



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

التحويل التربيعي للتوزيع المركب الجديد (اسي-فريجت)

رسالة مقدمة إلى

مجلس كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات
نيل درجة ماجستير في علوم الإحصاء
تقدمت بها الباحثة

هدير سعدي صاحب النصراوي

بإشراف

أ.د مهدي وهاب نعمة نصرالله

2022م

1443هـ

كربلاء المقدسة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ علم أن لن تحصوه فتاب عليكم فأقرأوا ﴾

﴿ ما تيسر من القرآن ﴾

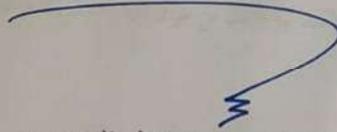
صَلَّى اللَّهُ عَلَى الْعَلِيِّ الْعَظِيمِ

سورة المزمل

الآية ﴿73﴾

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالبة " هدير سعدي صاحب " الموسومة بـ (التحويل التربيعي للتوزيع المركب الجديد (اسي-فريجت)) ارشح هذه الرسالة للمناقشة.



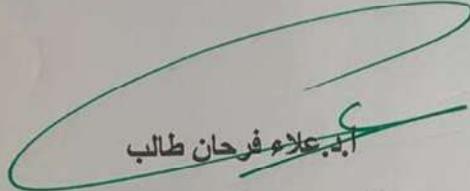
أ.د محمد حسين كاظم الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.



عميد كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2022 / 3 / 6

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة
(التحويل التربيعي للتوزيع المركب الجديد (اسي-فريجت)) والمقدمة من قبل
الطالبة "هدير سعدي صاحب" وناقشنا الطالبة في محتوياتها وفيما له علاقة بها،
ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء



أ.د. جاسم ناصر حسين

عضواً

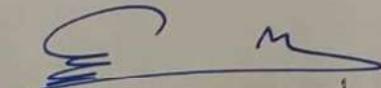
2022 / 3 / 16



أ.د. سجي محمد حسين علي

رئيساً

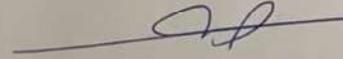
2022 / 3 / 16



أ.د. مهدي وهاب نصر الله

عضواً ومشرفاً

2022 / 3 / 16



أ.م.د. صدى فياض محمد

عضواً

2022 / 3 / 16

الإهداء

إلى من أنامر بوجهه السموات والأرضين .

إلى هادي البشرية ومنتقذها من الشرك والضلال الى رسول الإنسانية محمد بن عبد الله (صلى الله عليه
واله وسلم) .

الى من يدوم معه الحق حيث دامر

الى وصي الرسول العظيم، الى سيدي ومولاي أمير المؤمنين علي بن ابي طالب (عليه السلام) .

الى من أوصاني ربي بهما خيراً، وحبوني بطيب الولادة

والتربية والنصح الى والديّ الكرمين، أطال الله عمرهما بالخير .

الى مرفيق دربي وشريك في منجزتي وحياتي وضياء سراجي . . . نروحي الغرير .

الى من أظهر والي ما هو جميل من الحياة . . . نرملائي .

الباحثة

شكر و عرفان

الحمد لله الأول قبل الإنشاء والآخر بعد فناء الأشياء العليم الذي لا ينسى من ذكره ولا يتقص من شكره
والصلاة والسلام على أشرف الخلق أجمعين محمد الأمين وأهل بيته الطيبين الطاهرين . خير ما ابتدئ به أن أشكر
الله (عز وجل) على نعمته بما منَّ عليَّ من صبر تحطيت به صعوبات البحث .

اذ يطيب لي وقد انتهيت من انجاء رسالتي أن أتوجه بمخلص الشكر والامتنان لمشرفي الفاضل الأستاذ
الدكتور **مهدي وهاب نصر الله** لقبوله الإشراف على هذه الرسالة، ولما بذله من جهد في قراءة مسوداته وإبداء
ملاحظاته وتوجيهاته الدقيقة التي فتحت أمامي آفاقاً واسعة في ترصين البحث وتوجيهه، فقد كان أثره واضحاً
في البحث .

كما واتقدم بالشكر والامتنان للأستاذة الأفاضل لجنة المناقشة المحترمين (**رئيساً وأعضاء**) على تفضلهم
بقبول مناقشة هذه الرسالة وما سيبدونه من ملاحظات وآراء علمية قيمة تسهم في إغناء هذه الرسالة، ولا
يفوتني أن أقدم الشكر والتقدير (**لأستاذة قسم الإحصاء**) لما قدموه لي من العلم والمعرفة بكل
فانٍ وإخلاص على مدى السنوات السابقة .

شكري وتقديري الى كادر (**شعبة الدراسات العليا**) في الكلية .

كما وان الشكر موصول إلى زملائي (**طلبة الدراسات العليا**) في قسم الإحصاء لما لمستهم منهم من
روح التعاون والمساندة متمنية لهم التوفيق والسداد واحص بالشكر الأستاذ **منتظر جمعه مهدي** والأستاذ
علي حسين نوري لما قدموه من مساعده خلال مرحلة الكتابة .

الباحثة

قائمة المحتويات

رقم الصفحة	العنوان
أ	الآية
ب	الإهداء
ج	شكر و عرفان
د-و	قائمة المحتويات
و	قائمة الجداول
ز	قائمة الأشكال
ح	قائمة الرموز
ط	المستخلص
12-2	الفصل الأول : منهجية البحث
2	المقدمة
3	مشكلة الرسالة
3	اهداف الرسالة
4-12	الاستعراض المرجعي
14-42	الفصل الثاني : الجانب النظري
14	التمهيد
14	المفاهيم الأساسية
14	التوزيع الاسي
15	توزيع فريجت
17	بناء التوزيع المركب الجديد
25	دالة تحويل الرتب
25	دالة تحويل الرتب التربيعية
26	بناء دالة تحويل الرتب التربيعية
27	اشتقاق التوزيع المركب(اسي-فريجت)المحول التريبيعي
34	طرائق التقدير للتوزيع المركب المحول الجديد

34	طريقة الامكان الاعظم	1-6-2
37	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	2-6-2
39	طريقة اندرسون دارلنك	3-6-2
41	معيار مقارنة طرائق التقدير	7-2
42	اختبارات حسن التطابق	8-2
44-59	الفصل الثالث : الجانب العملي (التجريبي)- التطبيقي	
44	التمهيد	1-3
44	الجزء الأول - الجانب التجريبي	2-3
44	مفهوم المحاكاة	1-2-3
45	وصف مراحل تجربة المحاكاة	2-2-3
48	تحليل نتائج المحاكاة	3-2-3
51	الجزء الثاني - الجانب التطبيقي	3-3
51	تمهيد	1-3-3
51	البيانات المحلية	2-3-3
53	اختبار حسن التطابق	3-3-3
57	تقدير دالة البقاء للبيانات الحقيقية	4-3-3
60-62	الفصل الرابع : الاستنتاجات و التوصيات	
61	الاستنتاجات	1-4
62	التوصيات	2-4
63-68	المصادر	
69-84	الملحق A	
85-92	الملحق B	
A	المستخلص باللغة الانجليزية (Abstract)	

قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	الجدول
46	القيم الافتراضية الأولية للمعلمات	(1-3)
48	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية	(2-3)
50	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير ولجميع قيم المعلمات الافتراضية	(3-3)
51	اوقات الحياة للمرضى المصابين بالفشل الكلوي	(4-3)
53	ابرز نتائج المؤشرات الإحصائية	(5-3)
54	قيم اختبارات حسن المطابقة	(6-3)
57	مقدرات دالة البقاء ودالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية	(5-3)

قائمة الأشكال

رقم الصفحة	عنوان الشكل	الشكل
20	منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب	(1-2)
21	منحنى الدالة التراكمية للتوزيع المركب	(2-2)
22	منحنى دالة البقاء للتوزيع المركب	(3-2)
23	منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المركب	(4-2)
28	منحنى الدالة التراكمية للتوزيع المركب المحول $\theta = 1$	(5-2)A
28	منحنى الدالة التراكمية للتوزيع المركب المحول $\theta = -1$	(5-2)B
29	منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول $\theta = 1$	(6-2)A
30	منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول $\theta = -1$	(6-2)B
32	منحنى دالة البقاء للتوزيع المركب المحول $\theta = 1$	(7-2)A
32	منحنى دالة البقاء للتوزيع المركب المحول $\theta = -1$	(7-2)B
33	منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المركب المحول $\theta = 1$	(8-2)A
34	منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المركب المحول $\theta = -1$	(8-2)B
55	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول مقارنة بالتوزيع المركب للبيانات الحقيقية	(1-3)
55	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول مقارنة ببعض التوزيعات الأخرى للبيانات الحقيقية	(2-3)
56	الدالة التراكمية للتوزيع المركب المحول مقارنة بالتوزيع التجريبي للبيانات الحقيقية	(3-3)
56	دالة البقاء للتوزيع المركب المحول مقارنة بالتوزيع التجريبي	(4-3)

قائمة الرموز

Mean	المعنى	الرمز
Cumulative distribution function	دالة التوزيع التراكمي	$F(.)$
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(.)$
Cumulative density function of composite distribution	الدالة التراكمية للتوزيع المركب	$G(.)$
Probability density function of composite distribution	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب	$g(.)$
First shape parameter	معلمة الشكل الأولى	α
Transmutation parameter(Second shape parameter)	معلمة التحويل (معلمة الشكل الثانية)	θ
First scale parameter	معلمة القياس الأولى	β
Second scale parameter	معلمة القياس الثانية	λ
Assumed value	القيم الافتراضية	δ
Estimated value	القيم المقدرة	$\hat{\delta}_i$
Survival function	دالة البقاء	$S(.)$
Hazard rate function	دالة المخاطرة	$h(.)$
Expected value	القيمة المتوقعة	$E(.)$
Variance	التباين	$V(.)$
Central r moment	العزم المركزي الرائي	μ^r
Quadratic ranking transmutation map	خاطة تحويل الرتب التربيعية	QRMT
Transmutation Exponentiated- Frechet distribution	التوزيع المحول (الاسي- فريجت)	TEFD
Maximum likelihood estimation	مقدرة الامكان الأعظم	MLE
Weighted least square estimation	مقدرة المربعات الصغرى الموزونة	WLSE
Anderson darling estimation	مقدرة اندرسون دالنيك	ADE
Empirical distribution function	دالة التوزيع التجريبي	EDF
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Replicate the experiment	تكرار التجربة	R
Anderson darling statistic	إحصاءه اندرسون دالنيك	AD
Carmer-von mises statistic	إحصاءه كرامر-فون ميس	W_d^*

المستخلص: -

في هذه الرسالة تم بناء دالة احتمالية للتوزيع المركب وهو توزيع (الاسي - فريجت) ذو الثلاث معلمات معلمة شكل ومعلمتين قياس عن طريق دمج توزيعين هما التوزيع (الاسي) وتوزيع (فريجت) وينتج التوزيع المركب (الاسي - فريجت) وبعدها قمنا بدراسة خاطة تحويل الرتب من الدرجة الثانية (التربيعية) وطبقت على التوزيع المركب بإضافة معلمة التحويل كما تسمى بمعلمة الشكل فيصبح التوزيع ذو الابع معلمات معلمتين شكل α, θ ومعلمتين قياس β, λ الذي يمتاز بالمرونة والكفاءة عن التوزيعات المفردة , كذلك تم استعمال ثلاث طرائق للتقدير لتقدير معلمات التوزيع طريقة الامكان الاعظم (ML) , طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS), طريقة اندرسون دالنيك (AD), ومن أجل المقارنة بين طرائق التقدير تم توظيف أسلوب محاكاة مونت كارلو (Monty Carlo) باستخدام برنامج (Mathematica 12.2) تم استخدام ثمانية نماذج باستخدام احجام عينات مختلفة (صغيرة , متوسطة , كبيرة) واختيار قيم مختلفة لمعلمات التوزيع , والهدف من ذلك دراسة نمط سلوك المقاييس وباستخدام المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) كانت الأفضلية في تقدير المعلمات طريقة اندرسون دالنيك Anderson-Darling عند احجام العينات الصغيرة وطريقة الامكان الاعظم Maximum Likelihood عند احجام العينات الكبيرة.

طبقاً للتوزيع على بيانات حقيقة متمثلة بمرض الفشل الكلوي مأخوذة هذه البيانات من رسالة **أدهم محمد صاحب البياتي** وكان حجم العينة (91) شخصاً تمثل أوقات بقاء المريض على قيد الحياة لحين الوفاة وباستخدام معايير حسن المطابقة تم اثبات افضلية التوزيع المركب المحول في تمثيل البيانات مقارنة بالتوزيع المركب قبل التحويل .

كما تم تقدير دالة بقاء البيانات الحقيقية باستخدام أفضل الطرق التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي (طريقة الامكان الاعظم) وقد وجدنا ان متوسط بقاء المريض على قيد الحياة هو (0.49944) اي نسبة بقاء المريض على قيد الحياة تبلغ 50% تقريبا .

الفصل الأول

منهجية الرسالة

الفصل الأول

منهجية الرسالة

(Introduction)

(1-1) المقدمة:-

أهم مرحلة من مراحل التحليل الإحصائي هي مرحلة نمذجة البيانات باستخدام التوزيعات الإحصائية لتمثيل بيانات الظاهرة المدروسة والتنبؤ بها. ففي العقد الأخير عمل الباحثين على دراسة التوزيعات المركبة (Composite Distributions) التي نالت أهمية مميزة لتطبيقاتها في المجالات الصناعية والهندسية والتجارية والطبية وتنتج التوزيعات المركبة من تركيب توزيعين أو أكثر إذ تم اللجوء لهذه التوزيعات لكونها أكثر مرونة ولكونها احد نماذج الفشل لدالة البقاء ان كانت تخص الكائن الحي ولدالة المعولية ان كانت تخص الآلات والمعدات . في هذا الرسالة تم استعمال تركيب توزيعين هما التوزيع الأسّي وتوزيع فريجت في العقود القليلة الماضية كان هناك اهتمام متزايد بين الاحصائيين في تطوير عائلات جديدة من التوزيعات عن طريق اضافة معلمة او اكثر الى التوزيعات والهدف من إضافة تلك المعلمة هي جعل التوزيعات أكثر مرونة .

اكتسب تحويل التوزيعات الأساسية انتشاراً في العقد الماضي وقد درس العديد من المؤلفين بعض التوزيعات المحولة مثل الأسّي ، وبيبل ، جاما ، بلانكو ، الطبيعي وغيرها الكثير. في هذه الرسالة سوف نركز على التحويل التريبيعي من التوزيع المركب حيث تتيح خريطة تحويل الرتبة التريبيعية إدخال معلمة إضافية في نموذجها الأصلي لتعزيز المرونة في تحليل البيانات في مختلف التخصصات مثل العلوم البيولوجية ، العلوم الاكتوارية ، التمويل والتأمين.

ولتحقيق الهدف المرجو من الرسالة حيث تم تقسيم الرسالة الى أربعة فصول يتضمن الفصل الأول المقدمة، مشكلة الرسالة، هدف الرسالة، الاستعراض المرجعي لأهم المصطلحات والبحوث ذات العلاقة بالموضوع والدراسات السابقة التي استطاع الباحث الحصول عليها .

الفصل الثاني تضمن الجانب النظري من الرسالة الذي استعرض فيه بناء الأنموذج الاحتمالي المركب (Exponentiated Frechet), واستعراض بعض الخصائص للتوزيع المركب , وبعدها تم تطبيق خطة تحويل الرتب التربيعية على التوزيع المركب (Exponentiated Frechet) وتضمن ايضا عرض طرائق التقدير المستعملة لتقدير معالم طريقة الامكان الاعظم (Maximum likelihood), طريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted least square), طريقة اندرسون دالينك (Anderson darling).

بينما تضمن الفصل الثالث الجانب التجريبي والجانب التطبيقي حيث تضمن الجانب التجريبي مفهوم المحاكاة وتطبيق أسلوب محاكاة مونت كارلو (Mont Carlo) للمقارنة بين طرائق التقدير التي تم التطرق اليها في الفصل الثاني باستعمال المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (Mean Squar Error).

اما الجانب التطبيقي حيث تضمن تطبيق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية تتمثل في أوقات البقاء على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى لحين الوفاة للمرضى المصابين بمرض الفشل الكلوي وايضا تم تقدير دالة البقاء لهذه البيانات باستعمال افضل طريقة ظهرت في الجانب التجريبي .

الفصل الرابع فقد تضمن استعراض أبرز ما جاء به البحث من استنتاجات وكذلك التوصيات التي من الممكن اخذها بنظر الاعتبار.

Problem of the Thesis (2-1) مشكلة الرسالة :

تكمن مشكلة الرسالة ان التوزيعات الاحتمالية التقليدية تفسر نوعاً ما ضعفها في ايجاد افضل مقدر يمثل دالة البقاء لبيانات مرضى الفشل الكلوي اذ استعمل التوزيع المركب المحول التربيعي (اسي – فريجت) لكونه اكثر مرونة ودقة في وصف وتمثيل البيانات وهو افضل من التوزيعات الاحتمالية التقليدية المفردة.

Objectives of the Thesis (3-1) أهداف الرسالة :-

تهدف الرسالة الى الآتي :-

- 1-بناء توزيع احتمالي جديد وهو التوزيع المركب الآسي-فريجت (Composite distribution exponential -Frechet).

2- استعمال طريقة التحويل من الدرجة الثانية (Quadratic transformation) .

3- اختيار أفضل طريقة تقدير لمعاملات التوزيع المركب المحول التربيعي آسي - فريجت باستخدام طرائق التقدير (الامكان الاعظم, المربعات الصغرى الموزونة , انحدار سون دال لثالث) بالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ واستخدام اسلوب المحاكاة بأحجام عينات مختلفة صغيرة ومتوسطة وكبيرة.

4- تطبيق مخرجات الجانب التجريبي على عينة حقيقية من مرضى الفشل الكلوي للمدة (من 2015/17/1 ولغاية 2017/12/27) من اجل تطبيق طريقة التقدير الافضل على البيانات الحقيقية.

Review of literature

(4-1) الاستعراض المرجعي :

يتضمن هذا المبحث ما قدمه الباحثون السابقون والنتائج التي توصلوا اليها , حيث ان الدراسات السابقة دوياً مهمماً في البحث العلمي وفي ما يأتي الدراسات السابقة ضمن مجال الرسالة :-

Composite distribution

الدراسات المتعلقة بالتوزيع المركب

* نشر (KOTZ, SARALEES) في عام (2004) [40] بحثاً تضمن انموذجاً احتمالياً مركباً (بيتا- كامبل) حيث قام باشتقاق بعض الخصائص المتمثلة بدالة التوزيع الاحتمالي ودالة معدل الخطر والعزم وكذلك التوزيع المتقارب لإحصاءات الرتب المتطرفة وتم تقدير معالم النموذج بطريقة الإمكان الأعظم وتم تطبيق النموذج على بيانات في الجانب الهندسي.

* قدم (Saralees) عام (2005) [40] بحثاً تضمن توزيع احتمالي مركب

(on the moments exponentiaied weibull distribution)

وتم دراسة الخصائص الرياضية وقدرات بطريقة العزوم معالم التوزيع الجديد.

* قدم Woo وآخرون عام (2006) [43] بحثاً بعنوان

(Exponentiaied Weibull distribution) وتمت دراسة الخصائص الرياضية للتوزيع منها دالة الكثافة الاحتمالية وتم العثور على حالات خاصة لهذا التوزيع مع توزيعات Weibull وGamma ذات المعلمتين فيما يتعلق بمعدل الفشل وتم تقدير معالم التوزيع

وباستعمال طريقة الإمكان الأعظم وتم تطبيقه على بيانات غير مراقبة تخص كسر ضغط ألياف الكربون .

* اقترح (Carl وآخرون) في عام (2007) ^[35] توزيعاً احتمالياً مركباً (Beta- weibull distribution) وسوا خصائص التوزيع كدالة الكثافة الاحتمالية ، دالة العزم ، المعولية والمخاطرة كما قدّمت المعلمات بطريقة الامكان الاعظم وطبق الأنموذج على بيانات تخص فشل حركة الحافلات .

* قام كل من (Alfred وآخرون) في عام (2008) ^[13] بنشر بحث يتضمن بناء أنموذج احتمالي مركب جديد لتوزيع (بيتا- بلّايتوا) (Beta-Pareto) ذي ٤ بعة معالم وكذلك تمّت دراسة خصائص الأنموذج كالمتوسط والانحراف المتوسط والتباين والانحراف والتفرطح والانتروبييا. يتم توفير العلاقة بين المعلمات والعزم وقدّمت معالم الأنموذج بطريقة الإمكان الأعظم والعزم وتم تطبيق الأنموذج على بيانات متمثلة بالفيضانات.

* نشر (Alessandro وآخرون) عام (2009) ^[18] بحثاً تضمن أنموذجاً احتمالياً مركباً (Beta - Generalized Exponential) ما يسمى ب بيتا - الاسي المعمم كما يتضمن توزيعات بيتا الأسية والتوزيعات الأسية المعممة كحالات خاصة من الانموذج المذكور وقد تمّت دراسة الخصائص الرياضية واشتقاق الدالة المولدة للعزوم والعزم وبالتالي تعميم النتائج في الادبيات وتم تقدير معالم الأنموذج باستعمال طريقة الإمكان الأعظم وتم تطبيقه على بيانات قوة الالياف الزجاجية، أن هذا النموذج مرّن تماماً ويمكن استخدامه بشكل فعال في تحليل البيانات الإيجابية بدلاً من التوزيعات الأسية والأسية بيتا المعممة.

* نشر (Gauss وآخرون) عام (2010) ^[44] توزيعاً مركباً (beta - Burr XII) ذا خمسة معالم يحتوي التوزيع الجديد على بعض النماذج الفرعية الخاصة المعروفة جيداً التوزيعات التي تمت مناقشتها في الأدبيات ، مثل التوزيعات اللوجستية و Weibull و Burr XII ، وفيه تم اشتقاق خصائص التوزيع كالدالة المولدة للعزوم ودالة معدل الخطر والانحراف المتوسط ومنحنيات Bonferroni و Lorenz وبعض الخصائص الأخرى وتمّ تقدير معالم للأنموذج الجديد بطريقة الإمكان الأعظم وكذلك تطبيق الأنموذج على سرطان الدم النخاعي .

* قدم (Saboor وآخرون) عام (2011) ^[45] توزيعاً احتمالياً مركباً (Gamma- weibull) ويُعدّ توزيع كاما و ٤ ايلي نصف طبيعي ويمكن أيضاً الحصول على

توزيعات Maxwell حالة خاصة من هذا التوزيع وتم دراسة خصائص التوزيع كدالة الكثافة الاحتمالية ودالة الخطر والبقاء والمتوسط والتباين واستعملوا في عملية التقدير طريقة الإمكان الأعظم وتم التطبيق على بيانات تخص اتجاهات الكرات وبيانات تخص السرطان.

* قدم الباحثان (Wanbo and Daimin) عام (2012) [36] توزيعاً مركباً

(Weibull – Poisso) وتم توفير معالجة رياضية شاملة للتوزيع المقترح وتم اشتقاق دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي وبعض الخصائص الرياضية، وتم تطوير طريقة الإمكان الأعظم استخدام خوارزمية EM لتقدير معالم الأنموذج وتجري دراسات محاكاة مكثفة لتقييم أداء تقدير المعلمات. يتم توضيح استخدام التوزيع المقترح بأمثلة .

* اقترح (Alzatreh وآخرون) عام (2013) [15] أنموذجاً احتمالياً جديداً لتوزيع

(Weibull -Pareto) وتم دراسة الخصائص من حيث دالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية واشتقاق العزوم من الدرجة r^{th} والمنوال وتقدير معالم النموذج بطريقة الإمكان الأعظم وطبق على بيانات حقيقية تمثل ترددات درجات الحرارة .

* قام (Alzatreh وآخرون) عام (2014) [48] ببناء توزيع احتمالي مركب جديد

(A New Weibull- Pareto distribution) ثلاثي المعلمات وتم إيجاد بعض الخصائص الهيكلية مثل دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التجميعية وغيرها وتم استعمال طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالم الأنموذج وتم تطبيقه على عينه من المرضى المصابين بمرض سرطان المثانة وبيانات نهر ويتون.

* نشر (Amina وآخرون) عام (2015) [42] بحثاً تضمن توزيعاً احتمالياً مركباً

(The weibull -exponential distribution) حيث تم دراسة خصائص التوزيع المركب وقد تم معالم التوزيع بطريقة الإمكان الأعظم وطبق على نوعين من البيانات الأولى تخص ألياف الكربون والأخرى تخص قوة الألياف الزجاجية واثبتوا مرونة هذا التوزيع وأفضليته من التوزيع المفرد .

