



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

التقدير البيزي للانحدار اللوجستي الرتبي

رسالة مقدمة الى

مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة كربلاء

وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء

تقدم بها

احمد سعيد جبار صالح

باشراف

أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد

2021 م

1443 هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

مَلِكٌ يُسَبِّحُ بِحَمْدِ رَبِّهِ
وَيُقِيمُ الصَّلَاةَ
وَيُنْفِقُ الرِّيَاسَةَ
مِمَّا يَشَاءُ مِنْ خَزَائِنِ رَبِّهِ
وَهُوَ عَالِمُ الْغُيُوبِ

عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ مَسْعُودٍ (رَضِيَ اللَّهُ عَنْهُ)
عَنِ النَّبِيِّ (صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ)

(سورة القلم)

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة
(التقدير البيزي للانحدار اللوجستي الرتبي) والمقدمة من قبل الطالب "احمد
سعيد جبار" وناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة
بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير (جيد جداً) .



أ.م.د وليد عبد الله أرحيمة

عضواً

2022 / 1 / 20



أ.د شروق عبد الرضا السباح

رئيساً

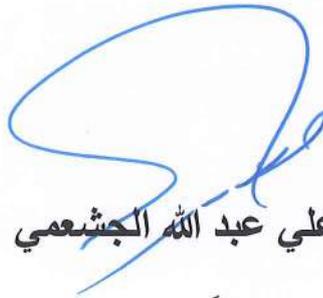
2022 / 1 / 20



أ.م.د أيناس عبد الحافظ محمد

عضواً ومشرفاً

2022 / 1 / 20



م.د حسين علي عبد الله الجشعي

عضواً

2022 / 1 / 20

إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذه الرسالة الموسومة (التقدير البيزي للانداد اللوجستي
الرتبي) والتي تقدم بها الطالب " احمد سعيد جبار " قد جرى بإشرافي في قسم
الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء ، وهي جزء من متطلبات نيل
درجة ماجستير علوم في الاحصاء.



أ.م. د. إيناس عبد الحافظ محمد

التاريخ: 2022 / 1 / 16

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.



أ.د. شروق عبد الرضا السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: 2022 / 1 / 16

إقرار الخبير اللغوي

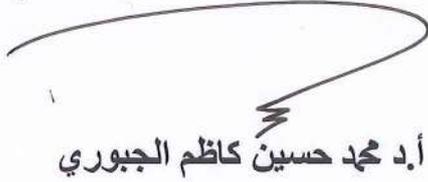
أشهد أن الرسالة الموسومة (التقدير البيزي للانحدار اللوجستي الرتبي) قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت اشرافي اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت.

الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالب
" احمد سعيد جبار " الموسومة بـ (التقدير البيزي للانحدار اللوجستي الرتبي)
ارشح هذه الرسالة للمناقشة.



أ.د محمد حسين كاظم الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.



أ.د. علاء فرحان طالب

عميد كلية الادارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2022 / 2 / 15

الإهداء

إلى .. الذين يريدون وجه الله حياً وقرباً

الذين أوجب الله محبتهم ومودتهم

إلى .. مهد وآل مهد صلوات الله عليهم أجمعين

إلى .. من بذرنى بذرة صغيرة ورباني على حب الحق ومعرفة

الحقيقية وحب طلب العلم أبي الغالي

إلى .. التي تحبني طعم الحياة ونفس الدنيا أمي العزيزة

إلى .. اخوتي واخواتي واصدقائي الذين أعانوني على

إكمال مسيرتي

إلى .. الشموع التي أضاءت لي الطريق أساتذتي

أهدي ثمرة جهدي المتواضع هذا

الباحث

شكر وتقدير

((رَبِّ أَوْزِعْنِي أَنْ أَشْكُرَ نِعْمَتَكَ الَّتِي أَنْعَمْتَ عَلَيَّ وَعَلَى وَالِدَيَّ وَأَنْ أَعْمَلَ صَالِحًا تَرْضَاهُ
وَأَدْخِلْنِي بِرَحْمَتِكَ فِي عِبَادِكَ الصَّالِحِينَ)) صدق الله العلي العظيم، سورة النمل، الآية (19).

أحمدُ الله وأسجد له شكراً على ما هدانا إليه وما انعم علينا به من نعم لو حاولنا عدّها لما احصيناها، وأصلي
وأسلم على اشرف المرسلين سيدنا محمد وعلى آل بيته الطيبين الطاهرين .

يطيبُ ليّ ، بعد أن اتممت دراستي هذه ، أن اتوجه بالشكر والثناء لأستاذتي الفاضلة الدكتورة

أ.م.د ايناس عبد الحافظ البصري لتحملها عناء الإشراف على هذا البحث ومتابعتها المستمرة ليّ بالنصح
والارشاد والتوجيه ، وكان لإشرافها العلمي الدقيق وتوجيهاتها السديدة وما جادت به نفسها الكريمة من خلق
ثير، الأثر البالغ في إظهار البحث وإنجازه على نحوٍ نافعٍ ومفيدٍ ، وتبقى المفردة اللغوية قاصرة عن التعبير
عما في داخلي من مشاعر الودّ والاحترام تجاهها وفقها الله لكل خير ، واشكر المبرمج جليل الشكر على
ارشاداته ولمساته العميقة .

كما اتقدم بالشكر والامتنان لرئيس القسم **الدكتورة ا.د شروق عبد الرضا السباح** .

كما تقدم بالشكر والعرفان لجميع موظفي كلية الادارة والاقتصاد وموظفي قسم الاحصاء وشعبة الدراسات العليا
واخص الاستاذة زينب واستاذ حسام .

كما تقدم بالشكر والعرفان لأساتذتي الأفاضل جميع من علمني حرف من العلم .

كذلك يحتم عليّ رد الجميل ان اتقدم بالشكر والعرفان الى السادة اساتذة القسم ممن تتلمذت على ايديهم

فكانوا مشاعل علم باهرة ، **الدكتور جاسم والدكتور عواد الخالدي والدكتور عبد الحسين والدكتور عدنان نجم**

والدكتور محمد تركي والدكتور مهدي وهاب نصرالله والدكتورة زينب الخفاجي والدكتورة صدى والدكتورة

نمارق وجزاهم الله عني ما يجزي به عباده الصالحين .

كما لا انسى بالشكر والامتنان والعرفان لجنة المناقشة واخص بها **الاستاذ الدكتور وليد عبد الله ارحيمة والاستاذ**

حسين الجشعمي والاستاذة الدكتورة شروق السباح والاستاذة الدكتورة ايناس البصري

كما لا انسى بالشكر والامتنان والعرفان ابي وامي واخوتي احسان وعلي ومنتظر واخواتي ضحى وسجى

واعمامي وعماتي واخوالي وخالاتي واصدقائي علي الجبوري ، عبد الله الجنابي ، علي ، حيدر ، كاظم ،

منتظر ، احمد ، جاسم ، احمد ، جعفر ، حمزة ، رسل ، حسين ، شيماء ، فاطمة ، محمد ، متاب ، ومن لم يسعني

ذكرهم مما كان له الدور البالغ في تذليل الصعوبات التي اعترضتني مع تمنياتي لهم بالصحة والتوفيق

الخلاصة

ان النماذج التي يتم افتراضها تمثل تأثير عدد من المتغيرات المستقلة في متغير الاستجابة يمكن ان تتأثر بعدد من العوامل المفترضة والتي تكون تأثيراتها متغايرة وبحسب ظروف التجربة .

وتعاني نماذج الانحدار التي تمتلك متغير استجابة من النوع الوصفي من حالات خاصة يجب ان يتم الاخذ بها وتتمثل ب (مخالفة امتلاك متغير الاستجابة للتوزيع الطبيعي) ولهذا جاءت هذه الدراسة في محاولة لتوظيف اربع طرائق بيزية مختلفة :

الطريقة الاولى (طريقة توقع التوزيع البعدي (Expected A Posteriori (EAP)

الطريقة الثانية (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي (Maximum A posteriori (MAP)

الطريقة الثالثة (طريقة الانتروبي العظمى العامة (Generalized Maximum Entropy (GME)

الطريقة الرابعة (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية Bayesian Reg. With

Category Prior Informing (BRCPI))

مع دراسة تأثير هذه الطرائق ونتائج متوسط مربعات الخطأ العائد إليها وتم فحص كفاءة كل طريقة للمقارنة بعدد من العوامل وهي :

ضمن العوامل { عدد المتغيرات التوضيحية (p) ، نسب التلوث (Prop) ، نسبة عدد المتغيرات التوضيحية من النوع الوصفي ضمن العدد الكلي لهذه المتغيرات (Gate) ، عدد المفردات (n) ، قيمة معلمة التوزيع الأولي (Sig) }

اظهرت النتائج تأثير امتلاك الطرائق البيزية للانحدار اللوجستي الرتبي بالعوامل المذكورة آنفاً .

1. ان طريقة (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية) كانت هي الافضل لأنها اعطت اقل متوسط مربعات خطأ في حين كانت طريقة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي) هي الاسوأ لأنها اعطت اكبر متوسط مربعات خطأ .

2. تأثر نتائج التقدير من النماذج بحجم العينة وذلك لان (n_2) اعطت افضل نتائج بينما حجم العينة (n_1) اعطت اسوأ نتائج .

3. تأثر نماذج التقدير بـ (قيمة معلمة التوزيع الاولي) إذ أن ($Sig_3 = 0.1$) اعطت افضل نتائج مقابل ($Sig_1 = 0.5$) اعطت اسوأ نتائج .

4. هنالك تأثير لنسب التلوث في نتائج التقدير إذ أن نسبة التلوث ($Prop_3$) كانت هي الافضل لأنها اعطت متوسط مربعات خطأ هو الاقرب للصفر في حين أن ($Prop_1$) كانت الاسوأ لأنها اعطت اكبر متوسط .

الصفحة	قائمة المحتويات	
9-1	الفصل الاول: منهجية البحث	
1	المقدمة	1-1
2	مشكلة الدراسة	2-1
2	هدف الدراسة	3-1
3	اهمية الدراسة	4-1
3	فرضيات الدراسة	5-1
9-3	الاستعراض المرجعي	6-1
56-10	الفصل الثاني: الجانب النظري	
10	التمهيد	1-2
10	مفاهيم عامة	2-2
10	مفهوم تحليل الانحدار	1-2-2
12	انموذج الانحدار اللوجستي	2-2-2
17	مفهوم الانحدار اللوجستي الرتبي	3-2-2
17	افتراضات الانحدار اللوجستي الرتبي	4-2-2
18	نماذج الانحدار اللوجستي الرتبي	5-2-2
23	تقدير معلمات الانحدار اللوجستي الرتبي	6-2-2
24	التحويل الخطي لدالة الانحدار اللوجستي (دالة اللوجت)	3-2
28	طرائق التقدير	4-2
29	النظرية البيزية	5-2
29	مفهوم نظرية بيز	6-2
30	أسلوب التقدير البيزي	7-2
32	الخطوات الاساسية	8-2
32	التوزيعات السابقة	1-8-2
35	التوزيعات اللاحقة	2-8-2
35	دالة الخسارة	3-8-2

35	دالة المخاطرة	4-8-2
35	مقدر بيز	5-8-2
36	طريقة الانتروبي العظمى العامة	9-2
48-42	التوزيع القبلي والبعدي	10-2
43	تعريف التوزيع القبلي	1-10-2
43	تعريف التوزيع البعدي	2-10-2
44	طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي	3-10-2
46	طريقة توقع التوزيع البعدي	4-10-2
49	طريقة (الانحدارات البيزية) مع المعلومات الاولية الوصفية	11-2
54	الخوارزمية المقترحة	12-2
54	اختيار افضل طريقة لتقدير نموذج انحدار	13-2
55	معايير المقارنة بين مقدرات طرائق التقدير	14-2
127-57	الفصل الثالث: الجانب التجريبي	
57	توطئة	1-3
57	النتائج العملية	2-3
118-58	بيانات الدراسة	3-3
119	تحليل النتائج	4-3
129-128	الفصل الرابع: الاستنتاجات والتوصيات	
128	الاستنتاجات	
129	التوصيات	
135-130	الملاحق	
140-136	المصادر	

قائمة الجداول والاشكال

رقم الجدول	عنوان الجدول	الصفحة
1	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الاولى	59
2	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثانية	64
3	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثالثة	69
4	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الرابعة	74
5	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة BRCPI	79
6	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة EAP	84
7	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة MAP	89
8	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة GME	94
9	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولى الوصفية	99
10	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة توقع التوزيع البعدي	104
11	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي	109
12	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة الانتروبي العظمى العامة	114
13	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل طريقة بغض النظر عن العوامل الاخرى	119
14	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل عدد من المتغيرات التوضيحية و بغض النظر عن العوامل الاخرى	120
15	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل حجم عينة بغض النظر عن العوامل الاخرى	122
16	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة بغض النظر عن العوامل الاخرى	123

125	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل نسبة التلوث في البيانات بغض النظر عن العوامل الاخرى	17
126	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية بغض النظر عن العوامل الاخرى	18
	عنوان الشكل	رقم الشكل
14	يوضح العلاقة غير الخطية بين المتغيرات التوضيحية (X_{ij}) واحتمال الاستجابة (p_i)	1-2
26	يوضح العلاقة الخطية بين المتغيرات التوضيحية (X_{ij}) ودالة اللوجت	2-2
30	يوضح اسلوب بيز	3-2
60	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الاولى	1
65	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثانية	2
70	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثالثة	3
75	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الرابعة	4
80	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة BRCPI	5
85	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة EAP	6
90	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة MAP	7
95	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة GME	8
100	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية	9

105	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة توقع التوزيع البعدي	10
110	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي	11
115	يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق طريقة الانتروبي العظمى العامة	12
119	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل طريقة بغض النظر عن العوامل الاخرى	13
121	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل عدد من المتغيرات التوضيحية و بغض النظر عن العوامل الاخرى	14
122	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل حجم عينة بغض النظر عن العوامل الاخرى	15
124	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة بغض النظر عن العوامل الاخرى	16
125	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل نسبة التلوث في البيانات بغض النظر عن العوامل الاخرى	17
127	يمثل القيم الاقل والاعظم لكل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية بغض النظر عن العوامل الاخرى	18

الفصل الأول

منهجية البحث

الفصل الاول

منهجية البحث

an introduction

1.1 مقدمة :

يعد علم الاحصاء احد العلوم الحيوية المهمة في مجالات البحث العلمي اذ يحتوي هذا العلم على مجموعة من الاساليب التي تمكننا من استعمالها في ميادين العلوم جميعاً التي تحتاجها اذ تبدأ بجمع البيانات والمعلومات اللازمة لحل مشكلة ما او هدف معين بصدد الوصول اليه ، اذ يتم توظيف ما تيسر من القواعد والقوانين لتحليل تلك البيانات بهدف الوصول إلى النتائج التي يسعى إليها الباحث .

