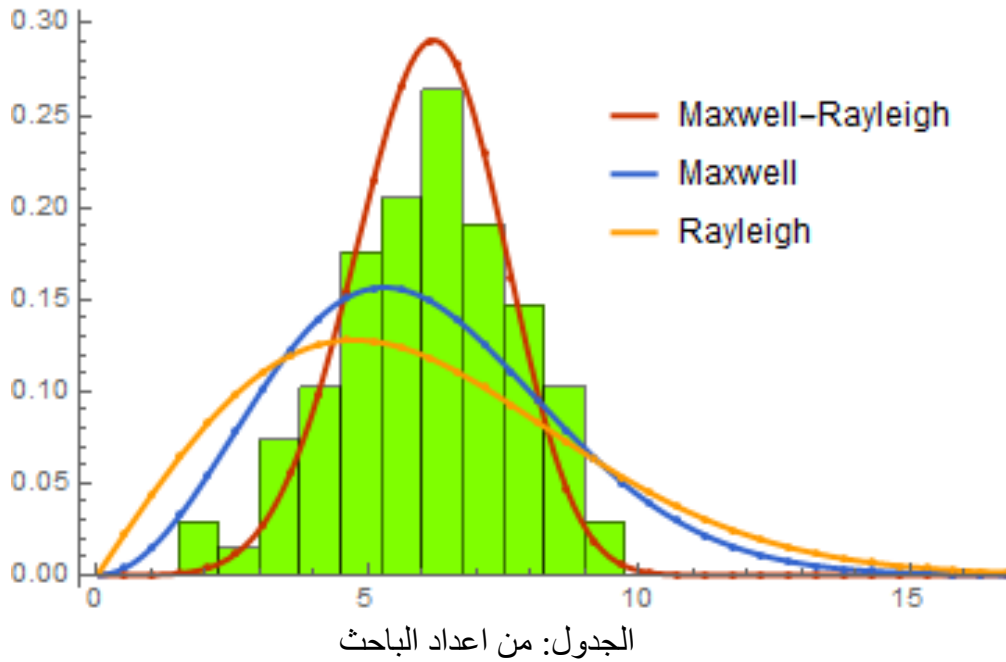
يوضح نتائج المعايير المستخدمة للمقارنة بين التوزيعات

distribution	Parameter estimation		AIC	AICc
	θ	λ		
Maxwell-Rayleigh	1.67136	4.36717	353.74	353.877
Maxwell	-	3.75131	378.096	378.141
Rayleigh	4.7443	-	406.975	407.02

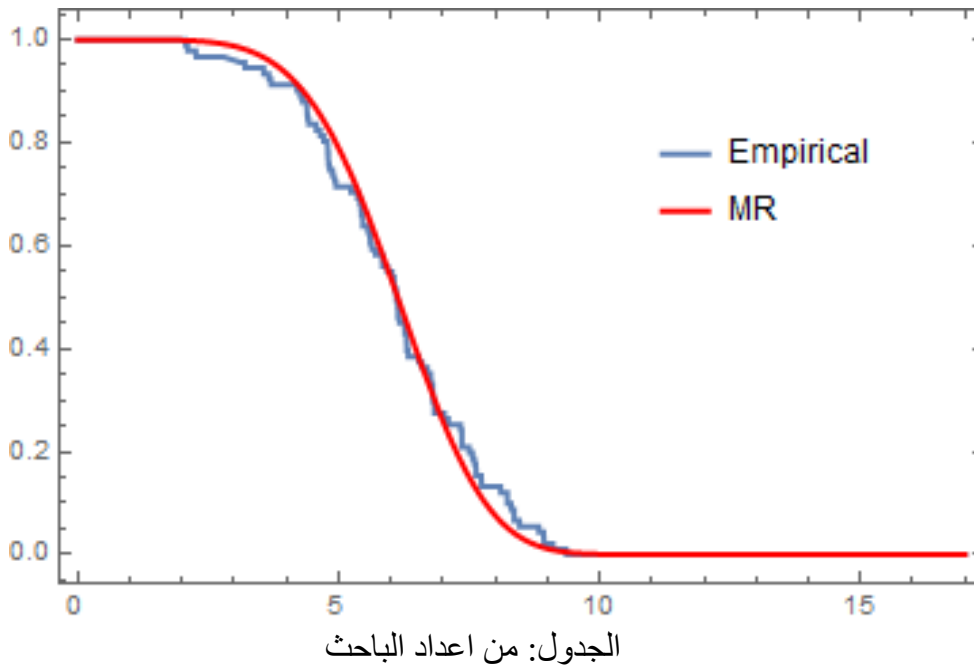
الجدول: من اعداد الباحث

يتضح من الجدول اعلاه توزيع (Maxwell-Rayleigh) يمتلك اقل قيمة بالنسبة لمعايير الاختبار السابقة وبذلك يعد هو الأنموذج الافضل في تمثيل بيانات عينة البحث.

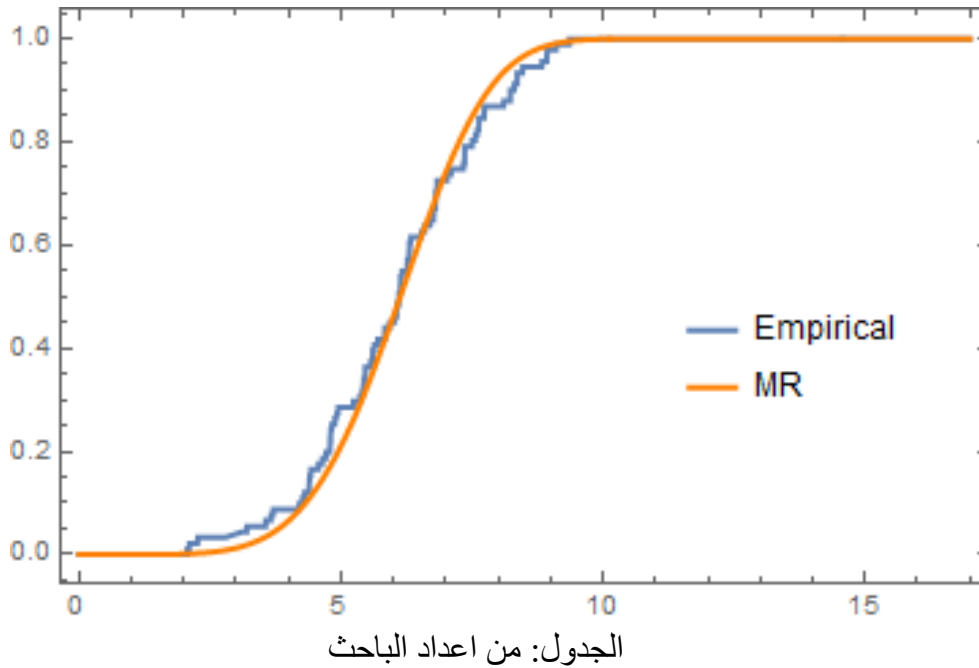
والشكل الاتي بين مدى ملائمة توزيع (Maxwell-Rayleigh) مقارنة بتوزيعي (Maxwell) ، (Rayleigh).



الشكل (3-1) يبين ملائمة الأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) للبيانات الحقيقية مقارنة بتوزيع ماكسويل (Maxwell) وتوزيع ريلي (Rayleigh)



شكل (3-2) يمثل دالة المعولية $R(t)$ للأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية



شكل (3-3) يمثل دالة (c.d.f) للأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية

5-2-3 تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية

بعد ان تبين من القسم التجريبي افضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة في تقدير دالة المعولية لتوزيع (Maxwell-Rayleigh) تم استعمالها في تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية وباستعمال برنامج (Wolfram Mathematica) تم الحصول على قيم مقدرات دالة المعولية للبيانات كما في الجدول (3-10) الاتي :-

الجدول (3-10)

يمثل قيم مقدرات دالة المعولية والدالة التوزيعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية

i	ti	R(t)	F(t)	h(t)
1	2.06	0.998614	0.001386	0.004019
2	2.1	0.998445	0.001555	0.00442
3	2.26	0.997593	0.002407	0.006351
4	3.1	0.984489	0.015511	0.029557
5	3.2	0.981351	0.018649	0.03439
6	3.56	0.965611	0.034389	0.056835
7	3.66	0.95977	0.04023	0.064646
8	3.7	0.957228	0.042772	0.067981
9	4.2	0.913896	0.086104	0.120951
10	4.26	0.907075	0.092925	0.128836
11	4.3	0.902315	0.097685	0.13429
12	4.36	0.890965	0.109035	0.147147
13	4.35	0.890965	0.109035	0.147147
14	4.4	0.889648	0.110352	0.148626
15	4.42	0.886981	0.113019	0.151616
16	4.57	0.865519	0.134481	0.175377
17	4.64	0.854604	0.145396	0.187292
18	4.71	0.843108	0.156892	0.199748
19	4.78	0.831026	0.168974	0.212753
20	4.79	0.829252	0.170748	0.214656
21	4.8	0.827466	0.172534	0.216571
22	4.8	0.827466	0.172534	0.216571
23	4.82	0.823858	0.176142	0.220435
24	4.88	0.812745	0.187255	0.232304
25	4.9	0.808945	0.191055	0.236353
26	4.94	0.801202	0.198798	0.244593
27	5.23	0.73947	0.26053	0.310077
28	5.36	0.708761	0.291239	0.342805
29	5.4	0.698963	0.301037	0.353306
30	5.43	0.691511	0.308489	0.361316
31	5.43	0.691511	0.308489	0.361316
32	5.46	0.683972	0.316028	0.369443
33	5.46	0.683972	0.316028	0.369443
34	5.56	0.658252	0.341748	0.397373

35	5.6	0.647722	0.352278	0.408912
36	5.6	0.647722	0.352278	0.408912
37	5.63	0.639741	0.360259	0.417704
38	5.7	0.620853	0.379147	0.438683
39	5.83	0.584902	0.415098	0.479385
40	5.83	0.584902	0.415098	0.479385
41	5.93	0.556615	0.443385	0.512252
42	6.02	0.530805	0.469195	0.543006
43	6.06	0.519255	0.480745	0.557034
44	6.06	0.519255	0.480745	0.557034
45	6.1	0.507669	0.492331	0.571285
46	6.1	0.507669	0.492331	0.571285
47	6.13	0.498961	0.501039	0.58212
48	6.13	0.498961	0.501039	0.58212
49	6.13	0.498961	0.501039	0.58212
50	6.16	0.490243	0.509757	0.593082
51	6.26	0.461154	0.538846	0.630536
52	6.26	0.461154	0.538846	0.630536
53	6.3	0.44953	0.55047	0.645915
54	6.3	0.44953	0.55047	0.645915
55	6.3	0.44953	0.55047	0.645915
56	6.33	0.440826	0.559174	0.657599
57	6.53	0.383411	0.616589	0.738804
58	6.6	0.363708	0.636292	0.768599
59	6.7	0.336068	0.663932	0.812414
60	6.76	0.319821	0.680179	0.839414
61	6.76	0.319821	0.680179	0.839414
62	6.8	0.309148	0.690852	0.857712
63	6.8	0.309148	0.690852	0.857712
64	6.8	0.309148	0.690852	0.857712
65	6.83	0.301232	0.698768	0.871593
66	6.83	0.301232	0.698768	0.871593
67	7.02	0.253082	0.746918	0.962656
68	7.1	0.23395	0.76605	1.00264
69	7.33	0.183241	0.816759	1.12312
70	7.36	0.177127	0.822873	1.13944
71	7.36	0.177127	0.822873	1.13944
72	7.36	0.177127	0.822873	1.13944
73	7.5	0.150192	0.849808	1.21749
74	7.56	0.139468	0.860532	1.2519

75	7.6	0.132595	0.867405	1.27516
76	7.63	0.127584	0.872416	1.29277
77	7.63	0.127584	0.872416	1.29277
78	7.73	0.111779	0.888221	1.35254
79	7.73	0.111779	0.888221	1.35254
80	8.1	0.0649251	0.935075	1.58796
81	8.23	0.0525151	0.947485	1.67612
82	8.23	0.0525151	0.947485	1.67612
83	8.3	0.046622	0.953378	1.72479
84	8.36	0.0419852	0.958015	1.76717
85	8.36	0.0419852	0.958015	1.76717
86	8.46	0.0350583	0.964942	1.8392
87	8.83	0.0168631	0.983137	2.12101
88	8.93	0.0135858	0.986414	2.20139
89	8.93	0.0135858	0.986414	2.20139
90	9.1	0.00923397	0.990766	2.34223
91	9.36	0.00487845	0.995122	2.56806
sum	550.16	46.1216	44.8784	65.9388
mean	6.04571	0.50683	0.49317	0.7246

الجدول: من اعداد الباحث

يتبين من الجدول اعلاه:-

- 1- ان دالة المعولية $R(t)$ متناقصة بزيادة الزمن (اي تتناسب عكسيا مع الزمن) وهذا يتناسب مع السلوك الاحصائي لهذه الدالة، وان متوسط قيمها يبلغ (0.50683) اي بنسبة (51%) نعول على المكائن لكل ستة اشهر تقريبا.
- 2- قيمة دالة الكثافة التجميعية $F(t)$ للفشل (اللامعولية) متزايدة مع الزمن (اي تتناسب طرديا مع الزمن) وهذا ما يتناسب مع السلوك الاحصائي لهذه الدالة وان متوسط قيمها يبلغ (0.49317) اي بنسبة (49%) عدم تعويل بالأجهزة لكل ستة اشهر تقريبا.
- 3- دالة المخاطرة تتناسب طرديا مع الزمن، حيث كلما زادت مدة اشتغال الجهاز واستعماله كلما زاد احتمال العطل، وهذا يتناسب مع الخصائص النظرية لهذه الدالة.
- 4- ان مجموع قيم دالة المعولية ودالة التجميعية يساوي واحد اي ان احدهما متمم للآخر.
- 5- ان متوسط اوقات الاشتغال لحين العطل يبلغ (6.04571).



الفصل الرابع
الاستنتاجات والتوصيات

الفصل الرابع

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات

1- اظهر الجانب التجريبي وبالاعتماد على المعيارين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لتقدير المعلمات، ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي بالنسبة لمقدرات المعولية

- ان طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) حققت المرتبة الاولى في الافضلية عند حساب مقدرات المعلمات ودالة المعولية عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة (25،50،100) وفي المرتبة الثانية عند حجم العينة (150).

- ان طريقة الامكان الاعظم (MIM) حققت المرتبة الثانية في عدد مرات الافضلية عند حساب مقدرات المعلمات ودالة المعولية عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة (25،50،100) وفي المرتبة الاولى عند حجم العينة (150).

ثم تلت الطريقتين (WLS،MLM) في الافضلية طريقة المقدرات التجزئية وطريقة العزوم على التوالي.

2- في جميع طرائق التقدير نلاحظ ان كلما ازداد حجم العينة تقترب المقدرات لدالة المعولية من القيم الحقيقية لدالة المعولية المفترضة وهذا يتطابق مع النظرية الاحصائية اي كلما ازداد حجم العينة تقل قيم (MSE) لكل تجربة.

3- ان قيم دالة المعولية متناقصة مع الزمن، وقيم دالة الكثافة التجميعية تقع بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتناسب طرديا مع الزمن.

4- عن طريق نتائج الاختبار اثبت ان التوزيع المقترح هو الافضل في تمثيل البيات مقارنة مع توزيع (Maxwell) وتوزيع (Rayleigh) بالاعتماد على المعيارين (AIC,AICc).

التوصيات

- 1- استعمال طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) لتقدير المعلمات ودالة المعولية.
- 2- تطبيق الأنموذج الاحتمالي المقترح (Maxwell-Rayleigh) في جوانب علمية مثل الجانب الطبي والهندسي والصناعة.
- 3- التوسع باستعمال توزيعات ناتجة من عائلة (T-X family) وذلك لمرونتها العالية في تمثيل ووصف البيانات.
- 4- استعمال البرنامج المكتوب بلغة (Wolfram Mathematica 12.2) في الملحق (B) للدراسات التي تهتم باختبارات الحياة.
- 5- بإمكان الجهات ذات العلاقة ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة للاستفادة منها في مجال المعولية والمجالات الاخرى.
- 6- تطبيق التوزيع المقترح في دراسات تتعلق بتقدير دالة البقاء على قيد الحياة وغيرها من الدوال.
- 7- استعمال طرائق تقدير اخرى لتقدير معلمات ودالة المعولية للأنموذج الجديد المقترح ومقارنتها بالطرائق التي اعتمدت في هذه الدراسة.

المصادر

المصادر العربية

القران الكريم

- 1- الباقر، زينب محمد باقر صادق (2017)، "تقديرات دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير علوم في الاحصاء -كلية الادارة والاقتصاد-جامعة كربلاء.
- 2- البياتي، حسام نجم عبود (2002)، "مقارنة طرائق تقدير النموذج وبيبل للفشل باستعمال المحاكاة"، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
- 3- حسين، اسيل ناصر (2007) " مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع وبيبل المختلط باستعمال المحاكاة" رسالة ماجستير علوم في بحوث العمليات -كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة بغداد.
- 4- السعيد، بشير فيصل محمد حبيب (2010)، "بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير علوم في بحوث العمليات -كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة بغداد.
- 5- العامري، بهاء عبد الرزاق قاسم (2021)، "استعمال بعض التوزيعات المبتورة في بناء نظام خبير لتقدير الفترة المثلى لاستبدال المكائن والمعدات مع تطبيق عملي" اطروحة دكتوراه في الاحصاء- كلية الادارة والاقتصاد-جامعة كربلاء.
- 6- الناصر، عبد المجيد حمزة، ضافر حسين رشيد (2001)، "الاستدلال الاحصائي" مطبعة التعليم العالي، جامعة بغداد.
- 7- نصرالله، مهدي وهاب نعمة (2015) "بناء توزيع اسي - باريتو الموزون مع تطبيق عملي" اطروحة دكتوراه في الاحصاء- كلية الادارة والاقتصاد-جامعة بغداد.
- 8- هرمز، أمير حنا، (1990) " الاحصاء الرياضي " ، كتاب منهجي ، دار الكتب للطباعة والنشر، جامعة الموصل.