* قدم الباحثان (Neamat and Raghi) عام (2016) [46] بحثاً لتوزيع ويبل المركب

(Weibull Compound) وتمت دراسة الخصائص الرياضية وقد تم معالم التوزيع المركب باستعمال طريقة العزوم , بيز , والإمكان الأعظم واثبتوا انه أكثر تناسقا من توزيع ويبل المفرد وطبق على بيانات تخص الكابلات الكهربائية .

* قدم الباحث (محمد و فدم) عام(2017)^[1] بحثاً تضمن توزيعاً احتمالياً مركباً من تركيب توزيع بواسون المقطوع عند الصفر مع توزيع وبيبل لينتج توزيع حياة جديد ذي ثلاثة معالم وكذلك است الخصائص الرياضية للتوزيع المركب كدالة البقاء والدالة التجميعية وتم استخدام طرائق التقدير لتقدير معالم التوزيع ك طريقة الامكان الاعظم وطريقة مربع كاي باستخدام خوارزمية طريقة النسب المثوية وطبق التوزيع على بيانات مولدة باستخدام المحاكاة.

* قدم الباحثان (Hassan and Abd-Allah) عام(2018)^[29] بحثاً لتوزيع احتمالي مركب (Exponentiated- weibull lomax distribution) المكون من خمس معالم الناشئة عن عائلة Weibull المتولدة من Exponentiated حيث تمت دراسة خصائص التوزيع كدالة الكثافة الاحتمالية ودالة المعولية ودالة المخاطرة والدالة المولدة للعزوم وتقدير معالم التوزيع المركب بطريقة الامكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة المربعات الصغرى الموزونة وطبق على نوعين من البيانات الحقيقية البيانات الأولى متمثلة بـكلوريد الفينول التي تم الحصول عليها من نظيفة آب مراقبة المياه الجوفية والثانية تتضمن بيانات غير خاضعة للمراقبة متمثلة بألياف الكابون.

*قدم الباحث (أحمد عاجل) عام(2019)^[6] بحثاً لتوزيع احتمالي مركب(Weibull-Rayleigh) وتم دراسة الخصائص لهذا التوزيع كدالة الكثافة الاحتمالية والدالة التجميعية ودالة البقاء والمخاطرة وتم تقدير معالم التوزيع باستعمال طريقة الامكان الأعظم والمربعات الصغرى الاعتيادية والمربعات الصغرى الموزونة وتم تطبيقها على مرضى سرطان الثدي .

* في عام (2020) توصل (Zaidi وآخرون)^[53] إلى فئة جديدة تسمى عائلة تان اللوجستية المعممة (log-logistic tan generalized family) التي توفر نماذج فرعية ذات كثافة منحرفة يساراً ، متمائلة ، منحرفة لليمين ، أحادية النسق ، ثنائية النسق وكثافة J معكوسة ، وزيادة ، تناقص ، ويتم توفير بعض نماذجها الفرعية جنباً إلى جنب مع بعض الخصائص الهيكلية العامة. ومن ثم إجراء تقدير المعلمة عبر دالة الامكان الاعظم .

الدراسات المتعلقة بخرائط تحويل الرتب (Ranking Transmuted Maps)

* عام (2013) (Faton Merovci and Ibrahim Elbatal)^[36] استخدام خوارزمية تحويل الرتب التربيعية (QRTM) من أجل انشاء مجموعة مرنة من التوزيعات الاحتمالية التي

تأخذ التوزيع الهندسي (Lindley) كتوزيع القيمة الأساسية عن طريق ادخال معلمة جديدة من شأنها توفر المزيد من المرونة التوزيعية سيظهر ان النتائج التحليلية قابلة للتطبيق على نموذج بيانات العالم الحقيقي .

وتم استخراج بعض الخصائص الرياضية كالعزم الرائي والدالة المولدة للعزوم وإحصاءات الرتب ولتقدير معلمات النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة والامكان الاعظم.

* في عام (2014) قام (Elbatal) وآخرون^[21] دراسة توزيع

(Exponentiated fréchet) المحول وتمت دراسة طرق التقدير لتقدير معلمات الانموذج كطريقة المربعات الصغرى الموزونة وطريقة الامكان الاعظم وتم اجراء تحليل البيانات في الوقت الفعلي لهذا التوزيع ووجد ان هذه الفئة اكثر مرونة وان توزيع (Exponentiated fréchet) المحول مناسب بشكل افضل للبيانات التي تم تركيبها وتحليلها في الاصل باستخدام (fréchet) أو (Exponentiated fréchet).

* ونفس العام قدم (Mohamed A. Hussian)^[31] توزيع

(Exponentiated Gamma) المعمم المحول ويكون اكثر مرونة وله بعض الخصائص المرغوبة للاهتمام , ويتم توفير معالجة رياضية شاملة لتوزيع (Exponentiated Gamma) المحول, ونشق الدالة الكمية والدالة المولدة للعزوم لهذا التوزيع , وكذلك ناقش تقدير المعلمات بطريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة.

* في العام ذاته اقترح (Albert & Nasiru)^[37] تعميم لتوزيع

(EXPONENTIAL PARETO) باستخدام خريطة تحويل الرتبة التريبيعية يسمى التوزيع المعمم (EXPONENTIAL PARETO) المحول تم تطوير وصف شامل للخصائص الإحصائية للتوزيع الجديد كدالة المعولية , المخاطرة وإحصاءات الرتب , التوزيع المقترح مفيد في نمذجة بيانات العمر.

* في عام (2015) قدم (Anum Fatima and Ayesha Roohi)^[24] تعميم جديد لتوزيع

(Exponentiated Pareto) المسمى بتوزيع (Exponentiated Pareto) المحول واستنتجت خصائص التوزيع بما فيها الدالة المميزة, الانحراف, المتوسط, انثروبيا المعلومات

وإحصاءات الرتب للتوزيع الجديد , وقد تمّت معلمات النموذج بطريقة الامكان الاعظم ويمكن للتوزيع نمذجة البيانات بمعدل خطر متزايد او متناقص او ثابت.

*وفي نفس العام اقترح(Nofal)^[11] وآخرون توزيعاً معممًا وهو توزيع (Weibull- Lomax) المحول وتمّ اشتقاق الخصائص المختلفة بما فيها العزوم العادية غير المكتملة والدالة الكمية , الدالة الكمية , الدالة المولدة , العزم الاحتمالي المرجح , Renyi , q- entropies وإحصاءات الرتب , ولتقدير المعلمات تم اقتراح طريقة الامكان الاعظم وتمّ توضيح فائدة الانموذج الجديد من خلال تطبيق على مجموعة بيانات حقيقية .

* وفي العام نفسه اقترح(Afify) وآخرون^[10] توزيع (Marshall-Olkin Frechet) المحول , حيث تمّ اشتقاق الخصائص الرياضية بما في ذلك الدالة المولدة , الكمية ودالة العزم وكذلك يتم اشتقاق Renyi , q-intropies , و احصائيات الرتب وتم استخدام طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات النموذج المقترح , كذلك نلاحظ تفوق النموذج المقترح على التوزيعات الاخرى الموجودة في المؤلفات في نمذجة مجموعتين من بيانات الحياة الحقيقية.

*اقترح (Afify) وآخرون في عام (2016)^[12] دراسة تعميم جديد لتوزيع (Weibull-Pareto) يسمى توزيع (Weibull-Pareto) المحول , وتمّ اشتقاق الخصائص الرياضية المختلفة بما في ذلك دالة العزوم العادية , الدالة الكمية , الدالة المولدة للعزوم , منحنيات (Bonferroni) و (Lorenz) وإحصاءات الرتب , وتمّ استخدام طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات الانموذج , ويتم توضيح مرونة نموذج العمر الجديد من خلال التطبيق لمجموعة بيانات حقيقية.

*وفي العام نفسه قدم (Al-Babtain) وآخرون^[14] تعميم لتوزيع (Weibull) المعدل المحول الذي قدمه (Eltehiwy and Ashour) في عام (2013) باستخدام توزيع (Kumaraswamy) الذي قدمه Cordeiro and de Castro في عام (2011) تشير الى التوزيع الجديد على أنه

(Kumaraswamy-transmuted exponentiated modified Weibull) (Kw-TEMW) , يحتوي النموذج على 54 توزيعاً مدى الحياة كحالات خاصة مثل Weibull , Kumaraswamy Weibull , المعدل الاسي , Weibull , الاسي , Weibull المحول , Rayleigh , ومعدل الفشل الخطي والتوزيعات الاسية , وتمّ

اشتقاق التعبيرات الصريحة للعزوم وفحص إحصاءات الرتب , وتمت مناقشة خصائص النموذج الجديد واستخدام طريقة الامكان الاعظم لتقدير المعلمات , وهذا النموذج قاد على نمذجة اشكال مختلفة من معايير الشيخوخة والفشل.

* في عام (2017) اقترح (Venegas) وآخرون^[50] دالة توزيع جديد أحادي المتغير ثلاثي المعلمات ، توزيع Maxwell الأسّي المحول. يمكن النظر إلى هذا التوزيع أحادي المتغير الجديد على أنه تعميم لتوزيع ماكسويل والأسّي . وتمت دالة الخصائص الاحتمالية ، واشتقاق الوظائف التي سيتم استخدامها في دالات المعولية , وتطبيقه على بيانات حقيقية. نأمل أن يكون التوزيع الجديد المقترح بمثابة نموذج بديل لماكسويل والإصدقات الأسية المتحولة .

* في العام ذاته قدم (Muhammad Ahsan ul Haq) وآخرون^[22] نسخة جديدة من التوزيعات الجديدة المسمى بالتوزيع (Kumaraswamy Quasi Lindley) المحول (TKQL) وتم توفير خصائص إحصائية للتوزيع كالعزم الرائي والدالة المولدة للعزوم وتمت تقدير معلمات الانموذج بطريقة الامكان الاعظم وتم التطبيق على البيانات الحقيقية لتوضيح مرونة توزيع (TKQL) مقارنة ببعض النماذج الاخرى.

* في العام نفسه قدم (Muhammad Ahsan ul Haq) وآخرون^[12] اشتقاق تعميم لتوزيع (New Weibull-Pareto) وتم استخدام خريطة تحويل الرتبة التربيعية (QRTM Quadratic rank transmutation map) التي تمت دالتها بواسطة (Shaw and Buckley) عام (2007) لتطوير التعميم . يشمل التوزيع المقترح كحالات خاصة مع توزيع (Weibull-Pareto) الجديد (NWP) وتوزيع (Weibull) المحول (TW) وتوزيع (Rayleigh) المحول (TR) والتوزيع (exponential) المحول (TE) . ويتم اشتقاق الخصائص الهيكلية للتوزيع كالدالة الكمية , الدالة المولدة للعزوم , الانحرافات المتوسطة , تحليل المعولية , إحصاءات الرتب وانتروبيا Renyi وتم اقتراح طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات الانموذج (TNWP Transmuted New Weibull-Pareto), فقد تم توضيح فائدة النموذج المشتق باستخدام مجموعتين من البيانات واثبت ان توزيع (TNWP) وهو توزيع أفضل من التوزيعات الاخرى بناءً على بعض جودة مقاييس الملائمة لذلك نستنتج ان الانموذج الجديد يجذب تطبيقات في عدة مجالات مثل الهندسة , بيانات البقاء والاقتصاد وغيرها.

* اقترح في عام (2018) (Umar Kabir Abdullahi and Terna Godfrey) توزيعاً جديداً يسمى توزيع (exponential Lomax) المحول بوصفه امتداداً^[8] (Ieren)

لتوزيع (Lomax) الشهير في شكل (exponential Lomax) باستخدام خـطة التحويل التربيعية التي تمّت في بحث سابق باستخدام خـطة التحويل واستخرج دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التراكمي للتوزيع المحول , إذ تمّت دراسة بعض خصائص التوزيع الجديد بعد الاشتقاق وتمّ تقدير معالم التوزيع بطريقة الامكان الاعظم , وتمّ فحص اداة التوزيع الاحتمالي المقترح بالمقارنة مع بعض التعميمات الاخرى لتوزيع (Lomax) باستخدام ثلاث مجموعات من البيانات الواقعية . أشـارة النتائج التي تم الحصول عليها إلى أن أداء TELD أفضل من التوزيعات الأخرى التي تشتمل على قوة Lomax و Exponential-Lomax.

*في العام ذاته اقترح (Nofal) وآخرون^[41] تعميم لتوزيع (Weibull) المضاف باستخدام خـطة تحويل الرتبة التربيعية ما يسمى بتوزيع (Exponentiated Additive Weibull) المحول , وإنه أكثر مرونة وقـوة على تحليل البيانات الاكثر تعقيدا ويتضمن 27 نموذجا فرعيا كحالات خاصة , تم تقديم العديد من الخصائص الرياضية للتوزيع الجديد كأشكال مغلقة للعزم العادي , الدالة الكمية والدالة المولدة للعزوم فضلاً عن استخدام طريقة الامكان الاعظم لتقدير معالم الانموذج ويتم توضيح النموذج باستخدام مجموعتين من البيانات الحقيقية.

* في نفس العام اقترح (Arshad) وآخرون^[16] نموذجا مكوناً من أربعة معالم النموذج المسمى بتوزيع العزم المحول الأسّي- بلـيتو (TEMP) وناقش العديد من الخصائص المميزة للنموذج المقترح كالدالة التراكمية , دالة العزم المركزي , دالة العزم الجزئي الموجب , دالة العزم الجزئي السالب وغيرها . ويتم تقدير المعالم بطريقة الامكان الاعظم ويتم تقييم التقديرات من خلال دراسة المحاكاة . تتم نمذجة مجموعات البيانات مدى الحياة من خلال توزيع (TEMP) وأن النموذج المقترح يوفر نتائج أفضل بكثير مقارنة بالنماذج الفرعية.

*وفي عام (2019) قدم (Muhammad Shuaib Khan) وآخرون^[33] توزيع (EXPONENTIATED WEIBULL) المحول باستخدام خـطة التحويل الربيعية التي اقترحها (Shaw and Buckley) الذي يحتوي على احد عشر توزيعا كحالات خاصة تم التحقق من بعض الخصائص الهيكلية للنموذج المقترح , وتمّ استخدام طريقة الامكان الاعظم لتقدير معالم النموذج ويتم تقييم مرونة توزيع (EXPONENTIATED WEIBULL) المحول من خلال تطبيق البيانات الميكانيكية.

* في عام (2020) قام (Deka) وآخرون^[20] باشتقاق توزيع Gumball المحول (TEGD) باستخدام توزيع Gumball الأسّي (EGD) وخريطة تحويل الرتبة التربيعية (QRTM). تمت دراسة التعبيرات والأشكال التحليلية لدالة التوزيع ودالة كثافة الاحتمال ودالة معدل المخاطرة ودالة المعمولية. يتم تقدير معاملات TEGD بطريقة الامكان الاعظم. يتم تطبيق TEGD على مجموعة بيانات حقيقية لمعلمة جودة المياه ووجد أنها مناسبة بشكل أفضل من توزيع Gumbel الأسّي وتوزيع (Gumbel).

* قام عام (2021) (Urama) وآخرون^[49] تعميم التوزيعات الاحتمالية لتحسين مرونتها قاموا بتطوير توزيع بل-يتو باستخدام طريقة كوما-اسوامي التي أدت إلى توزيع جديد يسمى توزيع كوما-اسوامي-بل-يتو. هذه الطريقة تسمى طريقة التحويل. تم تقديم الخصائص الرياضية للتوزيع المعمم الجديد باستخدام التوزيعات، العزوم، الإنتروبيا، إحصاءات الرتب تعني الانحراف و لتقدير المعلمة تم استخدام طريقة الامكان الاعظم. وتم تطبيق التوزيع المعمم الجديد على بيانات واقعية عن تجاوزات فيضان القمم (بالملي ثانية) إذ لوحظ أنها متفوقة على نماذجها الفرعية وتم اختيار الملاءمة مثل معيار معلومات أكايكي (AIC) ومعيار (Kolmogorov-Smirnov)(K-S)

* من خلال الدراسات السابقة التي تم استعراضها نلاحظ أغلب الدراسات والبحوث العربية لا توجد هناك دراسة تتضمن بناء نموذج احتمالي مركب ومن ثم بناء خطة تحويل الرتب التربيعية أي ندوة هذه الدراسة على حد علم الباحثة لذا قمنا بتطبيق هذه الخطة على التوزيع المركب (اسي – فريجت) ذي الأبعاد معالم للحصول على توزيع جديد وهو التوزيع المركب المحول التربيعي (الاسي – فريجت) Composite Distribution Quadratic Transformed (Exponential- Fréchet)(TEFD)

الفصل الثاني

الجانب النظري

الفصل الثاني

الجانب النظري

Introduction

(1-2) التمهيد:

سنتناول في هذا الفصل توضيح بعض المفاهيم الأساسية التي تناولتها الرسالة كالتوزيع الآسي وتوزيع فرجيت والتوزيع المركب ومن ثم القيام بالتحويل لتوزيع (Exponential- Fréchet) باستعمال خاطة تحويل الرتب التربيعية (Quadratic Rank Transformation Map) وبناء نموذج احتمالي جديد وتقدير معلمات الأنموذج بطريقة الإمكان الأعظم **Maximum Likelihood** وطريقة المربعات الصغرى الموزونة **Weighted Least square** وطريقة أندرسون - دارلنك **Anderson darling**.

(2-2) المفاهيم الأساسية:

Exponential Distribution

(1-2-2) التوزيع الآسي [25]:

التوزيع الآسي توزيع مستمر ويكون أكثر توزيعات الفشل انتشاراً. والتوزيع الآسي له العديد من التطبيقات، تتضمن الأمثلة وقت تحلل ذرة مشعة ووقت فشل مكونات ذات معدلات فشل ثابتة. يتم استخدامه في نظرية خطوط الانتظار أو قوائم الانتظار، التي توجد في العديد من المواقع: من البوابات عند المدخل إلى الطرق ذات الرسوم مروراً بالوقت الذي يستغرقه الرد على الاستفسار عبر الهاتف، إلى الوقت الذي تستغرقه سيارة الإسعاف للوصول إلى مكان الحادث. يُعرف التوزيع الآسي أيضاً بالتوزيع الآسي السالب وان دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية تكون كالتالي:-

(probability density function)

1- دالة الكثافة الاحتمالية (pdf)

التوزيع الآسي هو حالة خاصة من توزيع كما عند تعويض $\beta=1$ فإذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كما (Distribution Gamma) تأخذ الشكل الآتي:-

$$f(x, \beta, \lambda) = \frac{1}{\Gamma\beta\lambda^\beta} x^{\beta-1} e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

$$f(x, \beta, \lambda) = \left[\frac{\lambda^\beta}{\Gamma\beta} \right] x^{\beta-1} e^{-\lambda x}$$

وبتعويض $\beta=1$ نحصل على التوزيع الآسي:-

$$f(x, \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} \quad ; x, \lambda > 0 \quad \dots (1 - 2)$$

حيث λ تمثل معلمة التوزيع وهي معلمة القياس (Scale Parameter) وتكون $\lambda > 0$

2- الدالة التوزيعية التراكمية (cdf) (Cumulative Distribution Function)

أما دالة التوزيع التراكمية لمتغير يتبع التوزيع الآسي تكون كالآتي :-

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad , x, \lambda > 0 \quad \dots (2 - 2)$$

(Fréchet distribution) توزيع فرجيت [7][28]:

توزيع فرجيت هو أحد التوزيعات المستمرة قدمه عالم الرياضيات الفرنسي (Maurice Fréchet) (1978-) (1973) وله تطبيقات واسعة في تفسير الأحداث مثل سقوط الأمطار، تيا البحار، الفيضانات، اختبارات الحياة، الهزات الأرضية وكذلك يستعمل في نمذجة فترات فعاليات الكلف والفعاليات الخاصة بفترات الصيانة، ونمذجة الأطفال الرضع، ويستخدم في تفسير وإنشاء نماذج الأخطاء ونمذجة معدلات الفشل التي تستخدم كثيرا في دراسة الموثوقية وتحليل الإشاعات والداسات البيولوجية.

وان دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة تكون كما يأتي:-

(probability density function)

1- دالة الكثافة الاحتمالية (pdf)

وقد سمى الباحثان (Mundhol , Drapella) (1993) مقلوب وييل بتوزيع فرجيت (Fréchet) فلو كانت x تتبع توزيع وييل فإن المتغير العشوائي هو $\frac{1}{x}$ الذي ويكون له توزيع فرجيت بدالة الكثافة الاحتمالية

$$f(x, \alpha, \beta) = \alpha\beta^\alpha x^{-\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}} \quad \dots (3 - 2)$$

حيث إن $x \geq 0$, $\alpha, \beta > 0$ وتكون

α :- معلمة الشكل Shape Parameter

β :- معلمة القياس Scale Parameter

(Cumulative Distribution Function)

2- الدالة التوزيعية التراكمية (CDF)

وان دالة التوزيع التراكمي لمتغير يتبع توزيع (fréchet) تكون :-

$$F(x) = e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}} \quad ; x > 0 \quad \dots (4 - 2)$$

(Survival Function)

3- دالة البقاء $S(x)$

وبذلك تكون دالة البقاء لمتغير عشوائي يتبع توزيع (fréchet) تكون :-

$$S(x) = 1 - F(x) \quad \dots (5 - 2)$$

$$= 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}}$$

(Hazard Function)

4- ودالة المخاطرة $H(x)$

اما دالة المخاطرة لمتغير عشوائي يتبع توزيع (fréchet) تكون :-

$$h(x) = \frac{f(x)}{S(x)} \quad \dots (6 - 2)$$

$$= \frac{\alpha\beta^\alpha x^{-\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}}}{1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}}}$$

Composite Distribution

(3-2) بناء التوزيع المركب الجديد [4][9]

هناك العديد من الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع التوزيعات المركبة التي تكون ناتجة من دمج توزيعين او اكثر مثل (بيتا-كامبل, بيتا - كاما , بيتا- ويبل , بيتا - باريتو , بيتا - بور XII, الآسي - باريتو) وغيرها من التوزيعات , وتكون هذه التوزيعات حالة خاصة من توزيعات أوقات الفشل الشائعة والمستعملة في حقل الموثوقية وفي هذه الرسالة يتم دراسة توزيع احتمالي مركب هو توزيع (آسي- فريجت) ذي الثلاث معالم وصيغة التركيب تكون كالآتي:-

اشتقاق التوزيع المركب الجديد (اسي - فريجت)

$$G^*_{EF}(x) = \int_0^{\frac{1}{1-F^*(x)}} f^*(x) dx \quad \dots (7 - 2)$$

حيث ان $G^*_{EF}(x)$ تمثل الدالة التراكمية للتوزيع المركب (اسي - فريجت)

وان $F^*(x)$ تمثل الدالة التراكمية للتوزيع الآسي

$$F^*(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad , x, \lambda > 0$$

و $f^*(x)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع فريجت

$$f^*(x, \alpha, \beta) = \alpha \beta^\alpha x^{-\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}} ; x > 0$$

وبتعويض المعادلتين اعلاه معادلة التوزيع الآسي ومعادلة توزيع فريجت في المعادلة (7 - 2) نحصل على :-

$$G^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \int_0^{\frac{1}{1-1+e^{-\lambda x}}} \alpha \beta^\alpha x^{-\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}} dx \quad \dots (8 - 2)$$

حيث تمثل

Scale Parameters معلمتا القياس β, λ :-

Shape Parameter معلمة الشكل α :-

$$G^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \int_0^{e^{\lambda x}} \alpha \beta^\alpha x^{-\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}} dx \quad \dots (9 - 2)$$

ومن الفرضية التالية

$$\text{let } u = -\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\alpha}$$

$$(u)^{-\frac{1}{\alpha}} = -\frac{x}{\beta}$$

$$x = -\beta(u)^{-\frac{1}{\alpha}}$$

$$\frac{dx}{du} = \frac{\beta}{\alpha} u^{[\frac{-1}{\alpha}-1]}$$

$$dx = \frac{\beta}{\alpha} u^{[\frac{-1}{\alpha}-1]} du$$

إما حدود التكامل فتكون كالآتي

$$x = 0 \rightarrow u = 0$$

$$x = e^{\lambda x} \rightarrow u = -\left(\frac{e^{\lambda x}}{\beta}\right)^{-\alpha}$$

