جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة كربلاء/ كلية الإدارة والاقتصاد

قسم الإحصاء

استعمال اسلوب Jackknife والطريقة البيزية لتقدير دالة معولية توزيع بيتا

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء

تقدّم بها

علاء عدنان عوده الطليباوي

بإشـــــــــراف

أ.م.د ايناس عبد الحافظ محمد

1443 هـ 2021 م

كربلاء المقدسة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا

عَلَّمْتَنَا إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ

صدق الله العظيم

سورة البقرة

الآيــة (32)

الإهداء

إلى الدماء الطاهرة التي سالت من اجل الحفاظ على تراب هذه الارض المقدسة ... شهدائنا الابرار

إلى أول قلم وأول بناء وأول حضارة ... العراق

إلى من الجنةَ تحت أقدامِها و أكرمني ربي بوجودها ووفقني بدعائها ... أمي الحنون.

إلى مَـنْ زرعَ الأملَ في طريقي رمز المحبة والعطاء... إكباراً وتقديراً وعرفاناً ... والدي الحبيب.

إلى رفيقة الدرب وسندي في الشّدةِ والرَّخاء أهدي لِك عمري كله بلا ندم... زوجتي العزيزة.

إلى مَنْ وهبوني حبهم ورعايتهم

...أخواتي وأخوتي.

إلى قرة عيني اولادي أمير , أحمد ,أروى ,أية, أوس, أدم ... احبائي مع فيض مودتي

إلى الشمـــــــوع التي أضاءت لي طـــــــــريق العلـــم ... أساتذتي.

إلى كل القلوب المخلصة التي تدعو لي بالنجاح والتوفيق ...أهدي ثمرة جهدي هذا

الباحث

شُكر وامتنـان

الحمدُ لله الذي علا في توحُّدِهِ ودنا في تفرُّدِهِ، وجلَّ في سلطانه، وعظُمَ في أركانه وأحاط بكل شيءٍ علماً وهو في مكانه، وقهر جميع الخلق بقُدرته وبرهانه، مجيداً لم يَزَل محموداً، جبار السموات والأرضين، سُبوحٌ قُدُّوس ربُّ الملائكةِ والرُّوح، والصلاة والسلام على البشير النذير الهادي الأمين وآله الطيبين الطاهرين وصحبه المنتجبين.

بعد الحمد والشكر للعليّ القدير الذي وفقني لإنجاز هذه الرسالة، أتقدَّم بخالص شكري وعظيم إمتناني إلى الأستاذ المساعد الدكتور **ايناس عبد الحافظ** لتفضلها بالإشراف على رسالتي ولما أبدته من ملاحظات قيمّة في إعداد هذه الرسالة، فأسأل الله لها الخير والتوفيق.

وأتقدم بوافر الشكر والتقدير والامتنان إلى السادة رئيس لجنة المناقشة وأعضائها المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة متمنيا أن تنال استحسانهم ورضاهم.

ومن واجب العرفان بالجميل أتقدم بوافر الشكر والامتنان الى ينبوع العلم والمعرفة (أساتذتنا في قسم الاحصاء) فضلاً عن المنتسبين جميعاً ممَّن أسدى لي معروفاً، وفقهم الله إلى كل خير.

كما اتقدم بوافر الشكر والعرفان الى اخوتي في وزارة الداخلية مدرائي وزملائي في وزارة الداخلية على مواقفهم الطيبة، وفقهم الله لخدمة العراق العظيم .

ولا يفوتني أن أُسجل شكري وتقديري وامتناني لزملائي في الدراسة وخص بالذكر (منتظر جمعة) و(علي حسين) لتعاونهم طوال مدّة الدراسة، وأسأل الله لهم التوفيق.

كما واتقدم بالشكر الجزيل الى جميع موظفي مكتبة جامعة بغداد – كلية الادارة والاقتصاد والمكتبة المركزية في جامعة كربلاء على وقفتهم معي في استعارة الاطاريح والمصادر العلمية التي اسهمت في اكمال رسالتي، ولهم فائق الاحترام والتقدير

وأخيراً أقدم شكري الخالص إلى كُلّ من أسهم بجهدٍ في تمهيد الطريق لإنجاز هذه الرسالة ولم أتمكن من ذكرهم في هذه السطور القليلة وأسأل الله سبحانه وتعالى أن يجزي الجميع عني خير الجزاء.

المحتويات

الجداول Tables

الاشكال Shapes

Mean	**المعنى**	**الرموز**
Cumulative density function	دالة الكثافة التجميعية	$F(.)$
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(.)$
Reliability function	دالة المعولية	$R(.)$
Hazard function	دالة الخطورة	$h(.)$
Cumulative hazard function	دالة المخاطرة التجميعية	$H(.)$
Maximum likelihood estimation	طريقة الامكان الاعظم	*MLM*
Moment method	طريقة العزوم	*MOE*
Jackknife Method	أسلوب جاك نايف	*jac*
Standard Bayes Method	طريقة بيز القياسي	*bayes*
Akaike Information Criteria	معيار معلومات اكايكي	*AIC*
Akaike Information Correct	معيار معلومات اكايكي المصحح	*AICc*
Bayesian information criterion	معيار المعلومات البيزي	*BIC*
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	*MSE*
Integrative Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ التكاملي	*IMSE*

المستخلص

يعد توزيع بيتا (beta distribution) من التوزيعات الاحتمالية المستمرة ذو معلمتي شكل (β,α) والمحدد بالفترة زمنية [0,1]، له اهمية بالغة من الناحية التطبيقية في مختلف المجالات الاحصائية وفي تطبيقات المعولية ومراقبة جودة الانتاج، وقد ركزت الرسالة على تقدير دالة المعولية لتوزيع بيتا (beta distribution) بمعلومية المعلمة ($\beta=1$) باستعمال اسلوبين الاول اسلوب جاك نايف (Jackknife) المعتمد على مقدر الامكان الاعظم (Jac1) و جاك نايف (Jackknife) المعتمد على مقدر العزوم (Jac2) وثانيا اسلوب بيز بدالة خسارة تربيعية (bayes1) وبيز بدالة خسارة تربيعية معدلة (bayes2) وتم توظيف أسلوب المحاكاة (Simulation) بطريقة مونت كارلو(Mont-Carlo) واستعمال برنامج (Mathematica12.2) لتصميم عدد من تجارب المحاكاة (simulation) باستعمال قيم افتراضية مختلفة للمعالم وحجوم العينات (10,20,25,75,100) وكررت التجربة (1000) مرة للحصول على تجانس عال من اجل المقارنة بين طرائق التقدير لبيان اي المقدرات هي الأكثر دقة في الاستخدام في تقدير معلمة الشكل (α) ودالة المعولية لهذا التوزيع من بين الطرائق المستخدمة في هذه الرسالة بالاعتماد على مقاييس إحصائية لمعرفة الافضل منها وهما متوسط مربعات الخطأ ((Mean Squared Error (MSE)) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (Integral Mean Squared Error (IMSE)) وقد اظهرت النتائج تقارب طريقة (bayes1) و طريقة (Jac2) من حيث الافضلية في تقدير دالة المعولية مقارنة مع باقي طرائق التقدير، وقد اجري تطبيقاً عمليا لبيانات عن جهاز الإنعاش الرئوي (CPAP) باستعمال افضل الطرائق التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي في تقدير دالة المعولية لتوزيع بيتا (beta distribution) حيث تبين افضلية اسلوب جاك نايف (Jac2) على طريقة بيز(bayes1) في تقدير دالة المعولية لتوزيع بيتا للبيانات الحقيقية عبر استعمال معايير المقارنة .

الفصل الأول

منهجية الرسالة

1-1 المقدمة (Introduction)

أدى التطور الذي يشهده العالم بشكل أساسي في مجال العلوم والتكنولوجيا إلى ظهور العديد من الأجهزة الإلكترونية والآلات والمكائن المعقدة المستخدمة في العديد من المجالات مثل الطب والهندسة والاتصالات وغيرها.

وبالطبع فهذه الأجهزة عرضة للفشل مما يؤدي إلى توقفها وزيادة التكاليف وتقليل الإنتاج مما يؤدي إلى خسائر بشرية ومعنوية ومادية وضياع للوقت وأضرار أخرى ومن ثم، فإن قياس معولية أي جهاز سيكون أساس تصميم معظم هـذه الأجهزة.

ومن هنا تأتي أهمية المعولية في حياتنا العملية ، تساعد معرفة معولية كل ماكنة في أي مصنع أو منشأة على التنبؤ بالعدد الإجمالي الأمثل المكائن التي تعمل والعاطلة في أي وقت، ودراسة عواقب العطلات والانقطاعات المفاجئة التي قد تتعرض لها الاجهزة أو المعدات أثناء التشغيل و البحث عن الأساليب والتقنيات التي تضمن لهذا الجهاز تحقيق الأغراض التي صمم أو استخدم من أجلها.

فضلاً عن مقارنة معولية المنتج الحالي بمعولية المنتج السابق، وذلك لمعرفة درجة تطور المنتج أو تدهوره وأهميته للحماية والوقاية من الخطر على حياة الإنسان ، حيث كان له الأهمية الأساسية في حل مشاكل نظرية البقاء وتحليل جداول الحياة.

يمكن اعتبار المعولية مقياسًا ثابتًا، لذلك يُطلق عليها أيضًا دالة استمرارية عمل النظام بانقضاء زمن دوري بمقدار (t)، وتسمى أيضًا مقياسًا لقابلية أو قدرة اي جزء من نظام معين أو لتشغيل النظام ككل بثقة تامة ودون انقطاع. من الناحية النظرية، يمكن تعريف المعولية على أنها احتمالية عمل الجهاز في بيئة مستهلك معينة.

لذلك، فإن دراسة موضوع المعولية والعلاقة بين الجانبين النظري والتجريبي لها أهمية كبيرة، لأنها مؤشر يوضح كفاءة النظام والماكنة وقدرتها على العمل بشكل لا تشوبه شائبة على مدى مدة زمنية طويلة وهذا يؤدي إلى تصميم عمل مختلف المكائن والأنظمة واستثمارها الأمثل من أجل تحسين أداء هذه الأنظمة نوعيًا وكميًا.

يتم تقدير المعولية اعتماداً على الكثير من المفاهيم والنماذج الاحصائية حول تقدير المعلمات ودالة المعولية ، ومن تلك النماذج المهمة أو دوال توزيع وقت الفشل هي دالة توزيع بيتا (beta distribution) اذ تم اخذ حالة خاصة عندما تكون معلمة الشكل معلومة (β) تساوي واحد وذلك باستخدام طرائق التقدير المختلفة ومنها اسلوب الجاك نايف (Jackknife) وطريقة بيز القياسي

ولأجل بلوغ هدف الرسالة قسمت الى أربعة فصول:
درس الفصل الأول: المقدمة ومشكلة وهدف الرسالة وأستعراض مرجعي عن بعض البحوث ذات العلاقة بالرسالة.
أما الفصل الثاني: فقد بحث الجانب النظري وما يتعلق به مع نبذة مختصرة عن توزيع بيتا (beta distribution) وخصائصه وكذلك استعراض بعض الطرائق التقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع بيتا (beta distribution) .
أما الفصل الثالث: شرح المبادئ الاساسية للمحاكاة ومن ثم استعراض لمراحل بناء تجربة المحاكاة الخاصة بالرسالة تلاها عرض نتائج تجربة المحاكاة وتحليلها للوصول إلى أفضل الطرائق في تقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع بيتا (beta distribution) اعتماداً على المعايير الاحصائية المهمة وهي متوسط مربعات الخطأ (MSE) , ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي ($IMSE$).
واخيراً كُرس الفصل الرابع: إلى الاستنتاجات التي توصل إليها الباحث والتوصيات المقترحة من قبله حول الموضوع.

2-1 مشكلة الرسالة problem of the thesis

تكمن المشكلة بحدوث عطلات مفاجئة للأجهزة والذي يؤثر على معولية تلك الأجهزة وغالبا ما تكون هذه العطلات لها سلوك عشوائي ولها توزيع احتمالي ومن الممكن يتوزع توزيع بيتا وعليه من أجل تقدير دالة المعولية لتلك الأجهزة وتقدير متوسط اوقات الاشتغال هناك الكثير من الطرق التي يمكن استعمالها لهذا الغرض منها اساليب كلاسيكية واساليب بيزية من هنا انبثقت المشكلة للدراسة من اجل معرفة الطريقة الاكفأ في تحديد المعولية .

3-1 هدف الرسالة Objective of the thesis

تهدف هذه الرسالة الى أيجاد الطريقة الافضل لتقدير دالة المعولية لبيانات الفشل التي لها توزيع بيتا من خلال المقارنة بين اسلوب جاك نايف (Jackknife) والطريقة البيزية وايجاد افضل مقدر لذلك باستعمال المقاييس الإحصائية متوسط مربعات الخطأ (MSE) (Mean Square Error) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) اخذين بنظر الاعتبار حجوم عينات مختلفة (صغيرة، متوسطة وكبيرة).

4-1 الاستعراض المرجعي Literature Review

تؤدي الدراسات السابقة دورا مهما في البحث العلمي، وتشكل مصدرا مهما لمعلومات غنية للباحث، وتعد احد المرتكزات الرئيسية في بناء الانموذج الفكري لدراسته، كما تطلعه على تجارب الاخرين للاستفادة منها، ونظرا لأهميتها في البحث العلمي سيتم التطرق الى ما تيسر منها والتي تناولت تقدير دالة المعولية لبعض التوزيعات ذات العلاقة بموضوع الرسالة وكذلك الدراسات التي استعمال فيها اسلوب الجاك نايف والتي استطاع الباحث الوقوف عليها لإغناء الرسالة .

في عام (2000) قامت الباحثة (العاني)[10] بتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل في حالة كون معلمة الشكل معلومة وتوصلت الباحثة إلى ان مقدر الإمكان الأعظم أفضل من مقدر بيز لكل من تقدير معلمة القياس ودالة المعولية لتوزيع ويبل، كما أجرت دراسة لأوقات الفشل الخاصة ببعض مكائن معمل-1 في الشركة العامة لصناعة البطاريات وتحديد الفترات المثلى لإجراء عمليات الصيانة الوقائية.

وفي عام (2001) قام الباحث (القرشي)[11] باقتراح طرائق لا معلمية لتقدير دالة المعولية بفرض توزيع وقت الفشل هو التوزيع الأسي، وقارن هذه المقدرات مع المقدرات التقليدية ومقدرات بيز، وقد توصل الباحث إن الطرائق اللامعلمية هي الأفضل لتقدير دالة المعولية من الطرائق الأخرى من أجل حجوم العينات الصغيرة.

وفي العام نفسه قام الباحث (الدعيس)[7] بإجراء مقارنة بين أسلوب بيز وطرائق التقدير التقليدية وهي الإمكان الأعظم والمقدر المنتظم غير المتحيز بأصغر تباين لتقدير دالة المعولية للتوزيع الطبيعي (μ, σ^2) وتوصل الباحث الى ان مقدر بيز افضل من المقدرات الأخرى بالنسبة الى قيم الزمن t التي تقع ضمن الفترة $[\mu + \sigma, \mu - \sigma]$.

في عام (2002) قام الباحث (الناصر)[13] مع عدد من الباحثين بإجراء مقارنة بين مقدري الإمكان الأعظم وبيز القياسي، لدالة المعولية لتوزيع ويبل وذلك لأجل الوصول للمقدر الأفضل، لكي يتم استخدامه في تقدير معولية مكائن معمل إطارات بابل وتوصل الباحث الى افضلية مقدر الامكان الاعظم على مقدر بيز القياسي.

وفي العام نفسه توصل الباحثان (الجاسم، الدعيس)[4] باستخدام المحاكاة ولتجارب مختلفة على ان أسلوب بيز القياسي افضل من طريقة الإمكان الأعظم لتقدير دالة المعولية

R(t) لتوزيع معكوس كاوس، وذلك من أجل قيم t الصغيرة في حين كانت طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل من أجل قيمt الكبيرة.

في عام نفسه قدم الباحثان (Lee & Keum) [28] بحثا منشورا تم فيه تقدير دالة المعوليه لتوزيع ويبل عندما يكون حجم العينة صغير باستخدام طريقة الامكان الاعظم وطريقة الحد الادنى الموحد لتباين الخطأ وطريقة الجاك نايف بالاعتماد على طريقة الامكان الاعظم واثبت الباحثان ان طريقة جاك نايف هي الافضل.

وفي العام نفسه أيضاً قام الباحث (البياتي)[2] بتقدير معلمات ودالة مُعَوَّلية توزيع ويبل ذي المعلمتين مستخدماً بعض طرائق التقدير الاعتيادية فلقد استخدم طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى فضلاً عن طريقة بيز القياسية وطريقة التقلص وأقترح طريقة بيز الموزون التي تعتمد على توافر المعلومات الأولية والمقارنة بين هذه الطريقة والطرائق الأخرى بالاعتماد على أسلوب المحاكاة لأجل الوصول إلى أفضل طريقة للتقدير وتوصل إلى أن الطريقة المقترحة هي أفضل الطرائق مقارنة مع الطرائق المعروفة وطريقة بيز القياسي وطريقة التقلص في حين أثبت أن طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل مقارنة مع طريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى.

وفي عام (2003) قامت الباحثة (النائب)[14] بمقارنة طرائق متعددة لتقدير دالة المعولية لتوزيع لوغاريتم الطبيعي وهذه الطرائق هي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة المقدر المنتظم غير المتحيز بأصغر تباين وأسلوب بيز القياسي ولقد توصلت الباحثة الى أفضلية طريقة الإمكان الأعظم على الطرائق الأخرى و لحجوم العينات كافة باستخدام المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) في حين حقق أسلوب بيز أفضلية من أجل t الصغيرة ولجميع حجوم العينات.

وفي عام (2004) قام الباحث (الهلالي)[16] بمقارنة أسلوب بيز التقريبي المقترح من قبل الباحث (Lindly) مع طرائق أخرى لتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل بثلاثة معلمات هي معلمة القياس، ومعلمة الشكل، ومعلمة الموقع وتوصل الباحث الى ان طريقة التقلص هي افضل الطرائق، تليها في المرتبة الثانية طريقة الإمكان الأعظم ولحجوم العينات جميعها وباستخدام المقياسين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE)، ومتوسط الخطأ النسبي المطلق (MAPE) للمقارنة بين أفضلية المقدرات.

وفي عام (2005) قام الباحثان (الجاسم، الحميري)[3] بإجراء مقارنة بين الطرائق التقليدية وأسلوب بيز التجريبي لتقدير دالة المعولية للتوزيع الأُسي وتوصل الباحثان إلى أفضلية أسلوب بيز التجريبي باستخدام المقياس الإحصائي (MSE) على الطرائق الأخرى وهي طريقة الإمكان الأعظم، وطريقة المقدر المنتظم غير المتحيز بأصغر تباين ولحجوم العينات جميعها الصغيرة، المتوسطة والكبيرة.

في عام 2006 قدَّر الباحث (صالح) [9] معلمات ودالة المُعَوَّلية لتوزيع باريتو من النوع الأول في حالة توفر معلومات أولية عن العزوم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة التقلص وأسلوب بيز للتوصل إلى أفضل طريقة بين هذه الطرائق بإستخدام المحاكاة، وتوصل إلى أفضلية أسلوب بيز في تقدير دالة المُعَوَّلية مقارنة مع باقي الطرائق.

وفي عام 2007 قامت الباحثة (الجُميلي) [5] بمقارنة بعض طرائق تقدير معلمة القياس ودالة المُعَوَّلية لأنموذج ريلي في حالة البيانات التامة وتوصلت إلى أن مقدر المربعات الصغرى أفضل من طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة بيز القياسية أما في حالة البيانات تحت المراقبة توصلت إلى أن مقدر الإمكان الأعظم أفضل من مقّدر بيز القياسي، وأعتمدت على نتائج المحاكاة بطريقة مونت كارلو للقياسين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ ومتوسط الخطأ النسبي المطلق.

في عام 2012 نشر الباحث (لازم) [12] بحثا قارن فيه بين طرائق التقدير (طريقة الامكان الاعظم مع طريقة بيز الاولى والثانية وطريقة المربعات الصغرى وطريقة الجاك نايف بالاعتماد على طريقة الامكان الاعظم) في تقدير دالة البقاء للتوزيع الاسي المبتور وكانت الافضلية لطريقة بيز الثانية) .

في عام نفسه نشرت (اسماعيل)[1] بحثا استعرضت فيه بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع رايلي ذو المعلمة الواحدة وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة الانحدار Ridge وطريقة الانحدار المعدلة وطريقة الجاك نايف واثبت بان طريقة الجاك النايف هي الافضل باستخدام المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) في بيان الافضلية .

وايضا في عام 2013 نشر الباحثون (الشمرتي واخرون) [8] بحثا تم فيه تقدير دالة المعولية لتوزيع الاسي بطريقة الامكان الاعظم وبعض الطرائق اللامعلمية (التجريب , اللبية , كابلن مير, المعدلة) وولدت البيانات باستعمال اسلوب المحاكاة بطريقة مونت

كارلو واعتمد المؤشر الاحصائي (MSE) والخطأ النسبي المطلق (MAPE) لتوصل الى الطريقة الافضل في التقدير.

في عام 2019 قدم الباحثة (حسين) [6] بحثا تم تقدير معلمات ودالة المعوليه لتوزيع (kumaraswamy) باستخدام طريقة الامكان الاعظم وطريقة بيز وكانت الافضلية للطريقة البيزية.

في عام 2021 درس الباحث (حسين) واخرون [22] دالة معولية التوزيع الاسي باستعمال طريقة تقدير الامكان الاعظم واسلوب جاك نايف وكذلك التقدير البيزي باستعمال توزيعات مسبقة (الاسي، كاما، كاي سكوير) وباستعمال المحاكاة باحجام عينات (10،20،50،100) للمقارنة بين هذه الطرائق وتم التوصل الى ان طريقة بيز كانت الافضل عند حجوم عينات صغيرة(10،20)

ونلاحظ من الدراسات السابقة وعلى حد علم الباحث ندرة الدراسات العربية التي تناولت تقدير دالة المعولية لتوزيع بيتا وبالتالي جاءت هذه الدراسة استكمالاً واضافة للجهود العلمية التي بذلها الباحثون، وكذلك نلاحظ ان الدراسات السابقة لم تتطرق لتقدير معولية توزيع بيتا ذي المعلمتين باستعمال اسلوب الجاك نايف، اذ ما يميز هذه الدراسة هو استعمال اسلوب جاك نايف (Jackknife) المعتمد على مقدر الامكان الاعظم (Jac1) و جاك نايف (Jackknife) المعتمد على مقدر العزوم (Jac2) ومقارنته بأسلوب بيز بدالة خسارة تربيعية (bayes1) وبيز بدالة خسارة تربيعية معدلة (bayes2) بغية اختيار الافضل لقياس معولية جهاز الإنعاش الرئوي (CPAP) من اجل الوقوف على كفاءته وتزويد الجهات ذات العلاقة بمعلومات وافية عنه .

الفصل الثاني

الجانب النظري

1-2 تمهــــيد: preface

في هذا الفصل سيتم التطرق الى مفهوم دالة المعولية والدوال والمفاهيم المرتبطة فيها، وكذلك نبذة عن توزيع بيتا (beta distribution) ذي المعلمتين (α,β) وبيان خصائصه ، كما يتضمن هذا الفصل استعراضاً للطريقة البيزية وطريقة جاك نايف (Jackknife Method) المعتمدة على تقديرات الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Estimate Method) والعزوم (Moments) لتقدير معلمات التوزيع ولإيجاد مقدر دالة المعولية.

2-2 مفاهيــم اساسية : Basic concepts

1-2-2 مفهوم المعولية: [33] Reliability concept

يعد مفهوم المعولية (Reliability) من المفاهيم التي رافقت التطور التكنولوجي للأجهزة والمكائن والأنظمة الإلكترونية المعقدة في مجالات متعددة منها الطب والطاقة النووية والكهرباء وبحوث الفضاء وتسهم المعولية في البحث عن أفضل الطرائق والأساليب التي تضمن تحقيق الأهداف الموسومة للأجهزة والمعدات ، عبر دراسة العطلات والتوقفات الفجائية والفشل المبكر الذي يؤدي الى خسائر مادية وانخفاض مستوى الإنتاج .

فمنذ ثلاثينيات القرن الماضي وضع مجموعة من الباحثين نظرية تعتمد على استعمال الطريقة الإحصائية في السيطرة على عملية الإنتاج وكانت هذه البدايات في المُعَوَّلية. وبعد الحرب العالمية الثانية استمر التطور في جميع أنحاء العالم و تم انتاج منتجات أكثر تعقيدا , تتكون من عدد من المكونات (أجهزة التلفزيون, وأجهزة الالكترونية .. إلخ). أزدادت الحاجة الى أنظمة تحكم وأنظمة سلامة معقدة أكثر.

وفي مجال المعولية يوجد مصطلحان الأول يتعلق بالمكائن والمعدات وأنظمتها أو بعبارة أُخرى يتعامل مع أعمار الأنظمة والمكائن والمعدات وهو ما يسمى ب المعولية (Reliability) والآخر يتعامل مع البشر والبقاء (Survival) أي احتمال أن يكون عمر الخلية أو الكائن البشري أكبر من زمن معين, لذا فهما يشتركان في قياس طول الحياة سواء أكان للماكنة أم الكائن الحي.

والمعولية مصطلح احصائي يراد به تحليل المتغيرات العشوائية ذات القيم الموجبة التي تمثل الوقت حتى حدوث الفشل في النظام ويقصد بالنظام هنا (جهاز ,ماكنة ,مكونات الجهاز , وهكذا).

2-2-2 دالـــــة المُعَوَّليـة[18] [19] Reliability function

تعرف دالة المُعَوَّلية بانها إحتمال عدم فشل النظام عبر مدة زمنية معينة $[0,t)$ ويرمز لها بالرمز $R\ (t)$، *وتعرف* رياضياً بالشكل الآتي:

$$R\ (\ t\ ) = P\ \ (T > t\ )$$

إذ إن $R(t)$ تمثل دالة المُعَوَّلية، T متغير عشوائي يرمز إلى المدة الزمنية اللازمة لحدوث الفشل، أو هو ذلك المتغير العشوائي الذي يشير إلى وقت الاشتغال حتى حدوث الفشل.
أما t فيمثل زمن الاشتغال الذي يكون أكبر أو يساوي صفر ($t \geq 0$).

إن دالة المُعَوَّلية هي دالة احتمالية تمتلك الخصائص الآتية:

1- $R(t)$ موجبة ولجميع قيم t.

2- $R(t)$ مستمرة ولجميع قيم t.

3- $R(t)$ رتيبة متناقصة مع الزمن (*Monotonically decreasing function*).

4- مدى $R(t)$ محصور بين الصفر والواحد أي أن:

$$0 \leq R(t) \leq 1$$

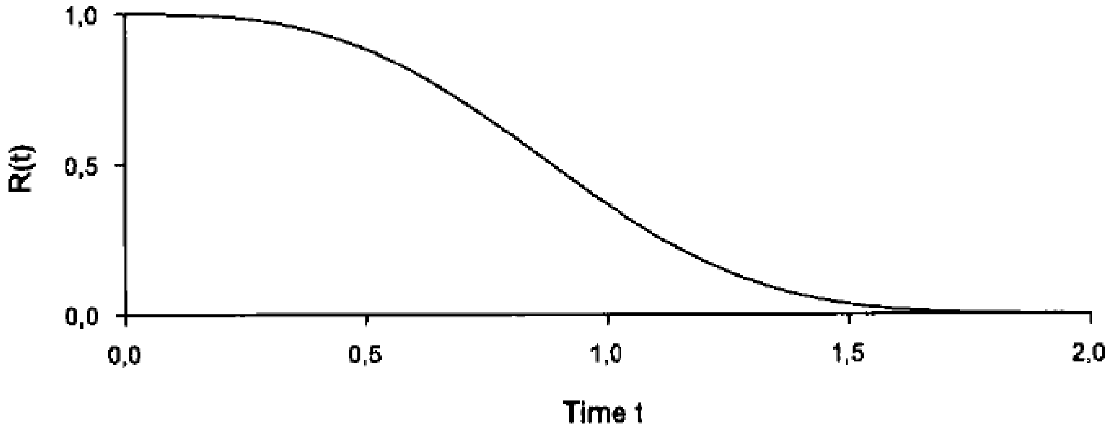
5- إن دالة المُعَوَّلية تتناسب تناسباً عكسياً مع الزمن أي بعبارة أخرى إن:

$$R(t=0) = 1$$

بينما

$$lim_{t\to\infty} R(\ t\ ) = 0$$

والشكل (2-1) يمثل دالة المُعَوَّلية، إذ يمثل المحور السيني الوقت $(\ t\ )$ والمحور الصادي يمثل قيمة دالة المُعَوَّلية $R(t)$ إذ يتبين من الشكل التناسب العكسي بين قيمة دالة المُعَوَّلية $R\ (t)$ والزمن t.



الشكل (2-1) (دالة المُعَوَّلية) [33]

2-2-3 الدوال المرتبطة بالمُعَوَّلية

توجد عدة دوال مهمة ولها علاقة بالمُعَوَّلية وترتبط بها إرتباطاً مباشراً بصورةٍ أو بأخرى، ومنها الدوال التي عن طريقها يمكن تمييز أي توزيع من توزيعات الفشل والتي تكون معرفة بالفترة $[0,\infty]$ للمتغير العشوائي T والذي ما يكون غالباً مستمراً حتى حدوث الفشل هي:

2-2-3-1 دالة الكثافة للفشل f(t) [19] [36] Failure Density Function

وهي احتمال عطل أو فشل النظام عبر المدة $(t,t+\Delta t)$ بصرف النظر عن صغر قيمة Δt (والتي تمثل التغير في قيمة المتغير العشوائي T اي ان $\Delta t = T_2 - T_1$) ويطلق على هذه الدالة ايضاً معدل الفشل اللاشرطي (*Unconditional failure rate*).

كما ويمكن التعبير عن دالة الكثافة للفشل رياضياً بالصيغة الآتية:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Pr(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \qquad , \quad t \geq 0$$

وهذه الدالة لها خصائص دالة الكثافة الإحتمالية (Probability density function) أي أن:

أ- $f(t)$ موجبة دائماً.

ب- مجموع المساحة تحت منحنى $f(t)$ مساوية دائماً إلى الواحد صحيح أي أن:

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1$$

وإن إحتمال حدوث الفشل في الفترة $[t_1, t_2]$ يمكن التعبير عنه رياضياً بالشكل الآتي:

$$P\ (\ t_1\ \leq \mathrm{T} \leq t_2\ ) = \int_{t_1}^{t_2} f(u)du$$

2-2-3-2 دالة توزيع الفشل F(t) [26][18]

Failure distribution function

وهي دالة التوزيع التجميعية (*Cumulative distribution function*) للزمن t حتى حدوث الفشل والتي تعرف بأنها احتمال فشل الجهاز او الماكنة قبل الوقت t وتسمى أيضاً بدالة اللامُعَوَّلية (Unreliability function) ويرمز لها بالرمز *F(t)* *ويعبر* عنها رياضياً:

$$F(t) = P(T \leq t) \qquad , \quad t \geq 0$$

إذ إن T يمثل الوقت حتى حدوث الفشل

$$F(t) = \int_0^t f(u)du$$

إذ أن *f (u)* هي دالة الكثافة الاحتمالية للفشل للزمن t.

إن دالة التوزيع التراكمية هي دالة متممة لدالة المُعَوَّلية إذ إن مجموع الدالة المُعَّول عليها *R(t)* مع الدالة التي لا يُعَّول عليها *F(t)* يساوي واحد وهي تتناسب عكسياً مع دالة المُعَوَّلية وعلى فرض أن R*(t)* هي دالة المُعَوَّلية فإن:

$$R(t) + F(t) = 1$$

ومنها فإن:

$$R(t) = 1 - F(t) \qquad \ldots \qquad (1-2)$$

أو

$$F(t) = 1 - R(t)$$

وبما إن من خصائص الدالة المُعَوَّلية $R(t)$ أنها دالة رتيبة متناقصة وقد تنتهي بأقل قيمة لها وهي الصفر فإن من خصائص دالة التوزيع التراكمية $F(t)$ أنها دالة رتيبة متزايدة اذ إن أعلى قيمة قد تبلغها هي الواحد صحيح. وتتصف دالة توزيع الفشل بخصائص الدالة التراكمية *(C.d.f)* إذ إنها موجبة ولكونها احتمالية فهي أكبر أو تساوي صفر وأقل أو تساوي الواحد ($0 \leq F(t) \leq 1$) .

وبما أنه لا يمكن لأي نظام اوجهاز أن يفشل قبل أن يعمل أي عندما ($t=0$) فإن ($F(0)=0$) ، وإن أي جهاز يعمل لابد أن يتعرض لفشل بعد مرور مدة من الزمن $t \geq 0$ وعندما ($t \longrightarrow \infty$) فإن [$lim_{t\to\infty} F(t) = 1$] .

3-3-2-2 دالة الخطورة h (t)[18][26] Hazard function

وهي دالــــــة إحتمالية شرطية لكنها غير رتيبة وتسمى أيضاً بدالة معــــدل الفشل (Failure rate function) وهي إحتمال فــــشل المفردة أو النظام خـــلال الفترة الزمنية (t,t+Δt) علماً أن المفردة أو النظام يعمل (لم يفشل) حتى الزمن t ويرمز لها بالرمز h(t) أي أن:

$$h(t) = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t \backslash T > t)}{\Delta t}$$

وعندما $\Delta t \to 0$ نحصل على دالة معدل الفشل او ما يسمى بدالة الخطورة (h(t)) وبالشكل الآتي:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{P\{t, t + \Delta t \backslash t\}}{\Delta t} \right]$$

$$h(t) = \frac{d F(t)}{d t} \cdot \frac{1}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

أو بمعنى آخر إن معدل الفشل في الفترة $[t_1, t_2]$ يمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$\frac{R(t_1) - R(t_2)}{(t_2 - t_1) R(t_1)}$$

وعليه يكون معدل الفشل في الفترة $[t, t+\Delta t]$ بالشكل الآتي:

$$\frac{R(t) - R(t+\Delta t)}{\Delta t R(t)}$$

ولأن دالة الخطورة هي الغاية لمعدل الفشل عندما تقترب الفترة من الصفر فإن دالة الخطورة تكون بالصيغة الآتية:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R(t) - R(t+\Delta t)}{\Delta t R(t)}$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)}\left[-\frac{\partial}{\partial t}R(t)\right]$$

كذلك يمكن القول أن:

$$h(t) = \begin{cases} \dfrac{f(t)}{R(t)} & R(t) > 0 \\ \\ \infty & R(t) = 0 \end{cases} \quad \ldots \qquad (2-2)$$

تأتي أهمية دالة الخطورة من كونها تعبر عن التغير في معدل الفشل خلال عمر الماكنة وذلك عن طريق التعبير أو تمثيل الخطورة لكل مفردة منها فعلى سبيل المثال لو كان لدينا نظامين يعطي كل منهما مُعَوَّلية الآخر نفسها في نقطة معينة في الزمن، فإن دالة الخطورة لهما لن تكون متماثلة.

2-3-2-4 دالةالخطورةالتجميعية ((H(t)) [18][26]

Cumulative hazard function

ويمكن تعريفها بأنها حاصل جمع قيم معدلات الفشل خلال الفترة (0 , t) ويرمز لها بالرمز $H(t)$ ويعبر عنها رياضياً بالصيغة الآتية:

$$H(t) = \int_0^t h(u)du$$

وبما أن:

$$f(t) = \frac{d}{dt}\, F(t)$$

$$f(t) = \frac{d}{dt}\left(1 - R(t)\right) = -\acute{R}\,(t)$$

وبذلك يمكن كتابة المعادلة (2-2) بالصورة الآتية:

$$h(t) = -\frac{\acute{R}(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt}\ .Ln\, R(t)$$

$$\int_0^t h(u)du = -Ln\, R(u)]_0^t$$

$$\int_0^t h\,(u)du = -Ln\, R(t) + Ln\, R\,(0)$$

ولأن:

R (t=0) = 1

لذلك فإن المعادلة المذكورة آنفاً ستكون:

$$\int_0^t h(u)du = -Ln\, R(t)$$

ومنها فإن:

$$R(t) = \exp[-\int_0^t h\,(u)du\,]$$

$$R(t) = \exp[-H(t)]$$

4-2-2 قياس المُعَوَّلية [26] [35] Measuring Reliability

يمكن قياس المُعَوَّلية عن طريق إستخدام بعض المقاييس او المؤشرات وعليها تترتب إمكانية إتخاذ القرار المناسب بصيانة الماكنة او إستبدالها، ومن هذه المقاييس أو المؤشرات:

1-4-2-2 متوسط الوقت بين فشل وآخر (MTBF) [32]

Mean time between failures

وهو من المقاييس ذات الأهمية في إتخاذ القرار بالنسبة للمستخدم في تحديد سعر المنتج *RFQ (Request For Quote)* بدون الحاجة إلى بيانات سابقة أو بيانات دقيقة. ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$MTBF = \frac{Total\ time\ of\ all\ units}{Total\ failures} \quad \dots \quad (3-2)$$

والتي تمثل حاصل قسمة مجموع الوقت لكل الوحدات (المكائن) على مجموع العطلات.

إن متوسط الوقت بين فشل واخر يعرف على أنه معكوس معدل الفشل أي عندما تخضع العطلات إلى توزيع بواسون فإن أوقات العمل بين العطلات تخضع للتوزيع الأُسي وإن معلمة التوزيع λ يمكن التعبير عنها بأنها معكوس متوسط الوقت بين فشل وآخر أي أن $\lambda = \frac{1}{MTBF}$ ومنها نستطيع أن نتوصل إلى تقدير المعلمة λ إذ أن:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\widehat{MTBF}}$$

1-4-2-2 متوسط الوقت للفشل [32] Mean time to failure (MTTF)

ويُعد من أهم المقاييس وهو عبارة عن القيمة المتوقعة لزمن الإشتغال حتى حدوث الفشل الأول فهو يمثل متوسط الوقت بين إكمال التصليح الأخير وبداية الفشل القادم وهو قيمة إحصائية يُستفاد منه للفترات الزمنية الطويلة وللأعداد الكبيرة من الوحدات الصناعية، وبشكل تقني فإن *MTBF* يُستخدم فقط للأنظمة القابلة للإصلاح في حين أن

MTTF يُستخدم للأنظمة غير القابلة للإصلاح، ومع ذلك يُستخدم *MTBF* عموماً لكلا النظامين القابلة وغير القابلة للإصلاح.

ويمكن التعبير عن متوسط الوقت للفشــــــل بالشكل التالي:

$$MTTF = \frac{\sum Total\ time\ of\ all\ units}{Number\ of\ failures} \qquad \ldots \quad (4-2)$$

ومن المعلوم أن متوسط الوقت للفشل يعبر عنه ب $E(t)$ فان:

$$MTTF = E\ (t) = \int_0^\infty t\ f\ (t)\ dt$$

وبما أن

$$f(t) = -\acute{R}(t)$$

فإن

$$MTTF = -\int_0^\infty t\ \acute{R}\ (t) dt$$

وباستخدام التكامــــــــــل بالتجزئة

$$MTTF = -[\ t\ R\ (t)\ |_0^\infty] + \int_0^\infty R\ (t) dt$$

وإذا كان $MTTF < \infty$ إذاً نرى أن:

$$[\ t\ R\ (t)] = 0$$

في هـــــــــــــــــذه الحالـــة

$$MTTF = \int_0^\infty R(t) dt$$

مـن الممكـن إيجـاد قيمـة ال *(MTTF)* مـن المعادلـة (2-2)، وكـذلك يمكـن إيجـاد ال *(MTTF)* بإستخـدام تحويل لابلاس (*Laplace transforms*)* .

*لـتكن *f(t)* دالـة موجـودة فـي الفتـرة$(0,\infty)$. فـإن تحويـل لابـلاس للدالـة *f(t)* هـو*f*(s)* ويعرف بالصيغـة الآتية:

$$f^*(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt$$

إذ أن s عدد حقيقي.

إن تحويل لابلاس لدالـــة المُعـــوَّلية $R(t)$ سيكون كمــــا يأتي :

$$R^*(s) = \int_{o}^{\infty} R(t)e^{-st}dt$$

وعندما تكون S=0

$$R^*(0) = \int_{0}^{\infty} R(t)dt = MTTF$$

كما ويعد $MTTF$ من أحد القياسات المستخدمة لمركز توزيع الحياة (وسيط الحياة) ويمكن التعبير عنه بما يأتي:

$$R\,(tm) = 0.\,50$$

أي أن الوسيط يقسم أي توزيع من توزيعات الحياة على قسمين هما:

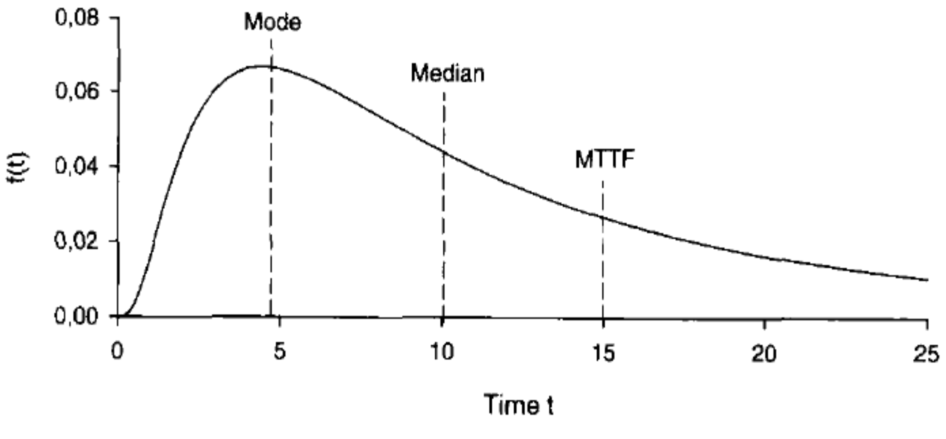
الأول: النظام يفشل قبل الـــوقت tm باحتمال % 50.

والثاني: النظام يفشل بعد الوقت tm باحتمال % 50.

أما المنوال لتوزيع الحياة فهو الأكثر ترجيحاً لأنه يكون وقت للفشل، فالوقت t_{mode} يحرز على أعلى مكانة له عندما تكون دالة الكثافة الإحتمالية f(t) بالشكل الآتي:

$$f(t_{mode}) = \max_{0\leq t\leq\infty} f(t)$$

والشكل (2-3) يمثل موضع متوسط الوقت للفشل *(MTTF)* والوسيط *(Median)* والمنوال *(Mode)* للتوزيع إذ نلاحظ أن موقعها جميعاً ينحرف إلى اليمين.