المصادر الاجنبية

- 9- Abu-Zinadah, H. H. (2014). Six method of estimations for the shape parameter of exponentiated Gompertz distribution. Applied Mathematical Sciences, 8(88).
- 10- Al-Aqtash, R., Lee, C., & Famoye, F. (2014). Gumbel-weibull distribution: Properties and applications. Journal of Modern applied statistical methods, 13(2), 11.
- 11- Al-Baldawi, T. H. (2015). Some Bayes Estimators for Maxwell Distribution with Conjugate Informative Priors. Al-Mustansiriyah Journal of Science, 26(1).
- 12- Aljarrah, M. A., Lee, C., & Famoye, F. (2014). On generating TX family of distributions using quantile functions. Journal of Statistical Distributions and Applications, 1(1), 1-17.
- 13- Al-Kadim, K. A., & Boshi, M. A. (2013). exponential Pareto distribution. Mathematical Theory and Modeling, 3(5), 135-146.
- 14- Salman, Shayma Ghazi (2017) "Estimating the Parameter of Maxwell-Boltzmann Distribution by Many Methods Employing Simulation" Master of Science in Mathematics-College of Science for Girls-University of Baghdad
- 15- Almheidat, M., Famoye, F., & Lee, C. (2015). Some generalized families of Weibull distribution: Properties and applications. International Journal of Statistics and Probability, 4(3), 18.
- 16- Al-Mofleh, H., Afify, A. Z., & Ibrahim, N. A. (2020). A new extended two-parameter distribution: Properties, estimation methods, and applications in medicine and geology. Mathematics, 8(9), 1578.

- 17- Alzaatreh, A., Famoye, F., & Lee, C. (2012). Gamma-Pareto distribution and its applications. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 11(1), 7.
- 18- Alzaatreh, A., Famoye, F., & Lee, C. (2013). Weibull-Pareto distribution and its applications. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 42(9), 1673-1691.
- 19- Alzaatreh, A., Famoye, F., & Lee, C. (2014). The gamma-normal distribution: Properties and applications. *Computational Statistics & Data Analysis*, 69, 67-80.
- 20- Alzaatreh, A., Lee, C., & Famoye, F. (2013). On the discrete analogues of continuous distributions. *Statistical Methodology*, 9(6), 589-603.
- 21- Alzaatreh, A., Lee, C., & Famoye, F. (2013). A new method for generating families of continuous distributions. *Metron*, 71(1), 63-79.
- 22- Anderson, D. R., Burnham, K. P., & White, G. C. (1998). Comparison of Akaike information criterion and consistent Akaike information criterion for model selection and statistical inference from capture-recapture studies. *Journal of Applied Statistics*, 25(2), 263-282.
- 23- Bekker, A. J. J. J., & Roux, J. J. J. (2005). Reliability characteristics of the Maxwell distribution: A Bayes estimation study. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 34(11), 2169-2178.
- 24- EKHOSUEHI, N., Lawrence, N. Z. E. I., & OPONE, F. (2020). A New Mixture of Exponential-Gamma Distribution. *Gazi University Journal of Science*, 33(2), 548-564.

- 25- Ekum, M. I., Adamu, M. O., & Akarawak, E. E. (2020). T-Dagum: A way of generalizing Dagum distribution using Lomax quantile function. *Journal of Probability and Statistics*, 2020
- 26- Fabozzi, F. J., Focardi, S. M., Rachev, S. T., & Arshanapalli, B. G. (2014). *The basics of financial econometrics: Tools, concepts, and asset management applications*. John Wiley & Sons.
- 27- Famoye, F. (2000). Goodness-of-fit tests for generalized logarithmic series distribution. *Computational statistics & data analysis*, 33(1), 59-67.
- 28- Gupta, R. D., & Kundu, D. (2001). Generalized exponential distribution: different method of estimations. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 69(4), 315-337.
- 29- H Abu-Moussa, M., M Abd-Elfattah, A., & H Hafez, E. (2021). Estimation of stress-strength parameter for rayleigh distribution based on progressive type-II censoring. *Information Sciences Letters*, 10(1), 12.
- 30- Handique, L., Shah, M. A. A., Mohsin, M., & Jamal, F. (2021). Properties and Applications of a New Member of the TX Family of Distributions. *Thailand Statistician*, 19(2), 248-260.
- 31- Hassan, D. S., & Zaki, L. A. H. Building Second Or der Mixed Model with Fuzzy Estimation of Hazard Rate Function
- 32- Hazra, N. K., Kundu, P., & Nanda, A. K. (2019). Some Reliability Properties of Transformed-Transformer Family of Distributions. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 38(1),44 56.
- 33- Ibeh, G. C., Ekpenyoung, E. J., Anyiam, K., & John, C. (2021). The Weibull-exponential {Rayleigh} Distribution: Theory and

- Applications. *Earthline Journal of Mathematical Sciences*, 6(1), 65-86.
- 34- Ibrahim, Ahmad Hassan Saad. (2018). " On T-X Method for Generating Families from Distributions", A Thesis Submitted to the Institute of Statistical Studies and Research, Cairo University, in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Statistics
- 35- Iriarte, Y. A., Astorga, J. M., Bolfarine, H., & Gómez, H. W. (2017). Gamma-Maxwell distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 46(9), 4264-4274.
- 36- Jamal, F., Aljarrah, M. A., Tahir, M. H., & Nasir, M. A. (2018). A new extended generalized Burr-III family of distributions. *Tbilisi Mathematical Journal*, 11(1), 59-78.
- 37- Kao, J. H. (1958). Computer methods for estimating Weibull parameters in reliability studies. *IRE Transactions on Reliability and Quality Control*, 15-22.
- 38- Kao J. H. (1959). A graphical estimation of mixed Weibull parameters in life-testing of electron tubes. *Technometrics*, 1(4), 389-407.
- 39- Krishna, H., & Malik, M. (2012). Reliability estimation in Maxwell distribution with progressively type-II censored data. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 82(4), 623-641.
- 40- Lawless J. F. (2011). *Statistical models and methods for lifetime data* (Vol. 362). John Wiley & Sons.
- 41- Nasrallah, M. W. N. (2018). Estimating parameters Gumbel Pareto Distribution. *Diyala Journal For Pure Science*, 14(02).

- 42- Oguntunde, P. E., Balogun, O. S., Okagbue, H. I., & Bishop, S. A. (2015). The Weibull-exponential distribution: Its properties and applications. *Journal of Applied Sciences*, 15(11), 1305-1311.
- 43- Osatohanmwon, P., Oyegun, F. O., & Ogbonmwon, S. M. (2019). A New Member from the T– X Family of Distributions: the Gumbel-Burr XII Distribution and Its Properties. *Sankhya A*, 81(2), 298-322.
- 44- Sharma, V. K., Bakouch, H. S., & Suthar, K. (2017). An extended Maxwell distribution: Properties and applications. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(9), 6982-7007.
- 45- Swain, J. J., Venkatraman, S., & Wilson, J. R. (1988). Least-squares estimation of distribution functions in Johnson's translation system. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 29(4),
- 46- Tahir, M. H., Cordeiro, G. M., Alzaatreh, A., Mansoor, M., & Zubair, M. (2016). The logistic-X family of distributions and its applications. *Communications in statistics-Theory and methods*, 45(24), 7326-7349.
- 47- Tahir, M. H., Cordeiro, G. M., Alzaatreh, A., Mansoor, M., & Zubair, M. (2016). A new Weibull–Pareto distribution: properties and applications. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 45(10), 3548-3567.
- 48- Zubair, M., Alzaatreh, A., Cordeiro, G. M., Tahir, M. H., & Mansoor, M. (2018). On generalized classes of exponential distribution using TX family framework. *Filomat*, 32(4), 1259-1272.
- 49- Akinsete, A., Famoye, F., & Lee, C. (2008). The beta-Pareto distribution. *Statistics*, 42(6): 547-563
- 50- Amusan, G. E. (2010). **The Beta Maxwell Distribution**. Master Thesis, College of Marshall University.

- 51- Kong, L., Lee, C., & Sepanski, J. H. (2007). On the properties of beta-gamma distribution. Journal of Modern Applied Statistical Methods, 6(1), 18.
- 52- Pal, M., Ali, M.M. and Woo, J. (2006), "Exponentiated Weibull distribution" . STATISTICA, anno LXVI, Vol. 66, No. 2, pp. 139-147.
- 53- Provost, S.B., Saboor, A., Ahmad, M. (2011). The gamma-Weibull distribution. Pak. J. Stat. 27: 111–113.
- 54- Saralees.N, Gupta .A.K, On the moments of the exponentiated Weibull distribution, Communication in Statistics—Theory and Methods 35(2005)253–256.
- 55- Wanbo Lu* and Daimin Shi ,A new compounding life distribution: the Weibull–Poisson distribution Journal of Applied Statistics Vol. 39, No. 1, January 2012, 21–38.

المواقع الإلكترونية

- 56- http://grapherhelp.goldensoftware.com/WTOPICS/WKS_Kurtosis.htm
- 57- <https://almerja.com/reading.php?idm=99684>

الملاحق

الملحق A

الجدول (A-1)

يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الأول وبحسب حجوم العينات

N	Est.Par	Mothed			
		MLE	MOM	WLS	PE
25	parameters θ	1.961620	1.955370	1.969837	1.960689
	MSE	0.009105 ²	0.061684 ⁴	0.009149 ¹	0.011466 ³
	parameters λ	2.053830	2.082470	2.052111	2.058693
	MSE	0.004739 ²	0.259208 ⁴	0.004600 ¹	0.006455 ³
	$\Sigma Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³
50	parameters θ	1.978420	1.993460	1.985850	1.982000
	MSE	0.004503 ²	0.039935 ⁴	0.004012 ¹	0.004805 ³
	parameters λ	2.038060	2.015070	2.034192	2.037207
	MSE	0.002485 ²	0.165649 ⁴	0.002026 ¹	0.002480 ³
	$\Sigma Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³
100	parameters θ	1.989650	1.969930	1.991939	1.990393
	MSE	0.001895 ²	0.026103 ⁴	0.001819 ¹	0.002135 ³
	parameters λ	2.025680	2.060430	2.023478	2.025291
	MSE	0.001031 ²	0.107733 ⁴	0.000872 ¹	0.001037 ³
	$\Sigma Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³
150	parameters θ	1.990240	1.974450	1.991881	1.990386
	MSE	0.001287 ¹	0.021298 ⁴	0.001315 ²	0.001541 ³
	parameters λ	2.021640	2.047590	2.019819	2.021085
	MSE	0.000719 ³	0.088538 ⁴	0.000611 ²	0.000706 ¹
	$\Sigma Ranks$	3 ²	8 ⁴	4 ¹	4 ^{1.5}

الملحق A

الجدول (A-2)

يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير
للأنموذج الثاني وبحسب حجوم العينات

N	Est.Par	Mothed			
		MLE	MOM	WLS	PE
25	parameters θ	1.977630	2.025690	1.985618	1.981216
	MSE	0.007721 ²	0.052807 ⁴	0.007633 ¹	0.008702 ³
	parameters λ	3.077470	2.932980	3.079051	3.082486
	MSE	0.010232 ¹	0.446052 ⁴	0.010731 ²	0.011422 ³
	$\sum Ranks$	3 ^{1.5}	8 ⁴	3 ^{1.5}	6 ³
50	parameters θ	1.982610	2.001510	1.988179	1.984581
	MSE	0.003568 ²	0.033720 ⁴	0.003296 ¹	0.004053 ³
	parameters λ	3.050350	2.996520	3.046664	3.052292
	MSE	0.003337 ¹	0.310202 ⁴	0.004290 ²	0.004478 ³
	$\sum Ranks$	3 ^{1.5}	8 ⁴	3 ^{1.5}	6 ³
100	parameters θ	1.987580	1.966100	1.989636	1.987171
	MSE	0.002186 ²	0.023862 ⁴	0.002147 ¹	0.002616 ³
	parameters λ	3.037920	3.082680	3.034934	3.039015
	MSE	0.002610 ²	0.230978 ⁴	0.002085 ¹	0.002684 ³
	$\sum Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³
150	parameters θ	1.993210	1.989220	1.996704	1.996187
	MSE	0.001026 ¹	0.013372 ⁴	0.001070 ²	0.001162 ³
	parameters λ	3.027870	3.009830	3.026505	3.028023
	MSE	0.001219 ¹	0.117727 ⁴	0.001262 ²	0.001348 ³
	$\sum Ranks$	2 ¹	8 ⁴	4 ²	6 ³

الملحق A

الجدول (A-3)

يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير
للأنموذج الثالث وبحسب حجوم العينات

n	Est.Par	Mothed			
		MLE	MOM	WLS	PE
25	parameters θ	1.967299	1.954190	1.95933	1.958196
	MSE	0.010196 ²	0.084182 ⁴	0.009914 ¹	0.012247 ³
	parameters λ	4.617177	4.743200	4.62334	4.629571
	MSE	0.025796 ²	0.744320 ⁴	0.025552 ¹	0.032108 ³
	$\Sigma Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³
50	parameters θ	1.98834	1.996260	1.985060	1.983769
	MSE	0.004066 ¹	0.035087 ⁴	0.004214 ²	0.004889 ³
	parameters λ	4.587320	4.507850	4.581619	4.587581
	MSE	0.012527 ²	0.683234 ⁴	0.011511 ¹	0.014020 ³
	$\Sigma Ranks$	3 ^{1.5}	8 ⁴	3 ^{1.5}	6 ³
100	parameters θ	1.986980	1.958580	1.987989	1.985216
	MSE	0.002113 ¹	0.029999 ⁴	0.002149 ²	0.002525 ³
	parameters λ	4.555160	4.695590	4.552940	4.557690
	MSE	0.005695 ²	0.622329 ⁴	0.004594 ¹	0.005771 ³
	$\Sigma Ranks$	3 ^{1.5}	8 ⁴	3 ^{1.5}	6 ³
150	parameters θ	1.988670	1.987740	1.991221	1.990302
	MSE	0.001593 ²	0.025941 ⁴	0.001484 ¹	0.001672 ³
	parameters λ	4.552550	4.561630	4.546815	4.549492
	MSE	0.004117 ²	0.532213 ⁴	0.003498 ¹	0.003979 ³
	$\Sigma Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³

الملحق A

الجدول (A-4)

يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الرابع وبحسب حجوم العينات

n	Est.Par	Mothed			
		MLE	MOM	WLS	PE
25	parameters θ	3.443030	3.492860	3.456420	3.445548
	MSE	0.024940 ²	0.172107 ⁴	0.022846 ¹	0.026984 ³
	parameters λ	2.051650	2.003280	2.049465	2.053885
	MSE	0.004119 ¹	0.215311 ⁴	0.004328 ²	0.004991 ³
	$\Sigma Ranks$	3 ^{1.5}	8 ⁴	3 ^{1.5}	6 ³
50	parameters θ	3.468590	3.459110	3.478218	3.473307
	MSE	0.012844 ²	0.136231 ⁴	0.012675 ¹	0.015192 ³
	parameters λ	2.039030	2.047410	2.037400	2.040157
	MSE	0.002346 ²	0.176429 ⁴	0.002269 ¹	0.002857 ³
	$\Sigma Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³
100	parameters θ	3.469130	3.426810	3.469852	3.463794
	MSE	0.006782 ¹	0.104671 ⁴	0.007197 ²	0.008551 ³
	parameters λ	2.025200	2.080910	2.023364	2.025674
	MSE	0.001050 ²	0.135820 ⁴	0.000901 ¹	0.001168 ³
	$\Sigma Ranks$	3 ^{1.5}	8 ⁴	3 ^{1.5}	6 ³
150	parameters θ	3.485210	3.456700	3.486952	3.484157
	MSE	0.003912 ¹	0.064552 ⁴	0.004258 ²	0.005114 ³
	parameters λ	2.020175	2.047490	2.02044	2.021830
	MSE	0.000676 ¹	0.084491 ⁴	0.000678 ²	0.000796 ³
	$\Sigma Ranks$	2 ¹	8 ⁴	4 ²	6 ³

الملحق A

الجدول (A-5)

يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير
للأنموذج الخامس وبحسب حجوم العينات.

n	Est.Par	Mothed			
		MLE	MOM	WLS	PE
25	parameters θ	3.450110	3.540230	3.457604	3.445127
	MSE	0.025984 ²	0.165067 ⁴	0.025322 ¹	0.031449 ³
	parameters λ	3.076264	2.927550	3.077210	3.082921
	MSE	0.009979 ¹	0.495739 ⁴	0.010116 ²	0.012614 ³
	$\sum Ranks$	3 ^{1.5}	8 ⁴	3 ^{1.5}	6 ³
50	parameters θ	3.464680	3.535530	3.472691	3.465075
	MSE	0.014949 ¹	0.123066 ⁴	0.015095 ²	0.016970 ³
	parameters λ	3.059200	2.935910	3.055418	3.061048
	MSE	0.005405 ¹	0.349439 ⁴	0.005683 ²	0.006659 ³
	$\sum Ranks$	2 ¹	8 ⁴	4 ²	6 ³
100	parameters θ	3.478300	3.448600	3.484259	3.480618
	MSE	0.005381 ²	0.081836 ⁴	0.005058 ¹	0.005951 ³
	parameters λ	3.034350	3.091530	3.031939	3.034787
	MSE	0.002022 ²	0.236963 ⁴	0.001678 ¹	0.002021 ³
	$\sum Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³
150	parameters θ	3.482090	3.522360	3.484344	3.481559
	MSE	0.00315 ¹	0.073515 ⁴	0.003510 ²	0.004168 ³
	parameters λ	3.025447	2.967400	3.02519	3.027606
	MSE	0.001058 ¹	0.204481 ⁴	0.001083 ²	0.001292 ³
	$\sum Ranks$	2 ¹	8 ⁴	4 ²	6 ³

الملحق A

الجدول (A-6)

يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير
للأنموذج السادس وبحسب حجوم العينات

n	Est.Par	Mothed			
		MLE	MOM	WLS	PE
25	parameters θ	3.462620	3.572170	3.473498	3.459802
	MSE	0.023816 ²	0.143859 ⁴	0.022966 ¹	0.028097 ³
	parameters λ	4.616360	4.294250	4.616097	4.627714
	MSE	0.022543 ¹	0.928773 ⁴	0.023044 ²	0.029445 ³
	$\sum Ranks$	3 ^{1.5}	8 ⁴	3 ^{1.5}	6 ³
50	parameters θ	3.472030	3.552190	3.479032	3.471256
	MSE	0.012055 ²	0.098571 ⁴	0.011962 ¹	0.014490 ³
	parameters λ	4.581590	4.344480	4.578127	4.584259
	MSE	0.011070 ²	0.616785 ⁴	0.010051 ¹	0.013092 ³
	$\sum Ranks$	4 ²	8 ⁴	2 ¹	6 ³
100	parameters θ	3.477740	3.542850	3.479105	3.475344
	MSE	0.005859 ¹	0.076160 ⁴	0.006156 ²	0.007345 ³
	parameters λ	4.554380	4.367980	4.552120	4.556745
	MSE	0.004350 ¹	0.488780 ⁴	0.004521 ²	0.005443 ³
	$\sum Ranks$	2 ¹	8 ⁴	4 ²	6 ³
150	parameters θ	3.484530	3.505660	3.486448	3.484144
	MSE	0.003359 ¹	0.057959 ⁴	0.003361 ²	0.003908 ³
	parameters λ	4.541190	4.470500	4.539339	4.542524
	MSE	0.002462 ¹	0.368481 ⁴	0.002495 ²	0.002868 ³
	$\sum Ranks$	2 ¹	8 ⁴	4 ²	6 ³

الملحق A

الجدول (A-7)

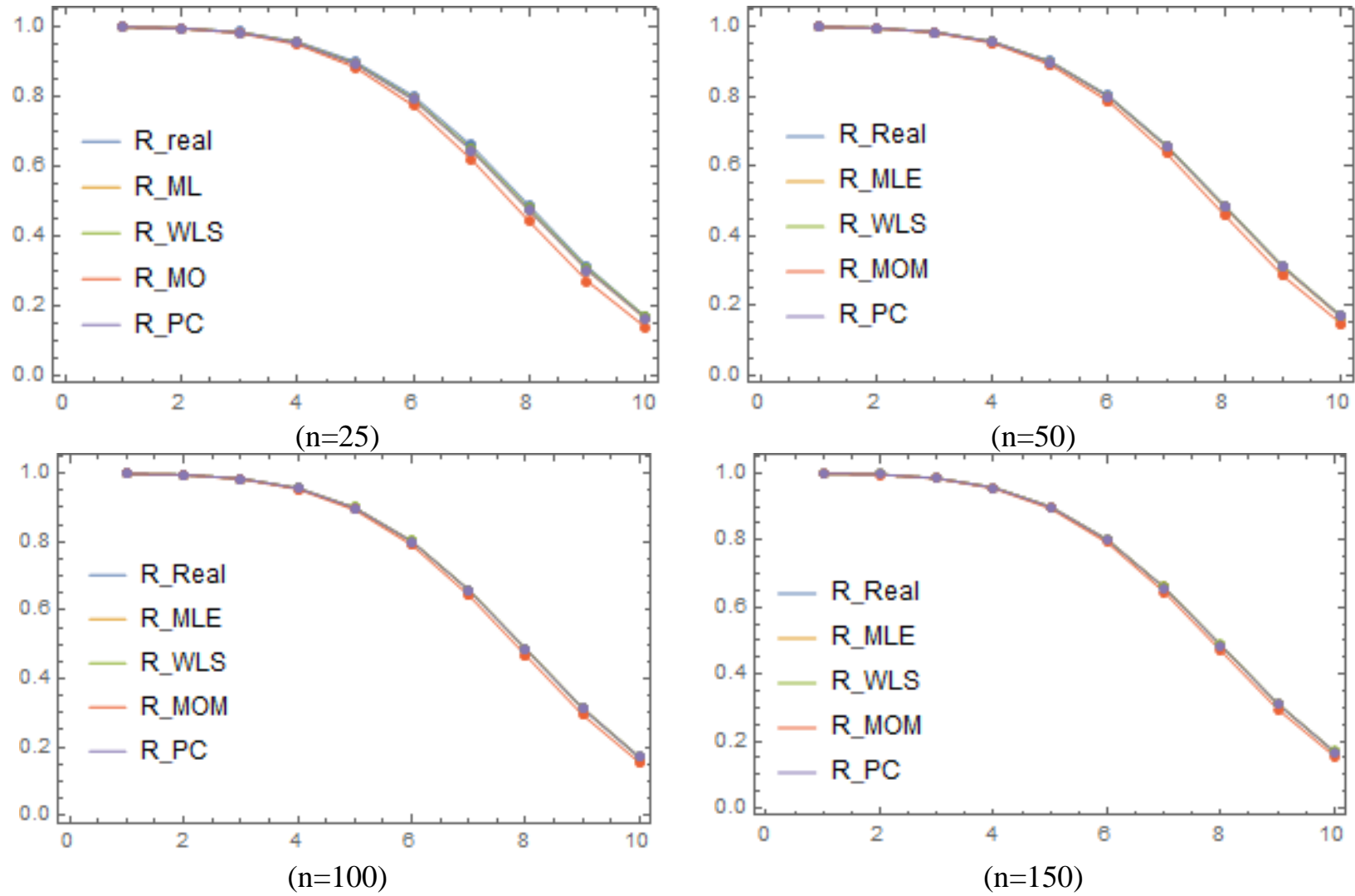
يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ (IMSE) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الاول وحسب حجوم العينات

n	Model 1									
	t	R_real	R_ml	MSE	R_mo	MSE	R_WLS	MSE	R_PS	MSE
25	1.5	9.99E-01	9.99E-01	4.04E-08	9.99E-01	8.05E-08	9.99E-01	4.58E-08	9.99E-01	5.30E-08
	2	9.96E-01	9.96E-01	1.21E-06	9.95E-01	2.39E-06	9.96E-01	1.38E-06	9.96E-01	1.59E-06
	2.5	9.85E-01	9.84E-01	1.60E-05	9.82E-01	3.04E-05	9.84E-01	8.11E-06	9.84E-01	2.09E-05
	3	9.57E-01	9.54E-01	1.18E-04	9.49E-01	2.14E-04	9.55E-01	1.34E-04	9.54E-01	1.55E-04
	3.5	9.00E-01	8.94E-01	5.56E-04	8.84E-01	9.29E-04	8.95E-01	6.33E-04	8.93E-01	6.03E-04
	4	8.01E-01	7.91E-01	2.74E-03	7.73E-01	2.62E-03	7.94E-01	1.99E-03	7.91E-01	2.02E-03
	4.5	6.59E-01	6.45E-01	3.69E-03	6.20E-01	4.88E-03	6.50E-01	4.23E-03	6.45E-01	4.10E-03
	5	4.86E-01	4.72E-01	5.23E-03	4.41E-01	5.99E-03	4.78E-01	6.07E-03	4.72E-01	6.15E-03
	5.5	3.11E-01	3.00E-01	4.89E-03	2.70E-01	4.75E-03	3.07E-01	1.79E-03	3.01E-01	5.17E-03
	6	1.67E-01	1.62E-01	2.94E-03	1.37E-01	2.34E-03	1.68E-01	3.61E-03	1.64E-01	3.43E-03
IMSE			2.02E-03 ²		2.18E-03 ⁴		1.85E-03 ¹		2.17E-03 ³	
50	1.5	0.999265	0.999244	1.859E-08	0.999189	2.12742E-08	0.999256	1.97638E-08	0.999249	2.20218E-08
	2	0.995921	0.995809	5.608E-07	0.995506	6.38938E-07	0.995873	5.96446E-07	0.995836	6.64118E-07
	2.5	0.984854	0.984453	7.418E-06	0.983347	8.37013E-06	0.984685	7.89375E-06	0.98455	8.77634E-06
	3	0.956914	0.955848	5.562E-05	0.952808	6.16573E-05	0.956488	5.92487E-05	0.956121	0.000065698
	3.5	0.899588	0.897373	2.661E-04	0.890685	0.000286429	0.898794	0.000284003	0.898	0.000313571
	4	0.801252	0.797608	8.560E-04	0.785508	0.000879727	0.800208	0.000916247	0.798808	0.00100525
	4.5	0.658980	0.654305	1.879E-03	0.636156	0.00180304	0.658264	0.00202189	0.656244	0.00219905
	5	0.485973	0.481535	2.798E-03	0.459027	0.00243066	0.486533	0.0030355	0.484161	0.00326465
	5.5	0.311232	0.308553	3.771E-03	0.285712	0.002091	0.313728	0.00304425	0.311491	0.00323017
	6	0.167277	0.166972	1.777E-03	0.148292	0.00110135	0.171289	0.00198752	0.16963	0.00207728
			1.141E-03 ²		8.663E-04 ⁴		1.136E-03 ¹		1.217E-03 ³	

الملحق A

100	1.5	0.999265	0.999264	8.047E-09	0.999217	9.66128E-09	0.999266	6.7083E-09	0.999264	9.60311E-09
	2	0.995921	0.995915	2.432E-07	0.995658	1.29062E-06	0.995927	2.6212E-07	0.995915	2.90256E-07
	2.5	0.984854	0.984834	3.229E-06	0.983899	3.81983E-06	0.984879	1.28131E-06	0.984835	3.8537E-06
	3	0.956914	0.956877	2.436E-05	0.954305	2.83074E-05	0.957001	1.62917E-05	0.956882	2.90868E-05
	3.5	0.899588	0.899566	1.177E-04	0.893908	0.00013279	0.899845	0.000127234	0.89959	0.000140627
	4	0.801252	0.801376	3.839E-04	0.791141	0.000413858	0.801896	0.00021589	0.801451	0.000459044
	4.5	0.658980	0.659523	8.575E-04	0.644186	0.000865894	0.660334	0.000832408	0.659707	0.00102732
	5	0.485973	0.487258	1.301E-03	0.468294	0.00119984	0.488314	0.00142244	0.487607	0.00156394
	5.5	0.311232	0.313350	1.309E-03	0.29423	0.00106877	0.314489	0.00114239	0.313868	0.00158246
6	0.167277	0.169839	8.423E-04	0.154394	0.000587087	0.170836	0.000919548	0.170432	0.00102905	
IMSE				4.839E-04 ³		4.302E-04 ¹		4.678E-04 ²		5.836E-04 ⁴
150	1.5	0.999265	0.999262	5.473E-09	0.999222	6.47077E-09	0.999264	6.14161E-09	0.999261	6.77557E-09
	2	0.995921	0.995909	1.655E-07	0.995689	1.94897E-07	0.995915	1.85728E-07	0.995902	2.04873E-07
	2.5	0.984854	0.984811	2.199E-06	0.98401	2.56854E-06	0.984835	2.46855E-06	0.984786	2.72227E-06
	3	0.956914	0.956808	1.663E-05	0.954605	1.91267E-05	0.956874	1.86676E-05	0.956741	2.05763E-05
	3.5	0.899588	0.899397	8.059E-05	0.894547	9.04261E-05	0.899547	9.05225E-05	0.899257	9.97025E-05
	4	0.801252	0.801017	2.640E-04	0.792242	0.000285121	0.801303	0.000296737	0.800792	0.000326474
	4.5	0.658980	0.658875	5.933E-04	0.645722	0.000606283	0.659334	0.000667641	0.658595	0.000733519
	5	0.485973	0.486267	9.070E-04	0.47001	0.000858154	0.486888	0.00102245	0.486022	0.00112156
	5.5	0.311232	0.312103	9.203E-04	0.295733	0.000784845	0.312801	0.00004016	0.311992	0.0011394
6	0.167277	0.168582	5.977E-04	0.155399	0.000444719	0.169219	0.000678355	0.168637	0.000742772	
IMSE				3.382E-04 ³		3.091E-04 ²		2.817E-04 ¹		4.187E-04 ⁴

الملحق A



شكل (A-1) يوضح دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الاول

الملحق A

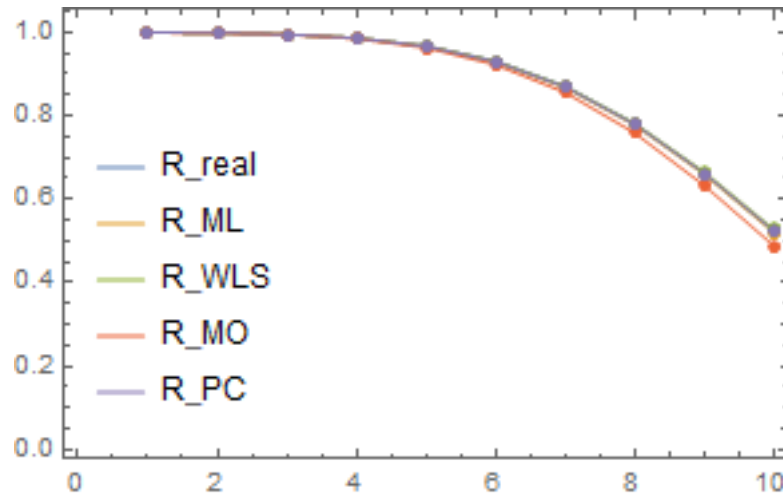
الجدول (A-8)
يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ (IMSE) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الثاني وحسب حجوم العينات

n	Model 2									
	t	R_REAL	R_MLM	MSE	R_MOM	MSE	R_WLS	MSE	R_PC	MSE
25	1.5	0.999781	0.999776	2.93014E-09	0.999752	3.81905E-09	0.99978	3.45609E-09	0.999777	3.84003E-09
	2	0.998779	0.998747	9.06532E-08	0.998614	2.02312E-07	0.998771	1.06924E-07	0.998756	1.18738E-07
	2.5	0.995397	0.995281	1.26422E-06	0.994784	3.41593E-06	0.995371	1.4911E-06	0.995314	1.65396E-06
	3	0.986552	0.986226	1.04335E-05	0.984795	1.15253E-05	0.986488	1.23058E-05	0.986323	1.36217E-05
	3.5	0.967273	0.966536	5.84289E-05	0.963141	6.31085E-05	0.967166	0.000068915	0.966778	7.60295E-05
	4	0.930916	0.929533	0.000238879	0.922635	0.000349421	0.930835	0.000281789	0.930059	0.000309325
	4.5	0.870398	0.868242	0.000741159	0.856009	0.000737547	0.870605	0.000774671	0.869261	0.000953401
	5	0.78068	0.777951	0.00177748	0.758828	0.00395716	0.781757	0.00209984	0.779722	0.00226752
	5.5	0.661966	0.659382	0.00331352	0.632945	0.00283592	0.664838	0.00292282	0.662141	0.00418628
6	0.522167	0.520881	0.00478965	0.488601	0.00367183	0.527827	0.00469285	0.524708	0.00598942	
IMSE			0.001093091 ²		0.001163013 ³		0.001085479 ¹		0.001379737 ⁴	
50	1.5	0.999781	0.999777	1.28218E-09	0.999762	1.41133E-09	0.99978	1.39472E-09	0.999778	1.58239E-09
	2	0.998779	0.998757	3.96874E-08	0.998669	4.3613E-08	0.998772	3.11751E-08	0.998763	4.89748E-08
	2.5	0.995397	0.995316	5.54023E-07	0.994987	1.60671E-06	0.995371	6.02832E-07	0.995337	6.83525E-07
	3	0.986552	0.986322	4.58042E-06	0.985376	4.98418E-05	0.986481	4.9858E-06	0.986384	5.64891E-06
	3.5	0.967273	0.966745	2.57218E-05	0.964499	2.76959E-05	0.967123	2.80157E-05	0.966894	1.17025E-05
	4	0.930916	0.929893	0.000105568	0.92533	0.000211833	0.930667	0.000105097	0.930209	0.000129999
	4.5	0.870398	0.868716	0.000329137	0.860628	0.000440392	0.870101	0.000359382	0.869306	0.000304826
	5	0.78068	0.778338	0.000793487	0.765713	0.000793075	0.780525	0.000868325	0.779324	0.000874547
	5.5	0.661966	0.659264	0.00148545	0.641871	0.00191614	0.662327	0.00123077	0.660741	0.00152152
6	0.522167	0.51972	0.00214863	0.498618	0.00192104	0.52351	0.00216958	0.521696	0.00243089	
IMSE			0.000489317 ²		0.000536167 ⁴		0.000476679 ¹		0.000527987 ³	

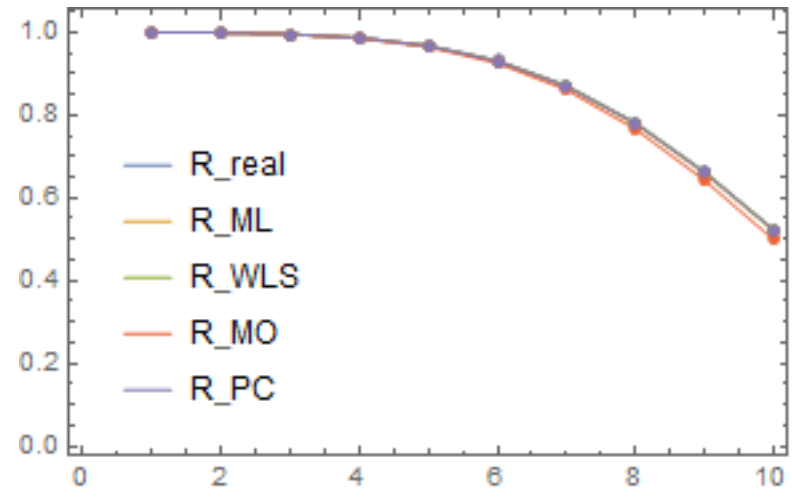
الملحق A

100	1.5	0.999781	0.999779	7.8577E-10	0.999764	9.23652E-10	0.99978	8.9567E-10	0.999779	1.00665E-09
	2	0.998779	0.998768	2.43191E-08	0.998682	2.85442E-08	0.99877	2.77237E-08	0.998765	3.11581E-08
	2.5	0.995397	0.995356	3.39401E-07	0.995036	3.97124E-07	0.995366	3.8701E-07	0.995344	4.34927E-07
	3	0.986552	0.986437	2.80471E-06	0.985515	3.2631E-06	0.986465	3.19956E-06	0.986402	3.59532E-06
	3.5	0.967273	0.96701	1.57378E-05	0.964823	1.81388E-05	0.967078	1.79666E-05	0.96693	2.01853E-05
	4	0.930916	0.930412	6.45123E-05	0.92597	7.32873E-05	0.930555	7.37315E-05	0.930259	8.28144E-05
	4.5	0.870398	0.869584	0.000200757	0.861717	0.000333296	0.86985	0.000219824	0.869336	0.000258036
	5	0.78068	0.779582	0.000482642	0.767313	0.000581113	0.780021	0.000383794	0.779243	0.000521448
	5.5	0.661966	0.660772	0.00089982	0.643898	0.00095297	0.661425	0.00103572	0.660398	0.00116146
6	0.522167	0.521221	0.00129362	0.500805	0.00129083	0.522087	0.00149529	0.520913	0.00167544	
IMSE				0.000296026 ¹		0.000325332 ³		0.000322994 ²		0.000372345 ⁴
150	1.5	0.999781	0.999782	4.14869E-10	0.999769	4.20702E-10	0.999784	4.6336E-10	0.999784	5.02346E-10
	2	0.998779	0.998782	1.285E-08	0.998711	1.301E-08	0.998792	1.4355E-08	0.998791	1.55624E-08
	2.5	0.995397	0.995407	1.79631E-07	0.995145	1.81259E-07	0.995446	2.00759E-07	0.995444	2.17633E-07
	3	0.986552	0.986582	1.48884E-06	0.985826	1.49319E-06	0.986694	1.66531E-06	0.986686	1.80509E-06
	3.5	0.967273	0.96735	8.39476E-06	0.965555	8.33509E-06	0.967616	9.40239E-06	0.9676	0.00001019
	4	0.930916	0.93109	3.46643E-05	0.927439	3.38908E-05	0.931632	3.89056E-05	0.9316	4.21546E-05
	4.5	0.870398	0.87075	0.000108999	0.864274	0.000204198	0.871717	0.000122707	0.871664	0.000132912
	5	0.78068	0.781324	0.000265744	0.771207	0.000246174	0.782846	0.000300442	0.782772	0.000325301
	5.5	0.661966	0.663029	0.00050447	0.649081	0.000697837	0.665149	0.000573666	0.665064	0.000480862
6	0.522167	0.523734	0.000741584	0.506812	0.000822347	0.52634	0.000849876	0.526263	0.000919412	
IMSE				0.000166554 ¹		0.000201447 ⁴		0.000189688 ²		0.000191287 ³