نعوض الفرضية وحدود التكامل في معادلة (2 - 9) نحصل على :-

$$= \int_0^{-\left(\frac{e^{\lambda x}}{\beta}\right)^{-\alpha}} \alpha \beta^\alpha \left(-\beta u^{\left(-\frac{1}{\alpha}\right)}\right)^{[-\alpha-1]} e^u \frac{\beta}{\alpha} u^{\left(-\frac{1}{\alpha}-1\right)} du$$

$$= \int_0^{-\left(\frac{e^{\lambda x}}{\beta}\right)^{-\alpha}} -\beta^{\alpha+1} \beta^{-\alpha-1} u^{\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} u^{\left(-1-\frac{1}{\alpha}\right)} e^u du$$

$$G^*_{EF}(x) = \int_0^{-\left(\frac{e^{\lambda x}}{\beta}\right)^{-\alpha}} -e^u du$$

$$G^*_{EF}(x) = [-e^u]_0^{-\left(\frac{e^{\lambda x}}{\beta}\right)^{-\alpha}}$$

$$G^*_{EF}(x) = -e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} + e^0$$

$$\mathbf{G^*_{EF}(x) = 1 - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} \quad \dots (10 - 2)}$$

إما دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاحتمالي المركب تحسب كما يأتي:

$$g^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \frac{dG^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda)}{dx} \quad \dots (11 - 2)$$

$$g^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = 0 - \left[-\beta^\alpha e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} (-\lambda \alpha e^{-\lambda \alpha x}) \right]$$

$$\therefore g^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = -\lambda \alpha \beta^\alpha e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x}, x > 0 \quad \dots (12 - 2)$$

وللتوزيع المركب خصائص منها :-

(probability density function)

1- دالة الكثافة الاحتمالية (pdf)

دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب

$$g^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = -\lambda \alpha \beta^\alpha e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x}$$

ولابد من تحقق الشرطين الآتيين للدالة الاحتمالية للتوزيع المركب :-

$$a- g^*_{EF} \geq 0, \forall x$$

$$b- \int_0^\infty g^*_{EF}(x) dx = 1$$

ولتحقيق شرط التكامل تكامل المعادلة (12 - 2) كالتالي

$$g^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \int_0^\infty -\lambda \alpha \beta^\alpha e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x} dx$$

$$g^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = [-e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}]_0^\infty$$

$$g^*_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = -e^{-\beta^\alpha e^{-\infty \lambda \alpha}} + e^{-\beta^\alpha e^0}$$

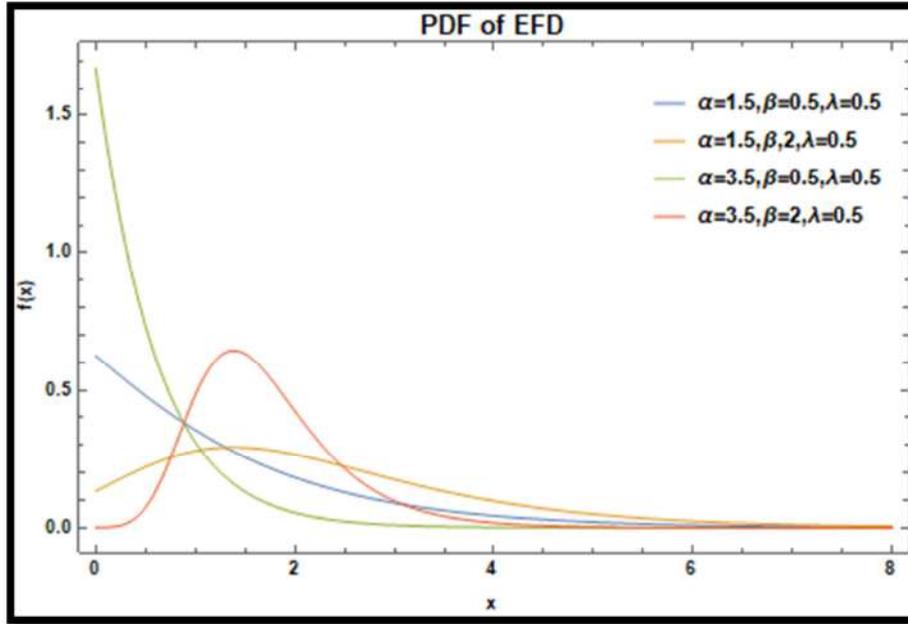
$$= e^{-\beta^\alpha} - 1 \quad \dots (13 - 2)$$

تبيّن إن التكامل لا يساوي واحداً ولتحويلها إلى دالة احتمالية هو ضرب المعادلة (13 - 2) في مقلوب ناتج التكامل في معادلة (12 - 2) نحصل على الدالة الاحتمالية الجديدة للتوزيع المركب

$$g_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \frac{-\lambda \alpha \beta^\alpha e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x}}{e^{-\beta^\alpha} - 1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\infty} \frac{\lambda \alpha \beta^{\alpha} e^{-\beta^{\alpha} e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x}}{1 - e^{-\beta^{\alpha}}} dx \\
 &= \frac{1}{1 - e^{-\beta^{\alpha}}} \int_0^{\infty} \lambda \alpha \beta^{\alpha} e^{-\beta^{\alpha} e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x} dx \\
 &= \frac{1}{1 - e^{-\beta^{\alpha}}} [e^{-\beta^{\alpha} e^{-\lambda \alpha x}}]_0^{\infty} \\
 &= \frac{1 - e^{-\beta^{\alpha}}}{1 - e^{-\beta^{\alpha}}} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

يكون شكل دالة الكثافة الاحتمالية كالآتي :-



المصدر:- اعداد البحث

الشكل (1-2) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب لقيم مختلفة من المعلمات

يتضح من الشكل (1-2) أن التوزيع المركب ذو ذيل نحو اليمين لقيم معلمات مختلفة ونلاحظ ذلك انه كلما تزداد معلمة α , β يكون منحنى دالة الكثافة الاحتمالية ذا قمة كما مبيّن في منحنى خط الدالة ذي اللون الاحمر.

(Cumulative Distribution Function)

2- الدالة التوزيعية التراكمية الجديدة (CDF)

ويمكن الحصول على دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المركب كالآتي:-

$$G_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \int_0^x g_{EF}(u) du$$

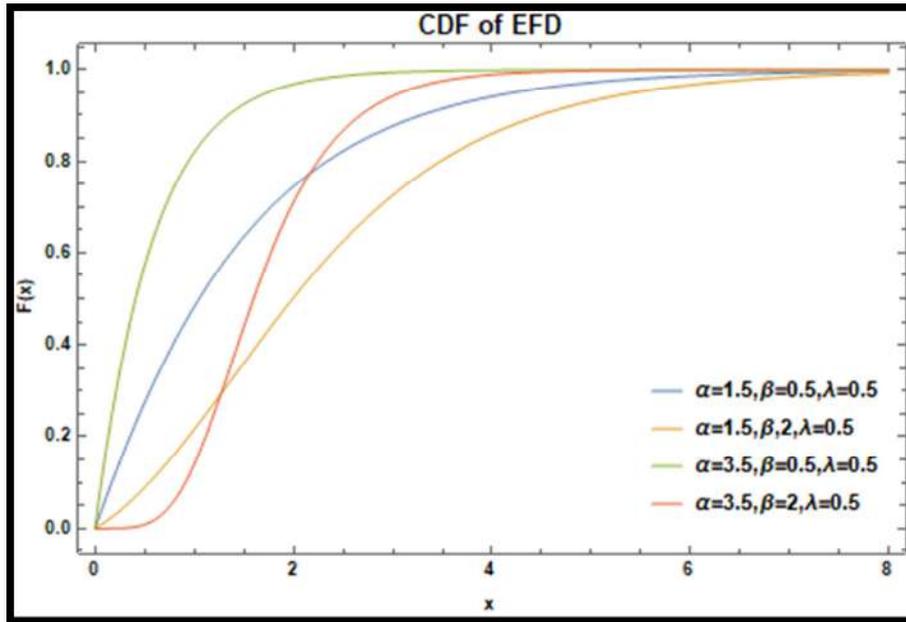
$$G_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \int_0^x \frac{-\lambda \alpha \beta^\alpha e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha u} - \lambda \alpha u}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} du$$

$$G_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \frac{1}{e^{-\beta^\alpha} - 1} \int_0^x -\lambda \alpha \beta^\alpha e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha u} - \lambda \alpha u} du$$

$$G_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \frac{1}{1 - e^{-\beta^\alpha}} [e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha u}}]_0^x$$

$$G_{EF}(x; \alpha, \beta, \lambda) = \frac{e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - e^{-\beta^\alpha}}{1 - e^{-\beta^\alpha}}, \quad x > 0 \quad \dots (14 - 2)$$

والشكل يبين منحنى دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المركب



المصدر:- اعداد البحث

الشكل (2-2) منحنى دالة التوزيع التراكمي للتوزيع المركب لقيم مختلفة من المعلمات

بالنسبة لدالة التوزيع التراكمي نلاحظ ان قيمة ال CDF تكون متزايدة نحو 1 أي تقع قيمتها بين (0,1)

(Survival Function)

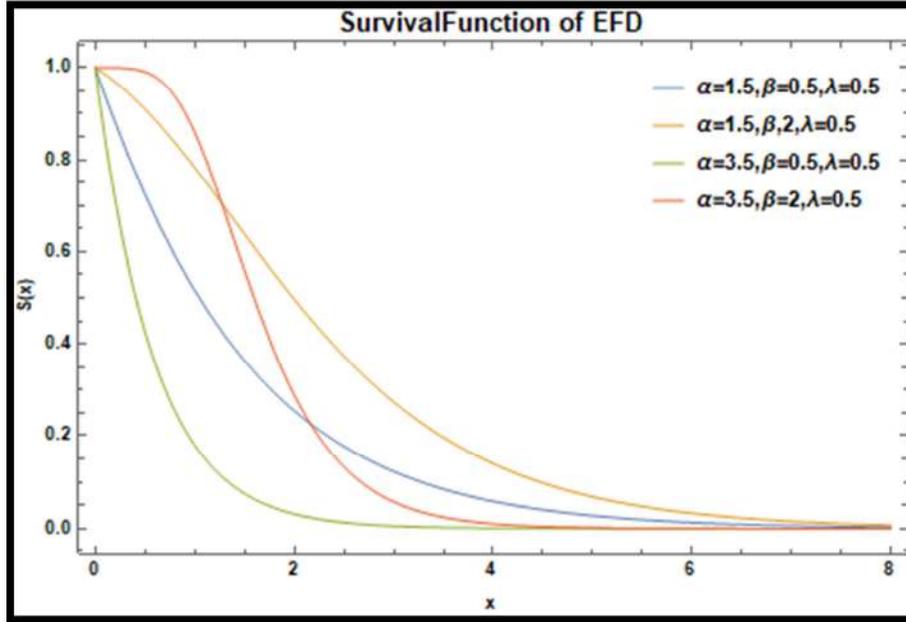
3- دالة البقاء $S(x)$

تكون دالة البقاء للتوزيع المركب كالآتي :-

$$S_{EF}(x) = 1 - G_{EF}(x) \quad \dots (15 - 2)$$

$$= 1 - \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1}$$

والشكل بين منحنى دالة البقاء للتوزيع المركب



المصدر:- اعداد البحث

الشكل (3-2) منحنى دالة البقاء للتوزيع المركب لقيم مختلفة من المعلمات

من الشكل اعلاه يتضح ان دالة البقاء تكون متناقصة مع الزمن (تناسب عكسي)

(Hazard Function)

4- ودالة المخاطرة $H(x)$

وتكون دالة المخاطرة للتوزيع كالاتي:-

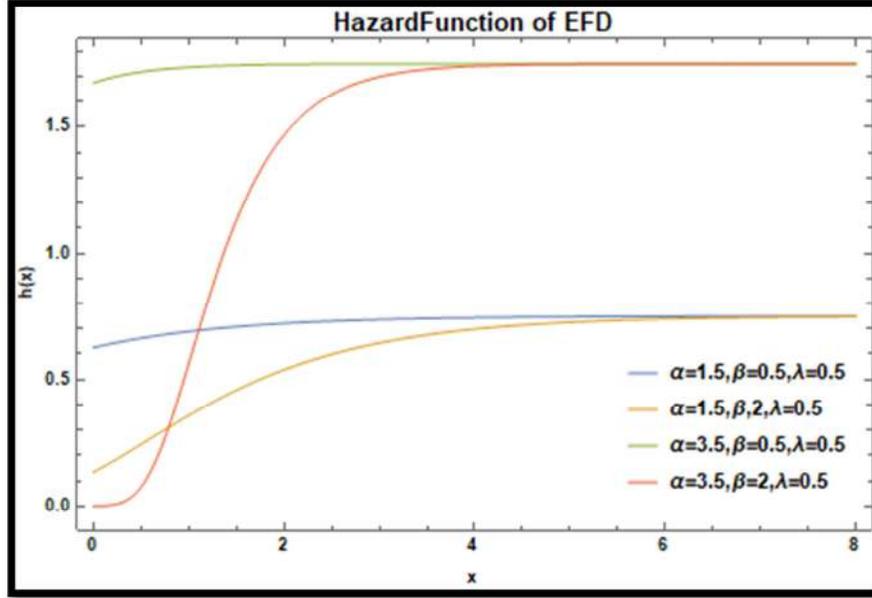
$$h_{EF}(x) = \frac{g_{EF}(x)}{S_{EF}(x)} \quad \dots (16 - 2)$$

$$= \frac{-\lambda \beta^\alpha e^{-\beta^\alpha} e^{-\lambda x} - \lambda \alpha x}{e^{-\beta^\alpha} - 1} \cdot \frac{1 - \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1}}{1 - \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1}}$$

علما ان $g_{EF}(x)$ دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب

وان $S_{EF}(x)$ دالة البقاء للتوزيع المركب

والشكل يبين منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المركب



المصدر:- اعداد البحث

الشكل (4-2) منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المركب لقيم مختلفة من المعلمات

والشكل (4-2) يتضح من خلاله أن دالة المخاطرة متزايدة مع ازدياد الزمن لأنها دالة احتمالية شرطية ولكنها غير تيبية وتسمى أيضاً بمعدل الفشل.

اشتقاق العزم الرائي غير المركزي للتوزيع المركب

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r g_{EF}(x) dx$$

وبسبب صعوبة التكامل تم حل التكامل عن طريق استخدام برنامج *Mathematical* وتم الحصول على نتيجة التوقع فعندما نعوض $r = 1$ ينتج العزم الأول او ما يسمى (التوقع)

$$E(x) = \frac{e^{\beta^{\alpha}} EulerGamma + Gamma[0, \beta^{\alpha}] + \alpha \log \beta}{(-1 + e^{\beta^{\alpha}}) \alpha \lambda} \quad \dots (17 - 2)$$

وعندما نعوض $r = 2$ وكما يأتي ينتج

$$E(x^2) = \int_0^{\infty} x^2 g_{EF}(x) dx$$

$$E(x^2) = \frac{2e^{\beta^{\alpha}} \beta^{\alpha} HypergeometricPFQ[\{1,1,1\}, \{2,2,2\}, -\beta^{\alpha}]}{(-1 + e^{\beta^{\alpha}}) \alpha^2 \lambda^2} \quad \dots (18 - 2)$$

ومن العزم الأول والثاني نستطيع استخراج التباين

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2$$

$$= \frac{2e^{\beta^{\alpha}} \beta^{\alpha} HypergeometricPFQ[\{1,1,1\}, \{2,2,2\}, -\beta^{\alpha}]}{(-1 + e^{\beta^{\alpha}}) \alpha^2 \lambda^2} - \left(\frac{e^{\beta^{\alpha}} EulerGamma + Gamma[0, \beta^{\alpha}] + \alpha \log \beta}{(-1 + e^{\beta^{\alpha}}) \alpha \lambda} \right)^2 \quad \dots (19 - 2)$$

وايضا يمكن الحصول على العزم الثالث عندما $r = 3$

$$E(x^3) = \int_0^{\infty} x^3 g_{EF}(x) dx$$

$$E(x^3) = \int_0^{\infty} x^3 \frac{-\lambda \alpha \beta^{\alpha} e^{-\beta^{\alpha}} e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x}{e^{-\beta^{\alpha}} - 1} dx$$

$$E(x^3) = \frac{6e^{\beta^\alpha} \beta^\alpha \text{HypergeometricPFQ}[\{1,1,1,1\}, \{2,2,2,2\}, -\beta^\alpha]}{(-1 + e^{\beta^\alpha})\alpha^3 \lambda^3} \dots (20 - 2)$$

Rank Transmuted Map

(4-2) دالة تحويل الرتب [26]

اقترح كل من (Shaw and Buckley) عام (2009) لحل مسائل الرياضيات المالية طريقة دوال التحويل هي طريقة ملائمة لإنشاء مثل هذه التوزيعات الجديدة والمرنة.

فقد قاموا بتطوير فئة جديدة من التوزيعات المحولة ، وهي دالة تحويل الترتيب التكميبي ، ودالة التحويل من الدرجة الثانية . تقدم هذه العائلة الباقية مترية الجديدة توزيعات قابلة للحل وقادرون على ملائمة مجموعات البيانات المعقدة مثل تلك ذات التوزيع الثنائي أو معدلات المخاطر ثنائية النسق.

Quadratic Rank Transmuted ^{[33][20][17]} دالة تحويل الرتب التربيعية (1-4-2)

: Map(QRTM)

تعد دالة تحويل الرتبة التربيعية التي قدمها (Shaw and Buckley) عام (2009) واحدة من الأساليب التي دعا إليها المؤلفين لتعميم أي توزيع ، وبالإضافة إلى إن (Shaw and Buckley) قدموا هذه الدالة لإنشاء مجموعة توزيعات جديدة وهذه التقنية هي أداة قوية لإنشاء توزيعات احتمالية ويمكن الحصول على دالة التوزيع (DF) (Distribution Function) () إذا كان للتوزيع الاحتمالي الأساسي دالة توزيع تراكمي (CDF) فان المتغير العشوائي يكون محول بواسطة دالة تحويل الرتب التربيعية اذا كان له دالة توزيع تراكمي بحسب الشكل الآتي:-

$$F(x) = (1 + \theta)G_{EF}(x) - \theta[G_{EF}(x)]^2, |\theta| \leq 1 \dots (21 - 2)$$

حيث ان $F(x)$: دالة التحويل التريبيعي

$G_{EF}(x)$: دالة التوزيع المركب

θ : معلمة التحويل (Transfer Parameter) او معلمة الشكل (Shape Parameter) وقيمتها

$$-1 \leq \theta \leq 1$$

وباشتقاق المعادلة (21 - 2) نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (PDF) ونحصل على الآتي:-

$$f(x) = (1 + \theta)g_{EF}(x) - 2\theta g_{EF}(x), |\theta| \leq 1 \dots (22 - 2)$$

يمكن ملاحظة انه عندما تكون $\theta = 0$ يتم الحصول على توزيع المتغير العشوائي وهو حالة خاصة من التوزيع المحول , الصفة (السمة) الرئيسية لهذه الفئة من التوزيعات هي إنها أكثر مرونة من حيث الانحراف و التفلطح من التوزيعات الأساسية كونها مساهمة مهمة في النمذجة الإحصائية.

Quadratic Rank (QRTM) ^[26] بناء دالة تحويل الرتب التربيعية

Transmuted Map

يُعد إنشاء دالة تحويل الرتب التربيعية هنا أمراً بسيطاً . افرض أن (X_1, X_2) متغيران عشوائيان مستقلان موزعان بشكل مماثل مع التوزيع $g_{EF}(x)$ بحيث :-

$$Y \stackrel{d}{\Rightarrow} \min(X_1, X_2) , \text{ with probability } \pi$$

$$Y \stackrel{d}{\Rightarrow} \max(X_1, X_2) , \text{ with probability } (1 - \pi)$$

حيث $0 < \pi < 1$, فتكون دالة التوزيع التراكمي ل Y هي

$$F_y(x) = \pi P_r(\min(X_1, X_2) \leq x) + (1 - \pi) P_r(\max(X_1, X_2) \leq x) \dots (23 - 2)$$

نعرف إن

$$F_{min}(x) = 1 - [1 - G_{EF}(x)]^n \dots (24 - 2)$$

$$F_{max}(x) = [G_{EF}(x)]^n \dots (25 - 2)$$

وبتعويض الصيغتين أعلاه (25 - 2), (24 - 2) في صيغة (23 - 2) نحصل على

$$\begin{aligned} F_y(x) &= \pi[1 - (1 - G_{EF}(x))^2] + (1 - \pi)[G_{EF}(x)]^2 \\ &= 2\pi g_{EF}(x) + (1 - 2\pi)[g_{EF}(x)]^2 \dots (26 - 2) \end{aligned}$$

إذا فرضنا $\theta = 1 - 2\pi$ فان التوزيع في المعادلة (26 - 2) هو التحويل التريبيعي المعروف ب(التوزيع المحول) كما هو في المعادلة (21 - 2) □

$$F_y(x) = (1 + \theta)G_{EF}(x) - \theta[G_{EF}(x)]^2$$

(5-2) اشتقاق التوزيع المركب (اسي - فريجت) المحول التربيعي :

في هذا البحث نقوم بدراسة التوزيع المركب المحول التربيعي (اسي-فريجت)

(Composite distribution quadratic transformed Exponentiated Frechet)

إذ نقوم بتعويض دالة التوزيع التراكمي للتوزيع (اسي - فريجت) (cdf) الواردة في معادلة

(2 - 14) في دالة التحويل التربيعي الواردة في معادلة (2 - 21) نحصل على التوزيع المركب

المحول التربيعي التراكمي وكما يلي:-

$$F_{TEF}(x) = (1 + \theta) \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} \right]^2$$

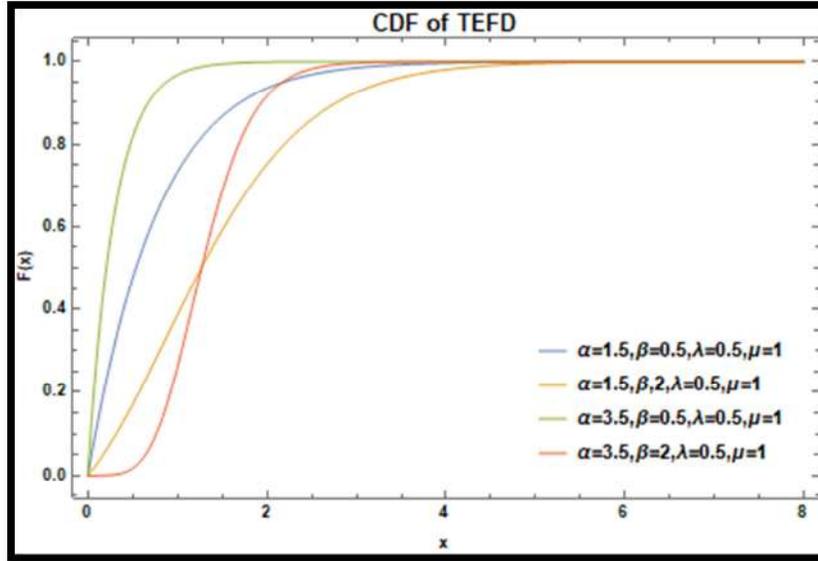
... (27 - 2)

حيث ان

α, θ :- معلمتي الشكل (Shape Parameters)

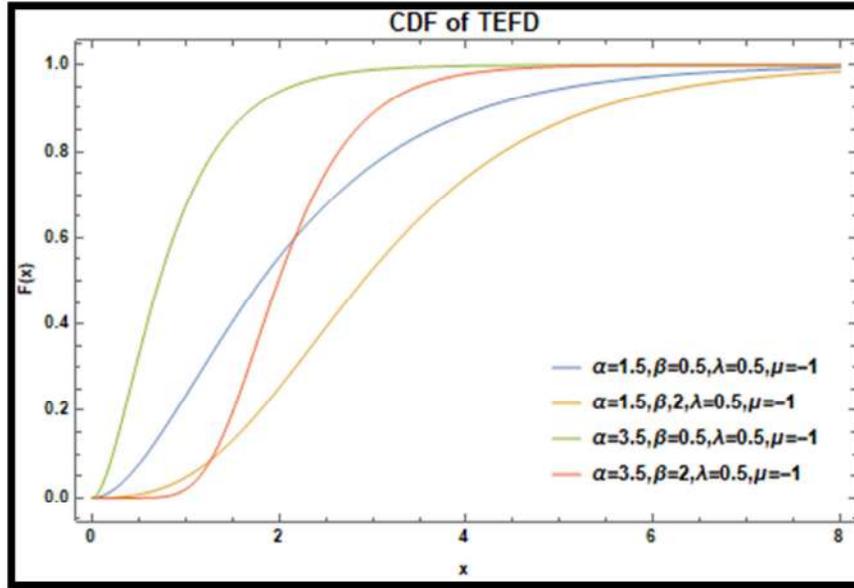
β, λ :- معلمتي القياس (Scale Parameters)

والشكل يبين منحنى دالة التوزيع التراكمي



المصدر:- اعداد البحث

الشكل A(5-2) منحنى دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المركب المحول التربيعي لقيم مختلفة من المعلمات $\theta = 1$



المصدر:- اعداد البحث

الشكل B(5-2) منحنى دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المركب المحول التربيعي لقيم مختلفة من المعلمات عندما $\theta = -1$

نلاحظ من الشكل A(5-2) والشكل B(5-2) اعلاه ان الدالة التراكمية متزايدة نحو الواحد حيث تقع قيمتها بين الصفر والواحد حيث يتناسب مع النظرية الإحصائية بزيادة قيم α, β بثبوت θ .