الشكل (2-3) موقع ال*Median*، *Mode*، *MTTF* [26]

3-2 توزيع بيتا [15] Beta distribution

يتمتع توزيع بيتا (beta distribution) باهمية بالغة من الناحية التطبيقية في مختلف المجالات الاحصائية وفي تطبيقات المعولية ومراقبة جودة الانتاج، ويُعد من التوزيعات الاحتمالية المستمرة ذو معلمتي شكل (β,α) والمحدد بالفترة زمنية [0,1]، وهو مشتق من دالة بيتا (beta function) او ما تسمى في بعض الاحيان تكامل بيتا معطى بالصيغة التالية:

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx$$

حيث $\beta,\alpha>0$ $B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}$ وبقسمة طرفي دالة بيتا على $B(\alpha, \beta)$ نحصل على:

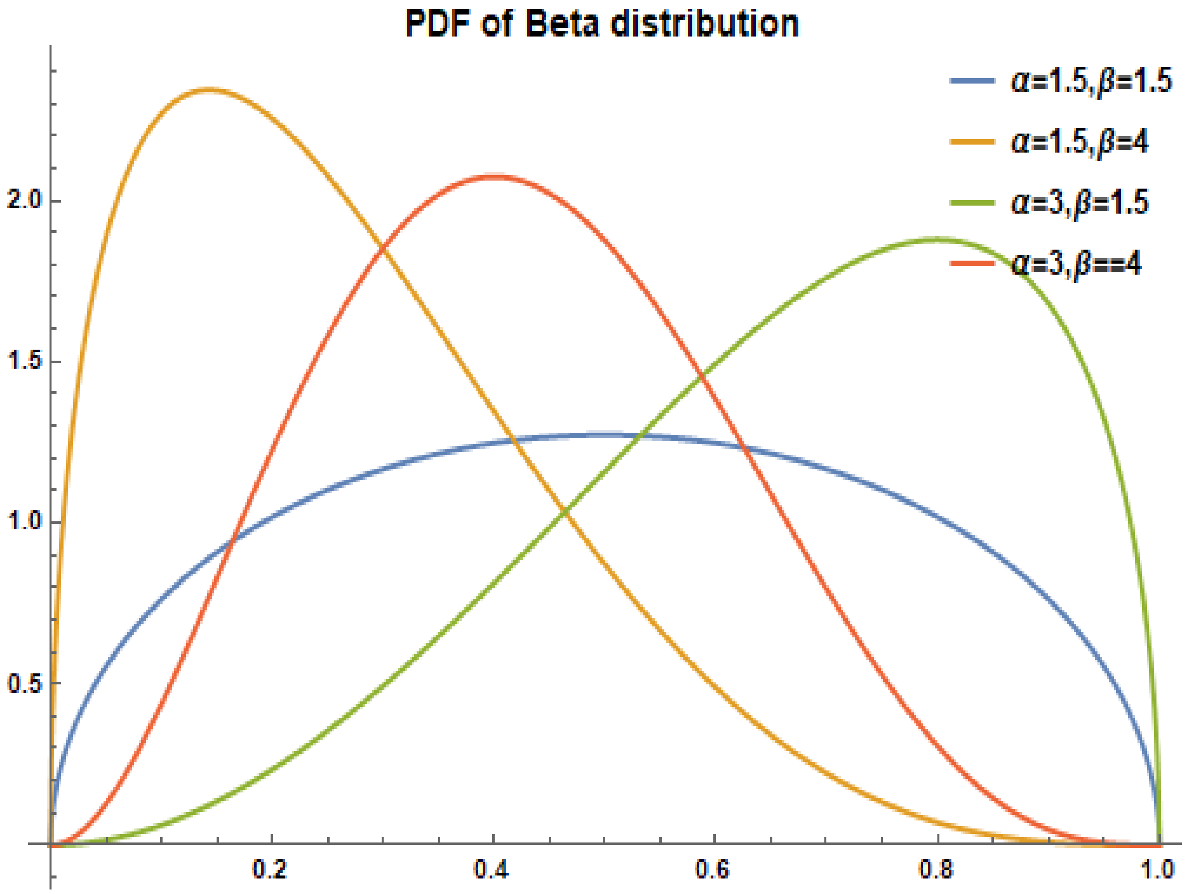
$$1 = \frac{1}{B(\alpha, \beta)}\int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx$$

ان X متغير عشوائي بدالة كثافة احتمالية :

$$f(x;\ \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\ x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}\ ,0 < x < 1\ , \alpha\ , \beta > 0 \quad (5-2)$$

اذا ان (α ,β) تمثل معلمات الشكل (shape parameters) للتوزيع بيتا

وفي هذه الحالة يقال ان المتغير العشوائي x يتوزع وفق دالة توزيع بيتا بالمعلمتين α،β. وبالرموز فان $x \sim B(\alpha, \beta)$ واذا كانت β=α=1 فاننا سوف نحصل على التوزيع المنتظم المستمر على الفترة [0,1] ، والشكل (4-2) ادناه يمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيتا ولقيم مختلفة للمعلمات (α, β).



شكل (2-4) يمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع beta (اعداد الباحث)

2-3-2 الدالة التراكمية (c d f) لتوزيع بيتا

$$F(x) = \int_0^x f(x)\ dx$$

$$F(x) = \int_0^x \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\, x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx$$

$$F(x) = \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\int_0^x x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx$$

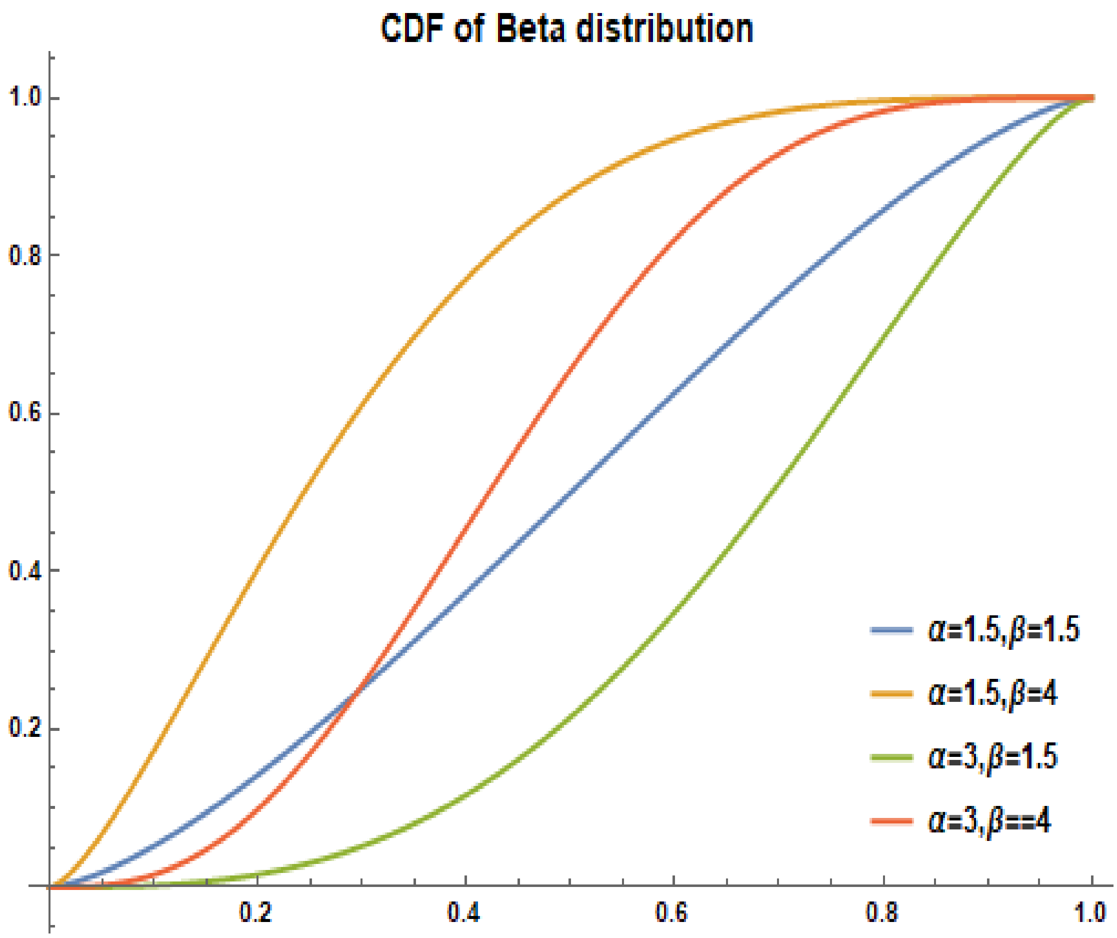
$$F\,(\,x) = \frac{1}{B(\alpha,\beta)}\int_{0}^{x} x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}dx$$

$$F\,(\,x) = \frac{1}{B(\alpha,\beta)}\ B_x(\alpha,\beta) \qquad \ldots \qquad (6-2)$$

$$F\,(\,x) = I_x(\alpha,\beta) \qquad \ldots \qquad (7\text{-}2)$$

اذ ان $I_x(\alpha,\beta)$ يسمى نسبة دالة بيتا غير مكتملة

والشكل(2-5) ادناه يمثل الدالة التجميعية لتوزيع beta ولقيم معلمات مختلفة



شكل (2-5) يمثل الدالة التجميعية لتوزيع beta (اعداد الباحث)

2-3-3 دالة المعولية لتوزيع بيتا

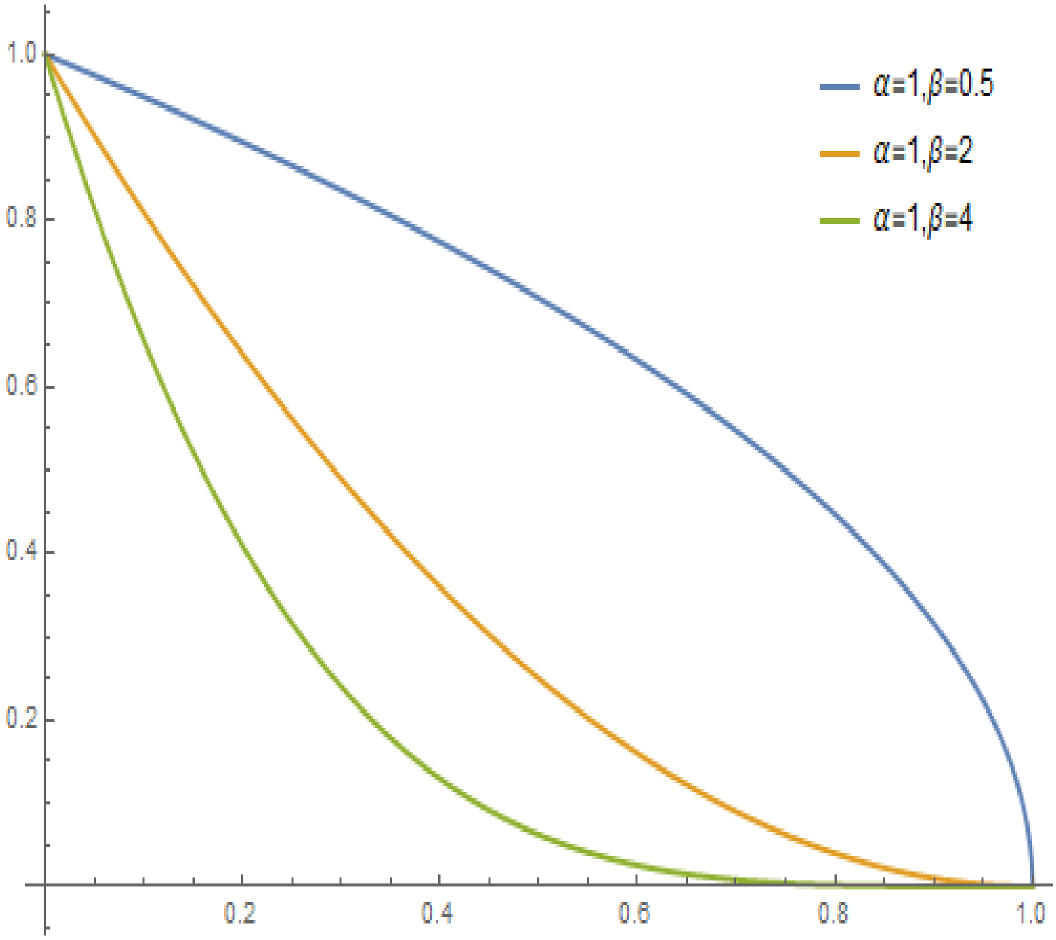
Reliability Function of Beta Distribution

ويمكن إيجاد دالة المعولية لتوزيع (Beta) بالتعويض في المعادلة [2-1]

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$R(t) = 1 - \frac{B_t(\alpha, \beta)}{B(\alpha, \beta)} \qquad \dots (8-2)$$

اذ ان $R(t)$ تمثل دالة المعولية (Reliability Function) لتوزيع بيتا.



الشكل (2-6) يمثل دالة المعولية لتوزيع Beta (اعداد الباحث)

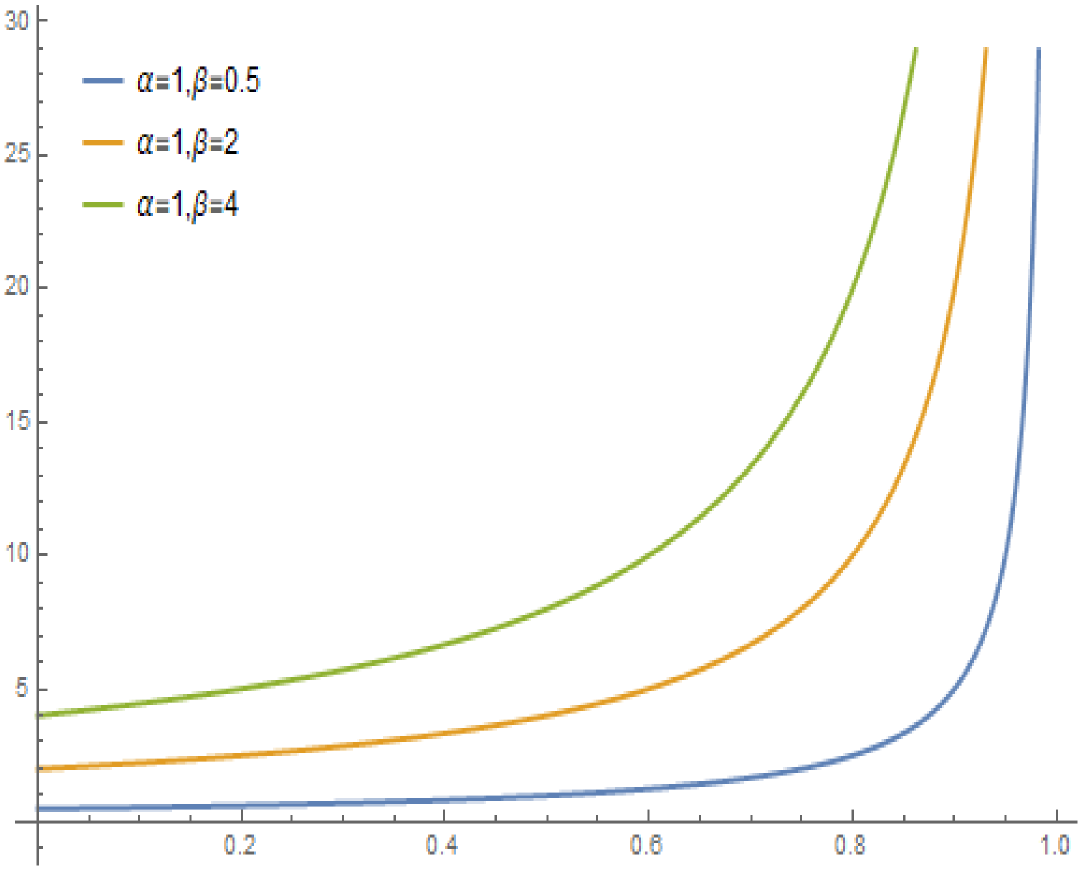
2-3-4 دالة المخاطرة لتوزيع بيتا

Hazard Function of beta Distribution

ويمكن احتساب دالة المخاطرة للتوزيع وبالتعويض عن المعادلةالاتية :

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

$$h(t) = \frac{x^{\alpha-1}(x-1)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta) - I_x(\alpha,\beta)} \quad ... \quad (9-2)$$



الشكل (2-7) يمثل دالة المخاطرة لتوزيع(beta) (اعداد الباحث)

والجدول ادناه يوضح بعض خصائص توزيع بيتا (Properties of beta Distribution)

جدول(2-1) خصائص توزيع بيتا

Parameter	$\alpha > 0$, shape (real) $\beta > 0$ shape (real)
Support	$x \in [0 \quad ,1]$ or $x \in (0,1)$
p d f	$f(x{:}\,\alpha,\beta) = \frac{x^{\alpha-1}(x-1)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)}$
C D F	CDF $I_x(\alpha,\beta)$ (the regularized incomplete beta function)
Mean	$E(x)=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}$
Median	$I^{-1}(\alpha,\beta)(\text{ingenral}) \approx \frac{\alpha-\frac{1}{3}}{\alpha+\beta-\frac{2}{3}}$ for $\alpha,\beta > 1$
Mode	$\frac{\alpha-1}{\alpha+\beta-2}$ for $\alpha,\beta > 1$ Any value in $(0,1)$ for $\alpha,\beta = 1$ 0 for $\alpha \leq 1, \beta \geq 1$ 1 for $\alpha > 1, \beta \leq 1$
Variance	$\text{var}\,[x] = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}$
Skewness	$\frac{2(\beta-\alpha)\sqrt{\alpha+\beta-1}}{(\alpha+\beta+2)\sqrt{\alpha\beta}}$
kurtosis	$\frac{6[(\alpha-\beta)^2(\alpha+\beta+1)-\alpha\beta(\alpha+\beta+2)]}{\alpha\beta(\alpha+\beta+2)(\alpha+\beta+3)}$
MGF	$1+\sum_{k=1}^{\infty}\left(\prod_{r-0}^{k-1}\frac{\alpha+r}{\alpha+\beta+r}\right)\frac{t^k}{k!}$

2-4 طرائق التقدير: Methods of Estimation:

الهدف من عملية التقدير ايجاد مقدر للمعلمة المجهولة للمجتمع وهذا يتم عن طريق اخذ عينة من المجتمع على ان تكون هذه العينة تحمل خصائص المجتمع كافة او قريبة منه ثم عن طريق عملية التقدير توضع النتائج والاستنتاجات التي تخص العينة وبالتالي تعمم على المجتمع، ولتقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع بيتا سوف يتم استعمال الطرائق الاتية :

2-4-1 طريقة الإمكان الأعظم[23][29]

Maximum likelihood Method

أقترح هذه الطريقة (R. A. Fisher) سنة (1920) وتعد من طرائق التقدير الشائعة الاستعمال والمهمة في التقدير كونها تتضمن خصائص جيدة منها الثبات والكفاءة العالية والاتساق أحيانا, و بصورة أساسية يتم الافتراض بأن العينة تمثل كل المجتمع ونحن نختار قيمة المُقَدَّر الذي يُعظّم دالة الكثافة الإحتمالية (Probability density function),إذ يمكن تعريف دالة الإمكان بما يأتي:

إذا كانت $x_1, x_2 \ldots x_n$ هي مفردات عينة عشوائية بحجم n مسحوبة من مجتمع له دالة كثافة إحتمالية لتوزيع (beta) ذي المعلمتين (α, β) فإن دالة الإمكان (Likelihood function) والتي يرمز لها بالرمز (L) هي الدالة الإحتمالية المشتركة لها أي أن :

$$L = f(x_1, \alpha, \beta).f(x_2, \alpha, \beta) \ldots f(x_n, \alpha, \beta)$$

$$L = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \alpha, \beta)$$

وعليه فإن دالة الإمكان لتوزيع (beta) تكون بالشكل الآتي:

$$L(x_i;\ \alpha, \beta) = \left(\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\right)^n \prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha-1} \prod_{i=1}^{n} (1-x_i)^{\beta-1} \quad \ldots \quad (10-2)$$

ولغرض تقدير دالـة الإمكـان يجب تحويلهـا إلـى الشـكل الخطـي وذلـك عن طريـق أخـذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (2-10)

$$\mathrm{Ln}\,L(x_i) = n\ln\Gamma(\alpha+\beta) - n\ln\Gamma(\alpha) - n\ln\Gamma(\beta) + (\alpha-1)\ln\prod_{i=1}^{n} x_i$$

$$+ (\beta-1)\ln\prod_{i=1}^{n}(1-x_i) \quad \ldots (11-2)$$

$$\mathrm{Ln}\,L(x_i) = n\ln\Gamma(\alpha+\beta) - n\ln\Gamma(\alpha) - n\ln\Gamma(\beta) + (\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$$+ (\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\ln(1-x_i) \quad \ldots \quad (12-2)$$

وباعتبار المعلمة β معلومة يتم ايجاد المقدر للمعلمـة α عن طريـق المشـتقة لدالـة الامكـان في المعادلة (2-12) نسبة إلى (α) ومساواتهما بالصفر نحصل على الآتي:

$$\frac{\partial \mathrm{Ln}\,L(x_i)}{\partial\alpha} = n\,\frac{\Gamma'(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} - n\frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} + \sum_{i=1}^{n}\ln x_i = 0$$

$$= n\psi(\alpha+\beta) - n\psi(\alpha) + \sum_{i=1}^{n}\ln x_i = 0$$

$$= \psi(\alpha+\beta) - \psi(\alpha) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i = 0 \quad \ldots \quad (13-2)$$

تبـين ان المقـدر للمعلمـة (α) فـي المعادلـة (2-13) لا يمكـن الحصـول عليـه بـالطرائق الاعتياديـة لكـونها معـادلة لا خطيـة لذلك نلجأ إلـى الطرائـق العـددية لحلهـا، وباستعمال طريقة (Newton-Raphson) نحصل على المقدر $\hat{\alpha}_{MLE}$.

2-4-2 طريقة العزوم[29]،[33]: Method of Moments

تعد طريقة العــزوم من طرائق التقـدير التقليديـة الشائعـة الاستخدام وذلك لسـهولتها إذ تعتمد على مسـاواة عـزم المجتمع المقـدر (μ_i) مع عـزم العينة (m_r) ومن ثم إيجاد صـيغة تقديرية للمعلمـات.

إن العـزوم عبارة عن إحصـاءات، فهي دوال في العينة المشـاهدة ($x_1,x_2,\dots,x_n$)، لذلك من الممكن استخدامها لتقـدير المعلمـات ($\theta_1, \theta_2, \dots,\theta_s$) بواسطة مجموعـة المعـــادلات التالية:

$$m'_r = \mu'_r(\theta_1,\theta_2,\dots,\theta_s)$$

إذ إن: $r = 1,2,\dots,s$

يمكـــن الحصـــول علـــى تقـــدير لمعلمتـــي توزيـــع بيتـــا (بطريقـة العـزوم حـول نقطـة الاصـل حسـب الأسـلوب الـذي اقترحـه (Johson)[30]، وكمـــا يأتي:

يـتم أولاً مسـاواة الوسـط الحسـابي للعينـة (Sample Mean) بالتوقـع النظـري (Theoretical Expectation) للمتغير العشوائي X، وباعتبار المعلمة β معلومة:

$$\mu_1^* = E(x) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}$$

$$m_r = \frac{\sum_i^n x_i}{n} = \bar{x}$$

$$\mu_1^* = m_r$$

$$\frac{\alpha}{\alpha+\beta} = \bar{x}$$

$$\alpha = \bar{x}(\alpha+\beta)$$

$$\alpha - \alpha\bar{x} = \bar{x}\beta$$

$$\alpha(1-\bar{x}) = \bar{x}\beta$$

$$\alpha = \frac{\bar{x}\beta}{(1-\bar{x})} \quad \dots \quad (14-2)$$

2-4-3أسلوب جاك نايف في التقدير [34] Jackknife Method

تعتمد طريقة جاك نايف للتقدير على مبدأ الحـذف لمشاهدة من متغير الاستجابة مع القيم المقابلة لها من المتغيرات التوضيحية ومن ثم تقدير المعلمات اعتمادا على باقي المشاهدات ومن ثم إرجاع المشاهدة المحذوفة وحذف المشاهدة التي تليها والتقدير مجددا وهكذا إلى أن يتم الحصول على n من التقديرات لكل معلمة من المعلمات المراد تقديرها وباستخراج الوسط الحسابي لها نحصل على المقدر النهائي لتلك المعلمة.

وطبقت هذه الطريقة لأول مرة من لدن الباحث Quenouille في عام 1949 اذ يستخرج مقدر Jackknife على النحو الاتي:

$$\hat{\alpha}_{\text{Jackknife}} = n\hat{\alpha} - (n-1)\,\tilde{\alpha}_{(.)} \qquad \dots \qquad (15-2)$$

إذ إن:

$\hat{\alpha}$ تمثل مقدر المعلمة حسب الطريقة المعتمدة

$\tilde{\alpha}_{(.)}$ تساوي $\tilde{\alpha}_{(.)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\alpha}_i}{n}$

اذ يتم تقدير المعلمة α (باعتبار المعلمة β معلومة) ودالة المعولية لتوزيع بيتا حسب اسلوب Jackknife بالاعتماد على الطريقتين:

1- طريقة الامكان الاعظم

2- طريقة العزوم

اذ نشرح خطوات التقدير طريقة Jackknife بالاعتماد على طريقة الامكان الاعظم وكالآتي:

$$\hat{\alpha}_{\text{Jackknife}} = n\hat{\alpha}_{mle} - (n-1)\,\tilde{\alpha}_{(.)} \qquad \dots \qquad (16-2)$$

إذ إن:

$\hat{\alpha}_{mle}$: مقدر المعلمة بطريقة الامكان الاعظم

$\hat{\alpha}_i$: يتم ايجاد وفق الاسلوب الآتي :

1- ايجـــاد $\widehat{\alpha}_1$ وذلـــك بحـــــــذف المتغيـــر الاول x_1 مـــن مجمـــوعة المتغيـــرات $(x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n)$ وايجاد $\widehat{\alpha}_1$ حسب طـريقة الامكان الاعظـــم بدون المتغير الاول

2- ايجاد $\widehat{\alpha}_2$ وذلك بترجيع المتغير الاول x_1 الى مجموعة المتغيرات $(x_1,x_2,\ldots\ldots,x_n)$ وحـــذف المتغيـر الثـــاني x_2 مـن هـــذه المتغيـرات وايجـــــاد $\widehat{\alpha}_2$ حسـب طريقـة الامكان الاعظـــم بـــدون المتغير الثــــــــاني.

3- وهكذا نستمر بإيجـــاد $\widehat{\alpha}_i$ الى ان نجـــــد $\widehat{\alpha}_n$.

4- ايجـــاد $\widetilde{\alpha}_{(.)}$

5- نطبق صيغة Jackknife في المعــادلة (16-2)

6- إيجاد مقدر دالـة المعولية لتوزيـع بيتـــا بالتعويض بالمعادلة (8-2) وكالآتي:

$$\widehat{R}_{Jmle}(t) = 1 - \frac{B_t(\alpha_{Jmle}, \beta)}{B(\alpha_{Jmle}, \beta)} \qquad \ldots \qquad (17-2)$$

نحصـل علـى طريقـة Jackknife بالاعتمــاد علـى طريقـة العـــــــزوم بتطبيـق نفس خطوات الســــابقة لطريقة Jackknife بالاعتماد على طـــــريقة الامكان الاعظــــم

$$\widehat{\alpha}_{Jackknife} = n\widehat{\alpha}_{mom} - (n-1)\,\widetilde{\alpha}_{(.)} \qquad \ldots \qquad (18-2)$$

إذ إن:

$\widehat{\alpha}_{mom}$: مقـــدر المعلمة بطريقة العــــــــــزوم

وإيجاد مقدر دالـة المعولية لتوزيـــع بيتا بالتعويض بالمعادلة (8-2) وكالآتـي:

$$\widehat{R}_{Jmom}(t) = 1 - \frac{B_t(\alpha_{Jmom}, \beta)}{B(\alpha_{Jmom}, \beta)} \qquad \ldots \qquad (19-2)$$

2-4-4 طريقة بيز القياسي[17] [25] Standard Bayes Method

اقترن اسم طريقة بيز باسم مقترحها الباحث توماس بيز (Thomas Bayes) إن طريقة التقدير هذه تفترض أن المعلمات المراد تقديرها عبارة عن متغيرات عشوائية وعلى ذلك ولغرض تقديرها لابد من توفر معلومات أولية مسبقة عن هذه المعلمات بصيغة توزيع احتمالي يسمى التوزيع الاولي (Prior Distribution) لهذه المعلمات حيث يتم دمج الدالة الاحتمالية لهذا التوزيع مع دالة الامكان للمشاهدات باستعمال قاعدة بيز العكسية والدالة الناتجة تسمى دالة الكثافة الاحتمالية الشرطية اللاحقة (Posterio p.d.f) للمعلمة العشوائية وباستعمال دالة الخسارة (Loss Function) لأن هذه المقدرات يمكن الحصول عليها عن طريق تقليل دالة المخاطرة (Risk Function) الى أقل ما يمكن والتي بدورها تمثل توقع دالة الخسارة إذ إن مشكلة بيز هي ايجاد المقدّر الذي يمتلك أقل مخاطرة بيزية ممكنة.

وان ما يعيب المدرسة البيزية، هو عدم دقة المعلومات أو لصعوبة الحصول عليها تؤدي الى صعوبة تحديده بدقة.

إن دالة ألخسارة هي دالة في متغيريين هما القيمة الحقيقية للمعلمة ولتكن θ والقيمة ألمقدرة لها ولتكن $\widehat{\theta}$ وسنرمز لهـا بالرمز $L(\widehat{\theta}, \theta)$ وهي دالة غير سالبة إذ إن

$L\left(\widehat{\theta}, \theta\right) > 0$ لجميع قيم θ وفي حالة $\theta = \widehat{\theta}$ فإن $L\left(\widehat{\theta}, \theta\right) = 0$.

ليكن X متغيرا عشوائياً يعتمد على المعلمة العشوائية θ وإن Ω تمثل فضاء هذه المعلمة الذي يضم جميع القيم الممكنة لهذه ألمعلمة. ولنفرض أن $\prod \theta$ تمثل الدالة الاحتمالية الاولية للمعلمة θ وان $I(x/\theta)$ تمثل دالة الامكان للمشاهدات اذ ان $x = \left(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n\right)$ فإن دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة ولتكن $h(x/\theta)$ بحسب قاعدة بيز العكسية في الاحتمال تعطى بالصيغة الاتية :

$$h(x/\theta) = \frac{I(x/\theta)\prod\theta}{f(x)} \qquad \ldots \qquad (20-2)$$

إذ إن :

$$f(x) = \int_{\Omega} I\big(x/\theta\big) \prod \theta \; d\theta \qquad \ldots \qquad (21-2)$$

هي دالة ألكثافة ألاحتمالية ألحدية (Marginal p.d.f) للمتغير العشوائي المشاهد(X) .

وإن دالة ألامكان ألاحتمالية ألشرطية لتوزيع بيتا هي:

$$I(\mathrm{x}/\alpha,\beta) = \prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \frac{\Gamma_{\alpha+\beta}}{\Gamma\alpha\,\Gamma\beta} \mathrm{x}_i{}^{\alpha-1}(1-\mathrm{x}_i)^{\beta-1}$$

$$= \left(\frac{\Gamma_{\alpha+\beta}}{\Gamma\alpha\,\Gamma\beta}\right)^{\mathrm{n}} \prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \mathrm{x}_i{}^{\alpha-1}(1-\mathrm{x}_i)^{\beta-1} \qquad \ldots \qquad (22-2)$$

وبافتراض ان المعلمة β معلومة و ان α متغير عشوائي يتبع توزيع كاما بالمعلمات (a,b) وكما معرف في الصيغة التالية :

$$\alpha \sim \mathrm{Gamma}\,(\mathrm{a},\mathrm{b})$$

$$\prod(\alpha) = \frac{\mathrm{b}^{\mathrm{a}}}{\Gamma\mathrm{a}} \alpha^{\mathrm{a}-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}\,\alpha} \qquad 0 < \alpha < \infty \quad \ldots \quad (23-2)$$

2-4-5 دالة خسارة تربيعية[30] Squared Loss Function

وتسمى أيضاً بدالة خسارة مربع الخطأ (Squared Error Loss Function) وهي دالة متماثلة (Symmetric Loss Function) وتعطي أهمية متساوية للخسائر الناجمة عن المقدرات المبالغ بها وهي المقدرات العالية (Overestimation) والمقدرات الواطئة (Underestimation) لمقادير متساوية ومثل هكذا قيّد ربما يكون غير عملي لمعظم الحالات ذات الأهمية العملية، بمعنى آخر ربما استعمال دالة الخسارة التربيعية في تجارب اختبار الحياة ومشاكل المعولية يكون غير ملائمٍ في بعض الحالات على الرغم من مشاكل التقدير لذلك يستعملون دوال خسارة أخرى وهي دوال الخسارة غير المتماثلة (Asymmetric Loss Function).

وصيغة دالة الخسارة التربيعية هي الآتي:-

$$L\left(\widehat{\theta}\,,\theta\right) = \mathrm{c}\,(\widehat{\theta} - \theta)^2 \qquad \ldots \qquad (24-2)$$

اذ ان c ثابت حقيقي موجب .

وبدون فقدان التعميم سنأخذ بالحسبان دالة الخسارة التربيعية

$L\left(\widehat{\theta},\theta\right) = (\widehat{\theta}-\theta)^2$ لأن ألثابت c سوف يحذف عند إشتقاق مقدر بيز لهذه ألدالة

مقدر بيز القياسي (I) لمعلمة ودالة معولية توزيع بيتا باستعمال دالة خسارة تربيعية :

The Standard Bayes Estimator Using Squared Error Loss Function

بالرجوع إلى المعادلة (2 – 20) وبالتعويض عن دالة الامكان الاحتمالية الشرطية لتوزيع بيتا في المعادلة (2 – 22) وعن الدالة الاحتمالية الاولية في المعادلة (2 – 23) وبافتراض

Let $I\ (\mathrm{X}/\alpha,\beta)\ \prod(\alpha)=\psi$

$$\psi=\frac{\Gamma(\alpha+\beta)^n\, b^{\mathrm{a}}\, \alpha^{\mathrm{a}-1}}{(\Gamma\alpha)^n\,(\Gamma\beta)^n\,\Gamma\mathrm{a}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{b}\alpha}\prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}\mathrm{x}_i^{\alpha-1}\ \prod_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}}(1-x_i)^{\beta-1}$$

$$=\frac{\Gamma(\alpha+\beta)^n\, b^{\mathrm{a}}\, \alpha^{\mathrm{a}-1}}{(\Gamma\alpha)^n\,(\Gamma\beta)^n\,\Gamma\mathrm{a}}\ \mathrm{e}^{-\mathrm{b}\alpha+(\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\log\mathrm{x}_i+(\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\log(1-\mathrm{x}_i)}\quad \ldots\ (24\text{-}2)$$

نحصل على المعادلة الاتية:

$$\mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})=\frac{\psi}{\int_0^\infty\psi\ d\alpha}$$

بالتعويض عن قيمة ψ من المعادلة (26-2) ينتج:

$$\mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})=\frac{\frac{\Gamma(\alpha+\beta)^n\, b^{\mathrm{a}}\, \alpha^{\mathrm{a}-1}}{(\Gamma\alpha)^n\,(\Gamma\beta)^n\,\Gamma\mathrm{a}}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{b}\alpha+(\alpha-1)\sum_{i=1}^{n}\log\mathrm{x}_i+(\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\log(1-\mathrm{x}_i)}}{\frac{b^{\mathrm{a}}}{(\Gamma\beta)^n\,\Gamma\mathrm{a}}\mathrm{e}^{(\beta-1)\sum_{i=1}^{n}\log(1-\mathrm{x}_i)}\ \mathrm{e}^{-\sum_{i=1}^{n}\log\mathrm{x}_i}\int_0^\infty\frac{\Gamma(\alpha+\beta)^n\,\alpha^{\mathrm{a}-1}}{(\Gamma\alpha)^n}\,\mathrm{e}^{-\alpha\left(\mathrm{b}-\sum_{i=1}^{n}\log\mathrm{x}_i\right)}\ d\alpha}$$

Let $\beta=1$

بأجراء اختصارات الكميات المتشابهة للبسط والمقام نحصل على:

$$h\,(\alpha|\vec{x}) = \frac{\frac{\Gamma(\alpha+1)^n}{(\Gamma\alpha)^n}\,\alpha^{a-1}\,e^{-b\alpha+\alpha\sum_{i=1}^{n}\log x_i}}{\int_0^{\infty}\frac{\Gamma(\alpha+1)^n}{(\Gamma\alpha)^n}\,\alpha^{a-1}\,e^{-\alpha\left(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i\right)}\,d\alpha} \quad \dots \quad (27-2)$$

لتبسيط قيمة المقام في المعادلة (27-2) $\int_0^{\infty}\alpha^{a+n-1}\,e^{-\alpha\left(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i\right)}\,d\alpha$

$$\text{Let }\ \alpha\left(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i\right) = u \rightarrow \alpha = \frac{u}{b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i}\,,\ d\alpha = \frac{1}{b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i}\,du$$

وبالتعويض في المعادلة (27-2) نحصل

$$\int_0^{\infty}\left(\frac{u}{b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i}\right)^{a+n-1} e^{-u}\ \frac{1}{b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i}\,du$$

$$\frac{1}{\left(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i\right)^{a+n}}\int_0^{\infty}(u)^{a+n-1}\,e^{-u}\,du$$

التكامل اعلاه يمثل دالة كاما $\Gamma(a+n)$ وبذلك نحصل على :

$$\frac{\Gamma(a+n)}{\left(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i\right)^{a+n}} \quad \dots \quad (28-2)$$

بتعويض الصيغة $(2-28)$ في المعادلة $(2-27)$ ينتج:

$$h\,(\alpha|x) = \frac{\alpha^{a+n-1}\,e^{-\alpha(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i)}}{\frac{\Gamma(a+n)}{\left(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i\right)^{a+n}}}$$

وبعد التبسيط :

$$h\,(\alpha|x) = \frac{\alpha^{a+n-1}\,e^{-\alpha(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i)}\left(b-\sum_{i=1}^{n}\log x_i\right)^{a+n}}{\Gamma(a+n)} \dots \quad (29-2)$$

ان المعادلة $(2-29)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للمعلمة العشوائية α، عندئذ يمكن

الحصول على مقدر بيز القياسي للمعلمة العشوائية باتباع الخطوات التالية :

$$\int_0^{\infty}(\hat{\alpha}-\alpha)^2\ h\,(\alpha|x)\,d\alpha$$

$$= \int_0^\infty (\hat{\alpha}^2 - 2\hat{\alpha}\alpha + \alpha^2)\ \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha$$

$$= \hat{\alpha}^2 \int_0^\infty \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha - 2\hat{\alpha} \int_0^\infty \alpha\ \ \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha + \int_0^\infty \alpha^2\ \ \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha$$

$$= \hat{\alpha}^2 - 2\hat{\alpha}E(\alpha) + K \qquad \ldots \qquad (30\text{-}2)$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة (2-30) بالنسبة للمعلمة $\hat{\alpha}$ نحصل على :

$$\frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}} = 2\hat{\alpha} - 2E(\alpha) = 0$$

$$2\hat{\alpha} = 2E(\alpha)$$

$$\hat{\alpha}_{bayes1} = E(\alpha) = \frac{\mathrm{a} + \mathrm{n}}{b - \sum_{i=1}^{n} \log \mathrm{x}_i} \qquad \ldots \qquad (31-2)$$

ويمكن ان نبين ما يأتي :

1- ان مقدر بيز القياسي ما هو الا مقدر الامكان الاعظم للمعلمة αعلى افتراض أن a ,b تأخذ قيم صغيرة جدا ($a=b=0.1\ e^{-11}$) حسب رأي الباحث (press .s .j) [31]

2 ان مقدر بيز القياسي في حالة توفر دالة خسارة تربيعية هـو عبارة عن التوقع للتوزيع اللاحق (Posterior Mean)

ان دالـة الكثافـة الاحتماليـة اللاحقـة للمعلمـة العشـوائية (Posterior p.d.f) باسـتعمال صيغة بيز العكسية (Bayes Formula) وكما مبين ادناه :

$$\alpha \sim \mathrm{Gamma}\ (\mathrm{a} + \mathrm{n}\ , \frac{1}{b - \sum_{i=1}^{n} \log \mathrm{x}_i})$$

$$\hat{\alpha} = E(\alpha) = \frac{\mathrm{a+n}}{b - \sum_{i=1}^{n} \log \mathrm{x}_i} \qquad \ldots \qquad (32-2)$$

ولايجاد مقدر دالة المعولية لتوزيع بيتا بالطريقة البيزية باستعمال دالة خسارة تربيعية :

من خلال تعويض في المعلمة (α_{bayes1}) دالة المعولية لتوزيع بيتا في معادلة (2-8)

$$\hat{\mathrm{R}}_{bayes1}(\mathrm{t}) = 1 - \frac{\mathrm{B_t}(\alpha_{\mathrm{bayes1}}, \beta)}{\mathrm{B}(\alpha_{\mathrm{bayes1}}, \beta)} \qquad \ldots \qquad (33-2)$$

6-4-2 دالة خسارة تربيعية معدلة [2]

Modified Squared Loss Function

$$L\left(\widehat{\theta},\theta\right) = \theta^{r}\ (\widehat{\theta}-\theta)^2 \qquad ,r \neq 0 \ \ ,r \in Z \qquad \ldots \qquad (25-2)$$

إذ إن (Z)هي مجموعة الاعداد الصحيحة .