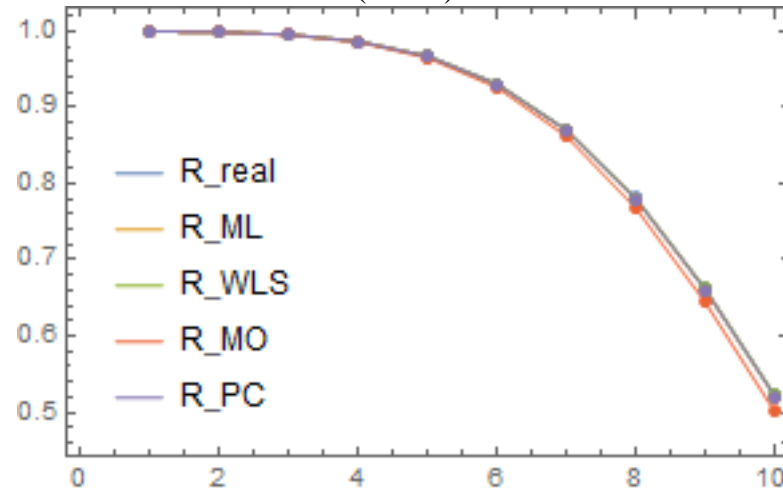
الملحق A



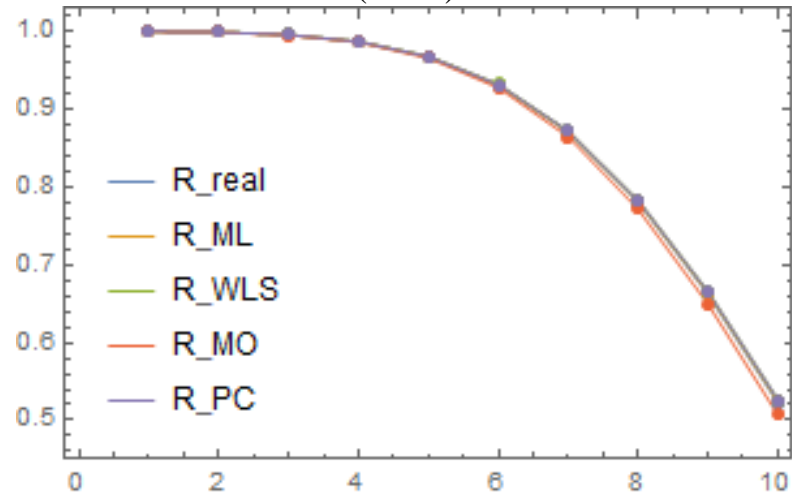
(n=25)



(n=50)



(n=100)



(n=150)

شكل (A-2) يوضح دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الثاني

الملحق A

الجدول (A-9)

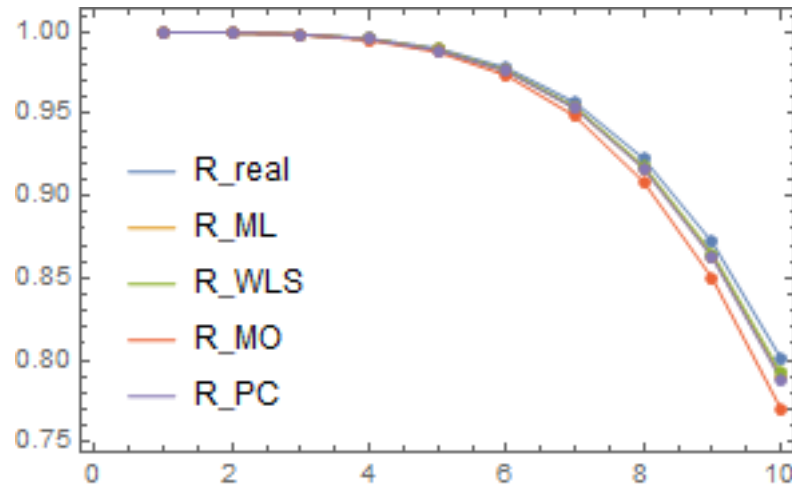
يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ (IMSE) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الثالث وحسب حجوم العينات

n	Model 3									
	t	R_REAL	R_MLM	MSE	R_MOM	MSE	R-WLS	MSE	R_PC	MSE
25	1.5	0.999935	0.99993	3.5877E-10	0.999921	7.58071E-10	0.999931	4.26952E-10	0.999929	5.06098E-10
	2	0.999637	0.999606	1.12177E-08	0.999559	2.36636E-08	0.999611	1.33458E-08	0.999602	1.58144E-08
	2.5	0.998621	0.998505	1.59961E-07	0.998327	3.3627E-07	0.998525	1.90198E-07	0.998489	2.25219E-07
	3	0.995921	0.995583	1.37461E-06	0.995063	2.87156E-06	0.995641	1.63275E-06	0.995538	1.93088E-06
	3.5	0.989878	0.989054	8.22633E-06	0.987784	1.70074E-05	0.989198	9.75458E-06	0.988945	1.15112E-05
	4	0.977987	0.976248	3.72202E-05	0.973554	7.57361E-05	0.976561	4.40218E-05	0.976025	5.17822E-05
	4.5	0.956914	0.953656	0.00023369	0.94857	0.000265818	0.954266	0.000157547	0.953254	0.000184466
	5	0.922773	0.917284	0.000392498	0.908613	0.000755674	0.918367	0.000460289	0.916642	0.000535538
	5.5	0.871776	0.863405	0.000957817	0.849946	0.00176574	0.865174	0.00111626	0.8625	0.001288
6	0.801252	0.789676	0.00245949	0.770569	0.00341249	0.792347	0.00226635	0.78856	0.0025876	
IMSE				0.000409049 ²		0.00062957 ⁴		0.000405606 ¹		0.000466107 ³
50	1.5	0.999935	0.999935	1.45482E-10	0.999929	1.83773E-10	0.999935	1.57965E-10	0.999934	1.72612E-10
	2	0.999637	0.999634	4.553E-09	0.9996	5.74174E-09	0.999635	4.94362E-09	0.999631	5.40124E-09
	2.5	0.998621	0.99861	6.50518E-08	0.998484	8.1747E-08	0.998617	7.06308E-08	0.998601	7.71457E-08
	3	0.995921	0.995891	5.61006E-07	0.995521	7.0048E-07	0.99591	6.09089E-07	0.995864	6.64904E-07
	3.5	0.989878	0.989807	3.37691E-06	0.988897	4.17232E-06	0.989854	3.66605E-06	0.989739	3.99838E-06
	4	0.977987	0.977845	1.54147E-05	0.975901	0.000018742	0.977947	1.67327E-05	0.977702	1.82243E-05
	4.5	0.956914	0.95667	5.60763E-05	0.952962	6.66168E-05	0.956867	6.08618E-05	0.956402	6.61546E-05
	5	0.922773	0.922416	0.00019753	0.916002	0.000192743	0.922763	0.000181796	0.921964	0.000197058
5.5	0.871776	0.871352	0.000418328	0.861207	0.000461163	0.871914	0.000353874	0.87066	0.000490154	

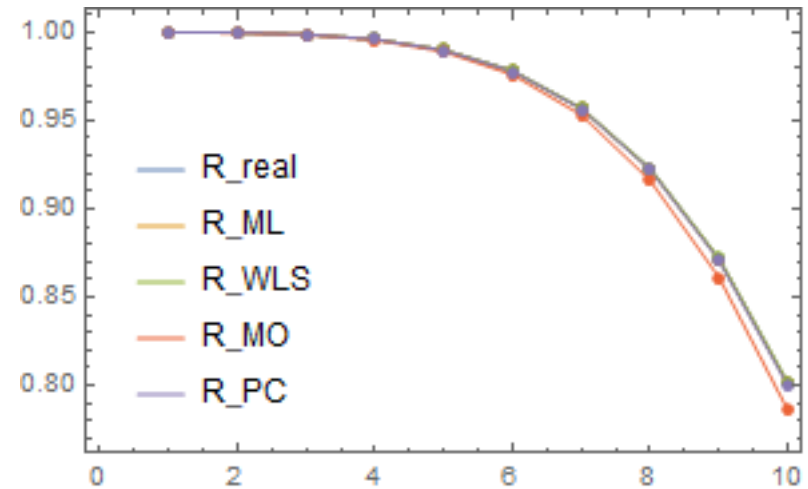
الملحق A

	6	0.801252	0.800903	0.000881167	0.78616	0.000919239	0.801744	0.00095594	0.799942	0.00102739
IMSE				0.000157252 ¹		0.000166346 ³		0.000157356 ²		0.000180373 ⁴
100	1.5	0.999935	0.999934	6.61222E-11	0.999931	7.23083E-11	0.999934	7.68599E-11	0.999934	8.34842E-11
	2	0.999637	0.999632	2.0691E-09	0.999612	2.26154E-09	0.999632	2.40515E-09	0.99963	2.61234E-09
	2.5	0.998621	0.998605	2.95546E-08	0.998528	3.22692E-08	0.998605	3.43562E-08	0.998597	3.73125E-08
	3	0.995921	0.995875	2.5475E-07	0.995649	2.77615E-07	0.995876	2.96163E-07	0.995852	3.21596E-07
	3.5	0.989878	0.989765	1.53215E-06	0.989211	1.66437E-06	0.989769	1.78146E-06	0.989708	1.93393E-06
	4	0.977987	0.97775	6.98455E-06	0.976566	7.55026E-06	0.97776	8.12272E-06	0.97763	8.81438E-06
	4.5	0.956914	0.956475	2.53572E-05	0.954213	2.72157E-05	0.956494	2.94982E-05	0.956247	3.19914E-05
	5	0.922773	0.922041	7.55289E-05	0.918126	8.02536E-05	0.92208	8.79004E-05	0.921655	9.52526E-05
	5.5	0.871776	0.870681	0.000187776	0.864481	0.000196807	0.870753	0.00018661	0.870086	0.000236693
6	0.801252	0.799779	0.000393052	0.790761	0.000404509	0.799903	0.000258057	0.798944	0.000495133	
IMSE				6.90517E-05 ²		7.18312E-05 ³		5.72303E-05 ¹		8.7018E-05 ⁴
150	1.5	0.999935	0.999935	5.23763E-11	0.999931	5.42899E-11	0.999935	5.46632E-11	0.999935	5.87199E-11
	2	0.999637	0.999634	1.6394E-09	0.999615	1.69835E-09	0.999635	1.71103E-09	0.999635	1.83799E-09
	2.5	0.998621	0.998612	2.34298E-08	0.998538	2.42438E-08	0.998617	2.44554E-08	0.998615	2.62693E-08
	3	0.995921	0.995895	2.02161E-07	0.995679	2.08739E-07	0.99591	2.11038E-07	0.995903	2.2668E-07
	3.5	0.989878	0.989815	1.21787E-06	0.989282	1.25308E-06	0.98985	1.27162E-06	0.989835	1.36578E-06
	4	0.977987	0.977856	5.56585E-06	0.976717	5.69583E-06	0.977933	5.81346E-06	0.977899	6.24321E-06
	4.5	0.956914	0.956673	0.00002028	0.954498	2.05902E-05	0.956821	2.11927E-05	0.956757	2.27557E-05
	5	0.922773	0.922379	5.07079E-05	0.918613	6.09569E-05	0.922636	6.34847E-05	0.922528	6.81522E-05
	5.5	0.871776	0.871204	0.000121927	0.865237	0.000250269	0.871613	0.000109032	0.871446	0.000170677
6	0.801252	0.800517	0.000320708	0.791833	0.000410933	0.801117	0.000336147	0.800882	0.000360643	
IMSE				5.20634E-05 ¹		7.49933E-05 ⁴		5.37179E-05 ²		6.30092E-05 ³

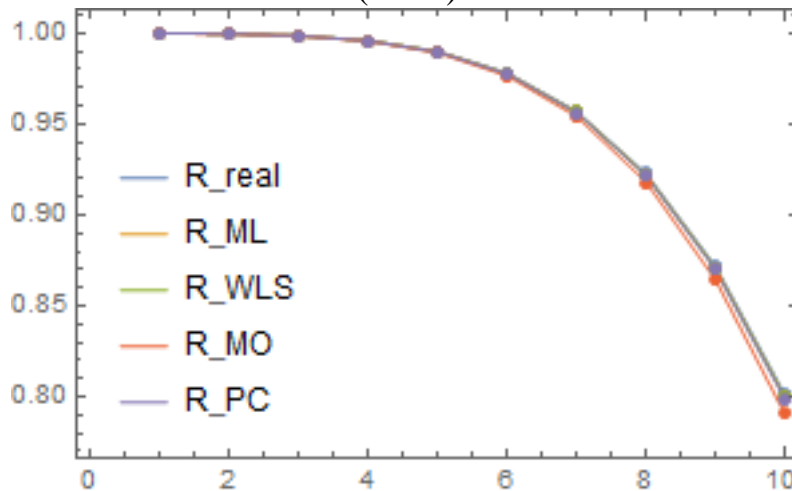
الملحق A



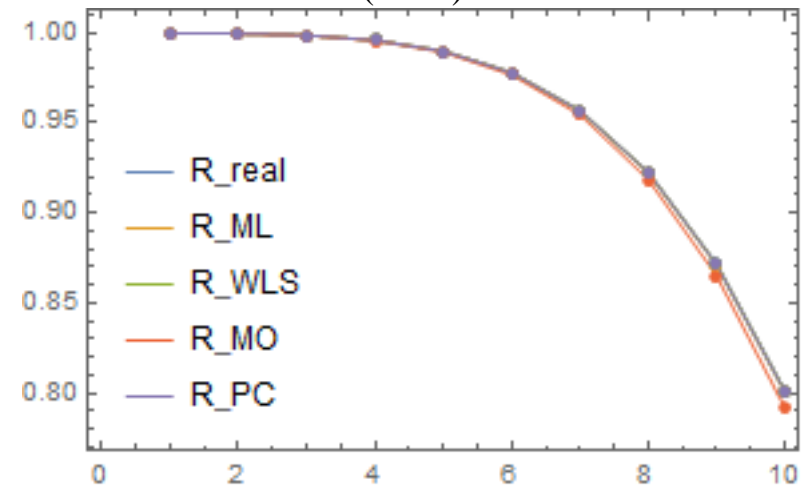
(n=25)



(n=50)



(n=100)



(n=150)

شكل (A-3) يوضح دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الثالث

الملحق A

الجدول (A-10)

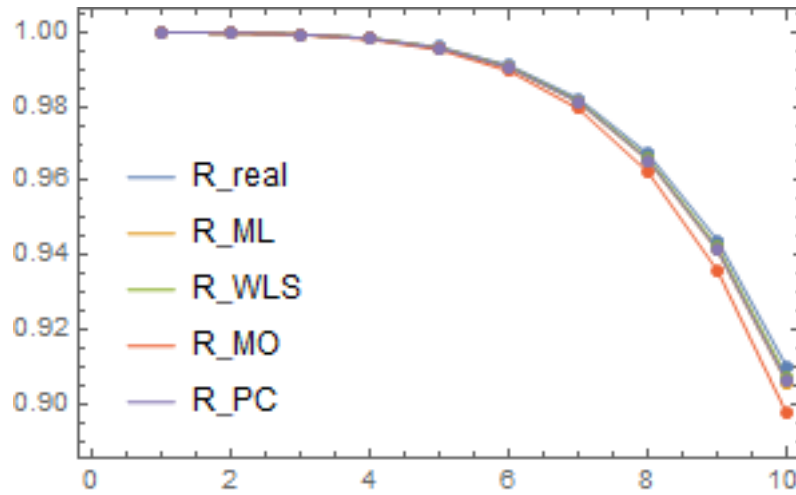
يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ (IMSE) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الرابع وحسب حجوم العينات

n	Model 4									
	t	R_REAL	R_MLM	MSE	R_MOM	MSE	R_WLS	MSE	R_PC	MSE
25	1.5	0.999974	0.999973	4.60245E-11	0.99997	5.92927E-11	0.999973	4.608E-11	0.999973	5.14867E-11
	2	0.999856	0.999847	1.44564E-09	0.999832	1.86144E-09	0.99985	1.44752E-09	0.999848	1.61725E-09
	2.5	0.999451	0.999419	2.08134E-08	0.999362	2.67696E-08	0.999429	2.08448E-08	0.99942	2.32856E-08
	3	0.998369	0.998275	1.82006E-07	0.998105	2.33615E-07	0.998305	1.82352E-07	0.998279	2.03648E-07
	3.5	0.995921	0.99569	1.12091E-06	0.995268	1.43392E-06	0.995765	1.12375E-06	0.9957	1.25444E-06
	4	0.991031	0.990531	5.29913E-06	0.989612	6.74398E-06	0.990694	5.31777E-06	0.990553	5.93221E-06
	4.5	0.982161	0.981191	2.02834E-05	0.979391	2.56201E-05	0.981512	0.000020384	0.981236	2.27172E-05
	5	0.967312	0.965597	0.000065043	0.962364	8.12937E-05	0.966174	6.54982E-05	0.965681	7.28981E-05
	5.5	0.944115	0.941324	0.000178639	0.935947	0.000220096	0.942287	0.00018039	0.941472	0.000200416
6	0.91007	0.905864	0.000426173	0.897519	0.000515216	0.907366	0.000431951	0.906112	0.00047882	
IMSE				6.96763E-05 ¹		8.50666E-05 ⁴		7.04869E-05 ²		7.82267E-05 ³
50	1.5	0.999974	0.999974	2.1399E-11	0.999971	3.20042E-11	0.999974	2.52941E-11	0.999974	2.80874E-11
	2	0.999856	0.999853	6.72382E-10	0.999839	1.005E-09	0.999855	7.94753E-10	0.999854	8.82465E-10
	2.5	0.999451	0.999443	9.68778E-09	0.999388	1.44605E-08	0.999449	1.14505E-08	0.999445	1.27125E-08
	3	0.998369	0.998345	8.4832E-08	0.998182	1.26313E-07	0.998363	1.00261E-07	0.998352	1.11284E-07
	3.5	0.995921	0.995862	5.23617E-07	0.995458	7.765E-07	0.995908	6.18789E-07	0.99588	6.86542E-07
	4	0.991031	0.990904	2.48385E-06	0.990025	3.66059E-06	0.991003	2.93487E-06	0.990944	3.25423E-06
	4.5	0.982161	0.981918	9.55406E-06	0.980194	1.39535E-05	0.982114	1.12866E-05	0.981998	1.25038E-05
	5	0.967312	0.966889	5.08441E-05	0.963793	4.44822E-05	0.967244	2.64282E-05	0.967037	4.03085E-05
5.5	0.944115	0.943443	9.54702E-05	0.938292	0.00012118	0.944041	0.000100916	0.9437	0.00011149	