ونشتق الدالة بالنسبة للمتغير (x) نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للتوزيع المركب (اسي - فريجت) المحول التربيعي ينتج ما يأتي :-

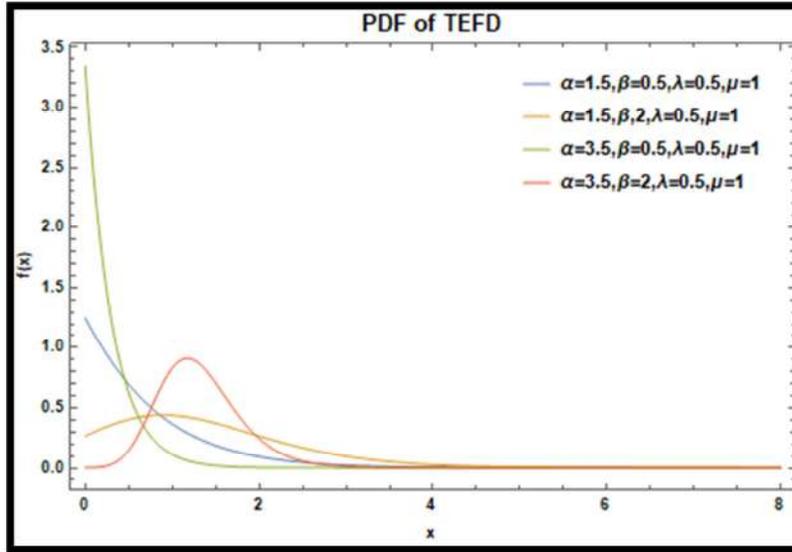
$$F'_{TEF}(x) = f(x, \alpha, \beta, \lambda, \theta) = \frac{-\alpha\beta^\alpha\lambda(\theta+1)e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda x} - \lambda x}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} + \frac{2\alpha\beta^\alpha\lambda\theta(e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda x} - \lambda x})e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda x} - \lambda x}}{(e^{-\beta^\alpha} - 1)^2}$$

وبعد تبسيط المعادلة أعلاه نحصل على الدالة الاحتمالية التالية

$$f_{TEF}(x, \alpha, \beta, \lambda, \theta) = \frac{\alpha\beta^\alpha\lambda \left[\left((e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1 \right) e^{\beta^\alpha e^{-\lambda x} - \lambda x} - 2e^{\beta^\alpha} \theta \right] e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda x} - \lambda x + \beta^\alpha}}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2}, x, \alpha, \beta$$

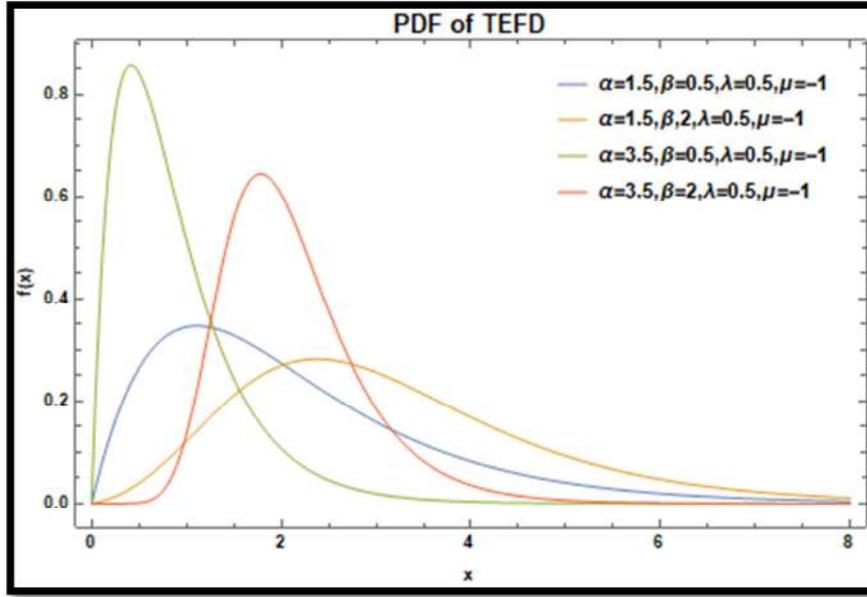
$$> 0; -1 \leq \theta \leq 1 \quad \dots (28 - 2)$$

والشكل يبين منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول التربيعي



المصدر:- اعداد البحث

الشكل A(6-2) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول التربيعي لقيم مختلفة من المعلمات عندما $\theta = 1$



المصدر:- اعداد البحث

الشكل B(2-6) منحني دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول التربيعي لقيم مختلفة من المعلمات عندما $\theta = -1$

من الشكلين اعلاه تبين ان التوزيع المركب المحول ذو ذيل نحو اليمين وذو قمة كلما زادت قيم المعلمات وتصبح ذو قمة بثبوت θ .

ولإثبات شروط الدالة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول :-

$$a-f_{TEF}(x) \geq 0, \forall x$$

$$b-\int_0^{\infty} f_{TEF}(x)dx = 1$$

$$\int_0^{\infty} f_{TEF}(x)dx = 1$$

$$\int_0^{\infty} f_{TEF}(x)dx = \int_0^{\infty} \frac{\alpha\beta^{\alpha}\lambda [((e^{\beta^{\alpha}}+1)\theta+e^{\beta^{\alpha}}-1)e^{\beta^{\alpha}e^{-\lambda x}} - 2e^{\beta^{\alpha}}\theta] e^{-2\beta^{\alpha}e^{-\lambda x} - \lambda x + \beta^{\alpha}}}{(e^{\beta^{\alpha}}-1)^2} dx$$

$$= \frac{\alpha\beta^{\alpha}\lambda \left[\frac{\theta e^{2\beta^{\alpha} - \beta^{\alpha}e^{-\lambda x}}}{\alpha\beta^{\alpha}\lambda} + \frac{e^{2\beta^{\alpha} - \beta^{\alpha}e^{-\lambda x}}}{\alpha\beta^{\alpha}\lambda} + \frac{\theta e^{\beta^{\alpha} - \beta^{\alpha}e^{-\lambda x}}}{\alpha\beta^{\alpha}\lambda} - \frac{e^{\beta^{\alpha} - \beta^{\alpha}e^{-\lambda x}}}{\alpha\beta^{\alpha}\lambda} - \frac{\theta e^{2\beta^{\alpha} - 2\beta^{\alpha}e^{-\lambda x}}}{\alpha\beta^{\alpha}\lambda} \right]_0^{\infty}}{(e^{\beta^{\alpha}} - 1)^2}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\alpha\beta^\alpha\lambda}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} \left[\left[\left((e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1 \right) e^{\beta^\alpha e^{-\lambda\alpha x}} - e^{\beta^\alpha} \theta \right] e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda\alpha x} + \beta^\alpha} \right]_0^\infty \\
 &= \frac{1}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} \left[\left[\left((e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1 \right) e^{\beta^\alpha e^{-(\infty)\lambda\alpha}} - e^{\beta^\alpha} \theta \right] e^{-2\beta^\alpha e^{-(\infty)\lambda\alpha} + \beta^\alpha} \right. \\
 &\quad \left. - \left[\left((e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1 \right) e^{\beta^\alpha e^{-(0)\lambda\alpha}} - e^{\beta^\alpha} \theta \right] e^{-2\beta^\alpha e^{-(0)\lambda\alpha} + \beta^\alpha} \right]
 \end{aligned}$$

وبعد تبسيط المعادلة ينتج

$$\begin{aligned}
 &= \frac{e^{2\beta^\alpha} - 2e^{\beta^\alpha} + 1}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} \\
 &= \frac{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

(Survival Function)

3- دالة البقاء $S(x)$

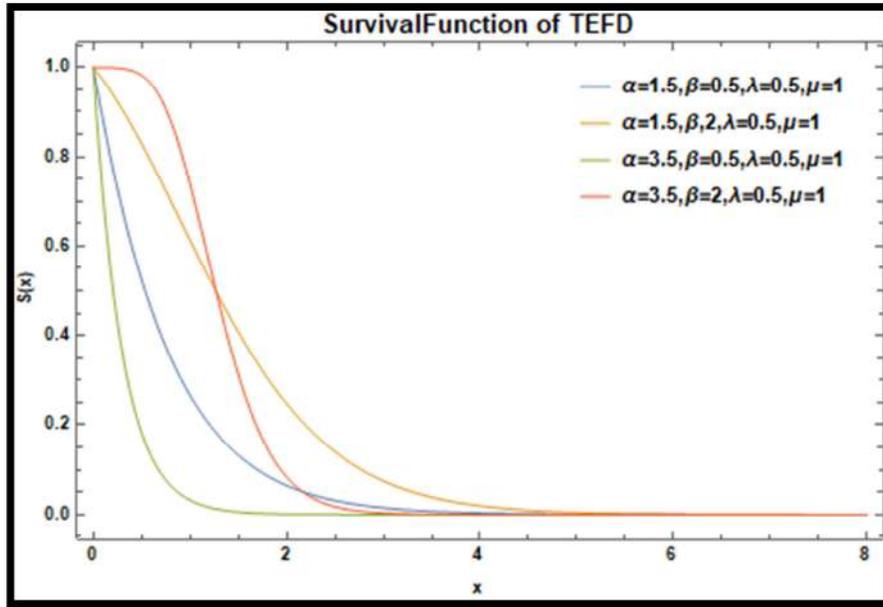
تكون دالة البقاء للتوزيع المركب المحول التربيعي كآلاتي:-

$$S_{TEF}(x) = 1 - F_{TEF}(x)$$

$$= 1 - \left[(1 + \theta) \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda\alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda\alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} \right]^2 \right]$$

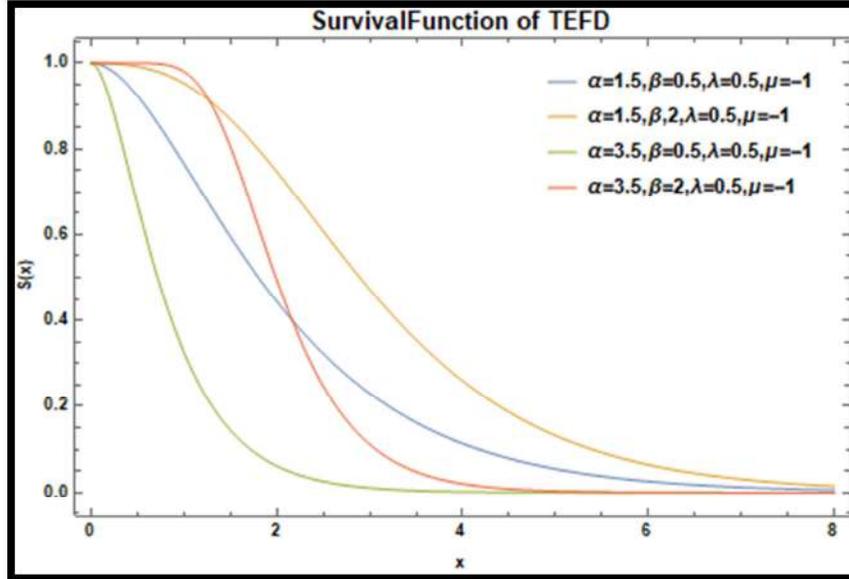
... (29 - 2)

والشكل يبين منحنى دالة البقاء للتوزيع المركب المحول التربيعي



المصدر:- اعداد البحث

الشكل A(7-2) منحنى دالة البقاء للتوزيع المركب المحول التربيعي لقيم مختلفة من المعلمات عندما $\theta = 1$



المصدر:- اعداد البحث

الشكل B(7-2) منحنى دالة البقاء للتوزيع المركب المحول التربيعي لقيم مختلفة من المعلمات عندما $\theta = -1$

الشكلين اعلاه لدالة البقاء تتناقص مع ازدياد الزمن ويصبح ذا ذيل ايمن بثبوت θ .

(Hazard Function)

4- ودالة المخاطرة $H(x)$

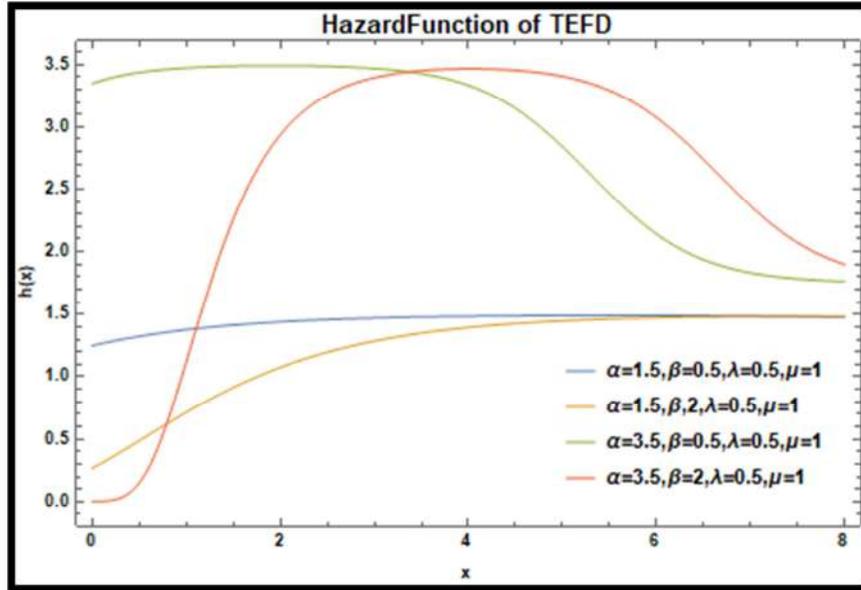
وتكون دالة المخاطرة للتوزيع كالاتي :-

$$h_{TEF}(x) = \frac{f_{TEF}(x)}{S_{TEF}(x)}$$

$$= \frac{\alpha\beta^\alpha\lambda\left[\left(e^{\beta^\alpha}+1\right)\theta+e^{\beta^\alpha}-1\right]e^{\beta^\alpha}e^{-\lambda\alpha x}-2e^{\beta^\alpha}\theta}{\left(e^{\beta^\alpha}-1\right)^2} \frac{e^{-2\beta^\alpha}e^{-\lambda\alpha x}-\lambda\alpha x+\beta^\alpha}{1-\left[\left(1+\theta\right)\frac{e^{-\beta^\alpha}-e^{-\beta^\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta^\alpha}-1}-\theta\left[\frac{e^{-\beta^\alpha}-e^{-\beta^\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta^\alpha}-1}\right]^2\right]}$$

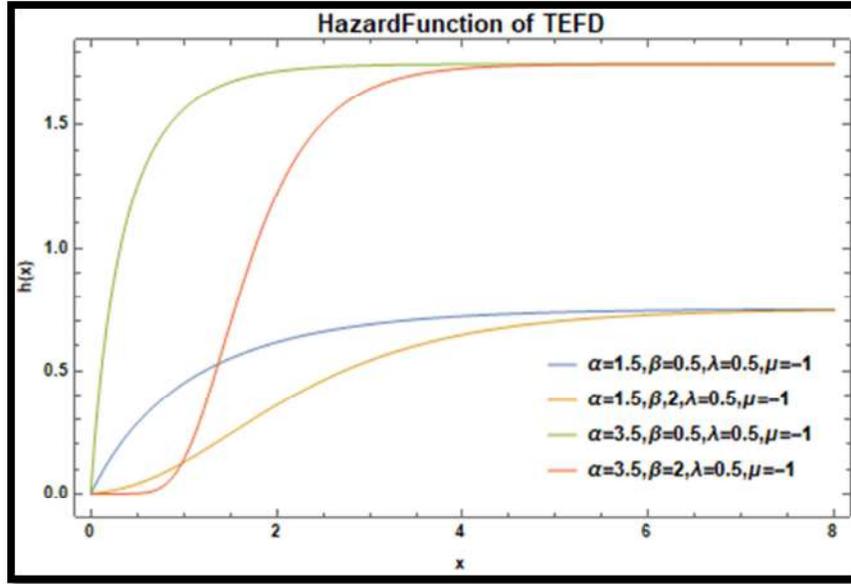
... (30 - 2)

والشكل يبين منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المركب المحول التربيعي



المصدر:- اعداد البحث

الشكل A (8-2) منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المركب المحول التربيعي لقيم مختلفة من المعلمات عندما $\theta = 1$



المصدر:- اعداد البحث

الشكل B (8-2) منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المركب المحول التربيعي لقيم مختلفة من المعلمات عندما $\theta = -1$

شكلا دالة المخاطرة متزايدة مع ازدياد الزمن اي تناسب طردي عند ثبوت θ بالشكلين .

طرائق التقدير للتوزيع المركب المحول الجديد Estimation Methods (6-2)

هناك العديد من طرق التقدير ومن هذه الطرق الاتي

طريقة الإمكان الأعظم [5] Maximum Likelihood Method (1-6-2) (MLE)

تُعدُّ هذه الطريقة من الطرق المهمة لتقدير معلمات التوزيعات الاحتمالية كما انها تهدف إلى جعل دالة لوغاريتم دالة الإمكان أعظم ما يمكن لأنها تحتوي على خصائص جيدة كخاصية عدم التباين أو الثبات (*Invariance*) وتكون كافية (*Sufficient*) وغير متحيزة (*Unbiased*) وتمتلك اقل تباين (*Minimum Variance*) ممكن وتكون أكثر دقة من طرق التقدير الأخرى عندما يكون حجم العينة كبيرة

ودالة الإمكان الأعظم تكون كالتالي :

$$L(x_1, x_2, \dots, x_i, \alpha, \beta, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha, \beta, \lambda, \theta) \quad \dots (31 - 2)$$

ويمكن كتابة الصيغة أعلاه للتوزيع المركب بعد التحويل إلى الصيغة التربيعية بالشكل التالي

$$L = f(x_i, \alpha, \beta, \lambda, \theta) \\ = \prod_{i=1}^n \left[\frac{\alpha \beta^\alpha \lambda \left[\left((e^{\beta^\alpha} + 1) \theta + e^{\beta^\alpha} - 1 \right) e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta \right] e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha}}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} \right] \quad \dots (32 - 2)$$

$$= (\alpha \beta^\alpha \lambda)^n \prod_{i=1}^n \frac{\left[\left((e^{\beta^\alpha} + 1) \theta + e^{\beta^\alpha} - 1 \right) e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta \right] e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha}}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2}$$

وبأخذ اللوغا يتم للطرفين ينتج

$$\log L \\ = n[\log \alpha + \alpha \log \beta \\ + \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{\left[\left((e^{\beta^\alpha} + 1) \theta + e^{\beta^\alpha} - 1 \right) e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta \right] e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha}}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} \quad \dots (33 - 2)$$

وباشتقاق المعادلة (33 - 2) اشتقاق جزئي للمعاملات يكون كالآتي

أولاً:- الاشتقاق للمعلمة α

$$\frac{\partial \log L}{\partial \alpha} \\ = n[\log \alpha + \alpha \log \beta \\ + \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{\left[\left((e^{\beta^\alpha} + 1) \theta + e^{\beta^\alpha} - 1 \right) e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta \right] e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha}}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2}$$

نساوي المشتقة للصفر $\frac{\partial \log L}{\partial \alpha} = 0$

$$\begin{aligned}
 & n[\log \alpha + a \log \beta \\
 & + \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{[(e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1] e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha} \\
 & = 0 \quad (34 - 2)
 \end{aligned}$$

ثانياً :- الاشتقاق للمعلمة β

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \log L}{\partial \beta} \\
 & = n[\log \alpha + a \log \beta \\
 & + \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{[(e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1] e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha}
 \end{aligned}$$

نساوي المشتقة للصفر $\frac{\partial \log L}{\partial \beta} = 0$

$$\begin{aligned}
 & n[\log \alpha + a \log \beta \\
 & + \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{[(e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1] e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha} \\
 & = 0 \quad \dots (35 - 2)
 \end{aligned}$$

ثالثاً :- الاشتقاق للمعلمة λ

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial \log L}{\partial \lambda} \\
 & = n[\log \alpha + a \log \beta \\
 & + \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{[(e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1] e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha}
 \end{aligned}$$

نساوي المشتقة للصفر $\frac{\partial \log L}{\partial \lambda} = 0$

$$\begin{aligned}
 & n[\log \alpha + a \log \beta + \\
 & \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{[(e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1] e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha} = \\
 & 0 \quad \dots (36 - 2)
 \end{aligned}$$

رابعاً :- الاشتقاق للمعلمة θ

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \log L}{\partial \theta} \\ & = n[\log \alpha + a \log \beta \\ & + \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{[(e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1] e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha} \\ & \qquad \qquad \qquad \frac{\partial \log L}{\partial \theta} = 0 \text{ نساوي المشتقة للصفر} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & n[\log \alpha + a \log \beta \\ & + \log \lambda] \log \prod_{i=1}^n \frac{[(e^{\beta^\alpha} + 1)\theta + e^{\beta^\alpha} - 1] e^{\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}} - 2e^{\beta^\alpha} \theta}{(e^{\beta^\alpha} - 1)^2} e^{-2\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x} - \lambda \alpha x + \beta^\alpha} \\ & = 0 \qquad \qquad \qquad \dots (37 - 2) \end{aligned}$$

تمثل المعادلات (2-34), (2-35), (2-36), (2-37) معادلات لا خطية غير قابلة للحل الا باستخدام الطرق العددية وللحصول على قيمة المعلمات المجهولة $(\alpha, \beta, \theta, \lambda)$ بطريقة الامكان الاكظم $(\hat{\alpha}_{mle}, \hat{\beta}_{mle}, \hat{\lambda}_{mle}, \hat{\theta}_{mle})$ قد استخدمت طريقة نيوتن-افسون (Newton Raphson) وبتعويض المقدرات في دالة البقاء في معادلة (2-29) نحصل على مقدر دالة البقاء للتوزيع (QTFE)

(2-6-2) طريقة المربعات الصغرى الموزونة [28][39]

Weighted Least square Method (WLS)

تعدُّ طريقة المربعات الصغرى الموزونة من الطرائق المهمة في التقدير وتختلف عن طريقة المربعات الصغرى بوجود عامل الوزن (W_i) وتستند هذه الطريقة على مبدأ تصغير مجموع مربعات الخطأ قدر الامكان , وان التوقع والتباين التوزيع المركب المحول هما على الترتيب :-

$$E(F(x_i)) = \frac{i}{n+1}$$

$$V(F(x_i)) = \frac{i(n-i+1)}{(n+1)^2(n+2)}$$

كما اشار الى ذلك الباحثون (Johnson, Kotz and Balakrishna (1995)

وبتطبيق المعادلتين اعلاه يمكن الحصول على المقدرات بطريقة المربعات الصغرى الموزونة بالتصغير:-

$$Q = \sum_{i=1}^n W_i \left[F(x_i) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \quad \dots (38 - 2)$$

وان W_i تساوي :-

$$W_i = \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)}$$

$$Q = \sum_{i=1}^n W_i \left[[(1+\theta)F_{EF}(x) - \theta F_{EF}(x)^2] - \frac{i}{n+1} \right]^2$$

$$Q = \sum_{i=1}^n W_i \left[(1+\theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 - \frac{i}{n+1} \right]^2 \quad \dots (39 - 2)$$

وباشتقاق المعادلة (39 - 2) بالنسبة لـ $\alpha, \beta, \lambda, \theta$ فالمعادلات تكون كالآتي

أولاً:- الاشتقاق للمعلمة α ومساواة المشتقة للصفر

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \left[(1+\theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 - \frac{i}{n+1} \right]^2 \frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} \right\} = 0 \quad \dots (40 - 2)$$