ومن هذه الأساليب الإحصائية التي لها أهميتها البالغة أسلوب تحليل الانحدار الذي يعد من التحليلات الإحصائية المهمة التي استعملها الباحثون في مواقع عدة كالإنتاج والخدمات والصناعة وكذلك في الجوانب السياسية والاجتماعية ، ويهدف هذا الأسلوب لصياغة صحيحة للتأثير بين الظواهر المختلفة والمتمثلة بالمتغيرات ، إذ يتم إخضاع المتغيرات التي يتم التعامل معها إلى صيغة الانحدار بصورها المختلفة سواء أكانت هذه الصيغة انحداراً بسيطاً أم متعدداً.

ويتم الإفادة من صيغ انموذج الانحدار لمعرفة اتجاه المتغيرات التوضيحية التي يتعامل معها الباحث ومدى الأثر الذي تبينه هذه المتغيرات في متغير الاستجابة ونسبة التفسير التي يسهم به أنموذج الانحدار في تفسير الأثر بين متغير الاستجابة ومجموعة المتغيرات التوضيحية وكل ذلك من طريق عملية تقدير معاملات الانموذج.

هناك اتجاهان او مدرستان لكل منهما أسلوبها الخاص بها وكل مدرسة تعتمد على طرائق متعددة لتقدير انموذج الانحدار يطلق على الاولى المدرسة التقليدية (Classical school) وتسمى الاخرى بمدرسة بيز (Bayesian school) والتي تميزت بمفهومها وأساسيات عملها على توظيف المعلومات الاولية ان وجدت

عن المعلمات المراد تقديرها واصفةً هذه المعلمات متغيرات عشوائية على افتراض ان لهذه المعلمات معلومات اولية يمكن وضعها إلى شكل توزيع احتمالي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية الاولى ، اما المدرسة التقليدية تستند في تقديرها للمعلمات افتراض مفاده أن المعلمة المراد تقديرها ثابتة .

وهناك عدد من الظروف التي تصاحب تنفيذ طرائق الانحدار البيزي اللوجستي الرتبي والتي يمكن ان تؤثر في نتائج متوسط مربعات الخطأ العائد الى هذه الطرائق وهذا ما يؤدي الى صعوبة توظيف نتائج هذه الطرائق في تفسير واخضاع هذه النماذج لتتنبأ في المستقبل وفي سبيل ذلك جاءت هذه الرسالة والتي تضمنت اربعة فصول تقدمها الفصل الاول وفيه تم التطرق الى مشكلة الرسالة وهدف الرسالة واهمية الرسالة وفرضيات الرسالة وبعض الدراسات السابقة التي تخص موضوع البحث ، اما الفصل الثاني فقد تضمن مجموعة الجوانب النظرية والتي عن طريقها يمكن التعرف على طرائق الانحدار البيزي اللوجستي الرتبي ، اما الفصل الثالث فقد تضمن نتائج متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة وحسب العوامل التي تم دراستها ، اما الفصل الرابع فقد تضمن عدداً من الاستنتاجات والتوصيات ذات العلاقة التي توصل اليها الباحث .

the study Problem

2.1 مشكلة الدراسة :

تعاني طرائق الانحدار البيزي اللوجستي الرتبي من مشاكل ترافق التنفيذ والتي عند عدم الاخذ بها يمكن ان يبتعد متوسط مربعات الخطأ العائد للنموذج عن القيم المقبولة نتيجة لتأثير هذه العوامل مجتمعة او منفردة .

Objective Of Study

3.1 هدف الدراسة :

تهدف الرسالة الى بيان مدى تأثير طرائق الانحدار البيزية اللوجستية الرتبية بعدد من العوامل التي يمكن ان تصاحب تنفيذ التجربة وهي العوامل الاتية { عدد المتغيرات التوضيحية (p) ، نسب التلوث (Prop) ، نسبة عدد المتغيرات التوضيحية من النوع الوصفي ضمن العدد الكلي لهذه المتغيرات (Gate) ، عدد المفردات (n) ، قيمة معلمة التوزيع الأولي (Sig) } ،

ان هنالك مخالفة لفرضية الانحدار الاساسية ان γ يتوزع طبيعيا

هنالك مخالفة لفرضية الانحدار الاساسية ان الخطأ يتوزع طبيعيا

نتيجة لامتلاك متغير استجابة من النوع الوصفي الرتبي .

4.1 أهمية الدراسة : the importance of studying

تعد طرائق الانحدار البيزي اللوجستي الرتبي من الاساليب الاحصائية (النماذج الاحصائية) السببية المهمة والتي يمكن عن طريقها توضيح تأثير مجموعة من المتغيرات السببية في متغير الاستجابة ومن ثم تفسير هذه التأثيرات عن طريق نموذج يمتلك متوسط مربعات خطأ هو الاقل يقابل هذه النماذج .

5.1 فرضيات الدراسة : Study hypotheses

هناك عدد من الفرضيات التي يمكن عن البحث في امكانية تطبيق طرائق الانحدار البيزي اللوجستي الرتبي وهي :

تأثير متوسط مربعات الخطأ العائد لطرائق الانحدار البيزي اللوجستي الرتبي بكل من

1. عدد المتغيرات التوضيحية .
2. عدد المفردات { عدد المتغيرات التوضيحية (p) ، نسب التلوث (Prop) ، نسبة عدد المتغيرات التوضيحية من النوع الوصفي ضمن العدد الكلي لهذه المتغيرات (Gate) ، عدد المفردات (n) ، قيمة معلمة التوزيع الأولي (Sig) } .
3. عدد المتغيرات الوصفية ضمن عدد المتغيرات .
4. معلمة التوزيع الاولي σ^2 .

6.1 الاستعراض المرجعي :

Reference review

هناك العديد من الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع أنموذج الانحدار وطرائق تقدير معالم هذا

الانموذج والمتمثلة بالمقدرات التقليدية ومقدر طريقة بيز، وفيما يأتي عرض لبعض هذه الدراسات.

قام الباحث (عبودي)^[14] عام (1996) بدراسة تضمنت كيفية تقدير معالم انموذج الانحدار الخطي باستعمال اسلوب بيز وباعتماد دوال الكثافة الاحتمالية السابقة (غير المعلوماتية، المعلوماتية، المرافقة الطبيعية، عينات سابقة)، كما وتطرق الى تقدير معالم انموذج الانحدار متعدد المتغيرات وانموذج الانحدار غير المرتبط ظاهرياً (SURE) ومنظومة المعادلات الأنية .

وفي عام (1997) قدم الباحثان^[38] (Raftery & Maigan) بدراسة استعملت أسلوب بيز لاختيار أفضل مجموعة جزئية من المتغيرات التوضيحية لتمثيل العلاقة مع متغير الاستجابة أفضل تمثيل ثم الحصول على أفضل أنموذج يمكن تمثيله، وقد استعمل الباحثون في مجال عملهم البيزي توزيعات أولية ملائمة من النوع المرافق الطبيعي لكل من متجه المعالم والتباين، فضلا عن ذلك اعتمدت هذه الدراسة على طريقتين تعتمدان على أسلوب بيز للنماذج المعدلة تمت مقارنتهما مع بعض الطرائق التقليدية عن طريق بيانات مجموعة من الأمثلة التوضيحية التي اعتمد بعضها على بيانات واقعية عن موضوع الجريمة والعقاب وأمثلة أخرى اعتمدت على بيانات ولدت بحسب أسلوب المحاكاة .

وفي عام (1998) قدم (نعمان)^[17] بحثا بعنوان " استخدام المحاكاة لمقارنة طرق التقدير التقليدية وطرق بيز لمعلمات نموذج الانحدار " تطرق فيه إلى موضوع تقدير معالم الانحدار بالطرائق التقليدية بطريقة الإمكان الأعظم وبطريقة التقدير المختلط ومقارنتها مع الطرائق البيزية في التقدير .

وفي عام (2001) قدم الباحثان (**الحسناوي و الصفاوي**) [2,3] بحثا تضمن توظيف المعلومات المسبقة الخاصة بمعلمات أنموذج الانحدار العام الى جانب بيانات العينة المتعلقة بالمتغير معتمد والمتغيرات التوضيحية بهدف توسيع العينة لكي يتم معالجة مشكلة التعدد الخطي .

وفي عام (2002) قدمت كل من (**العزاوي و الخيري**) [5] بحثاً بعنوان " دراسة مقارنة لبيان أفضل طريقة لتقدير معلمات أنموذج الانحدار الخطي عندما تتبع الأخطاء العشوائية توزيع (t) متعدد المتغيرات اذ درستا مسألة تقدير معلمات أنموذج الانحدار الخطي وعندما تتبع الأخطاء العشوائية توزيع (t) وباستعمال كل من الأسلوب التقليدي وأسلوب بيز للتقدير باستعمال أسلوب المحاكاة .

وفي عام (2004) قدم الباحث (**القصاب**) [7] دراسة تضمنت عملية تقدير معلمات انموذج الانحدار العام (GLM) وانموذج الانحدار الخطي غير مرتبط ظاهريا (Sure) اعتمادا على توافر معلومات مسبقة على بعض المعلمات المراد تقديرها باستعمال توزيعي بيتا، والأسّي (Exp dist, Beta dist) ومن ثم إيجاد كفاءة التقدير لكلا الحالتين .

قدم الباحثان (**الصفاوي و طه**) [3] عام (2005) بحثا تم فيه المقارنة بين الطرائق التقليدية (MLE ، OLS) والمقدرات البيزية في حال اعتماد دالة اولية غير معلوماتية وتوصلا الى ان معلمات انموذج الانحدار تكون متساوية في طريقتين (MLE ، OLS) عندما يكون توزيع البواقي طبيعيا في حين ان طريقة بيز تكون هي الأكفأ.

وفي عام (2006) قامت الباحثة (**البصري**) [18] بإعداد دراسة تضمنت استعمال التحليل البيزي وتوظيفه في نماذج انحدار خطية بسيطة مع المحاكاة وتضمنت الدراسة توظيف المعلومات المسبقة عن توزيع المعلمة المطلوب تقديرها في ايجاد مقدرات جديدة باعتماد طريقة المربعات الصغرى كأساس للمقارنة بين عدد من العينات وبأحجام مختلفة وبينت نتائج المحاكاة تأثير حجم العينة والتوزيع السابق على مقدرات الانموذج وفق الطريقة المعتمدة .

قدم كل من (Adeleke & Adepoju)^[21] عام (2010) بحثاً بعنوان (أنموذج الانحدار اللوجستي الرتبي: تطبيق على نتائج الحمل) إذ استعملا في هذه الدراسة أنموذج الانحدار اللوجستي الرتبي كأداة لنمذجة العوامل الرئيسية الثلاثة وهي: البيئية, السلوكية والديموغرافية. اذ تتمثل العوامل البيئية بـ(العمليات القيصرية السابقة, وتوافر الخدمة), اما العوامل السلوكية فتتمثل بـ(الرعاية المسبقة للولادة, والامراض) بينما تتمثل العوامل الديموغرافية بـ(عمر الام, الحالة الزوجية والوزن) التي اثرت بنتائج الحمل من ناحية (ولادة حية, ولادة جنين ميت والاجهاض). تمت مطابقة الأنموذج مع البيانات التي تم الحصول عليها من سجلات (100) مريض في مشفى الدولة في نيجيريا. اظهرت النتائج أن الأنموذج الذي تم اختياره ملائم للدراسة واجري بشكل مختلف اعتمادا على تصنيف البيانات . وتبين أن الوزن والأمراض يزيدان من إحتمال تفضيل فئة اعلى مثل الولادة الحية , في حين ان (توافر الخدمات الطبية وظروف الحالة الزوجية والولادة القيصرية السابقة للولادة) تقلل من احتمال فرصة حدوث ولادة جنين ميت.

قدم كل من (Das & Rahman)^[28] عام (2011) بحثاً بعنوان (تطبيق تحليل الانحدار اللوجستي الرتبي في تحديد عوامل الخطر لسوء التغذية لدى الأطفال في بنغلاديش), يحاول هذا البحث تطبيق أنموذج الانحدار اللوجستي الرتبي لتحديد محددات سوء تغذية الأطفال بدلاً من تطبيق أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي التقليدي باستعمال بيانات المسح الديموغرافي والصحي لعام 2004 في بنغلاديش. وفيها تم تقسيم حالة التغذية الى ثلاث فئات بناء على مؤشر قياس الوزن مقابل العمر. فضلاً عن تطبيق أنموذج الارجحية النسبية من الانحدار اللوجستي الرتبي في هذا البحث تم تطبيق أنموذج الارجحية النسبية الجزئية وأنموذجين من الانحدار اللوجستي الثنائي . وتم اعتماد الاختبار البياني للتحقق من فرضيات الارجحية النسبية. واطهرت النتائج ان جميع النماذج تبين أن عمر الطفل ، ومدة الولادة ، وتعليم الأمهات ، والتغذية الأمومية ، وحالة الثروة المنزلية ، ومؤشر تغذية الطفل ، وحدوث حمى، والتهابات الجهاز التنفسي الحادة، والإسهال من العوامل المهمة التي تنبئ بسوء التغذية لدى الأطفال ؛ ومع ذلك ، كانت نتائج أنموذج الارجحية النسبية الجزئية أكثر دقة من النماذج الأخرى.

وفي العام (2011) قدم كل من (غانم والجاعوني) [16] بحثاً بعنوان (استخدام تقنية الانحدار اللوجستي ثنائي الاستجابة في دراسة أهم المحددات الاقتصادية والاجتماعية لكفاية دخل الأسرة), تم في هذا البحث التعرف على أهم المحددات التي تؤثر على كفاية دخل الأسرة بأستعمال الانحدار اللوجستي الثنائي . اذ سحبت عينة عشوائية بعدد (161) اسرة من الاسواق الشعبية في محافظة دمشق وريفها, وتناول البحث سبع متغيرات مستقلة من النوع الثنائي, واطهرت النتائج ان المتغيرات المتمثلة (وجود طلبة جامعيين في الاسرة, الدخل الشهري, ملكية السكن وحجم الاسرة) ذات تأثير معنوي في كفاية دخل الاسرة . اما المتغيرات المتمثلة في (المستوى التعليمي, مكان الإقامة, الحالة الوظيفية) ليس لها تأثير معنوي في كفاية الدخل.