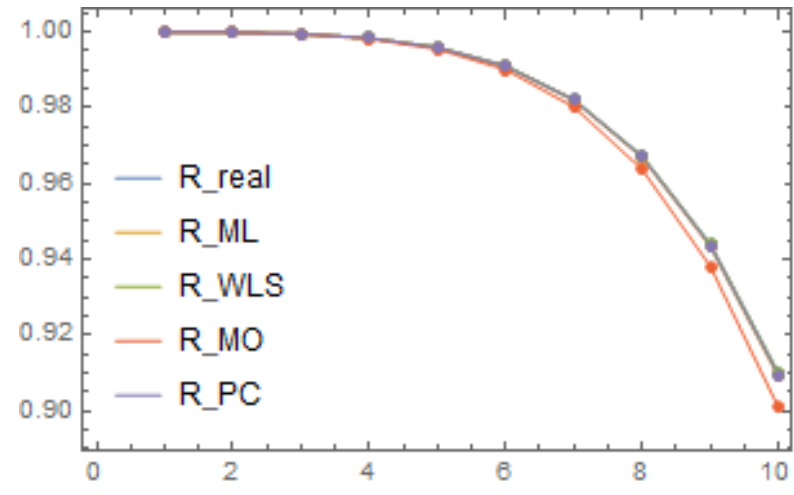
الملحق A

	6	0.91007	0.909092	0.000206235	0.901096	0.000285931	0.910034	0.000213439	0.909512	0.000268413
	IMSE			3.65206E-05 ²		4.70126E-05 ⁴		3.55736E-05 ¹		4.36781E-05 ³
100	1.5	0.999974	0.999974	1.02972E-11	0.999972	2.02041E-11	0.999974	1.23709E-11	0.999973	1.37332E-11
	2	0.999856	0.999852	3.23551E-10	0.999843	6.34528E-10	0.999852	3.88678E-10	0.99985	4.31469E-10
	2.5	0.999451	0.999437	4.66153E-09	0.999402	9.13208E-09	0.999436	5.59897E-09	0.999431	6.21504E-09
	3	0.998369	0.998329	4.08156E-08	0.998223	7.98032E-08	0.998324	4.90097E-08	0.998311	5.43968E-08
	3.5	0.995921	0.995823	2.51893E-07	0.99556	4.90928E-07	0.995812	1.02322E-07	0.995779	3.35498E-07
	4	0.991031	0.990818	1.19461E-06	0.990245	2.31682E-06	0.990794	1.43275E-06	0.990722	1.58957E-06
	4.5	0.982161	0.981746	4.59339E-06	0.980623	8.84499E-06	0.981699	3.50339E-06	0.981558	6.10353E-06
	5	0.967312	0.966572	1.98212E-05	0.964558	2.82571E-05	0.966488	1.77323E-05	0.966236	0.000019656
	5.5	0.944115	0.942897	4.10377E-05	0.939552	7.71988E-05	0.94276	3.90058E-05	0.942341	5.42855E-05
	6	0.91007	0.908206	9.89071E-05	0.903025	0.000182827	0.907999	0.000100826	0.907351	0.000130406
	IMSE			1.65852E-05 ²		3.00025E-05 ⁴		1.62658E-05 ¹		2.12437E-05 ³
150	1.5	0.999974	0.999974	6.84057E-12	0.999973	6.76487E-12	0.999974	8.18202E-12	0.999974	9.28506E-12
	2	0.999856	0.999855	2.14967E-10	0.999848	2.12517E-10	0.999856	2.57123E-10	0.999855	2.91783E-10
	2.5	0.999451	0.99945	3.09816E-09	0.999421	3.06008E-09	0.999451	3.70577E-09	0.999449	4.20513E-09
	3	0.998369	0.998367	2.71433E-08	0.998281	3.67664E-08	0.998369	3.24673E-08	0.998364	3.68398E-08
	3.5	0.995921	0.995917	1.67681E-07	0.995704	3.64913E-07	0.995923	2.00578E-07	0.99591	2.27565E-07
	4	0.991031	0.991023	7.96446E-07	0.990558	7.80105E-07	0.991036	9.52745E-07	0.991007	1.08075E-06
	4.5	0.982161	0.982147	3.06919E-06	0.981235	6.99844E-06	0.982173	2.67179E-06	0.982116	4.16406E-06
	5	0.967312	0.967291	8.02375E-06	0.965649	9.89285E-06	0.967339	1.08855E-05	0.967237	1.34743E-05
	5.5	0.944115	0.944091	2.76195E-05	0.941352	2.64766E-05	0.944173	1.20515E-05	0.944004	3.74527E-05
	6	0.91007	0.910055	0.000066931	0.905788	6.29943E-05	0.910187	8.01122E-05	0.909928	9.07273E-05
	IMSE			1.06638E-05 ¹		1.07547E-05 ³		1.06911E-05 ²		1.47168E-05 ⁴

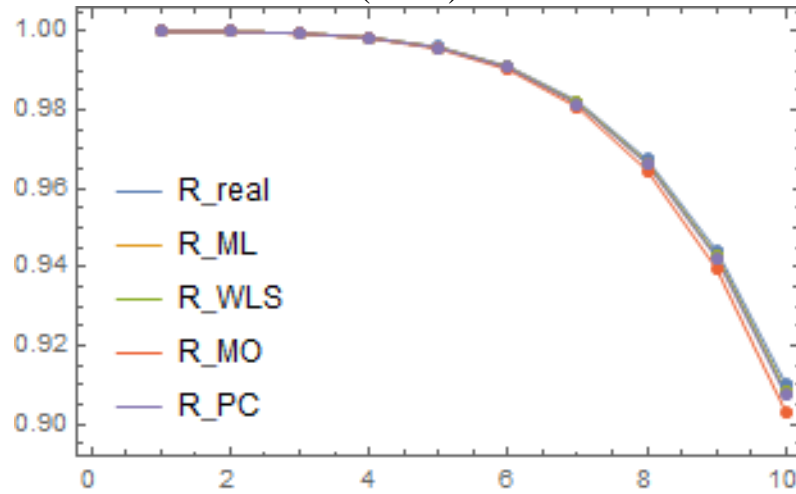
الملحق A



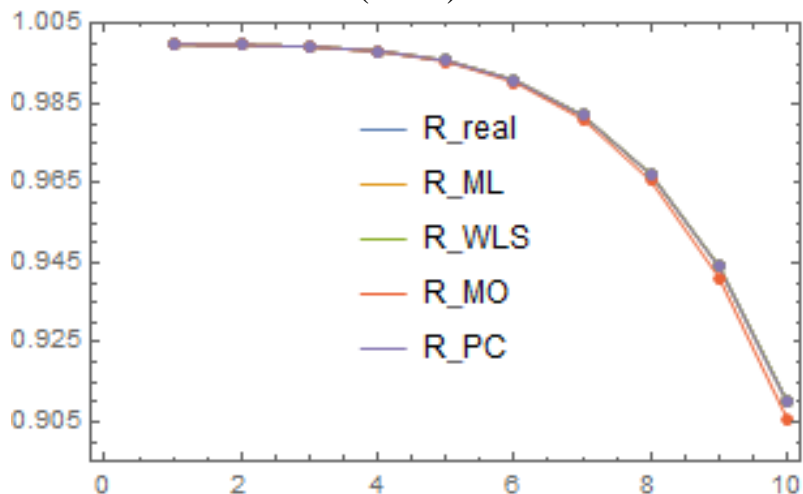
(n=25)



(n=50)



(n=100)



(n=150)

شكل (A-4) يوضح دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الرابع

الملحق A

الجدول (A-11)

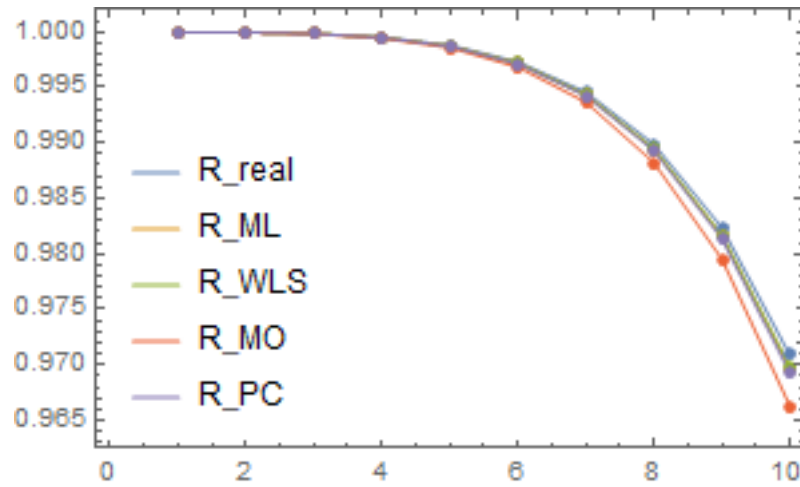
يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ (IMSE) لكافة طرائق التقدير للأنموذج الخامس وحسب حجوم العينات

n	Model 5									
	t	R_REAL	R_MLM	MSE	R_MOM	MSE	R_WLS	MSE	R_PC	MSE
25	1.5	0.999992	0.999992	4.02164E-12	0.999991	6.05417E-12	0.999992	4.98949E-12	0.999992	5.80705E-12
	2	0.999957	0.999955	1.26678E-10	0.99995	1.90621E-10	0.999955	1.57151E-10	0.999955	1.82889E-10
	2.5	0.999837	0.999829	1.8348E-09	0.999809	2.75849E-09	0.99983	2.27572E-09	0.999827	2.64809E-09
	3	0.999514	0.999491	1.62205E-08	0.999432	2.43472E-08	0.999494	2.01114E-08	0.999484	2.33966E-08
	3.5	0.998779	0.998722	1.01703E-07	0.998574	1.52254E-07	0.998729	1.25027E-07	0.998704	1.46556E-07
	4	0.997295	0.99717	4.94196E-07	0.996845	7.36844E-07	0.997185	6.11854E-07	0.997131	7.1109E-07
	4.5	0.994563	0.994315	1.96859E-06	0.993665	2.91801E-06	0.994346	2.13421E-06	0.994237	2.82653E-06
	5	0.98989	0.989437	8.97299E-06	0.98824	9.81131E-06	0.989495	7.13707E-06	0.989296	9.55303E-06
	5.5	0.982373	0.981603	2.97478E-05	0.979542	2.87218E-05	0.981705	2.13209E-05	0.981363	2.81606E-05
6	0.970905	0.969673	5.19423E-05	0.966327	8.44893E-05	0.969843	6.17847E-05	0.969291	7.36983E-05	
IMSE				9.32458E-06 ²		1.26857E-05 ⁴		9.31363E-06 ¹		1.15122E-05 ³
50	1.5	0.999992	0.999992	2.16831E-12	0.999991	2.83539E-12	0.999992	2.39212E-12	0.999992	2.63455E-12
	2	0.999957	0.999956	6.83064E-11	0.999952	8.9301E-11	0.999957	7.53575E-11	0.999956	8.29922E-11
	2.5	0.999837	0.999833	9.89539E-10	0.999818	1.29308E-09	0.999834	1.0917E-09	0.999833	1.20223E-09
	3	0.999514	0.999502	8.75115E-09	0.999457	1.14258E-08	0.999506	9.65478E-09	0.999502	1.06312E-08
	3.5	0.998779	0.99875	5.49027E-08	0.998636	7.15823E-08	0.99876	6.05736E-08	0.998748	6.66885E-08
	4	0.997295	0.997232	2.67024E-07	0.996981	3.47398E-07	0.997255	2.94618E-07	0.997228	3.24276E-07
	4.5	0.994563	0.994438	1.06506E-06	0.993937	1.3813E-06	0.994483	1.1752E-06	0.99443	1.29302E-06
	5	0.98989	0.989662	3.61683E-06	0.988738	4.67019E-06	0.989746	3.99124E-06	0.989648	4.38904E-06
5.5	0.982373	0.981985	1.07295E-05	0.980394	1.37723E-05	0.98213	1.18417E-05	0.981963	1.30128E-05	

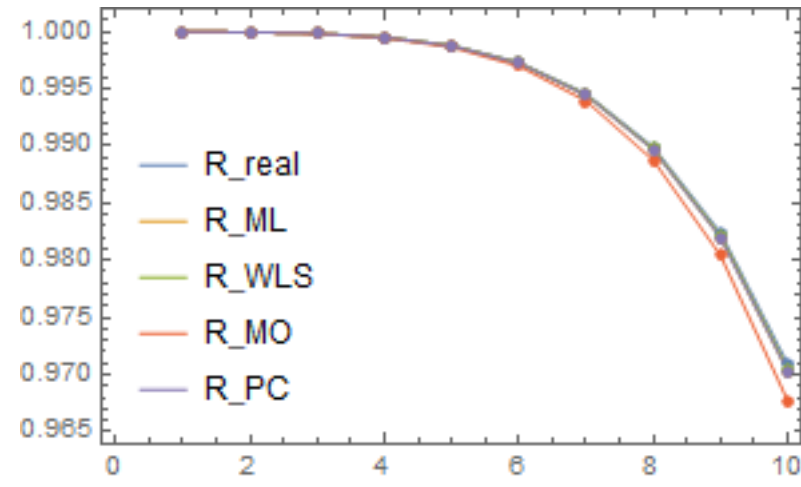
الملحق A

	6	0.970905	0.970285	2.83101E-05	0.967699	3.60551E-05	0.970523	3.12505E-05	0.970252	3.43092E-05
IMSE				4.40532E-06 ¹		5.63107E-06 ⁴		4.86247E-06 ²		5.34069E-06 ³
100	1.5	0.999992	0.999992	7.72934E-13	0.999992	8.80568E-13	0.999992	8.27962E-13	0.999992	9.17483E-13
	2	0.999957	0.999957	2.43503E-11	0.999955	2.77363E-11	0.999957	2.60843E-11	0.999957	2.89044E-11
	2.5	0.999837	0.999835	3.52794E-10	0.999827	4.01702E-10	0.999836	3.77931E-10	0.999836	4.18781E-10
	3	0.999514	0.999509	3.12057E-09	0.999484	3.55079E-09	0.999512	3.34314E-09	0.99951	3.70437E-09
	3.5	0.998779	0.998766	1.95837E-08	0.998704	2.2259E-08	0.998775	2.09828E-08	0.998769	2.32486E-08
	4	0.997295	0.997266	9.52916E-08	0.99713	1.08125E-07	0.997286	1.02117E-07	0.997274	1.13134E-07
	4.5	0.994563	0.994505	3.80339E-07	0.994232	4.30497E-07	0.994545	4.07681E-07	0.994521	4.51604E-07
	5	0.98989	0.989784	1.29279E-06	0.989281	1.45824E-06	0.989857	1.0862E-06	0.989814	1.53527E-06
	5.5	0.982373	0.982193	3.83983E-06	0.981326	4.31113E-06	0.982319	4.11919E-06	0.982245	4.56104E-06
	6	0.970905	0.970616	1.11476E-05	0.969205	1.13236E-05	0.970821	1.08925E-05	0.970702	0.000012057
IMSE				1.67789E-06 ²		1.76578E-06 ³		1.66324E-06 ¹		1.87454E-06 ⁴
150	1.5	0.999992	0.999992	4.41153E-13	0.999992	7.10376E-13	0.999992	5.43622E-13	0.999992	6.14005E-13
	2	0.999957	0.999957	1.38982E-11	0.999955	2.23754E-11	0.999957	1.71264E-11	0.999957	1.93435E-11
	2.5	0.999837	0.999835	2.01368E-10	0.999828	3.24058E-10	0.999836	2.48139E-10	0.999835	2.80257E-10
	3	0.999514	0.999509	1.78127E-09	0.999488	2.86441E-09	0.999511	2.19499E-09	0.999509	2.47899E-09
	3.5	0.998779	0.998767	1.11798E-08	0.998714	1.79556E-08	0.99877	1.37763E-08	0.998766	1.55578E-08
	4	0.997295	0.997268	5.44082E-08	0.997151	8.72166E-08	0.997277	6.70428E-08	0.997268	7.57048E-08
	4.5	0.994563	0.994509	2.1721E-07	0.994276	3.47224E-07	0.994526	2.67643E-07	0.994508	3.02178E-07
	5	0.98989	0.989791	7.38535E-07	0.989362	1.17604E-06	0.989823	9.09979E-07	0.98979	1.02719E-06
	5.5	0.982373	0.982204	2.19451E-06	0.981464	3.47639E-06	0.982259	2.70381E-06	0.982202	3.05125E-06
	6	0.970905	0.970631	5.80259E-06	0.969429	9.1295E-06	0.970721	7.14881E-06	0.970629	8.06454E-06
IMSE				9.02043E-07 ¹		1.42375E-06 ⁴		1.11135E-06 ²		1.25392E-06 ³