ثانياً:- الاشتقاق للمعلمة β ومساواة المشتقة للصفر

$$\frac{\partial}{\partial \beta} = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \left[(1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 - \frac{i}{n+1} \right]^2 \frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} \right\} = 0 \quad \dots (41 - 2)$$

ثالثاً:- الاشتقاق للمعلمة λ ومساواة المشتقة للصفر

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \left[(1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 - \frac{i}{n+1} \right]^2 \frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda} \right\} = 0 \quad \dots (42 - 2)$$

رابعاً:- الاشتقاق للمعلمة θ ومساواة المشتقة للصفر

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \left\{ \sum_{i=1}^n W_i \left[(1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha}e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 - \frac{i}{n+1} \right]^2 \frac{\partial F(x_i)}{\partial \theta} \right\} = 0 \quad \dots (43 - 2)$$

وعند حل المعادلات (2-40), (2-41), (2-42), (2-43) بواسطة طريقة نيوتن رافسون (Newton Raphson) التكرارية نحصل على القيم التقديرية للمعلمات المجهولة $(\hat{\alpha}_{wls}, \hat{\beta}_{wls}, \hat{\lambda}_{wls}, \hat{\theta}_{wls})$

وبتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (2-29) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع (QTFE)

[48] طريقة اندرسون دارلنك (3-6-2)

(Anderson- Darling method)

تم تقديم هذه الطريقة بواسطة Anderson Darling في سياق الاختبارات الإحصائية , يمكن تحديد تقديرات Anderson Darling (ADEs) ل $(\alpha, \beta, \lambda, \theta)$ من خلال تقليل دالة Anderson- Darling فيما يتعلق ب $(\alpha, \beta, \lambda, \theta)$ ويتم تحديد الدالة بواسطة :-

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) [\log F(x) + \log(1 - F(x))]$$

$$AD =$$

$$\left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) \left[\log \left[(1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 \right] + \right. \right. \\ \left. \left. \log \left\{ 1 - (1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 \right\} \right] \right\} \dots (44 - 2)$$

يمكن الحصول على تقديرات Anderson Darling عن طريق اشتقاق معادلة (44 - 2)

أولاً:- الاشتقاق للمعلمة α

$$\frac{\partial AD}{\partial \alpha} =$$

$$\left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) \left[\log \left[(1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 \right] + \right. \right. \\ \left. \left. \log \left\{ 1 - (1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 \right\} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \theta} \right\} = 0 \\ \dots (45 - 2)$$

أولاً:- الاشتقاق للمعلمة β

$$\frac{\partial AD}{\partial \beta} =$$

$$\left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) \left[\log \left[(1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 \right] + \right. \right. \\ \left. \left. \log \left\{ 1 - (1 + \theta) \frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta\alpha} - e^{-\beta\alpha} e^{-\lambda\alpha x}}{e^{-\beta\alpha} - 1} \right]^2 \right\} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} \right\} = \\ 0 \dots (46 - 2)$$

أولاً:- الاشتقاق للمعلمة λ

$$\frac{\partial AD}{\partial \lambda} = \left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i-1) \left[\log[(1+\theta) \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1}] - \theta \left[\frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} \right]^2 \right] + \left[\log \left\{ 1 - (1+\theta) \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} \right]^2 \right\} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \lambda} \right\} = 0 \quad \dots (47-2)$$

أولاً:- الاشتقاق للمعلمة θ

$$\frac{\partial AD}{\partial \theta} = \left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i-1) \left[\log[(1+\theta) \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1}] - \theta \left[\frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} \right]^2 \right] + \left[\log \left\{ 1 - (1+\theta) \frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} - \theta \left[\frac{e^{-\beta^\alpha} - e^{-\beta^\alpha e^{-\lambda \alpha x}}}{e^{-\beta^\alpha} - 1} \right]^2 \right\} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \theta} \right\} = 0 \quad \dots (48-2)$$

وعند حل المعادلات (45-2), (46-2), (47-2), (48-2) بواسطة طريقة نيوتن رافسون Newton Raphson التكرارية نحصل على القيم التقديرية $(\hat{\alpha}_{AD}, \hat{\beta}_{AD}, \hat{\lambda}_{AD}, \hat{\theta}_{AD})$ للمعلمات المجهولة $\alpha, \beta, \lambda, \theta$

وبتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (29-2) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع (QTFE).

(7-2) معيار مقارنة طرائق التقدير

(Criteria for comparing estimation methods)

نستخدم متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعلمات توزيع (QTFE) للمقارنة بين طرائق التقدير

$$MSE[\delta] = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{\delta}_i - \delta)^2 \quad \dots (49-2)$$

إذ أن:

δ : تمثل القيم الافتراضية لمعاملات التوزيع، $\delta = (\alpha, \beta, \lambda, \theta)$

$\hat{\delta}_i$: تمثل القيم المقبولة لمعاملات حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

R : تمثل عدد تكررات التجربة والمساوية الى (1000).

(8-2) اختبارات حسن التطابق [23][51] (Good of fit test)

هناك طرق عدة لاختبار حسن المطابقة للتوزيعات نذكر منها ما يأتي

1- Anderson- Darling statistic

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) [\log F(x) + \log(1 - F(x))] \quad \dots (51 - 2)$$

2-Cramer-Von Mises statistic

$$W_d^* = n \sum_{i=0}^n [F(x) - F(x)f(x)] \quad \dots (52 - 2)$$

أذ تمثل $F(x)$ دالة التوزيع التراكمي

$f(x)$ تمثل دالة التوزيع الاحتمالي

الفرضية التالية تطبق على جميع الاختبارات

H_0 :- لبيانات تتبع التوزيع المركب المحول التربيعي (اسي - فريجت).

H_1 :- لبيانات لا تتبع التوزيع المركب المحول التربيعي (اسي - فريجت).

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

و
التطبيقي

الفصل الثالث

الجانب العملي

(التجريبي والتطبيقي)

Introduction

(1-3) التمهيد [31][53] :-

يتضمن الفصل جزأين أساسيين، الجزء الأول يمثل الجانب التجريبي والجزء الثاني يمثل الجانب التطبيقي فالجانب التجريبي يتضمن تطبيق تجربة المحاكاة على بيانات مولدة باستعمال أسلوب محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo) والجانب التطبيقي ويتضمن تطبيقاً عملياً على بيانات حقيقية (متمثلة ببيانات مرضى الفشل الكلوي والبيانات مأخوذة من مسالة أدهم محمد صاحب البياتي بعنوان "تقدير دالة البقاء لنموذج احتمالي مختلط(الاسي- كما من الرتبة الثانية)".

وتم إجراء تجربة المحاكاة واستخلاص جميع نتائج العمليات في القسمين باستعمال برنامج (Mathematica program)، كانت Mathematica بيئة الحساب الرئيسية لملايين من المبتكرين والمعلمين والطلاب وغيرهم حول العالم، والهدف من ماثيماتكا هو توفير تجربة عملية للتعريف باتساع ماثيماتكا، مع التركيز على سهولة الاستخدام. وهو برنامج تعليمي سهل القراءة ومرجع نهائي لأكثر من مليون مستخدم للرياضيات في جميع أنحاء العالم، إنه موثوق أساسياً لجميع مستخدمي ماثيماتكا من المبتدئين إلى الخبراء.

(2-3) الجانب التجريبي :-

(1-2-3) مفهوم المحاكاة [3][5][35][55] :-

تعرف المحاكاة على أنها (تقنية لنمذجة الأنظمة الديناميكية في العالم الحقيقي من خلال محاكاة سلوكها باستخدام نموذج رياضي للنظام المطبق على جهاز كمبيوتر رقمي) ويمكن النظر إلى المحاكاة على أنها تقنية عددية لحل نماذج الاحتمالات المعقدة والمعادلة التفاضلية الجزئية،

بشكل مشابه للطريقة التي يمكننا بها استخدام الكمبيوتر لتقييم تكامل دالة معقدة عددياً . هذا هو السبب في ان علم المحاكاة تعدّ موضوعاً متعدد التخصصات. وكذلك تُعرّف (بأنها عملية انشاء نموذج لنظام موجود او مقترح من اجل تحديد وفهم العوامل التي تتحكم في النظام وللتنبؤ بالسلوك المستقبلي للنظام). ويأخذ اسلوب المحاكاة دوراً في معالجة المشكلات وتنفيذها في الجوانب العلمية مما دفع كثيراً من الباحثين الى اعتماد اسلوب المحاكاة ولاسيما بعد التطوّر الواسع في مجال الحاسبات الالكترونية واستخدمت المحاكاة في كثير من البحوث التي تهدف الى دراسة سلوك أنموذج أو توزيع احصائي أو إحصاءات اختيائية أو مقدرات نظراً لصعوبة معرفة ذلك نظرياً . ومن مميزات أسلوب المحاكاة المرونة في دراسة المسائل أنها تعطي للباحث القدرة على الاختيائية والتجريب وامكانية تنفيذ التعديل والتغيير من اجل استئصال الجهد ولطاقة والكلفة, وكذلك تمتاز بالحصول على معلومات مفيدة عن الواقع الحقيقي والقدرة على تكرار التجربة إذ ان المدخلات التي يتم تغييرها في كل مرة تعطي شرحاً كافياً لطبيعة العملية الرياضية التي يتم استعمالها . يستعمل اسلوب المحاكاة للمقارنة ما بين الطرائق المقترحة أو المقترحة من الباحثين لمعرفة الطريقة الأفضل.

وتظهر اهمية المحاكاة في انشاء الاحتمالات العشوائية التي تكون في كل سلسلة الاحتمالات عشوائية مستقلة عن الاخرى وهناك كثير من الطرائق المختلفة للمحاكاة كالطريقة المختلطة , الطريقة التناظرية وطريقة مونت كارلو, وتعدّ طريقة مونت كارلو من أهم وأكثر الطرق شيوعاً واستعمالاً , ويتم استعمالها لإنشاء بيانات لعدد كبير من التوزيعات الاحتمالية وبعده طرق منها طريقة الرفض والقبول أو التحويل المعكوس.

Describe the stages of the (2-2-3) وصف مراحل تجربة المحاكاة

-: simulation experiment

تضمنت تجارب المحاكاة مراحل عدّة لتقدير معالم التوزيع المركب المحول التريبيعي وكذلك تقدير دالة البقاء للنموذج الاحتمالي المركب المحول من الدرجة الثانية (اسي - فريجت) وكما يأتي:

تم اعتماد طريقة مونت كارلو (Monte Carlo) لغرض توليد بيانات بأحجام مختلفة تستخدم لتقدير دالة البقاء لتوزيع المركب المحول (اسي - فريجت) وكتب برنامج المحاكاة باستخدام برنامج (Mathematica program) وطبق على الحاسبة كما مبين في الملحق (A)

وسنستعرض مراحل تجربة المحاكاة.

المرحلة الأولى :-

وهي المرحلة الأساس التي تعتمد عليها بقية المراحل :-

أولاً :- تحديد قيم افتراضية لمعاملات التوزيع

اختياراً القيم الافتراضية للمعاملات مع الأخذ بنظر الاعتبار أن تكون القيم الافتراضية للمعاملات وذلك من أجل التركيز على تأثيرها في سلوك θ مختلفة خصوصاً بالنسبة لمعلمة التحويل التوزيع المحول إذ جرى تشكيل 8 حالات كما مبين في الجدول:-

جدول (1-3)

يبين القيم الافتراضية الأولية للمعاملات والنماذج المقترحة

Model	α	β	λ	θ
Model 1	1.5	0.5	0.5	-0.5
Model 2	2.5	2.5	0.5	-0.5
Model 3	2.5	2.5	0.5	1
Model 4	1	1	1.5	0.5
Model 5	1.5	0.5	0.5	-1
Model 6	2	1	1	1
Model 7	2.5	2.5	0.5	-1
Model 8	3	1	1.5	1

حيث ان

α, θ :- معلمتا الشكل (Shape Parameters)

β, λ :- معلمتا القياس (Scale Parameters)

ثانياً:- اختيار حجم العينة

تم اختياراً 4 أحجام عينات مختلفة (صغيرة، متوسطة، كبيرة)

$n=15, 40, 75, 100$

المرحلة الثانية :- مرحلة توليد البيانات

في هذه المرحلة يتم توليد المشاهدات العشوائية بطريقة التحويل المعكوس وعلى وفق توزيع TEFD وكما يأتي :

أولاً:- توليد متغير العشوائي يتوزع توزيع منتظم U_i بالفترة $(0,1)$

$$U_i \sim U(0,1), \quad i = 0,1,2,\dots,n.$$

U_i : يمثل متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم يتم توليده باستعمال البرنامج على وفق الصيغة الآتية :-

$$U = [0 \leq p \leq 1], p \sim \text{UniformDistribution}$$

ثانياً : تحويل المشاهدات المولدة من الخطوة (أولاً) التي تتبع التوزيع المنتظم الى بيانات تتبع توزيع QTEF باستخدام طريقة التحويل المعكوس وحسب المعادلة وكما في الصيغة الآتية :-

$$x = \frac{\text{Log}\left[\frac{\beta^\alpha}{\text{Log}\left[\frac{-e^{\beta^\alpha}(1-e^{\beta^\alpha}-\mu-e^{\beta^\alpha}\mu)-e^{\beta^\alpha}(-1+e^{\beta^\alpha})\sqrt{1+2\mu-4u\mu+\mu^2}}{2(-1+e^{\beta^\alpha}+u-2e^{\beta^\alpha}u+e^{2\beta^\alpha}u+e^{\beta^\alpha}\mu)}\right]}\right]}{\alpha\lambda}$$

المرحلة الثالثة :-مرحلة التقدير للمعلمات

في هذه المرحلة يتم تقدير معلمات توزيع TEFD ولكافة الطرائق المبينة في الجانب النظري التي هي :-

1- طريقة الامكان الاعظم ويرمز لها بالجداول بالرمز MLE.

2- طريقة المربعات الصغرى الموزونة ويرمز لها بالجداول بالرمز WLSE.

3- طريقة اندبسون دالأنك ويرمز لها بالجداول بالرمز AD.

المرحلة الرابعة:- تكرار التجربة

تكرار هذه العملية (1000) مرة على وفق البرنامج المذكور في الملحق (B)

المرحلة الخامسة:- المقارنة بين الطرق

في هذه المرحلة تتم المقارنة بين المقدرات الناتجة عن معاملات توزيع TEFD باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعاملات التوزيع وبحسب الصيغة (2 - 49)

(3-2-3) تحليل نتائج المحاكاة (Analysis of Simulation Result)

سيتم تحليل نتائج عملية المحاكاة للوصول الى افضل الطرائق لتقدير المعلمات للتوزيع المركب المحول التريبيعي (الاسي- فريجت) بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ (MSE) إذ يتضح من الجداول المرقمة من (1) الى (8) الوالدة في الملحق (A)، ولغرض الوصول للمقدار الأفضل عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة، فقد تم الاعتماد على أسلوب الرتب (Ranks) لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) وبحسب الصيغة (2 - 49) للمقارنة بين طرائق تقدير معاملات التوزيع، والمبينة في الجدول التالي :-

جدول (2-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة

Models	N	AD	WLSE	MLE
1	15	1	2	3
	40	3	1	2
	75	3	2	1
	100	3	1	2
2	15	1	2	3
	40	2	2	2
	75	2	3	1
	100	2	3	1
3	15	1	2.5	2.5
	40	1	3	2
	75	2	3	1
	100	3	2	1
4	15	1	2	3

	40	1	2.5	2.5
	75	1	2	3
	100	1	2	3
Models	N	AD	WLS	ML
5	15	1.5	1.5	3
	40	1	3	2
	75	2	3	1
	100	2	3	1
6	15	1	2	3
	40	1	3	2
	75	3	1	2
	100	1	3	2
7	15	1.5	1.5	3
	40	3	1.5	1.5
	75	3	1.5	1.5
	100	3	1.5	1.5
8	15	1.5	3	1.5
	40	2	3	1
	75	3	1.5	1.5
	100	3	2	1
\sum Ranks		60.5	70	61.5
Overall Ranks		1	3	2

جدول (3-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة

N	Sum of Ranks	AD	WLS	ML
Sample Size (n = 15)	$\sum Ranks$	9.5	16.5	22
	Overall Ranks	1	2	3
Sample Size (n = 40)	$\sum Ranks$	14	19	13
	Overall Ranks	2	3	1
Sample Size (n = 75)	$\sum Ranks$	19	17	12
	Overall Ranks	3	2	1
Sample Size (n = 100)	$\sum Ranks$	18	17.5	12.5
	Overall Ranks	3	2	1

من الجدول (3-3) تبين الآتي:

- 1- عند حجم عينة (15) الافضلية لطريقة اندسون دالوك لتقدير معلمات توزيع QTEF لأنها كانت تقابل الرتبة الأولى. اما عند حجم (75,100) فقد احتلت المرتبة الثالثة مما يدل على عدم ملائمتها عند احجام العينات الكبيرة .
- 2- احتلت طريقة المربعات الصغرى الموزونة المرتبة الثانية عند احجام عينات (15,75,100) ثم احتلت المرتبة الثالثة عند حجم عينة 40.
- 3- اما طريقة الامكان الاعظم فقد احتلت المرتبة الأخيرة (الثالثة) عند حجم عينة 15 ثم احتلت المرتبة الأولى عند احجام عينات (40,75,100) مما يدل على ملائمتها بشكل أكبر بازدياد حجم العينة.

Practical part (3-3) الجزء الثاني :- الجانب التطبيقي

1-3-3 تمهيد^[2]

هنا يتم التطرق الى البيانات الحقيقية التي تم اخذها من □سالة الماجستير للطالب أدهم محمد صاحب البياتي تم الحصول عليها من وزارة الصحة مركز امراض وز□ع الكلى ومن السجلات التي تمثل المصابين بالفشل الكلوي ومن كلا الجنسين للمدة [من 2015/1/17 لغاية 2017/12/27] وذلك بهدف تطبيقها على النموذج المركب المحول التريبيعي (اسي-فريجت) ومن ثم تقدير دالة البقاء باستعمال طريقة الامكان الاعظم (ML) التي اظهرت مخرجات المحاكاة افضليتها على بقية الطرائق تم ذلك بالاعتماد على برنامج Mathematica .

2-3-3 البيانات المحلية local data

كما ذكرنا في بداية الفصل ان البيانات مأخوذة من رسالة ادهم طبقتها على توزيع خليط اما هنا فتم تطبيقها على التوزيع المركب التريبيعي والجدول الآتي يبين أوقات حياة المرضى المصابين بالفشل الكلوي بالأشهر:-

جدول (4-3) اوقات الحياة للمرضى المصابين بالفشل الكلوي.

I	T	I	T	I	T
1	1	32	2	63	7
2	1	33	3	64	7
3	1	34	3	65	7
4	1	35	3	66	7
5	1	36	3	67	8
6	1	37	3	68	8
7	1	38	3	69	9
8	1	39	3	70	9
9	1	40	3	71	10
10	1	41	3	72	11
11	1	42	3	73	11
12	1	43	3	74	12

13	1	44	3	75	12
14	1	45	4	76	12
15	1	46	4	77	13
16	1	47	4	78	14
17	1	48	4	79	14
18	1	49	5	80	17
19	1	50	5	81	18
20	2	51	5	82	18
21	2	52	5	83	18
22	2	53	5	84	19
23	2	54	5	85	19
24	2	55	5	86	20
25	2	56	5	87	20
26	2	57	5	88	25
27	2	58	6	89	25
28	2	59	6	90	26
29	2	60	7	91	28
30	2	61	7		
31	2	62	7		

والجدول الآتي يبيِّن نتائج المؤشرات الإحصائية لعينة البيانات:-

جدول (5-3) أبرز نتائج المؤشرات الإحصائية

Mean	6.58242
Variance	44.5949
Skewness	1.49404
Kurtosis	4.39595
Median	4
StandardDeviation	6.67794

3-3-3 اختبار حسن التطابق

لغرض معرفة ملائمة البيانات الحقيقية للتوزيع فقد تم إجراء اختبار χ^2 حسن المطابقة للبيانات الحقيقية عن طريق الاختبارات

(Anderson-Darling , Cramer-Von Mises) وبحسب الفرضية التالية :-

H_0 :- لبيانات تتبع التوزيع المركب المحول التريبيعي (اسي - فريجت).

H_1 :- لبيانات لا تتبع التوزيع المركب المحول التريبيعي (اسي - فريجت).

وتم حساب النتائج الخاصة بالاختبارات المذكورة بواسطة برنامج (Mathematica Wolfram) ويوضح الجدول الآتي قيم اختبار χ^2 حسن المطابقة المذكورة أعلاه

جدول (6-3)

قيم اختبارات حسن المطابقة للبيانات الحقيقية QTEF

Distribution	Parameter				AD	W_d^*
	Test Statistic					
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\lambda}$	$\hat{\theta}$	(P-Value)	
TEFD	0.517877	1.67841	0.419674	0.213145	2.03652	0.286393
					0.0878353	0.147721
EFD	0.197704	0.188704	0.887704	2.8834	0.465095
					0.061487	0.0789069

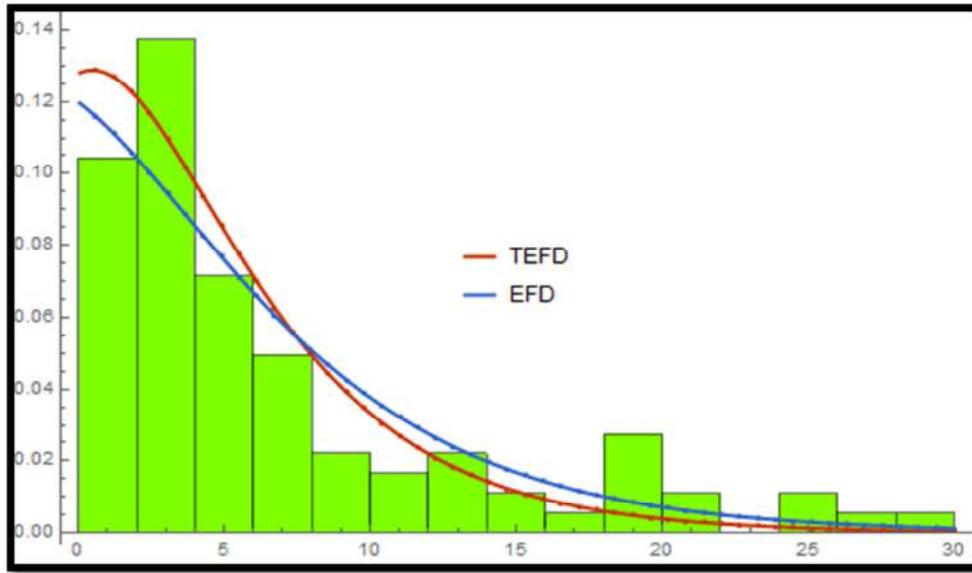
القيم المقدرة للمعاملات هي

$$\hat{\alpha} = 0.517877, \hat{\beta} = 1.67841, \hat{\lambda}_1 = 0.419674, \hat{\theta} = 0.213145$$

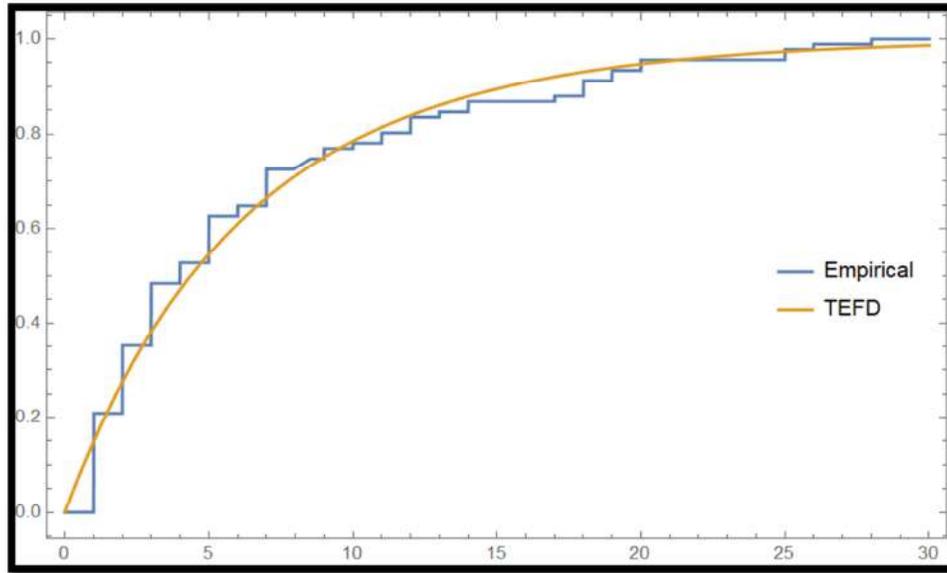
فقد كانت متقاربة من القيم الافتراضية للمعاملات المذكورة في جانب المحاكاة.