وفي العام (2012) قدمت الباحثة (Larasati) [35] بحثاً بعنوان (مقارنة بين اداء الانحدار اللوجستي الرتبي و الشبكة العصبية الصناعية عند تحليل البيانات الرتبية), ان أنموذج الانحدار اللوجستي الرتبي والشبكة العصبية الاصطناعية هما من النماذج المتعددة المتاحة التي يمكن استعمالها لتحليل البيانات الرتبية , والتي تحافظ على ترتيب البيانات الرتبية دون افتراض فترات متساوية بين الفئات. وركزت هذه الدراسة على مقارنة أداء نماذج الانحدار اللوجستي الرتبي و الشبكة العصبية الصناعية عند تحليل البيانات الرتبية. واستعملت ثلاث طرائق لاختبار اداء الأنموذجين . وكانت نتائج هذه الطرائق تفوق اداء انموذج الانحدار اللوجستي الرتبي على أنموذج الشبكة العصبية الصناعية عند التحليل فيما عدا احدى الطرائق بينت أن أداء الأنموذجين ؛ الانحدار اللوجستي الرتبي و الشبكة العصبية الصناعية هو نفسه عند التحليل .

وفي عام (2013) قدم (عربي) [15] بحثاً بعنوان (أساليب التحليل القياسي والاحصائي دراسة حالة رسائل الماجستير والدكتوراه بكلية الاقتصاد والعلوم الادارية بجامعة بخت الرضا) إذ هدفت هذه الدراسة الى التعرف على أهمية اختيار نوع البيانات واسلوب جمعها فضلاً عن كيفية تحليلها . وتم تقدير أنموذج الانحدار اللوجستي الرتبي لتخصصات كلية الاقتصاد والعلوم الادارية في درجتى الماجستير والدكتوراه بالبحث فقط لغرض التأكد من مدى التزامها بالأسس النظرية السليمة. اذ تم فحص كل رسائل الماجستير والدكتوراه في المدة 2003-2011م . واطهرت النتائج ان خريجي قسمي ادارة الاعمال والمحاسبة يميلون الى جمع البيانات

المقطعية (اولية) باستعمال اسلوب المعاينة الاحصائية والتحليل الوصفي. بينما تميل اقسام الاقتصاد والاقتصاد القياسي والتنمية الريفية الى جمع البيانات على شكل سلاسل زمنية واستعمال الانحدار الخطي.

في عام (2015) نفسه ايضاً قدم (سعيد) [10] بحثاً بعنوان (استعمال أنموذج الانحدار اللوجستي في دراسة العوامل المساعدة على تشخيص حالات الإصابة بسرطان المثانة), إذ سحبت عينة عشوائية بلغ حجمها (128) مريضاً وبعد جمع المعلومات تم تحليل البيانات باستعمال أنموذج الانحدار اللوجستي الثنائي وظهرت النتائج ان العوامل التي تؤثر في امكانية تشخيص حالات الإصابة بهذا المرض تتمثل بكل من(متغير البييلة الدموية وعمر المريض).

في عام (2016) قدم (العبيدي) [4] بحثاً بعنوان (مقدر بيز لمعلمة القياس للتوزيع الطبيعي تحت افتراض توزيعات اولية مختلفة)، استعمل ثلاث توزيعات اولية مربع كما ، والدالة غير المعلوماتية، ودالة الاولية مراقبة طبيعية في الطرائق البيزية معتمد على مربع دالة الخسارة لتقدير معلمة القياس، كذلك استعمل طريقة المربعات الصغرى ودالة الامكان العظم من الطرائق التقليدية.

وفي عام (2019) قام الباحث (عبد علي) [13] بإعداد دراسة تضمنت استعمال اسلوب بيز في البرمجة الهدفية وتوظيفها في الحصول على مقدرات معلمات الانحدار الجديدة ، تضمنت الدراسة بيان تأثير التباين وتغايره في حالات متعددة للحصول على مقدرات جديدة وذلك بالاعتماد على دالة أولية غير معلوماتية ودالة اولية مراقبة طبيعية وتضمنت الدراسة مقترح الدمج بين الدالتين للحصول على مقدرات دالة تجريبية ، اظهرت النتائج تمكن الطريقة المقترحة تقديم مقدرات معلمات افضل بالمقارنة مع السابق .

وفي العام نفسه قامت الباحثة (الفتلاوي) [6] بتقديم دراسة تضمنت استعمال الانحدار اللوجستي الرتبي في تحديد اهم العوامل المؤثرة في دخل الاسرة ، وتضمنت الدراسة دراسة العوامل المؤثرة وفق عينة مؤلفة من (384) شخص من مركز محافظة كربلاء وتم تقديم انموذجي الانحدار اللوجستي للفئات المتجاورة وانموذج

لوجستي لنسبة الاستمرارية المقيدة ، اظهرت النتائج قدرة النماذج المقدمة على تفسير العلاقات للنماذج المدروسة وتقديم مقدرات افضل للنموذج .

وفي عام (2021) قام الباحثان (Al-Bhldawi) & (Al-Khairullah) [23] بتقديم بحث بعنوان (Bayesian computational methods of the logistic regression model) تضمن تقديم خوارزمية (Mcmc) والتي تعتمد على اسلوب بيز في تقدير معلمات الانموذج المفترض والاعتماد على مصفوفة ماركوف والتي يمكن ان تساعد في تقديم معلومات متزايدة يمكن ان تسهم في تطوير اسلوب التقدير لمعلمات الانموذج المفترض في البحث على تضمين معلومات اولية عن طريق مصفوفة ماركوف بعدها يتم الاعتماد على اسلوب بيز للنماذج اللوجستية الرتبية في تقديم مقدرات اولية بعدها الحصول على موجه الاخطاء العشوائية الذي يدخل مرحلة لاحقة بدالة التصغير للحصول على مقدرات جديدة تتسم لكونها الافضل بالمقارنة اظهرت النتائج قدرة الاسلوب البيزي للانحدارات اللوجستية والمعتمد على مصفوفة ماركوف و اظهرت النتائج القدرة العالية على تقدير معلمات الانموذج الافضل .

تضمنت الدراسة الحالية تقديم اربع طرائق للانحدار البيزي اللوجستي الرتبي وهي (طريقة توقع التوزيع البعدي ، طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي ، طريقة الانتروبي العظمى العامة ، طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية) وتم تطبيقها مع الاخذ بنظر الاعتبار تغير كل من (عدد المتغيرات التفسيرية ، نسبة عدد المتغيرات التوضيحية ضمن العدد الكلي للمتغيرات التفسيرية ، نسبة تلوث التوزيع الاولي ، معلمة التوزيع الاولي ، عدد المفردات للنموذج (حجم العينة)) ، اظهرت النتائج تأثر كل طريقة من الطرائق الاربعة المدروسة وان قدرة الطرائق الاربعة على العموم كانت جيدة في تقديم متوسط مربعات خطأ اقرب الى الصفر .

الفصل الثاني

الجانب النظري

الفصل الثاني الجانب النظري

1-2 تمهيد : preface

في هذا الفصل سوف نقوم بتوضيح عملية تقدير معاملات انموذج الانحدار اللوجستي الرتبي اعتمادا على مجموعة من الطرائق البيزية ، اذ سيتم التطرق لأسلوب بيز وبيان كيفية استعماله عن طريق توضيح هذا الاسلوب بشكل مفصل مع ذكر انواع دوال الكثافة الاحتمالية الاولى ومتى يتم استعمال هذه الدوال ، ايضا سيتم ذكر بعض المفاهيم الاساسية الخاصة بهذا الانحدار التي تناولتها الرسالة .

2-2 مفاهيم اساسية : Basic concepts

1-2-2 مفهوم تحليل الانحدار : (Concept Of Regression Analysis)

يهتم تحليل الانحدار بدراسة وتقدير ظاهرة ما بطريقة كمية عن طريق جمع البيانات وتحليلها وتحديد شكل العلاقة بين تلك البيانات ، اذ يتم التقدير والتنبؤ المستقبلي لهذه الظاهرة وفق طرائق احصائية معينة بعد الحصول على معادلة او منحنى يفسر العلاقة الرياضية بين متغير الاستجابة (Response Variable) (Y) و أحد من المتغيرات التوضيحية (X_i) (Explanatory Variable) فيسمى عندئذ الانحدار البسيط (Simple Regression) اما اذا كانت علاقة المتغير المعتمد (Y) مع عدد من المتغيرات التوضيحية (X₁, X₂, ..., X_m) فيدعى الانحدار المتعدد (Multiple Regression) [11].

"يعرف تحليل الانحدار (Regression Analysis) بشكل عام بأنه مقياس رياضي لمتوسط العلاقة بين متغيرين أو أكثر بدلالة وحدات قياس المتغيرات التوضيحية في العلاقة وغالبا ما تسمى العلاقات من هذا النوع بأنموذج الانحدار" ويمكن التعبير عن شكل العلاقة بين متغير الاستجابة ومتغير واحد أو أكثر من المتغيرات التوضيحية بشكل معادلة رياضية خطية تدعى دالة الانحدار [3].

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_m X_{im} \quad \dots(1-2)$$

ان متغير الاستجابة (Y) يفسر عن طريق عدد من المتغيرات التوضيحية كما موضح في المعادلة (1-2) , لكن ليس تفسراً تاماً من هذه العلاقة لذا تم ادراج حد الخطأ (u_i) فيها والذي يعبر عن المعلومات التي لم يتضمنها الانموذج .

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_m X_{im} + u_i \quad \dots(2-2)$$

ولتسهيل عرض انموذج الانحدار المتعدد الموضح في المعادلة (2 - 2) سيتم استعمال اسلوب المصفوفات وذلك لأن Y هو موجه وكذلك (β) موجه للمعلمات (X) هي مصفوفة لملاحظات المتغيرات التوضيحية .

$$Y = \beta X + U \quad \dots(3-2)$$

اذ أن :

Y : يمثل موجه ذو رتبة ($n * 1$) لملاحظات متغير الاستجابة.

X : تمثل مصفوفة ذو رتبة ($n * p$) لملاحظات المتغيرات التوضيحية .

β : يمثل موجه ذو رتبة ($p * 1$) لمعلمات الانموذج المطلوب تقديرها.

U : يمثل موجه حد الخطأ (Error Term) من رتبة ($n * 1$) .

$$p = m + 1 \quad \text{علما ان:-}$$

m : عدد المتغيرات التوضيحية. [17]

2-2-2-2 نموذج الانحدار اللوجستي

Logistic Regression Model

يعرف نموذج الانحدار اللوجستي بأنه احد نماذج الانحدار اللاخطية والذي تكون فيه العلاقة بين المتغير التابع (y) متغير الاستجابة (Response Variable) والمتغيرات التوضيحية المستقلة ($X_1, X_2, X_3 \dots \dots, X_k$) غير خطية، يبنى نموذج الانحدار اللوجستي على فرض أساس هو أن المتغير التابع (y) ثنائي الاستجابة يأخذ إحدى القيمتين (1,0) أما النجاح (Success) باحتمال (p_i) او الفشل (Failure) باحتمال ($1-p_i$) لذلك يكون المتغير (y_i) يتوزع بحسب توزيع برنولي $Ber(p_i)$. [19]

أي أن

$$y_i \sim Ber(p_i)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

ومن ثم فإن دالة الكثافة الاحتمالية تكون على وفق الصيغة الآتية:

$$P_r(Y_i = y_i) = p_i^{y_i} (1 - p_i)^{1-y_i} \quad \dots (4 - 2)$$

$$y_i = 0, 1$$

أذ أن :

y_i متغير تابع ثنائي الاستجابة (0,1)

p_i احتمال حدوث الاستجابة عندما $y_i=1$

$1-p_i$ احتمال عدم حدوث الاستجابة عندما $y_i=0$

لذلك فإن توقع المتغير y_i يمثل احتمال حدوث الاستجابة (p_i) وكالاتي:

$$E(y_i) = P_r(Y = 1) = p_i$$

أما تباين المتغير y_i بالنسبة لتوزيع برنولي كالاتي:

$$v(y_i) = p_i(1 - p_i)$$

إذا كان لدينا $y_i = [y_1, y_2, y_3 \dots \dots, y_n]$ تمثل عينة عشوائية من المتغير ثنائي الاستجابة

و $y_i \in [0,1]$ ، ولتكن $x_1, x_2, x_3 \dots \dots, x_k$ تمثل مجموعة المتغيرات التوضيحية.