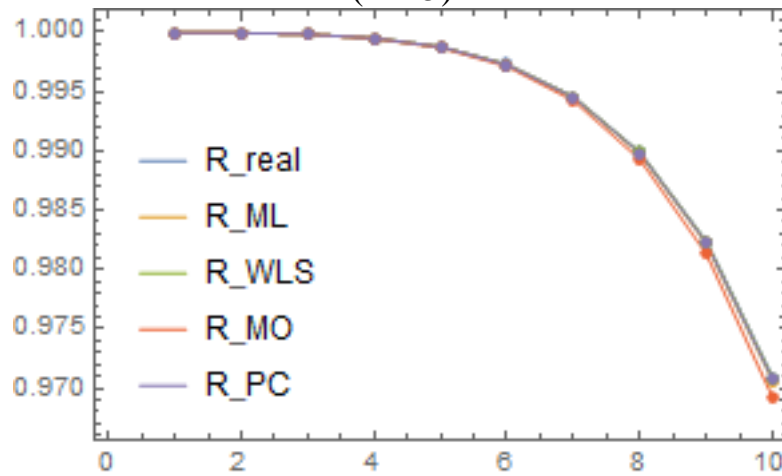
الملحق A



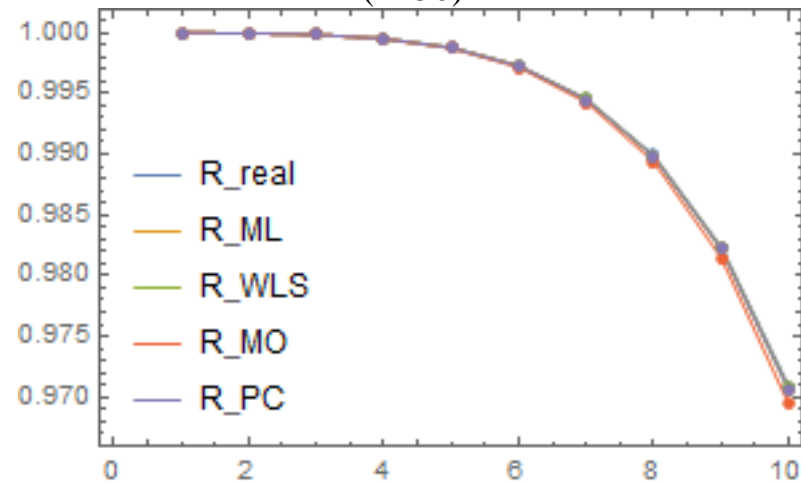
(n=25)



(n=50)



(n=100)



(n=150)

شكل (A-5) يوضح دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج الخامس

الملحق A

الجدول (A-12)

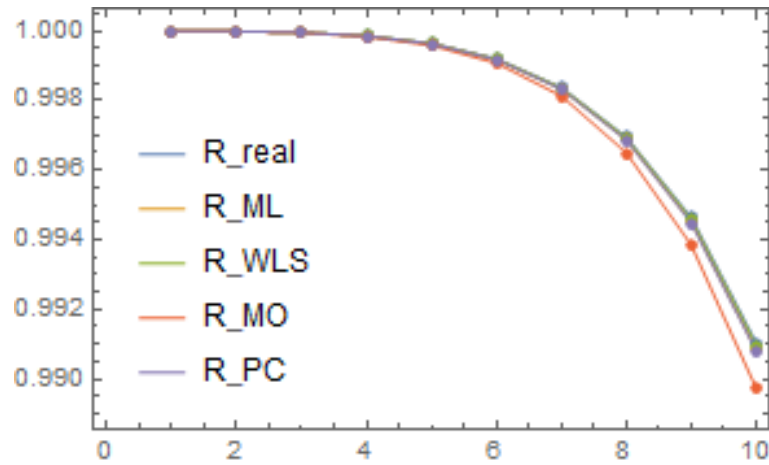
يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لـ (IMSE) لكافة طرائق التقدير للأنموذج السادس وحسب حجوم العينات

n	Model 6									
	t	R_REAL	R_MLM	MSE	R_MOM	MSE	R_WLS	MSE	R_PC	MSE
25	1.5	0.999998	0.999998	3.35186E-13	0.999997	3.61278E-13	0.999998	3.75311E-13	0.999998	4.15705E-13
	2	0.999987	0.999987	1.05714E-11	0.999985	1.13928E-11	0.999987	1.18369E-11	0.999987	1.31106E-11
	2.5	0.999952	0.99995	1.5352E-10	0.999944	1.65402E-10	0.999951	1.71899E-10	0.99995	1.90387E-10
	3	0.999856	0.999852	1.36373E-09	0.999834	1.46851E-09	0.999854	1.52701E-09	0.999851	1.6911E-09
	3.5	0.999637	0.999628	8.6186E-09	0.999582	9.27276E-09	0.999633	9.65065E-09	0.999626	1.06862E-08
	4	0.999192	0.999173	4.23907E-08	0.999072	4.55479E-08	0.999184	4.74681E-08	0.999168	5.255E-08
	4.5	0.998369	0.998329	1.71864E-07	0.998126	1.84309E-07	0.998353	1.92456E-07	0.998321	2.12993E-07
	5	0.996946	0.996874	5.97067E-07	0.996494	6.3859E-07	0.996917	6.68642E-07	0.996858	7.39665E-07
	5.5	0.994629	0.994503	1.82643E-06	0.993839	1.94641E-06	0.994579	2.04554E-06	0.994476	2.26147E-06
6	0.991031	0.990826	5.01714E-06	0.989723	5.32145E-06	0.990952	4.61961E-06	0.990781	6.20799E-06	
IMSE			7.66504E-07 ²		8.14723E-07 ³		7.58508E-07 ¹		9.48725E-07 ⁴	
50	1.5	0.999998	0.999998	1.54155E-13	0.999998	1.5867E-13	0.999998	1.83606E-13	0.999998	2.02604E-13
	2	0.999987	0.999987	4.86201E-12	0.999986	5.0041E-12	0.999987	5.79081E-12	0.999987	6.38995E-12
	2.5	0.999952	0.999951	7.06111E-11	0.999947	7.2664E-11	0.999951	8.40993E-11	0.999951	9.27979E-11
	3	0.999856	0.999854	6.27305E-10	0.999841	6.4537E-10	0.999855	7.47119E-10	0.999853	8.24354E-10
	3.5	0.999637	0.999632	3.96513E-09	0.999599	4.07751E-09	0.999635	4.72231E-09	0.999631	5.21005E-09
	4	0.999192	0.999183	1.95073E-08	0.999109	2.00466E-08	0.999189	2.32313E-08	0.999179	2.56275E-08
	4.5	0.998369	0.99835	7.91164E-08	0.998202	8.12234E-08	0.998362	9.42132E-08	0.998343	1.03912E-07
	5	0.996946	0.996912	2.74991E-07	0.996636	2.81926E-07	0.996934	3.27433E-07	0.996899	3.61046E-07
	5.5	0.994629	0.994569	8.41756E-07	0.994085	8.61376E-07	0.994607	1.00215E-06	0.994547	1.10465E-06
6	0.991031	0.990934	2.31425E-06	0.99013	2.36239E-06	0.990997	2.75477E-06	0.990897	3.03515E-06	

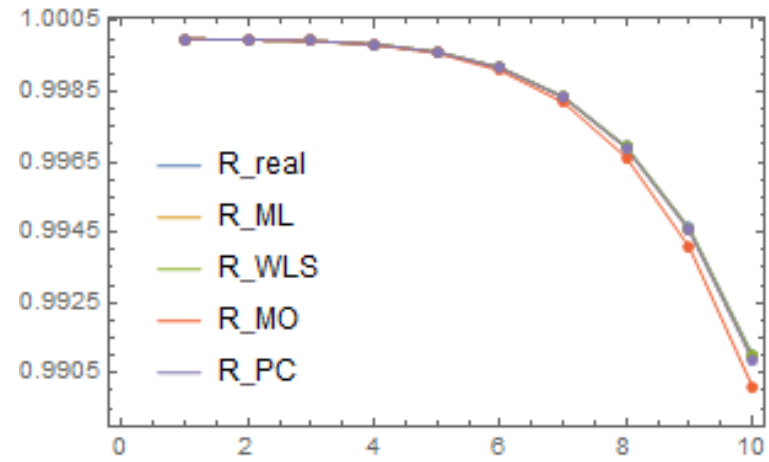
الملحق A

IMSE				3.53429E-07 ¹		3.61176E-07 ²		4.20736E-07 ³		4.63652E-07 ⁴
100	1.5	0.999998	0.999998	7.32344E-14	0.999998	9.32448E-14	0.999998	8.71282E-14	0.999998	9.74364E-14
	2	0.999987	0.999987	2.30983E-12	0.999986	2.94081E-12	0.999987	2.74803E-12	0.999987	3.07314E-12
	2.5	0.999952	0.999951	3.35469E-11	0.999948	4.2705E-11	0.999951	3.9911E-11	0.999951	4.46322E-11
	3	0.999856	0.999854	2.98047E-10	0.999844	3.79315E-10	0.999854	3.54587E-10	0.999853	3.96524E-10
	3.5	0.999637	0.999633	1.88412E-09	0.999607	2.39684E-09	0.999633	2.2415E-09	0.999631	2.50653E-09
	4	0.999192	0.999184	9.2708E-09	0.999127	1.1786E-08	0.999183	1.10291E-08	0.99918	1.23325E-08
	4.5	0.998369	0.998352	3.76083E-08	0.998238	4.77668E-08	0.998351	4.47399E-08	0.998343	5.00238E-08
	5	0.996946	0.996915	1.3076E-07	0.996703	1.65861E-07	0.996913	1.55549E-07	0.996899	1.73903E-07
	5.5	0.994629	0.994574	4.00429E-07	0.994202	6.3702E-07	0.994571	4.76319E-07	0.994547	5.32449E-07
6	0.991031	0.99094	1.10152E-06	0.990324	1.39148E-06	0.990936	1.01019E-06	0.990896	1.46433E-06	
IMSE				1.68181E-07 ¹		2.25674E-07 ⁴		1.70047E-07 ²		2.23599E-07 ³
150	1.5	0.999998	0.999998	4.44057E-14	0.999998	4.22273E-14	0.999998	4.78287E-14	0.999998	5.29377E-14
	2	0.999987	0.999987	1.40059E-12	0.999987	1.33184E-12	0.999987	1.50855E-12	0.999987	1.66969E-12
	2.5	0.999952	0.999951	2.03423E-11	0.999949	1.93412E-11	0.999951	2.19104E-11	0.999951	2.42505E-11
	3	0.999856	0.999855	1.80745E-10	0.999848	1.71808E-10	0.999855	1.94677E-10	0.999855	2.15466E-10
	3.5	0.999637	0.999635	1.14272E-09	0.999616	1.08579E-09	0.999636	1.23081E-09	0.999635	1.3622E-09
	4	0.999192	0.999189	5.62379E-09	0.999147	5.34036E-09	0.99919	6.0573E-09	0.999188	6.70363E-09
	4.5	0.998369	0.998361	2.28199E-08	0.998278	5.16506E-08	0.998364	2.45789E-08	0.99836	2.71998E-08
	5	0.996946	0.996933	7.93716E-08	0.996777	8.52116E-08	0.996939	8.54899E-08	0.996931	9.45972E-08
	5.5	0.994629	0.994606	2.43184E-07	0.994333	5.30054E-07	0.994615	2.6193E-07	0.994602	2.89798E-07
6	0.991031	0.990993	6.69401E-07	0.99054	6.31873E-07	0.991009	7.21002E-07	0.990988	7.97585E-07	
IMSE				1.02175E-07 ¹		1.30541E-07 ⁴		1.10051E-07 ²		1.21749E-07 ³

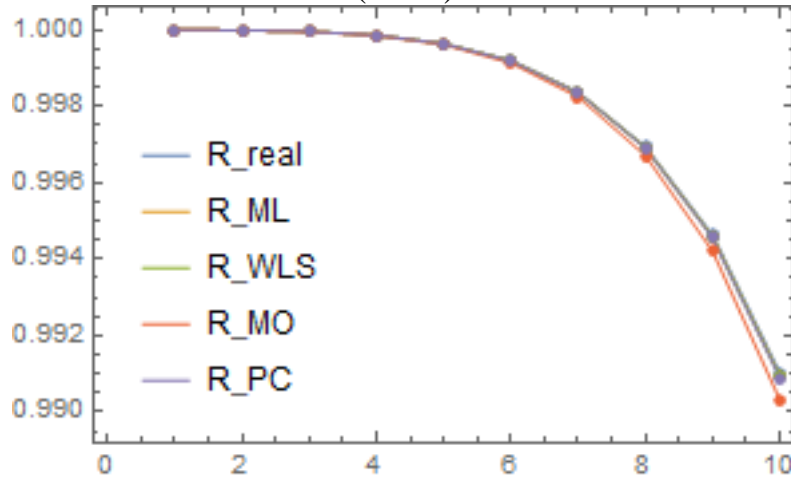
الملحق A



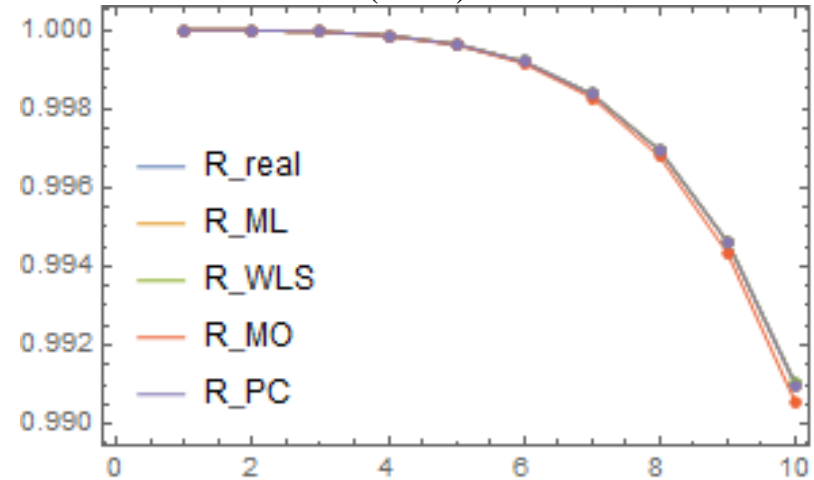
(n=25)



(n=50)



(n=100)



(n=150)

شكل (A-6) يوضح دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع احجام العينات للأنموذج السادس

%%%%%Ammar Kars%%%%%

Simulation of ((Maxwell- Rayleigh Distribution))

```

Clear[all]
<< Orptimization`UnconstrainedProblems`

distm [\theta_,\lambda_]:= ProbabilityDistribution[\[Sqrt](2/\pi) (e-x4/8\theta4\lambda2 x5)/(4 \theta6 \lambda3),{x,0,\infty},Assumptions->\theta>0&&\lambda>0];
F[x_]:= (1-2\[Sqrt]\pi Gamma[3/2,x4/(8 \theta4 \lambda2)]);
r=1000;n1=25;n2=50;n3=100;n4=150;
\theta1=2; \theta2=3.5;\lambda1=2; \lambda2=3; \lambda3=4.5;
(**defin the models of generating random samples for
\[Theta]={2,3.5},\[Lambda]={2,3,4.5}**)
distGen1=distmr[Subscript[\[Theta], 1],Subscript[\[Lambda], 1]];
distGen2=distmr[Subscript[\[Theta], 1],Subscript[\[Lambda], 2]];
distGen3=distmr[Subscript[\[Theta], 1],Subscript[\[Lambda], 3]];
distGen4=distmr[Subscript[\[Theta], 2],Subscript[\[Lambda], 1]];
distGen5=distmr[Subscript[\[Theta], 2],Subscript[\[Lambda], 2]];
distGen6=distmr[Subscript[\[Theta], 2],Subscript[\[Lambda], 3]];
(**defin the models of generating random samples **)
distGen1=distmr[\theta1,\lambda1];
target = distGen1;
□ = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target, p], 0 <= p <= 1], p □ UniformDistribution[], Assumptions -> \theta > 0 && \lambda > 0];
distGen1=distMR[\theta1,\lambda1];
(**Generating 1000 random samples of size n={25,50,100,150}**)
sdata1= ConstantArray[{} ,r];
sdata2= ConstantArray[{} ,r];
sdata3= ConstantArray[{} ,r];
sdata4= ConstantArray[{} ,r];
sdata5= ConstantArray[{} ,r];
sdata6= ConstantArray[{} ,r];
sdata7= ConstantArray[{} ,r];
sdata8= ConstantArray[{} ,r];
sdata9= ConstantArray[{} ,r];
sdata10= ConstantArray[{} ,r];
sdata11= ConstantArray[{} ,r];
sdata12= ConstantArray[{} ,r];

```

```

sdata13= ConstantArray[{ },r];
sdata14= ConstantArray[{ },r];
sdata15= ConstantArray[{ },r];
sdata16= ConstantArray[{ },r];
sdata17= ConstantArray[{ },r];
sdata18= ConstantArray[{ },r];
sdata19= ConstantArray[{ },r];
sdata20= ConstantArray[{ },r];
sdata21= ConstantArray[{ },r];
sdata22= ConstantArray[{ },r];
sdata23= ConstantArray[{ },r];
sdata24= ConstantArray[{ },r];
For[j=1,j<=r,j++,sdata1[[j]]=Sort[data1[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata2[[j]]=Sort[data2[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata3[[j]]=Sort[data3[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata4[[j]]=Sort[data4[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata5[[j]]=Sort[data5[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata6[[j]]=Sort[data6[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata7[[j]]=Sort[data7[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata8[[j]]=Sort[data8[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata9[[j]]=Sort[data9[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata10[[j]]=Sort[data10[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata11[[j]]=Sort[data11[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata12[[j]]=Sort[data12[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata13[[j]]=Sort[data13[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata14[[j]]=Sort[data14[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata15[[j]]=Sort[data15[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata16[[j]]=Sort[data16[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata17[[j]]=Sort[data17[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata18[[j]]=Sort[data18[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata19[[j]]=Sort[data19[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata20[[j]]=Sort[data20[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata21[[j]]=Sort[data21[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata22[[j]]=Sort[data22[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata23[[j]]=Sort[data23[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata24[[j]]=Sort[data24[[j]]];
@@@@@@@@ @ MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD @@@@@@@@@
mlm1=Table[res=
FindDistributionParameters[data1[[i]],distmr[{\[Theta],[\Lambda]},{\[Theta],2},{\[L
ambda],2}],ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm2=Table[res=
FindDistributionParameters[data2[[i]],distmr[{\[Theta],[\Lambda]},{\[Theta],2},{\[L
ambda],2}],ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm3=Table[res=
FindDistributionParameters[data3[[i]],distmr[{\[Theta],[\Lambda]},{\[Theta],2},{\[L
ambda],2}],ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];