اذ تبين من الجدول (3-6) الآتي:-

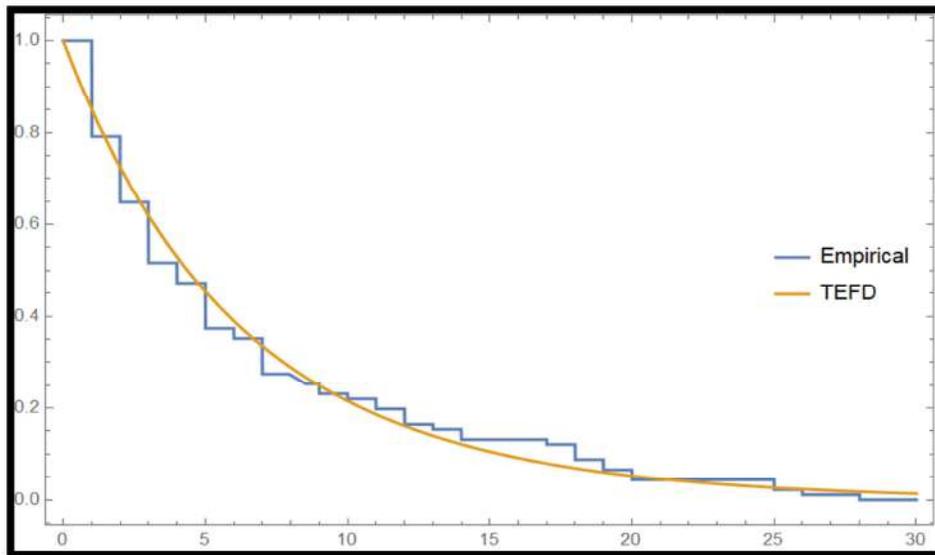
- 1- تظهر نتائج اختبار فرضية العدم وتبين أن P-Value للاختبارات (Cramer-Von Mises ,Anderson- Darling) اكبر من مستوى معنوية (0.05) لتوزيع TEFD هذا يؤدي الى عدم رفض فرضية العدم .
- 2- أظهرت النتائج أفضلية توزيع TEFD على بقية توزيعات المقارنة حيث ان قيمة P-Value كانت هي الأكبر مقارنة بتوزيعات المقارنة وبالنسبة لجميع الاختبارات .
والشكل الآتي يبين مدى ملائمة توزيع TEFD مقارنة ببعض التوزيعات



شكل (1-3) دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول TEFD مقارنة بالتوزيع المركب بالنسبة للبيانات الحقيقية



شكل (2-3) الدالة التراكمية لتوزيع TEFD مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية



شكل (3-3) دالة البقاء لتوزيع TEFD مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية

4-3-3 تقدير دالة البقاء للبيانات الحقيقية^[2]

تبين في القسم التجريبي ان طريقة الامكان الاعظم هي الافضل في تقدير معلمات التوزيع , تمّ تقدير دالة البقاء للبيانات الحقيقية باستعمال برنامج (Wolfram Mathematica) حيث تم الحصول على النتائج لدالة البقاء ودالة المخاطرة ودالة الكثافة الاحتمالية كما مبينه في الجدول

جدول(3-7) يوضح مقدرات دالة البقاء ودالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية

I	T	F(x)	S(x)	h(x)
1	1	0.149808	0.850192	0.161232
2	1	0.149808	0.850192	0.161232
3	1	0.149808	0.850192	0.161232
4	1	0.149808	0.850192	0.161232
5	1	0.149808	0.850192	0.161232
6	1	0.149808	0.850192	0.161232
7	1	0.149808	0.850192	0.161232
8	1	0.149808	0.850192	0.161232
9	1	0.149808	0.850192	0.161232
10	1	0.149808	0.850192	0.161232
11	1	0.149808	0.850192	0.161232
12	1	0.149808	0.850192	0.161232
13	1	0.149808	0.850192	0.161232
14	1	0.149808	0.850192	0.161232
15	1	0.149808	0.850192	0.161232
16	1	0.149808	0.850192	0.161232
17	1	0.149808	0.850192	0.161232
18	1	0.149808	0.850192	0.161232
19	1	0.149808	0.850192	0.161232
20	2	0.275641	0.724359	0.159123
21	2	0.275641	0.724359	0.159123
22	2	0.275641	0.724359	0.159123
23	2	0.275641	0.724359	0.159123
24	2	0.275641	0.724359	0.159123
25	2	0.275641	0.724359	0.159123
26	2	0.275641	0.724359	0.159123
27	2	0.275641	0.724359	0.159123
28	2	0.275641	0.724359	0.159123
29	2	0.275641	0.724359	0.159123
30	2	0.275641	0.724359	0.159123

31	2	0.275641	0.724359	0.159123
32	2	0.275641	0.724359	0.159123
33	3	0.38156	0.61844	0.157062
34	3	0.38156	0.61844	0.157062
35	3	0.38156	0.61844	0.157062
36	3	0.38156	0.61844	0.157062
37	3	0.38156	0.61844	0.157062
38	3	0.38156	0.61844	0.157062
39	3	0.38156	0.61844	0.157062
40	3	0.38156	0.61844	0.157062
41	3	0.38156	0.61844	0.157062
42	3	0.38156	0.61844	0.157062
43	3	0.38156	0.61844	0.157062
44	3	0.38156	0.61844	0.157062
45	4	0.470921	0.529079	0.155076
46	4	0.470921	0.529079	0.155076
47	4	0.470921	0.529079	0.155076
48	4	0.470921	0.529079	0.155076
49	5	0.546491	0.453509	0.153186
50	5	0.546491	0.453509	0.153186
51	5	0.546491	0.453509	0.153186
52	5	0.546491	0.453509	0.153186
53	5	0.546491	0.453509	0.153186
54	5	0.546491	0.453509	0.153186
55	5	0.546491	0.453509	0.153186
56	5	0.546491	0.453509	0.153186
57	5	0.546491	0.453509	0.153186
58	6	0.610553	0.389447	0.151407
59	6	0.610553	0.389447	0.151407
60	7	0.66499	0.33501	0.149748
61	7	0.66499	0.33501	0.149748
62	7	0.66499	0.33501	0.149748
63	7	0.66499	0.33501	0.149748
64	7	0.66499	0.33501	0.149748
65	7	0.66499	0.33501	0.149748
66	7	0.66499	0.33501	0.149748
67	8	0.711357	0.288643	0.148212
68	8	0.711357	0.288643	0.148212

69	9	0.75094	0.24906	0.146801
70	9	0.75094	0.24906	0.146801
71	10	0.784804	0.215196	0.145513
72	11	0.813836	0.186164	0.144343
73	11	0.813836	0.186164	0.144343
74	12	0.838771	0.161229	0.143285
75	12	0.838771	0.161229	0.143285
76	12	0.838771	0.161229	0.143285
77	13	0.860226	0.139774	0.142332
78	14	0.878717	0.121283	0.141478
79	14	0.878717	0.121283	0.141478
80	17	0.920406	0.0795944	0.139429
81	18	0.930745	0.0692546	0.138891
82	18	0.930745	0.0692546	0.138891
83	18	0.930745	0.0692546	0.138891
84	19	0.939712	0.0602885	0.138416
85	19	0.939712	0.0602885	0.138416
86	20	0.947493	0.0525067	0.137995
87	20	0.947493	0.0525067	0.137995
88	25	0.973556	0.0264435	0.136531
89	25	0.973556	0.0264435	0.136531
90	26	0.976929	0.0230711	0.136335
91	28	0.982429	0.017571	0.136012
SUM		45.551108	45.448891	13.9005
MEAN		0.50056	0.49944	0.152753

والجدول أنفأ يتضمن مجموعة من الأعمدة العمود الأول يمثل التسلسل والعمود الثاني يمثل الزمن والعمود الثالث يمثل قيم الدالة التراكمية التي تتناسب طردياً مع الزمن وتقع قيمها بين الصفر والواحد وهذا ما يتناسب مع النظرية الإحصائية وان متوسط قيمة دالة اللابقاء هي 0.50056 ونسبة عدم بقاء الكائن الحي على قيد الحياة ولكل سبعة ايام هو 50.05%

والعمود الرابع يمثل قيم دالة البقاء وقيمتها تتناقص بازدياد الزمن (اي تتناسب عكسيا)

والعمود الخامس يصف دالة الخطورة التي تتناسب طردياً مع الزمن ومتوسط معدل الخطورة هو 0.152753 ونسبة الخطورة مساوية الى 15.27%

الفصل الرابع

الاستنتاجات والتوصيات

الفصل الرابع

الاستنتاجات والتوصيات

Conclusions

(1-4) الاستنتاجات :-

- 1- بالاعتماد على معيار متوسط مربعات الخطأ MSE في الجانب التجريبي ان الافضلية لطريقة تقدير المعلمات هي طريقة اندرسون دالوك لكونها تمتلك اقل تبايناً عند حجم عينة (15), اما عند حجم عينة (40,75,100) فتكون الافضلية لطريقة الامكان الاعظم لكونها تحتل المرتبة الأولى .
- 2- اما الجانب التطبيقي فكانت تقديرات معلمات التوزيع (TEFD) للبيانات الحقيقية متقاربة مع القيم المفترضة في الجانب التجريبي
- 3- ان قيم الدالة التراكمية تتناسب طرديا مع الزمن اي انها في تزايد تقع قيمها بين الصفر والواحد.
- 4- دالة البقاء متناقصة كلما ازداد الزمن (تتناسب عكسيا مع الزمن) وهذا ما يتناسب مع النظرية الإحصائية.
- 5- دالة المخاطرة تكون متناقصة اي تتناسب طرديا مع الزمن .
- 6- من نتائج التطبيق العملي وعن طريق معايير حسن المطابقة (*Good of fit test*) كانت الافضلية للتوزيع المركب المحول التربيعي في تمثيل البيانات.

Recommendations

(2-4) التوصيات :-

بالاعتماد على إجراءات الرسالة واستنتاجاتها توصلت الباحثة الى ما يأتي :-

- 1- توصي الباحثة باشتقاق خصائص التوزيع المركب المحول وذلك لصعوبة استخراجها فلم يتم التطرق اليها حتى تتم المقارنة بينها وبين التوزيع المركب قبل التحويل .
- 2- التوسع في استخدام خطة التحويل التريبيعي للتوزيع المركب لكون التوزيع المركب المحول يكون اكثر مرونة من التوزيعات المفردة, اجراء دراسة مستقبلية لمقارنة التوزيع المركب المحول التريبيعي مع التوزيع المركب او مع توزيعات مركبة محولة اخرى او مع خرائط التحويل التكميبي لبيان افضلية التوزيعات .
- 3- تطبيق التوزيع المركب المحول التريبيعي (الاسي – فريجت) في المجالات الزراعية والصناعية والتجارية .
- 4- استخدام طرائق تقدير أخرى لتقدير المعلمات كالطرائق اللامعلمية والبيزية والعزوم وغيرها .

حصہ

- 9- Abed, M. Q., Alwan, E. B., & Kneehr, A. L. (2018). Proposing a New Mixture Statistical Distribution Exponential-Kumaraswamy. *International Journal of Applied*, 8(2).
- 10- Afify, A. Z., Hamedani, G., Ghosh, I., & Mead, M. E. (2014). The transmuted Marshall-Olkin Fréchet distribution: properties and applications. *International Journal of Statistics and Probability*.
- 11- Afify, A. Z., Nofal, Z. M., Yousof, H. M., El Gebaly, Y. M., & Butt, N. S. (2015). The transmuted Weibull Lomax distribution: properties and application. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 135-152. v
- 12- Afify, A. Z., Yousof, H. M., Butt, N. S., & Hamedani, G. G. (2016). The transmuted Weibull-pareto distribution. *Pakistan Journal of Statistics*.
- 13- Afify, A. Z., Yousof, H. M., Butt, N. S., & Hamedani, G. G. (2016). The transmuted Weibull-pareto distribution. *Pakistan Journal of Statistics*.
- 14- Akinsete, A., Famoye, F., & Lee, C. (2008). The beta-Pareto distribution. *Statistics*, 42(6), 547-563.
- 15- Al-Babtain, A., Fattah, A. A., Ahmed, A. H. N., & Merovci, F. (2017). The Kumaraswamy-transmuted exponentiated modified Weibull distribution. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(5), 3812-3832.
- 16- Alzaatreh, A., Famoye, F., & Lee, C. (2013). Weibull-Pareto distribution and its applications. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 42(9), 1673-1691.
- 17- Arshad, M. Z., Iqbal, M. Z., & Ahmad, M. (2018). Transmuted exponentiated moment pareto distribution. *Open Journal of Statistics*, 8(06), 939.
- 18- Arshad, M., Khetan, M., Kumar, V., & Pathak, A. K. (2021). Record-Based Transmuted Generalized Linear Exponential Distribution with Increasing, Decreasing and Bathtub Shaped Failure Rates. *arXiv preprint arXiv:2107.09316*.
- 19- Barreto-Souza, W., Santos, A. H., & Cordeiro, G. M. (2010). The beta generalized exponential distribution. *Journal of statistical Computation and Simulation*, 80(2), 159-172.
- 20- Chaudhary, S., Panwar, M. S., Bundel, R., & Tomer, S. K. ANALYSIS OF TRANSMUTED MAXWELL DISTRIBUTION.
- 21- Deka, D., Das, B., & Baruah, B. K. (2017). Transmuted exponentiated Gumbel distribution (TEGD) and its application to water quality data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 115-126.

- 22- Elbatal, I., Asha, G., & Raja, A. V. (2014). Transmuted exponentiated Fréchet distribution: Properties and applications. *Journal of Statistics Applications & Probability*, 3(3), 379.
- 23- Elgarhy, M., Elbatal, I., ul Haq, M. A., & Hassan, A. S. (2018). Transmuted Kumaraswamy quasi Lindley distribution with applications. *Annals of Data Science*, 5(4), 565-581.
- 24- Famoye, F. (2000). Goodness-of-fit tests for generalized logarithmic series distribution. *Computational statistics & data analysis*, 33(1), 59-67.
- 25- Fatima, A., & Roohi, A. (2015). Pak. J. Statist. 2015 Vol. 32 (1), 63-80 TRANSMUTED EXPONENTIATED PARETO-I DISTRIBUTION. *Pak. J. Statist*, 32(1), 63-80.
- 26- Forbes, C., Evans, M., Hastings, N., & Peacock, B. (2011). *Statistical distributions*. John Wiley & Sons.
- 27- Granzotto, D. C. T., Louzada, F., & Balakrishnan, N. (2017). Cubic rank transmuted distributions: inferential issues and applications. *Journal of statistical Computation and Simulation*, 87(14), 2760-2778.
- 28- Gupta, R. D., & Kundu, D. (2001). Generalized exponential distribution: different method of estimations. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 69(4), 315-337.
- 29- Harlow, D. G. (2002). Applications of the Fréchet distribution function. *International Journal of Materials and Product Technology*, 17(5-6), 482-495.
- 30- Hassan, A. S., & Abd-Allah, M. (2018). Exponentiated Weibull-Lomax distribution: properties and estimation. *Journal of Data Science*, 16(2), 277-298.
- 31- Hastings, C., Mischo, K., & Morrison, M. (2020). *Hands-On Start to Wolfram Mathematica: and programming with the Wolfram language*. Wolfram Media.
- 32- Hussian, M. A. (2014). Transmuted exponentiated gamma distribution: A generalization of the exponentiated gamma probability distribution. *Applied Mathematical Sciences*, 8(27), 1297-1310.
- 33- Iriarte, Y. A., & Astorga, J. M. (2014). Distribución de probabilidad de Maxwell transmutada. *Revista Integración*, 32(2), 211-221.
- 34- Khan, M. S., King, R., & Hudson, I. L. (2019). Transmuted exponentiated Weibull distribution. *Journal of Applied Probability and Statistics*, 14, 37-51.
- 35- Kumar, J. Modelling and Simulation
- 36- Lee, C., Famoye, F., & Olumolade, O. (2007). Beta-Weibull distribution: some properties and applications to censored data. *Journal of modern applied statistical methods*, 6(1), 17.

- 37- Lu, W., & Shi, D. (2012). A new compounding life distribution: the Weibull–Poisson distribution. *Journal of applied statistics*, 39(1), 21-38.
- 38- Luguterah, A., & Nasiru, S. (2015). Transmuted exponential Pareto distribution. *Far East Journal of Theoretical Statistics*, 50(1), 31.
- 39- Merovci, F., & Elbatal, I. (2013). Transmuted Lindley-geometric distribution and its applications. *arXiv preprint arXiv:1309.3774*.
- 40- Nadarajah, S., & Gupta, A. K. (2005). On the moments of the exponentiated Weibull distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 34(2), 253-256.
- 41- Nadarajah, S., & Kotz, S. (2004). The beta Gumbel distribution. *Mathematical Problems in engineering*, 2004(4), 323-332.
- 42- Nofal, Z. M., Afify, A. Z., Yousof, H. M., Granzotto, D. C. T., & Louzada, F. (2018). The transmuted exponentiated additive weibull distribution: properties and applications. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 17(1), 4.
- 43- Oguntunde, P. E., Balogun, O. S., Okagbue, H. I., & Bishop, S. A. (2015). The Weibull-exponential distribution: Its properties and applications. *Journal of Applied Sciences*, 15(11), 1305-1311.
- 44- Pal, M., Ali, M. M., & Woo, J. (2006). Exponentiated weibull distribution. *Statistica*, 66(2), 139-147.
- 45- Paranaíba, P. F., Ortega, E. M., Cordeiro, G. M., & Pescim, R. R. (2011). The beta Burr XII distribution with application to lifetime data. *Computational Statistics & Data Analysis*, 55(2), 1118-1136.
- 46- Provost, S. B., Saboor, A., & Ahmad, M. (2011). Pak. j. statist. 2011 vol. 27 (2), 111-131 the gamma-weibull distribution. *Pak. J. Statist*, 27(2), 111-131.
- 47- Qutb, N., & Rajhi, E. (2016). Estimation of the parameters of compound Weibull distribution. *IOSR*, 12(4), 11-18.
- 48- Sebastian, N., & Rajitha, V. R. (2021). Different Estimation Procedures For Topp Leone Exponential And Topp Leone q Exponential Distribution. *arXiv preprint arXiv:2103.03723*.
- 49- Tahir, M. H., Cordeiro, G. M., Alzaatreh, A., Mansoor, M., & Zubair, M. (2016). A new Weibull–Pareto distribution: properties and applications. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 45(10), 3548-3567.
- 50- Urama, K. U., Onyeagu, S. I., & Eze, F. C. (2021). The Transmuted Kumaraswamy Pareto Distribution. *Earthline Journal of Mathematical Sciences*, 6(2), 325-358.

- 51- Venegas, O., Iriarte, Y. A., Astorga, J. M., Borger, A., Bolfarine, A., & Gomez, H. W. (2017). A new generalization of the Maxwell distribution. *Applied Mathematics and Information Sciences*, 3, 867-876.
- 52- Weber, M. D., Leemis, L. M., & Kincaid, R. K. (2006). Minimum Kolmogorov–Smirnov test statistic parameter estimates. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 76(3), 195-206.
- 53- Wolfram, S. (2003). *The Mathematica Book 5th Edition*; Wolfram Research.
- 54- Zaidi, S. M., Sobhi, M. M. A., El-Morshedy, M., & Afify, A. Z. (2021). A new generalized family of distributions: Properties and applications. *Aims Math*, 6, 456-476.

Internet sites

ثالثاً : مواقع الأترنت :

55-

<https://en.wikipedia.org/wiki/Simulation#:~:text=A%20simulation%20is,execute%20the%20simulation.>

ملحق ((A))

جدول رقم (1) متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للنموذج الأول (Model 1)

$$\alpha = 1.5, \beta = 0.5, \lambda = 0.5, \theta = -0.5$$

N	Est.Par	AD	WLS	ML
	MSE			
15	$\hat{\alpha}$	1.47519	1.5289	1.75847
	Mse ^(Rank)	0.020019 ⁽¹⁾	0.069746 ⁽²⁾	0.111446 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.593972	0.598176	0.573141
	Mse ^(Rank)	0.06521 ⁽¹⁾	0.277255 ⁽²⁾	0.371386 ⁽³⁾
	$\hat{\lambda}$	0.607551	0.547603	0.476572
	Mse ^(Rank)	0.059422 ⁽³⁾	0.026139 ⁽²⁾	0.008824 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	-0.476607	-0.29235	-0.53656
	Mse ^(Rank)	0.062871 ⁽¹⁾	0.33308 ⁽²⁾	0.557367 ⁽³⁾
	$\sum Ranks$	6 ⁽¹⁾	8 ⁽²⁾	10 ⁽³⁾
40	$\hat{\alpha}$	1.402	1.58049	1.65321
	Mse ^(Rank)	0.032212 ⁽²⁾	0.016762 ⁽¹⁾	0.065933 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.690899	0.568315	0.694979
	Mse ^(Rank)	0.139398 ⁽²⁾	0.113825 ⁽¹⁾	0.225838 ⁽³⁾
	$\hat{\lambda}$	0.561616	0.48965	0.438557
	Mse ^(Rank)	0.049856 ⁽³⁾	0.008223 ⁽²⁾	0.005593 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	-0.570154	-0.52039	-0.40279
	Mse ^(Rank)	0.116882 ⁽³⁾	0.106134 ⁽²⁾	0.051638 ⁽¹⁾
	$\sum Ranks$	10 ⁽³⁾	6 ⁽¹⁾	8 ⁽²⁾

ملحق ((A))

75	$\hat{\alpha}$	1.44351	1.53279	1.57022
	Mse ^(Rank)	0.020879 ⁽³⁾	0.004248 ⁽¹⁾	0.012567 ⁽²⁾
	$\hat{\beta}$	0.623334	0.577892	0.622036
	Mse ^(Rank)	0.123828 ⁽¹⁾	0.202964 ⁽³⁾	0.153814 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	0.501749	0.515089	0.482028
	Mse ^(Rank)	0.041554 ⁽³⁾	0.003795 ⁽²⁾	0.003162 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	-0.531162	-0.52242	-0.45575
	Mse ^(Rank)	0.109959 ⁽³⁾	0.059133 ⁽²⁾	0.049876 ⁽¹⁾
	$\sum Ranks$	10 ⁽³⁾	8 ⁽²⁾	6 ⁽¹⁾
100	$\hat{\alpha}$	1.42958	1.50818	1.58157
	Mse ^(Rank)	0.037041 ⁽³⁾	0.001111 ⁽¹⁾	0.009478 ⁽²⁾
	$\hat{\beta}$	0.761378	0.499379	0.512675
	Mse ^(Rank)	0.159904 ⁽³⁾	0.079364 ⁽¹⁾	0.105766 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	0.459445	0.487342	0.481914
	Mse ^(Rank)	0.018323 ⁽³⁾	0.001879 ⁽¹⁾	0.002376 ⁽²⁾
	$\hat{\theta}$	-0.61001	-0.33998	-0.49817
	Mse ^(Rank)	0.094216 ⁽³⁾	0.059195 ⁽²⁾	0.038002 ⁽¹⁾
	$\sum Ranks$	12 ⁽³⁾	5 ⁽¹⁾	7 ⁽²⁾

ملحق ((A))

جدول (2) متوسط القيم التقديرية للمعاملات و MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير
كافة وأحجام العينات للنموذج الثاني (Model 2)

$$\alpha = 2.5, \beta = 2.5, \lambda = 0.5, \theta = -0.5$$

N	Est.Par	AD	WLS	ML
	MSE			
15	$\hat{\alpha}$	2.43857	2.55412	2.68366
	Mse ^(Rank)	0.03774 ⁽¹⁾	0.37747 ⁽³⁾	0.28016 ⁽²⁾
	$\hat{\beta}$	2.46798	2.41205	2.43317
	Mse ^(Rank)	0.01025 ⁽¹⁾	0.14476 ⁽²⁾	0.23297 ⁽³⁾
	$\hat{\lambda}$	0.48446	0.48860	0.44663
	Mse ^(Rank)	0.00241 ⁽¹⁾	0.00263 ⁽²⁾	0.00725 ⁽³⁾
	$\hat{\theta}$	-0.45947	-0.44134	-0.31640
	Mse ^(Rank)	0.01643 ⁽¹⁾	0.28016 ⁽²⁾	0.53082 ⁽³⁾
	$\sum Ranks$	4 ⁽¹⁾	9 ⁽²⁾	11 ⁽³⁾
40	$\hat{\alpha}$	2.57091	2.60271	2.70351
	Mse ^(Rank)	0.04321 ⁽¹⁾	0.16881 ⁽³⁾	0.13434 ⁽²⁾
	$\hat{\beta}$	2.12471	2.49791	2.50506
	Mse ^(Rank)	0.52817 ⁽³⁾	0.08187 ⁽²⁾	0.07320 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.30871	0.48564	0.46973
	Mse ^(Rank)	0.04114 ⁽³⁾	0.00600 ⁽¹⁾	0.00724 ⁽²⁾
	$\hat{\theta}$	-0.43244	-0.42754	-0.30616
	Mse ^(Rank)	0.01869 ⁽¹⁾	0.18202 ⁽²⁾	0.18693 ⁽³⁾