مقدر بيز القياسي (II) لمعلمة ودالة معولية توزيع بيتا باستعمال دالة خسارة تربيعية معدلة :

The Standard Bayes Estimator Using Modified Squared Error Loss Function

بالاعتماد على المعادلة التكاملية (2 – 29) يمكن الحصول على مقدر بيز القياسي للمعلمة العشوائية باستعمال دالة خسارة تربيعية معدلة وليكن باتباع الخطوات الآتية :

مقدر بيز القياسي في ظل دالة الخسارة التربيعية المعدلة

$$= \int_0^{\infty} \alpha^r (\hat{\alpha}-\alpha)^2 \ \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha$$

$$= \int_0^{\infty} \alpha^r (\hat{\alpha}^2 - 2\hat{\alpha}\alpha + \alpha^2)\ \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha$$

$$= \int_0^{\infty} (\hat{\alpha}^2\alpha^r - 2\hat{\alpha}\alpha^{r+1} + \alpha^{r+2})\ \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha$$

$$= \hat{\alpha}^2 \int_0^{\infty} \alpha^r \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha - 2\hat{\alpha} \int_0^{\infty} \alpha^{r+1}\ \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha + \int_0^{\infty} \alpha^{r+2}\ \mathrm{h}\ (\alpha|\mathrm{x})\ d\alpha$$

$$= \hat{\alpha}^2 E(\alpha^r) - 2\hat{\alpha}E(\alpha^{r+1}) + K \qquad \ldots \qquad (34-2)$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة (2 – 34) بالنسبة للمتغير نحصل على

$$\frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}} = 2\hat{\alpha}E(\alpha^r) - 2E(\alpha^{r+1}) = 0$$

$$2\hat{\alpha}E(\alpha^r) = 2E(\alpha^{r+1})$$

$$\hat{\alpha}_{bayes1} = \frac{E(\alpha^{r+1})}{E(\alpha^r)} = \frac{\mathrm{a+n+r}}{b - \sum_{i=1}^{n} \log \mathrm{x}_i} \quad , r \neq 0 \quad \ldots \quad (35-2)$$

ولايجاد مقدر دالة المعولية لتوزيع بيتا بالطريقة البيزية باستعمال دالة خسارة تربيعية معدلة :

$$\widehat{\mathrm{R}}_{bayes2}(\mathrm{t}) = 1 - \frac{\mathrm{B_t}(\alpha_{\mathrm{bayes2}}, \beta)}{\mathrm{B}(\alpha_{\mathrm{bayes2}}, \beta)} \quad \ldots \quad (36-2)$$

5-2 اختبارات حسن المطابقة [21] (Goodness of fit tests)

تم اختبار البيانات لبيان ملائمتها للتوزيع موضوع البحث وكذلك حالاته الخاصة، وقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit) والذي يتضمن ثلاثة انواع من الاختبارات وهي كالاتي:-

1- Kolmogorov-Smirnov

$$K_d = sup|F_n(x) - F(x)| \quad \ldots \quad (37-2)$$

إذ إن :

تمثل دالة التوزيع التجريبي$F_n(x)$:

2- Anderson darling statistic

$$A_d^* = n\sum_{i=0}^{n} \frac{[F_n(x) - F(x)f(x)]}{F(x)[1-F(x)]} \quad \ldots \quad (38-2)$$

أذ إن:

تمثل دالة التوزيع التجريبي$F_n(x)$:

3-Carmer-von mises statistic

$$W_d^* = n\sum_{i=0}^{n} [F_n(x) - F(x)f(x)] \quad \ldots \quad (39-2)$$

وبحسب الفرضية الاتية ولجميع الاختبارات المذكورة آنفاً:

$H_0: x \sim NCTBXII$

$H_1: x \nsim NCTBXII$

6-2 معايير لاختيار افضل الطرائق

Criteria for selection of the best methods

من العمليات الاحصائية المهمة جدا في التحليل الاحصائي للمشاهدات (البيانات) هي عملية اختيار أفضل طريقة تقدير من بين الطرائق ، ولغرض اثبات الافضلية تم اختيار ثلاثة معايير للمفاضلة هي :

1 معيار معلومات اكايكي (AIC) [20]

Akaike information criterion

وتقوم فكرته على حساب قيمة AIC لكل تقدير من التقديرات، والتوزيع الذي يمتلك أقل قيمة لهذا

المعيار يكون الأفضل وصيغتة الرياضية كالتالي :

$$AIC=-2Log(L)+2\,r \qquad \ldots \qquad (40\text{-}2)$$

L: قيمة دالة إلامكان الأعظم

r : عـــدد معلمات التوزيـع

2- معيار معلومات اكايكي المصحح (AI C_C) [20]

Akaike information correct

وهو معيار لاختيار أفضل تقدير من مجموعة التقديرات وصيغته الرياضية كما يأتي :

$$AIC_C=AIC+\frac{2(r+1)}{n-r-1} \qquad \ldots \qquad (41\text{-}2)$$

AIC: معيار اكايكي

r : عدد معلمات التوزيع

n : حجم العينة

3- معيار المعلومات البيزي (BIC) [20]

Bayesian information criterion

وهو من معـايير اختيار أفضل تقديرمن مجموعة التقديرات ، وصيغته الرياضية كالتالي:

$$BIC=-2Log(L)+r\,Log(n) \qquad \ldots \qquad (42\text{-}2)$$

L : قيمة دالة الإمكان الأعظم ، r : عدد معلمات التوزيع ، n : حجم العين

الفصل الثالث

الجانب التجريبي والتطبيقي

3-1 تمهيد:

يتضمن هذا الفصل مبحثين اساسيين، المبحث الاول يمثل الجانب التجريبي ونطبق فيه تجربة المحاكاة (Simulation) باستعمال أسلوب محاكاة مونت- كارلو (Monte-Carlo) لغرض مقارنة طرائق تقدير دالة معولية توزيع بيتا لاختيار الطريقة الافضل، والمبحث الثاني يمثل الجانب التطبيقي ويتضمن تطبيق عملي على بيانات حقيقية.

3-2 المبحث الاول: الجانب التجريبي

3-2-1 المحاكاة: Simulation

إن أسلوب المحاكاة يتلخص بكونه أسلوب يتم عبره إيجاد أنموذج جديد مماثل الى الأنموذج الحقيقي من دون محاولة الحصول على الأنموذج الحقيقي ويمكن القول بأن عملية المحاكاة هي أسلوب رقمي لإنجاز تجارب على الحاسبات الإلكترونية والتي تتضمن أنواعاً من العمليات المنطقية والرياضية الضرورية لوصف سلوك وهيكلية النظام الحقيقي المعقد في مدة زمنية معينة.

وتوجد طرائق مختلفة للمحاكاة هي الطريقة التناظرية (Analog Method)، والطريقة المختلطة (Mixed Method)، وطريقة مونت- كارلو (Monte- Carlo Method) وتعد طريقة مونت- كارلو من أهم هذه الطرائق وأكثرها شيوعا وتستخدم لتوليد مشاهدات لمعظم التوزيعات الاحتمالية الكثيرة الاستخدام والتي تمتلك دالة كثافة احتمالية معروفة ويتلخص هذا الأسلوب لكونه يتم بواسطة أساليب العينات التي تؤخذ من مجتمع نظري يحاكي المجتمع الحقيقي إذ يتم صياغة الأرقام العشوائية[16]، وتمتاز عملية المحاكاة بالمرونة اذ تعطي القدرة على التجريب والاختبار عبر تكرار العملية لمرات متعددة بتفسير المدخلات الخاصة بعمليات التقدير في كل مرة وكذلك تأتي أهمية عملية المحاكاة في العشوائية إذ إن سلسلة الأرقام العشوائية التي تستخدم في التجربة الأولى تكون مستقلة عن سلسلة الأرقام العشوائية في التجربة الثانية وهكذا.

3-2-2 وصف مراحل تجربة المحاكاة:

لقد تضمنت تجارب المحاكاة المراحل الآتية لتطبيق أساليب تقدير دالة المعولية في هذا القسم.

المرحلة الأولى:

وهي مرحلة اختيار القيم الافتراضية، إذ تعد من المراحل المهمة التي تعتمد المراحل الأخرى عليها، وقد تم اختيار القيم الافتراضية كالآتي:

1- بالنسبة للمعلمات والتجارب المختلفة كانت كما في الجدول الآتي:

جدول (3-1)

يبين القيم الافتراضية للمعلمة α وباعتبار المعلمة $\beta=1$ والتجارب المختلفة

Experiment	α
1	0.01
2	0.5
3	0.25
4	1.5
5	2.5
6	2
7	3.5
8	5

2- أما العينات المفترضة فكانت كما يلي:

$n = 10, 20, 25, 40,75,100$

وكان تكرار هذه التجارب مساويا الى (1000) لكل تجربة.

المرحلة الثانية: توليد الأعداد العشوائية:

ان آلية طريقة مونت- كارلو تتم حسب الخطوات الآتية :

1- توليد الإعداد العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم المستمر المعرف على الفترة [0,1] (Uniform Distribution) عبر استخدام دالة التوزيع التجميعية (c.d.f) التي تصف الأنموذج.

2- تحويل العدد العشوائي المنتظم للحصول على متغير عشوائي يصف الأنموذج تحت التجربة وكما هو مبين أدناه باستخدام مفهوم معكوس الدالة (Inverse Function)، فإذا كانت لدينا الدالة F الآتية:

u = F(x)

فان معكوس الدالة F^{-1} بشرط ان تكون متباينة وشاملة، يمكن كتابتها على النحو الآتي:

$x = F^{-1}(u)$

حيث ان دلة التوزيع التراكمية لتوزيع بيتا عندما (β=1)

$F(x) = \alpha\, x^{\alpha-1}$

$F(x) = x^{\alpha}$

$u = x^{\alpha}$

$$x = u^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$x = \sqrt[\alpha]{u}$$

المرحلة الثالثة:

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة المعولية لتوزيع بيتا والمبينة في الجانب النظري وحسب صيغ طرائق التقدير الآتية:

- (2-17) جاك نايف طريقة الإمكان الأعظـــــــــم (Jac1).
- (2-19) جاك نايف طريقة العـــــــــــــــــزوم (Jac2).
- (2-31) أسلوب بيز بدالة خســــــارة تربيـعـية (bayes1).
- (2-34) أسلوب بيز بدالة خسارة تربيعية معدلة (bayes2).

المرحلة الرابعة:

هي مرحلة المقارنة بين كفاءة طرائق التقدير لدالة المعولية لغرض الوصول للمقدر الأكفأ، وقد تم الاعتماد في هذه الرسالة على المقياسين الإحصائيين الآتيين لغرض المقارنة بين أفضلية المقدرات كمؤشر عام.

1- استخدام مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE)

$$MSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\left(\hat{R}_i(t) - R(t)\right)^2 \qquad \ldots \qquad (1\text{-}3)$$

i = 1,2,…,L

إذ إن:

L: تمثل عدد تكرارات (Replications) لكل تجربة و $\hat{R}(t)$ مقدر R(t) حسب الأسلوب المستخدم في التقدير.

2-متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE)

لكون (MSE) يحسب لكل (t_i) من الزمن فان (IMSE) يمثل تكامل للمساحة الكلية لـ(t_i) واختزالها بقيمة واحدة تعد عامة للزمن، أو معبرة عن الزمـــــن الكلي وصيغة هذا المقياس تكون كما يأتي[12]:

$$IMSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}\left\{\frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}(\hat{R}_i(t_j) - R(t_j))^2\right\} \quad \ldots \quad (3\text{-}7)$$

$$IMSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{n_t}\sum_{j=1}^{n_t}(MSE(\hat{R}(t_i)) \quad \ldots \quad (3\text{-}8)$$

$i = 1,2, \ldots, L$

إذ أن:

L: عدد مرات تكرار التجربة (Replications).

n_t: هي معبرة عن حدود المتغير (t_i) أي من الحد الأدنى (Lower Bound) إلى الحد الأعلى (Upper Bound).

3-2-3 مناقشة تجارب المحاكاة:

في هذا المبحث سيتم عرض وتحليل نتائج تجارب المحاكاة لتقدير دالة المعولية لتوزيع بيتا حسب الطرائق المبينة في الجانب النظري.

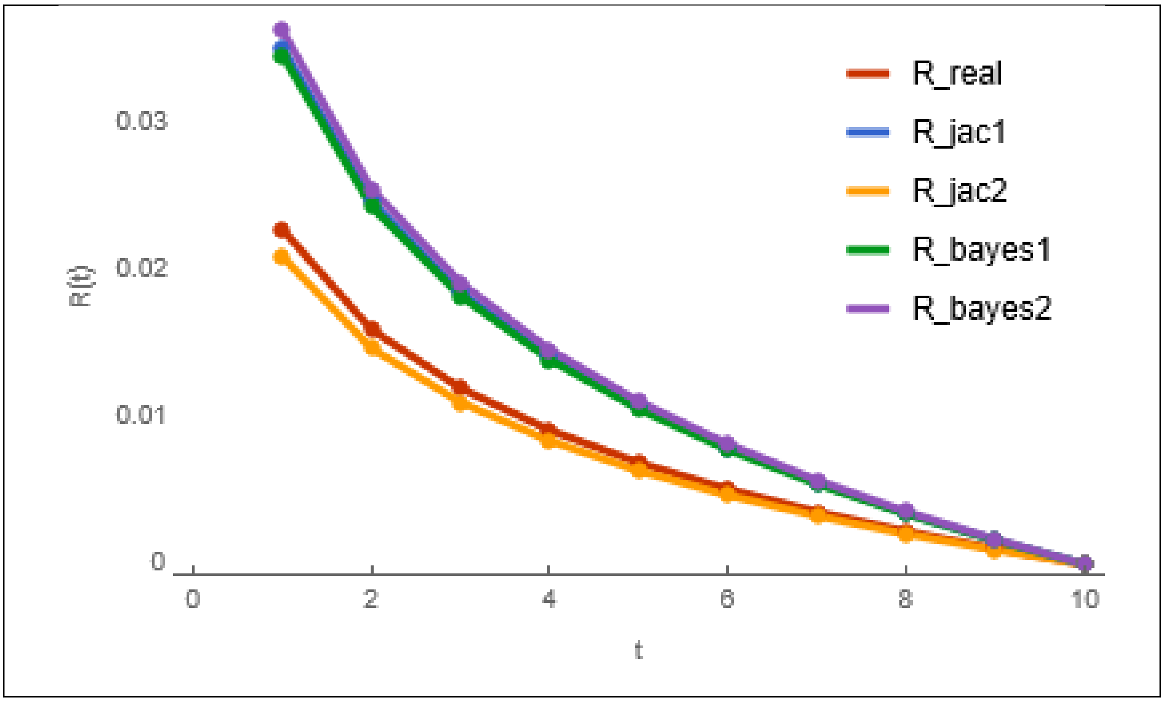
وقـــد تـــم الحصـــول علـــى هـــذه النتـــائج باعتمـــاد برنـــامج كتـــب بلغـــة (Mathematica 12.2) من قبل الباحث والمبين في الملحق [A]، وفيما يأتي النتائج الموضحة في الجداول والاشكال التي سيتم تحليلها حسب التسلسل وعلى النحو الاتي:

جدول (3-2)

يبين قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المختلفة وMSE وIMSE للتجربة الأولى بحسب حجوم العينات (α=0.01)

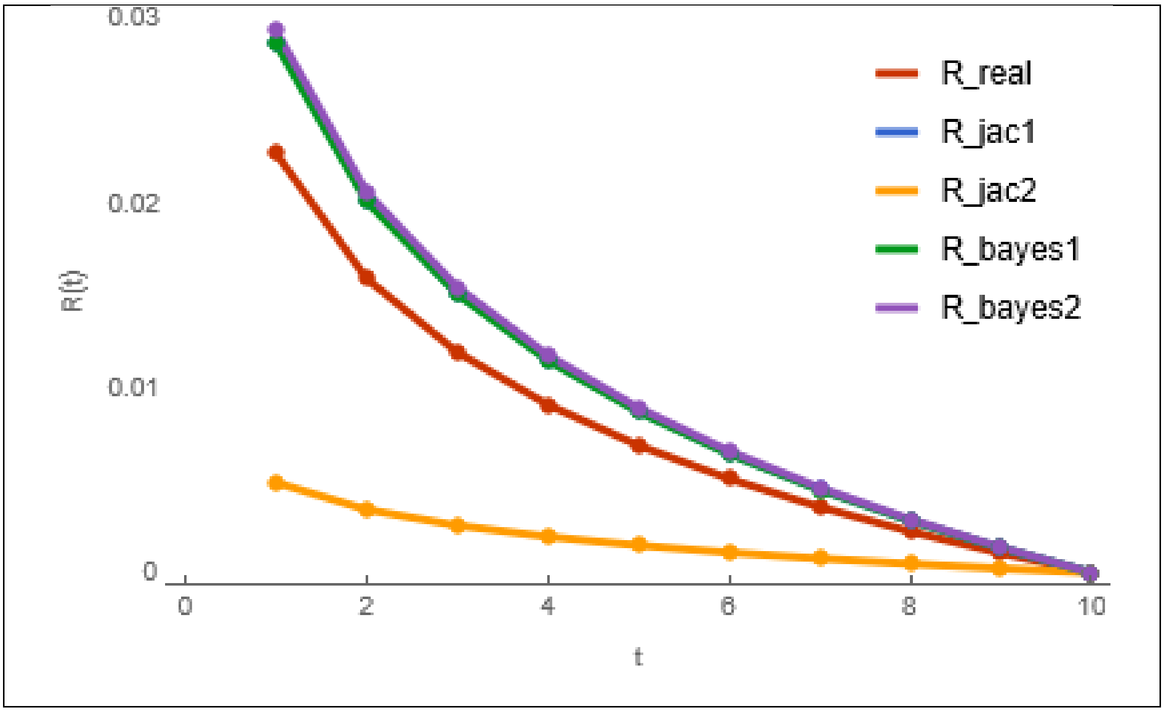
n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
10	0.1	0.02276	0.03512	1.748E-04	0.02093	5.059E-05	0.03460	1.402E-04	0.03630	1.833E-04
	0.2	0.01597	0.02468	8.705E-05	0.01468	2.489E-05	0.02431	6.971E-05	0.02551	9.119E-05
	0.3	0.01197	0.01852	4.926E-05	0.01101	1.399E-05	0.01825	3.941E-05	0.01915	5.157E-05
	0.4	0.00912	0.01413	2.876E-05	0.00839	8.124E-06	0.01392	2.299E-05	0.01461	3.010E-05
	0.5	0.00691	0.01071	1.656E-05	0.00635	4.660E-06	0.01055	1.323E-05	0.01107	1.732E-05
	0.6	0.00510	0.00790	9.038E-06	0.00469	2.535E-06	0.00778	7.220E-06	0.00817	9.453E-06
	0.7	0.00356	0.00552	4.425E-06	0.00327	1.238E-06	0.00544	3.534E-06	0.00571	4.627E-06
	0.8	0.00223	0.00346	1.738E-06	0.00205	4.852E-07	0.00341	1.388E-06	0.00358	1.817E-06
	0.9	0.00105	0.00163	3.888E-07	0.00097	1.083E-07	0.00161	3.103E-07	0.00169	4.064E-07
	IMSE			**4.134E-05**		**1.185E-05**		**3.311E-05**		**4.331E-05**
	Best				**Jac2**					
20	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.02276	0.02883	4.065E-05	0.00488	3.209E-04	0.02872	3.553E-05	0.02943	4.446E-05
	0.2	0.01597	0.02024	2.019E-05	0.00342	1.581E-04	0.02016	1.763E-05	0.02066	2.207E-05
	0.3	0.01197	0.01518	1.140E-05	0.00256	8.891E-05	0.01512	9.957E-06	0.01550	1.247E-05
	0.4	0.00912	0.01158	6.650E-06	0.00195	5.168E-05	0.01153	5.805E-06	0.01182	7.268E-06
	0.5	0.00691	0.00877	3.826E-06	0.00147	2.965E-05	0.00873	3.339E-06	0.00895	4.180E-06
	0.6	0.00510	0.00647	2.087E-06	0.00109	1.614E-05	0.00644	1.821E-06	0.00661	2.280E-06
	0.7	0.00356	0.00452	1.021E-06	0.00076	7.883E-06	0.00450	8.908E-07	0.00462	1.116E-06
	0.8	0.00223	0.00283	4.009E-07	0.00047	3.090E-06	0.00282	3.497E-07	0.00289	4.380E-07
	0.9	0.00105	0.00134	8.962E-08	0.00022	6.900E-07	0.00133	7.818E-08	0.00137	9.790E-08
	IMSE			**9.591E-06**		**7.523E-05**		**8.377E-06**		**1.049E-05**
	Best						**bayes1**			
25	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.02276	0.02527	7.406E-06	0.00247	4.119E-04	0.02522	6.055E-06	0.02572	8.753E-06
	0.2	0.01597	0.01773	3.673E-06	0.00173	2.028E-04	0.01770	3.002E-06	0.01805	4.340E-06
	0.3	0.01197	0.01329	2.073E-06	0.00129	1.140E-04	0.01327	1.694E-06	0.01353	2.450E-06
	0.4	0.00912	0.01013	1.208E-06	0.00098	6.623E-05	0.01011	9.873E-07	0.01032	1.428E-06
	0.5	0.00691	0.00767	6.948E-07	0.00074	3.799E-05	0.00766	5.676E-07	0.00781	8.209E-07
	0.6	0.00510	0.00566	3.789E-07	0.00055	2.068E-05	0.00565	3.095E-07	0.00576	4.476E-07
	0.7	0.00356	0.00396	1.853E-07	0.00038	1.010E-05	0.00395	1.514E-07	0.00403	2.189E-07
	0.8	0.00223	0.00248	7.275E-08	0.00024	3.958E-06	0.00247	5.942E-08	0.00252	8.593E-08
	0.9	0.00105	0.00117	1.626E-08	0.00011	8.836E-07	0.00117	1.328E-08	0.00119	1.921E-08
	IMSE			**1.745E-06**		**9.650E-05**		**1.427E-06**		**2.063E-06**
	Best						**bayes1**			

n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
40	0.1	0.02276	0.02493	4.950E-06	0.01666	4.431E-05	0.02492	4.657E-06	0.02523	6.079E-06
	0.2	0.01597	0.01749	2.454E-06	0.01168	2.188E-05	0.01749	2.309E-06	0.01770	3.014E-06
	0.3	0.01197	0.01311	1.385E-06	0.00875	1.232E-05	0.01311	1.303E-06	0.01327	1.701E-06
	0.4	0.00912	0.01000	8.071E-07	0.00667	7.167E-06	0.00999	7.592E-07	0.01012	9.913E-07
	0.5	0.00691	0.00757	4.640E-07	0.00505	4.115E-06	0.00757	4.365E-07	0.00766	5.699E-07
	0.6	0.00510	0.00559	2.530E-07	0.00372	2.241E-06	0.00558	2.380E-07	0.00565	3.107E-07
	0.7	0.00356	0.00390	1.237E-07	0.00260	1.095E-06	0.00390	1.164E-07	0.00395	1.520E-07
	0.8	0.00223	0.00244	4.857E-08	0.00163	4.296E-07	0.00244	4.569E-08	0.00247	5.965E-08
	0.9	0.00105	0.00115	1.086E-08	0.00077	9.594E-08	0.00115	1.021E-08	0.00117	1.333E-08
	IMSE			**1.166E-06**		**1.041E-05**		**1.097E-06**		**1.432E-06**
	Best							**bayes1**		
75	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.02276	0.02466	3.673E-06	0.01598	4.667E-05	0.02465	3.569E-06	0.02480	4.167E-06
	0.2	0.01597	0.01730	1.821E-06	0.01120	2.307E-05	0.01730	1.769E-06	0.01740	2.066E-06
	0.3	0.01197	0.01297	1.028E-06	0.00839	1.300E-05	0.01297	9.984E-07	0.01305	1.166E-06
	0.4	0.00912	0.00989	5.988E-07	0.00639	7.565E-06	0.00988	5.818E-07	0.00995	6.793E-07
	0.5	0.00691	0.00749	3.443E-07	0.00484	4.346E-06	0.00749	3.345E-07	0.00753	3.905E-07
	0.6	0.00510	0.00552	1.877E-07	0.00357	2.367E-06	0.00552	1.823E-07	0.00556	2.129E-07
	0.7	0.00356	0.00386	9.180E-08	0.00249	1.157E-06	0.00386	8.918E-08	0.00388	1.041E-07
	0.8	0.00223	0.00242	3.603E-08	0.00156	4.540E-07	0.00242	3.500E-08	0.00243	4.087E-08
	0.9	0.00105	0.00114	8.052E-09	0.00074	1.014E-07	0.00114	7.823E-09	0.00115	9.135E-09
	IMSE			**8.654E-07**		**1.097E-05**		**8.408E-07**		**9.817E-07**
	Best							**bayes1**		
100	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.02276	0.02149	1.656E-06	0.01342	8.745E-05	0.02148	1.636E-06	0.02155	1.459E-06
	0.2	0.01597	0.01507	8.200E-07	0.00940	4.319E-05	0.01507	8.099E-07	0.01512	7.227E-07
	0.3	0.01197	0.01129	4.625E-07	0.00704	2.433E-05	0.01129	4.568E-07	0.01133	4.076E-07
	0.4	0.00912	0.00861	2.694E-07	0.00536	1.415E-05	0.00861	2.661E-07	0.00863	2.374E-07
	0.5	0.00691	0.00652	1.548E-07	0.00406	8.129E-06	0.00652	1.529E-07	0.00654	1.365E-07
	0.6	0.00510	0.00481	8.439E-08	0.00299	4.428E-06	0.00481	8.335E-08	0.00482	7.437E-08
	0.7	0.00356	0.00336	4.126E-08	0.00209	2.164E-06	0.00336	4.076E-08	0.00337	3.637E-08
	0.8	0.00223	0.00210	1.619E-08	0.00131	8.487E-07	0.00210	1.599E-08	0.00211	1.427E-08
	0.9	0.00105	0.00099	3.618E-09	0.00062	1.896E-07	0.00099	3.574E-09	0.00100	3.189E-09
	IMSE			**3.898E-07**		**2.054E-05**		**3.850E-07**		**3.435E-07**
	Best									**bayes2**



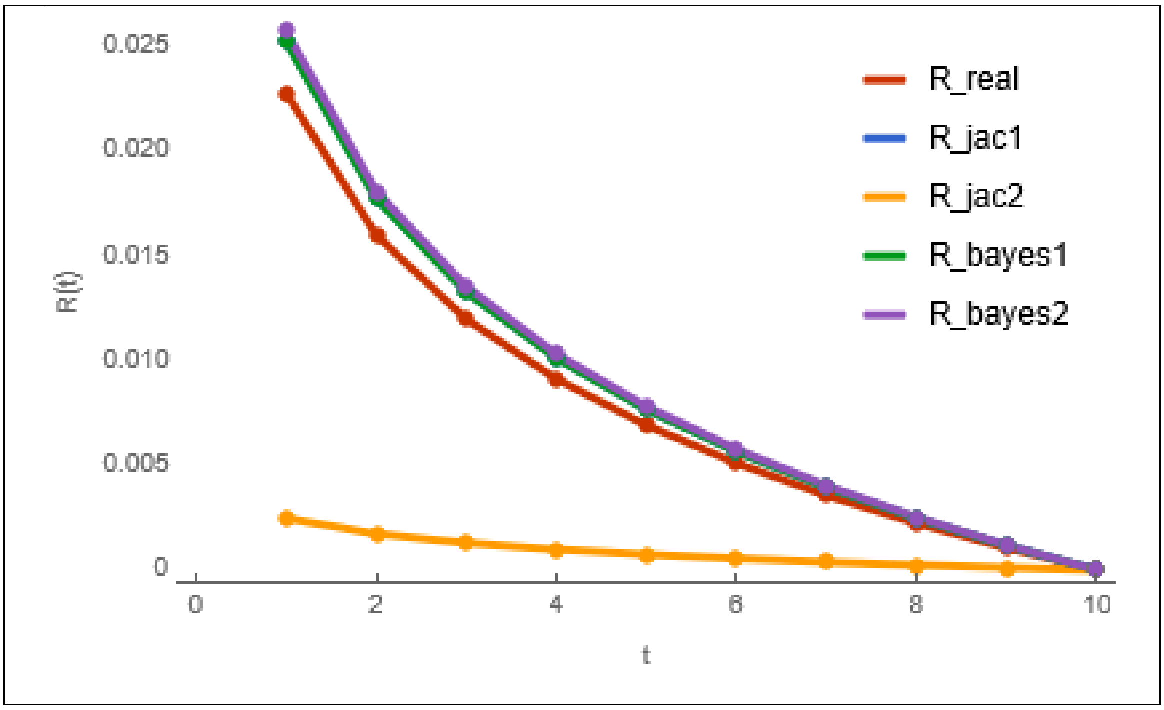
شكل (3-1)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الاولى ولحجم العينة (n=10)



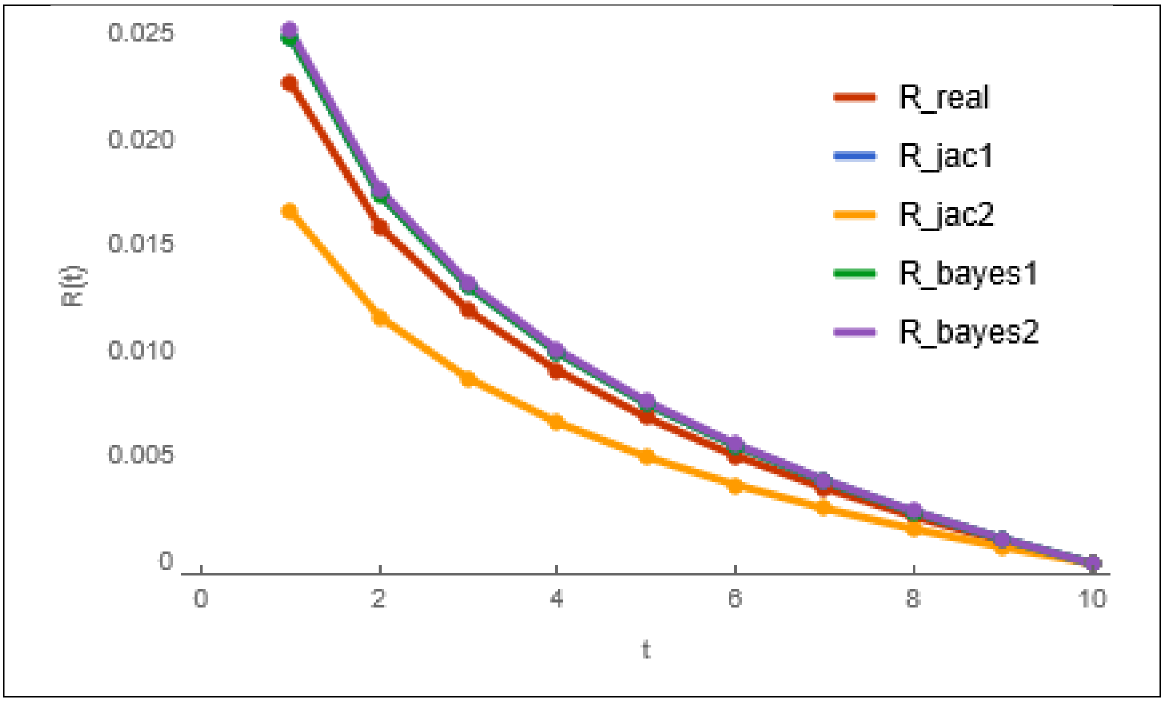
شكل (3-2)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الاولى ولحجم العينة (n=20)



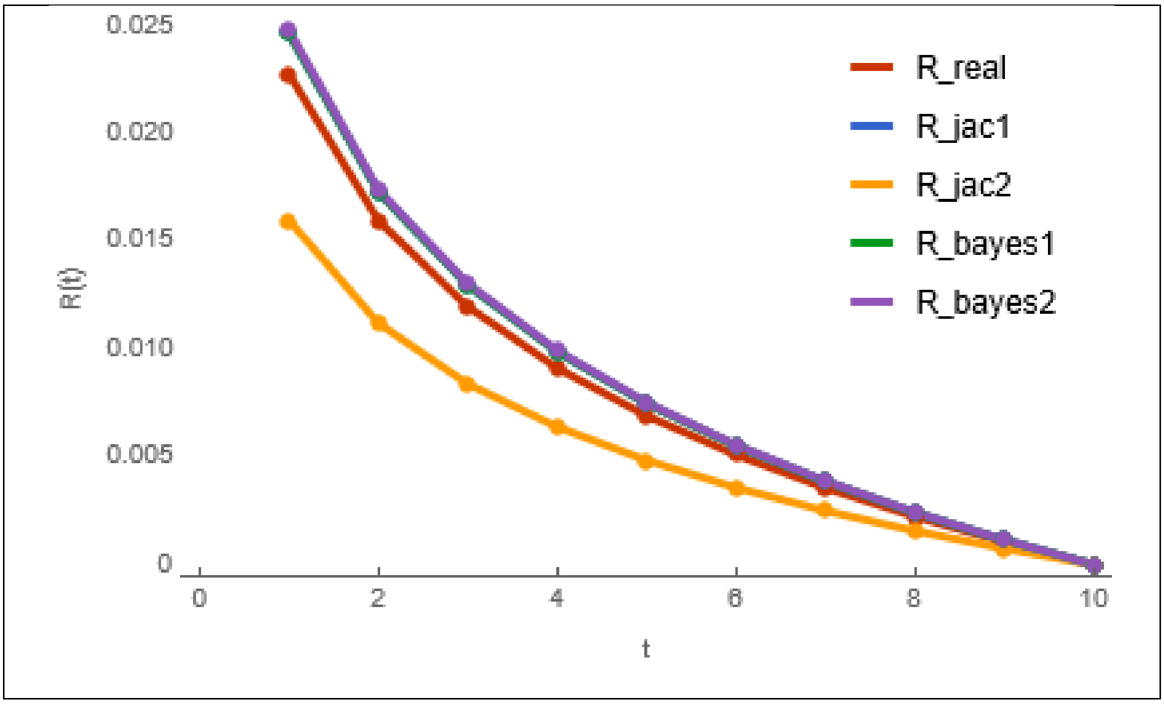
شكل (3-3)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الاولى ولحجم العينة (n=25)



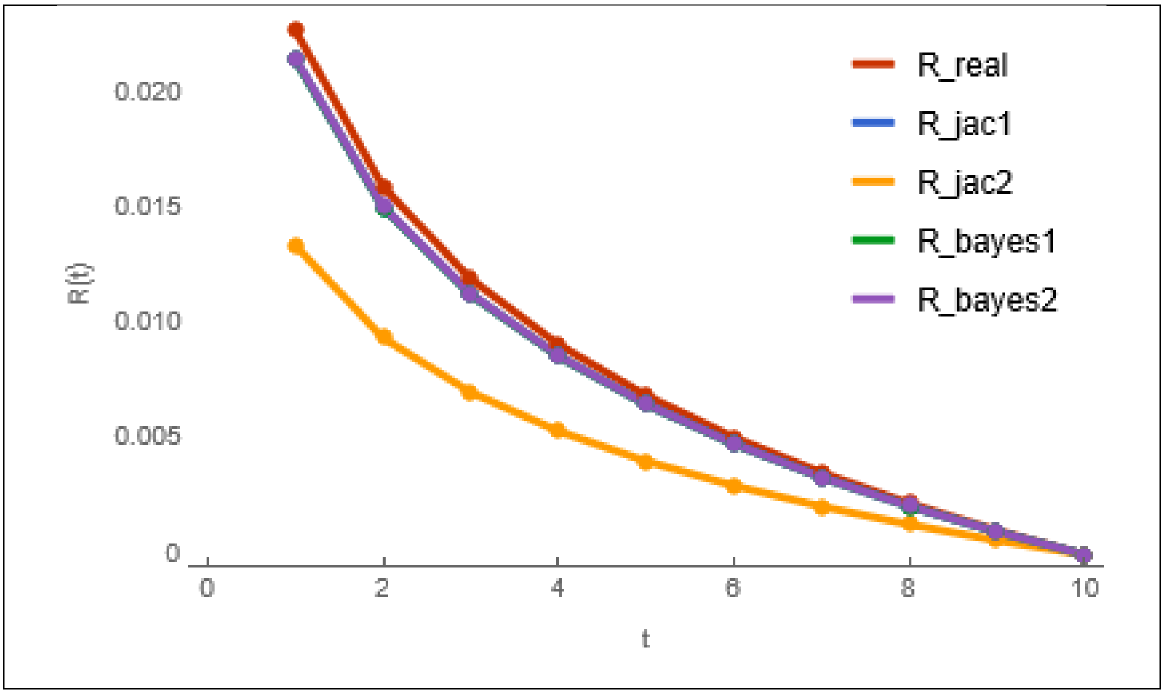
شكل (4-3)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الاولى ولحجم العينة (n=40)



شكل (5-3)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الاولى ولحجم العينة (n=75)



شكل (6-3)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الاولى ولحجم العينة (n=100)

في ضوء النتائج المبينة في الجدول (3-2) نلحظ ما يأتي :

1- حققت طريقة bayes1 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند احجام العينات (20 ،75،40،25)

2- حققت طريقة Jac2 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (10)

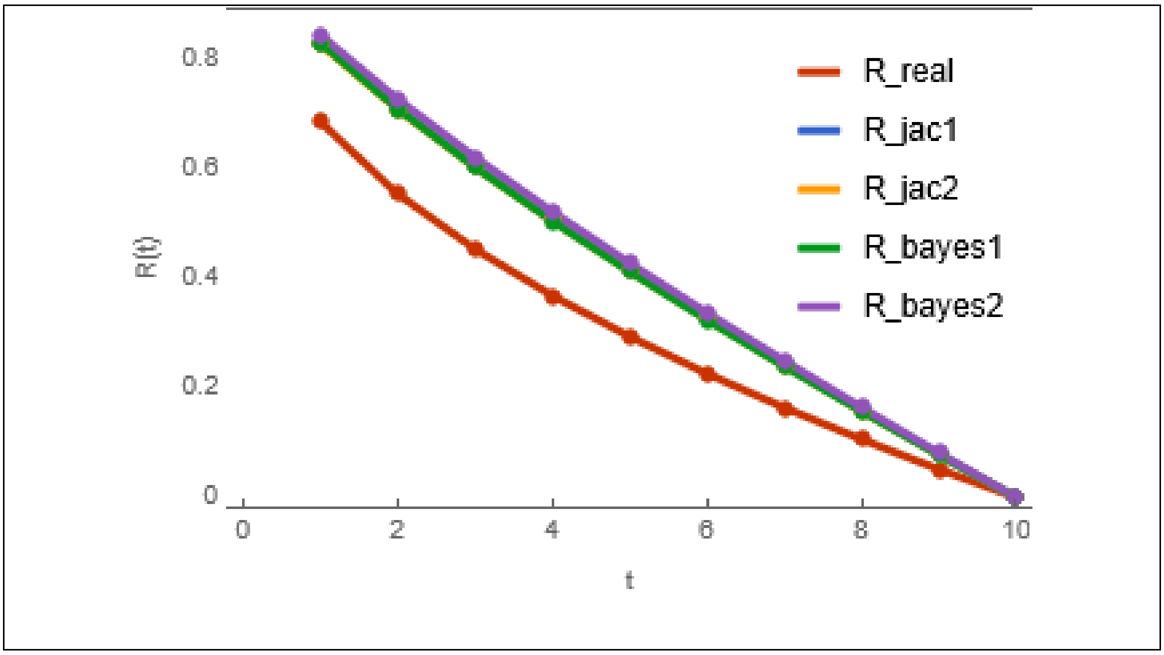
3- حققت طريقة baySes2 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (100)

جدول (3-3)

يبين قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المختلفة وMSE وIMSE للتجربة الثانية بحسب حجوم العينات (α=0.5)

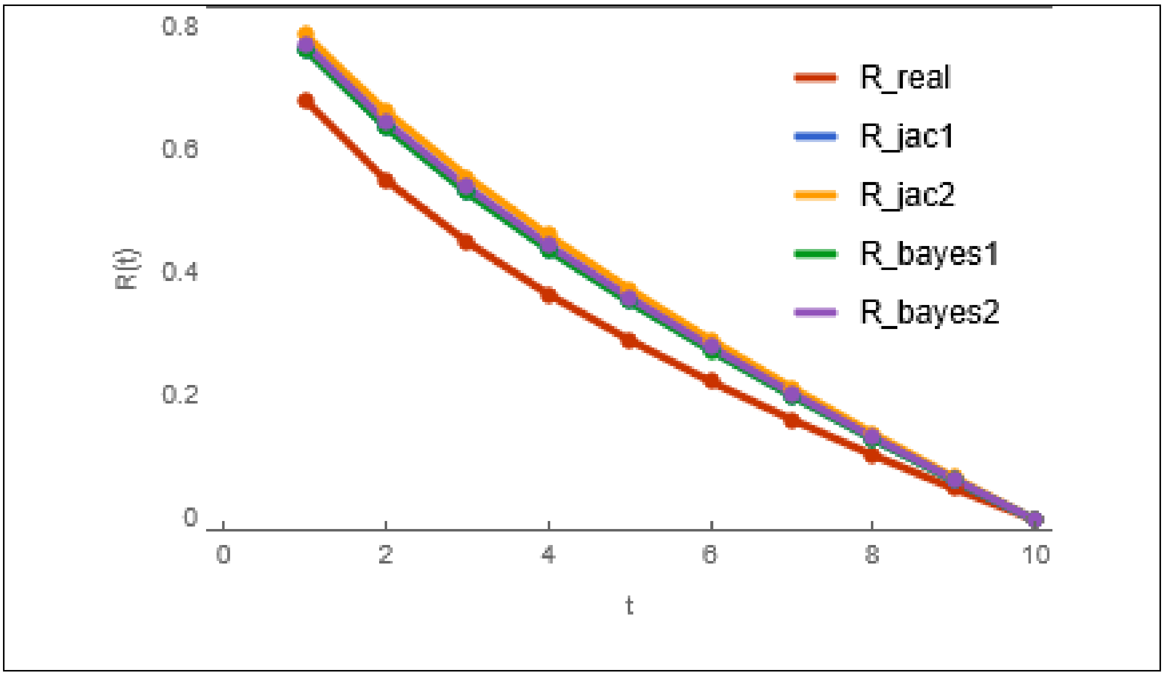
n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
10	0.1	0.68377	0.82831	2.203E-02	0.82564	2.171E-02	0.82810	2.083E-02	0.84258	2.522E-02
	0.2	0.55279	0.70960	2.641E-02	0.70658	2.580E-02	0.70793	2.407E-02	0.72536	2.978E-02
	0.3	0.45228	0.60437	2.517E-02	0.60130	2.441E-02	0.60176	2.234E-02	0.61968	2.802E-02
	0.4	0.36754	0.50689	2.135E-02	0.50395	2.057E-02	0.50376	1.856E-02	0.52085	2.350E-02
	0.5	0.29289	0.41470	1.647E-02	0.41203	1.576E-02	0.41143	1.405E-02	0.42683	1.794E-02
	0.6	0.22540	0.32647	1.143E-02	0.32417	1.088E-02	0.32337	9.598E-03	0.33646	1.233E-02
	0.7	0.16334	0.24138	6.866E-03	0.23954	6.497E-03	0.23872	5.682E-03	0.24903	7.343E-03
	0.8	0.10557	0.15886	3.222E-03	0.15756	3.034E-03	0.15688	2.632E-03	0.16404	3.418E-03
	0.9	0.05132	0.07850	8.437E-04	0.07782	7.905E-04	0.07741	6.809E-04	0.08112	8.882E-04
	IMSE			**1.487E-02**		**1.438E-02**		**1.316E-02**		**1.649E-02**
	Best						**bayes1**			
20	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.683772	0.767398	7.414E-03	0.790186	1.181E-02	0.767108	6.945E-03	0.77544	8.403E-03
	0.2	0.552786	0.639515	8.054E-03	0.664664	1.312E-02	0.638873	7.411E-03	0.647953	9.057E-03
	0.3	0.452277	0.53405	7.207E-03	0.558627	1.190E-02	0.533235	6.554E-03	0.542042	8.058E-03
	0.4	0.367544	0.440902	5.830E-03	0.463514	9.712E-03	0.44003	5.254E-03	0.448089	6.487E-03
	0.5	0.292893	0.355947	4.325E-03	0.375763	7.255E-03	0.355097	3.869E-03	0.362131	4.794E-03
	0.6	0.225403	0.276988	2.905E-03	0.293458	4.901E-03	0.276225	2.583E-03	0.28205	3.209E-03
	0.7	0.16334	0.202687	1.696E-03	0.215418	2.874E-03	0.202059	1.499E-03	0.206549	1.867E-03
	0.8	0.105573	0.13215	7.758E-04	0.140848	1.320E-03	0.131698	6.825E-04	0.134758	8.518E-04
	0.9	0.051317	0.064744	1.985E-04	0.069182	3.390E-04	0.064503	1.739E-04	0.066061	2.174E-04
	IMSE			**4.267E-03**		**7.026E-03**		**3.886E-03**		**4.772E-03**
	Best						**bayes1**			
25	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.683772	0.721428	1.629E-03	0.70692	9.189E-04	0.721225	1.403E-03	0.728257	1.979E-03
	0.2	0.552786	0.590835	1.677E-03	0.576124	9.320E-04	0.590505	1.423E-03	0.597752	2.022E-03
	0.3	0.452277	0.487593	1.452E-03	0.473909	7.998E-04	0.487216	1.221E-03	0.49402	1.742E-03
	0.4	0.367544	0.398869	1.147E-03	0.386712	6.274E-04	0.398488	9.575E-04	0.404572	1.371E-03
	0.5	0.292893	0.319579	8.346E-04	0.309208	4.543E-04	0.319223	6.933E-04	0.324439	9.951E-04
	0.6	0.225403	0.247075	5.518E-04	0.238644	2.991E-04	0.246766	4.563E-04	0.251023	6.563E-04
	0.7	0.16334	0.179767	3.177E-04	0.17337	1.716E-04	0.179519	2.618E-04	0.182759	3.771E-04
	0.8	0.105573	0.116607	1.436E-04	0.112307	7.731E-05	0.116433	1.179E-04	0.118618	1.702E-04
	0.9	0.051317	0.056864	3.636E-05	0.054701	1.952E-05	0.056773	2.977E-05	0.057875	4.301E-05
	IMSE			**8.654E-04**		**4.778E-04**		**7.292E-04**		**1.040E-03**
	Best				**jac2**					

n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
40	0.1	0.683772	0.716916	1.149E-03	0.601564	6.881E-03	0.716865	1.095E-03	0.721296	1.408E-03
	0.2	0.552786	0.586119	1.165E-03	0.474433	6.243E-03	0.586038	1.106E-03	0.590577	1.428E-03
	0.3	0.452277	0.483128	9.988E-04	0.381991	5.020E-03	0.483037	9.462E-04	0.487283	1.225E-03
	0.4	0.367544	0.394852	7.833E-04	0.306691	3.761E-03	0.394762	7.408E-04	0.398549	9.613E-04
	0.5	0.292893	0.316119	5.670E-04	0.242014	2.628E-03	0.316035	5.356E-04	0.319275	6.960E-04
	0.6	0.225403	0.24424	3.732E-04	0.184711	1.681E-03	0.244168	3.521E-04	0.246808	4.582E-04
	0.7	0.16334	0.177602	2.140E-04	0.132892	9.407E-04	0.177544	2.018E-04	0.179551	2.628E-04
	0.8	0.105573	0.115144	9.643E-05	0.085347	4.150E-04	0.115103	9.083E-05	0.116455	1.184E-04
	0.9	0.051317	0.056124	2.434E-05	0.041248	1.028E-04	0.056103	2.291E-05	0.056784	2.989E-05
	IMSE			**5.967E-04**		**3.075E-03**		**5.657E-04**		**7.320E-04**
	Best						**bayes1**			
75	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.6838	0.7130	8.709E-04	0.720236	1.365E-03	0.712935	8.505E-04	0.715165	9.855E-04
	0.2	0.5528	0.5821	8.771E-04	0.589509	1.386E-03	0.582031	8.552E-04	0.584303	9.933E-04
	0.3	0.4523	0.4793	7.494E-04	0.486294	1.190E-03	0.479298	7.301E-04	0.481417	8.491E-04
	0.4	0.3675	0.3915	5.861E-04	0.397672	9.337E-04	0.391433	5.706E-04	0.393319	6.643E-04
	0.5	0.2929	0.3132	4.234E-04	0.318529	6.762E-04	0.313191	4.120E-04	0.314802	4.800E-04
	0.6	0.2254	0.2419	2.782E-04	0.246203	4.452E-04	0.241853	2.706E-04	0.243163	3.154E-04
	0.7	0.1633	0.1758	1.593E-04	0.179093	2.554E-04	0.175786	1.549E-04	0.176781	1.807E-04
	0.8	0.1056	0.1139	7.168E-05	0.116147	1.151E-04	0.11392	6.968E-05	0.11459	8.130E-05
	0.9	0.0513	0.0555	1.807E-05	0.056629	2.906E-05	0.055507	1.756E-05	0.055845	2.050E-05
	IMSE			**4.482E-04**		**7.106E-04**		**4.368E-04**		**5.078E-04**
	Best						**bayes1**			
100	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.683772	0.662411	4.631E-04	0.675435	8.027E-05	0.662403	4.567E-04	0.663623	4.060E-04
	0.2	0.552786	0.531883	4.434E-04	0.544582	7.764E-05	0.531872	4.374E-04	0.533055	3.893E-04
	0.3	0.452277	0.433238	3.678E-04	0.444781	6.479E-05	0.433226	3.629E-04	0.434298	3.233E-04
	0.4	0.367544	0.350882	2.816E-04	0.360969	4.982E-05	0.350871	2.780E-04	0.351805	2.477E-04
	0.5	0.292893	0.278846	2.002E-04	0.28734	3.552E-05	0.278836	1.976E-04	0.279622	1.761E-04
	0.6	0.225403	0.214093	1.298E-04	0.220925	2.309E-05	0.214084	1.281E-04	0.214715	1.142E-04
	0.7	0.16334	0.154829	7.347E-05	0.159966	1.310E-05	0.154822	7.255E-05	0.155296	6.471E-05
	0.8	0.105573	0.099891	3.274E-05	0.103318	5.850E-06	0.099887	3.233E-05	0.100203	2.884E-05
	0.9	0.051317	0.048476	8.183E-06	0.050189	1.465E-06	0.048474	8.082E-06	0.048632	7.210E-06
	IMSE			**2.222E-04**		**3.906E-05**		**2.193E-04**		**1.953E-04**
	Best				**jac2**					