```

```

mlm4=Table[res=
FindDistributionParameters[data4[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[L
ambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm5=Table[res=
FindDistributionParameters[data5[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[L
ambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm6=Table[res=
FindDistributionParameters[data6[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[L
ambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm7=Table[res=
FindDistributionParameters[data7[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[L
ambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm8=Table[res=
FindDistributionParameters[data8[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[L
ambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm9=Table[res=
FindDistributionParameters[data9[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[L
ambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm10=Table[res=
FindDistributionParameters[data10[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[
Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm11=Table[res=
FindDistributionParameters[data11[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[
Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm12=Table[res=
FindDistributionParameters[data12[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],2},{[
Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm13=Table[res=
FindDistributionParameters[data13[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],3.5},
{[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm14=Table[res=
FindDistributionParameters[data14[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],3.5},
{[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm15=Table[res=
FindDistributionParameters[data15[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{{\[Theta],3.5},
{[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
mlm16=Table[res=

```



```

FindDistributionParameters[data16[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
m17=Table[res=
FindDistributionParameters[data17[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
m18=Table[res=
FindDistributionParameters[data18[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
m19=Table[res=
FindDistributionParameters[data19[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
m20=Table[res=
FindDistributionParameters[data20[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
m21=Table[res=
FindDistributionParameters[data21[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
m22=Table[res=
FindDistributionParameters[data22[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
m23=Table[res=
FindDistributionParameters[data23[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
m24=Table[res=
FindDistributionParameters[data24[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],3.5},
{[Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"-
>"Newton"}],{i,1,r}];
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$METHOD OF MOMENT$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
mom1=Table[res=
FindDistributionParameters[data1[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],2},{[L
ambda],2}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r}];
mom2=Table[res=
FindDistributionParameters[data2[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]},{ {[Theta],2},{[L
ambda],2}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r}];
mom3=Table[res=

```

```
FindDistributionParameters[data3[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],2}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom4=Table[res=
FindDistributionParameters[data4[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],2}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom5=Table[res=
FindDistributionParameters[data5[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],3}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom6=Table[res=
FindDistributionParameters[data6[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],3}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom7=Table[res=
FindDistributionParameters[data7[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],2.98}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom8=Table[res=
FindDistributionParameters[data8[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],2.98}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom9=Table[res=
FindDistributionParameters[data9[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],4.51}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom10=Table[res=
FindDistributionParameters[data10[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],4.51}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom11=Table[res=
FindDistributionParameters[data11[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],4.51}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom12=Table[res=
FindDistributionParameters[data12[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},2},{\[L
ambda],4.51}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom13=Table[res=
FindDistributionParameters[data13[[i]],distmr[[Theta],[Lambda]],{{\Theta},3.5},
{\[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
```

```
mom14=Table[res=
FindDistributionParameters[data14[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.5},
{\[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom15=Table[res=
FindDistributionParameters[data15[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.5},
{\[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom16=Table[res=
FindDistributionParameters[data16[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.5},
{\[Lambda],2}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom17=Table[res=
FindDistributionParameters[data17[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.5},
{\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom18=Table[res=
FindDistributionParameters[data18[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.5},
{\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom19=Table[res=
FindDistributionParameters[data19[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.5},
{\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom20=Table[res=
FindDistributionParameters[data20[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.5},
{\[Lambda],3}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom21=Table[res=
FindDistributionParameters[data21[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.49},
{\[Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom22=Table[res=
FindDistributionParameters[data22[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.49},
{\[Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom23=Table[res=
FindDistributionParameters[data23[[i]],distmr\[Theta],[Lambda]],{ {\[Theta],3.49},
{\[Lambda],4.5}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
mom24=Table[res=
```

```

FindDistributionParameters[data24[[i]],distmr[{\Theta},{\Lambda}],{{\Theta},3.49}
,{\Lambda},4.5}},ParameterEstimator->{"MethodOfMoments","Method"-
>"Newton"},{MaxIterations->1000}],{i,1,r});
$$$$$$$$$$$$$$$$WEIGHTED LEAST SQUARE METHOD$$$$$$$$$$$$$$$$
wls1=Last/@Table[res=FindMinimum[!(
*\UnderoverscriptBox[{\(\[Sum]\)}, \{i = 1\},
SubscriptBox[{\(n\)}, \{1\}]]\{((
*\FractionBox[{\(
*\SuperscriptBox[{\(
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{1\}] + 1\)}, \{2\}] \{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{1\}] + 2\)}\)}, \{i \{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{1\}] - i + 1\)}\)}\)}\)}\)}
*\SuperscriptBox[{\((F[{\(sdata1[{\(j\)}\)}][{\(i\)}\]} - i\{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{1\}] + 1\)}\)}\)}, {\{\Theta,2\},{\Lambda,2\}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}];//Quiet
wls2=Last/@Table[res=FindMinimum[!(
*\UnderoverscriptBox[{\(\[Sum]\)}, \{i = 1\},
SubscriptBox[{\(n\)}, \{2\}]]\{((
*\FractionBox[{\(
*\SuperscriptBox[{\(
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{2\}] + 1\)}, \{2\}] \{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{2\}] + 2\)}\)}, \{i \{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{2\}] - i + 1\)}\)}\)}\)}\)}
*\SuperscriptBox[{\((F[{\(sdata2[{\(j\)}\)}][{\(i\)}\]} - i\{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{2\}] + 1\)}\)}\)}, {\{\Theta,2\},{\Lambda,2\}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}];//Quiet;
wls3=Last/@Table[res=FindMinimum[!(
*\UnderoverscriptBox[{\(\[Sum]\)}, \{i = 1\},
SubscriptBox[{\(n\)}, \{3\}]]\{((
*\SuperscriptBox[{\(
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{3\}] + 1\)}, \{2\}] \{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{3\}] + 2\)}\)}, \{i \{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{3\}] - i + 1\)}\)}\)}\)}\)}
*\SuperscriptBox[{\((F[{\(sdata3[{\(j\)}\)}][{\(i\)}\]} - i\{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{3\}] - 1\)}\)}, \{2\}\)}\)}, {\{\Theta,2\},{\Lambda,2\}},Method-
>"Newton",WorkingPrecision->10],{j,1,r}];//Quiet;
wls4=Last/@Table[res=FindMinimum[!(
*\UnderoverscriptBox[{\(\[Sum]\)}, \{i = 1\},
SubscriptBox[{\(n\)}, \{4\}]]\{((
*\FractionBox[{\(
*\SuperscriptBox[{\(
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{4\}] + 2\)}\)}, \{i \{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{4\}] - i + 1\)}\)}\)}\)}\)}
*\SuperscriptBox[{\((F[{\(sdata4[{\(j\)}\)}][{\(i\)}\]} -
i\{((
*\SubscriptBox[{\(n\)}, \{4\}] + 1\)}\)}\)}, {\{\Theta,2\},{\Lambda,2\}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}];//Quiet;

```

الملحق B

```
wls5=Last/@Table[res=FindMinimum[!(\(*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i =
1\), SubscriptBox[\(n\), \(\1\)]\)\(\(*FractionBox[\(\(*Supe\*SubscriptBox[\(n\), \(\1\)]
+ 1)\), \(\2\)] \(\(*SubscriptBox[\(n\), \(\1\)] + 2)\)\), \(\i \(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\1\)] - i + 1)\)\)\)\(*SuperscriptBox[\(\(F[\(sdata5i\)\(\j\)]\)] - i\(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\1\)] + 1)\)\)\),
\(\2\)]\)\), {\[Theta],2},{\[Lambda],3}],Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]]//Quiet;
```

```
wls6=Last/@Table[res=FindMinimum[!(\(*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i =
1\), SubscriptBox[\(n\),
\(\2\)]\)\(\(*FractionBox[\(\(*SuperscriptBox\*SubscriptBox[\(n\), \(\2\)] + 1)\), \(\2\)]
\(\(*SubscriptBox[\(n\), \(\2\)] + 2)\)\), \(\i \(\(*SubscriptBox[\(n\), \(\2\)] - i + 1)\)\)\)\)
\(*SuperscriptBox[\(\(F[\(sdata6[\(\j\)\(\j\)]\)]\)[\(\j\)\(\i\)\(\j\)]\)] - i\(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\2\)] + 1)\)\)\),
\(\2\)]\)\), {\[Theta],2},{\[Lambda],3}],Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]]//Quiet;
```

```
wls7=Last/@Table[res=FindMinimum[!(\(*
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \(\3\)]\)\(\(*
\*FractionBox[\(\(*
\*SuperscriptBox[\(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\3\)] / 1)\), \(\2\)] \(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\3\)] / 2)\)\), \(\i \(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\3\)] - / - 1)\)\)\)\)
\(*SuperscriptBox[\(\(F[\(sdata7[\(\j\)\(\j\)]\)]\)[\(\j\)\(\i\)\(\j\)]\)] - i\(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), o \(\3\)]bmn 1)\)\)\),
\(\2\)]\)\), {\[Theta],2},{\[Lambda],3}],Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]]//Quiet;
```

```
wls8=Last/@Table[res=FindMinimum[!(\(*
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \(\4\)]\)\(\(*
\*FractionBox[\(\(*
\*SuperscriptBox[\(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\4\)] + 1)\), \(\2\)] \(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\4\)] + 2)\)\), \(\i \(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\4\)] - i + 1)\)\)\)\)
\(*SuperscriptBox[\(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\1\)] + 1)\), \(\2\)] \(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\1\)] + 2
\(*SuperscriptBox[\(\(F[\(sdata9[\(\j\)\(\j\)]\)]\)[\(\j\)\(\i\)\(\j\)]\)] - i\(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\1\)] + 1)\)\)\),
\(\2\)]\)\), {\[Theta],2},{\[Lambda],4.5}],Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]]//Quiet;
```

```
wls10=Last/@Table[res=FindMinimum[!(\(*
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \(\2\)]\)\(\(*
\*FractionBox[\(\(*
\*SuperscriptBox[\(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\2\)] + 1)\), \(\2\)] \(\(*
\*SubscriptBox[\(n\), \(\2\)] + 2)\)\), \(\i \(\(*
```

الملحق B

```

\*SubscriptBox[\(n), \((2) - i + 1)\)]\))\))
\*SuperscriptBox[\((F[\(sdata10[\(l)\(j)\(l)]\))[\(l)\(i)\(l)] - i\((
\*SubscriptBox[\(n), \((2) + 1)\)]\))\)),
\((2)\)]\)), {\[Theta],2},{\[Lambda],4.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]]//Quiet;
wls11=Last/@Table[res=FindMinimum[!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((3)\)]\(\((
\*FractionBox[\(
\*SuperscriptBox[\((
\*SubscriptBox[\(n), \((3) + 1)\], \((2)] \((
\*SubscriptBox[\(n), \((3) + 2)\)]\)), \((i \((
\*SubscriptBox[\(n), \((3) - i + 1)\)]\))\))\))\))
\*SuperscriptBox[\((F[\(sdata11[\(l)\(j)\(l)]\))[\(l)\(i)\(l)] - i\((
\*SubscriptBox[\(n), \((3) + 1)\)]\))\)),
\((2)\)]\)), {\[Theta],2},{\[Lambda],4.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]]//Quiet;
wls12=Last/@Table[res=FindMinimum[!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((4)\)]\(\((
\*FractionBox[\(
\*SuperscriptBox[\((
\*SubscriptBox[\(n), \((4) + 1)\], \((2)] \((
\*SubscriptBox[\(n), \((4) + 2)\)]\)), \((i \((
\*SubscriptBox[\(n), \((4) - i + 1)\)]\))\))\))\))
\*SuperscriptBox[\((F[\(sdata12[\(l)\(j)\(l)]\))[\(l)\(i)\(l)] - i\((
\*SubscriptBox[\(n), \((4) + 1)\)]\))\)),
\((2)\)]\)), {\[Theta],2},{\[Lambda],4.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]]//Quiet;
wls13=Last/@Table[res=FindMinimum[!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((1)\)]\(\((
\*FractionBox[\(
\*SuperscriptBox[\((
\*SubscriptBox[\(n), \((1) + 1)\], \((2)] \((
\*SubscriptBox[\(n), \((1) + 2)\)]\)), \((i \((
\*SubscriptBox[\(n), \((1) - i + 1)\)]\))\))\))\))
\*SuperscriptBox[\((F[\(sdata13[\(l)\(j)\(l)]\))[\(l)\(i)\(l)] - i\((
\*SubscriptBox[\(n), \((1) + 1)\)]\))\)),
\((2)\)]\)), {\[Theta],3.5},{\[Lambda],2}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]]//Quiet;
wls14=Last/@Table[res=FindMinimum[!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((2)\)]\(\((
\*FractionBox[\(
\*SuperscriptBox[\((
\*SubscriptBox[\(n), \((2) + 1)\], \((2)] \((
\*SubscriptBox[\(n), \((2) + 2)\)]\)), \((i \((
\*SubscriptBox[\(n), \((2) - i + 1)\)]\))\))\))\))

```

الملحق B

```

\*SuperscriptBox[(F[(sdata14[(l)\(j)\(l)])[(l)\(i)\(l)]] - i^((
\*SubscriptBox[(n), (2)] + (1))),
(2)]), { \[Theta],3.5}, {\[Lambda],2}, Method->"Newton", WorkingPrecision-
>10], {j,1,r} // Quiet;
wls15=Last/@Table[res=FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(\[Sum]), (i = 1)],
SubscriptBox[(n), (3)])(
\*FractionBox[(
\*SuperscriptBox[(\(*SubscriptBox[(n), (3)] + 1)), (2)] ((
\*SubscriptBox[(n), (3)] + 2))), (i ((
\*SubscriptBox[(n), (3)] - i + 1)))]))
\*SuperscriptBox[(F[(sdata15[(l)\(j)\(l)])[(l)\(i)\(l)]] - i^((
\*SubscriptBox[(n), (3)] + (1))),
(2)]), { \[Theta],3.5}, {\[Lambda],2}, Method-
>"Newton", WorkingPrecision10], {j,1,r} // Quiet;
wls16=Last/@Table[res=FindMinimum[!(\*UnderoverscriptBox[(\[Sum]), (i =
1)], SubscriptBox[(n), (4)])(
\*FractionBox[(\(*SuperscriptBox[(\(*SubscriptBox[(n), (4)] + 1)), (2)]
((\(*SubscriptBox[(n), (4)] + 2))), (i ((\(*SubscriptBox[(n), (4)] - i + 1)))]))
\*SuperscriptBox[(F[(sdata16[(l)\(j)\(l)])[(l)\(i)\(l)]] -
i^((\(*SubscriptBox[(n), (4)] +
1)))](2)]), { \[Theta],3.5}, {\[Lambda],2}, Metho>"Newton", WorkingPrec>10{
j,1,r} // Quiet;
wls17=Last/@Table[res=FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(\[Sum]), (i = 1)],
SubscriptBox[(n)\(1)])(\(*FractionBox[(\(*SuperscriptBox[(\(*SubscriptBox[(
n), (1)] + 1)), (2)] ((\(*SubscriptBox[(n), (1)] + 2))),
(\(*SubscriptBox[(n), (1)] - i + 1)))]\*SuperscriptBox[(F[(sdata17[(l)\(j)\(l)])[(l)\(i)\(l)]] -
i^((\(*SubscriptBox[(n),
(1)]1)))](2)]), { \[Theta],3.5}, {\[Lambda],3}, Metho>"Newton", WorkingPrisi
on>10], {j,1,r} // Quiet;wls18=Last/@Table[res=FindMinimum[!(\*Underoverscript
Box[(\[Sum]), (i = 1)],
SubscriptBox[(n),(2)])(\(*FractionBox[(\(*SuperscriptBox[(\(*SubscriptBox[(
n), (2)] + 1)), (2)] ((\(*SubscriptBox[(n), (2)] + 2))), (i ((
\*SubscriptBox[(n), (2)] - i + 1)))]))
\*SuperscriptBox[(F[(sdata18[(l)\(j)\(l)])[(l)\(i)\(l)]] -
i^((\(*SubscriptBox[(n), (2)] +
1)))](2)]), { \[Theta],3.5}, {\[Lambda],3}, Method>"Newton", WorkingPrecisio>10],,
1,r} // Quiet;wls19=Last/@Table[res=FindMinimum[!(\*UnderoverscriptBox[(\[S
um]), (i = 1)], SubscriptBox[(n), (3)])(\(*FractionBox[(\(*SuperscriptBox[(
\(*SubscriptBox[(n), (3)] + 1)), (2)] ((\(*SubscriptBox[(n), (3)] + 2))), (i
((\(*SubscriptBox[(n), (3)] - i + 1)))]))
\*SuperscriptBox[(F[(sdata19[(l)\(j)\(l)])[(l)\(i)\(l)]] - i^((
\*SubscriptBox[(n), (3)] +
1)))](2)]), { \[Theta],3.5}, {\[Lambda],3}, Method->"Newton", WorkingPrecision-
>10], {j,1,r} // Quiet;
wls20=Last/@Table[res=FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(\[Sum]), (i = 1)],