وإن n تمثل عدد المشاهدات لهذه المتغيرات التي تكون المصفوفة الآتية: [19]

$$X = (X_{ij})_{n \times k} \quad \dots(5-2)$$

X تمثل مصفوفة المتغيرات المستقلة بدرجة $(m \times k)$

$i = 1, 2, \dots, n$ عدد المشاهدات

$j = 1, 2, \dots, k$ تمثل عدد المتغيرات التوضيحية

إذ إن احتمال الاستجابة لأنموذج الانحدار اللوجستي يأخذ القيمة (1) وحسب الصيغة الآتية:

$$P_r(y = 1 | x) = \frac{1}{1 + (e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}})^{-1}} \quad \dots (6 - 2)$$

وإن احتمال الاستجابة عند القيمة (0) يكون كالآتي:

$$P_r(y = 0 | x) = \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}} \quad \dots (7 - 2)$$

وبما أن مجموع الاحتمالات يساوي (1) وحسب الصيغة الآتية:

$$P_r(y = 1 | x) + P_r(y = 0 | x) = 1 \quad \dots (8 - 2)$$

فأنه يمكن التعبير عن أنموذج الانحدار اللوجستي بالصيغة الآتية :

$$y_i = p_i + \varepsilon_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots (9 - 2)$$

إذ أن

p_i تمثل دالة الانحدار اللوجستي أو تمثل دالة الاستجابة اللوجستية

ε_i يمثل الخطأ العشوائي إذ يكون له متوسط يساوي صفرًا وكالآتي:

$$\varepsilon_i = y_i - p_i$$

$$E(\varepsilon_i) = E(y_i) - E(p_i) = p_i - p_i = 0$$

أما تباين حد الخطأ العشوائي فإنه يكون مساوياً إلى تباين المتغير y_i ثنائي الاستجابة وكالاتي:

$$v(\varepsilon_i) = v(y_i) = p_i(1 - p_i)$$

إذ تكتب دالة الانحدار اللوجستي (احتمال الاستجابة) حسب الصيغة الآتية:^[19]

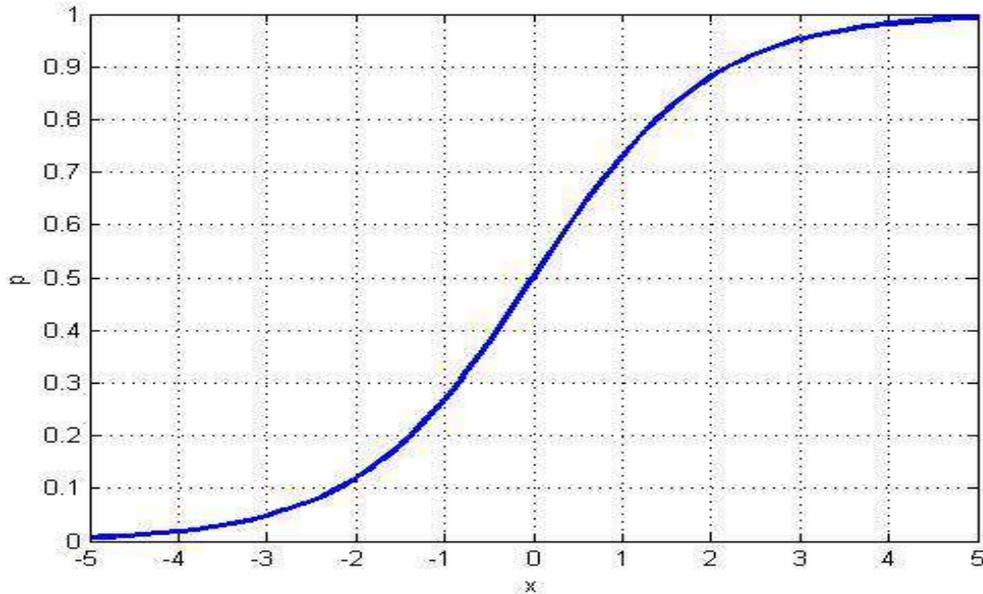
$$p_i = \frac{e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}} \quad \dots (10 - 2)$$

وأن دالة الانحدار اللوجستي التقديرية تكون كالاتي:

$$\hat{p}_i = \frac{e^{\hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}}}{1 + e^{\hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij}}}$$

نلاحظ من المعادلة (10-2) ان شكل العلاقة بين المتغيرات التوضيحية (x_{ij}) واحتمال الاستجابة p_i لا يمكن ان

يكون خطياً وإنما تأخذ شكلاً منحنياً أي على شكل حرف (S) والتي يمكن أن تمثل بالرسم بالشكل الآتي:



الشكل (1-2) يوضح العلاقة غير الخطية بين المتغيرات التوضيحية (x_{ij}) واحتمال الاستجابة (p_i)^[19]

$$1 - p_i = 1 - \frac{e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}$$

$$1 - p_i = \frac{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}} - e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}$$

$$1 - p_i = \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}} \quad \dots(11-2)$$

إذ أن

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_j$ تمثل معلمات مجهولة يراد تقديرها

X_{ij} متغيرات توضيحية (متغيرات مستقلة)

لذلك فهو من الأساليب الاحصائية التي تهتم بتحليل البيانات التي يكون فيها متغير الاستجابة من النوع

الوصفي المتقطع. [19]

ومن اهم خصائص الانحدار اللوجستي :

1- امتلاك متغير الاستجابة (y) توزيع ليس طبيعي بل هو ثنائي ذي الحدين وهناك انحدارات اخرى مثل

انحدار بواسون ، انحدار الهندسي انتروبي ، وغيرها .

2- ان الانحدار اللوجستي لا يفترض وجود علاقة خطية بين متغير الاستجابة والمتغيرات الواضحة .

3- يجب ان تكون الفئات شاملة ومحددة بحيث تنتمي كل مفردة الى فئة واحدة فقط .

4- حجم العينة يجب ان يكون كبيرا اذا استعمل طريقة دالة الامكان الاعظم .

5- لا يشترط ان تكون المتغيرات التوضيحية من النوع المستمر ولا يشترط انها تتبع التوزيع الطبيعي

ولا يفترض تساوي التباين ضمن كل فئة. وهذا يجعل منه انموذجاً أكثر مرونة من بقية نماذج

التنبؤ والتصنيف .

يكون للانحدار اللوجستي من ثلاثة انواع :

- الانحدار اللوجستي الثنائي
- الانحدار اللوجستي الاسمي المتعدد الحدود
- الانحدار اللوجستي الرتبي OLR [6]

Binary logistic regression

أولاً: الانحدار اللوجستي الثنائي

ان الانحدار اللوجستي الثنائي هو النوع الاكثر شيوعاً من انواع الانحدار اللوجستي, اذ يستعمل عندما تكون الاستجابة لكل موضوع "نجاحاً" او "فشلاً" . [39]

فعندما يكون لمتغير الاستجابة اثنان فقط من القيم المحتملة (0 أو 1) يستعمل هذا النوع من الانحدار اللوجستي عادة لتمثيل العلاقة بين متغير الاستجابة وعدد من المتغيرات التوضيحية المحتملة او الممكنة مع تقدير كل علاقة من حيث نسبة الارجحية. [42]

Multinomial logistic regression

ثانياً: الانحدار اللوجستي الاسمي متعدد الحدود

يستعمل هذا النوع في الحالات التي يكون فيها متغير الاستجابة فنوياً ولديه اكثر من قيمتين ممكنتين وتكون قيم هذا المتغير غير قابلة للترتيب. [42]

Ordinal logistic regression (OLR)

ثالثاً: الانحدار اللوجستي الرتبي

هو نوع خاص من الانحدار اللوجستي متعدد الحدود والذي يمكن استعماله عندما يكون متغير الاستجابة وصفيّاً رتبيّاً ويعرف هذا النوع من المتغيرات بأنه شبه كمي خاص من المتغيرات الفئوية إذ يتم ترتيب القيم من الناحية المفاهيمية , مثال على ذلك يمكن تصنيف درجة الالم الى (لا شيء ، خفيفة ، معتدلة ، شديدة) . [6]

3-2-2 مفهوم الانحدار اللوجستي الرتبي : Ordinal logistic regression (OLR)

كثيرا ما يتم ملاحظة النتائج الرتبية في الدراسات السريرية، وكذلك في العلوم الاجتماعية والاقتصادية. ومن النماذج الشائعة التي تستعمل لتحليل النتائج الرتبية هو (انموذج الانحدار اللوجستي الرتبي). [43]

وسيمت التركيز على هذا النوع من الانحدار اللوجستي إذ ان متغيرات الاستجابة الرتبية شائعة في البحوث الطبية. ولكن لأغراض التحليل غالبا ما يتم ترميز هذه المتغيرات الى مستويين فقط من اجل ان تكون قادرة على استعمال انموذج الانحدار اللوجستي الثنائي . فعلى سبيل المثال قد يتم ترميز درجة الالم الى "بعض الالم" مقابل "لاشي" او "الم شديد" مقابل "وجود الالم". ومع ذلك فان هذه الاستراتيجية تخاطر بفقدان المعلومات القيمة في البيانات.

وبالنسبة للانحدار اللوجستي الرتبي فهو يُعد الاسلوب التحليلي المفضل لأنه يوفر تمثيلاً أكثر دقة واختبار أكثر قوة للعلاقات و يستعمل عندما يكون متغير الاستجابة ذا التأثير الرتبي. [42]

فإذا كان هناك ترتيب طبيعي واضح بين فئات الاستجابة فيمكن أن يؤخذ هذا في الاعتبار في مواصفات الانموذج. مثل تقسيم درجة الالم الى عدة مستويات (لا شيء ، خفيفة ، معتدلة ، شديدة). ان مثل هذه المستويات شائعة في مجالات مثل أبحاث السوق، واستطلاعات الرأي وغيرها. [30]

4-2-2 افتراضات الانحدار اللوجستي الرتبي : [46, 9]

عندما يتم اختيار انموذج الانحدار اللوجستي الرتبي لتحليل البيانات فيجب التأكد من ان البيانات المراد تحليلها باستعمال هذا الانموذج تجتاز اربع افتراضات كما موضحة ادناه لكي يتم الحصول على نتائج صحيحة من استعمال هذا الانموذج.

- 1- ان يتم قياس المتغير التابع على مستوى رتبي.
 - 2- ان يوجد واحد أو أكثر من المتغيرات المستقلة إما كمية أو فئوية أو رتبية .
 - 3- ان لا يوجد تعدد خطي (أي عندما يرتبط اثنان او اكثر من المتغيرات المستقلة ارتباطاً وثيقاً مع بعضهما البعض). وهذا يؤدي إلى مشاكل في فهم المتغير الذي يسهم في تفسير المتغير التابع والقضايا التقنية في حساب الانحدار الرتبي. وان تحديد ما إذا كان هناك تعدد خطي يعد خطوة مهمة في الانحدار الرتبي.
- ففي عام 1934 نشر Frisch بحثاً وضح فيه مفهوم التعدد الخطي فقد تبين أن المتغيرات التي يتم التعامل معها قد تقع تحت تأثير علاقتين او اكثر. ومن الطرائق التي تستعمل للكشف عن هذه المشكلة هو استعمال مقياس عامل

تضخم التباين Variance Inflation Factor (VIF) اذ تم تقديم هذا المقياس عام 1967 لدى كل من Farrar & Glauber وفي عام 1970 اطلق عليه Marquardt مسمى VIF. اذ يتم اجراء هذا المقياس لكل متغير من المتغيرات التوضيحية فإذا زادت قيمته عن 10 فهذا يدل على إن هناك مشكلة تعدد خطي .

4- الارجحية النسبية (أي أن كل متغير مستقل له تأثير مماثل في كل تقسيم تراكمي للمتغير التابع الرتبي). وهو افتراض أساسي لهذا النوع من انموذج الانحدار اللوجستي الرتبي .

وقد يكون سبب عدم تحقق فرض الارجحية النسبية هو وجود الكثير من المتغيرات التوضيحية وان يكون حجم العينة كبيراً او اذا كان هناك متغيرات مستمرة في الانموذج. اما اذا كان حجم العينة صغيراً و لم يتحقق فرض الارجحية النسبية فيعود ذلك الى ان قيمة P-value للاختبار يمكن ان تكون صغيرة بشكل مصطنع ما يؤدي إلى رفض غير مبرر لافتراض الارجحية النسبية . [37]

Ordinal logistic models

2-2- 5 نماذج الانحدار اللوجستي الرتبي :

هناك العديد من النماذج التي يمكن استعمالها لتمثيل المتغيرات والتي تعد اشكال مختلفة ولكل منها خصائصه واستعمالاته حسب طبيعة البيانات والهدف من الانموذج .

اما فيما يخص هذه الرسالة فإن طبيعة البيانات تكون من النوع الرتبي وهناك العديد من النماذج اللوجستية الرتبية التي تستعمل لتحليل هذا النوع من البيانات منها (انموذج الارجحية النسبية، انموذج الارجحية النسبية الجزئية ، انموذج لوجيت للفئات المتجاورة ، انموذج لوجيت لنسبة الاستمرارية المقيدة) . ولكن اشهرها هو انموذج الارجحية النسبية . [27]

The Proportional Odds Model (POM)

اولاً : انموذج الارجحية النسبية

يعد انموذج الارجحية النسبية الذي وصفه (McCullagh) هو الانموذج الأكثر شيوعاً من نماذج الانحدار اللوجستي الرتبي . ويشار أحياناً إلى انموذج الارجحية النسبية بنموذج اللوجيت التراكمي (The cumulative Logit model) . ان الصفة المميزة لهذا الانموذج هي أن نسبة الأرجحية للمؤشر يمكن تفسيرها على أنها ملخص لنسب الأرجحية التي تم الحصول عليها من انحدارات لوجيستية ثنائية منفصلة باستعمال جميع الفئات المحتملة للمتغير الرتبي . [32]

وبما ان فئات متغير الاستجابة تأخذ الشكل الرتبي فيجب استعمال نماذج لوجيت الرتبية حيث تكون مناسبة لها . و يعد انموذج الارجحية النسبية من نماذج اللوجيت الرتبية المناسبة . ويمكن تمثيله بالانموذج الاتي : [34]

$$\text{Logit}[\text{Pr}(Y \leq j | \underline{X})] = \alpha_j + \beta' \underline{X} \quad \dots (12-2)$$

$$j = 1, 2, \dots, J-1$$

حيث ان α_j هو متجه لمعاملات الحد الثابت intercept parameters (و يمكن ان تختلف بحسب مستويات متغير الاستجابة) و $\beta' = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$ هو متجه لمعاملات الانحدار slope parameter . وان $\underline{X} = (X_1, \dots, X_p)$ يمثل المتغيرات التوضيحية وان Y يمثل متغير الاستجابة و j يمثل عدد الفئات . ويكون الانموذج بالشكل الاتي: [34]

$$\text{logit}[\text{Pr}(y = j | X)] = \log \left(\frac{\text{Pr}(y = j | X)}{1 - \text{Pr}(y = j | X)} \right) = \alpha_j + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p$$

$$\text{logit}[\text{Pr}(y = 1 | X)] = \log \left(\frac{\text{Pr}(y = 1 | X)}{1 - \text{Pr}(y = 1 | X)} \right) = \alpha_1 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p$$

.

.

.

.

$$\text{logit}[\text{Pr}(y = J - 1 | X)] = \log \left(\frac{\text{Pr}(y = J - 1 | X)}{1 - \text{Pr}(y = J - 1 | X)} \right)$$

$$= \alpha_{J-1} + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p \quad j = 0, 1, \dots, J-1 \quad \dots (13-2)$$

وهذا ما يسمى بأنموذج الارجحية النسبية. لأنه يقوم على افتراض أن الآثار المترتبة على المتغيرات التوضيحية $\underline{X} = X_1, \dots, X_p$ هي نفسها لجميع الفئات، على مقياس لوغاريتمي. و يدعى انموذج الارجحية النسبية بافتراض الخطوط المتوازية Parallel lines assumption إذ انه يعتمد على الاحتمالات التراكمية لفئات الاستجابة لذلك يجب اختبار هذا الافتراض لكل متغير بشكل منفصل وفي الانموذج النهائي، وذلك باستعمال اختبار برانت Brant test على سبيل المثال.