ملحق ((A))

	$\sum Ranks$	$8^{(2)}$	$8^{(2)}$	$8^{(2)}$
75	$\hat{\alpha}$	2.54843	2.45325	2.64271
	Mse ^(Rank)	0.02346 ⁽¹⁾	0.08062 ⁽³⁾	0.07665 ⁽²⁾
	$\hat{\beta}$	2.32625	2.41681	2.34451
	Mse ^(Rank)	0.30189 ⁽³⁾	0.05512 ⁽²⁾	0.04738 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.33020	0.48679	0.46682
	Mse ^(Rank)	0.03236 ⁽³⁾	0.00146 ⁽¹⁾	0.00175 ⁽²⁾
	$\hat{\theta}$	-0.48704	-0.53693	-0.51292
	Mse ^(Rank)	0.00168 ⁽¹⁾	0.07959 ⁽³⁾	0.04673 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	$8^{(2)}$	$9^{(3)}$	$7^{(1)}$
100	$\hat{\alpha}$	2.58643	2.60586	2.53954
	Mse ^(Rank)	0.03775 ⁽²⁾	0.07174 ⁽³⁾	0.01840 ⁽¹⁾
	$\hat{\beta}$	2.14638	2.47866	2.52357
	Mse ^(Rank)	0.62908 ⁽³⁾	0.07976 ⁽²⁾	0.04116 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.30754	0.47742	0.49696
	Mse ^(Rank)	0.04433 ⁽³⁾	0.00514 ⁽²⁾	0.00123 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	-0.46842	-0.44909	-0.50146
	Mse ^(Rank)	0.00500 ⁽¹⁾	0.15260 ⁽³⁾	0.04587 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	$9^{(2)}$	$10^{(3)}$	$5^{(1)}$

ملحق ((A))

جدول (3) متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للنموذج الثاني (Model 3)

$$\alpha = 2.5, \beta = 2.5, \lambda = 0.5, \theta = 1$$

N	Est.Par	AD	WLS	ML
	MSE			
15	$\hat{\alpha}$	2.44729	2.46058	2.90920
	$Mse^{(Rank)}$	0.02778 ⁽¹⁾	0.19465 ⁽²⁾	0.37600 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	2.45694	2.52217	2.58425
	$Mse^{(Rank)}$	0.01854 ⁽¹⁾	0.19028 ⁽³⁾	0.08954 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	0.47542	0.54236	0.61787
	$Mse^{(Rank)}$	0.00604 ⁽¹⁾	0.01830 ⁽²⁾	0.02486 ⁽³⁾
	$\hat{\theta}$	1.02280	0.97344	0.50855
	$Mse^{(Rank)}$	0.00520 ⁽¹⁾	0.40976 ⁽³⁾	0.36272 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	4 ⁽¹⁾	10 ^(2.5)	10 ^(2.5)
40	$\hat{\alpha}$	2.40262	2.56417	2.59337
	$Mse^{(Rank)}$	0.02969 ⁽¹⁾	0.18889 ⁽³⁾	0.05868 ⁽²⁾
	$\hat{\beta}$	2.39830	2.46710	2.57637
	$Mse^{(Rank)}$	0.01458 ⁽¹⁾	0.04163 ⁽³⁾	0.01509 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	0.44573	0.48869	0.51922
	$Mse^{(Rank)}$	0.00478 ⁽¹⁾	0.00496 ⁽²⁾	0.00871 ⁽³⁾
	$\hat{\theta}$	1.00317	1.00507	0.94781
	$Mse^{(Rank)}$	0.00157 ⁽¹⁾	0.06807 ⁽³⁾	0.02023 ⁽²⁾

ملحق ((A))

	$\sum Ranks$	$4^{(1)}$	$11^{(3)}$	$9^{(2)}$
75	$\hat{\alpha}$	2.32125	2.56107	2.55333
	$Mse^{(Rank)}$	$0.05703^{(2)}$	$0.13353^{(3)}$	$0.02490^{(1)}$
	$\hat{\beta}$	2.46477	2.41202	2.44902
	$Mse^{(Rank)}$	$0.00621^{(1)}$	$0.04019^{(3)}$	$0.00862^{(2)}$
	$\hat{\lambda}$	0.39283	0.46671	0.48757
	$Mse^{(Rank)}$	$0.01444^{(3)}$	$0.00269^{(2)}$	$0.00109^{(1)}$
	$\hat{\theta}$	1.09601	1.06342	0.98456
	$Mse^{(Rank)}$	$0.05427^{(3)}$	$0.02380^{(2)}$	$0.00512^{(1)}$
	$\sum Ranks$	$9^{(2)}$	$10^{(3)}$	$5^{(1)}$
100	$\hat{\alpha}$	2.36171	2.52463	2.54461
	$Mse^{(Rank)}$	$0.03232^{(3)}$	$0.02557^{(2)}$	$0.01501^{(1)}$
	$\hat{\beta}$	2.48248	2.53495	2.58923
	$Mse^{(Rank)}$	$0.00307^{(2)}$	$0.01345^{(3)}$	$0.00081^{(1)}$
	$\hat{\lambda}$	0.42581	0.51371	0.51652
	$Mse^{(Rank)}$	$0.00732^{(3)}$	$0.00201^{(2)}$	$0.00030^{(1)}$
	$\hat{\theta}$	1.04240	0.92900	0.97396
	$Mse^{(Rank)}$	$0.02651^{(3)}$	$0.01426^{(2)}$	$0.00457^{(1)}$
	$\sum Ranks$	$11^{(3)}$	$9^{(2)}$	$4^{(1)}$

ملحق ((A))

جدول (4) متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للنموذج الثاني (Model 4)

$$\alpha = 1, \beta = 1, \lambda = 1.5, \theta = 0.5$$

N	Est.Par	AD	WLS	ML
	MSE			
15	$\hat{\alpha}$	0.99351	0.95583	1.66781
	$Mse^{(Rank)}$	0.00281 ⁽¹⁾	0.06452 ⁽²⁾	1.30245 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	1.07464	1.44629	1.17914
	$Mse^{(Rank)}$	0.13867 ⁽¹⁾	1.15142 ⁽²⁾	1.26243 ⁽³⁾
	$\hat{\lambda}$	1.40810	1.62532	1.48667
	$Mse^{(Rank)}$	0.06038 ⁽¹⁾	0.14405 ⁽²⁾	0.77242 ⁽³⁾
	$\hat{\theta}$	0.48001	0.66144	0.38946
	$Mse^{(Rank)}$	0.00364 ⁽¹⁾	0.20905 ⁽³⁾	0.19551 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	4 ⁽¹⁾	9 ⁽²⁾	11 ⁽³⁾
40	$\hat{\alpha}$	0.96513	0.88169	1.28537
	$Mse^{(Rank)}$	0.01027 ⁽¹⁾	0.27015 ⁽²⁾	0.97577 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.91661	1.16463	0.91171
	$Mse^{(Rank)}$	0.05703 ⁽¹⁾	1.33333 ⁽³⁾	0.73568 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	1.44170	1.67438	1.45042
	$Mse^{(Rank)}$	0.02699 ⁽¹⁾	0.85534 ⁽³⁾	0.26921 ⁽²⁾
	$\hat{\theta}$	0.46995	0.54624	0.43621
	$Mse^{(Rank)}$	0.00627 ⁽¹⁾	0.07348 ⁽²⁾	0.14189 ⁽³⁾

ملحق ((A))

	$\sum Ranks$	$4^{(1)}$	$10^{(2.5)}$	$10^{(2.5)}$
75	$\hat{\alpha}$	0.97900	1.04020	1.11695
	Mse ^(Rank)	0.00684 ⁽¹⁾	0.07608 ⁽²⁾	0.13083 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.99457	1.18280	1.00796
	Mse ^(Rank)	0.03546 ⁽¹⁾	0.19324 ⁽²⁾	0.28936 ⁽³⁾
	$\hat{\lambda}$	1.33801	1.51846	1.47526
	Mse ^(Rank)	0.10368 ⁽²⁾	0.03348 ⁽¹⁾	0.15225 ⁽³⁾
	$\hat{\theta}$	0.47952	0.51020	0.43759
	Mse ^(Rank)	0.00511 ⁽¹⁾	0.07355 ⁽²⁾	0.09313 ⁽³⁾
	$\sum Ranks$	$5^{(1)}$	$7^{(2)}$	$12^{(3)}$
100	$\hat{\alpha}$	0.97276	1.03607	1.03115
	Mse ^(Rank)	0.00475 ⁽¹⁾	0.02638 ⁽²⁾	0.08833 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.95367	0.97676	0.85103
	Mse ^(Rank)	0.02313 ⁽¹⁾	0.18818 ⁽³⁾	0.13505 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	1.43483	1.51873	1.43775
	Mse ^(Rank)	0.02673 ⁽²⁾	0.01893 ⁽¹⁾	0.11172 ⁽³⁾
	$\hat{\theta}$	0.47044	0.41401	0.47478
	Mse ^(Rank)	0.00549 ⁽¹⁾	0.07986 ⁽³⁾	0.07220 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	$5^{(1)}$	$9^{(2)}$	$10^{(3)}$

ملحق ((A))

جدول (5) متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير
كافة وأحجام العينات للنموذج الثاني (Model 5)

$$\alpha = 1.5, \beta = 0.5, \lambda = 0.5, \theta = -1$$

N	Est.Par	AD	WLS	ML
	MSE			
15	$\hat{\alpha}$	1.45954	1.50207	1.64864
	Mse ^(Rank)	0.03169 ⁽²⁾	0.00651 ⁽¹⁾	0.20076 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.58207	0.75746	0.52871
	Mse ^(Rank)	0.10306 ⁽¹⁾	0.58467 ⁽³⁾	0.32211 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	0.67214	0.53165	0.43611
	Mse ^(Rank)	0.07321 ⁽³⁾	0.00855 ⁽¹⁾	0.01109 ⁽²⁾
	$\hat{\theta}$	-0.95391	-0.83765	-2.54843
	Mse ^(Rank)	0.00833 ⁽¹⁾	0.19198 ⁽²⁾	1.81400 ⁽³⁾
	$\sum Ranks$	7 ^(1.5)	7 ^(1.5)	10 ⁽³⁾
40	$\hat{\alpha}$	1.55572	1.50155	1.67684
	Mse ^(Rank)	0.03108 ⁽²⁾	0.01348 ⁽¹⁾	0.14454 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.51735	1.12552	0.75171
	Mse ^(Rank)	0.05764 ⁽¹⁾	1.03802 ⁽³⁾	0.31062 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	0.65490	0.55318	0.42633
	Mse ^(Rank)	0.07568 ⁽³⁾	0.01405 ⁽²⁾	0.00744 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	-0.98942	-0.78720	-0.89413
	Mse ^(Rank)	0.00090 ⁽¹⁾	0.23418 ⁽³⁾	0.18834 ⁽²⁾

ملحق ((A))

	$\sum Ranks$	$7^{(1)}$	$9^{(3)}$	$8^{(2)}$
75	$\hat{\alpha}$	1.29680	1.51237	1.51247
	$Mse^{(Rank)}$	0.31930 ⁽³⁾	0.00463 ⁽²⁾	0.00126 ⁽¹⁾
	$\hat{\beta}$	0.58863	0.87545	0.92951
	$Mse^{(Rank)}$	0.03932 ⁽¹⁾	0.74903 ⁽³⁾	0.21911 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	0.88399	0.54839	0.54222
	$Mse^{(Rank)}$	0.16364 ⁽³⁾	0.01235 ⁽²⁾	0.00668 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	-1.05810	-0.87830	-0.84855
	$Mse^{(Rank)}$	0.03273 ⁽¹⁾	0.07934 ⁽³⁾	0.07206 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	$8^{(2)}$	$10^{(3)}$	$6^{(1)}$
100	$\hat{\alpha}$	1.51377	1.55677	1.52518
	$Mse^{(Rank)}$	0.00126 ⁽²⁾	0.00827 ⁽³⁾	0.00113 ⁽¹⁾
	$\hat{\beta}$	0.53533	0.50661	0.50226
	$Mse^{(Rank)}$	0.00633 ⁽¹⁾	0.12683 ⁽³⁾	0.04921 ⁽²⁾
	$\hat{\lambda}$	0.72694	0.48092	0.50212
	$Mse^{(Rank)}$	0.07485 ⁽³⁾	0.00293 ⁽²⁾	0.00078 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	-0.99809	-0.90923	-0.97631
	$Mse^{(Rank)}$	0.00002 ⁽¹⁾	0.01839 ⁽³⁾	0.00251 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	$7^{(2)}$	$11^{(3)}$	$6^{(1)}$

ملحق ((A))

جدول (6) متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للنموذج الثاني (Model 6)

$$\alpha = 2, \beta = 1, \lambda = 1, \theta = 1$$

N	Est.Par	AD	WLS	ML
	MSE			
15	$\hat{\alpha}$	1.75120	2.65495	2.61736
	Mse ^(Rank)	0.18493 ⁽¹⁾	1.23036 ⁽²⁾	1.90836 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.85549	0.44174	0.91216
	Mse ^(Rank)	0.20811 ⁽¹⁾	0.62303 ⁽²⁾	1.13237 ⁽³⁾
	$\hat{\lambda}$	0.75337	0.90685	1.29265
	Mse ^(Rank)	0.07720 ⁽²⁾	0.07429 ⁽¹⁾	0.24241 ⁽³⁾
	$\hat{\theta}$	1.02603	1.46888	0.64532
	Mse ^(Rank)	0.04682 ⁽¹⁾	7.12824 ⁽³⁾	1.52681 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	5 ⁽¹⁾	8 ⁽²⁾	11 ⁽³⁾
40	$\hat{\alpha}$	1.89135	2.51202	2.35454
	Mse ^(Rank)	0.07675 ⁽¹⁾	0.74508 ⁽²⁾	1.51823 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	1.01421	0.92744	1.14841
	Mse ^(Rank)	0.14395 ⁽¹⁾	0.24474 ⁽²⁾	1.11139 ⁽³⁾
	$\hat{\lambda}$	0.77355	0.55633	1.23552
	Mse ^(Rank)	0.10108 ⁽²⁾	2.54549 ⁽³⁾	0.09210 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	1.03924	1.70058	1.01528
	Mse ^(Rank)	0.05630 ⁽¹⁾	6.58624 ⁽³⁾	1.31520 ⁽²⁾

ملحق ((A))

	$\sum Ranks$	$5^{(1)}$	$10^{(3)}$	$9^{(2)}$
75	$\hat{\alpha}$	1.12519	2.19661	2.38651
	Mse ^(Rank)	0.39070 ⁽²⁾	0.10318 ⁽¹⁾	1.50919 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.74940	0.81234	1.01551
	Mse ^(Rank)	0.28537 ⁽³⁾	0.24827 ⁽²⁾	0.08379 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.61051	0.88418	1.12001
	Mse ^(Rank)	0.19407 ⁽³⁾	0.06654 ⁽²⁾	0.04260 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	0.91238	1.01094	0.98060
	Mse ^(Rank)	0.11356 ⁽²⁾	0.06764 ⁽¹⁾	1.21589 ⁽³⁾
	$\sum Ranks$	$10^{(3)}$	$6^{(1)}$	$8^{(2)}$
100	$\hat{\alpha}$	1.85479	2.38125	2.31371
	Mse ^(Rank)	0.19601 ⁽¹⁾	0.26921 ⁽²⁾	0.93730 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.95036	1.00313	1.00844
	Mse ^(Rank)	0.10212 ⁽²⁾	0.15450 ⁽³⁾	0.06860 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.69546	0.97989	0.96252
	Mse ^(Rank)	0.14109 ⁽³⁾	0.06932 ⁽²⁾	0.01958 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	1.06490	0.90066	0.99845
	Mse ^(Rank)	0.05730 ⁽¹⁾	0.07604 ⁽²⁾	0.98475 ⁽³⁾
	$\sum Ranks$	$7^{(1)}$	$9^{(3)}$	$8^{(2)}$

ملحق ((A))

جدول (7) متوسط القيم التقديرية للمعاملات و MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير
كافة وأحجام العينات للنموذج الثاني (Model 7)

$$\alpha = 2.5, \beta = 2.5, \lambda = 0.5, \theta = -1$$

N	Est.Par	AD	WLS	ML
	MSE			
15	$\hat{\alpha}$	2.32643	2.58687	2.99996
	Mse ^(Rank)	0.32318 ⁽²⁾	0.11064 ⁽¹⁾	0.61244 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	2.31323	2.48811	2.94824
	Mse ^(Rank)	0.27547 ⁽²⁾	0.10897 ⁽¹⁾	1.00926 ⁽³⁾
	$\hat{\lambda}$	0.47879	0.47626	0.50977
	Mse ^(Rank)	0.00231 ⁽¹⁾	0.00633 ⁽²⁾	0.02771 ⁽³⁾
	$\hat{\theta}$	-0.81903	-0.86023	-0.70345
	Mse ^(Rank)	0.22607 ⁽²⁾	0.62168 ⁽³⁾	0.18525 ⁽¹⁾
	$\sum Ranks$	7 ^(1.5)	7 ^(1.5)	10 ⁽³⁾
40	$\hat{\alpha}$	2.52945	2.57475	2.94469
	Mse ^(Rank)	0.00620 ⁽¹⁾	0.01973 ⁽²⁾	0.32395 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	2.32115	2.71066	2.55711
	Mse ^(Rank)	0.26852 ⁽³⁾	0.24567 ⁽²⁾	0.13600 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.47596	0.50071	0.46208
	Mse ^(Rank)	0.02167 ⁽³⁾	0.00355 ⁽²⁾	0.00328 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	-0.94781	-0.90020	-0.86052
	Mse ^(Rank)	0.20697 ⁽³⁾	0.04664 ⁽¹⁾	0.06870 ⁽²⁾

ملحق ((A))

	$\sum Ranks$	$10^{(3)}$	$7^{(1.5)}$	$7^{(1.5)}$
75	$\hat{\alpha}$	2.53221	2.67523	2.78475
	$Mse^{(Rank)}$	1.59608 ⁽³⁾	0.09033 ⁽¹⁾	0.30657 ⁽²⁾
	$\hat{\beta}$	2.41445	2.58439	2.40963
	$Mse^{(Rank)}$	1.52420 ⁽³⁾	0.14847 ⁽²⁾	0.07383 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.47390	0.48382	0.44306
	$Mse^{(Rank)}$	0.05151 ⁽³⁾	0.00150 ⁽¹⁾	0.00273 ⁽²⁾
	$\hat{\theta}$	-0.94300	-0.83141	-0.87644
	$Mse^{(Rank)}$	1.56641 ⁽³⁾	0.09061 ⁽²⁾	0.00324 ⁽¹⁾
	$\sum Ranks$	$12^{(3)}$	$6^{(1.5)}$	$6^{(1.5)}$
100	$\hat{\alpha}$	2.50681	2.48904	2.68723
	$Mse^{(Rank)}$	0.71894 ⁽³⁾	0.05329 ⁽¹⁾	0.05661 ⁽²⁾
	$\hat{\beta}$	1.78481	2.41911	2.36401
	$Mse^{(Rank)}$	0.52411 ⁽³⁾	0.12228 ⁽²⁾	0.05805 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.32490	0.49099	0.47076
	$Mse^{(Rank)}$	0.02197 ⁽³⁾	0.00068 ⁽¹⁾	0.00228 ⁽²⁾
	$\hat{\theta}$	-0.97900	-0.96473	-0.96303
	$Mse^{(Rank)}$	0.49827 ⁽³⁾	0.12436 ⁽²⁾	0.00307 ⁽¹⁾
	$\sum Ranks$	$12^{(3)}$	$6^{(1.5)}$	$6^{(1.5)}$

ملحق ((A))

جدول (8) متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للنموذج الثاني (Model 8)

$$\alpha = 3, \beta = 1, \lambda = 1.5, \theta = 1$$

N	Est.Par	AD	WLS	ML
	MSE			
15	$\hat{\alpha}$	2.77618	3.68994	4.50661
	Mse ^(Rank)	0.58659 ⁽¹⁾	1.01333 ⁽²⁾	1.85336 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.85665	0.53919	0.93295
	Mse ^(Rank)	0.23620 ⁽²⁾	0.51915 ⁽³⁾	0.20853 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.97324	1.35938	1.51459
	Mse ^(Rank)	0.37155 ⁽³⁾	0.19153 ⁽²⁾	0.10552 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	0.93002	0.79745	0.63481
	Mse ^(Rank)	0.09414 ⁽¹⁾	0.33317 ⁽³⁾	0.27865 ⁽²⁾
	$\sum Ranks$	7 ^(1.5)	10 ⁽³⁾	7 ^(1.5)
40	$\hat{\alpha}$	2.77285	3.54962	3.77946
	Mse ^(Rank)	0.42111 ⁽¹⁾	0.74211 ⁽²⁾	0.81866 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.86792	0.88253	0.99076
	Mse ^(Rank)	0.13519 ⁽³⁾	0.05651 ⁽²⁾	0.03964 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	1.09347	1.47207	1.56265
	Mse ^(Rank)	0.25618 ⁽³⁾	0.13337 ⁽²⁾	0.10831 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	0.94341	0.85616	0.78822
	Mse ^(Rank)	0.06245 ⁽¹⁾	0.14896 ⁽³⁾	0.13178 ⁽²⁾

ملحق ((A))

	$\sum Ranks$	$8^{(2)}$	$9^{(3)}$	$7^{(1)}$
75	$\hat{\alpha}$	2.98722	3.52844	3.59576
	Mse ^(Rank)	0.20450 ⁽¹⁾	0.47173 ⁽²⁾	0.51696 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.49213	0.94761	0.98394
	Mse ^(Rank)	0.50486 ⁽³⁾	0.11438 ⁽²⁾	0.03693 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	1.03714	1.65818	1.52050
	Mse ^(Rank)	0.30583 ⁽³⁾	0.08141 ⁽¹⁾	0.10819 ⁽²⁾
	$\hat{\theta}$	0.66074	0.73781	0.81232
	Mse ^(Rank)	0.18736 ⁽³⁾	0.13535 ⁽²⁾	0.10882 ⁽¹⁾
	$\sum Ranks$	$10^{(3)}$	$7^{(1.5)}$	$7^{(1.5)}$
100	$\hat{\alpha}$	2.90986	3.24660	3.46861
	Mse ^(Rank)	0.07311 ⁽¹⁾	0.18102 ⁽²⁾	0.35480 ⁽³⁾
	$\hat{\beta}$	0.72645	1.02686	1.11937
	Mse ^(Rank)	0.34894 ⁽³⁾	0.02022 ⁽²⁾	0.01861 ⁽¹⁾
	$\hat{\lambda}$	0.99806	1.45087	1.56287
	Mse ^(Rank)	0.32972 ⁽³⁾	0.09229 ⁽²⁾	0.04645 ⁽¹⁾
	$\hat{\theta}$	0.85986	0.98300	0.91999
	Mse ^(Rank)	0.13196 ⁽³⁾	0.08126 ⁽²⁾	0.03249 ⁽¹⁾
	$\sum Ranks$	$10^{(3)}$	$8^{(2)}$	$6^{(1)}$

أولا :- برنامج الجانب التجريبي (المحاكاة)

Simulation of [Quadratic Rank Transmuted (Exponential-Frechet)Distribution]

<<Optimization`UnconstrainedProblems`

disttef\[\[Alpha]_,\[Beta]_,\[Lambda]_,\[Theta]_] = ProbabilityDistribution[(E^\[Beta]^\[Alpha]-E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha]-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Alpha] \[Beta]^\[Alpha] \[Lambda] (-1+\[Theta]-2 E^((1-E^(-t \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha]) \[Theta]+E^\[Beta]^\[Alpha] (1+\[Theta])))/(-1+E^\[Beta]^\[Alpha])^2,{t,0,\[Infinity]}];

f[x_] := (E^\[Beta]^\[Alpha]-E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha]-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Alpha] \[Beta]^\[Alpha] \[Lambda] (-1+\[Theta]-2 E^((1-E^(-t \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha]) \[Theta]+E^\[Beta]^\[Alpha] (1+\[Theta])))/(-1+E^\[Beta]^\[Alpha])^2;