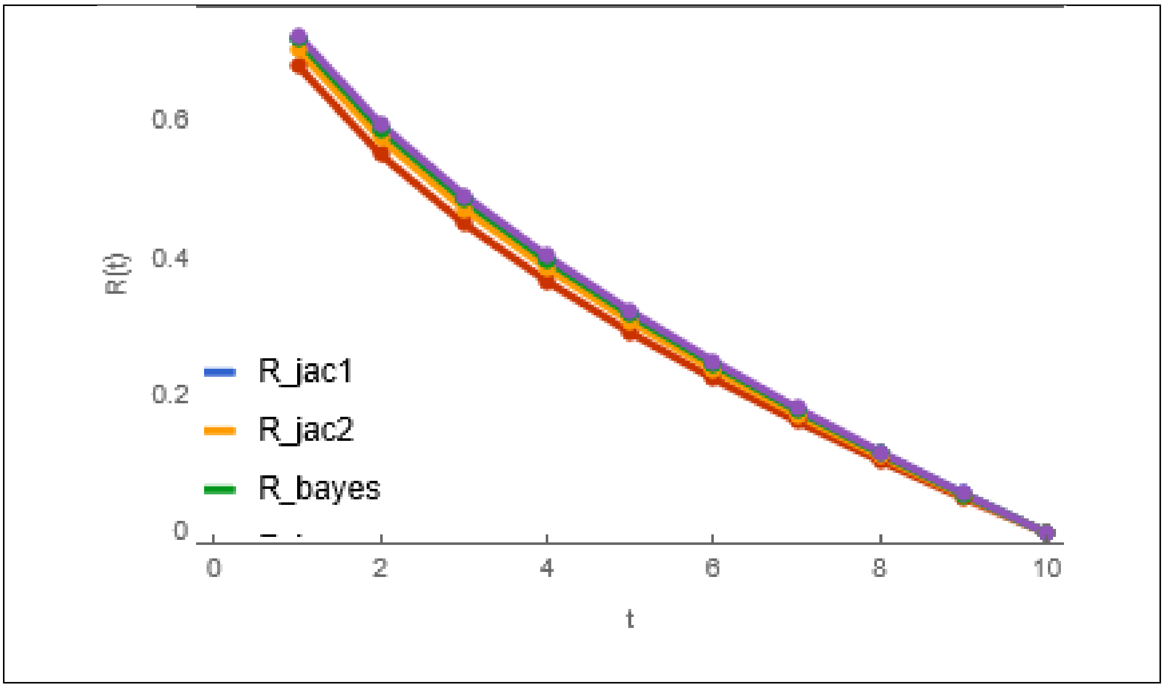
شكل (3-7)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثانية ولحجم العينة (n=10)



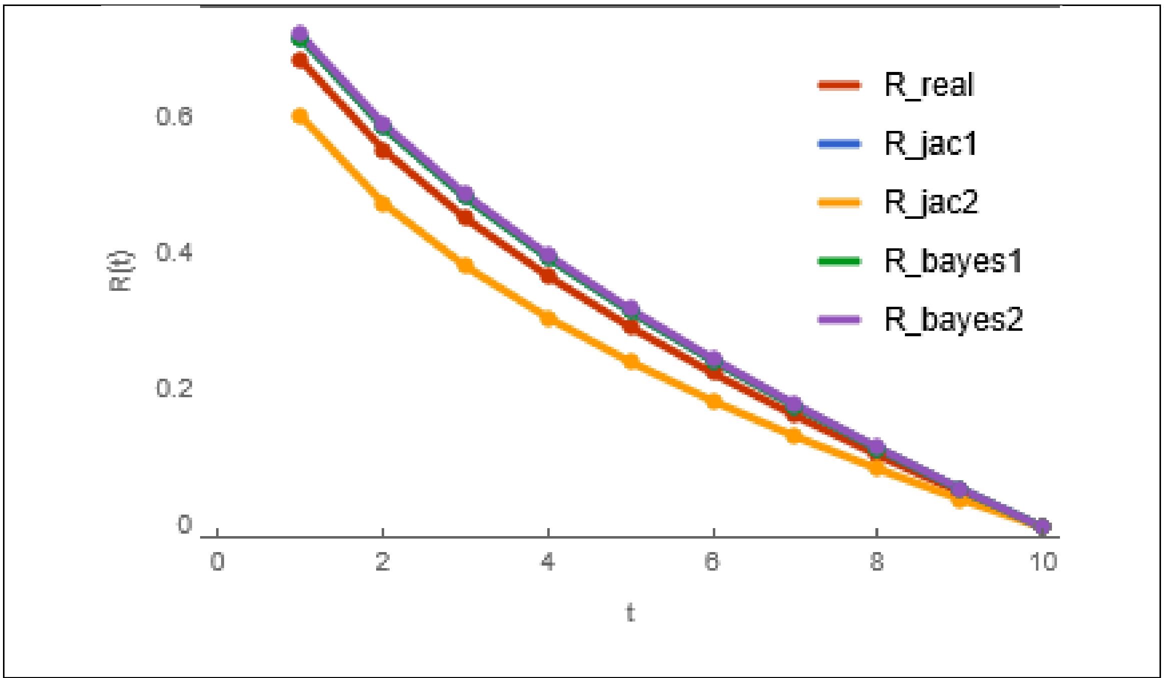
شكل (3-8)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثانية ولحجم العينة (n=20)



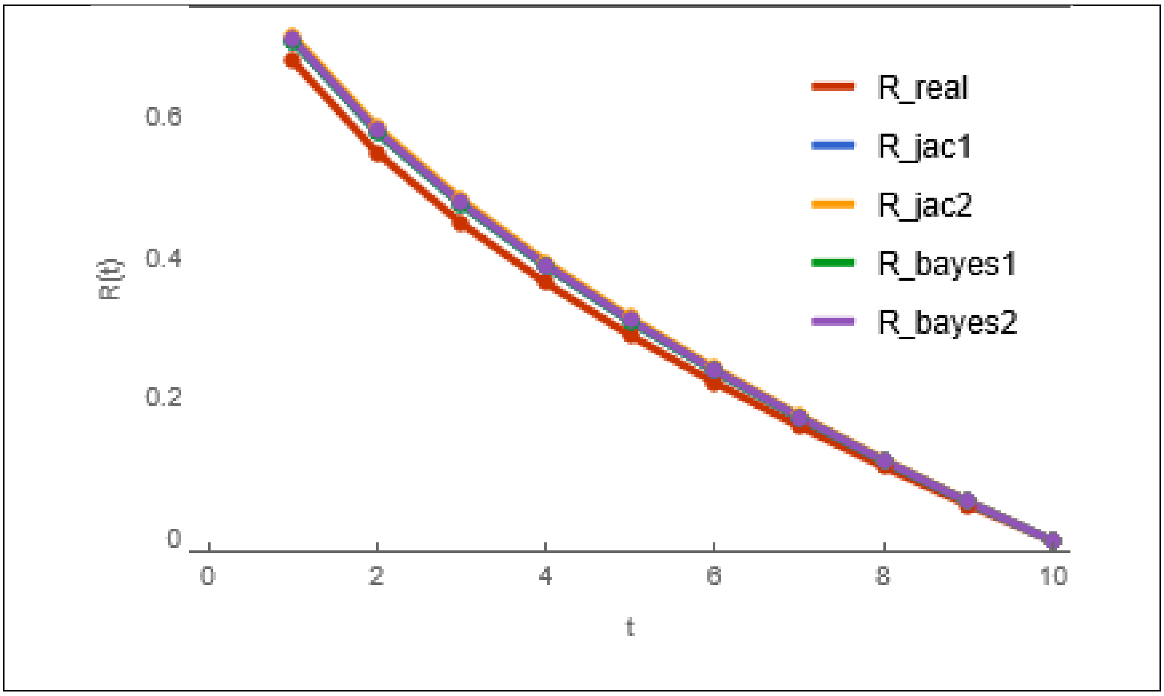
شكل (3-9)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثانية ولحجم العينة (n=25)



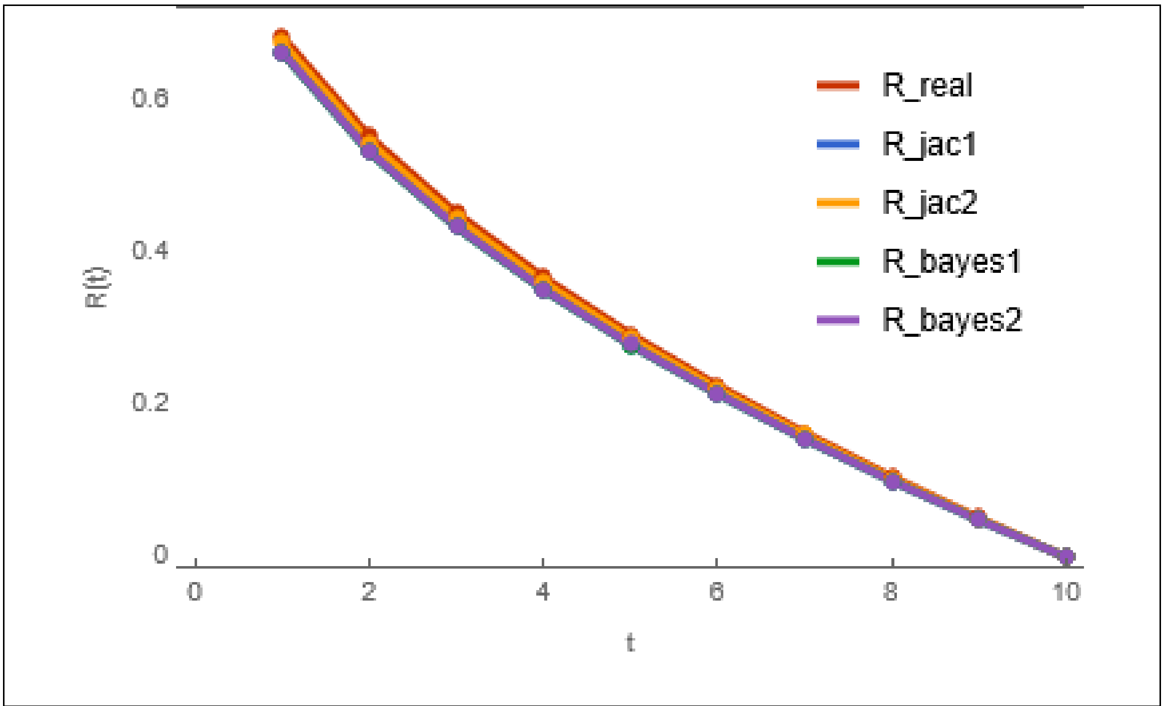
شكل (3-10)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثانية ولحجم العينة (n=40)



شكل (3-11)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثانية ولحجم العينة (n=75)



شكل (3-12)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثانية ولحجم العينة (n=100)

في ضوء النتائج المبينة في الجدول (3-3) نلحظ ما يأتي :

1- حققت طريقة bayses1 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند احجام العينات (10، 20،40،75)

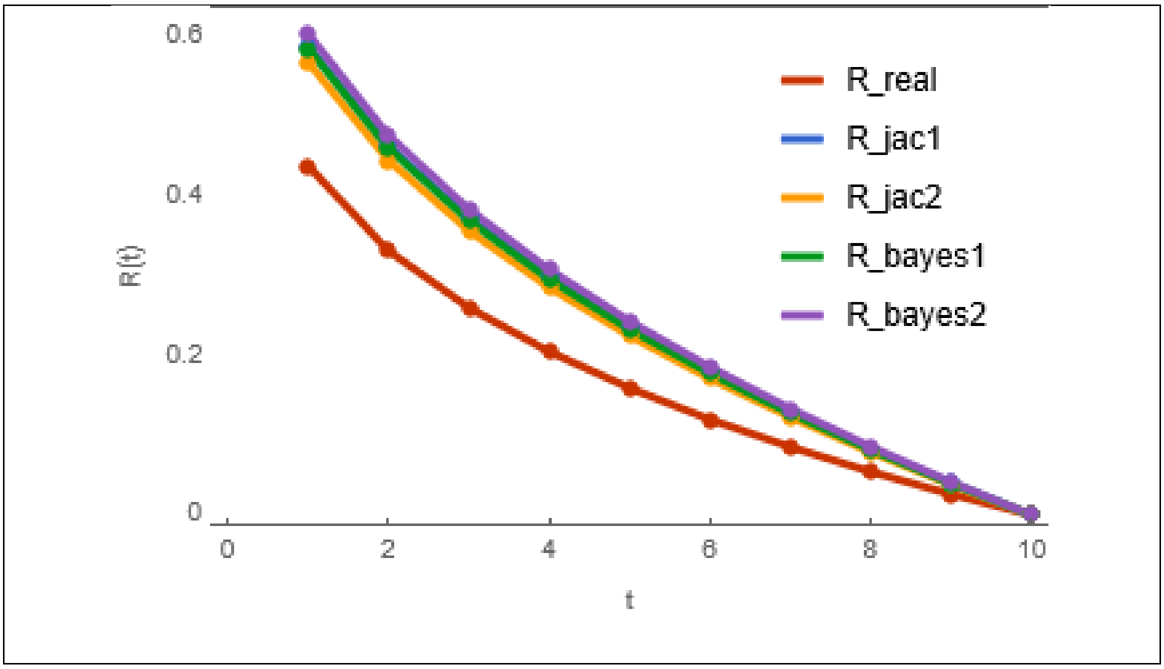
2- حققت طريقة Jac2الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (25،100)

جدول (3-4)

يبين قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المختلفة وMSE وIMSE للتجربة الثالثة بحسب حجوم العينات (α=0.25)

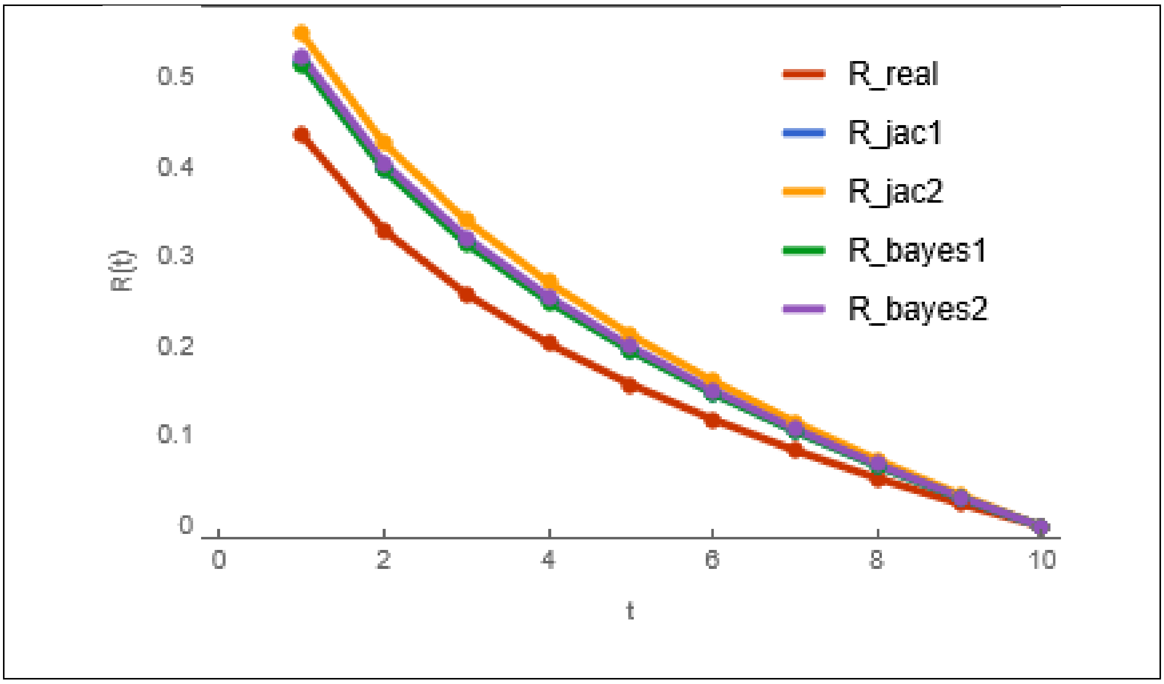
n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
10	0.1	0.43766	0.58811	2.468E-02	0.56763	2.079E-02	0.58539	2.182E-02	0.60324	2.742E-02
	0.2	0.33126	0.46280	1.912E-02	0.44463	1.584E-02	0.45957	1.646E-02	0.47594	2.093E-02
	0.3	0.25992	0.37216	1.404E-02	0.35649	1.151E-02	0.36894	1.189E-02	0.38330	1.522E-02
	0.4	0.20473	0.29854	9.873E-03	0.28534	8.028E-03	0.29556	8.250E-03	0.30779	1.062E-02
	0.5	0.15910	0.23544	6.572E-03	0.22462	5.307E-03	0.23282	5.434E-03	0.24292	7.025E-03
	0.6	0.11989	0.17960	4.040E-03	0.17109	3.243E-03	0.17743	3.311E-03	0.18542	4.295E-03
	0.7	0.08531	0.12916	2.188E-03	0.12288	1.747E-03	0.12749	1.779E-03	0.13342	2.314E-03
	0.8	0.05426	0.08293	9.381E-04	0.07880	7.457E-04	0.08178	7.576E-04	0.08569	9.880E-04
	0.9	0.02600	0.04007	2.267E-04	0.03803	1.794E-04	0.03948	1.819E-04	0.04142	2.378E-04
	IMSE			**9.074E-03**		**7.488E-03**		**7.765E-03**		**9.895E-03**
	Best				**jac2**					
20	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.43766	0.51824	7.006E-03	0.55082	1.358E-02	0.51741	6.361E-03	0.52612	7.826E-03
	0.2	0.33126	0.39993	5.120E-03	0.42868	1.009E-02	0.39906	4.597E-03	0.40666	5.686E-03
	0.3	0.25992	0.31761	3.628E-03	0.34226	7.223E-03	0.31680	3.235E-03	0.32327	4.014E-03
	0.4	0.20473	0.25241	2.485E-03	0.27308	4.983E-03	0.25169	2.205E-03	0.25709	2.742E-03
	0.5	0.15910	0.19756	1.620E-03	0.21441	3.266E-03	0.19694	1.432E-03	0.20133	1.783E-03
	0.6	0.11989	0.14975	9.788E-04	0.16295	1.982E-03	0.14925	8.621E-04	0.15268	1.075E-03
	0.7	0.08531	0.10710	5.222E-04	0.11681	1.061E-03	0.10672	4.586E-04	0.10924	5.728E-04
	0.8	0.05426	0.06843	2.210E-04	0.07478	4.507E-04	0.06817	1.936E-04	0.06982	2.420E-04
	0.9	0.02600	0.03292	5.279E-05	0.03604	1.080E-04	0.03279	4.614E-05	0.03359	5.774E-05
	IMSE			**2.404E-03**		**4.749E-03**		**2.154E-03**		**2.667E-03**
	Best						**bayes1**			
25	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.43766	0.47239	1.405E-03	0.45233	7.231E-04	0.47201	1.180E-03	0.47871	1.685E-03
	0.2	0.33126	0.36045	9.974E-04	0.34362	5.035E-04	0.36008	8.307E-04	0.36577	1.191E-03
	0.3	0.25992	0.28425	6.945E-04	0.27023	3.467E-04	0.28391	5.757E-04	0.28868	8.271E-04
	0.4	0.20473	0.22472	4.698E-04	0.21321	2.326E-04	0.22443	3.880E-04	0.22836	5.584E-04
	0.5	0.15910	0.17515	3.032E-04	0.16591	1.492E-04	0.17491	2.498E-04	0.17808	3.599E-04
	0.6	0.11989	0.13230	1.817E-04	0.12516	8.898E-05	0.13211	1.494E-04	0.13457	2.154E-04
	0.7	0.08531	0.09434	9.628E-05	0.08914	4.695E-05	0.09420	7.898E-05	0.09599	1.140E-04
	0.8	0.05426	0.06011	4.050E-05	0.05675	1.968E-05	0.06002	3.317E-05	0.06118	4.791E-05
	0.9	0.02600	0.02885	9.622E-06	0.02721	4.659E-06	0.02880	7.868E-06	0.02937	1.137E-05
	IMSE			**4.665E-04**		**2.350E-04**		**3.882E-04**		**5.567E-04**
	Best				**jac2**					

n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
40	0.1	0.43766	0.46799	9.654E-04	0.30994	1.643E-02	0.46790	9.143E-04	0.47208	1.185E-03
	0.2	0.33126	0.35669	6.795E-04	0.22843	1.065E-02	0.35660	6.422E-04	0.36014	8.340E-04
	0.3	0.25992	0.28108	4.708E-04	0.17635	7.030E-03	0.28100	4.444E-04	0.28396	5.779E-04
	0.4	0.20473	0.22210	3.173E-04	0.13727	4.580E-03	0.22203	2.993E-04	0.22447	3.896E-04
	0.5	0.15910	0.17304	2.042E-04	0.10569	2.871E-03	0.17298	1.925E-04	0.17494	2.508E-04
	0.6	0.11989	0.13066	1.221E-04	0.07902	1.680E-03	0.13061	1.150E-04	0.13213	1.499E-04
	0.7	0.08531	0.09314	6.457E-05	0.05586	8.725E-04	0.09311	6.080E-05	0.09421	7.929E-05
	0.8	0.05426	0.05933	2.712E-05	0.03532	3.607E-04	0.05931	2.552E-05	0.06003	3.330E-05
	0.9	0.02600	0.02847	6.432E-06	0.01684	8.439E-05	0.02846	6.052E-06	0.02881	7.900E-06
	IMSE			**3.175E-04**		**4.951E-03**		**3.000E-04**		**3.897E-04**
	Best			**2**		**4**		**1**		**3**
75	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.43766	0.46425	7.240E-04	0.47485	1.432E-03	0.46422	7.053E-04	0.46630	8.204E-04
	0.2	0.33126	0.35353	5.079E-04	0.36250	1.011E-03	0.35349	4.944E-04	0.35525	5.757E-04
	0.3	0.25992	0.27843	3.513E-04	0.28594	7.019E-04	0.27840	3.417E-04	0.27987	3.982E-04
	0.4	0.20473	0.21992	2.364E-04	0.22611	4.737E-04	0.21989	2.299E-04	0.22110	2.681E-04
	0.5	0.15910	0.17128	1.520E-04	0.17626	3.052E-04	0.17126	1.478E-04	0.17223	1.724E-04
	0.6	0.11989	0.12930	9.080E-05	0.13316	1.826E-04	0.12928	8.827E-05	0.13004	1.030E-04
	0.7	0.08531	0.09215	4.798E-05	0.09496	9.664E-05	0.09214	4.663E-05	0.09269	5.442E-05
	0.8	0.05426	0.05869	2.014E-05	0.06052	4.061E-05	0.05868	1.957E-05	0.05904	2.284E-05
	0.9	0.02600	0.02815	4.774E-06	0.02904	9.638E-06	0.02815	4.638E-06	0.02832	5.415E-06
	IMSE			**2.373E-04**		**4.726E-04**		**2.309E-04**		**2.689E-04**
	Best			**2**		**4**		**1**		**3**
100	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.43766	0.41898	3.539E-04	0.42684	1.295E-04	0.41897	3.493E-04	0.42002	3.111E-04
	0.2	0.33126	0.31581	2.421E-04	0.32229	8.885E-05	0.31580	2.390E-04	0.31667	2.130E-04
	0.3	0.25992	0.24717	1.649E-04	0.25251	6.064E-05	0.24716	1.628E-04	0.24787	1.452E-04
	0.4	0.20473	0.19432	1.099E-04	0.19868	4.044E-05	0.19432	1.085E-04	0.19490	9.672E-05
	0.5	0.15910	0.15079	7.005E-05	0.15427	2.581E-05	0.15079	6.918E-05	0.15125	6.170E-05
	0.6	0.11989	0.11349	4.157E-05	0.11616	1.533E-05	0.11348	4.105E-05	0.11384	3.662E-05
	0.7	0.08531	0.08067	2.184E-05	0.08261	8.060E-06	0.08066	2.157E-05	0.08092	1.924E-05
	0.8	0.05426	0.05126	9.121E-06	0.05251	3.368E-06	0.05126	9.008E-06	0.05142	8.037E-06
	0.9	0.02600	0.02454	2.153E-06	0.02515	7.954E-07	0.02454	2.127E-06	0.02462	1.897E-06
	IMSE			**1.128E-04**		**4.142E-05**		**1.114E-04**		**9.928E-05**
	Best			**4**		**1**		**3**		**2**

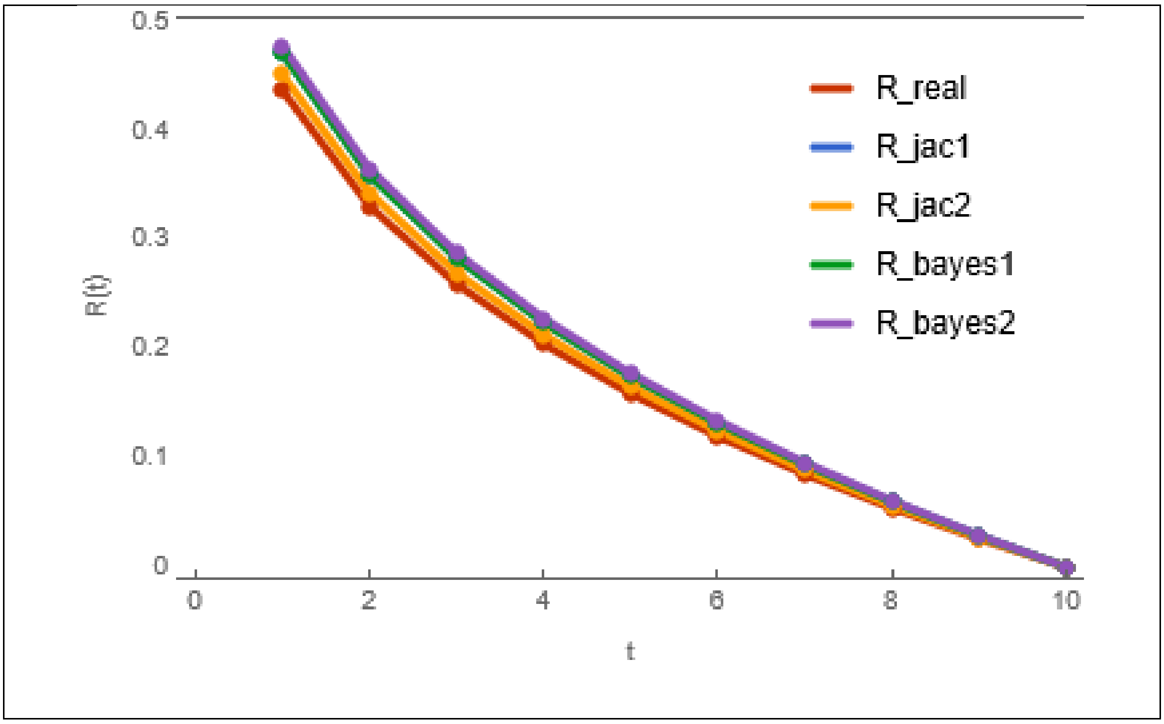


شكل (3-13)

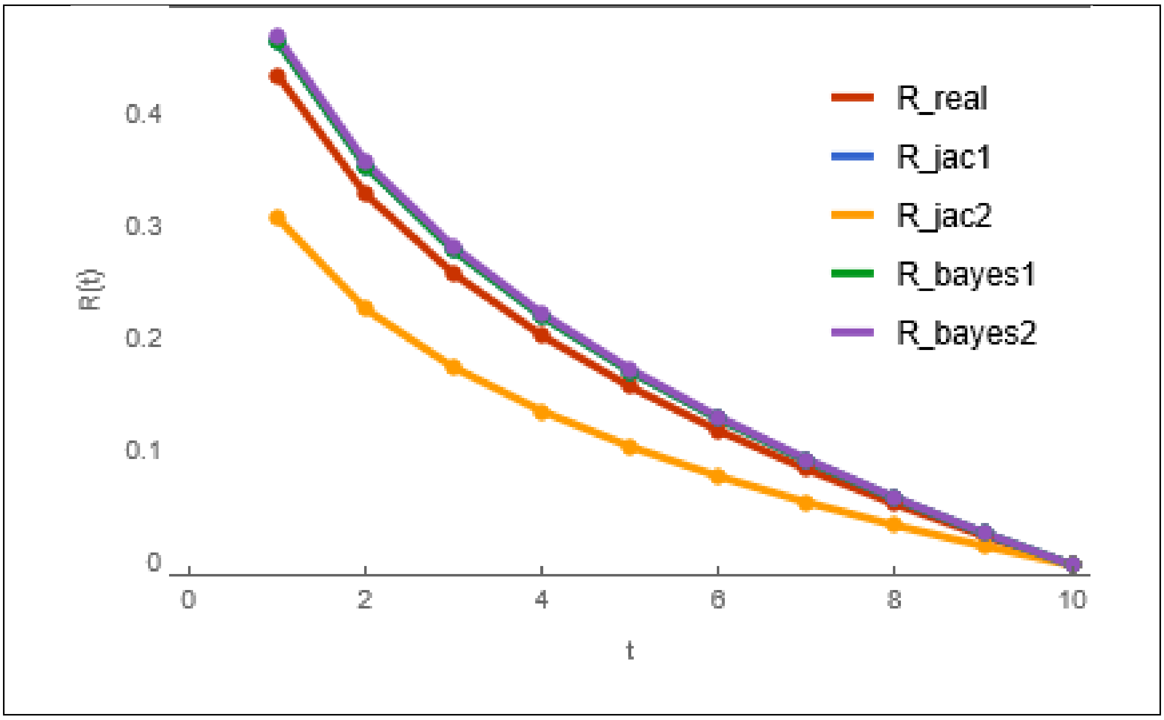
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثالثة ولحجم العينة (n=10)



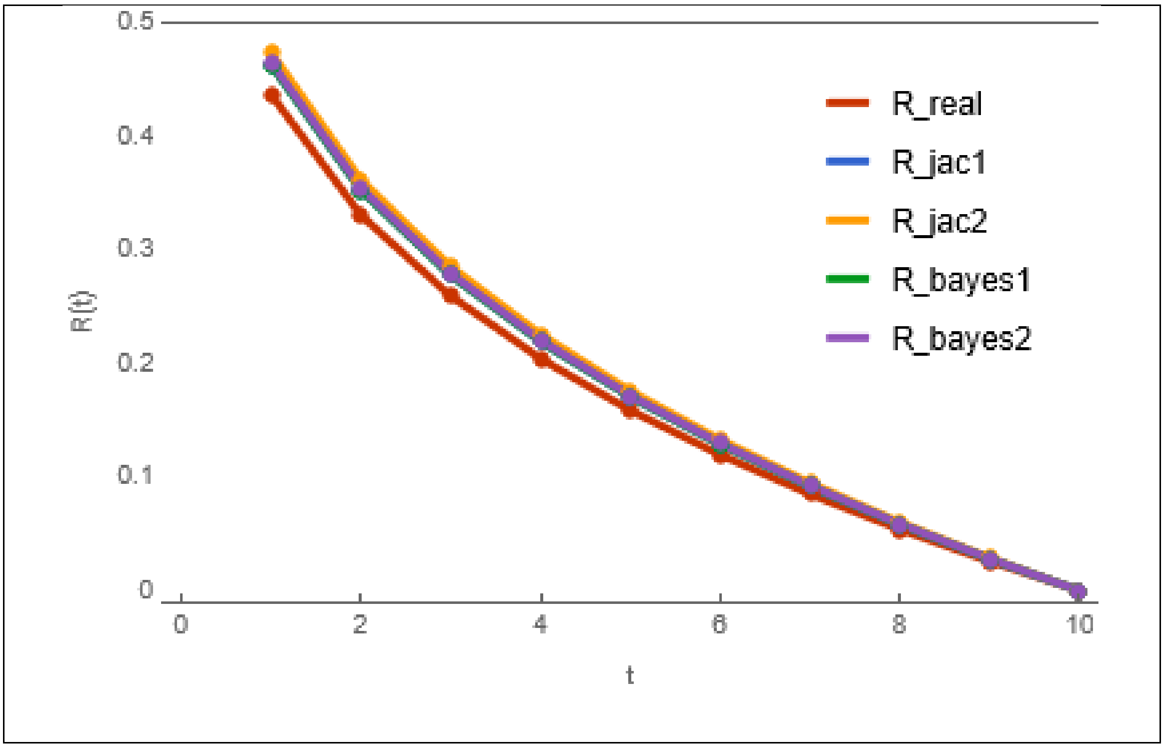
شكل (3-14) يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثالثة ولحجم العينة (n=20)



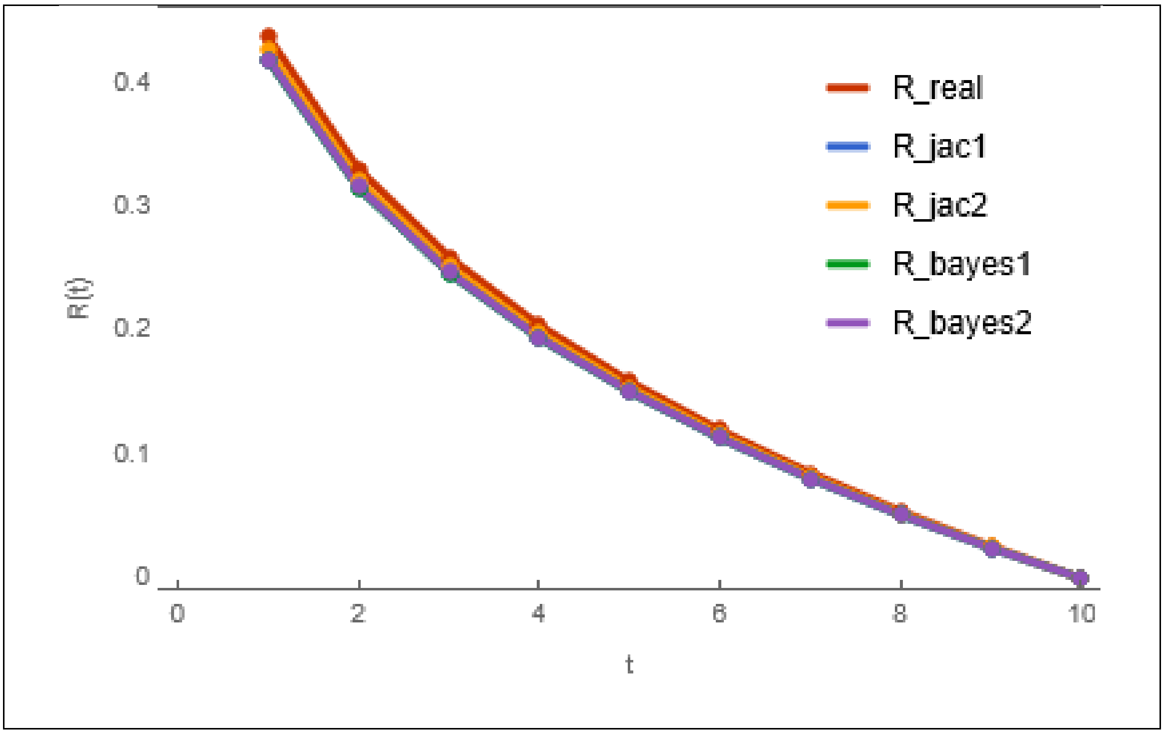
شكل (3-15)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثالثة ولحجم العينة
(n=25)



شكل (3-16) يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثالثة ولحجم العينة (n=40)



شكل (3-17)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثالثة ولحجم العينة
(n=75)



شكل (3-18) يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثالثة ولحجم العينة (n=100)

في ضوء النتائج المبينة في الجدول (3-4) نلحظ ما يأتي :

1- عند احجام العينات(20،40،75) كانت طريقة bayses1 هي الافضل من الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا باقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE

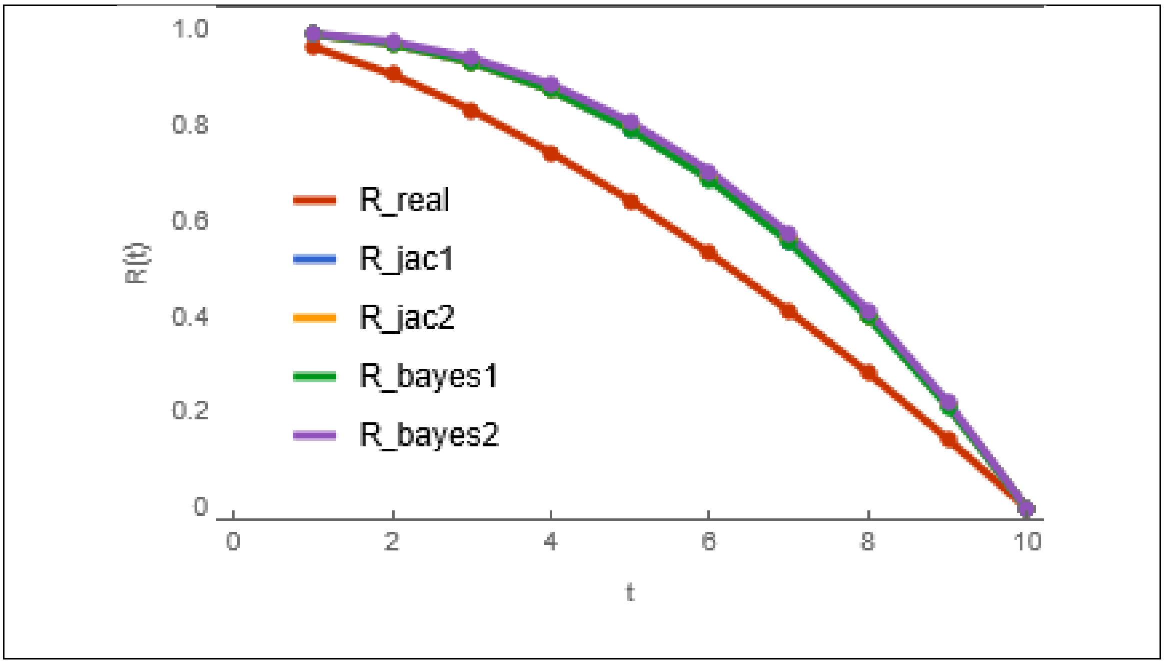
2- حققت طريقة Jac2 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (25،10،100)