عندما يتناسب انموذج الارجحية النسبية جيدا، فإنه يتطلب معلمة مفردة بدلا من المعلمات J-1 لوصف تأثير X_i . [27]

وهذا يعني أنه إذا استعمل باحثان استجابة مختلفة الفئات في دراسة تأثير عامل التنبؤ يجب أن يصل كل باحث الى استنتاجات مماثلة. ومن ثم، فإن اختيار عدد الفئات لن يكون له أي تأثير في النتائج. [39]

ويمكن إجراء اختبارات الفرضيات لنماذج الانحدار اللوجستي الرتبي باستعمال إحصاءه والـ Wald استنادا إلى تقديرات المعلمات. [30]

اما في حالة عدم تحقق فرض الارجحية النسبية لبعض المتغيرات عند اجراء اختبار Brant فننتقل الى انموذج اخر يضم المتغيرات التي تحقق فرض الارجحية النسبية والمتغيرات التي لا تحقق هذا الفرض ويسمى هذا الانموذج بأنموذج الارجحية النسبية الجزئية .

Partial Proportional Odds Model (PPOM)

ثانياً : انموذج الارجحية النسبية الجزئية

من النادر أن تظهر جميع المتغيرات المستقلة المضمنة في الانموذج خاصية الأرجحية النسبية. وإن انموذج الارجحية النسبية الجزئية يسمح لبعض المتغيرات المتشابهة ليتم نمذجتها مع افتراض الارجحية النسبية، وبالنسبة للمتغيرات الأخرى التي لا تحقق هذا الافتراض، يتم تضمين معلمات محددة في الانموذج تختلف باختلاف الفئات التي تتم مقارنتها. [41]

اي وفقا لهذا الانموذج، فإن المتغيرات التوضيحية ($\underline{X} = X_1, X_2, \dots, X_p$) ليست جميعها تحقق افتراض الارجحية النسبية. ويعد هذا امتدادا لأنموذج الارجحية النسبية.

لأنه يحتوي على المتغيرات التي حققت فرض الارجحية النسبية و المتغيرات التي لم تحقق فرض الارجحية النسبية. [20]

فإذا كانت لدينا عينة n من المشاهدات المستقلة العشوائية و الاستجابة لهذه المشاهدات تكون متغير رتبي Y, اذ ان $Y=1,2,\dots,J$ فإن الانموذج بالشكل الاتي : [41,29]

$$g_j(X_i) = \alpha_j + X_i^a \beta_j^a + X_i^b \beta_j^b \quad \dots (14 - 2)$$

$$j=1,2,\dots,J-1$$

اذ ان x_i^a تمثل متجه يحتوي على قيم المشاهدة i للمجموعة الجزئية المتمثلة بالمتغيرات التوضيحية التي حققت فرض الارجحية النسبية.

وان β^a هو يمثل متجه المعاملات للمتغيرات التوضيحية التي حققت الارجحية النسبية وتكون قيمته ثابتة في كل فئة من فئات متغير الاستجابة.

بينما يمثل x_i^b متجه يحتوي على قيم المشاهدة i للمجموعة الجزئية الاخرى المتمثلة بالمتغيرات التوضيحية التي لم تحقق فرض الارجحية النسبية.

وان β^b هو يمثل متجه المعاملات للمتغيرات التي لم تحقق الارجحية النسبية وهو يختلف عبر قيم متغير الاستجابة . [41]

وفي هذا الانموذج ، فإن المتغيرات المستقلة التي لا تحقق الارجحية النسبية يكون معامل β فيها يعتمد على z , ما يعني ان العلاقة بين X و Y تعتمد على الفئة , اي ان قيمة β تختلف في كل فئة من فئات المتغير المعتمد.

ومن ثم تقدر نسب الارجحية Odds Ratio لجميع المقارنات بين فئات متغير الاستجابة.

اما بالنسبة للمتغيرات المستقلة الاخرى التي تحقق فرض الارجحية النسبية فتكون المعاملات β مستقلة عن z , اي تكون قيمة β ثابتة في كل فئة من فئات المتغير المعتمد. وتقدر لها نسبة ارجحية Odds Ratio واحدة . [20]

وكذلك هناك نماذج اخرى غير انموذج الارجحية النسبية الجزئية تستعمل في حالة عدم تحقق فرض الارجحية النسبية في انموذج الارجحية النسبية, وهي كل من انموذج لوجيت للفئات المتجاورة وانموذج لوجيت لنسبة الاستمرارية المقيدة إذ تكون هذه النماذج بديلة عن انموذج الارجحية النسبية في حالة عدم تحقق فرض الارجحية النسبية .

وكذلك سيتم استعمال كل من انموذج لوجيت للفئات المتجاورة وانموذج لوجيت لنسبة الاستمرارية المقيدة لتكون هذه النماذج بديلة لأنموذج الارجحية النسبية في حال عدم تحقق فرض الارجحية النسبية . [31]

Adjacent Categories Logit Model (ACLM)

ثالثاً : نموذج لوجيت للفئات المتجاورة

وهو من النماذج التي تستعمل لتحليل متغيرات الاستجابة الرتبية ويتضمن هذا الانموذج التقديرات المتزامنة لتأثيرات المتغيرات التوضيحية في أزواج الفئات المتجاورة.

ان انموذج لوجيت للفئة المتجاورة (ACLM) هو شكل محدد من نماذج اللوجيت العمومية للنتائج متعددة الحدود. وان انموذج متعدد الحدود يكون غير مقيد ، حيث يسمح بتغيير تأثيرات المتغيرات التوضيحية لكل مقارنة محددة . [37]

ويتم في هذا الانموذج مقارنة كل فئة استجابة بفئة الاستجابة الاكبر التي تليها [33] ، ويمكن تمثيله بالانموذج الاتي : [31]

$$g_j(X) = \alpha_j + \beta'X \quad \dots (15-2) \quad j = 1,2,\dots, J-1$$

إذ $j =$ عدد فئات المتغير المعتمد. وان تأثير المعلمة β يكون ثابتاً في جميع مقارنات الانموذج .

constrained Continuation Ratio Logit

رابعاً : انموذج لوجيت لنسبة الاستمرارية المقيدة

Model (CCRLM)

تم اقتراح انموذج اللوجيت لنسبة الاستمرارية من لدن Feinberg . [20]

إذ يقارن هذا الانموذج كل فئة استجابة مع جميع فئات الاستجابة الأقل . [31]

فمثلا نقارن كل استجابة مع جميع الاستجابات الأدنى التي تكون $Y = k$ مقابل $Y = k$.

ويكون الانموذج بالشكل الاتي:

$$g_j(X) = \log \left\{ \frac{P(Y = j|X)}{P(Y < j|X)} \right\}$$

$$g_j(X) = \alpha_j + \beta'X \quad j=2,\dots,J \quad \dots (16-2)$$

يكون الحد الثابت في الانموذج متمثلاً ب α_j بينما (β) يمثل معلمة المتغيرات التوضيحية ومن الأنسب استعماله عندما يكون هناك اهتمام حقيقي بفئة محددة من متغير الاستجابة [20,30]

6-2-2 : تقدير معلمات الانحدار اللوجستي الرتبي

Estimation of parameters for ordinal logistic regression

يعبر عن انموذج اللوجيت التراكمي وهو الانموذج الافتراضي للانحدار اللوجستي الرتبي على النحو الاتي: [44]

$$P(Y_i \leq j | x_i) = \frac{\exp(\alpha_j + x_i \beta)}{1 + \exp(\alpha_j + x_i \beta)}$$

ومن ثم يتم صياغة احتمال كل فئة استجابة على النحو الاتي:

$$\pi_j(x_i) = \frac{\exp(\alpha_j + x_i \beta)}{1 + \exp(\alpha_j + x_i \beta)} - \frac{\exp(\alpha_{j-1} + x_i \beta)}{1 + \exp(\alpha_{j-1} + x_i \beta)} \quad \dots (17 - 2)$$

ومن هذا يتم إجراء تقدير معلمات انموذج الانحدار اللوجستي الرتبي بطريقة دالة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Estimation (MLE وهي الطريقة التي تستعمل في تقدير المعلمات بغض النظر عن عدد المتغيرات التوضيحية [17] إذ يمكن التعبير عنها كما موضح ادناه . [44]

$$L = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^J [\pi_j(x_i)]^{y_{ij}}$$

$$L = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^J \left[\frac{\exp(\alpha_j + x_i \beta)}{1 + \exp(\alpha_j + x_i \beta)} - \frac{\exp(\alpha_{j-1} + x_i \beta)}{1 + \exp(\alpha_{j-1} + x_i \beta)} \right]^{y_{ij}} \quad \dots (18 - 2)$$

إذ أن

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } Y_i = j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

اذ تعتمد طريقة Maximum Likelihood Estimation (MLE) على تعظيم لوغاريتم الامكان Log likelihood, إذ يعكس لوغاريتم دالة الامكان امكانية او ارجحية ان يتم التوقع او التنبؤ بقيم المشاهدة لمتغير الاستجابة بواسطة المتغيرات التوضيحية, اذ تبدأ هذه الطريقة بقيمة اولية, وبعد ذلك يتم اجراء العديد من

التكرارات الى ان يتم التوصل للمعلمات التي تعظم Log likelihood لأكبر قيمة ممكنة والتي عندها لا تتغير قيمة لوغاريتم الامكان Log likelihood في التكرار الحالي عن التكرار السابق. [1]

ويعبر عن لوغاريتم الامكان Log likelihood [44]

$$\log L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^J y_{ij} \log \left(\frac{\exp(\alpha_j + x_i \beta)}{1 + \exp(\alpha_j + x_i \beta)} - \frac{\exp(\alpha_{j-1} + x_i \beta)}{1 + \exp(\alpha_{j-1} + x_i \beta)} \right) \quad \dots (19 - 2)$$

3-2 التحويل الخطي لدالة الانحدار اللوجستي (دالة اللوجت)

Linear transformation to the logistic regression function (Logit function).

يعد هذا الانموذج من النماذج القابلة للتحويل الى نماذج خطية بالنظر لكون العلاقة بين المتغيرات التوضيحية (X_{ij}) واحتمال حدوث الاستجابة (p_i) علاقة غير خطية اي على شكل انحناءات إذ يميل العديد من الإحصائيين الى إزالة انحناءات دالة الانحدار اللوجستي وذلك عن طريق إجراء تحويل دالة اللوجت (Logit function) إذ أن وجود هذه الانحناءات لها تأثير سلبي في خصائص مقدرات المعلمات بقيم حدوث الاستجابة التي يتم التنبؤ بها. [12]

وكما هو معلوم في الانحدار الخطي فإن قيم كل من المتغيرات التوضيحية والمتغير التابع (y) (متغير الاستجابة) تكون مستمرة إذ يمكن كتابة أنموذج الانحدار الخطي بالشكل الآتي:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i + \varepsilon_i \quad \dots (20-2)$$

وعلى فرض أن متوسط قيم (y) المشاهدة عند قيمة معينة للمتغير x هي $E(y)$ فإنه يمكن كتابة الانموذج

وكالاتي:

$$E(Y) = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 x$$

فإن الطرف الايمن للانموذج آنفاً تكون فيه التنبؤات من $(-\infty)$ الى $(+\infty)$.

اما في حالة كون المتغير (y) ثنائي الاستجابة فإن الانحدار الخطي لا يكون ملائماً وذلك لان قيم الطرف الايمن للأنموذج تكون محصورة بين (0,1) ومن ثم يكون الأنموذج غير قابل للتطبيق من وجهة نظر الانحدار، لصعوبة تطبيق اساليب التقدير للنماذج الخطية في تقدير معلمات الانموذج بصورة مباشرة، لذا فإن احدى طرائق حل هذه المشكلة هو إجراء تحويله رياضية مناسبة على المتغير (y).^[14]

إذ تمكن الباحث (Berkson) عام (1944) من إيجاد تحويله لوغارتمية لتحويل العلاقة بين المتغيرات التوضيحية واحتمال حدوث الاستجابة (p_i) الى علاقة خطية والتي تعني لوغاريتم نسبة الارحجية $\frac{p_i}{1-p_i}$ ، وتكون هذه النسبة عبارة عن مقدار موجب محصور بين $(0, +\infty)$ وبأخذ اللوغارتم للنسبة $\frac{p_i}{1-p_i}$ فإن مجال قيمه تصبح محصورة بين $(-\infty, +\infty)$ ، وعليه فإن أنموذج الانحدار اللوجستي هو ببساطة تحويله لوغارتمية للانحدار الخطي إذ يعرف أنموذج الانحدار اللوجستي بالصيغة الآتي:

$$\frac{p(y = 1)}{1 - p(y = 1)} = \frac{p_i}{1 - p_i}$$

$$\text{Logit}(p_i) = \text{Ln} e^{\frac{p_i}{1-p_i}} \quad \dots(21-2)$$

$$p_i = \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}$$

$$\text{Logit}(p_i) = \text{Ln} e^{\frac{e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}} - \frac{1}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}}$$

$$\text{Logit}(p_i) = \text{Ln} e^{\frac{e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}} - \frac{e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}}$$

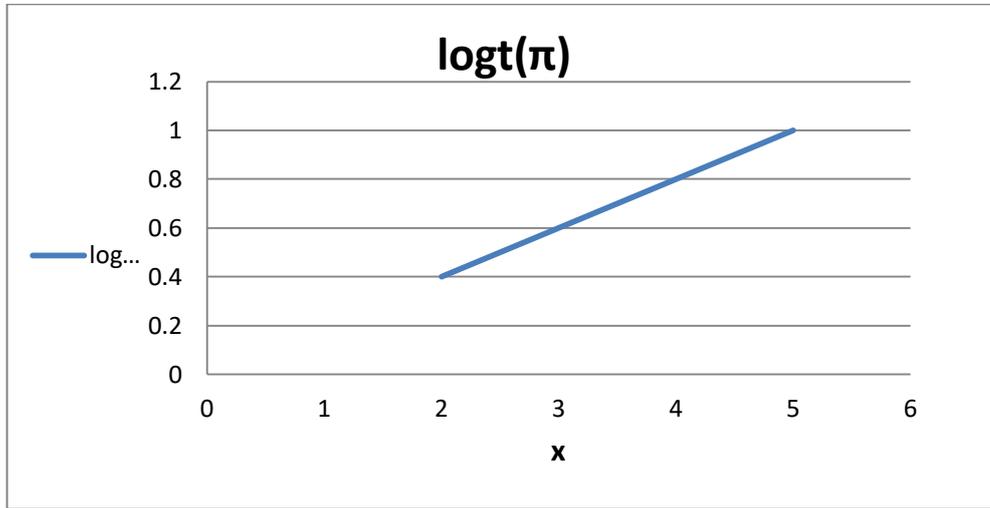
$$\text{Logit}(p_i) = \text{Ln}_e \frac{e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}}{1 + e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}} = \text{Ln}_e e^{\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}}$$