```


الملحق B

```

\*SubscriptBox[\(n), \((1) + 0.25)\] - F[(sdata1[(\)(j)(\))][(\)(i)(\))]),
\((2))],{\[\Theta],2},{\[\Lambda],2}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]/Quiet;
P2=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((2))]]
\*SuperscriptBox[\((
\*FractionBox[\(i - 0.3)\), \((
\*SubscriptBox[\(n), \((2) + 0.25)\] - F[(sdata2[(\)(j)(\))][(\)(i)(\))]),
\((2))],{\[\Theta],2},{\[\Lambda],2}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]/Quiet;
P3=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((3))]]
\*SuperscriptBox[\((
\*FractionBox[\(i - 0.3)\), \((
\*SubscriptBox[\(n), \((3) + 0.25)\] - F[(sdata3[(\)(j)(\))][(\)(i)(\))]),
\((2))],{\[\Theta],2},{\[\Lambda],2}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]/Quiet;
P4=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((4))]]
\*SuperscriptBox[\((
\*FractionBox[\(i - 0.3)\), \((
\*SubscriptBox[\(n), \((4) + 0.25)\] - F[(sdata4[(\)(j)(\))][(\)(i)(\))]),
\((2))],{\[\Theta],2},{\[\Lambda],2}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]/Quiet;
P5=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((1))]]
\*SuperscriptBox[\((
\*FractionBox[\(i - 0.3)\), \((
\*SubscriptBox[\(n), \((1) + 0.25)\] - F[(sdata5[(\)(j)(\))][(\)(i)(\))]),
\((2))],{\[\Theta],2},{\[\Lambda],3}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]/Quiet;
P6=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((2))]]
\*SuperscriptBox[\((
\*FractionBox[\(i - 0.3)\), \((
\*SubscriptBox[\(n), \((2) + 0.25)\] - F[(sdata6[(\)(j)(\))][(\)(i)(\))]),
\((2))],{\[\Theta],2},{\[\Lambda],3}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10],{j,1,r}]/Quiet;
P7=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
SubscriptBox[\(n), \((3))]]
\*SuperscriptBox[\((
\*FractionBox[\(i - 0.3)\), \((

```

الملحق B

```

\*SubscriptBox[(n), (3)] + 0.25) - F[(sdata7[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)], {{\Theta,2},{\Lambda,3}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P8=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (4)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (4)] + 0.25) - F[(sdata8[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)], {{\Theta,2},{\Lambda,3}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P9=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (1)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (1)] + 0.25) - F[(sdata9[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)], {{\Theta,2},{\Lambda,4.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P10=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (2)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (2)] + 0.25) - F[(sdata10[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)], {{\Theta,2},{\Lambda,4.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P11=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (3)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (3)] + 0.25) - F[(sdata11[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)], {{\Theta,2},{\Lambda,4.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P12=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (4)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (4)] + 0.25) - F[(sdata12[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)], {{\Theta,2},{\Lambda,4.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P13=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (1)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (

```

الملحق B

```

\*SubscriptBox[(n), (1)] + 0.25) - F[(sdata13[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)],{ {\Theta},3.5},{\Lambda},2},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P14=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (2)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (2)] + 0.25) - F[(sdata14[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)],{ {\Theta},3.5},{\Lambda},2},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P15=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (3)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (3)] + 0.25) - F[(sdata15[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)],{ {\Theta},3.5},{\Lambda},2},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P16=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (4)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (4)] + 0.25) - F[(sdata16[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)],{ {\Theta},3.5},{\Lambda},2},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P17=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (1)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (1)] + 0.25) - F[(sdata17[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)],{ {\Theta},3.5},{\Lambda},3},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P18=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (2)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (
\*SubscriptBox[(n), (2)] + 0.25) - F[(sdata18[(l)(j)(l)][(l)(i)(l)]),
(2)],{ {\Theta},3.5},{\Lambda},3},Method->"Newton",WorkingPrecision-
>10},{j,1,r}]/Quiet;
P19=Last/@Table[res =FindMinimum[!(
\*UnderoverscriptBox[(Sum)], (i = 1),
SubscriptBox[(n), (3)]
\*SuperscriptBox[(
\*FractionBox[(i - 0.3), (

```


الملحق B

```

(**Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)
TableForm[ {Mean[ { {(Subscript[θ, 1]-θ)2}, {(Subscript[λ, 1]-λ)2}} /.mlm1 ], Mean[ { {(Subscript[θ, 1]-θ)2}, {(Subscript[λ, 1]-λ)2}} /.mlm2 ], Mean[ { {(Subscript[θ, 1]-θ)2}, {(Subscript[λ, 1]-λ)2}} /.mlm3 ], Mean[ { {(Subscript[θ, 1]-θ)2}, {(Subscript[λ, 1]-λ)2}} /.mlm4 ] }, TableHeadings-> { {"15", "40", "70", "100"}, {"θ", "λ"} } ]
TableForm[ {Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 1.5, 6, 0.5}]}], TableHeadings-> { {"R_real"}, {"1.5", "2", "2.5", "3", "3.5", "4", "4.5", "5", "5.5", "6"} } ]
TableForm[ {Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /.mlm1 ], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /.mlm2 ], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /.mlm3 ], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /.mlm4 ] }, TableHeadings-> { {"25", "50", "75", "100"}, {"1.5", "2", "2.5", "3", "3.5", "4", "4.5", "5", "5.5", "6"} } ]
TableForm[ {Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.mlm1 ], Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.mlm2 ], Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.mlm3 ], Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.mlm4 ] }, TableHeadings-> { {"25", "50", "75", "100"}, {"1.5", "2", "2.5", "3", "3.5", "4", "4.5", "5", "5.5", "6"} } ] //AccountingForm
(*MOM*)
(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)
TableForm[ {Mean[ { {θ}, {λ} } /. mom1 ], Mean[ { {θ}, {λ} } /. mom2 ], Mean[ { {θ}, {λ} } /. mom3 ], Mean[ { {θ}, {λ} } /. mom4 ] }, TableHeadings-> { {"15", "40", "70", "100"}, {"θ", "λ"} } ]
(**Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)
TableForm[ {Mean[ { {(Subscript[θ, 1]-θ)2}, {(Subscript[λ, 1]-λ)2}} /.mom1 ], Mean[ { {(Subscript[θ, 1]-θ)2}, {(Subscript[λ, 1]-λ)2}} /.mom2 ], Mean[ { {(Subscript[θ, 1]-θ)2}, {(Subscript[λ, 1]-λ)2}} /.mom3 ], Mean[ { {(Subscript[θ, 1]-θ)2}, {(Subscript[λ, 1]-λ)2}} /.mom4 ] }, TableHeadings-> { {"15", "40", "70", "100"}, {"θ", "λ"} } ]
TableForm[ {Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /.mom1 ], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /.mom2 ], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /.mom3 ], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /.mom4 ] }, TableHeadings-> { {"25", "50", "75", "100"}, {"1.5", "2", "2.5", "3", "3.5", "4", "4.5", "5", "5.5", "6"} } ]
TableForm[ {Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.mom1 ], Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.mom2 ], Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.mom3 ], Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.mom4 ] }, TableHeadings->

```

الملحق B

```

>{{"25","50","75","100"},
{"1.5","2","2.5","3","3.5","4","4.5","5","5.5","6"}}//AccountingForm
(*WLS*)
(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)
TableForm[{Mean[{{θ}, {λ}} /. wls1], Mean[{{θ}, {λ}} /. wls2], Mean[{{θ}, {λ}}
/. wls3], Mean[{{θ}, {λ}} /. wls4]}, TableHeadings -> {{"30", "50", "100", "200"},
{ "θ", "λ", "λ1", "λ2"}}, {WorkingPrecision -> 5}]
(**Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)
TableForm[{Mean[{{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}}/.wls1],Mean[{{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}}/.wls2],Mean[{{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}}/.wls3],Mean[{{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}}/.wls4]},TableHeadings->{{"25","50","75","100"},{ "θ","λ","λ1","λ2"}}]
TableForm[{Mean[Table[SurvivalFunction[distrm[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. wls1],
Mean[Table[SurvivalFunction[distrm[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. wls2],
Mean[Table[SurvivalFunction[distrm[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. wls3],
Mean[Table[SurvivalFunction[distrm[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. wls4]},
TableHeadings -> {{"25", "50", "75", "100"}, {"1.5", "2", "2.5", "3", "3.5", "4",
"4.5", "5", "5.5", "6"}}]
TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[distrm[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.wls1],Mean[(Table[SurvivalFu
nction[distrm[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.wls2],Mean[(Table[SurvivalFu
nction[distrm[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.wls3],Mean[(Table[SurvivalFu
nction[distrm[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.
wls4]},TableHeadings-
>{{"25","50","75","100"},
{"1.5","2","2.5","3","3.5","4","4.5","5","5.5","6"}}//AccountingForm
(*PRECINTILE*)
(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)
TableForm[{Mean[{{θ}, {λ}} /. P1], Mean[{{θ}, {λ}} /. P2], Mean[{{θ}, {λ}} /.
P3], Mean[{{θ}, {λ}} /. P4]}, TableHeadings -> {{"25", "50", "75", "100"}, { "θ",
"λ", "λ1", "λ2"} } ]
(**Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)
TableForm[{Mean[{{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}}/.P1],Mean[{{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}}/.P2],Mean[{{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}}/.P3],Mean[{{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}}/.P4]},TableHeadings->{{"25","50","75","100"},{ "θ","λ","λ1","λ2"}}]
TableForm[{Mean[Table[SurvivalFunction[distrm[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. P1],
Mean[Table[SurvivalFunction[distrm[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. P2],
Mean[Table[SurvivalFunction[distrm[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. P3],
Mean[Table[SurvivalFunction[distrm[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. P4]},
TableHeadings -> {{"25", "50", "75", "100"}, {"1.5", "2", "2.5", "3", "3.5", "4",
"4.5", "5", "5.5", "6"}}]
TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[distrm[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}])2/.P1],Mean[(Table[SurvivalFunct
ion[distrm[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-

```

الملحق B

```

Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}]^2/.P2],Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}]^2/.P3),Mean[(Table[SurvivalFunction[distmr[θ,λ],t],{t,1.5,6,0.5}]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,1.5,6,0.5}]^2/.P4)],TableHeadings->{"25","50","75","100"},{"1.5","2","2.5","3","3.5","4","4.5","5","5.5","6"}]//AccountingForm
{ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 1.5, 6, 0.5}], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. mlm1], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. wls1], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. mom1], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. P1]}, {Frame -> True, PlotRange -> Automatic, PlotLegends -> Placed[{"R_real", "R_ML", "R_WLS", "R_MO", "R_PC"}, Center], Mesh -> Full}},
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 1.5, 6, 0.5}], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. mlm2], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. wls2], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. mom2], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. P2]}, {Frame -> True, PlotRange -> Automatic, PlotLegends -> Placed[{"R_real", "R_ml", "R_wls", "R_ols", "R_pr"}, Center], Mesh -> Full}},
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 1.5, 6, 0.5}], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. mlm3], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. wls3], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. mom3], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. P3]}, {Frame -> True, PlotRange -> Automatic, PlotLegends -> Placed[{"R_real", "R_ml", "R_ols", "R_wls", "R_pr"}, Center], Mesh -> Full}},
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 1.5, 6, 0.5}], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. mlm4], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. wls4], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. mom4], Mean[Table[SurvivalFunction[distmr[θ, λ], t], {t, 1.5, 6, 0.5}] /. P4]}, {Frame -> True, PlotRange -> Automatic, PlotLegends -> Placed[{"R_Real", "R_MLE", "R_WLS", "R_MOM", "R_PC"}, Center], Mesh -> Full}}]

```

ثانياً: برنامج الجانب التطبيقي

Clear[all]

distammar=ProbabilityDistribution[$\sqrt{2/\pi} \left(e^{-\frac{x^4}{8\theta^4\lambda^2}} x^5 \right) / (4\theta^6\lambda^3)$,{x,0,∞});

F[x_]:= (1-2 $\sqrt{\pi}$ Gamma[3/2,x⁴/(8 θ⁴ λ²)]);

FM[x_]:= -((e^{- $\frac{x^2}{2\lambda^2}$} $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$ x)/λ)+Erf[x/($\sqrt{2}$ λ)];

FR[x_]:= 1-e^{- $\frac{x^2}{2\theta^2}$} ;

dataMR = Sort[SeedRandom[10]; RandomVariate[distammar /. {θ -> 3.5, λ -> 3.8}, 87]];

الملحق B

```

data{2.06,2.1,2.26,3.1,3.2,3.56,3.66,3.7,4.2,4.26,4.3,4.36,4.36,4.4,4.42,4.57,4.64,4.7
1,4.78,4.79,4.8,4.8,4.82,4.88,4.9,4.94,5.23,5.36,5.4,5.43,5.43,5.46,5.46,5.56,5.6,5.6,
5.63,5.7,5.83,5.83,5.93,6.02,6.06,6.06,6.1,6.1,6.13,6.13,6.13,6.16,6.26,6.26,6.3,6.3,6
.3,6.33,6.53,6.6,6.7,6.76,6.76,6.8,6.8,6.8,6.83,6.83,7.02,7.1,7.33,7.36,7.36,7.36,7.5,7
.56,7.6,7.63,7.63,7.73,7.73,8.1,8.23,8.23,8.3,8.36,8.36,8.46,8.83,8.93,8.93,9.1,9.36};
TableForm[data];
n = Length[data]
sdata = Sort[data];
v[θ,λ]:=∑i=1n (  $\frac{(n+1)^2 (n+2)}{i (n-i+1)}$  ) ( F[sdata[[i]]] - i / (n + 1) )2 ;
M[λ]:=∑i=1n (  $\frac{(n+1)^2 (n+2)}{i (n-i+1)}$  ) ( FM[sdata[[i]]] - i / (n + 1) )2 ;
R[θ]:=∑i=1n (  $\frac{(n+1)^2 (n+2)}{i (n-i+1)}$  ) ( FR[sdata[[i]]] - i / (n + 1) )2 ;
est = Last@FindMinimum[v[θ, λ], {{θ, 3.5}, {λ, 4}}, Method -> "Newton"] // Quiet
estm = Last@FindMinimum[M[λ], {λ}, ->>> "Newton"]
estr = Last@FindMinimum[R[θ], {θ}, ->>> "Newton"]
Show[Histogram[data, {0, 21, 0.75}, "PDF", ImageSize -> 500],
Plot[PDF[distammar /. est, x], {x, 0, 20}, PlotStyle -> Thick, PlotTheme ->
"Web"]]
Show[
Histogram[data, {0, 17, 0.75}, "PDF", ChartStyle -> Hue[0.25], ImageSize -> 500],
Plot[{PDF[distammar /. est, x], PD[F[MaxwellDistribution[λ], x] /. estm,
PDF[RayleighDistribution[θ], x] /. estr}, {x,[ 0, 25]}, {Frame -> False, PlotRange ->
Full, PlotLegends -> Placed[{"Maxwell-Rayleigh", "Maxwell", "Rayleigh"},
Center], PlotStyle -> Thick, Mesh -> Full, PlotTheme -> "Web"}]]
Show[
Histogram[data, {0, 22,.95}, "CDF", ChartStyle ->[ Hue[0.25], ImageSize -> 500],
Plot[{CDF[distammar /. est, x], CDF[MaxwellDistribution[λ], x] /. estm,
CDF[RayleighDistribution[θ], x] /. estr}, {x, , 25}, {Frame -> False, PlotRange ->
Full, PlotLegends -> Placed[{"Maxwell-Rayleigh", "Maxwell", "Rayleigh"},
Center], PlotStyle -> Thick, Mesh -> Full, PlotTheme -> "Web", ImageSize ->
500}]]
PearsonChiSquareTest[data03, distammar /. est, "HypothesisTestData"]
□ = EmpiricalDistribution[data03];
TableForm[#[□] & /@ {Mean, Variance, Skewness, Kurtosis, Median,
StandardDeviation}]
{TableForm[{Table[SurvivalFunction[distammar /. est, t], {t, {data}}]}],
TableDirections -> Column],
TableForm[{Table[CDF[distammar /. est., t], {t, {data}}]}], TableDirections ->
Column],
TableForm[{Table[HazardFunction[distammar /. est, t], {t, {data}}]}],
TableDirections -> Column}]
Plot[{SurvivalFunction[□,], SurvivalFunction[distammar /. est, x]}, {x, 0, 25},
{Frame -> True, PlotRange -> Full,
PlotLegends -> Placed[{"Empirical", "MR"}, Center]}, Exclusions -> None,
PlotStyle -> {Thick, {Thick, Red}}]}
Plot[{CDF[□, x], CDF[distammar /. est, x]}, {x, 0, 25}, {Frame -> True, PlotRange
-> Full, PlotLegends -> Placed[{"Empirical ", "MR"}, Center]},

```


B الملحق

```
Exclusions -> None, PlotStyle -> {Thick, {Thick, Orange}}]
TableForm[{{aic1=4+(-2)*LogLikelihood[distammar,data]/.est,aic1+12/(n-3)},
{aic2=2+(-2)*LogLikelihood[MaxwellDistribution[λ],data]/.estm,aic2+4/(n-2)},
{aic3=2+(-2)*LogLikelihood[RayleighDistribution[θ],data]/.estr,aic3+4/(n-2)}
},TableHeadings->{"Maxwell-
Rayleigh","Maxwell","Rayleigh"},{"AIC","AICc"}]}
```

Abstract

The study seeks to use the (T-X Family) method in building a new proposed probabilistic model known as the Maxwell-Rayleigh Distribution with two parameters (θ, λ) , as some of its properties were studied, its parameters were estimated, and the reliability function was calculated using four estimation methods (Maximum Likelihood Method "MLE", moment method "MOM", weighted least squares method "WLS" and Percentiles Estimators method "PC"), and for the purpose of comparison between estimation methods for parameters and reliability function, the Monte-Carlo simulation method was employed. Using the program (Wolfram Mathematica 12.2) to conduct several experiments with different sample sizes (small "25,50", medium "100" and large "150" and through the use of the statistical scale Mean Error Squares (MSE) with respect to estimating parameters and mean integral error squares (IMSE) As for the estimators of the reliability function, the results showed the preference of the weighted least squares method in estimating parameters and calculating the estimations of the reliability function for the proposed distribution at medium and small sample sizes, and the preference of the Maximum Likelihood Method at large sample sizes.

The proposed distribution was applied to real data with (91) observations representing the working times of the spinning machines until failure, and through goodness of fit tests, it was proven to be superior in representing and describing these data compared to the Maxwell and Riley distributions, and the reliability function of the real data was estimated using the best method that was reached. On the experimental side for the average samples (weighted least squares

method), it was found that the average operating times until failure of the machines amounted to (6.046484) months, and that the average values of the estimated reliability function amounted to (0.506831), that is, it is possible to rely on these machines at a rate of (50%) in about six months.

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education and Scientific
Research
University of Karbala
Faculty of Management and Economics
Department of Statistics



Estimating the reliability of the probability distribution (Maxwell- Rayleigh) using (T-X family) with app

**A letter submitted to
the Council of the College of Administration
and Economics at the University of Karbala
It is part of the requirements for obtaining
a master's degree in statistics**

By:

Ammar Karis Hussein Al-Aidi

Under supervision

A.M.D. Enas Abdel Hafez Mohamed

م 2021

هـ 1442

Holy Karbala