جدول (3-5)

يبين قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المختلفة وMSE وIMSE للتجربة الرابعة (α=1.5) بحسب حجوم العينات

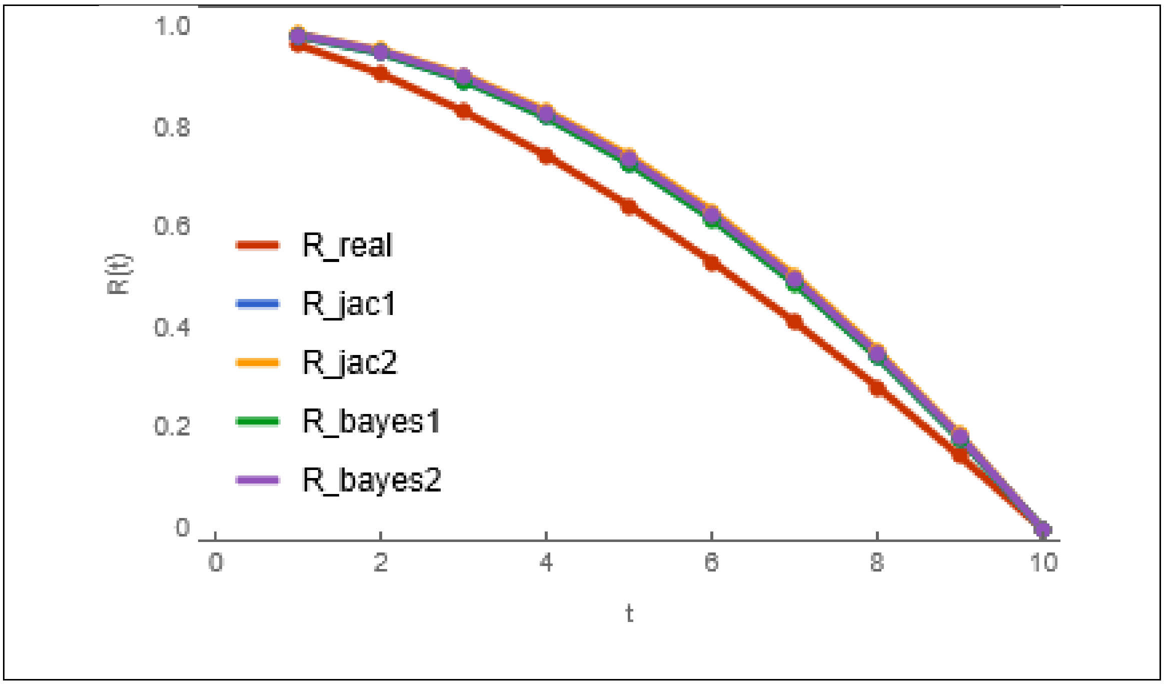
n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
10	0.1	0.968377	0.99441	6.830E-04	0.99446	6.877E-04	0.99492	7.045E-04	0.99610	7.685E-04
	0.2	0.910557	0.97406	4.106E-03	0.97433	4.157E-03	0.97509	4.164E-03	0.97929	4.724E-03
	0.3	0.835683	0.93582	1.034E-02	0.93639	1.049E-02	0.93684	1.023E-02	0.94499	1.195E-02
	0.4	0.747018	0.87738	1.776E-02	0.87824	1.803E-02	0.87780	1.710E-02	0.88999	2.044E-02
	0.5	0.646447	0.79674	2.395E-02	0.79781	2.428E-02	0.79611	2.240E-02	0.81170	2.731E-02
	0.6	0.535242	0.69208	2.648E-02	0.69323	2.678E-02	0.69023	2.402E-02	0.70786	2.980E-02
	0.7	0.414338	0.56169	2.374E-02	0.56275	2.393E-02	0.55880	2.087E-02	0.57649	2.629E-02
	0.8	0.284458	0.40392	1.586E-02	0.40476	1.592E-02	0.40066	1.350E-02	0.41581	1.725E-02
	0.9	0.146185	0.21721	5.697E-03	0.21767	5.692E-03	0.21472	4.697E-03	0.22415	6.079E-03
	IMSE			**1.429E-02**		**1.444E-02**		**1.308E-02**		**1.607E-02**
	Best						**bayes1**			
20	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.968377	0.98714	3.597E-04	0.98930	4.448E-04	0.98737	3.607E-04	0.98868	4.120E-04
	0.2	0.910557	0.95261	1.828E-03	0.95836	2.339E-03	0.95291	1.793E-03	0.95637	2.099E-03
	0.3	0.835683	0.89814	4.074E-03	0.90754	5.318E-03	0.89831	3.922E-03	0.90396	4.661E-03
	0.4	0.747018	0.82450	6.330E-03	0.83696	8.376E-03	0.82441	5.990E-03	0.83188	7.202E-03
	0.5	0.646447	0.73219	7.817E-03	0.74667	1.045E-02	0.73179	7.283E-03	0.74047	8.840E-03
	0.6	0.535242	0.62153	7.982E-03	0.63670	1.075E-02	0.62085	7.329E-03	0.62993	8.966E-03
	0.7	0.414338	0.49279	6.650E-03	0.50705	9.014E-03	0.49194	6.023E-03	0.50047	7.419E-03
	0.8	0.284458	0.34619	4.147E-03	0.35773	5.649E-03	0.34535	3.707E-03	0.35224	4.595E-03
	0.9	0.146185	0.18188	1.396E-03	0.18871	1.909E-03	0.18130	1.233E-03	0.18538	1.536E-03
	IMSE			**4.509E-03**		**6.028E-03**		**4.182E-03**		**5.081E-03**
	Best						**bayes1**			
25	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.968377	0.97821	1.063E-04	0.97670	8.331E-05	0.97834	9.916E-05	0.97993	1.335E-04
	0.2	0.910557	0.93122	4.780E-04	0.92795	3.699E-04	0.93133	4.316E-04	0.93492	5.933E-04
	0.3	0.835683	0.86515	9.835E-04	0.86040	7.546E-04	0.86517	8.691E-04	0.87046	1.210E-03
	0.4	0.747018	0.78248	1.438E-03	0.77669	1.096E-03	0.78236	1.249E-03	0.78890	1.754E-03
	0.5	0.646447	0.68474	1.689E-03	0.67841	1.279E-03	0.68449	1.447E-03	0.69169	2.047E-03
	0.6	0.535242	0.57299	1.652E-03	0.56670	1.245E-03	0.57264	1.399E-03	0.57985	1.990E-03
	0.7	0.414338	0.44804	1.325E-03	0.44239	9.944E-04	0.44766	1.110E-03	0.45418	1.587E-03
	0.8	0.284458	0.31056	7.986E-04	0.30615	5.969E-04	0.31021	6.630E-04	0.31531	9.519E-04
	0.9	0.146185	0.16106	2.607E-04	0.15853	1.941E-04	0.16083	2.146E-04	0.16377	3.092E-04
	IMSE			**9.700E-04**		**7.348E-04**		**8.315E-04**		**1.175E-03**
	Best				**Jac2**					

	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
40	0.1	0.968377	0.97727	8.182E-05	0.96542	1.542E-05	0.97730	7.966E-05	0.97835	9.948E-05
	0.2	0.910557	0.92904	3.548E-04	0.90485	5.749E-05	0.92906	3.424E-04	0.93137	4.332E-04
	0.3	0.835683	0.86184	7.132E-04	0.82794	1.057E-04	0.86184	6.843E-04	0.86522	8.723E-04
	0.4	0.747018	0.77832	1.024E-03	0.73803	1.423E-04	0.77829	9.782E-04	0.78243	1.254E-03
	0.5	0.646447	0.68010	1.185E-03	0.63702	1.567E-04	0.68004	1.128E-03	0.68456	1.453E-03
	0.6	0.535242	0.56829	1.145E-03	0.52616	1.453E-04	0.56821	1.087E-03	0.57272	1.404E-03
	0.7	0.414338	0.44375	9.085E-04	0.40639	1.114E-04	0.44366	8.599E-04	0.44773	1.115E-03
	0.8	0.284458	0.30717	5.423E-04	0.27841	6.450E-05	0.30709	5.121E-04	0.31026	6.656E-04
	0.9	0.146185	0.15910	1.754E-04	0.14279	2.032E-05	0.15904	1.653E-04	0.16086	2.154E-04
	IMSE			**6.811E-04**		**9.101E-05**		**6.485E-04**		**8.346E-04**
	Best				**Jac2**					
75	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.968377	0.97633	6.442E-05	0.97647	6.705E-05	0.97634	6.347E-05	0.97689	7.249E-05
	0.2	0.910557	0.92697	2.748E-04	0.92728	2.868E-04	0.92698	2.698E-04	0.92817	3.101E-04
	0.3	0.835683	0.85882	5.467E-04	0.85928	5.714E-04	0.85882	5.354E-04	0.86054	6.178E-04
	0.4	0.747018	0.77463	7.791E-04	0.77518	8.152E-04	0.77461	7.616E-04	0.77670	8.812E-04
	0.5	0.646447	0.67605	8.965E-04	0.67666	9.388E-04	0.67603	8.751E-04	0.67830	1.015E-03
	0.6	0.535242	0.56426	8.617E-04	0.56486	9.030E-04	0.56423	8.401E-04	0.56648	9.760E-04
	0.7	0.414338	0.44012	6.808E-04	0.44066	7.139E-04	0.44009	6.630E-04	0.44211	7.715E-04
	0.8	0.284458	0.30434	4.048E-04	0.30476	4.247E-04	0.30431	3.939E-04	0.30588	4.589E-04
	0.9	0.146185	0.15747	1.305E-04	0.15771	1.370E-04	0.15745	1.269E-04	0.15835	1.480E-04
	IMSE			**5.155E-04**		**5.398E-04**		**5.032E-04**		**5.834E-04**
	Best						**bayes1**			
100	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.968377	0.96152	4.779E-05	0.96441	1.655E-05	0.96152	4.697E-05	0.96194	4.145E-05
	0.2	0.910557	0.89741	1.755E-04	0.90286	6.218E-05	0.89741	1.728E-04	0.89819	1.530E-04
	0.3	0.835683	0.81794	3.198E-04	0.82521	1.148E-04	0.81793	3.150E-04	0.81897	2.795E-04
	0.4	0.747018	0.72648	4.280E-04	0.73485	1.551E-04	0.72648	4.219E-04	0.72766	3.748E-04
	0.5	0.646447	0.62495	4.690E-04	0.63366	1.712E-04	0.62494	4.626E-04	0.62616	4.114E-04
	0.6	0.535242	0.51458	4.331E-04	0.52291	1.590E-04	0.51457	4.274E-04	0.51574	3.804E-04
	0.7	0.414338	0.39628	3.308E-04	0.40353	1.220E-04	0.39627	3.265E-04	0.39728	2.909E-04
	0.8	0.284458	0.27074	1.910E-04	0.27623	7.078E-05	0.27073	1.886E-04	0.27149	1.681E-04
	0.9	0.146185	0.13849	6.002E-05	0.14156	2.232E-05	0.13849	5.927E-05	0.13891	5.286E-05
	IMSE			**2.728E-04**		**9.932E-05**		**2.690E-04**		**2.392E-04**
	Best				**Jac2**					



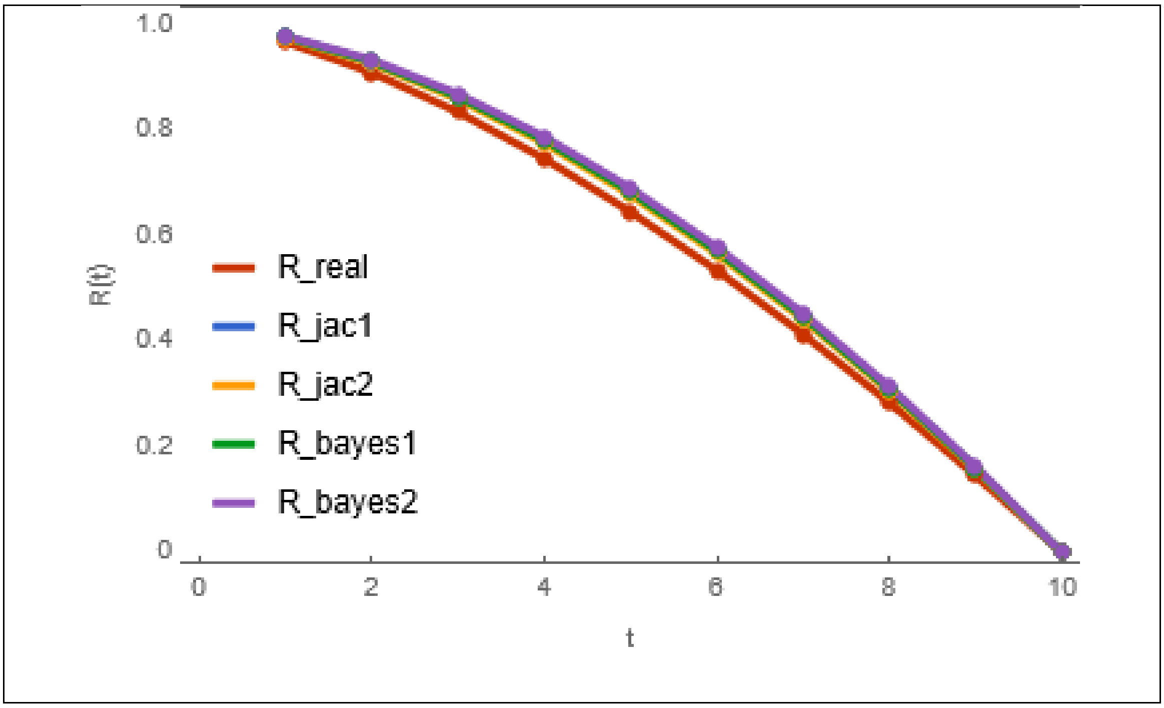
شكل (3-19)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الرابعة ولحجم العينة

(n=10)



شكل (3-20)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الرابعة ولحجم العينة

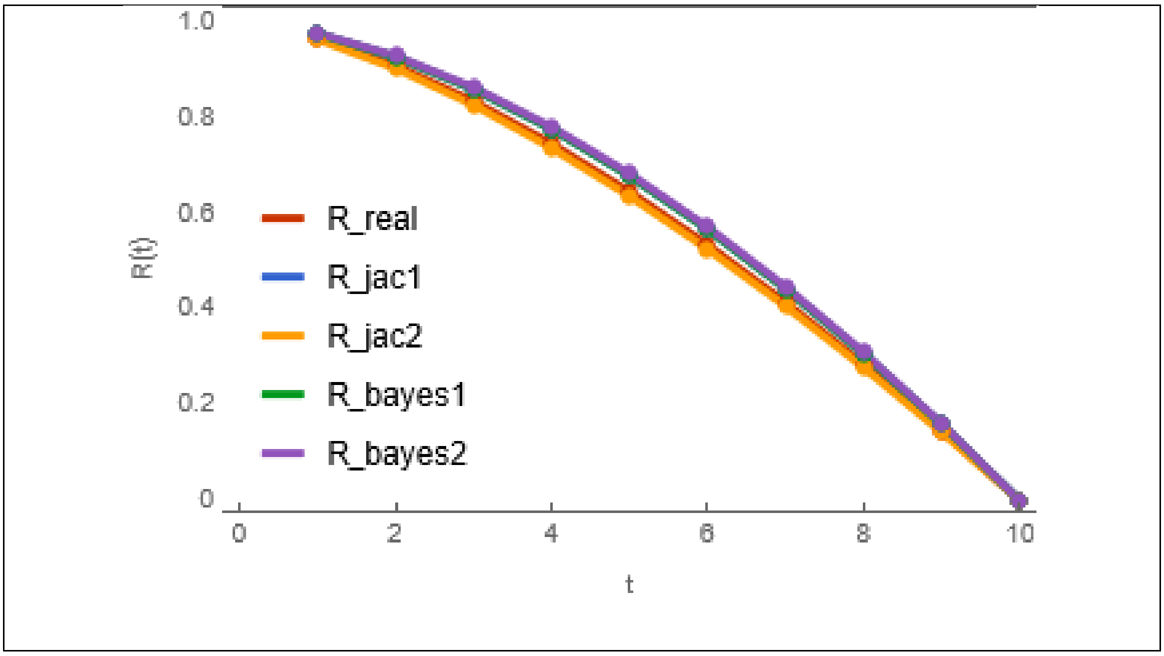
(n=20)



شكل (3-21)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الرابعة ولحجم العينة

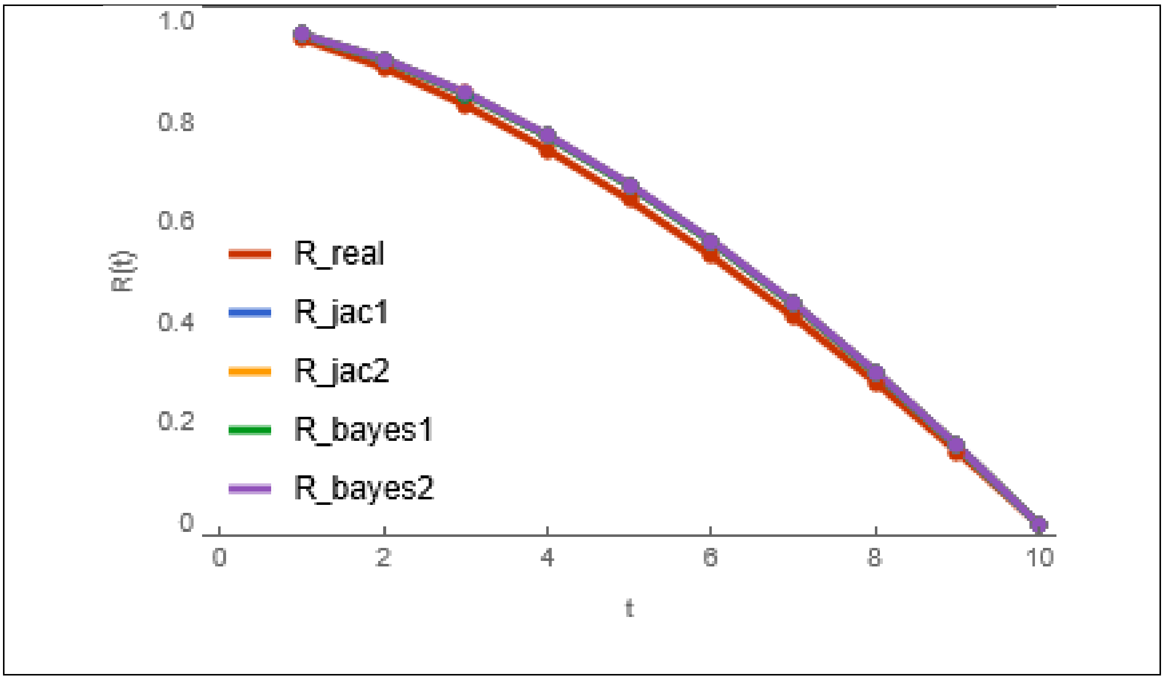
(n=25)



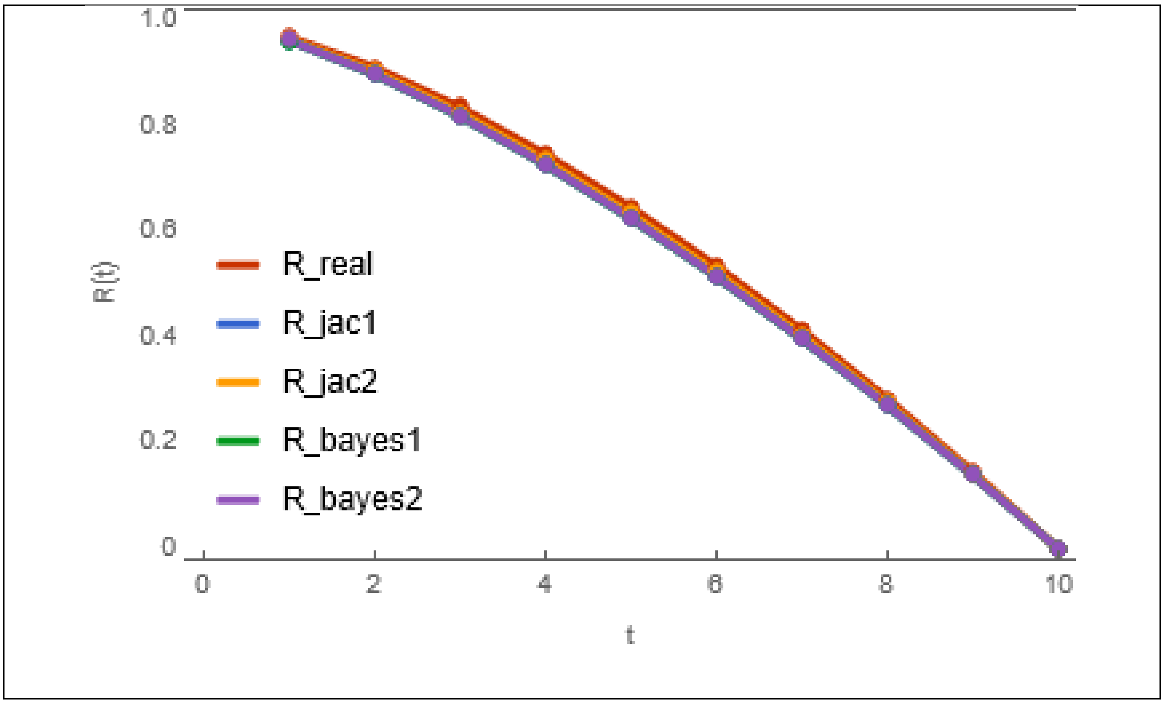
شكل (3-22)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الرابعة ولحجم العينة

(n=40)



شكل (3-23)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الرابعة ولحجم العينة (n=75)



شكل (3-24)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الرابعة ولحجم العينة (n=100)

في ضوء النتائج المبينة في الجدول (3-5) نلحظ ما يأتي :

1- عند احجام العينات(10،20،75) كانت طريقة bayses1 هي الافضل من الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا باقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE

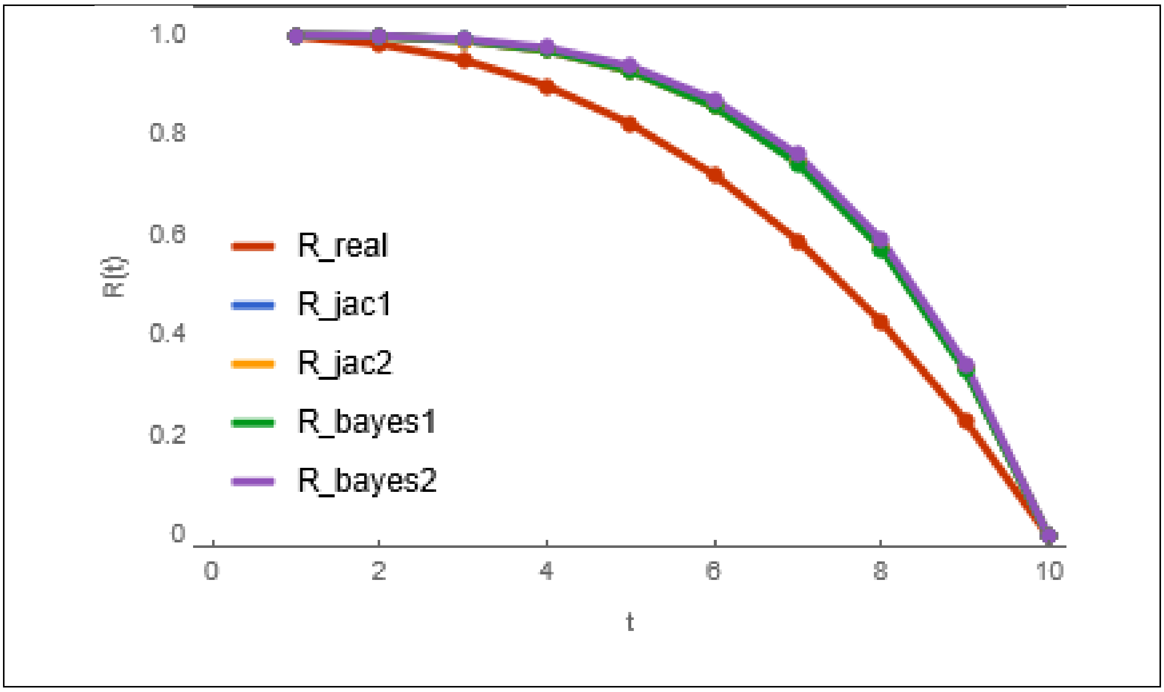
2- حققت طريقة Jac2 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (100،40،25)

جدول (3-6)

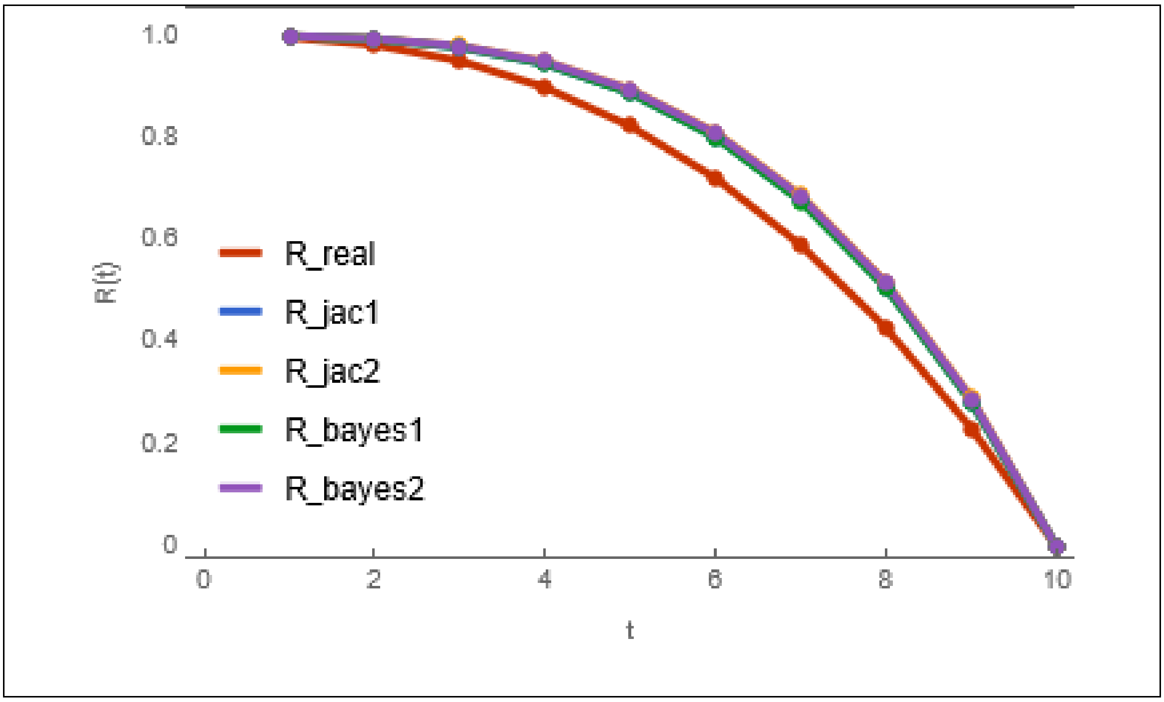
يبين قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المختلفة وMSE وIMSE للتجربة الخامسة بحسب حجوم العينات (α=2.5)

n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
10	0.1	0.99684	0.99981	8.824E-06	0.99980	8.813E-06	0.99985	9.073E-06	0.99990	9.398E-06
	0.2	0.98211	0.99758	2.404E-04	0.99758	2.406E-04	0.99788	2.485E-04	0.99844	2.665E-04
	0.3	0.95071	0.98925	1.503E-03	0.98929	1.508E-03	0.98998	1.543E-03	0.99204	1.709E-03
	0.4	0.89881	0.96884	5.005E-03	0.96895	5.032E-03	0.96991	5.055E-03	0.97474	5.766E-03
	0.5	0.82322	0.92840	1.143E-02	0.92863	1.150E-02	0.92937	1.127E-02	0.93814	1.320E-02
	0.6	0.72115	0.85800	1.965E-02	0.85835	1.976E-02	0.85818	1.878E-02	0.87137	2.257E-02
	0.7	0.59004	0.74557	2.585E-02	0.74598	2.596E-02	0.74431	2.380E-02	0.76116	2.928E-02
	0.8	0.42757	0.57675	2.429E-02	0.57711	2.433E-02	0.57395	2.143E-02	0.59175	2.696E-02
	0.9	0.23157	0.33472	1.190E-02	0.33492	1.186E-02	0.33159	1.000E-02	0.34492	1.285E-02
	IMSE			**1.110E-02**		**1.113E-02**		**1.024E-02**		**1.251E-02**
	Best						**bayes1**			
20	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99684	0.99928	5.991E-06	0.99942	6.687E-06	0.99932	6.136E-06	0.99943	6.715E-06
	0.2	0.98211	0.99370	1.365E-04	0.99459	1.577E-04	0.99386	1.380E-04	0.99459	1.558E-04
	0.3	0.95071	0.97757	7.404E-04	0.97999	8.748E-04	0.97784	7.365E-04	0.97986	8.498E-04
	0.4	0.89881	0.94466	2.177E-03	0.94927	2.614E-03	0.94494	2.128E-03	0.94879	2.498E-03
	0.5	0.82322	0.88832	4.432E-03	0.89543	5.386E-03	0.88845	4.254E-03	0.89440	5.066E-03
	0.6	0.72115	0.80156	6.832E-03	0.81092	8.380E-03	0.80138	6.438E-03	0.80925	7.762E-03
	0.7	0.59004	0.67707	8.089E-03	0.68776	9.990E-03	0.67652	7.478E-03	0.68551	9.116E-03
	0.8	0.42757	0.50726	6.857E-03	0.51749	8.513E-03	0.50642	6.218E-03	0.51506	7.655E-03
	0.9	0.23157	0.28428	3.033E-03	0.29130	3.780E-03	0.28351	2.698E-03	0.28945	3.351E-03
	IMSE			**3.589E-03**		**4.411E-03**		**3.344E-03**		**4.051E-03**
	Best						**bayes1**			
25	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99684	0.99828	2.223E-06	0.99814	1.909E-06	0.99832	2.186E-06	0.99852	2.824E-06
	0.2	0.98211	0.98839	4.291E-05	0.98776	3.649E-05	0.98849	4.063E-05	0.98947	5.413E-05
	0.3	0.95071	0.96441	2.081E-04	0.96299	1.757E-04	0.96455	1.916E-04	0.96684	2.602E-04
	0.4	0.89881	0.92116	5.604E-04	0.91878	4.700E-04	0.92126	5.039E-04	0.92516	6.944E-04
	0.5	0.82322	0.85378	1.059E-03	0.85047	8.833E-04	0.85378	9.334E-04	0.85929	1.301E-03
	0.6	0.72115	0.75769	1.530E-03	0.75366	1.269E-03	0.75753	1.324E-03	0.76431	1.863E-03
	0.7	0.59004	0.62847	1.708E-03	0.62417	1.410E-03	0.62817	1.454E-03	0.63546	2.063E-03
	0.8	0.42757	0.46187	1.371E-03	0.45798	1.127E-03	0.46149	1.150E-03	0.46811	1.644E-03
	0.9	0.23157	0.25373	5.768E-04	0.25119	4.721E-04	0.25341	4.772E-04	0.25776	6.863E-04
	IMSE			**7.842E-04**		**6.496E-04**		**6.753E-04**		**9.520E-04**
	Best			**3**		**1**		**2**		**4**

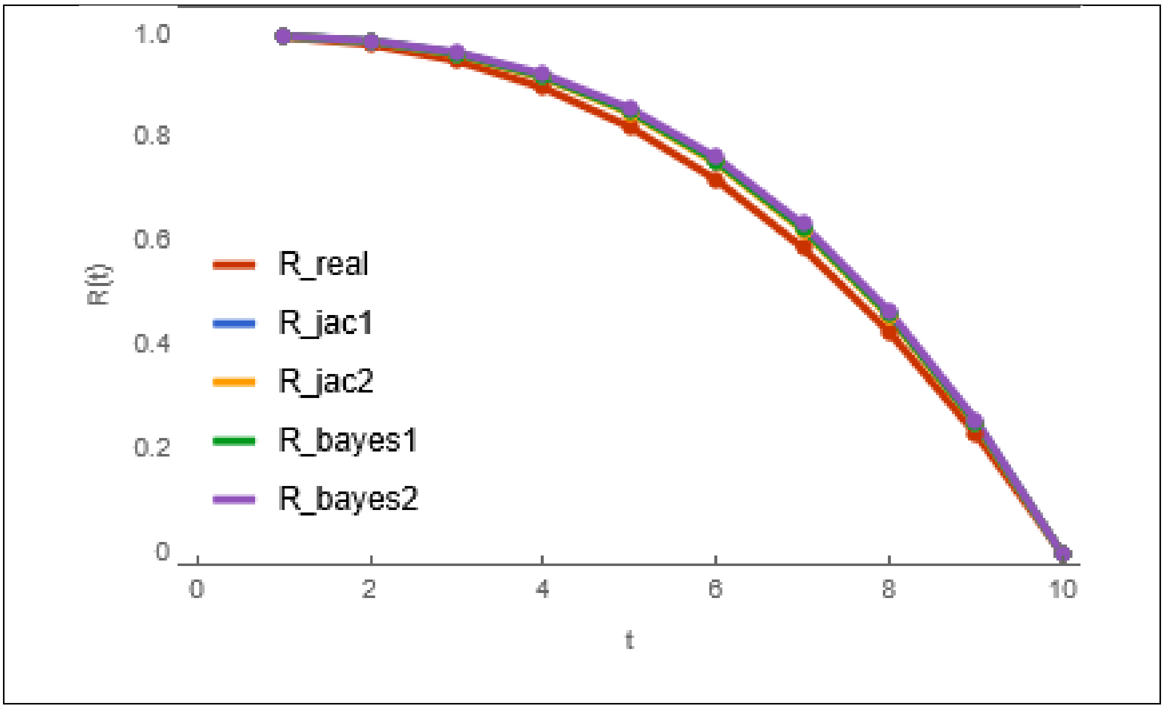
n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
40	0.1	0.99684	0.99817	1.823E-06	0.99716	2.212E-07	0.99818	1.803E-06	0.99832	2.192E-06
	0.2	0.98211	0.98782	3.360E-05	0.98344	3.749E-06	0.98784	3.286E-05	0.98850	4.076E-05
	0.3	0.95071	0.96305	1.578E-04	0.95351	1.672E-05	0.96308	1.531E-04	0.96457	1.922E-04
	0.4	0.89881	0.91877	4.141E-04	0.90325	4.226E-05	0.91879	3.991E-04	0.92130	5.057E-04
	0.5	0.82322	0.85032	7.657E-04	0.82917	7.586E-05	0.85032	7.341E-04	0.85383	9.368E-04
	0.6	0.72115	0.75336	1.085E-03	0.72813	1.049E-04	0.75332	1.035E-03	0.75760	1.329E-03
	0.7	0.59004	0.62375	1.191E-03	0.59726	1.127E-04	0.62367	1.132E-03	0.62824	1.460E-03
	0.8	0.42757	0.45751	9.413E-04	0.43392	8.743E-05	0.45742	8.912E-04	0.46155	1.155E-03
	0.9	0.23157	0.25083	3.903E-04	0.23562	3.565E-05	0.25076	3.683E-04	0.25346	4.791E-04
	IMSE			**5.533E-04**		**5.327E-05**		**5.275E-04**		**6.778E-04**
	Best				**Jac2**					
75	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99684	0.99805	1.482E-06	0.99801	1.404E-06	0.99805	1.471E-06	0.99813	1.658E-06
	0.2	0.98211	0.98723	2.668E-05	0.98708	2.518E-05	0.98724	2.634E-05	0.98759	2.998E-05
	0.3	0.95071	0.96171	1.234E-04	0.96136	1.162E-04	0.96172	1.214E-04	0.96250	1.390E-04
	0.4	0.89881	0.91652	3.201E-04	0.91593	3.010E-04	0.91653	3.140E-04	0.91781	3.612E-04
	0.5	0.82322	0.84718	5.863E-04	0.84638	5.508E-04	0.84718	5.739E-04	0.84896	6.626E-04
	0.6	0.72115	0.74954	8.242E-04	0.74857	7.736E-04	0.74952	8.053E-04	0.75168	9.324E-04
	0.7	0.59004	0.61966	8.981E-04	0.61864	8.423E-04	0.61964	8.761E-04	0.62193	1.017E-03
	0.8	0.42757	0.45382	7.057E-04	0.45290	6.614E-04	0.45378	6.874E-04	0.45585	7.996E-04
	0.9	0.23157	0.24842	2.910E-04	0.24782	2.725E-04	0.24839	2.830E-04	0.24973	3.299E-04
	IMSE			**4.196E-04**		**3.938E-04**		**4.099E-04**		**4.748E-04**
	Best				**Jac2**					
100	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99684	0.99561	1.527E-06	0.99600	7.325E-07	0.99562	1.496E-06	0.99569	1.309E-06
	0.2	0.98211	0.97752	2.148E-05	0.97891	1.060E-05	0.97752	2.109E-05	0.97780	1.858E-05
	0.3	0.95071	0.94151	8.588E-05	0.94425	4.307E-05	0.94151	8.447E-05	0.94207	7.464E-05
	0.4	0.89881	0.88475	2.008E-04	0.88887	1.019E-04	0.88475	1.977E-04	0.88557	1.751E-04
	0.5	0.82322	0.80494	3.393E-04	0.81025	1.736E-04	0.80494	3.343E-04	0.80600	2.967E-04
	0.6	0.72115	0.70017	4.463E-04	0.70620	2.300E-04	0.70017	4.401E-04	0.70137	3.911E-04
	0.7	0.59004	0.56875	4.598E-04	0.57482	2.383E-04	0.56874	4.536E-04	0.56995	4.036E-04
	0.8	0.42757	0.40915	3.441E-04	0.41437	1.793E-04	0.40914	3.396E-04	0.41017	3.025E-04
	0.9	0.23157	0.21999	1.359E-04	0.22325	7.111E-05	0.21998	1.342E-04	0.22063	1.196E-04
	IMSE			**2.261E-04**		**1.165E-04**		**2.229E-04**		**1.981E-04**
	Best				**Jac2**					



شكل (3-25)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الخامسة ولحجم العينة (n=10)

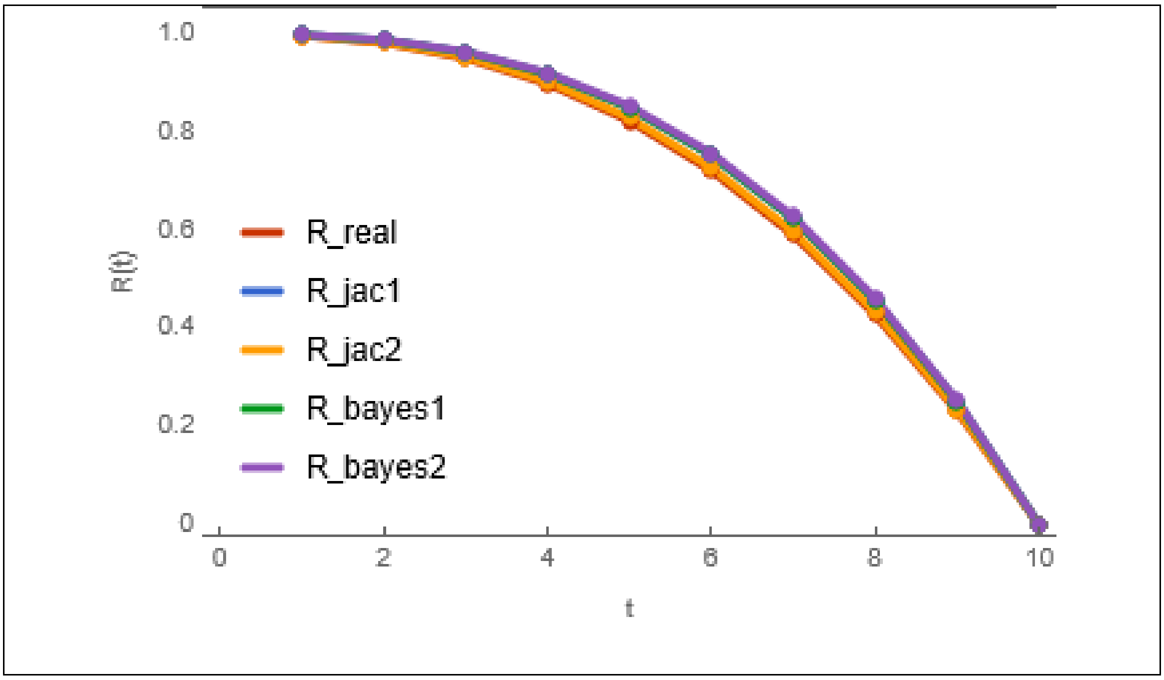


شكل (3-26)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الخامسة ولحجم العينة (n=20)



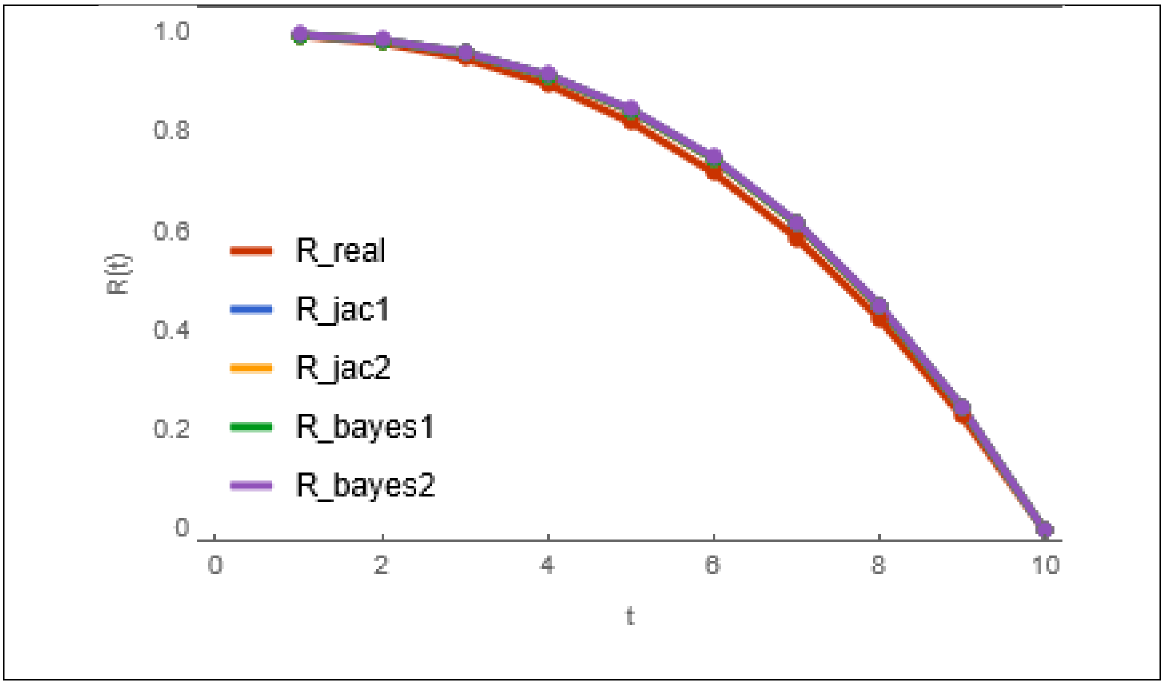
شكل (3-27)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الخامسة ولحجم العينة