إذ تكتب الدالة الخطية وكالاتي:

$$\text{Logit}(p_i) = (\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}) \quad \dots (22 - 2)$$

أن المعادلة (22 - 2) تمثل العلاقة الخطية بين المتغيرات التوضيحية ودالة اللوجت $\text{Logit}(p_i)$ والتي يمكن أن

تمثل بالرسم بالشكل الآتي:



الشكل (2-2) يوضح العلاقة الخطية بين المتغيرات التوضيحية (x_{ij}) ودالة اللوجت [14]

فأن التحويل الخطي لدالة اللوجستي هو:

$$\text{Ln}_e \frac{p_i}{1-p_i} = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} = \underline{x}'_i \underline{\beta} = Z \quad \dots (23 - 2)$$

$\beta = \beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_j$ يمثل متجه من المعلمات

$$\underline{x}'_i = [1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}]$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

\underline{x}'_i يمثل متجه صفي من المتغيرات التوضيحية بدرجة $(1 * k)$

وأن $x_{i0} = 1$ وهو جزء من مصفوفة المتغيرات التوضيحية X

(Z) تمثل العلاقة الخطية الناتجة عن أخذ اللوغاريتم للنسبة $\frac{p_i}{1-p_i}$

وبما أن

$$Z_i = \text{Ln}_e \frac{p_i}{1-p_i} = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_k X_{ik} \quad \dots (24 - 2)$$

فأنه يمكن أن نعبر عن (Z_i) باستعمال مفكوك سلسلة تايلر (Taylor Series Expansion) عن قيمة p_i

(احتمال الاستجابة) وعلى فرض أن: [14]

$$x = P_i$$

$$x_k = p_i$$

$$f(x) = Z_i = \text{Ln}_e \frac{P_i}{1-P_i}$$

$$f(x_k) = Z_i = \text{Ln}_e \frac{p_i}{1-p_i} = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} = \underline{x}'_i \underline{\beta}$$

اذ أن P_i تمثل نسبة الاستجابة المشاهدة وكالاتي:

$$P_i = \frac{y_i}{n_i} \quad , \quad 1 - P_i = 1 - \frac{y_i}{n_i}$$

اذا كان لدينا الدالة $f(x)$ فإن مفكوك سلسلة تايلر حول النقطة x_k هو كالاتي:

$$f(x) = f(x_k) + (x - x_k) f'(x_k) + \frac{1}{2!} (x - x_k)^2 f''(x_k) + \dots \quad \dots (25-2)$$

وبأخذ المشتقة الاولى والثانية ولحدين فقط وتهمل الحدود الاخرى من السلسلة لصغرهما بحيث تقترب من الصفر

نحصل على الاتي:

$$Z_i = \underline{x}'_i \underline{\beta} + (P_i - p_i) \frac{1}{1! p_i (1-p_i)} + (P_i - p_i)^2 \frac{2p_i - 1}{2! p_i^2 (1-p_i)^2} + \dots \quad \dots (26 - 2)$$

بأخذ التوقع للمعادلة (26-2) نحصل على:

$$E (Z_i) = \underline{x}'_i \underline{\beta} + E \quad \dots (27 - 2)$$

أما تباين Z_i يكون كالآتي:

$$\text{var} (Z_i) = \frac{1}{n_i p_i (1 - p_i)} = [n_i p_i (1 - p_i)]^{-1} \quad \dots (28 - 2)$$

أذن فإن المقدار (Z_i) الذي هو التحويل الخطي لدالة اللوجستي يتوزع توزيعاً طبيعياً تقاربياً (Asymptotically

Normal) بمتوسط ($\underline{x}'_i \underline{\beta}$) وتباين مقداره $[n_i p_i (1 - p_i)]^{-1}$.^[12,14]

أي أن :

$$Z_i \sim \text{Asym. N} [\underline{x}'_i \underline{\beta}, [n_i p_i (1 - p_i)]^{-1}]$$

Methods of Estimation

2-4 طرائق التقدير :

نستعرض في هذا البحث بعض طرائق تقدير معلمات أنموذج الانحدار اللوجستي الرتبي وطريقة مقدرات بيز بهدف ايجاد مقدرات لمعلمات الأنموذج المدروس بحيث تكون هذه المقدرات اقرب ما يمكن للقيمة الحقيقية للمعلمات المراد تقديرها، ومن ثم فإن هذه المقدرات تتصف بصفات جيدة تؤهلها لتكوين إنموذج تقديري يتم الاعتماد عليه في أغراض مختلفة والوصول الى نتائج اكثر دقة، ويكون ذلك عن طريق اختيار الطريقة المناسبة للتقدير.^[18]

Bayesian Theorem

2-5 النظرية البيزية

سوف يتم التطرق الى مفهوم نظرية بيز مع ذكر الخطوات الاساسية لهذا المفهوم، ثم بيان كيفية استعمال هذا المفهوم في تقدير المعلمات، كما تضمن ايضاً عرضاً لطريقة بيزية في تقدير معلمات أنموذج الانحدار اللوجستي الرتبي .^[2]

2-6 مفهوم نظرية بيز

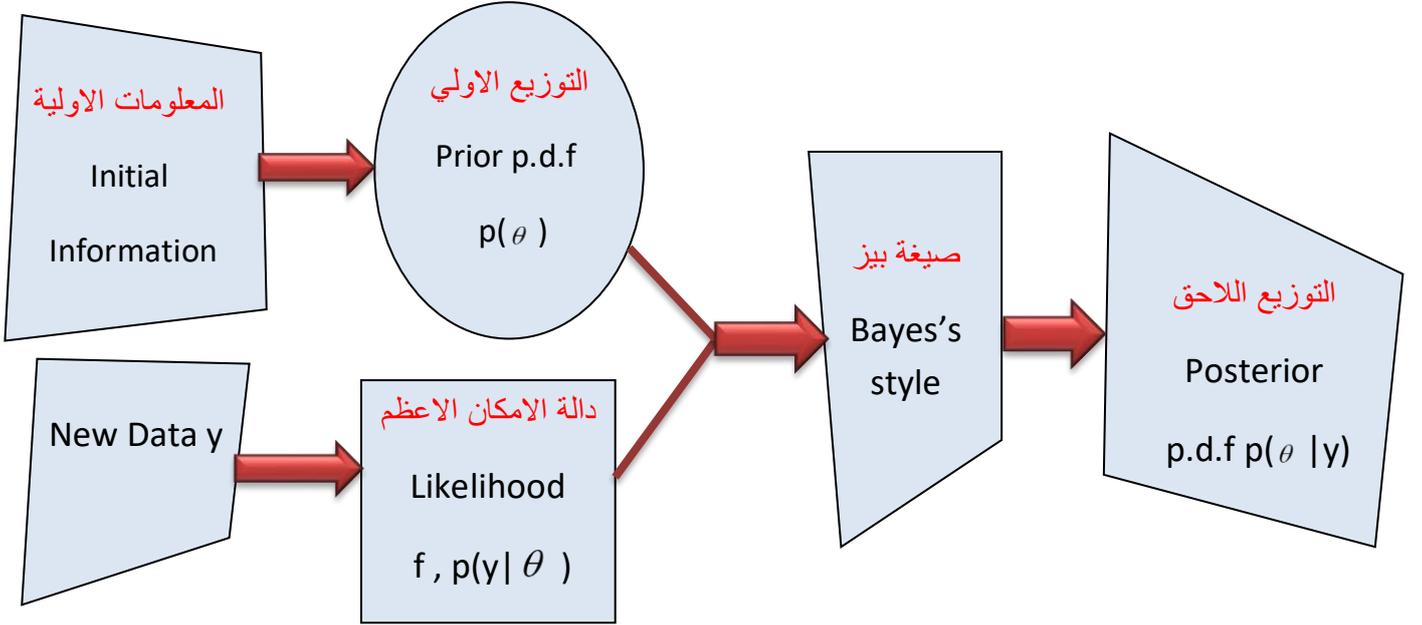
Concept of Bayes Theorem

إن استعمالات علم الاحصاء في مجالات الحياة المختلفة دفع العديد من الباحثين لدراسة العلوم الاحصائية وبمرور الزمن نشأت عن هذه الدراسات المدرسة البيزية والتي تعتمد في أسلوبها وتحليلها وأستنتاجها على المعلومات التي توفرها المشاهدات (العينات) فضلاً عن المعلومات التي تأتي من الاعتقاد الشخصي وتدعى بالمعلومات الاولية (Prior information). [22]

إذ ان استعمال هذا الاسلوب في التقدير ولمختلف النماذج لما يمتاز به من مرونة وكفاءة لاستعماله كل المعلومات المتاحة والافادة من خبرة الباحث عن المعلمة المجهولة، وتتماز مدرسة بيز بأنها تفترض ان المعلمات المراد تقديرها هي عبارة عن متغيرات عشوائية (Random Variables) وليست كميات ثابتة وأن لهذه المعلمات توزيعاً احتمالياً، أما المدرسة التقليدية فتفترض أن المعلمات المراد تقديرها هي عبارة عن ثوابت مجهولة القيمة وليست متغيرات عشوائية يتم تقديرها بالاعتماد على بيانات العينة، إذ اطلق عليها مدرسة بيز نسبة الى العالم الاحصائي البريطاني ثوماس بيز (Thomas Bayes) (1702-1761). [24]

وفي عام (1763) ظهر رأيان مختلفان لتقييم نظرية بيز (Bayes Theorem) ليشكلا بداية مدرستين او اتجاهين متضادين تأرجحا بين التأييد والمعارضة، اذ أن الاتجاه الاول يمثل اصحاب مدرسة بيز الذين بينوا بأن الاعتماد على معلومات العينة يعد غير كاف لعمل التحليلات الاحصائية وانما بالاعتماد على افتراض اساس يتمثل بكون المعلمات المراد تقديرها عبارة عن متغيرات عشوائية وهذا خلافاً للمدرسة التقليدية، اما الاتجاه الاخر المأخوذ على مدرسة بيز والمتمثل بالمدرسة اللابيزية والتي جادلت عن استعمال بيز للأفكار الشخصية المسبقة للمعلمات المراد تقديرها لان اتجاه هذه المدرسة يكمن في صعوبة تحديد التوزيع الاحتمالي السابق بشكل دقيق وذلك لصعوبة الحصول على المعلومات السابقة او لعدم دقة هذه المعلومات. [22,24]

ويمكن توضيح نظرية بيز عن طريق المخطط الآتي :



شكل (2-3) يوضح أسلوب بيز [18]

Bayesian Estimation Approach

7-2 أسلوب التقدير البيزي

أن أسلوب بيز يعتمد في التقدير بشكل عام على استعمال معلومات مسبقة عن المعلمات المجهولة المطلوب تقديرها على اعتبار ان هذه المعلمات هي متغيرات عشوائية وليست كميات ثابتة فضلاً عن المعلومات المسبقة معلومة العينة المشاهدة وتمثل تلك المعلومات على شكل دالة احتمالية أولية (Prior p.d.f) وهذه الدالة تتضمن المعلومات والخبرات عن المعلمات المراد تقديرها كافة والتي تم التوصل اليها سابقاً عن طريق التحليل او يمثل اعتقاداتنا السابقة عن توزيع المعلمة قبل ملاحظة البيانات، وهذه الاعتقادات تستند الى معرفة الباحث للمشكلة او تستند الى

الاعتبارات النظرية أو العمل التجريبي المسبق. [18]

اما معلومات العينة المشاهدة (مشاهدات العينة الحالية) فتمثلها دالة الامكان الاعظم (Likelihood Function) ومن ثم فإن دمج التوزيع الاولي (المسبق) للمعلمت المحددة مع توزيع البيانات الحالية يطلق عليه اسم التوزيع اللاحق للمعلمت. [22]

وعليه فإن دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة (Posterior p.d.f) يمكن تعريفها على أنها دالة تمثل كل المعلومات عن المعلمت المراد تقديرها بعد مشاهدتها لمعلومات العينة الحالية اذ تعد القاعدة لكل الاستدلال لأنها تحتوي على كل المعلومات ذات الصلة بمشكلة التقدير (المعلومات المسبقة كذلك معلومات العينة الحالية والتي تمثلها دالة الامكان) .

إذ يمكن كتابة التوزيع اللاحق حسب الصيغة الآتية:

$$h(\beta|X) = \frac{\pi(\beta)L(X|\beta)}{\int_{\beta} \pi(\beta)L(X|\beta)d\beta} \quad \dots(29-2)$$

أذ ان :

$\pi(\beta)$ تمثل التوزيع الاولي (المسبق)

وأن $L(X|\beta)$ تمثل دالة الامكان (معلومات العينة الحالية) والتي تعكس العلاقة بين البيانات والمعلمت.

$h(\beta|X)$ يمثل التوزيع اللاحق للمعلمة والذي يستند إليه كل الاستدلال البيزي. [22]

ويمكن التعبير عن دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة بشكل تناسبي وحسب الصيغة الآتية:

$$h(\beta|X) \propto \pi(\beta) L(X|\beta) \quad \dots(30-2)$$

وأن التوزيع اللاحق يمثل تحديث التوزيع المسبق للمعلمة اي يمثل تحديث اعتقادنا ومعلوماتنا الاولية عن المعلمة بعد اخذ بيانات العينة الحالية بنظر الاعتبار.