F[x_] := (E^(-2 E^(-x \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha]) (-E^\[Beta]^\[Alpha]+E^(E^(-x \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha])) (E^(E^(-x \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha])-E^((1+E^(-x \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha])+E^\[Beta]^\[Alpha] \[Theta]-E^((1+E^(-x \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha]) \[Theta])))/(-1+E^\[Beta]^\[Alpha])^2;

S[x_] := 1-(E^(-2 E^(-x \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha]) (-E^\[Beta]^\[Alpha]+E^(E^(-x \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha])) (E^(E^(-x \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha])-E^((1+E^(-x \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha])+E^\[Beta]^\[Alpha] \[Theta]-E^((1+E^(-x \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha]) \[Theta])))/(-1+E^\[Beta]^\[Alpha])^2;

r=1000;Subscript[n, 1]=15;Subscript[n, 2]=40;Subscript[n, 3]=75;Subscript[n, 4]=100;

Subscript\[\[Alpha], 1]=1.5;Subscript\[\[Beta], 1]=.5;Subscript\[\[Lambda], 1]=0.5;Subscript\[\[Theta], 1]=-0.5;

Subscript\[\[Alpha], 1]=2.5;Subscript\[\[Beta], 1]=2.5;Subscript\[\[Lambda], 1]=0.5;Subscript\[\[Theta], 1]=-0.5;

Subscript\[\[Alpha], 1]=2.5;Subscript\[\[Beta], 1]=2.5;Subscript\[\[Lambda], 1]=0.5;Subscript\[\[Theta], 1]=1;

Subscript\[\[Alpha], 1]=1;Subscript\[\[Beta], 1]=1;Subscript\[\[Lambda], 1]=1.5;Subscript\[\[Theta], 1]=0.5;

Subscript\[\[Alpha], 1]=1.5;Subscript\[\[Beta], 1]=.5;Subscript\[\[Lambda], 1]=0.5;Subscript\[\[Theta], 1]=-1;

Subscript\[\[Alpha], 1]=2;Subscript\[\[Beta], 1]=1;Subscript\[\[Lambda], 1]=1;Subscript\[\[Theta], 1]=1;

ملحق ((B))

```
Subscript[\[Alpha], 1]=2.5;Subscript[\[Beta], 1]=2.5;Subscript[\[Lambda], 1]=0.5;Subscript[\[Theta], 1]=-1;
```

```
Subscript[\[Alpha], 1]=3;Subscript[\[Beta], 1]=1;Subscript[\[Lambda], 1]=1.5;Subscript[\[Theta], 1]=1;
```

```
distGen1=disttef[Subscript[\[Alpha], 1],Subscript[\[Beta], 1],Subscript[\[Lambda], 1],Subscript[\[Theta], 1]];
```

```
(***Generating 1000 random samples of size {15,40,75,120}***)
```

```
SeedRandom[10];{data1=RandomVariate[distGen1,{r,Subscript[n, 1]}];
```

```
data2=RandomVariate[distGen1,{r,Subscript[n, 2]}];
```

```
data3=RandomVariate[distGen1,{r,Subscript[n, 3]}];
```

```
data4=RandomVariate[distGen1,{r,Subscript[n, 4]}];
```

```
sdata1= ConstantArray[{}];
```

```
sdata2= ConstantArray[{}];
```

```
sdata3= ConstantArray[{}];
```

```
sdata4= ConstantArray[{}];
```

```
For[j=1,j<=r,j++,sdata1[[j]]=Sort[data1[[j]]];
```

```
For[j=1,j<=r,j++,sdata2[[j]]=Sort[data2[[j]]];
```

```
For[j=1,j<=r,j++,sdata3[[j]]=Sort[data3[[j]]];
```

```
For[j=1,j<=r,j++,sdata4[[j]]=Sort[data4[[j]]];
```

```
@@@ @@@@ (MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD) @@@ @@@ @
```

```
m1m1=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data1[[i]],disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]],{[\[Alpha],1.51],[\ [Beta],0.5],[\ [Lambda],0.4],[\ [Theta],-0.5]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"->"Newton"}],{i,1,r};
```

```
m1m2=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data2[[i]],disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]],{[\[Alpha],1.51],[\ [Beta],0.5],[\ [Lambda],0.4],[\ [Theta],-0.5]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"->"Newton"}],{i,1,r};
```

```
m1m3=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data3[[i]],disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]],{[\[Alpha],1.51],[\ [Beta],0.5],[\ [Lambda],0.49],[\ [Theta],-0.4]},ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"->"Newton"}],{i,1,r};
```

ملحق ((B))

```
m1m4=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data4[[i]],disttef[\[Alpha],[Beta],[Lambda],[Theta]],{\[Alpha],1.51},\[Beta],0.5},{\[Lambda],0.51},{\[Theta],-0.5}],ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood","Method"->"Newton"},{i,1,r};
```

```
@ @ @ @ @ @ (WEIGHTED LEAST SQUARE METHOD) @ @ @ @ @ @
```

```
w1s1=Last/@Table[res=FindMinimum[!\[
```

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
```

```
SubscriptBox[\(n\), \((1)\)]\(\((
```

```
\*FractionBox[\[
```

```
\*SuperscriptBox[\((
```

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((1)\) + 1)\), \((2)\) \((
```

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((1)\) + 2)\), \((i \((
```

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((1)\) - i + 1)\)\)\)]\)
```

```
\*SuperscriptBox[\((F[\(sdata1[\(\[N]\(j)\(I)\)]\(\[N]\(i)\(I)\)] - i\(\((
```

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((1)\) + 1)\)\), \((2)\)\)\),{\[Alpha],1.5},{\[Beta],0.5},{\[Lambda],0.5},{\[Theta],-0.5}],Method->"Newton",WorkingPrecision->10},{j,1,r};//Quiet
```

```
w1s2=Last/@Table[res=FindMinimum[!\[
```

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \((i = 1)\),
```

```
SubscriptBox[\(n\), \((2)\)]\(\((
```

```
\*FractionBox[\[
```

```
\*SuperscriptBox[\((
```

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((2)\) + 1)\), \((2)\) \((
```

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((2)\) + 2)\), \((i \((
```

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((2)\) - i + 1)\)\)\)]\)
```

```
\*SuperscriptBox[\((F[\(sdata2[\(\[N]\(j)\(I)\)]\(\[N]\(i)\(I)\)] - i\(\((
```

```
\*SubscriptBox[\(n\), \((2)\) + 1)\)\), \((2)\)\)\),{\[Alpha],1.5},{\[Beta],0.5},{\[Lambda],0.5},{\[Theta],-0.5}],Method->"Newton",WorkingPrecision->10},{j,1,r};//Quiet;
```

```
w1s3=Last/@Table[res=FindMinimum[!\[
```

ملحق ((B))

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \(\(3\)\)]\(\((
\*FractionBox[\(
\*SuperscriptBox[\(\(
\*SubscriptBox[\(n\), \(\(3\)\) + 1\)\), \(\(2\)\)] \(\(
\*SubscriptBox[\(n\), \(\(3\)\) + 2\)\)\), \(\i \(\(
\*SubscriptBox[\(n\), \(\(3\)\) - i + 1\)\)\)\)]\)\)
\*SuperscriptBox[\(\(F[\(sdata3[\(\(\(\j\)\(\(\j\)\)]\)\(\(\(\i\)\(\(\j\)\)] - i\)\(\(
\*SubscriptBox[\(n\), \(\(3\)\) + 1\)\)\), \(\(2\)\)]\)\),{\([\Alpha],1.5\},{\[Beta],0.5\},{\[Lambda],0.5\},{\[Theta],-
0.5\}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10\},\{j,1,r\}\}\}/Quiet;
wls4=Last/@Table[res=FindMinimum[\!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \(\(4\)\)]\(\((
\*FractionBox[\(
\*SuperscriptBox[\(\(
\*SubscriptBox[\(n\), \(\(4\)\) + 1\)\), \(\(2\)\)] \(\(
\*SubscriptBox[\(n\), \(\(4\)\) + 2\)\)\), \(\i \(\(
\*SubscriptBox[\(n\), \(\(4\)\) - i + 1\)\)\)\)]\)\)
\*SuperscriptBox[\(\(F[\(sdata4[\(\(\(\j\)\(\(\j\)\)]\)\(\(\(\i\)\(\(\j\)\)] - i\)\(\(
\*SubscriptBox[\(n\), \(\(4\)\) + 1\)\)\), \(\(2\)\)]\)\),{\([\Alpha],1.5\},{\[Beta],0.5\},{\[Lambda],0.5\},{\[Theta],-
0.5\}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10\},\{j,1,r\}\}\}\}/Quiet;
@@@@@ (ANDERSON DARLING METHOD) @@@@@
A1=Last/@Table[res =FindMinimum[-Subscript[n, 1]-1/Subscript[n, 1] \!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i = 1\),
SubscriptBox[\(n\), \(\(1\)\)]\(\((2 i - 1)\) \(\(\(\(\(\(\log[F[\(sdata1[\(\(\(\j\)\(\(\j\)\)]\)\(\(\(\i\)\(\(\j\)\)]\)] +
\(\log[S[\(sdata1[\(\(\(\j\)\(\(\j\)\)]\)\(\(\(\i\)\(\(\j\)\)]\)]\)\)\),{\([\Alpha],1.5\},{\[Beta],0.5\},{\[Lambda],0.8\},{\[Th
eta],-0.5\}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10\},\{j,1,r\}\}\}\}\}/Quiet
A2=Last/@Table[res =FindMinimum[-Subscript[n, 2]-1/Subscript[n, 2] \!\(
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \(\i = 1\),
```

ملحق ((B))

```
SubscriptBox[\(n\), \{2\}]\(\{(2\ i - 1)\} \((\text{Log}[F[\(\text{sdata2}[\(\{i\}\)\(\{j\}\)\(\{l\}\)]\)\(\{i\}\)\(\{j\}\)] + \text{Log}[S[\(\text{sdata2}[\(\{i\}\)\(\{j\}\)\(\{l\}\)]\)\(\{i\}\)\(\{j\}\)]\)\)\)\),{\[Alpha],1.5},{\[Beta],0.5},{\[Lambda],0.8},{\[Theta],-0.5}\},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,\{j,1,r\}\}\}\}/\}/Quiet
```

```
A3=Last/@Table[res = FindMinimum[-Subscript[n, 3]-1/Subscript[n, 3] \!\(
```

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \{i = 1\},
```

```
SubscriptBox[\(n\), \{3\}]\(\{(2\ i - 1)\} \((\text{Log}[F[\(\text{sdata3}[\(\{i\}\)\(\{j\}\)\(\{l\}\)]\)\(\{i\}\)\(\{j\}\)] + \text{Log}[S[\(\text{sdata3}[\(\{i\}\)\(\{j\}\)\(\{l\}\)]\)\(\{i\}\)\(\{j\}\)]\)\)\)\),{\[Alpha],1.5},{\[Beta],0.5},{\[Lambda],0.8},{\[Theta],-0.5}\},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,\{j,1,r\}\}\}\}/\}/Quiet;
```

```
A4=Last/@Table[res = FindMinimum[-Subscript[n, 4]-1/Subscript[n, 4] \!\(
```

```
\*UnderoverscriptBox[\(\[Sum]\), \{i = 1\},
```

```
SubscriptBox[\(n\), \{4\}]\(\{(2\ i - 1)\} \((\text{Log}[F[\(\text{sdata4}[\(\{i\}\)\(\{j\}\)\(\{l\}\)]\)\(\{i\}\)\(\{j\}\)] + \text{Log}[S[\(\text{sdata4}[\(\{i\}\)\(\{j\}\)\(\{l\}\)]\)\(\{i\}\)\(\{j\}\)]\)\)\)\),{\[Alpha],1.5},{\[Beta],0.5},{\[Lambda],0.8},{\[Theta],-0.5}\},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,\{j,1,r\}\}\}\}/\}/Quiet;
```

```
@ @ @ @ @ @ ( @MODEL@ ) @ @ @ @ @ @
```

(*ML*)

(*Estimate mean of the parameters for the model with all samples*)

```
TableForm[{Mean[{\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]}/.
```

```
mlm1],Mean[{\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]}/.
```

```
mlm2],Mean[{\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]}/.
```

```
mlm3],Mean[{\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]}/. mlm4]],TableHeadings->
```

```
{{"15","40","75","100"},{"\[Alpha]","\[Beta]","\[Lambda]","\[Theta]"}}
```

```
]
```

(**Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)

```
TableForm[{Mean[{\(Subscript[\[Alpha], 1]-\[Alpha]\)^2},{\(Subscript[\[Beta], 1]-
```

```
\[Beta]\)^2},{\(Subscript[\[Lambda], 1]-\[Lambda]\)^2},{\(Subscript[\[Theta], 1]-
```

```
\[Theta]\)^2}]/.mlm1],Mean[{\(Subscript[\[Alpha], 1]-\[Alpha]\)^2},{\(Subscript[\[Beta], 1]-
```

```
\[Beta]\)^2},{\(Subscript[\[Lambda], 1]-\[Lambda]\)^2},{\(Subscript[\[Theta], 1]-
```

```
\[Theta]\)^2}]/.mlm2],Mean[{\(Subscript[\[Alpha], 1]-\[Alpha]\)^2},{\(Subscript[\[Beta], 1]-
```

```
\[Beta]\)^2},{\(Subscript[\[Lambda], 1]-\[Lambda]\)^2},{\(Subscript[\[Theta], 1]-
```

```
\[Theta]\)^2}]/.mlm3],Mean[{\(Subscript[\[Alpha], 1]-\[Alpha]\)^2},{\(Subscript[\[Beta], 1]-
```

```
\[Beta]\)^2},{\(Subscript[\[Lambda], 1]-\[Lambda]\)^2},{\(Subscript[\[Theta], 1]-
```

```
\[Theta]\)^2}]/.mlm4]],TableHeadings->{"15","40","75","100"},{
```

```
"MSE(\[Alpha]","\[Beta]","\[Lambda]","\[Theta]"}
```

```
]
```

(*WLS*)

(*Estimate mean of the parameters for the model with all samples*)

```
TableForm[{Mean[{\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]}/.
```

```
wls1],Mean[{\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]}/.
```

ملحق ((B))

```
wls2,Mean[{{\[\Alpha]},{\[\Beta]},{\[\Lambda]},{\[\Theta]}}/.wls3,Mean[{{\[\Alpha]},{\[\Beta]},{\[\Lambda]
}},{\[\Theta]}}/.wls4],TableHeadings->{"15","40","75","100"},{
"\[\Alpha]","\[\Beta]","\[\Lambda]","\[\Theta]"},{WorkingPrecision->5}
]
```

(Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)**

```
TableForm[{Mean[{{(Subscript[\[\Alpha], 1]-\[\Alpha])^2},{(Subscript[\[\Beta], 1]-
\[\Beta])^2},{(Subscript[\[\Lambda], 1]-\[\Lambda])^2},{(Subscript[\[\Theta], 1]-
\[\Theta])^2}}/.wls1,Mean[{{(Subscript[\[\Alpha], 1]-\[\Alpha])^2},{(Subscript[\[\Beta], 1]-
\[\Beta])^2},{(Subscript[\[\Lambda], 1]-\[\Lambda])^2},{(Subscript[\[\Theta], 1]-
\[\Theta])^2}}/.wls2,Mean[{{(Subscript[\[\Alpha], 1]-\[\Alpha])^2},{(Subscript[\[\Beta], 1]-
\[\Beta])^2},{(Subscript[\[\Lambda], 1]-\[\Lambda])^2},{(Subscript[\[\Theta], 1]-
\[\Theta])^2}}/.wls3,Mean[{{(Subscript[\[\Alpha], 1]-\[\Alpha])^2},{(Subscript[\[\Beta], 1]-
\[\Beta])^2},{(Subscript[\[\Lambda], 1]-\[\Lambda])^2},{(Subscript[\[\Theta], 1]-
\[\Theta])^2}}/.wls4],\TableHeadings->{"25","50","75","100"},{
"MSE(\[\Alpha])","MSE(\[\Beta])","MSE(\[\Lambda])","MSE(\[\Theta])"}
]
```

(*AD*)

(*Estimate mean of the parameters for the model with all samples*)

```
TableForm[{Mean[{{\[\Alpha]},{\[\Beta]},{\[\Lambda]},{\[\Theta]}}/.
A1,Mean[{{\[\Alpha]},{\[\Beta]},{\[\Lambda]},{\[\Theta]}}/.
A2,Mean[{{\[\Alpha]},{\[\Beta]},{\[\Lambda]},{\[\Theta]}}/.A3,Mean[{{\[\Alpha]},{\[\Beta]},{\[\Lambda]},{\
[\Theta]}}/.A4],TableHeadings->{"15","40","75","100"},{
"\[\Alpha]","\[\Beta]","\[\Lambda]","\[\Theta]"}
]
```

(Estimate the mean of MSE for the model with all samples**)**

```
TableForm[{Mean[{{(Subscript[\[\Alpha], 1]-\[\Alpha])^2},{(Subscript[\[\Beta], 1]-
\[\Beta])^2},{(Subscript[\[\Lambda], 1]-\[\Lambda])^2},{(Subscript[\[\Theta], 1]-
\[\Theta])^2}}/.A1,Mean[{{(Subscript[\[\Alpha], 1]-\[\Alpha])^2},{(Subscript[\[\Beta], 1]-
\[\Beta])^2},{(Subscript[\[\Lambda], 1]-\[\Lambda])^2},{(Subscript[\[\Theta], 1]-
\[\Theta])^2}}/.A2,Mean[{{(Subscript[\[\Alpha], 1]-\[\Alpha])^2},{(Subscript[\[\Beta], 1]-
\[\Beta])^2},{(Subscript[\[\Lambda], 1]-\[\Lambda])^2},{(Subscript[\[\Theta], 1]-
\[\Theta])^2}}/.A3,Mean[{{(Subscript[\[\Alpha], 1]-\[\Alpha])^2},{(Subscript[\[\Beta], 1]-
\[\Beta])^2},{(Subscript[\[\Lambda], 1]-\[\Lambda])^2},{(Subscript[\[\Theta], 1]-
\[\Theta])^2}}/.A4],TableHeadings->{"15","40","75","100"},{
"MSE(\[\Alpha])","MSE(\[\Beta])","MSE(\[\Lambda])","MSE(\[\Theta])"}
]
```

ثانيا :- برنامج الجانب التطبيقي

In[34]:= <<Optimization`UnconstrainedProblems`

In[35]:=

```
disttef[\[Alpha]_,\[Beta]_,\[Lambda]_,\[Theta]_]:=ProbabilityDistribution[(E^\[Beta]^\[Alpha]-E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha]-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Alpha] \[Beta]^\[Alpha] \[Lambda] (-1+\[Theta]-2 E^((1-E^(-t \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha]) \[Theta]+E^\[Beta]^\[Alpha] (1+\[Theta])))/(-1+E^\[Beta]^\[Alpha])^2,{t,0,\[Infinity]},Assumptions->\[Alpha]>0&&\[Beta]>0&&\[Lambda]>0&&-1<=[Theta]<=1];
```

```
In[36]:= distef[\[Alpha]_,\[Beta]_,\[Lambda]_]:=ProbabilityDistribution[(E^\[Beta]^\[Alpha]-E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha]-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Alpha] \[Beta]^\[Alpha] \[Lambda])/(-1+E^\[Beta]^\[Alpha]),{t,0,\[Infinity]},Assumptions->\[Alpha]>0&&\[Beta]>0&&\[Lambda]>0];
```

```
In[37]:= F1[t_]:= (E^(-2 E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha]) (-E^\[Beta]^\[Alpha]+E^(E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha])) (E^(E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha])+E^\[Beta]^\[Alpha] \[Theta]-E^((1+E^(-t \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha] (1+\[Theta]))))/(-1+E^\[Beta]^\[Alpha])^2;
```

```
In[38]:= S1[t_]:= 1-(E^(-2 E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha]) (-E^\[Beta]^\[Alpha]+E^(E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha])) (E^(E^(-t \[Alpha] \[Lambda]) \[Beta]^\[Alpha])+E^\[Beta]^\[Alpha] \[Theta]-E^((1+E^(-t \[Alpha] \[Lambda])) \[Beta]^\[Alpha] (1+\[Theta]))))/(-1+E^\[Beta]^\[Alpha])^2;
```

In[42]:= Text@Grid[sample,Frame->All]

Out[42]=	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
3	3	3	3	4	4	4	4	5	5
5	5	5	5	5	5	5	6	6	7
7	7	7	7	7	7	8	8	9	9
10	11	11	12	12	12	13	14	14	17
18	18	18	19	19	20	20	25	25	26
28									

ملحق ((B))

```
In[43]:= sdata=Sort[data];
```

```
In[44]:= n=Length[data];
```

```
est1=FindDistributionParameters[data,disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]],ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood"}]
```

```
In[59]:= \[ScriptCapitalD]=EmpiricalDistribution[data]
```

```
In[60]:=
```

```
{Plot[{CDF[\[ScriptCapitalD],x],CDF[disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]]/.est1,x]},{x,0,30},{Frame->True,ImageSize->500,PlotRange->Full,PlotLegends->Placed[{"Empirical", "TEFD"},Center]},Exclusions->None,PlotStyle->Thick],
```

```
Plot[{SurvivalFunction[\[ScriptCapitalD],x],SurvivalFunction[disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]]/.est1,x]},{x,0,30},{Frame->True,ImageSize->500,PlotRange->Full,PlotLegends->Placed[{"Empirical", "TEFD"},Center]},Exclusions->None,PlotStyle->Thick}]
```

```
In[61]:=
```

```
TableForm[#[\[ScriptCapitalD]]&/@{Mean,Variance,Skewness,Kurtosis,Median,StandardDeviation}]/N
```

```
In[62]:=
```

```
{TableForm[{Table[CDF[disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]]/.est1,x],{x,{data}}}],TableDirections->Column},TableForm[{Table[SurvivalFunction[disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]]/.est1,x],{x,{data}}}],TableDirections->Column},
```

```
TableForm[{Table[HazardFunction[disttef[\[Alpha],\[Beta],\[Lambda],\[Theta]]/.est1,x],{x,{data}}}],TableDirections->Column}]
```

Abstract

In this thesis, a probabilistic function for the composite distribution was built, which is an exponential distribution with three parameters as a shape parameter and two scale parameters by integrating two distributions which are the (exponential) and the (Frechet) distribution which produced the composite distribution (exponential - Frechet) and then we study the ranks conversion map of the second degree (squared) and applied to the composite distribution by adding the transfer parameter as it is called the shape parameter so the distribution with four parameters becomes two parameters shape α , θ and two scale parameters β , λ , which is characterized by flexibility and efficiency over single distributions, also three methods of estimation were used to estimate the parameters of the distribution [Maximum Likelihood method (ML), Weighted least squares method (WLS), Anderson Darling method (AD)], in order to compare the estimation methods, Newton Raphson simulation method was employed using Mathematica 12.2 program by using different sample sizes (small, medium, large) and choosing different values for the distribution parameters, eight models were used. The aim of this is to know the behavior style of the scales and by using the statistical standard mean square error(MSE) was the preference in estimating the parameters was the Anderson –Darling method when small sampel sizes and Maximum Likelihood Method when large sample sizes.

The distribution was applied to real data represented by kidney failure disease.

This data was taken from the letter of *Adham Muhammad Sahib al-Bayati*.

The sample size was (91) person representing the patient's survival times until death using good-matching criteria the superiority of the transformed complex

distribution has been proven in representing the data compared to the composite distribution before the conversion.

Also, the survival function of the real data was also estimated using the best methods that were reached on the experimental side (Maximum Likelihood method), and we found that the average patient survival is (0.49944), which means that the patient's survival rate is approximately 50%.

**Republic of Iraq
Ministry of higher Education and Scientific
Research
University of Karbala
Faculty of Administration and Economics
Department of statistics**



**The quadratic transformation composite
distribution (Exponential- Fréchet)**

**A Thesis Submitted to
Council of The Administration and Economics/
Karbala University as Partial fulfillment of the
Requirements for the Degree of Master of Science in
Statistics**

Presented by

**Hadeer Sadi Sahib
Supervised By**

Prof.Dr Mahdi Wahab Neama Naser Allah

1443A.H.

2022A.D.

Holy Karbala