(n=25)

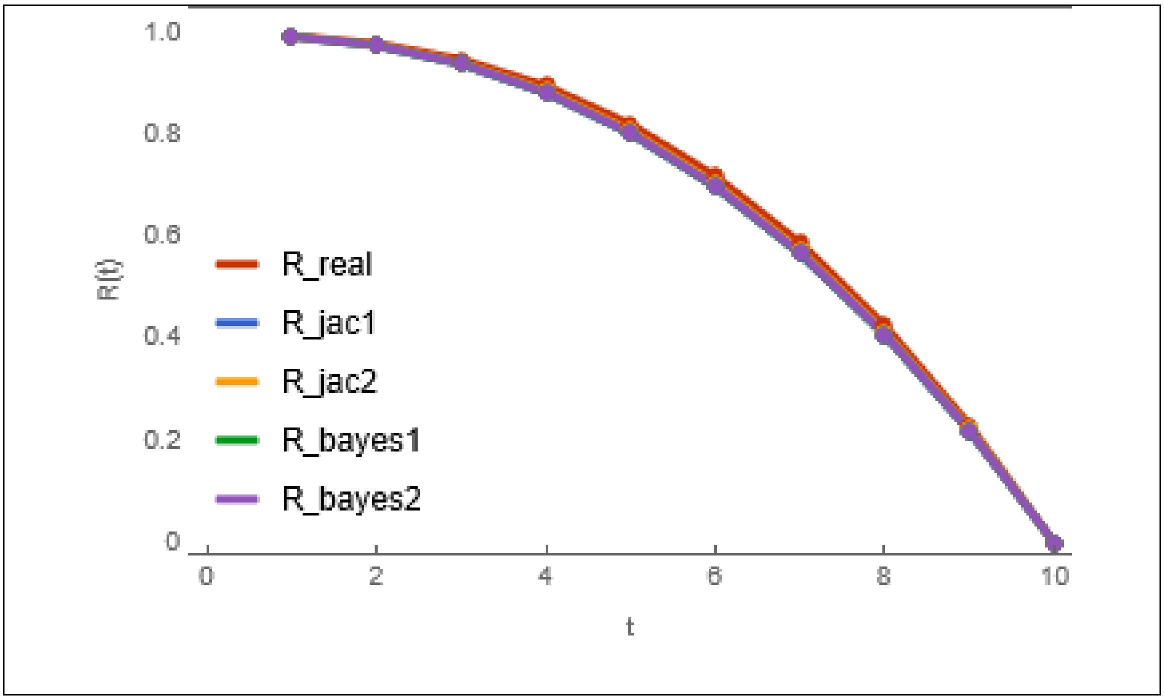


شكل (3-28)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الخامسة ولحجم العينة

(n=40)



شكل (3-29)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الخامسة ولحجم العينة
(n=75)



شكل (3-30)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الخامسة ولحجم العينة
(n=100)

في ضوء النتائج المبينة في الجدول (3-6) نلحظ ما يأتي :

4- حققت طريقة Jac2 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند احجام العينات (25،40،75،100)

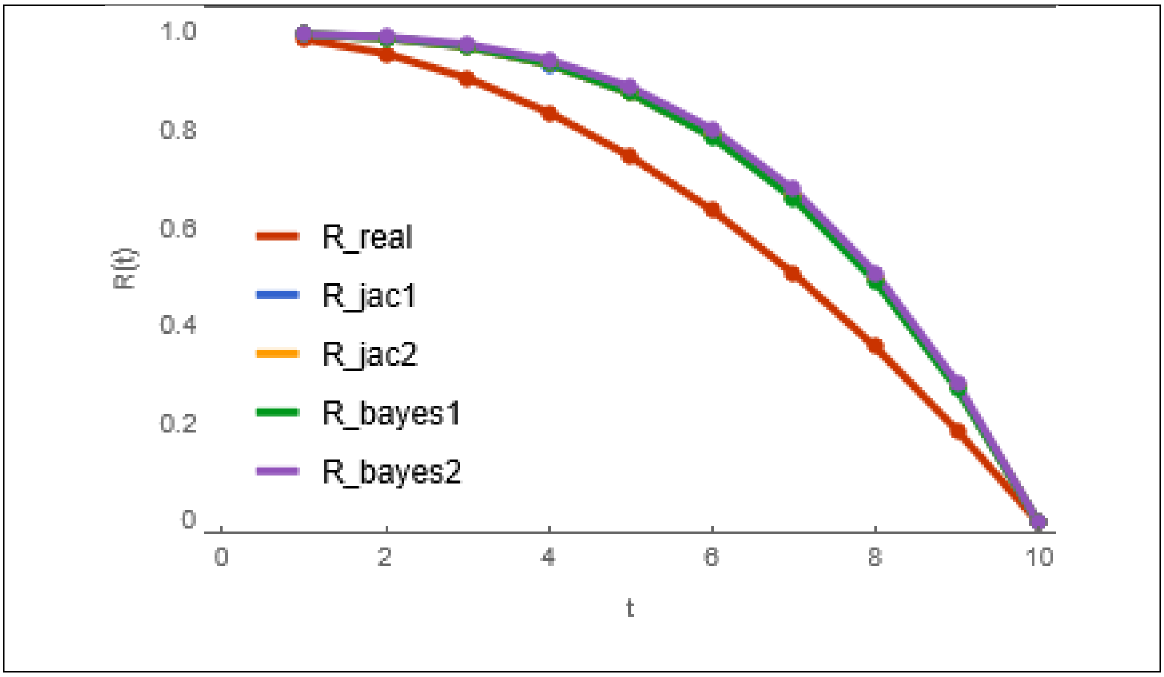
5- حققت طريقة bayses1 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (10،20)

جدول (3-7)

يبين قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المختلفة وMSE وIMSE للتجربة السادسة (α=2) بحسب حجوم العينات

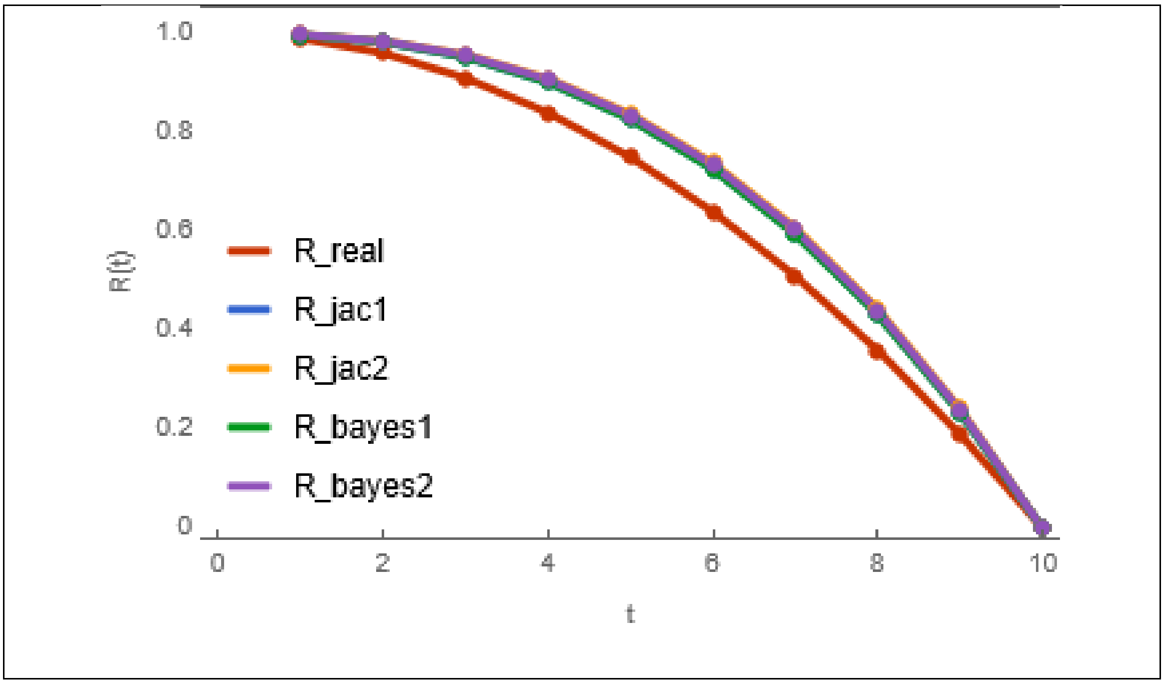
n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
10	0.1	0.99000	0.99897	8.061E-05	0.99896	8.069E-05	0.99913	8.330E-05	0.99939	8.810E-05
	0.2	0.96000	0.99210	1.040E-03	0.99215	1.045E-03	0.99272	1.071E-03	0.99431	1.177E-03
	0.3	0.91000	0.97382	4.148E-03	0.97399	4.181E-03	0.97485	4.205E-03	0.97908	4.772E-03
	0.4	0.84000	0.93832	9.959E-03	0.93867	1.005E-02	0.93936	9.872E-03	0.94729	1.151E-02
	0.5	0.75000	0.87955	1.753E-02	0.88008	1.770E-02	0.88000	1.690E-02	0.89207	2.018E-02
	0.6	0.64000	0.79110	2.423E-02	0.79176	2.443E-02	0.79040	2.262E-02	0.80615	2.761E-02
	0.7	0.51000	0.66623	2.636E-02	0.66692	2.652E-02	0.66413	2.375E-02	0.68196	2.957E-02
	0.8	0.36000	0.49783	2.091E-02	0.49841	2.097E-02	0.49468	1.814E-02	0.51164	2.299E-02
	0.9	0.19000	0.27839	8.780E-03	0.27873	8.761E-03	0.27551	7.311E-03	0.28709	9.426E-03
	IMSE			**1.256E-02**		**1.264E-02**		**1.155E-02**		**1.415E-02**
	Best						**bayes1**			
20	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99000	0.99695	4.899E-05	0.99751	5.703E-05	0.99706	4.982E-05	0.99746	5.561E-05
	0.2	0.96000	0.98274	5.293E-04	0.98504	6.383E-04	0.98299	5.287E-04	0.98464	6.071E-04
	0.3	0.91000	0.95224	1.845E-03	0.95711	2.273E-03	0.95253	1.809E-03	0.95602	2.117E-03
	0.4	0.84000	0.90150	3.948E-03	0.90923	4.940E-03	0.90168	3.804E-03	0.90722	4.518E-03
	0.5	0.75000	0.82711	6.267E-03	0.83746	7.929E-03	0.82703	5.933E-03	0.83445	7.132E-03
	0.6	0.64000	0.72600	7.868E-03	0.73816	1.004E-02	0.72558	7.324E-03	0.73431	8.894E-03
	0.7	0.51000	0.59533	7.819E-03	0.60792	1.004E-02	0.59460	7.157E-03	0.60365	8.770E-03
	0.8	0.36000	0.43244	5.687E-03	0.44352	7.342E-03	0.43156	5.121E-03	0.43953	6.325E-03
	0.9	0.19000	0.23480	2.195E-03	0.24187	2.845E-03	0.23410	1.945E-03	0.23919	2.420E-03
	IMSE			**4.023E-03**		**5.123E-03**		**3.741E-03**		**4.538E-03**
	Best						**bayes1**			
25	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99000	0.99389	1.633E-05	0.99343	1.354E-05	0.99396	1.568E-05	0.99455	2.068E-05
	0.2	0.96000	0.97175	1.524E-04	0.97030	1.249E-04	0.97188	1.412E-04	0.97382	1.910E-04
	0.3	0.91000	0.93075	4.819E-04	0.92813	3.918E-04	0.93086	4.351E-04	0.93446	5.981E-04
	0.4	0.84000	0.86907	9.565E-04	0.86533	7.725E-04	0.86909	8.462E-04	0.87431	1.177E-03
	0.5	0.75000	0.78532	1.426E-03	0.78070	1.145E-03	0.78521	1.240E-03	0.79172	1.740E-03
	0.6	0.64000	0.67835	1.695E-03	0.67328	1.354E-03	0.67810	1.452E-03	0.68532	2.054E-03
	0.7	0.51000	0.54717	1.604E-03	0.54220	1.275E-03	0.54682	1.355E-03	0.55393	1.930E-03
	0.8	0.36000	0.39090	1.116E-03	0.38673	8.835E-04	0.39052	9.316E-04	0.39653	1.334E-03
	0.9	0.19000	0.20875	4.136E-04	0.20620	3.261E-04	0.20848	3.413E-04	0.21217	4.914E-04
	IMSE			**8.735E-04**		**6.985E-04**		**7.509E-04**		**1.060E-03**
	Best				**Jac2**					

	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99000	0.99355	1.300E-05	0.99008	9.442E-07	0.99357	1.277E-05	0.99397	1.573E-05
	0.2	0.96000	0.97060	1.164E-04	0.96025	7.543E-06	0.97063	1.131E-04	0.97190	1.416E-04
	0.3	0.91000	0.92855	3.576E-04	0.91047	2.167E-05	0.92858	3.451E-04	0.93090	4.366E-04
	0.4	0.84000	0.86581	6.944E-04	0.84067	4.009E-05	0.86582	6.664E-04	0.86914	8.492E-04
40	0.5	0.75000	0.78119	1.016E-03	0.75083	5.648E-05	0.78116	9.707E-04	0.78527	1.244E-03
	0.6	0.64000	0.67370	1.189E-03	0.64091	6.406E-05	0.67364	1.131E-03	0.67817	1.457E-03
	0.7	0.51000	0.54252	1.109E-03	0.51089	5.822E-05	0.54244	1.052E-03	0.54689	1.361E-03
	0.8	0.36000	0.38693	7.621E-04	0.36075	3.908E-05	0.38684	7.206E-04	0.39058	9.352E-04
	0.9	0.19000	0.20629	2.791E-04	0.19046	1.403E-05	0.20622	2.632E-04	0.20851	3.427E-04
	IMSE			**6.152E-04**		**3.357E-05**		**5.862E-04**		**7.537E-04**
	Best				**Jac2**					
	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99000	0.99320	1.041E-05	0.99315	1.014E-05	0.99321	1.030E-05	0.99342	1.168E-05
	0.2	0.96000	0.96947	9.130E-05	0.96932	8.887E-05	0.96948	8.988E-05	0.97014	1.028E-04
	0.3	0.91000	0.92648	2.770E-04	0.92621	2.695E-04	0.92649	2.719E-04	0.92768	3.125E-04
	0.4	0.84000	0.86284	5.326E-04	0.86245	5.180E-04	0.86284	5.216E-04	0.86453	6.017E-04
75	0.5	0.75000	0.77751	7.732E-04	0.77704	7.519E-04	0.77749	7.559E-04	0.77957	8.746E-04
	0.6	0.64000	0.66964	8.989E-04	0.66914	8.738E-04	0.66962	8.773E-04	0.67190	1.018E-03
	0.7	0.51000	0.53855	8.340E-04	0.53805	8.107E-04	0.53851	8.129E-04	0.54074	9.448E-04
	0.8	0.36000	0.38359	5.701E-04	0.38318	5.541E-04	0.38356	5.550E-04	0.38542	6.462E-04
	0.9	0.19000	0.20424	2.079E-04	0.20399	2.020E-04	0.20422	2.021E-04	0.20535	2.357E-04
	IMSE			**4.662E-04**		**4.532E-04**		**4.552E-04**		**5.275E-04**
	Best				**Jac2**					
	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99000	0.98701	9.110E-06	0.98808	3.839E-06	0.98701	8.938E-06	0.98720	7.856E-06
	0.2	0.96000	0.95197	6.549E-05	0.95478	2.832E-05	0.95198	6.439E-05	0.95246	5.686E-05
	0.3	0.91000	0.89681	1.767E-04	0.90135	7.760E-05	0.89681	1.740E-04	0.89759	1.541E-04
	0.4	0.84000	0.82245	3.127E-04	0.82843	1.387E-04	0.82245	3.081E-04	0.82347	2.733E-04
	0.5	0.75000	0.72953	4.255E-04	0.73645	1.903E-04	0.72952	4.194E-04	0.73070	3.726E-04
100	0.6	0.64000	0.61850	4.690E-04	0.62572	2.112E-04	0.61849	4.626E-04	0.61972	4.115E-04
	0.7	0.51000	0.48975	4.160E-04	0.49651	1.883E-04	0.48974	4.105E-04	0.49088	3.655E-04
	0.8	0.36000	0.34358	2.735E-04	0.34904	1.244E-04	0.34357	2.699E-04	0.34449	2.406E-04
	0.9	0.19000	0.18026	9.633E-05	0.18348	4.400E-05	0.18025	9.511E-05	0.18079	8.482E-05
	IMSE			**2.494E-04**		**1.119E-04**		**2.459E-04**		**2.186E-04**
	Best				**Jac2**					



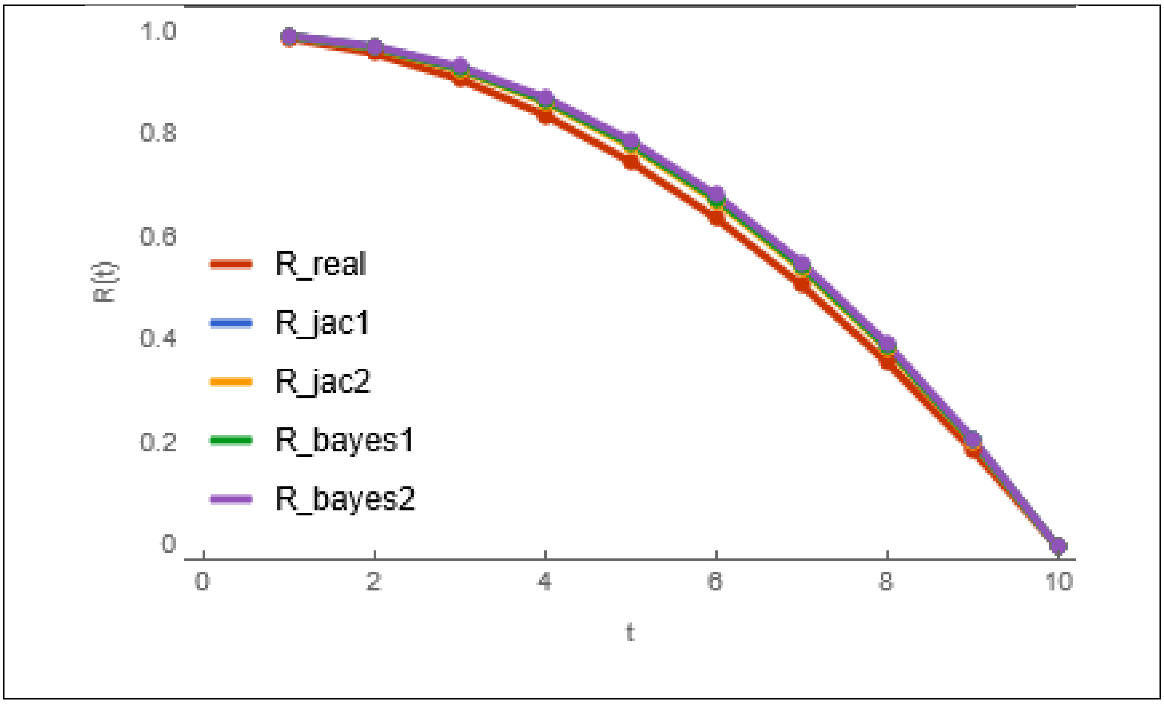
شكل (31-3)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السادسة ولحجم العينة

(n=10)

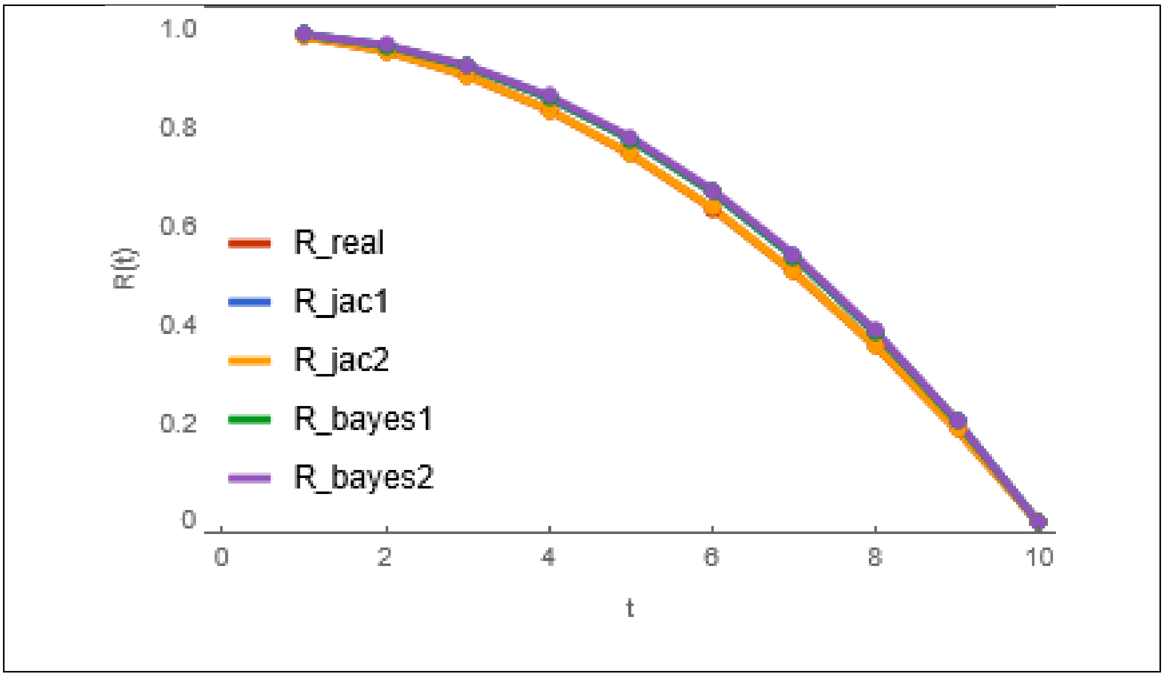


شكل (32-3)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السادسة ولحجم العينة

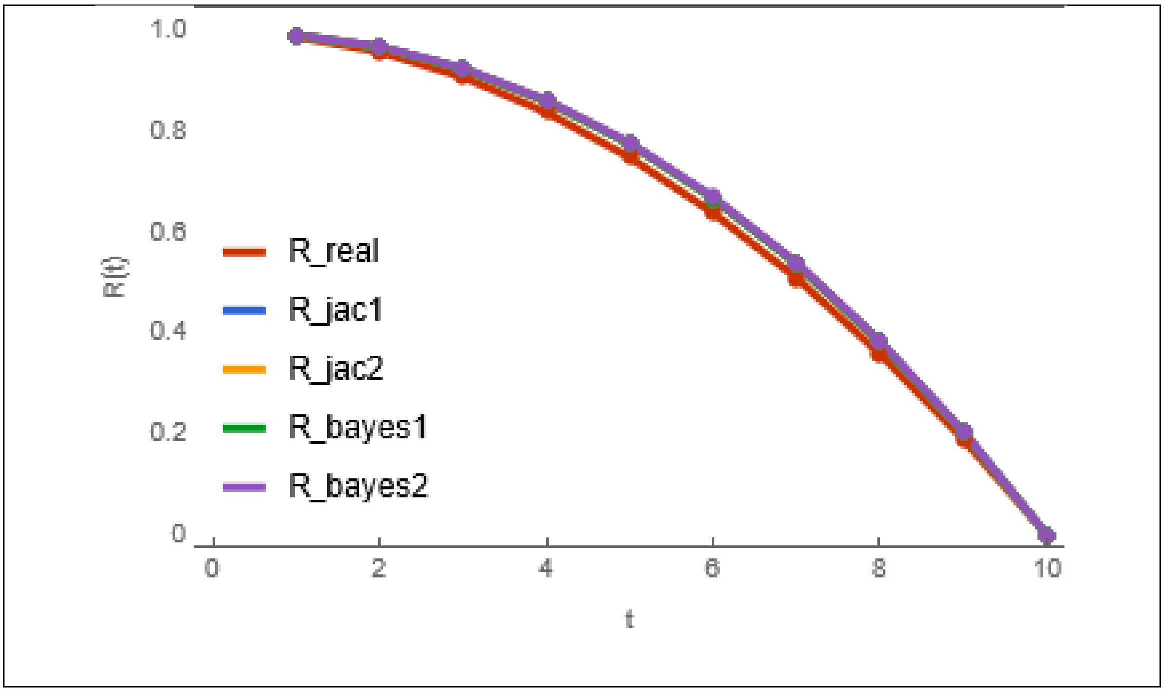
(n=20)



شكل (33-3)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السادسة ولحجم العينة (n=25)

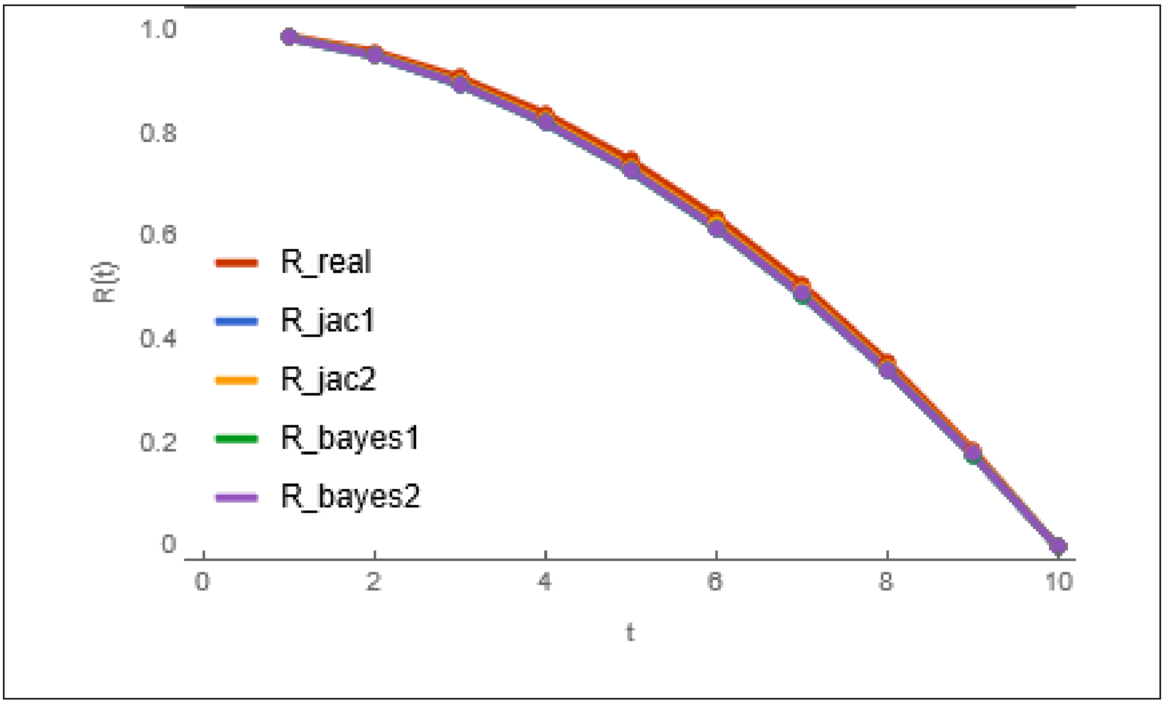


شكل (34-3)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السادسة ولحجم العينة (n=40)



شكل (3-35)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السادسة ولحجم العينة (n=75)



شكل (3-36)

يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السادسة ولحجم العينة (n=100)

في ضوء النتائج المبينة في الجدول (3-7) نلحظ ما يأتي :

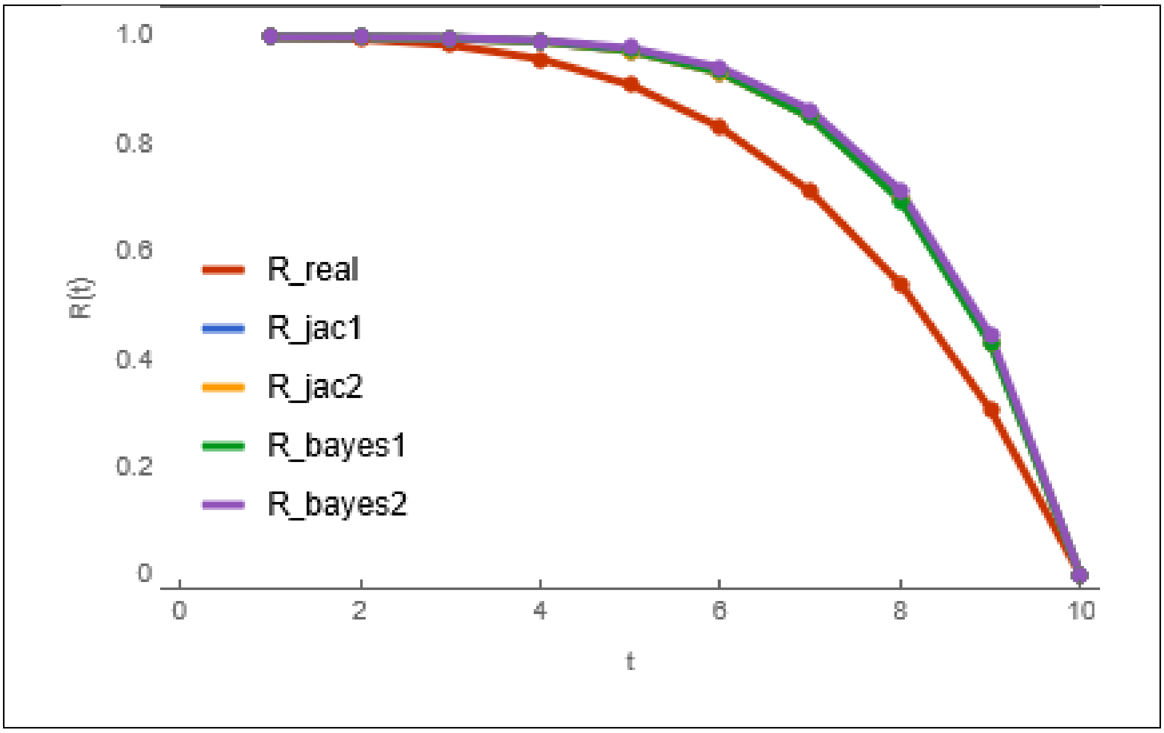
1- حققت طريقة Jac2 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند احجام العينات (25،40،75،100)
2- حققت طريقة bayses1 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (10،20)

جدول (3-8)

يبين قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المختلفة وMSE وIMSE للتجربة السابعة بحسب حجوم العينات (α=3.5)

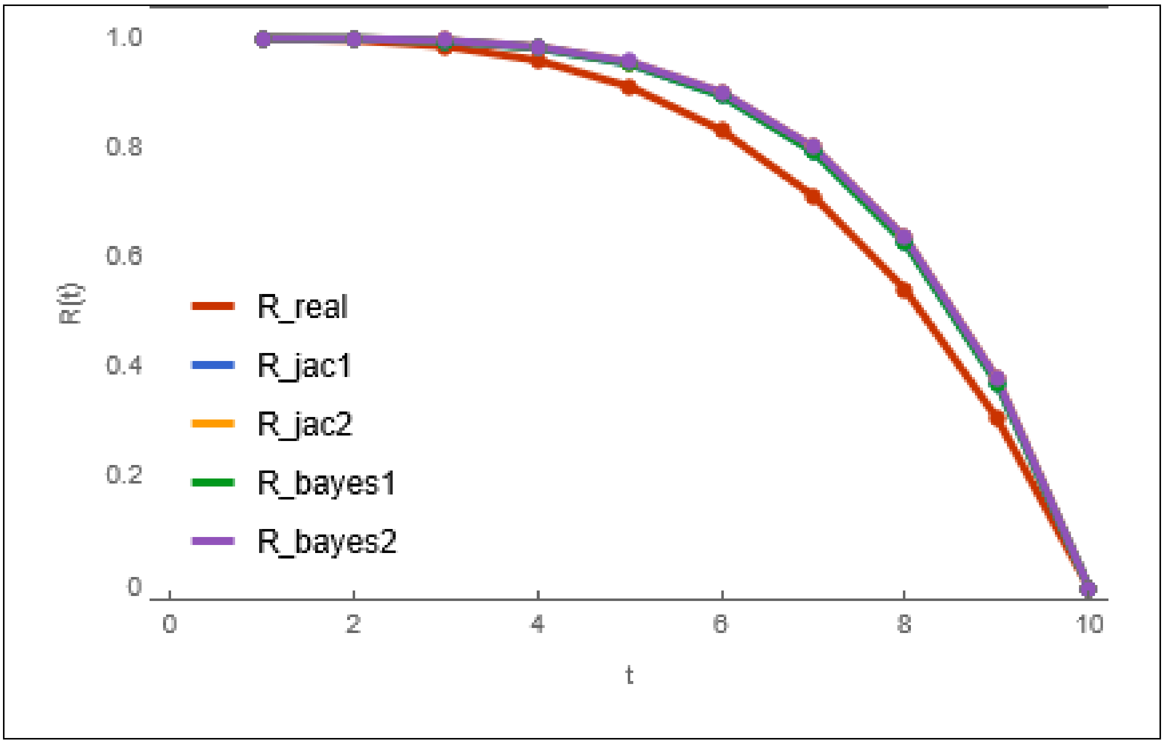
n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
10	0.1	0.99968	0.99999	9.570E-08	0.99999	9.556E-08	1.00000	9.721E-08	1.00000	9.849E-08
	0.2	0.99642	0.99977	1.121E-05	0.99977	1.120E-05	0.99982	1.154E-05	0.99988	1.197E-05
	0.3	0.98521	0.99817	1.685E-04	0.99816	1.685E-04	0.99841	1.742E-04	0.99885	1.860E-04
	0.4	0.95952	0.99196	1.062E-03	0.99196	1.063E-03	0.99259	1.093E-03	0.99420	1.203E-03
	0.5	0.91161	0.97451	4.028E-03	0.97453	4.037E-03	0.97553	4.086E-03	0.97968	4.633E-03
	0.6	0.83269	0.93406	1.060E-02	0.93412	1.063E-02	0.93507	1.048E-02	0.94337	1.225E-02
	0.7	0.71303	0.85172	2.020E-02	0.85183	2.025E-02	0.85181	1.926E-02	0.86531	2.319E-02
	0.8	0.54205	0.69893	2.646E-02	0.69904	2.648E-02	0.69714	2.405E-02	0.71470	2.981E-02
	0.9	0.30841	0.43433	1.757E-02	0.43437	1.751E-02	0.43107	1.505E-02	0.44689	1.918E-02
	IMSE			**8.900E-03**		**8.905E-03**		**8.245E-03**		**1.005E-02**
	Best							**bayes1**		
20	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99968	0.99996	7.580E-08	0.99997	8.042E-08	0.99996	7.788E-08	0.99997	8.262E-08
	0.2	0.99642	0.99916	7.532E-06	0.99928	8.230E-06	0.99920	7.710E-06	0.99933	8.454E-06
	0.3	0.98521	0.99503	9.795E-05	0.99560	1.094E-04	0.99517	9.923E-05	0.99578	1.116E-04
	0.4	0.95952	0.98248	5.396E-04	0.98404	6.127E-04	0.98274	5.388E-04	0.98440	6.189E-04
	0.5	0.91161	0.95331	1.797E-03	0.95649	2.068E-03	0.95361	1.764E-03	0.95703	2.063E-03
	0.6	0.83269	0.89580	4.161E-03	0.90107	4.836E-03	0.89595	4.003E-03	0.90168	4.760E-03
	0.7	0.71303	0.79423	6.974E-03	0.80153	8.169E-03	0.79403	6.562E-03	0.80201	7.918E-03
	0.8	0.54205	0.62853	8.014E-03	0.63679	9.442E-03	0.62787	7.364E-03	0.63695	9.006E-03
	0.9	0.30841	0.37382	4.650E-03	0.38039	5.500E-03	0.37296	4.166E-03	0.38023	5.158E-03
	IMSE			**2.916E-03**		**3.416E-03**		**2.723E-03**		**3.294E-03**
	Best							**bayes1**		
25	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99968	0.99986	3.375E-08	0.99985	3.027E-08	0.99987	3.437E-08	0.99989	4.277E-08
	0.2	0.99642	0.99803	2.764E-06	0.99791	2.459E-06	0.99807	2.712E-06	0.99830	3.511E-06
	0.3	0.98521	0.99059	3.140E-05	0.99018	2.776E-05	0.99068	2.987E-05	0.99151	3.966E-05
	0.4	0.95952	0.97138	1.552E-04	0.97045	1.364E-04	0.97151	1.437E-04	0.97347	1.944E-04
	0.5	0.91161	0.93212	4.706E-04	0.93046	4.116E-04	0.93223	4.252E-04	0.93578	5.842E-04
	0.6	0.83269	0.86243	1.002E-03	0.85997	8.721E-04	0.86243	8.849E-04	0.86779	1.232E-03
	0.7	0.71303	0.74985	1.555E-03	0.74674	1.347E-03	0.74969	1.344E-03	0.75653	1.892E-03
	0.8	0.54205	0.57993	1.662E-03	0.57667	1.433E-03	0.57959	1.409E-03	0.58681	2.003E-03
	0.9	0.30841	0.33614	9.007E-04	0.33371	7.731E-04	0.33578	7.490E-04	0.34119	1.075E-03
	IMSE			**6.422E-04**		**5.559E-04**		**5.543E-04**		**7.804E-04**
	Best							**bayes1**		

	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
40	0.1	0.99968	0.99985	2.900E-08	0.99977	8.680E-09	0.99985	2.902E-08	0.99987	3.445E-08
	0.2	0.99642	0.99791	2.260E-06	0.99714	6.205E-07	0.99792	2.234E-06	0.99807	2.720E-06
	0.3	0.98521	0.99011	2.473E-05	0.98750	6.436E-06	0.99013	2.421E-05	0.99069	2.997E-05
	0.4	0.95952	0.97022	1.184E-04	0.96440	2.963E-05	0.97025	1.151E-04	0.97153	1.441E-04
	0.5	0.91161	0.92995	3.495E-04	0.91983	8.475E-05	0.92998	3.373E-04	0.93227	4.266E-04
	0.6	0.83269	0.85908	7.260E-04	0.84434	1.715E-04	0.85908	6.965E-04	0.86249	8.881E-04
	0.7	0.71303	0.74548	1.101E-03	0.72718	2.543E-04	0.74544	1.051E-03	0.74976	1.349E-03
	0.8	0.54205	0.57522	1.153E-03	0.55636	2.610E-04	0.57514	1.095E-03	0.57966	1.414E-03
	0.9	0.30841	0.33255	6.126E-04	0.31872	1.362E-04	0.33247	5.788E-04	0.33583	7.520E-04
	IMSE			**4.542E-04**		**1.049E-04**		**4.333E-04**		**5.563E-04**
	Best					**Jac2**				
	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
75	0.1	0.99968	0.99984	2.426E-08	0.99983	2.267E-08	0.99984	2.421E-08	0.99985	2.694E-08
	0.2	0.99642	0.99777	1.835E-06	0.99772	1.704E-06	0.99777	1.820E-06	0.99786	2.053E-06
	0.3	0.98521	0.98961	1.969E-05	0.98943	1.821E-05	0.98962	1.945E-05	0.98991	2.211E-05
	0.4	0.95952	0.96907	9.289E-05	0.96867	8.565E-05	0.96909	9.145E-05	0.96975	1.046E-04
	0.5	0.91161	0.92791	2.707E-04	0.92720	2.491E-04	0.92791	2.658E-04	0.92909	3.055E-04
	0.6	0.83269	0.85603	5.564E-04	0.85499	5.109E-04	0.85603	5.448E-04	0.85776	6.288E-04
	0.7	0.71303	0.74162	8.362E-04	0.74032	7.664E-04	0.74161	8.169E-04	0.74378	9.460E-04
	0.8	0.54205	0.57118	8.681E-04	0.56983	7.945E-04	0.57115	8.463E-04	0.57341	9.832E-04
	0.9	0.30841	0.32955	4.577E-04	0.32855	4.183E-04	0.32951	4.454E-04	0.33119	5.188E-04
	IMSE			**3.448E-04**		**3.161E-04**		**3.369E-04**		**3.901E-04**
	Best					**Jac2**				
	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
100	0.1	0.99968	0.99950	3.455E-08	0.99955	1.941E-08	0.99950	3.370E-08	0.99951	2.926E-08
	0.2	0.99642	0.99507	1.858E-06	0.99540	1.077E-06	0.99507	1.820E-06	0.99516	1.594E-06
	0.3	0.98521	0.98121	1.629E-05	0.98215	9.618E-06	0.98121	1.599E-05	0.98146	1.408E-05
	0.4	0.95952	0.95143	6.652E-05	0.95330	3.977E-05	0.95144	6.540E-05	0.95192	5.776E-05
	0.5	0.91161	0.89855	1.732E-04	0.90151	1.046E-04	0.89855	1.705E-04	0.89932	1.510E-04
	0.6	0.83269	0.81481	3.246E-04	0.81881	1.975E-04	0.81480	3.198E-04	0.81584	2.837E-04
	0.7	0.71303	0.69195	4.509E-04	0.69661	2.761E-04	0.69194	4.446E-04	0.69315	3.952E-04
	0.8	0.54205	0.52129	4.373E-04	0.52584	2.692E-04	0.52128	4.315E-04	0.52246	3.841E-04
	0.9	0.30841	0.29378	2.170E-04	0.29696	1.343E-04	0.29377	2.143E-04	0.29459	1.910E-04
	IMSE			**1.875E-04**		**1.147E-04**		**1.849E-04**		**1.643E-04**
	Best					**Jac2**				