مما تبين يمكننا القول بأنه قبل جمع البيانات فأن معلوماتنا عن المعلمة تلخص بالتوزيع السابق وبعد ملاحظة البيانات فأن معلوماتنا عن المعلمة تلخص بالتوزيع اللاحق. [22]

8-2 الخطوات الاساسية

1-8-2 التوزيعات السابقة

(Previous distributions)

يعرف التوزيع السابق على أنه توزيع احتمالي لمعلمة (لمعلمات) الانموذج المراد تقدير معلمته والذي يحتوي على جميع المعلومات عن المعلمة، إذ يعد تحديد نوع دالة الكثافة الاحتمالية السابقة من الموضوعات المهمة بالدرجة الاساس في تقدير المعلمات وفق أسلوب بيز، وعلى ضوء نوع المعلومات السابقة المتاحة لدى الباحث والتي تعكس درجة معتقداته وتصوراته عن المعلمة (المعلمات) موضوع البحث يمكن تعيين نوع الدالة السابقة كخطوة اولى ومن ثم صياغتها على شكل توزيع احتمالي إذ يمكن تقسم دوال الكثافة الاحتمالية السابقة الى أنواع منها: - [13]

(non-informative Distributions previous)

أ- التوزيعات السابقة غير المعلوماتية

يتم استعمال هذا النوع من التوزيعات في حالة عدم توفر معلومات سابقة كافية عن المعلمات المراد تقديرها اي عندما تكون فكرة الباحث عن المعلمة غامضة لعدم توفر المعلومات الكافية عنها وعلى هذا الاساس فأن معتقدات الباحث وتصوراته ستكون موحدة إزاء القيم الحقيقية للمعلمة (المعلمات) ، فقد اقترح الباحث (Jeffry) قاعدتين لاختيار التوزيع الاحتمالي السابق بناءً على مجال تعريفها وكما يأتي : [25]

القاعدة الأولى:-

إذا كان مجال تعريف المعلمة العشوائية β المراد تقديرها ضمن المجال اللانهائي من $(-\infty)$ الى $(+\infty)$ فإن التوزيع الاحتمالي السابق يؤخذ على أنه توزيع منتظم (uniform) أي أن ^[25]

$$\pi(\beta)d\beta \propto d\beta \quad -\infty < \beta < +\infty$$

$$\pi(\beta) \propto constant \quad -\infty < \beta < +\infty \quad \dots (31-2)$$

القاعدة الثانية:-

إذا كان مجال تعريف المعلمة العشوائية β المراد تقديرها ضمن المجال الموجب من (0) الى $(+\infty)$ مثلاً الانحراف المعياري (σ) فإن التوزيع الاحتمالي السابق يؤخذ على أنه توزيع لوغاريتمي منتظم أي أن

$$\pi(\sigma)d\sigma \propto \frac{1}{\sigma}d\sigma \quad 0 < \sigma < +\infty \quad \dots (32-2)$$

من المعادلتين (31-2) (32-2) نجد أن

$$\pi(\beta, \sigma) \propto \frac{1}{\sigma} \quad -\infty < \beta < +\infty \quad \dots (33-2)$$

$$0 < \sigma < +\infty$$

اذ أن الصيغة (33-2) تمثل دالة كثافة احتمالية سابقة غير معلوماتية. ^[23]

1- في حالة كون β تمثل معلمة واحدة فإن دالة الكثافة الاحتمالية السابقة تكون ثابتة تحت أي تحويل حسب

الصيغة الآتية:

$$\pi(\beta) = |I(\beta)|^{1/2} \quad \dots (34-2)$$

اذ أن :

$$I(\beta) = -E \left[\frac{\partial^2 L(x|\beta)}{\partial \beta^2} \right] \quad \dots (35-2)$$

إذ أن

| تشير الى المحدد

$I(\beta)$ تشير الى مصفوفة معلومات فشر (Fisher Information Matrix)

2- اما في حالة وجود اكثر من معلمة اي عندما تمثل β متجه من المعلمات فإن دالة الكثافة الاحتمالية السابقة

تكون وفق الصيغة الآتية: [23]

$$\pi(\beta) \propto |I(\beta)|^{1/2} \quad \dots (36 - 2)$$

اذ أن

$$I(\beta) = -E \left[\frac{\partial^2 L(x|\beta)}{\partial \beta_i \partial \beta_j} \right] \quad \dots (37-2)$$

أن هذا النوع من دوال الكثافة الاحتمالية السابقة المفترضة حسب اسلوب الباحث (Jeffry) تعد غير

ملائمة (Improper) لان تكاملها حسب مجال تعريفها لا يساوي واحداً أي أن

$$\int_{-\infty}^{\infty} \pi(\beta) d\beta \neq 1$$

ولكن بدمجها مع دالة الامكان والتي تعتمد على معلومات العينة سنحصل على توزيع لاحق ملائم (Proper). [29]

(Previous distributions accompaniment)

ب- التوزيعات السابقة المرافقة

يمكن تعريفها على انها توزيعات سابقة معروفة بمعلمات يفترضها الباحث استناداً الى معلوماته السابقة والتي عن

طريق دمجها مع دالة الامكان الاعظم للمشاهدات ينتج التوزيع اللاحق بصيغة مطابقة تماماً لصيغة التوزيع

السابق أي انها توزيعات سابقة مرافقة للتوزيع الاحتمالي الذي سحبت منه العينة قيد الدراسة اذا كان التوزيع

اللاحق ينتمي الى العائلة نفسها التي ينتمي اليها التوزيع السابق ولكن بمعلمات مختلفة. [40]

ج- التوزيعات السابقة المعلوماتية (Distributions previous informative)

يتم استعمال هذا النوع من التوزيعات في حالة توفر معلومات سابقة كافية عن المعلمات المراد تقديرها كأن تكن هذه المعلومات على هيئة قيود عن المعلمات او على هيئة بيانات لتجربة سابقة، إذ يمكن ان تستعمل نفس قواعد (Jeffry) نفسها الموضحة سابقاً ولكن بمجال مقيد للمعلمات. [13]

2-8-2 التوزيعات اللاحقة (posterior distributions)

يمكن تعريفها بأنها دالة ناتجة عن دمج دالة الامكان الاعظم للملاحظات مع الدالة السابقة والذي يتضمن كل المعلومات عن المعلمات المراد تقديرها بعد مشاهدتها لمعلومات العينة .

2-8-3 دالة الخسارة (Loss function)

ان لدالة الخسارة انواعاً مختلفة حيث تعتبر دالة الخسارة التربيعية (Quadratic loss function) من أكثر دوال الخسارة شيوعاً ، وان لها الاثر في تحديد مقدار بيز حيث تمثل الخسارة المتوقعة نتيجة اتخاذ القرار وتكتب بالصيغة الآتية: [15]

$$L(\hat{\beta}, \beta) \propto (\hat{\beta} - \beta)^2 \quad \dots (38 - 2)$$

2-8-4 دالة المخاطرة (Risk function)

تعرف على انها القيمة المتوقعة لدالة الخسارة.

فأن دالة المخاطرة (مخاطرة بيز) لدالة خسارة معلومة $L(\hat{\beta}, \beta)$ او القيمة المتوقعة اللاحقة (Subsequent expected value) لهذه الدالة تكتب كالاتي: [14]

$$\text{Risk}(\hat{\beta}) = E [L(\hat{\beta}, \beta) | X] = E [(\hat{\beta} - \beta)^2 | X] \quad \dots (39 - 2)$$

2-8-5 مقدر بيز

Bayes Estimator

ان مقدار بيز للمعلمة بالاعتماد على دالة الخسارة التربيعية يمثل القيمة التي تقلل أعظم خسارة او بمعنى انه يمثل القيمة التي تجعل مخاطرة بيز بالمعادلة آنفاً (2-31) أقل ما يمكن فأن

$$(\hat{\beta}_{BS}) = E [\beta|X] \quad \dots(2-40)$$

ان الصيغة آنفاً (2-40) تمثل التقدير النظري للمعلمة β والذي يكون مساوياً لتوقع دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة β أي ان تقدير المعلمة β بأسلوب بيز وبالاعتماد على دالة خسارة تربيعية $L(\hat{\beta}, \beta)$ يكون مساوياً الى الوسط الحسابي للتوزيع اللاحق لهذه المعلمة. [18]

2-9 طريقة الانتروبي العظمى العامة : Generalized Maximum Entropy (GME)

تعد هذه الطريقة من طرائق التقدير المهمة التي توجه إليها الباحثون في عملية التقدير والمقارنة مع طرائق التقدير الأخرى، وقد تم استعمالها لتقدير معلمات انموذج الانحدار الخطي و اللاخطي على حد سواء ولكونها وتعتمد على إعادة نمذجة المعلمات (re-parameterization) والأخطاء العشوائية أيضاً في إنموذج الانحدار وهذا يعني إعادة نمذجة الأنموذج ككل (re-formulation) عن طريق كتابة المعلمات والأخطاء العشوائية بشكل تركيبية محدبة (convex combination) بالاعتماد على التوقع الرياضي (mathematical expectation) لمجموعة من متغيرات الدعم (support- points) المفترض عددها لدى الباحث ضمن أبعاد اتفق عليها ما بين قيم احتمالية غير معلومة عددها بقدر عدد تلك المتغيرات دون الاهتمام بنوع توزيع الأخطاء العشوائية أو وجود القيم الشاذة في الأنموذج وهذا يعني وجود الحصانة (Robustness) لهذه الطريقة عند التقدير ولذا فعملية التقدير لمعلمات الأنموذج تكون كالاتي : [8]

الخطوة الأولى (نمذجة المعلمات والأخطاء العشوائية)

بافتراض عدد متغيرات الدعم مساوياً الى العدد ثلاثة لكل من المعلمات والأخطاء العشوائية فتكون التراكيب المحدبة لمعلمات الأنموذج كالاتي :

إذا كانت (d_{jm}) تمثل نقاط الدعم و (p_{jm}) تمثل الاحتمال المقابل لكل نقطة من نقاط الدعم فإنه يمكن كتابة المعلمات بصيغة التوقع الرياضي كالاتي :- [8]

$$\beta_j = \sum_{m=1}^3 d_{jm} p_{jm} = d_{j1} p_{j1} + d_{j2} p_{j2} + d_{j3} p_{j3} = d_j^T P_j \quad \dots (41-2)$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{jm} = 1 \quad , \quad j=1,2 \quad , \quad 0 \leq p_{jm} \leq 1$$

اذ إن :

d_j : موجه من الرتبة $3*1$ لنقاط الدعم الخاصة بالمعلمة z في الانموذج (41-2) .

P_j : موجه من مرتبة $3*1$ للاحتمالات المقابلة لكل نقطة من نقاط الدعم في الموجه d_j .

وبصيغة المصفوفات يمكن كتابة الصيغة (41-2) كالاتي :

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1^T & 0_1^T \\ 0_2^T & d_2^T \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = D * P \quad \dots (42-2)$$

اذ إن :

D : مصفوفة من الرتبة $(2*6)$ من متغيرات الدعم .

P : موجه من الرتبة $(6*1)$ من الاحتمالات المقابلة لمتغيرات الدعم .

أما ما يخص قيم نقاط الدعم فيمكن الحصول عليها كالاتي :

$$d_j = \begin{bmatrix} -\frac{c}{2} & 0 & \frac{c}{2} \end{bmatrix} \quad \dots (43-2)$$

وإن (c) هو ثابت قيمة عددية (constant symmetric) أكبر من الصفر زيادة تؤدي الى زيادة (MSE) يتم تحديده افتراضاً وفي هذا البحث سيتم اختياره مساوياً إلى الواحد الصحيح $c=1$ [9].

وعلى ضوء الخطوات (41-2), (42-2), (43-2) يمكن نمذجة الأخطاء العشوائية للنموذج كالاتي:

إذا كانت (r_{im}) تمثل نقاط الدعم و (q_{im}) تمثل الاحتمال المقابل لكل نقطة من نقاط الدعم فإنه يمكن كتابة الاخطاء العشوائية بصيغة التوقع الرياضي كالاتي :-

$$\varepsilon_i = \sum_{m=1}^3 r_{im}q_{im} = r_{i1}q_{i1} + r_{i2}q_{i2} + r_{i3}q_{i3} = r_i^T q_i \quad \dots (44-2)$$

$$\sum_{m=1}^3 q_{im} = 1 \quad , \quad i=1,2, \dots, n \quad , \quad 0 \leq q_{im} \leq 1$$

اذ ان :

r_i : موجه من مرتبة $(3*1)$ متغيرات الدعم الخاصة بالمعلمة (z) في الانموذج .

q_i : موجه من مرتبة $(3*1)$ للاحتمالات المقابلة لكل متغير من متغيرات الدعم في الموجه (r_i) . [7]

وبصيغة المصفوفات يمكن كتابة الصيغة (2-28) كالاتي :

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & r_n \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = R * Q \quad \dots (45-2)$$

اذ ان :

R : مصفوفة قطرية من مرتبة $(n*3n)$ من نقاط الدعم للأخطاء العشوائية .

Q : موجه من مرتبة $(3n*1)$ من الاحتمالات المقابلة لنقاط الدعم .

وأيضاً ما يخص قيم نقاط الدعم فيمكن الحصول عليها فتكون :

$$r_i = \left[-\frac{c}{2} \quad 0 \quad \frac{c}{2} \right] \dots (46-2)$$

وإن (c) هو ثابت (قيمة عددية) أكبر من الصفر يتم تحديده افتراضاً وفي هذا البحث سيتم اختياره مساوياً إلى الواحد الصحيح (c=1) . [8]

ومن الجدير بالذكر إنه ليس بالضرورة أن يكون عدد نقاط الدعم للمعاملات متساوياً مع عدد نقاط الدعم للأخطاء العشوائية فضلاً عن انه يمكن استعمال قيمة تقدير تباين الخطاء العشوائي (S_e^2) بدلا من قيمة الثابت (c) لنمذجة الأخطاء العشوائية .

الخطوة الثانية (نمذجة إنموذج الانحدار والقيود المفروضة) :

تتم عملية النمذجة لأنموذج بتعويض ما تم الوصول اليه في الخطوة الأولى كالاتي :

$$Y^* = X^* D.P + R.Q \dots (47-2)$$

ونلاحظ من الأنموذج (47-2) أن موجهي الاحتمالات للمعاملات والاختفاء العشوائية غير معلومة

(P,Q) تعد هي المعلمات المجهولة بعد نمذجة الأنموذج والمطلوب تقديرها لغرض تقدير المعلمات β

وتتم عملية تقدير الاحتمالات بتعظيم دالة شانون (Shannon's entropy) باستعمال مضاعف

لاكرانج (multiplier Lagrange) بعد تحديد قيود الدالة وكالاتي : [7]

أولاً: قيود المعلمات β :

$$\begin{bmatrix} \sum_{m=1}^3 P_{1m} \\ \sum_{m=1}^3 P_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1^T \cdot P_1 \\ 1^T \cdot P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1^T & 0 \\ 0 & 1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \dots (48-2)$$

$$= I_{2 \times 6}^* \cdot P_{6 \times 1} = 1_{2 \times 1}$$

إذ إن :

1^T : موجه صفي عناصره (1 1 1) وأن P_j معرف بالصيغة (49-2).