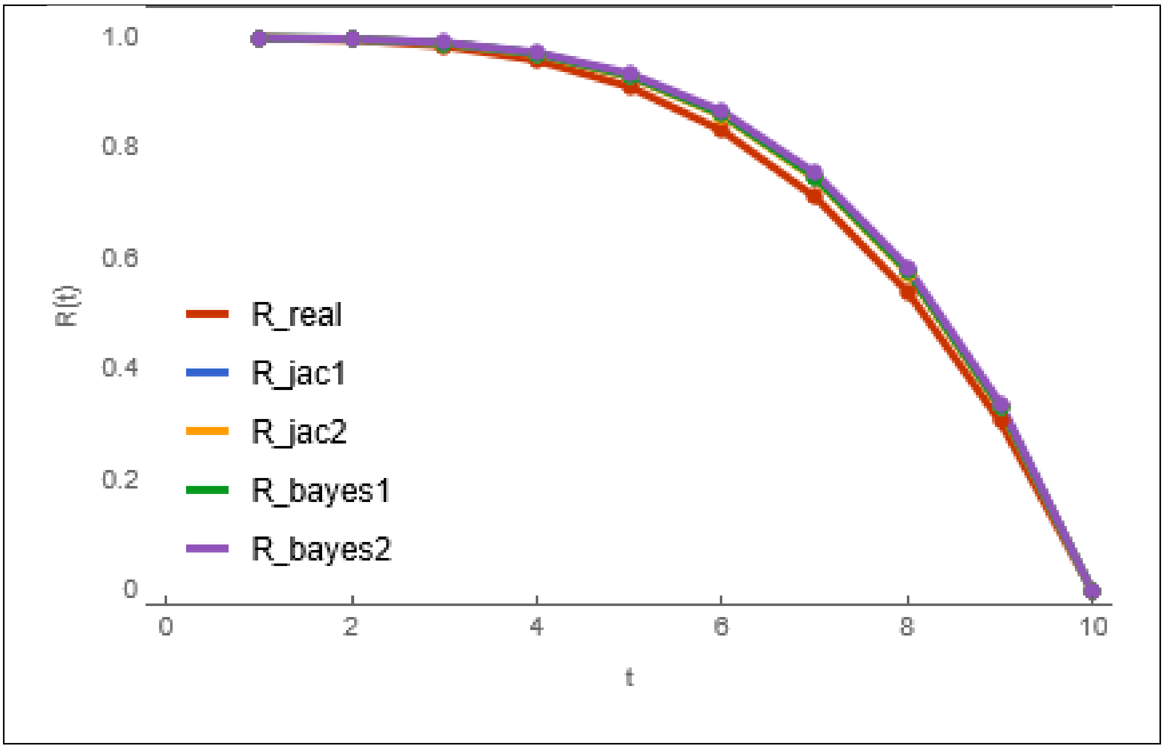


شكل (3-37)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السابعة ولحجم العينة

(n=10)

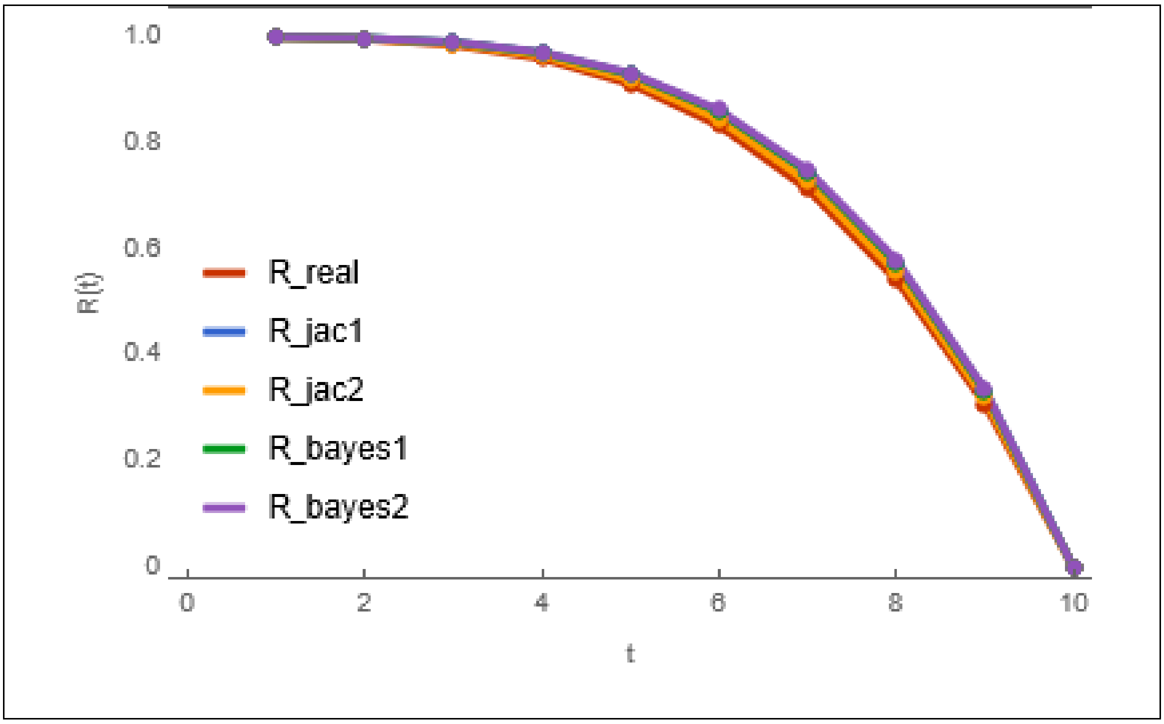


شكل (3-38) يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السابعة ولحجم العينة (n=20)

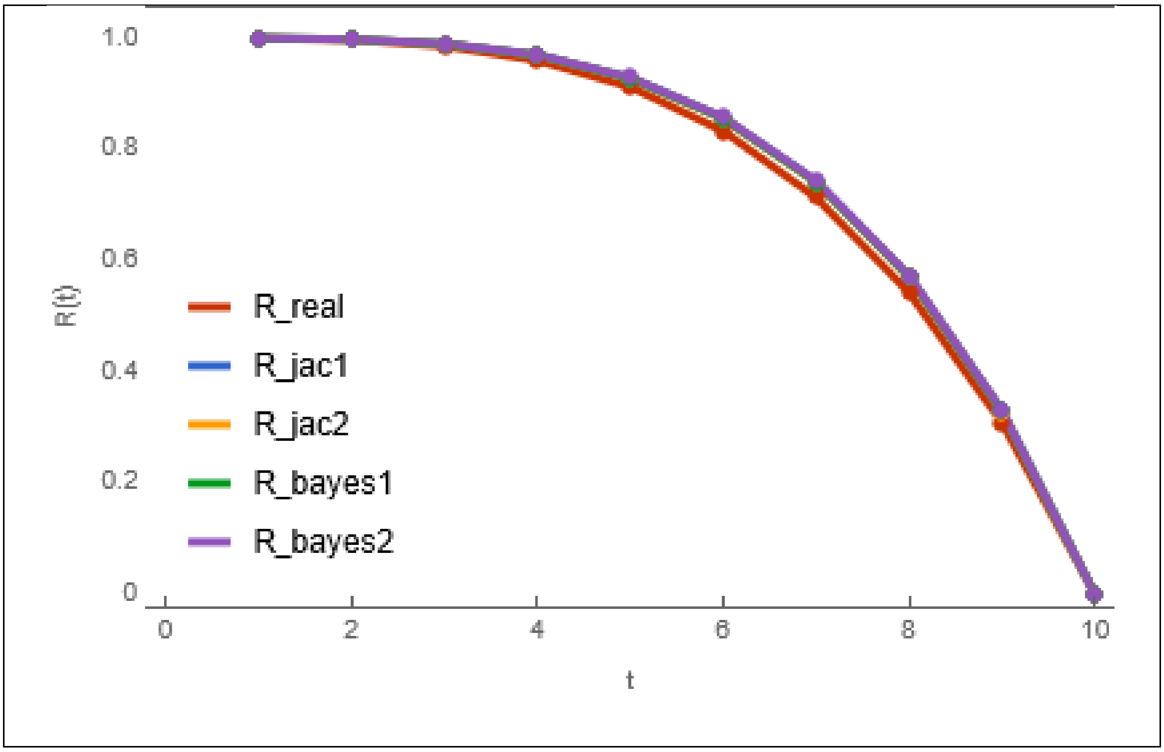


شكل (3-39)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السابعة ولحجم العينة

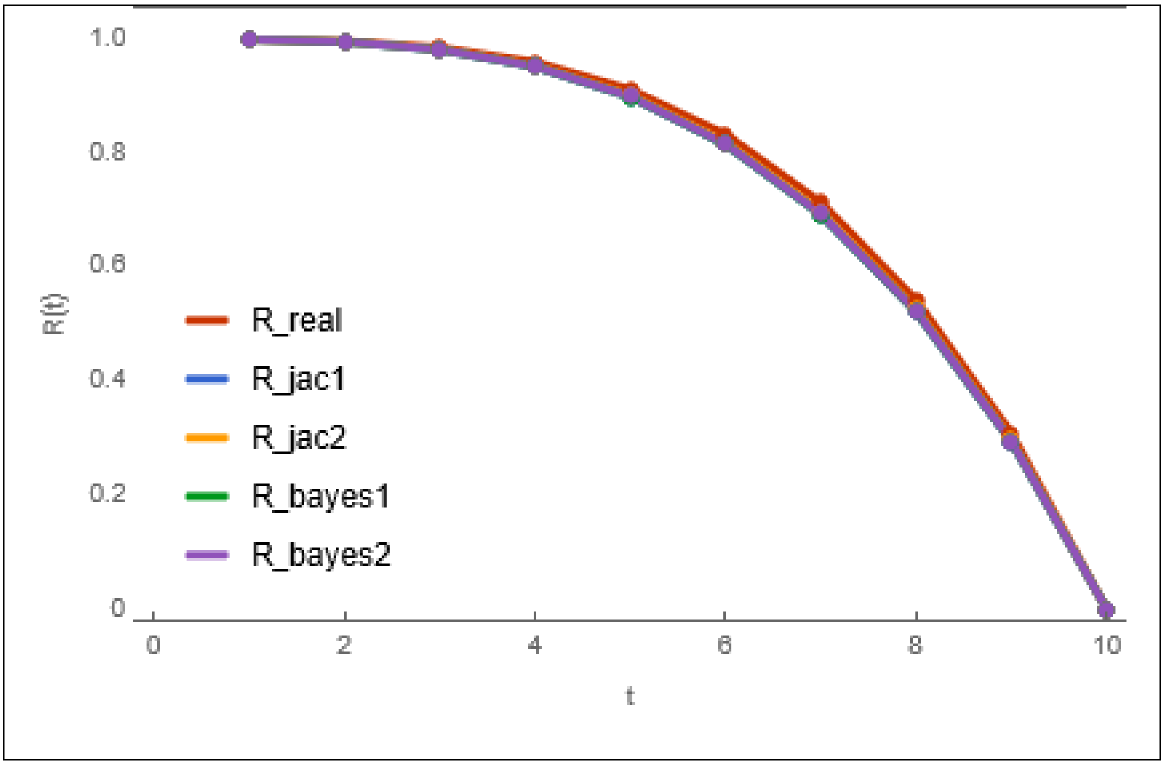
(n=25)



شكل (3-40) يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السابعة ولحجم العينة (n=40)



شكل (3-41)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السابعة ولحجم العينة
(n=75)



شكل (3-42) يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة السابعة ولحجم العينة (n=100)

في ضوء النتائج المبينة في الجدول (3-8) نلحظ ما يأتي :

1- عند احجام العينات (10،25،20) كانت طريقة bayses1 هي الافضل من الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا باقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE

2- حققت طريقة Jac2 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (100،75،40)

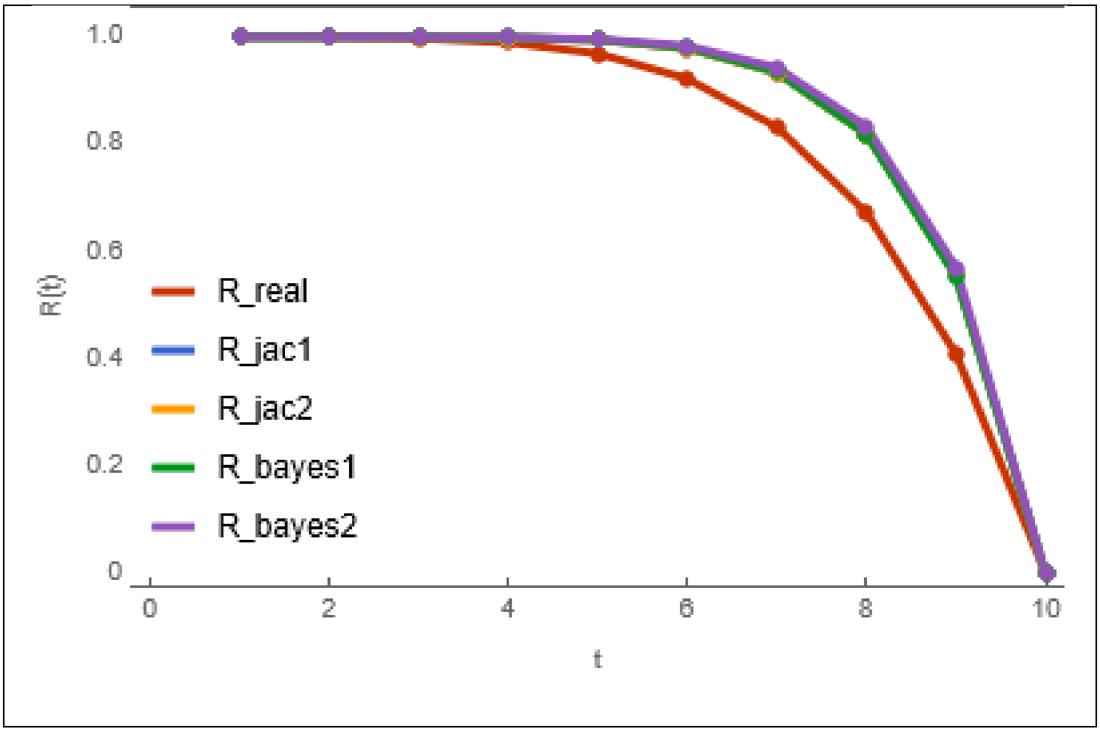
جدول (3-9)

يبين قيم دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المختلفة وMSE وIMSE للتجربة الثامنة

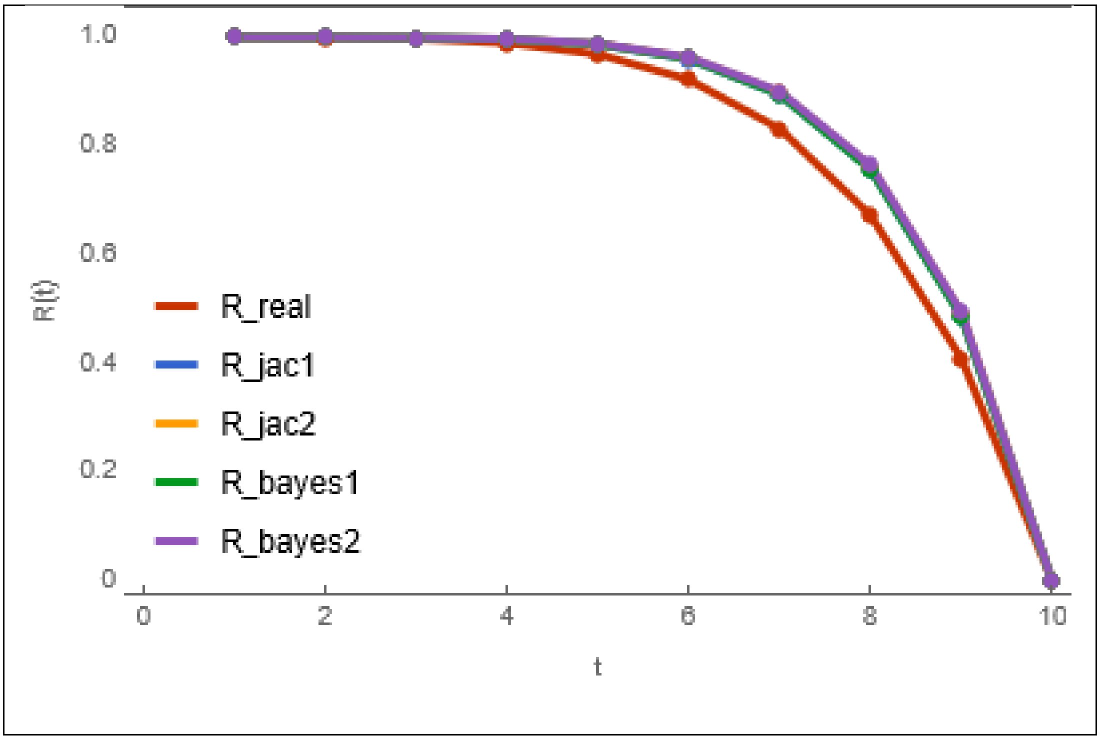
($\alpha=5$) بحسب حجوم العينات

n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99999	1	9.904E-11	1	9.898E-11	1	9.955E-11	1	9.981E-11
	0.2	0.99968	0.999993	9.798E-08	0.999993	9.786E-08	0.999995	9.953E-08	0.999998	1.008E-07
	0.3	0.99757	0.999868	5.286E-06	0.999866	5.279E-06	0.9999	5.427E-06	0.999937	5.601E-06
	0.4	0.98976	0.998929	8.432E-05	0.998922	8.423E-05	0.999094	8.713E-05	0.999362	9.220E-05
	0.5	0.96875	0.994508	6.685E-04	0.994494	6.683E-04	0.995011	6.897E-04	0.996173	7.520E-04
10	0.6	0.92224	0.978919	3.265E-03	0.9789	3.267E-03	0.979886	3.323E-03	0.983455	3.747E-03
	0.7	0.83193	0.93361	1.067E-02	0.933594	1.067E-02	0.93462	1.055E-02	0.942955	1.233E-02
	0.8	0.67232	0.818823	2.267E-02	0.818796	2.267E-02	0.818484	2.136E-02	0.833329	2.592E-02
	0.9	0.40951	0.556141	2.352E-02	0.556065	2.346E-02	0.553228	2.065E-02	0.570869	2.604E-02
	IMSE			**6.765E-03**		**6.759E-03**		**6.297E-03**		**7.654E-03**
	Best							**bayes1**		
	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99999	0.999999	8.894E-11	1	9.114E-11	1	9.083E-11	1	9.358E-11
	0.2	0.99968	0.999958	7.756E-08	0.999964	8.114E-08	0.999962	7.968E-08	0.999971	8.454E-08
	0.3	0.99757	0.999478	3.668E-06	0.99954	3.906E-06	0.999509	3.760E-06	0.999594	4.098E-06
	0.4	0.98976	0.996862	5.111E-05	0.997153	5.528E-05	0.996969	5.196E-05	0.997378	5.803E-05
	0.5	0.96875	0.987332	3.526E-04	0.988236	3.866E-04	0.987556	3.537E-04	0.988849	4.040E-04
20	0.6	0.92224	0.960253	1.491E-03	0.962365	1.653E-03	0.960551	1.468E-03	0.963614	1.712E-03
	0.7	0.83193	0.895201	4.183E-03	0.89911	4.678E-03	0.895357	4.023E-03	0.901099	4.784E-03
	0.8	0.67232	0.756706	7.556E-03	0.762391	8.506E-03	0.756382	7.066E-03	0.764833	8.559E-03
	0.9	0.40951	0.487491	6.572E-03	0.493133	7.430E-03	0.486636	5.948E-03	0.495122	7.329E-03
	IMSE			**2.245E-03**		**2.524E-03**		**2.102E-03**		**2.539E-03**
	Best							**bayes1**		
	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
	0.1	0.99999	0.999997	4.896E-11	0.999997	4.549E-11	0.999997	5.134E-11	0.999998	6.091E-11
	0.2	0.99968	0.999862	3.450E-08	0.999853	3.183E-08	0.999867	3.513E-08	0.999889	4.372E-08
	0.3	0.99757	0.998713	1.392E-06	0.998653	1.278E-06	0.998743	1.376E-06	0.9989	1.769E-06
	0.4	0.98976	0.993723	1.700E-05	0.993504	1.553E-05	0.993799	1.632E-05	0.994399	2.152E-05
	0.5	0.96875	0.978495	1.044E-04	0.977933	9.496E-05	0.978618	9.738E-05	0.980201	1.311E-04
25	0.6	0.92224	0.941091	3.966E-04	0.939966	3.592E-04	0.94121	3.599E-04	0.94445	4.933E-04
	0.7	0.83193	0.861737	1.007E-03	0.859903	9.076E-04	0.861743	8.888E-04	0.867108	1.237E-03
	0.8	0.67232	0.710219	1.651E-03	0.707823	1.482E-03	0.710002	1.420E-03	0.717094	2.005E-03
	0.9	0.40951	0.44299	1.308E-03	0.44082	1.168E-03	0.442607	1.095E-03	0.449084	1.566E-03
	IMSE			**4.983E-04**		**4.477E-04**		**4.310E-04**		**6.062E-04**
	Best							**bayes1**		

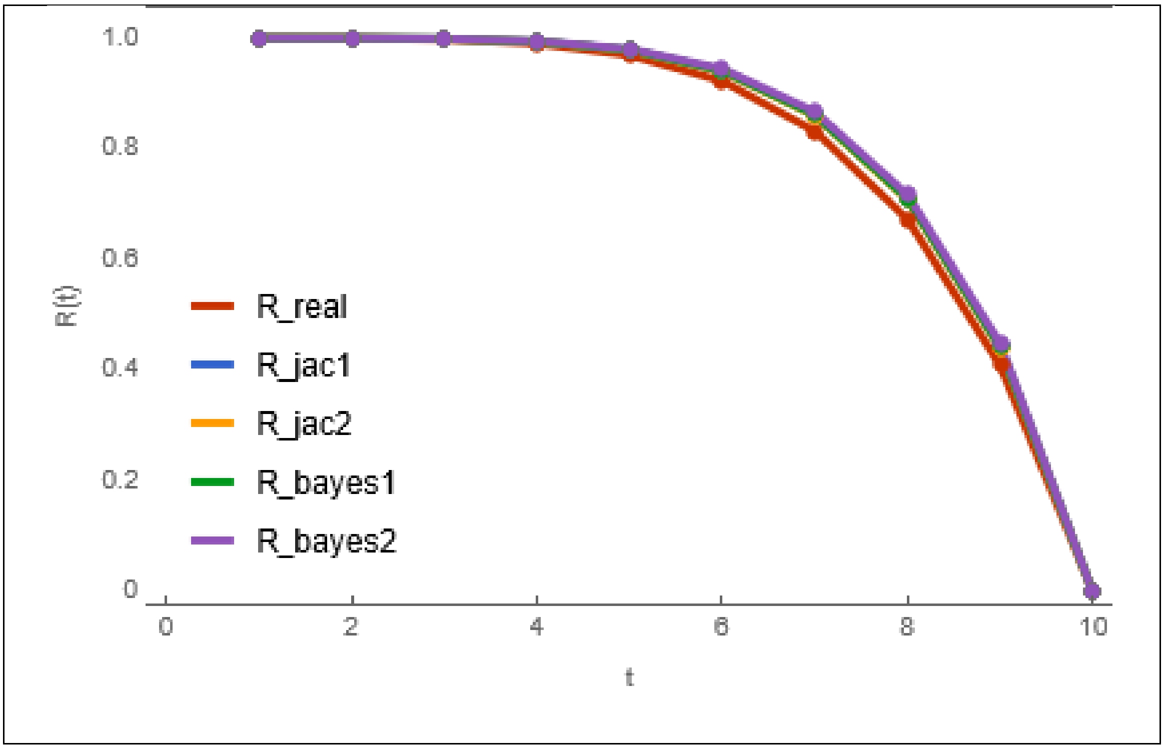
n	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
40	0.1	0.99999	0.999997	4.421E-11	0.999995	2.304E-11	0.999997	4.474E-11	0.999997	5.144E-11
	0.2	0.99968	0.999851	2.964E-08	0.999795	1.421E-08	0.999852	2.966E-08	0.999868	3.521E-08
	0.3	0.99757	0.998629	1.149E-06	0.99826	5.218E-07	0.998637	1.138E-06	0.998745	1.380E-06
	0.4	0.98976	0.993385	1.353E-05	0.99207	5.904E-06	0.993404	1.328E-05	0.993806	1.637E-05
	0.5	0.96875	0.977565	8.035E-05	0.974268	3.395E-05	0.977595	7.824E-05	0.978634	9.770E-05
	0.6	0.92224	0.939123	2.960E-04	0.932649	1.217E-04	0.939151	2.860E-04	0.941243	3.611E-04
	0.7	0.83193	0.85838	7.293E-04	0.848025	2.928E-04	0.858379	6.996E-04	0.861797	8.921E-04
	0.8	0.67232	0.705662	1.163E-03	0.692374	4.573E-04	0.705607	1.108E-03	0.710073	1.425E-03
	0.9	0.40951	0.438725	8.962E-04	0.4269	3.457E-04	0.438634	8.482E-04	0.442671	1.100E-03
	IMSE			**3.533E-04**		**1.398E-04**		**3.372E-04**		**4.326E-04**
	Best					**Jac2**				
	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
75	0.1	0.99999	0.999996	3.829E-11	0.999996	3.612E-11	0.999996	3.844E-11	0.999996	4.205E-11
	0.2	0.99968	0.999837	2.479E-08	0.999831	2.318E-08	0.999837	2.474E-08	0.999846	2.753E-08
	0.3	0.99757	0.998532	9.374E-07	0.998496	8.715E-07	0.998535	9.309E-07	0.998593	1.047E-06
	0.4	0.98976	0.993025	1.083E-05	0.992895	1.003E-05	0.993032	1.071E-05	0.993245	1.215E-05
	0.5	0.96875	0.976635	6.328E-05	0.976308	5.839E-05	0.976646	6.235E-05	0.977188	7.120E-05
	0.6	0.92224	0.937251	2.298E-04	0.936607	2.114E-04	0.937261	2.256E-04	0.938338	2.591E-04
	0.7	0.83193	0.855324	5.589E-04	0.85429	5.130E-04	0.855322	5.472E-04	0.85706	6.315E-04
	0.8	0.67232	0.701669	8.809E-04	0.70034	8.069E-04	0.701648	8.601E-04	0.703895	9.970E-04
	0.9	0.40951	0.435116	6.715E-04	0.433931	6.138E-04	0.435082	6.539E-04	0.437095	7.609E-04
	IMSE			**2.416E-03**		**2.214E-03**		**2.361E-03**		**2.733E-03**
	Best					**Jac2**				
	ti	R_real	Jac1	MSE	Jac2	MSE	bayes1	MSE	bayes2	MSE
100	0.1	0.99999	0.999981	8.793E-11	0.999983	5.599E-11	0.999981	8.520E-11	0.999981	7.305E-11
	0.2	0.99968	0.999494	3.525E-08	0.99953	2.325E-08	0.999495	3.438E-08	0.999507	2.986E-08
	0.3	0.99757	0.996578	1.002E-06	0.996759	6.744E-07	0.996579	9.812E-07	0.996644	8.583E-07
	0.4	0.98976	0.986713	9.441E-06	0.987252	6.439E-06	0.986717	9.262E-06	0.986907	8.142E-06
	0.5	0.96875	0.961947	4.703E-05	0.963121	3.241E-05	0.961951	4.622E-05	0.962364	4.078E-05
	0.6	0.92224	0.910098	1.497E-04	0.91215	1.041E-04	0.9101	1.474E-04	0.910819	1.304E-04
	0.7	0.83193	0.814016	3.258E-04	0.816991	2.280E-04	0.814014	3.210E-04	0.815054	2.848E-04
	0.8	0.67232	0.650892	4.660E-04	0.654395	3.280E-04	0.650883	4.596E-04	0.652105	4.086E-04
	0.9	0.40951	0.391586	3.259E-04	0.394477	2.306E-04	0.391575	3.217E-04	0.392582	2.866E-04
	IMSE			**1.472E-04**		**1.034E-04**		**1.451E-04**		**1.289E-04**
	Best					**Jac2**				



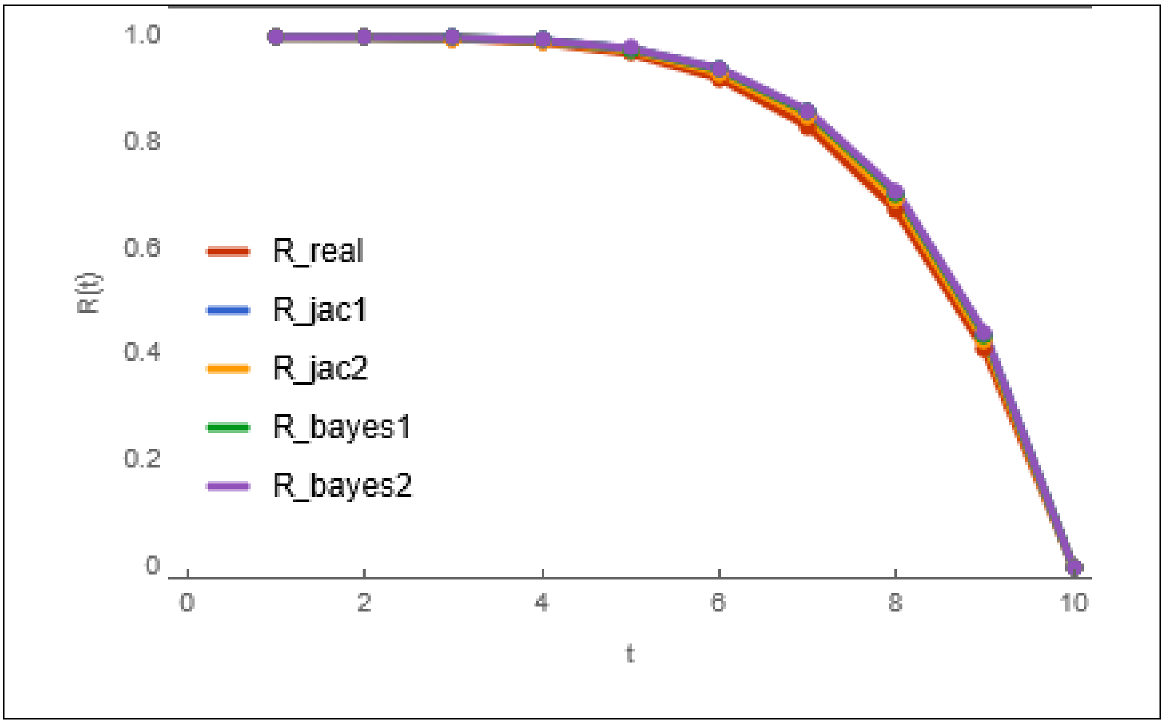
شكل (3-43)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثامنة ولحجم العينة (n=10)



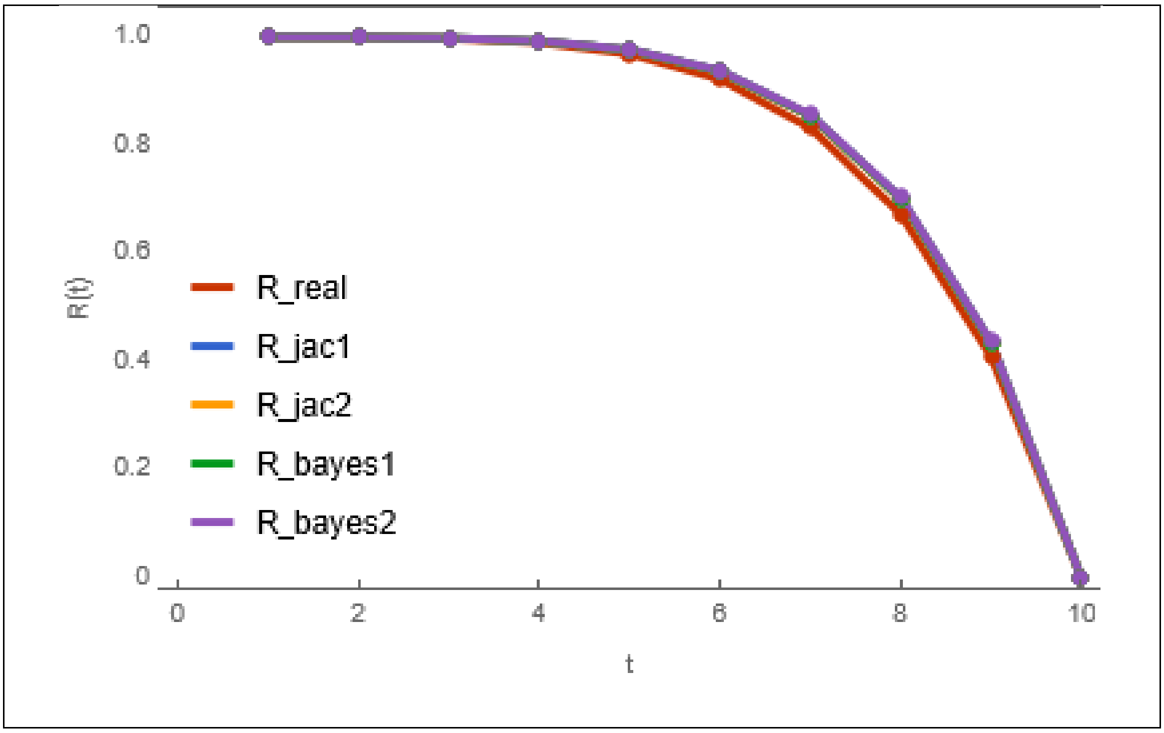
شكل (3-44)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثامنة ولحجم العينة (n=20)



شكل (3-45)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثامنة ولحجم العينة (n=25)

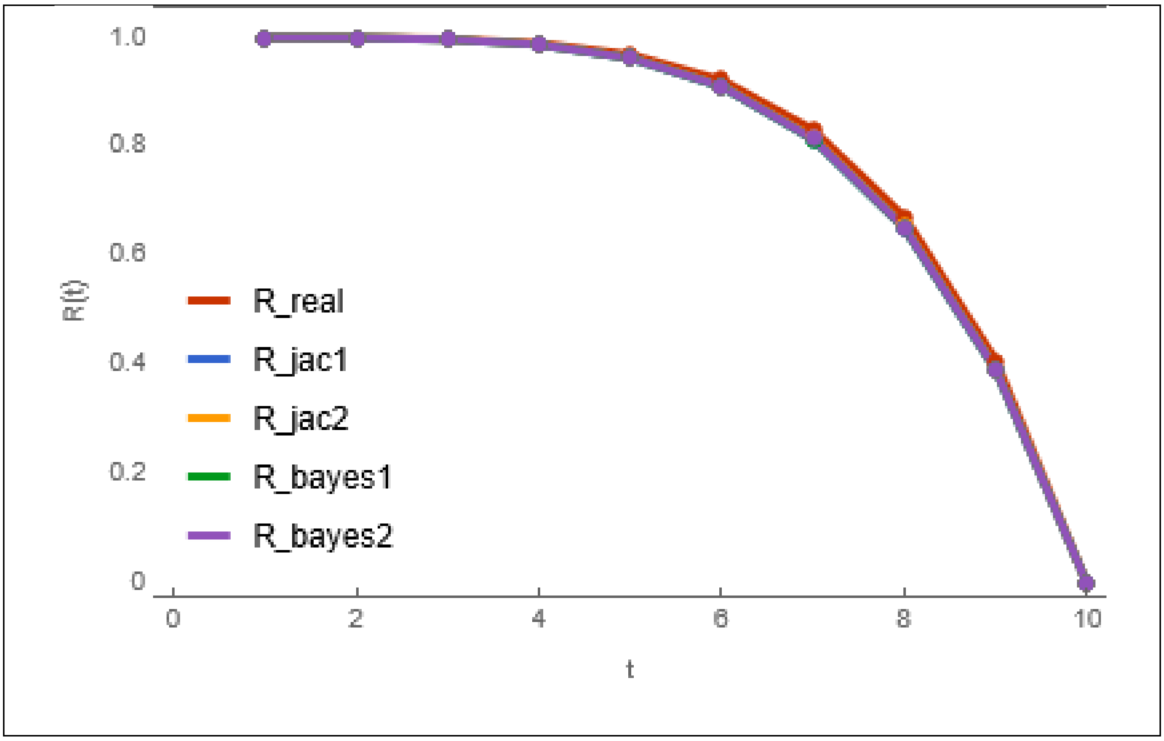


شكل (3-46) يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثامنة ولحجم العينة (n=40)



شكل (3-47)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثامنة ولحجم العينة

(n=75)



شكل (3-48)
يوضح تغير دالة المعولية الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة للتجربة الثامنة ولحجم العينة

(n=100)

في ضوء النتائج المبينة في الجدول (3-9) نلحظ ما يأتي :

1- عند احجام العينات(10،25،20) كانت طريقة bayses1 هي الافضل من الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا باقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE

2- حققت طريقة Jac2 الافضلية على الطرائق الاخرى في تقدير دالة معولية توزيع بيتا وباقل متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE عند حجم العينة (100،75،40)

ونلحظ من الجداول (3-2) ولغاية (3-9) والاشكال البيانية (3-1) ولغاية (3-48) بصورة عامة التالي :

1- تناقص قيم دالة المعولية بازدياد الزمن (t) تدريجيا وهذا يطابق سلوك هذه الدالة التي تمتاز بكونها متناقصة مع الزمن.

2- تقارب بين مقدرات طرائق التقدير المستعملة في تقدير دالة معولية توزيع بيتا من القيم الحقيقية وبصورة واضحة، وهذا يدل على ملاءمة هذه الطرائق في عملية تقدير دالة معولية توزيع بيتا.

3- انخفاض قيم متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE با زدياد حجم العينة وهذا مايطابق النظرية الاحصائية.

جدول (3-10)

يبين قيم متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE لكافة طرائق التقدير واحجام العينات ولجميع النماذج

Model	n	Jac1	Jac2	bayes1	bayes2	Best
1	10	4.134E-05	1.185E-05	3.311E-05	4.331E-05	Jac2
		3	1	2	4	
	20	9.591E-06	7.523E-05	8.377E-06	1.049E-05	bayes1
		2	4	1	3	
	25	1.745E-06	9.650E-05	1.427E-06	2.063E-06	bayes1
		2	4	1	3	
	40	1.166E-06	1.041E-05	1.097E-06	1.432E-06	bayes1
		2	4	1	3	
	75	8.654E-07	1.097E-05	8.408E-07	9.817E-07	bayes1
		2	4	1	3	
	100	3.898E-07	2.054E-05	3.850E-07	3.435E-07	bayes2
		3	4	2	1	
2	10	1.487E-02	1.438E-02	1.316E-02	1.649E-02	bayes1
		3	2	1	4	
	20	4.267E-03	7.026E-03	3.886E-03	4.772E-03	bayes1
		2	4	1	3	
	25	8.654E-04	4.778E-04	7.292E-04	1.040E-03	Jac2
		3	1	2	4	
	40	5.967E-04	3.075E-03	5.657E-04	7.320E-04	bayes1
		2	4	1	3	
	75	4.482E-04	7.106E-04	4.368E-04	5.078E-04	bayes1
		2	4	1	3	
	100	2.222E-04	3.906E-05	2.193E-04	1.953E-04	Jac2
		4	1	3	2	
3	10	9.074E-03	7.488E-03	7.765E-03	9.895E-03	Jac2
		3	1	2	4	
	20	2.404E-03	4.749E-03	2.154E-03	2.667E-03	bayes1
		2	4	1	3	
	25	4.665E-04	2.350E-04	3.882E-04	5.567E-04	Jac2
		3	1	2	4	
	40	3.175E-04	4.951E-03	3.000E-04	3.897E-04	bayes1
		2	4	1	3	
	75	2.373E-04	4.726E-04	2.309E-04	2.689E-04	bayes1
		2	4	1	3	
	100	1.128E-04	4.142E-05	1.114E-04	9.928E-05	Jac2
		4	1	3	2	

4	**10**	1.429E-02	1.444E-02	1.308E-02	1.607E-02	**bayes1**
		2	3	1	4	
	20	4.509E-03	6.028E-03	4.182E-03	5.081E-03	**bayes1**
		2	4	1	3	
	25	9.700E-04	7.348E-04	8.315E-04	1.175E-03	**Jac2**
		3	1	2	4	
	40	6.811E-04	9.101E-05	6.485E-04	8.346E-04	**Jac2**
		3	1	2	4	
	75	5.155E-04	5.398E-04	5.032E-04	5.834E-04	**bayes1**
		2	3	1	4	
	100	2.728E-04	9.932E-05	2.690E-04	2.392E-04	**Jac2**
		4	1	3	2	
5	**10**	1.110E-02	1.113E-02	1.024E-02	1.251E-02	**bayes1**
		2	3	1	4	
	20	3.589E-03	4.411E-03	3.344E-03	4.051E-03	**bayes1**
		2	4	1	3	
	25	7.842E-04	6.496E-04	6.753E-04	9.520E-04	**Jac2**
		3	1	2	4	
	40	5.533E-04	5.327E-05	5.275E-04	6.778E-04	**Jac2**
		3	1	2	4	
	75	4.196E-04	3.938E-04	4.099E-04	4.748E-04	**Jac2**
		4	1	2	3	
	100	2.261E-04	1.165E-04	2.229E-04	1.981E-04	**Jac2**
		4	1	3	2	
6	**10**	1.256E-02	1.264E-02	1.155E-02	1.415E-02	**bayes1**
		2	3	1	4	
	20	4.023E-03	5.123E-03	3.741E-03	4.538E-03	**bayes1**
		2	4	1	3	
	25	8.735E-04	6.985E-04	7.509E-04	1.060E-03	**Jac2**
		3	1	2	4	
	40	6.152E-04	3.357E-05	5.862E-04	7.537E-04	**Jac2**
		3	1	2	4	
	75	4.662E-04	4.532E-04	4.552E-04	5.275E-04	**Jac2**
		3	1	2	4	
	100	2.494E-04	1.119E-04	2.459E-04	2.186E-04	**Jac2**
		4	1	3	2	

7	**10**	8.900E-03	8.905E-03	8.245E-03	1.005E-02	**bayes1**
		2	3	1	4	
	20	2.916E-03	3.416E-03	2.723E-03	3.294E-03	**bayes1**
		2	4	1	3	
	25	6.422E-04	5.559E-04	5.543E-04	7.804E-04	**bayes1**
		3	2	1	4	
	40	4.542E-04	1.049E-04	4.333E-04	5.563E-04	**Jac2**
		3	1	2	4	
	75	3.448E-04	3.161E-04	3.369E-04	3.901E-04	**Jac2**
		3	1	2	4	
	100	1.875E-04	1.147E-04	1.849E-04	1.643E-04	**Jac2**
		4	1	3	2	
8	**10**	6.765E-03	6.759E-03	6.297E-03	7.654E-03	**bayes1**
		3	2	1	4	
	20	2.245E-03	2.524E-03	2.102E-03	2.539E-03	**bayes1**
		2	3	1	4	
	25	4.983E-04	4.477E-04	4.310E-04	6.062E-04	**bayes1**
		3	2	1	4	
	40	3.533E-04	1.398E-04	3.372E-04	4.326E-04	**Jac2**
		3	1	2	4	
	75	2.416E-03	2.214E-03	2.361E-03	2.733E-03	**Jac2**
		3	1	2	4	
	100	1.472E-04	1.034E-04	1.451E-04	1.289E-04	**Jac2**
		4	1	3	2	
Models		132	109	79	160	
Best		3	2	1	4	**bayes1**

الجدول (3-11)

يبين نسب الافضلية لطرائق التقدير المستعملة في تقدير دالة معولية توزيع بيتا لكافة النماذج باستعمال متوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE

طرائق التقدير	n=10	n=20	n=25	n=40	n=75	n=100	عدد مرات الافضلية	النسبة
Jac1	0	0	0	0	0	0	0	**0**
Jac2	2	0	5	5	4	6	23	**47.92**
bayes1	6	8	3	3	4	0	24	**50**
bayes2	0	0	0	0	0	1	1	**2.08**

يتبين عبر الجداول (3-10) و (3-11) مدى تقارب طريقة bayes1 مع طريقة Jac2 فضلا عن افضلية بسيطة لطريقة bayes1 .

3-3 المبحث الثاني :الجانب التطبيقي

3-3-1تمهيد

سيتم في هذا الجانب استعراض البيانات الحقيقية الخاصة بأوقات اشتغال جهازالانعاش الرئوي (CPAP) لحين العطل، وسوف يتم تطبيقها على توزيع بيتا وتقدير دالة المعولية باستعمال طريقة التقدير الافضل، ويتحقق كل هذا عن طريق برنامج (Mathematica 12.2) كما مبين في الملحق (A)

3-3-2 نبذة عن جهاز CPAP

CPAP هو جهاز مربع صغير داخله مروحة، تسحب هذه المروحة الهواء بهدوء شديد من الغرفة، وتضغط عليها برفق، ثم تسلمها في مكان مخصص لاحتياجات المريض.

يحتوي قسم امتصاص الهواء في جهاز CPAP على فلتر عليه للقضاء على تناول الغبار أو الدخان أو الشوائب الأخرى في الهواء ، جزء رئيسي آخر من جهاز CPAP هو غرفة الترطيب المدمجة في الصندوق ، هذا هو المكان الذي يتم فيه تسخين الماء لترطيب الهواء المضغوط قبل توصيله.

يهدئ الهواء الدافئ الرطب الممرات الهوائية الأنفية والعلوية ويساعد على منع التورم والانزعاج الذي قد يحدث أحيانًا أثناء استخدام العلاج ، على الرغم من أن استخدام الترطيب اختياري، إلا أنه يريح معظم المرضى الذين يستخدمون علاج CPAP الذين يعيشون في المناخ الجاف الذين يستيقظون بجفاف الفم أو الممرات الأنفية من السهل الحفاظ على غرفة الترطيب نظيفة ويجب أن تستمر طوال عمر الآلة نفسها.

يعلق على جهاز CPAP خرطوم يربط الصندوق بالقناع ، عادةً ما يتم تسخين هذا الأنبوب المرن وخفيف الوزن لتقليل أي تكثف قد يتجمع بداخله أثناء استخدام جهاز الترطيب ، الخرطوم طويل بما يكفي حوالي 6 أقدام لتمنح المريض حركة كاملة أثناء النوم ، يمكن أن تتآكل الخراطيم بمرور الوقت ويجب استبدالها حسب الضرورة.

3-3-3البيانات الحقيقية

تنفيذ الجانب التطبيقي على البيانات الحقيقية التي تمثل اوقات الاشتغال لحين العطل لجهاز الإنعاش الرئوي (CPAP) مقاسة بالأشهر والتي تم الحصول عليها بمساعدة مديرية صحة بغداد، والتي تبلغ (n=25) جهاز، لشهر(اذار2021) اي (30) يوم والجدول (3-12) الآتي يوضح البيانات الحقيقية قيد الدراسة.

الجدول (3-12) البيانات الحقيقية

0.34	0.36	0.36	0.37	0.42	0.45	0.46	0.56	0.58	0.58
0.63	0.65	0.68	0.78	0.81	0.83	0.86	0.86	0.89	0.91
0.94	0.97	0.98	0.98	0.99					

الجدول (3-13) الاتي يوضح بعض قيم المؤشرات الاحصائية للبيانات الحقيقية الموضحة في الجدول (3-12) آنفاً.

الجدول (3-13)

قيم المؤشرات الاحصائية للبيانات الحقيقية

Mean	0.6896
Variance	0.0503958
Skewness	- 0.176036
Kurtosis	1.5706
Median	0.68
Standard Deviation	0.22449
Max	0.99
Min	0.34

4-3-3 اختبار حسن المطابقة [21] Goodness of fit tests

لغرض معرفة ملاءمة البيانات الحقيقية في الجدول (3-12) لتوزيع بيتا فقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit tests) للبيانات الحقيقية عن طريق ثلاثة اختبارات (Kolmogorov-Smirnov ، Anderson-Darling ،Cramer- Von Misses) ، وبحسب الفرضية :

البيانات تتلائم مـــع توزيع بيتا $H_0 = x \sim \text{Beta Distribution}$

البيانات لا تتلائم مع توزيع بيتا $H_1 = x \nsim \text{Beta Distribution}$

وتم حساب جميع النتائج الخاصة بالاختبارات بواسطة برنامج (Mathematica 12.2) والمبين في الملحق (A)، ويوضح الجدول (3-14) ادناه قيم اختبارات حسن المطابقة الوارد ذكرها انفا.

جدول (3-14)

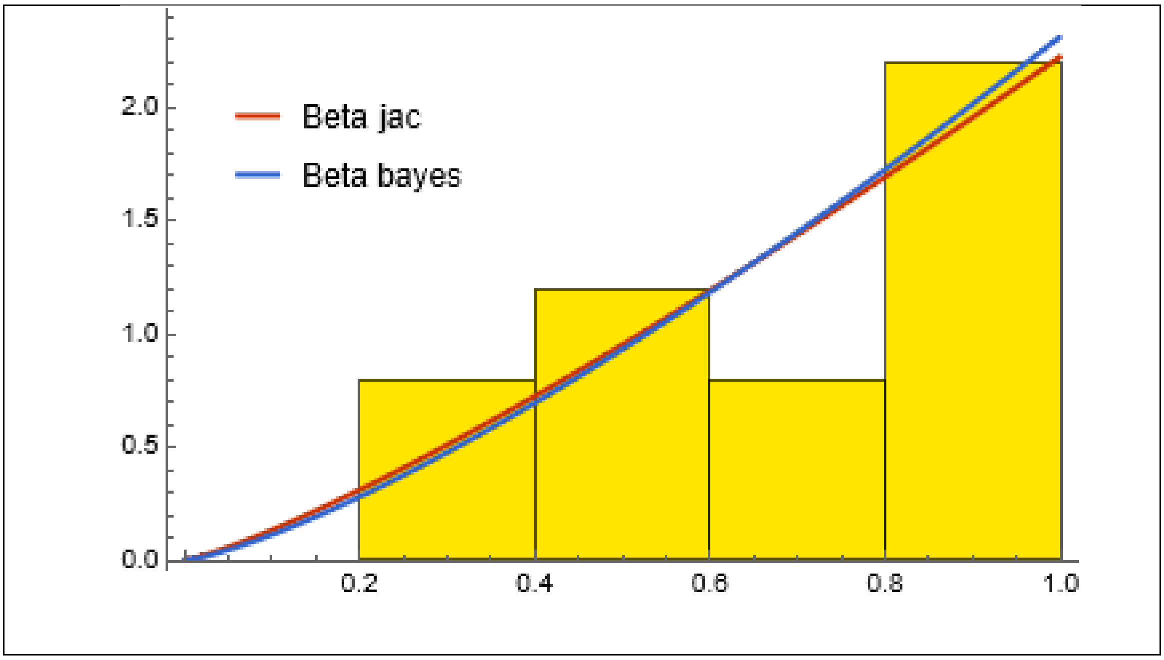
قيم اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit)

Kolmogorov-Smirnov		Cramer- Von mises		Anderson-Darling	
statistic	P-Value	Statistic	P-Value	statistic	P-Value
0.117405	0.523186	0.072364	0.28024	0.507412	0.208435

يتبين من الجدول (3-14) الأتي:

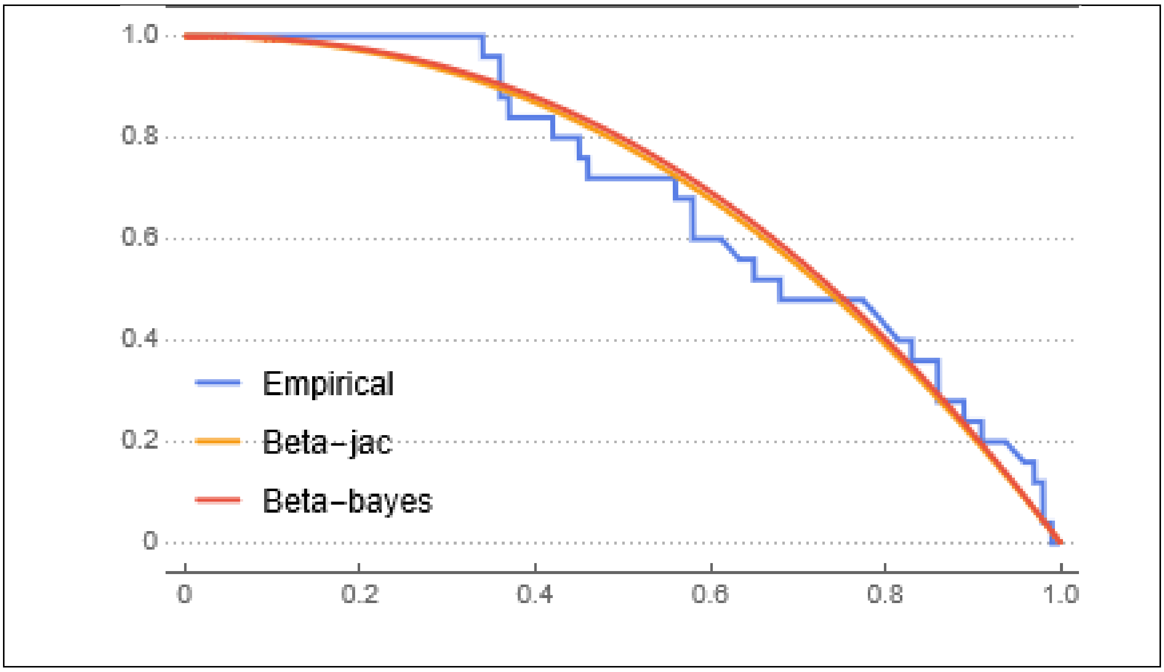
1- ان قيمة P-Value للاختبارات (Kolmogorov-Smirnov ، Cramer - Von Misses ، Anderson-Darling) اكبر من مستوى المعنوية (0.05) وهذا يؤدي الى عدم رفض فرضية العدم.

ومن الشكل (3-49) ادناه تتضح دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيتا المقدرة بطريقة Jac2 و bayes1



الشكل (3-49)

دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بيتا المقدرة بطريقة Jac2 وbayes1



شكل (3-50)

دالة المعولية لتوزيع بيتا المقدرة بطريقة Jac2 و bayes1 مقارنة بدالة المعولية التجريبية للبيانات الحقيقية

3-3-5 اختيار افضل طريقة تقدير لتوزيع بيتا [20]

تم استعمال ثلاثة معايير(معيار معلومات اكايكي (AIC) ومعيار معلومات اكايكي المصحح (AICc) و معيار معلومات البيزي (BIC)) لاختيار افضل طريقة تقدير لتوزيع بيتا وحصلنا على قيم المعايير الموضحة في الجدول (3-15) ادناه باستعمال برنامج (Mathematica 12.2)

جدول (3-15)

يبين قيم المعايير (AIC، AICc، BIC)

Method of Estimate	Estimate of Parameter	AIC	AICc	BIC
Jac 2	$\hat{\alpha} = 2.22459$	15.5093	15.6832	11.3243
bayes 1	$\hat{\alpha} = 2.31322$	15.5469	15.7208	12.4324

يتضح من الجدول (3-15) اعلاه ان طريقة التقدير Jac 2 هي الافضل لامتلاكها اقل قيمة للمعايير الثلاثة

3-3-6 تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية

سيتم تقدير دالة المعولية لتوزيع بيتا بواسطتها طريقة Jac 2 للبيانات الحقيقية، وباستعمال برنامج (Mathematica12.2) تم الحصول على قيم مقدر دالة المعولية للبيانات الحقيقية كما مبينة في الجدول (3-16) ادناه.

جدول (3-16)

قيم مقدر دالة المعولية والدالة التوزيعية للبيانات الحقيقية

I	t_i	R(t)	CDF
1	0.34	0.909274	0.0907257
2	0.36	0.896973	0.103027
3	0.36	0.896973	0.103027
4	0.37	0.890498	0.109502
5	0.42	0.854828	0.145172

6	0.45	0.830746	0.169254
7	0.46	0.822265	0.177735
8	0.56	0.724691	0.275309
9	0.58	0.702338	0.297662
10	0.58	0.702338	0.297662
11	0.63	0.642222	0.357778
12	0.65	0.616462	0.383538
13	0.68	0.575966	0.424034
14	0.78	0.424621	0.575379
15	0.81	0.374228	0.625772
16	0.83	0.339335	0.660665
17	0.86	0.285034	0.714966
18	0.86	0.285034	0.714966
19	0.89	0.228363	0.771637
20	0.91	0.189256	0.810744
21	0.94	0.128594	0.871406
22	0.97	0.0655147	0.934485
23	0.98	0.0439479	0.956052
24	0.98	0.0439479	0.956052
25	0.99	0.0221098	0.97789
Sum	17.24	12.49556	12.50444
Mean	0.6896	0.499822	0.500178

يتضح من الجدول (3-16) الأتي:

1- ان دالة المعولية $R(t)$ متناقصة بزيادة الزمن بصورة واضحة وهذا ما يطابق سلوك هذه الدالة كونها متناقصة مع الزمن، وان متوسط قيمها يبلغ (0.499822)

2- ان دالة الكثافة التجميعية CDF متزايدة مع الزمن (اي تتناسب طرديا مع الزمن) وان متوسط قيمها يبلغ (0.500178).

3- بلغ متوسط الوقت للفشل MTTF (0.689884).

4- ان مجموع دالة المعولية والدالة التراكمية يساوي واحد وهذا ما جاء في الجانب النظري.

الفصل الرابع

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات والتوصيات

سيتم في هذا الفصل تقديم اهم الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل اليها الباحث.

1-4 الاستنتاجات

1- اظهر الجانب التجريبي وبالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) تقارب طريقة بيز بدالة خسارة تربيعية (bayes1) مع اسلوب جاك نايف المعتمد على مقدر طريقة العزوم (Jac2).

2- ان قيم متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لتقدير دالة المعولية تتناقص بزيادة حجم العينة ولجميع طرائق التقدير وهذا ما ينسجم مع النظرية الإحصائية.

3- ان دالة المعولية متناقصة مع الزمن ولجميع طرائق التقدير وهذا يتوافق مع ماتم عرضة في الجانب النظري.

4- اظهر الجانب التطبيقي وباستعمال البيانات الحقيقية لتقديرات توزيع بيتا بطريقة جاك نايف المعتمدة على مقدر العزوم افضل من طريقة بيز بدالة خسارة تربيعية.

5- اظهر الجانب التطبيقي ان تقديرات دالة المعولية لتوزيع بيتا للبيانات الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الحقيقية لدالة المعولية للجانب التجريبي.

6- قيم دالة الكثافة التجميعية تقع قيمها بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتتناسب طرديا مع الزمن.

2-4 التوصيات

1- بالإمكان استعمال اسلوب جاك نايف المعتمدة على مقدر العزوم كطريقة بديلة عن طريقة بيز بدالة خسارة تربيعية لتقدير دالة معولية توزيع بيتا في حالة عدم توفر معلومات مسبقة عن التوزيع الاولي.

2- استعمال دوال خسارة اخرى في طريقة بيز غير دوال الخسارة المستعملة في هذه الرسالة لمعرفة سلوك تقدير بيز في ظل وجود تلك الدوال.

3- اجراء تقدير دالة المعولية لجهاز الانعاش الرئوي (CPAP) باستعمال البيانات الحقيقية تحت المراقبة.

4- اعتماد نتائج الدراسة من قبل وزارة الصحة للاستفادة منها.

المصادر

المصادر العربية Arabic References

1. أسماعيل، غفران كمال ، (2012)، " **توظيف اسلوب jackknife لإيجاد مقدرات معولية توزيع رايلي ذات المعلمة الواحدة ومقارنتها ببعض الطرق التقدير الاخرى**" مجلة كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

2. البياتي، حسام نجم عبود، (2002)، "**مقارنة طرائق تقدير أنموذج ويبل للفشل باستخدام المحاكاة**"، أطروحة دكتوراه، كلية الإدارة والاقتصاد– جامعة بغداد.

3. الجاسم، صباح والحميري، عبير (2005)، "**مقارنة أساليب مختلفة لتقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي**"، مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية، المجلد الحادي عشر، العدد/ الأربعون.

4. الجاسم، صباح والدعيس، فؤاد (2002)، "**تقدير دالة المعولية لتوزيع معكوس جاوس**"، مجلة العلوم الإحصائية، الجمعية العراقية للعلوم الإحصائية، العدد–1/ بغداد.

5. الجميلي، صبا صباح احمد (2007)، "**مقارنة بعض طرائق تقدير المعلمة والمعولية لأنموذج ريلي للفشل لبيانات تامة وبيانات تحت المراقبة من النوع الاول باستخدام المحاكاة** "، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد

6. حسين، رقية رعد (2019)،" **تقدير دالة المعولية لبيانات توزيع كومارسومي journal of Economics kumaraswamy**"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد. مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية

7. الدعيس، فؤاد سعيد (2001)، " **مقارنة بين أسلوب بيز وطرائق أخرى لتقدير دالة المعولية باستخدام المحاكاة**"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

8. الشمرتي ، حامد سعد نور ، واخرون (2013)، " **استعمال بعض الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة معولية دراسة مقارنة**"، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية ، عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي السادس لكلية علوم الحاسوب والرياضيات.

9. صالح، ستار محمد (2006)، "**مقارنة اسلوب بيز مع طرائق اخرى لتقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو من النوع الاول** "، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد ،جامعة بغداد.

10. العاني، نهى رؤوف ذكر (2000)، " **تقدير دالة المعولية لحساب توقيتات الصيانة الوقائية لبعض مكائن معمل بابل- 1 في الشركة العامة لصناعة البطاريات**"، رسالة ماجستير ، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

11. القرشي، إحسان كاظم شريف، (2001)، " **الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية**"، اطروحة دكتوراه، كلية الإدارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.

12. لازم، جاسم حسن، (2012)،"**مقارنة بعض طرائق تقدير دالة البقاء للتوزيع الاسي المبتور**"، مجلة كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

13. الناصر ، عبد المجيد حمزة وآخرون، (2002)، " **مقارنة مقدرات معلمة القياس والمعولية لتوزيع ويبل**"، مجلة تنمية الرافدين، المجلد 24/2، العدد 68، ص277-295.

14. النائب، بلسم (2003)، " **تقدير دالة المعولية لتوزيع لوغارتم الطبيعي مع تطبيق عملي**"، رسالة ماجستير ، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

15. هرمز ، أمير حنا ، (1990)، "**الاحصاء الرياضي**"، كلية الإدارة والاقتصاد، مطبعة جامعة الموصل .

16. الهلالي، فراس صدام، (2004)، " **مقارنة طرائق تقدير أنموذج ويبل للفشل بثلاث معالم باستخدام المحاكاة**"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

Foreign References المصادر الأجنبية

17. Ghosh , J.K , Delampady , M & Samanta , J (2006): **An Introduction to Bayesian Analysis** , Theory & Methods , Springer , First Edision

18. Billinton, R., & Allan, R. N. (1992). **Reliability evaluation of engineering systems- Concepts and techniques(Book)**. New York: Plenum Press, 1992.

19. Elsayed, E. A. (2012). **Fundamentals of Reliability Engineering and Applications**. New Jersey.

20. Fabozzi, F. J., Focardi, S. M., Rachev, S. T., Arshanapalli, B. G., & Hoechstoetter, M. (2014). Appendix E: **Model selection criterion: AIC and BIC**. The basics of financial econometrics: Tools, concepts, and asset management applications, 399-403.

21. Famoye, F. (2000). **Goodness-of-fit tests for generalized logarithmic series distribution**. Computational statistics & data analysis, 33(1), 59-67.

22. Hussein, N. A., Hussain, A. H., Abbas, S. A., & Salman, A. M. (2021, March). **Three Prior Selection Estimate Reliability Function of Exponential Distribution**. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1795, No. 1, p. 012020). IOP Publishing.

23. Johnson, N. L., Kotz, S., & Balakrishnan, N. (1995). **Continuous univariate distributions**, volume 2 (Vol. 289). John wiley & sons.
24. Jokiel-Rokita, A., & Magiera, R. (2011). **Selected stochastic models in reliability**.
25. Koch, K. R. (2007). **Introduction to Bayesian statistics**. Springer Science & Business Media.
26. Lawless, J. F. (2011). **Statistical models and methods for lifetime data (Vol. 362)**. John Wiley & Sons.
27. Lee, E. T., & Wang, J. (2003). **Statistical methods for survival data analysis (Vol. 476)**. John Wiley & Sons.
28. Lee, I. S., & Keum, Y. H. (2002). **On Jackknife Reliability Estimation in the Weibull Case**. Journal of the Korean Data and Information Science Society, 13(2), 39-44.
29. Patrick, Z. **Maximum Likelihood & Method of Moments Estimation**.
30. Podder, C. K. (2004). **Comparison of two risk functions using the Pareto distribution**. Pakistan Journal of Statistics, 20(3).
31. Press, S. J., & Tanur, J. M. (2012). **The subjectivity of scientists and the Bayesian approach (Vol. 775)**. John Wiley & Sons.
32. Rausand, M., & Hoyland, A. (2003). **System reliability theory: models, statistical methods, and applications (Vol. 396).** John Wiley & Sons
33. Rytgaard, M. (1990). **Estimation in the Pareto distribution**. ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 20(2), 201-216.

34. Smith, C. D., & Pontius, J. S. (2005). **Jackknife estimator of species richness with S-PLUS. Journal of Statistical Software**, 15(1), 1-12.

35. Stanley, S. (2011). **Mtbf, mttr, mttf & fit explanation of terms**. IMC Networks, 1-6

36. Tong, T., & Wang, Y. (2007). **Optimal shrinkage estimation of variances with applications to microarray data analysis**. Journal of the American Statistical Association, 102(477), 113-122.

الملاحق

اولاً:- برنامج تجارب المحاكاة

```
%%%%%Alaa Addnan%%%%%
Simulation of  ((Beta Distribution))
(*define Beta distribution*)
distbeta=ProbabilityDistribution[α x^(α-1),{x,0,1},Assumptions->α>0];
(***Generating 1000 random samples of size {10,20,25,40,75,100}***)
r = 1000; n1 = 10; n2 = 20; n3 = 25; n4 = 40;n5=75;n6=100;
(**defin the models of generating random samples for
α={0.01,0.5,0.25,1.5,2.5,2,3.5,5}**)
α1=0.01α2=0.5;α3=0.25α4=1.5;α5=2.5;α6=2; α7=3.5; α8=5;a=0.1*E^-11;b=0.1*E^-11;m=1;
distGen1=BetaDistribution[α1,1];
distGen2=BetaDistribution[α2,1];
distGen3=BetaDistribution[α3,1];
distGen4=BetaDistribution[α4,1];
distGen5=BetaDistribution[α5,1];
distGen6=BetaDistribution[α6,1];
SeedRandom[125]; {data1 = RandomVariate[distGen1, {r, n1}];
 data2 = RandomVariate[distGen1, {r, n2}];
 data3 = RandomVariate[distGen1, {r, n3}];
 data4 = RandomVariate[distGen1, {r, n4}];
 data5 = RandomVariate[distGen2, {r, n1}];
 data6 = RandomVariate[distGen2, {r, n2}];
 data7 = RandomVariate[distGen2, {r, n3}];
 data8 = RandomVariate[distGen2, {r, n4}];
 data9 = RandomVariate[distGen3, {r, n1}];
 data10 = RandomVariate[distGen3, {r, n2}];
 data11 = RandomVariate[distGen3, {r, n3}];
 data12 = RandomVariate[distGen3, {r, n4}];
 data13 = RandomVariate[distGen4, {r, n1}];
 data14 = RandomVariate[distGen4, {r, n2}];
 data15 = RandomVariate[distGen4, {r, n3}];
 data16 = RandomVariate[distGen4, {r, n4}];
 data17 = RandomVariate[distGen5, {r, n1}];
 data18 = RandomVariate[distGen5, {r, n2}];
 data19 = RandomVariate[distGen5, {r, n3}];
 data20 = RandomVariate[distGen5, {r, n4}];
 data21 = RandomVariate[distGen6, {r, n1}];
 data22 = RandomVariate[distGen6, {r, n2}];
 data23 = RandomVariate[distGen6, {r, n3}];
 data24 = RandomVariate[distGen6, {r, n4}]};

data25 = Table[Delete[data1[[j]], i], {i, 1, n1}, {j, 1, r}]; data26 = Table[Delete[data2[[j]],
i], {i, 1, n2}, {j, 1, r}]; data27 = Table[Delete[data3[[j]], i], {i, 1, n3}, {j, 1, r}]; data28 =
Table[Delete[data4[[j]], i], {i, 1, n4}, {j, 1, r}]; data29 = Table[Delete[data5[[j]], i], {i, 1,
n1}, {j, 1, r}]; data30 = Table[Delete[data6[[j]], i], {i, 1, n2}, {j, 1, r}]; data31 =
```

```
Table[Delete[data7[[j]], i], {i, 1, n3}, {j, 1, r}]; data32 = Table[Delete[data8[[j]], i], {i, 1,
n4}, {j, 1, r}]; data33 = Table[Delete[data9[[j]], i], {i, 1, n1}, {j, 1, r}]; data34 =
Table[Delete[data10[[j]], i], {i, 1, n2}, {j, 1, r}]; data35 = Table[Delete[data11[[j]], i], {i,
1, n3}, {j, 1, r}]; data36 = Table[Delete[data12[[j]], i], {i, 1, n4}, {j, 1, r}]; data37 =
Table[Delete[data13[[j]], i], {i, 1, n1}, {j, 1, r}]; data38 = Table[Delete[data14[[j]], i], {i,
1, n2}, {j, 1, r}]; data39 = Table[Delete[data15[[j]], i], {i, 1, n3}, {j, 1, r}]; data40 =
Table[Delete[data16[[j]], i], {i, 1, n4}, {j, 1, r}]; data41 = Table[Delete[data17[[j]], i], {i,
1, n1}, {j, 1, r}]; data42 = Table[Delete[data18[[j]], i], {i, 1, n2}, {j, 1, r}]; data43 =
Table[Delete[data19[[j]], i], {i, 1, n3}, {j, 1, r}]; data44 = Table[Delete[data20[[j]], i], {i,
1, n4}, {j, 1, r}]; data45 = Table[Delete[data21[[j]], i], {i, 1, n1}, {j, 1, r}]; data46 =
Table[Delete[data22[[j]], i], {i, 1, n2}, {j, 1, r}]; data47 = Table[Delete[data23[[j]], i], {i,
1, n3}, {j, 1, r}]; data48 = Table[Delete[data24[[j]], i], {i, 1, n4}, {j, 1, r}];

<< Optimization`UnconstrainedProblems`

 maximum likelihood
mlm1 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data1[[i]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator ->
"MaximumLikelihood"], {i, 1, n1}];
mlm2 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data2[[i]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator ->
"MaximumLikelihood"], {i, 1, n2}];
mlm3 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data3[[i]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator ->
"MaximumLikelihood"], {i, 1, n3}];
mlm4 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data4[[i]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator ->
"MaximumLikelihood"], {i, 1, n4}];

jac1 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data25[[i]][[j]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator
-> "MaximumLikelihood"], {i, 1, n1}, {j, 1, r}];
jac2 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data26[[i]][[j]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator
-> "MaximumLikelihood"], {i, 1, n1}, {j, 1, r}];
jac3 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data27[[i]][[j]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator
-> "MaximumLikelihood"], {i, 1, n1}, {j, 1, r}];
jac4 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data28[[i]][[j]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator
-> "MaximumLikelihood"], {i, 1, n1}, {j, 1, r}];

jacm1 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data25[[i]][[j]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator
-> "MethodOfMoments"], {i, 1, n1}, {j, 1, r}];
jacm2 = Table[res =
```

```
   FindDistributionParameters[data26[[i]][[j]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator
-> "MethodOfMoments"], {i, 1, n1}, {j, 1, r}];
jacm3 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data27[[i]][[j]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator
-> "MethodOfMoments"], {i, 1, n1}, {j, 1, r}];
jacm4 = Table[res =
   FindDistributionParameters[data28[[i]][[j]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator
-> "MethodOfMoments"], {i, 1, n1}, {j, 1, r}];

bayes1 = Table[res = (a + n1)/(b - Sum[Log[i], {i, data1}]), {j, 1, 1}];
bayes2 = Table[res = (a + n2)/(b - Sum[Log[i], {i, data2}]), {j, 1, 1}];
bayes3 = Table[res = (a + n3)/(b - Sum[Log[i], {i, data3}]), {j, 1, 1}];
bayes4 = Table[res = (a + n4)/(b - Sum[Log[i], {i, data4}]), {j, 1, 1}];

bayess1 = Table[res = (m + a + n1)/(b - Sum[Log[i], {i, data1}]), {j, 1, r}];
bayess2 = Table[res = (m + a + n2)/(b - Sum[Log[i], {i, data2}]), {j, 1, r}];
bayess3 = Table[res = (m + a + n3)/(b - Sum[Log[i], {i, data3}]), {j, 1, r}];
bayess4 = Table[res = (m + a + n4)/(b - Sum[Log[i], {i, data4}]), {j, 1, r}];

TableForm[{{{Mean[α/. mlm1]},{Mean[α/. mlm2]},{Mean[α/. mlm3]},{Mean[α/.
mlm4]}}
  ,{Mean[{(Subscript[α, 1]-α)^2}/.mlm1],Mean[{(Subscript[α, 1]-
α)^2}/.mlm2],Mean[{(Subscript[α, 1]-α)^2}/. mlm3],Mean[{(Subscript[α, 1]-α)^2}/. mlm4]}}
 ,TableHeadings->{{"α","MSE(α)"},{"10","20","25","40"}},TableDirections->Row
 ]
TableForm[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}],
  Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/.mlm1],
  Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/. mlm2],
  Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/. mlm3],
  Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/.mlm4],
  Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.mlm1],
  Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.mlm2],
  Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.mlm3],
  Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/. mlm4]},
 TableHeadings-
>{{"R_real","10","20","25","40","MSE10","MSE20","MSE25","MSE40"},
{"0.01","0.02","0.03","0.04","0.05","0.06","0.07","0.08","0.09","0.1"}},TableDirections-
>Column
 ]//AccountingForm
TableForm[{{{Mean[Mean[α/. jac1]]},{Mean[Mean[α/. jac2]]},{Mean[Mean[α/.
jac3]]},{Mean[Mean[α/. jac4]]}}
```

```
 ,{Mean[Mean[{(Subscript[α, 1]-α)^2}/.jac1]],Mean[Mean[{(Subscript[α, 1]-
α)^2}/.jac2]],Mean[Mean[{(Subscript[α, 1]-α)^2}/. jac3]],Mean[Mean[{(Subscript[α, 1]-
α)^2}/. jac4]]}}
 ,TableHeadings->{{"α","MSE(α)"},{"10","20","25","40"}},TableDirections->Row
 ]
TableForm[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}],
  Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/.jac1]],
  Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/. jac2]],
  Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/. jac3]],
  Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/.jac4]],
  Mean[Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.jac1]],
  Mean[Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.jac2]],
  Mean[Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.jac3]],
  Mean[Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/. jac4]]},
 TableHeadings-
>{{"R_real","10","20","25","40","MSE10","MSE20","MSE25","MSE40"},
{"0.01","0.02","0.03","0.04","0.05","0.06","0.07","0.08","0.09","0.1"}},TableDirections-
>Column
 ]//AccountingForm
TableForm[{{{Mean[Mean[α/. jacm1]]},{Mean[Mean[α/. jacm2]]},{Mean[Mean[α/.
jacm3]]},{Mean[Mean[α/. jacm4]]}}
 ,{Mean[Mean[{(Subscript[α, 1]-α)^2}/.jacm1]],Mean[Mean[{(Subscript[α, 1]-
α)^2}/.jacm2]],Mean[Mean[{(Subscript[α, 1]-α)^2}/. jacm3]],Mean[Mean[{(Subscript[α, 1]-
α)^2}/. jacm4]]}}
 ,TableHeadings->{{"α","MSE(α)"},{"10","20","25","40"}},TableDirections->Row
 ]
TableForm[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}],
  Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/.jacm1]],
  Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/.
jacm2]],
  Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/.
jacm3]],
  Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]/.jacm4]],
  Mean[Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.jacm1]],
  Mean[Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.jacm2]],
  Mean[Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/.jacm3]],
  Mean[Mean[(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α,1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2/. jacm4]]},
```

```
 TableHeadings-
>{{"R_real","10","20","25","40","MSE10","MSE20","MSE25","MSE40"},
{"0.01","0.02","0.03","0.04","0.05","0.06","0.07","0.08","0.09","0.1"}},TableDirections-
>Column
 ]//AccountingForm
TableForm[{{Mean[Mean[ bayes1]]}, {Mean[Mean[bayes2]]}, {Mean[Mean[bayes3]]},
{Mean[Mean[bayes4]]}}, TableHeadings -> {{"10", "20", "25", "40"}, {"α"}}
 ]
TableForm[{{Mean[Mean[( bayes1-Subscript[α, 1])^2]]},{Mean[Mean[(bayes2-
Subscript[α, 1])^2]]},{Mean[Mean[(bayes3-Subscript[α, 1])^2]]},{Mean[Mean[(bayes4-
Subscript[α, 1])^2]]}},TableHeadings->{{"10","20","25","40"},{"MSE(α)"}}
 ]
TableForm[{Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[ bayes1]], 1], t], {t,
0.01, 0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayes2]], 1], t], {t,
0.01, 0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayes3]], 1], t], {t,
0.01, 0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayes4]], 1], t], {t,
0.01, 0.1, 0.01}]}, TableHeadings -> {{"10", "20", "25", "40"}, {"0.01", "0.02", "0.03",
"0.04", "0.05", "0.06", "0.07", "0.08", "0.09", "0.1"}}
 ]
TableForm[{(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[
bayes1]],1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2,(Table[SurvivalFunction[BetaDist
ribution[Mean[Mean[ bayes2]],1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2,(Table[SurvivalFunction[BetaDist
ribution[Mean[Mean[ bayes3]],1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2,(Table[SurvivalFunction[BetaDist
ribution[Mean[Mean[ bayes4]],1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2},TableHeadings-
>{{"10","20","25","40"},
{"0.01","0.02","0.03","0.04","0.05","0.06","0.07","0.08","0.09","0.1"}}
 ]//AccountingForm
TableForm[{{Mean[Mean[ bayess1]]}, {Mean[Mean[bayess2]]},
{Mean[Mean[bayess3]]}, {Mean[Mean[bayess4]]}}, TableHeadings -> {{"10", "20",
"25", "40"}, {"α"}}
 ]
TableForm[{{Mean[Mean[( bayess1-Subscript[α, 1])^2]]},{Mean[Mean[(bayess2-
Subscript[α, 1])^2]]},{Mean[Mean[(bayess3-Subscript[α, 1])^2]]},{Mean[Mean[(bayess4-
Subscript[α, 1])^2]]}},TableHeadings->{{"10","20","25","40"},{"MSE(α)"}}
 ]
TableForm[{Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[ bayess1]], 1], t], {t,
0.01, 0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayess2]], 1], t],
{t, 0.01, 0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayess3]], 1],
t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayess4]],
1], t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}]}, TableHeadings -> {{"10", "20", "25", "40"}, {"0.01", "0.02",
"0.03", "0.04", "0.05", "0.06", "0.07", "0.08", "0.09", "0.1"}}
 ]
```

```
TableForm[{(Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[
bayess1]],1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2,(Table[SurvivalFunction[BetaDist
ribution[Mean[Mean[ bayess2]],1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2,(Table[SurvivalFunction[BetaDist
ribution[Mean[Mean[ bayess3]],1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2,(Table[SurvivalFunction[BetaDist
ribution[Mean[Mean[ bayess4]],1],t],{t,0.01,0.1,0.01}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,0.01,0.1,0.01}])^2},TableHeadings-
>{{"10","20","25","40"},
{"0.01","0.02","0.03","0.04","0.05","0.06","0.07","0.08","0.09","0.1"}}
  ]//AccountingForm
{ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.1, 1, 0.1}],
Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /. jac1]],
Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /. jacm11]],
Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayes1]], 1], t], {t, 0.1, 1, 0.1}],
Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayess1]], 1], t], {t, 0.1, 1, 0.1}],
Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.1, 1, 0.1}] /. mlm1]},
{Frame -> True, PlotRange -> Automatic, PlotLegends -> Placed[{"R_real", "R_jacl",
"R_jacm", "R_bayes1", "R_bayes2", "R_MLE"}, Center], Mesh -> Full, ImageSize ->
500}], ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}],
Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}] /.
jac2]], Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}]
/. jacm2]], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayes2]], 1], t], {t, 0.01,
0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayess2]], 1], t], {t,
0.01, 0.1, 0.01}]}, {Frame -> True, PlotRange -> Automatic, PlotLegends ->
Placed[{"R_real", "R_jacl", "R_jacm", "R_bayes1", "R_bayes2"}, Center], Mesh -> Full,
ImageSize -> 500}], ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.01, 0.1,
0.01}], Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}]
/. jac3]], Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.01, 0.1,
0.01}] /. jacm3]], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayes3]], 1], t],
{t, 0.01, 0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayess3]], 1],
t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}]}, {Frame -> True, PlotRange -> Automatic, PlotLegends ->
Placed[{"R_real", "R_jacl", "R_jacm", "R_bayes1", "R_bayes2"}, Center], Mesh -> Full,
ImageSize -> 500}], ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1, t], {t, 0.01, 0.1,
0.01}], Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}]
/. jac4]], Mean[Mean[Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1], t], {t, 0.01, 0.1,
0.01}] /. jacm4]], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayes4]], 1], t],
{t, 0.01, 0.1, 0.01}], Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[Mean[Mean[bayess4]], 1],
t], {t, 0.01, 0.1, 0.01}]}, {Frame -> True, PlotRange -> Automatic, PlotLegends ->
Placed[{"R_real", "R_jacl", "R_jacm", "R_bayes1", "R_bayes2"}, Center], Mesh -> Full,
ImageSize -> 500}]}
```

ثانياً:- برنامج الجانب التطبيقي

```
dist = BetaDistribution[α, 1];
a=0.1*E^-11;b=0.1*E^-11;
dataa = {0.94, 0.46, 0.34, 0.98, 0.63, 0.98, 0.99, 0.78, 0.97, 0.83, 0.56, 0.36, 0.65, 0.91,
0.42, 0.58, 0.36, 0.86, 0.68, 0.86, 0.37, 0.81, 0.58, 0.89, 0.45}; data = Sort[dataa];
dataj = Table[Delete[data, i], {i, 1, Length[data]}];
n = Length[data];
jac = Table[res =
   FindDistributionParameters[dataj[[i]], BetaDistribution[α, 1], ParameterEstimator ->
"MethodOfMoments"], {i, 1, Length[data]}]; est1 = Mean[α /. jac]
bayes1 = (a + Length[data])/(b - Sum[Log[i], {i, data}]); est2 = Mean[{bayes1}]
{
 PearsonChiSquareTest[data, BetaDistribution[α, 1] /. α -> est1, "HypothesisTestData"],
 PearsonChiSquareTest[data, BetaDistribution[α, 1] /. α -> est2, "HypothesisTestData"]}
Show[
 Histogram[data, {0, 1, 0.2}, "PDF", ChartStyle -> Hue[.15]],
 Plot[{PDF[BetaDistribution[α, 1] /. α -> est1, x], PDF[BetaDistribution[α, 1] /. α -> est2,
x]},
  {x, 0, 1}, PlotStyle -> Thick, PlotRange -> All, PlotTheme -> "Web", PlotLegends ->
Placed[{"Beta jac", "Beta bayes"}, Center]]]
{□ = DistributionFitTest[data, BetaDistribution[α, 1] /. α -> est1, "HypothesisTestData"];
□["TestDataTable", All], □ = DistributionFitTest[data, BetaDistribution[α, 1] /. α -> est2,
"HypothesisTestData"]; □["TestDataTable", All]}
□ = EmpiricalDistribution[data];
Plot[{SurvivalFunction[□, x], SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1] /. α -> est1, x],
SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1] /. α -> est2, x]}, {x, 0, 1}, Exclusions -> None,
PlotStyle -> Thick,
 {Frame -> True, PlotRange -> Full, PlotLegends -> Placed[{"Empirical ", "Beta-jac",
"Beta-bayes"}, Center]}, Exclusions -> None, PlotStyle -> Thick, PlotTheme ->
"Business"]
#[□] & /@ {Mean, Variance, Skewness, Kurtosis, Median, StandardDeviation}
{TableForm[{Table[SurvivalFunction[BetaDistribution[α, 1] /. α -> est1, t], {t, {data}}]},
TableDirections -> Column]
 , TableForm[{Table[CDF[BetaDistribution[α, 1] /. α -> est1, t], {t, {data}}]},
TableDirections -> Column]}
meanlifetime = Mean[BetaDistribution[α, 1] /. α -> est1]
TableForm[{{aic1=2+(2)*LogLikelihood[BetaDistribution[α,1],data]/.α->est1,aic1+4/(n-
2),(-2)*LogLikelihood[BetaDistribution[α,1],data]/.α->est1+Log[n],(-
n)*LogLikelihood[BetaDistribution[α,1],data]/.α->est1+2 Log[Log[n]]},
  {aic2=2+(2)*LogLikelihood[BetaDistribution[α,1],data]/.α->est2,aic2+4/(n-2),(-
2)*LogLikelihood[BetaDistribution[α,1],data]/.α->est2+Log[n],(-
n)*LogLikelihood[BetaDistribution[α,1],data]/.α->est2+2 Log[Log[n]]}},
 TableHeadings->{{"jac","bayes"},{"AIC","AICc","BIC","HQ"}}]
```

Abstract

The beta distribution is one of the continuous probability distributions with two parameters of the form (β, α) and defined by the time period [0,1]. The reliability function of the beta distribution, given the parameter (1=β) using two methods, the first is the Jackknife method, which is based on the maximum potential estimator (Jac1) and the Jackknife method is based on the moment estimator (Jac2), and the second is the Bayes method with a loss function Quadratic (bayes1) and pes with a modified quadratic loss function (bayes2) The simulation method was employed by the Monte-Carlo method and the (Mathematica 12.2) program was used to design a number of simulation experiments using different default values for parameters and sample sizes (10,20,25,75,100) and the experiment was repeated (1000) times to obtain high homogeneity in order to compare the estimation methods to show which estimators are the most accurate in use in estimating the shape parameter (α) and the reliability function for this distribution among the methods used in this thesis. Depending on my score To determine the best of them, they are the mean squared error (MSE) and the mean squared integral error (IMSE). The results showed the convergence of the bayes1 method) and the (jac2) method in terms of preference in estimating a function Reliability compared with the rest of the estimation methods, and a practical application of data on the pulmonary resuscitation system (CPAP) was carried out using the best methods that were reached on the experimental side in estimating the reliability function of the beta distribution, where it was shown the preference of the Jack Knife method (Jac2) over the Bayes1 in estimating the reliability function of the beta distribution of real data by using comparison criteria.

Republic of Iraq
Ministry of higher Education and Scientific Research
University of Karbala
Faculty of Administration and Economics
Department of statistics

Using the Jacknife method and the Bayesian method to estimate the reliability of the beta distribution

A Thesis Submitted to
Council of The Administration and Economics/ Karbala University as Partial fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in

Statistics

Presented by

Alaa Adnan Aoda

Supervised By
Ass. Prof. Dr. Enas Abdel- Hafez Mohamed

1443 Ad **2021 Ad**

Holy Karbala