وباستعمال خاصية الضرب المباشر \otimes (kronecker product) للمصفوفة $I_{2 \times 6}^*$ في الصيغة (48-2) نحصل على الصيغة النهائية لقيود المعلمات كالآتي:^[7]

$$I_{2 \times 6}^* = I_2 \otimes 1_{1 \times 3}^T, \quad I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots (49-2)$$

ثانياً : قيود الأخطاء العشوائية :

وباتباع الخطوات نفسها في اولا يمكن كتابة قيود الأخطاء العشوائية بالصيغة النهائية كالآتي :

$$I_{n \times 3n}^* \cdot Q_{3n \times 1} = 1_{n \times 1}, \quad I_{n \times 3n}^* = I_n \otimes 1_{1 \times 3}^T \quad \dots (50-2)$$

ثالثاً: وبالاعتماد على دالة انتروبي شانون (Shannon entropy function) ودالة لاكرانج (Lacrange

function).^[8]

تكتب دالة انتروبي شانون كالآتي :

$$F(P, Q) = -P^T \ln P - Q^T \ln Q \quad \dots (51-2)$$

يمكن كتابة الدالة آنفاً بصورة دالة لاكرانج بعد تعويض القيود التي تم الحصول عليها في أولاً وثانياً آنفاً كالآتي :

$$L = F(P, Q) + \lambda^T [Y^* - X^* \cdot D \cdot P - R \cdot Q] + \Theta^T [(1_{2 \times 1} - I_2 \otimes 1_{1 \times 3}^T)P] \\ + \Gamma^T [(1_{n \times 1} - I_n \otimes 1_{1 \times 3}^T)Q] \quad \dots (52-2)$$

إذ أن λ و Θ و Γ معاملات لاكرانج.^[7، 8]

وعند اخذ المشتقات الجزئية لكل من $(\Gamma, \Theta, \lambda, Q, P)$ ومساواتها للصفر واستعمال الطرائق العددية نحصل على المقدرات ، وقد لاحظ الباحث (Ciavolino) صعوبة في عملية الاشتقاق الجزئي لذا عرض آلية أخرى للتعامل مع الدالة الأصلية (52-2) مباشرة بعد إعادة كتابتها والاستعانة بدالة رياضية في لغة ماتلاب (MATLAB) وفي هذا البحث سيتم الاستعانة بهذه الآلية لتقدير موجهي الاحتمالات (P, Q) وكما موضح في أدناه :

$$F(P, Q) = -[P^T_{1 \times 6} \quad Q^T_{1 \times 3n}] \begin{bmatrix} \ln P_{6 \times 1} \\ \ln Q_{3n \times 1} \end{bmatrix}$$

$$F(P^*) = -P^{*T}_{1 \times (6+3n)} \cdot \ln P^{*}_{(6+3n) \times 1} \quad \dots (53-2)$$

وبالاعتماد على الدالة التالية المعرفة في لغة ماتلاب (MATLAB) :

$$[P^* \text{fval}] = f \text{ min con } (f, p_0, [], [], A, b, l b, u b, []) \quad \dots (54-2)$$

إذ إن :

$$A = \begin{bmatrix} I^*_{2 \times 6} & 0_{2 \times 3n} \\ 0_{n \times 6} & I^*_{n \times 3n} \\ (X^* \cdot D)_{n \times 6} & R_{n \times 3n} \end{bmatrix} \quad b_{(2+2n) \times 1} = \begin{bmatrix} 1_{(n+2) \times 1} \\ Y^* \end{bmatrix} \quad \dots (55-2)$$

والدالة (55-2) تعتمد على اجراء طريقة تكرارية لحين الوصول الى القيم التي تعتمد عندما تتساوى قيمتان

متتاليتان للمقدرات ويكون هنالك موجه اولي p_0 (initial vector) تكون قيمه بين الصفر والواحد الصحيح وبعد

تقدير متجهي (Q, P) يتم تعويضه في الأنموذج . [8]

10-2 التوزيع القبلي والبدي Prior and Posterior Distribution :

لتكن $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ عينة عشوائية بحجم n من توزيع $f = (x/\theta)$ ، إذ ان θ قيمة لمتغير عشوائي (\mathcal{X}) .

ولنفترض ان توزيع (\mathcal{X}) معلوما تماما ، اي ان $g(\theta)$ معلومة ونريد تقدير θ لذلك سوف نحتاج لعبارة تشمل على المعلومات الاضافية المتمثلة بمعرفة التوزيع $g(\theta)$ الذي يدعى بالتوزيع القبلي ل (\mathcal{X}) وهذا يلخص ما نعرفه حول θ قبل سحب العينة العشوائية .

وبعبارة اخرى نبحت عن دالة التلخيص ما نعرفه عن θ بعد اخذ عينة عشوائية ، اي نبحت عن التوزيع البدي ل (\mathcal{X}) بعد الحصول على عينة عشوائية $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$.^[24]

1-10-2 تعريف التوزيع القبلي Prior Distribution :

يدعى التوزيع $g(\theta)$ بالتوزيع القبلي ل (\mathcal{X}) وهو توزيع احتمالي يحتوي على كل معلوماتنا عن المعلم θ قبل الحصول على عينة عشوائية $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ نلاحظ ان الدالة $g(\theta)$ تصف درجة اعتقادنا (تقنتا) في القيم الممكنة ل (\mathcal{X}) قبل المعاينة .^[22]

2-10-2 تعريف التوزيع البدي Posterior Distribution :

يدعى التوزيع $g(\theta/x)$ بالتوزيع البدي ل (\mathcal{X}) ، وهو توزيع احتمالي شرطي ل (\mathcal{X}) عند $(X = x)$ ويصف درجة اعتقادنا في القيم الممكنة للمعلم (\mathcal{X}) بعد الحصول على x اي يشتمل على كل المعلومات حول θ بعد الحصول على عينة عشوائية x .

نلاحظ من التعريفين ان الحصول على عينة عشوائية x تغير درجة اعتقادنا او ثقتنا في القيم المختلفة ل (X) وذلك بتحويل التوزيع القبلي الى التوزيع البعدي وهذا ما تؤكدته نظرية الاحتمالات بشكل عام .

نستعمل تقنيات بيز التوزيع القبلي $g(\theta)$ والتوزيع المشترك للعينة العشوائية x و $f(x; \theta)$ لحساب التوزيع البعدي $g(\theta/x)$ ل (X) . [25]

كما نعلم من نظرية الاحتمالات ان التوزيع المشترك $f(x; \theta)$ ل x و (X) يساوي الى التوزيع الهامشي لاحدهما مضروباً بالتوزيع الشرطي للآخر ، اي ان :

$$f(x; \theta) = g(\theta)f(x|\theta) = f(x)g(\theta|x)$$

$$g(\theta|x) = \frac{g(\theta)f(x|\theta)}{f(x)}$$

إذ ان :

$$f(x) = \begin{cases} \int g(\theta)f(x|\theta) d\theta & \text{حالة } X \text{ مستمر متغير} \\ \sum_{\theta} g(\theta)f(x|\theta) & \text{حالة } X \text{ منقطع متغير} \end{cases}$$

$$f(x|\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta)$$

نلاحظ

$$g(\theta|x) \propto g(\theta)f(x|\theta) = g(\theta)L(X|\theta) \quad \dots (56 - 2)$$

اي ان الدالة $f(x)$ يمكن ان تدخل في ثابت التناسب . [25]

3-10-2 طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي Maximum A posteriori (MAP)

تعد طريقة (MAP) من الطرائق البيزية التي تستوجب توفر دالة قبلية (أولية) (prior function) فضلاً عن دالة الامكان (likelihood function) لغرض ايجاد التوزيع البعدي (posterior) لمعلمت اي إنموذج الانحدار وتتميز هذه الطريقة باعتمادها على البيانات بدلا من متوسط التوزيع البعدي في إيجاد التقدير للمعلمت كالاتي:

$$f(\beta|Y^*, \sigma^2) = \frac{\text{likelihood function} \cdot \text{prior function}}{\text{prob. of } Y^*(\text{indep. of } \beta)}$$

$$= \frac{L(Y^*|\beta, \sigma^2) \cdot f(\beta|\sigma^2)}{\int L(Y^*|\beta, \sigma^2) \cdot f(\beta|\sigma^2) d\beta} \quad \dots (57 - 2)$$

ولأجل تقدير معلمت انموذج الانحدار وفقا للدالة (57-2) لايد من تعريف دالة الامكان لمتغير الاستجابة إذ نفترض أن الأخطاء العشوائية تتوزع توزيعا متعدد المتغيرات الطبيعي (multivariate normal) بوسط حسابي 0 وتباين (σ^2) لكل منها، عند ذاك يمكن الحصول على على تقدير (MAP) معلمت انموذج الانحدار بتبسيط الصيغة (53-2) كالاتي: ^[26]

$$\hat{\beta}_{MAP} = \text{org} \max_{\beta} f(\beta|Y^*, \sigma^2)$$

$$= \text{org} \max_{\beta} \{\log L(Y^*|\beta, \sigma^2) + \log f(\beta|\sigma^2) - \log f(Y^*)\}$$

$$= \text{org} \max_{\beta} \{\log L(Y^*|\beta, \sigma^2) + \log f(\beta|\sigma^2)\}$$

و على ضوء ما تقدم فإن :

$$\hat{\beta}_{MAP} = \text{org} \max_{\beta} \left\{ \pm \log f(\beta|\sigma^2) - \frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{(Y^* - X^*\hat{\beta})^T (Y^* - X^*\hat{\beta})}{2\sigma^2} \right\}$$

$$= \text{org max}_{\beta} \left\{ \pm \log f(\beta|\sigma^2) - \frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{(Y^* - X^*\hat{\beta})^T (Y^* - X^*\hat{\beta})}{2\sigma^2} \right\}$$

$$= \text{org min}_{\beta} \left\{ \pm \log f(\beta|\sigma^2) + \frac{n}{2} \log(2\pi\sigma^2) + \frac{(Y^* - X^*\hat{\beta})^T (Y^* - X^*\hat{\beta})}{2\sigma^2} \right\} \quad \dots (58-2)$$

والصيغة (58-2) هي صيغة مكافئة لطريقة الامكان الاعظم بعد إضافة التوزيع الأولي أي ان تقدير طريقة (MAP) يكون وفق الصيغة (58-2) وبالاعتماد على عملية التكرار لاستخراج التقدير النهائي لمعلمات

الانموذج. [26]

ولمعالجة بعض القصور المتعلق في طريقة المعقولية العظمى والمتعلق في حالة الاجابة الصحيحة او الخاطئة على كل المفردات ، فان هذه الطريقة تقدر معلم القدرة في الما لانهاية موجبا في حالة الاجابة الصحيحة على كل المفردات وسالب مالا نهاية في حالة الاجابات الخاطئة ، ولمعالجة هذا القصور فان اسلوب طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي في تقدير القدرة يعتمد على استعمال التوزيع القبلي للقدرة ، فضلا عن اجراءات طريقة المعقولية العظمى ، وعادة التوزيع القبلي للقدرة هو التوزيع الطبيعي .

ونعلم بان دالة الكثافة للتوزيع البعدي تتناسب مع حاصل جداء دالة المعقولية $L(x|\theta)$ في دالة الكثافة للتوزيع القبلي $g(\theta)$.

وعادة تحل هذه المعادلة باستعمال خوارزمية نيوتن — رافسون إذ يكون البدء هذه عن طريقة الصيغة المبدئية الأتية: [26]

$$\frac{\partial \ln g(\theta|x)}{\partial \theta} = \frac{\partial \ln [g(\theta)L(x|\theta)]}{\partial \theta} = \frac{\partial \ln g(\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial \ln L(x|\theta)}{\partial \theta} = 0$$

وفي كثير من الاحوال تفترض هذه الطريقة ان القدرة θ تنتوزح حسب التوزيع الطبيعي المعياري أي ان $\theta \sim N(0, 1)$ والتي تمثل قدرة الفرد (j) إذأ (j = 1,2,3,....., m) .

Expected A Posteriori (EAP)

4-10-2 طريقة توقع التوزيع البعدي

تعد هذه الطريقة من اهم الطرائق التي تعتمد في تقدير المعالم على نظرية بيز ، إذ أن الانحراف المعياري لتقدير المعالم الناتج عنها اقل منه في طرائق التقدير الاخرى ولاسيما الطرائق القائمة على المعقولية العظمى .

وكما ذكرنا سابقا فان هذه الطريقة تتطلب تحديد توزيع قبلي للمعالم المراد تقديرها ، وما يميزها بانها لا تحتاج الى اجرائية دورية للوصول الى النتائج كما هو الحال في المعقولية العظمى ومن ثم فان انجاز عملياتها يتم بشكل اسرع ودون مخاوف من توقف عملية التقدير كالتالي تحصل في المعقولية العظمى والتي تتسبب بها النتيجة التي قد تصل اليها العمليات التكرارية التي قد لا تحقق الشرط الموضوع سابقا ومن ثم حدوث خرق لهذا الشرط الامر الذي يؤدي الى توقف البرنامج عن العمل وعدم التوصل الى التقدير المطلوب ، كما ان النتائج في هذه الطريقة تكون ضمن مدى معقول جدا من الارقام وذلك بسبب استعمال التوزيع القبلي والذي تعطى عن طريقة صورة مبدئية عن عملية التقدير . [22]

إذ أن هذه الطريقة اعتمدت اسلوباً مختلفاً عن الطرائق الاخرى والذي يعتمد على خوارزمية نيوتن — رافسون في التقريب المتتابع حيث اعتمدت على الاستعمال المباشر للتوزيع الطبيعي المعياري .
وبناءً على نظرية بيز التي سبق شرحها يمكننا تعريف طريقة التقدير هذه خلال الصيغة الآتية :

$$EAP(\theta) = \hat{\theta} = E(\theta|x)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} g(\theta|x) \theta d\theta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} L(x|\theta)g(\theta)\theta d\theta}{\int_{-\infty}^{+\infty} L(x|\theta)g(\theta) d\theta} \quad \dots (59 - 2)$$

ويمكن للتكامل الاخير ان يكتب بشكل تقريبي على النحو الآتي: [26]

$$EAP(\theta) = \hat{\theta} = E(\theta|x) = \frac{\sum_{r=1}^Q Q_r L(x|Q_r)W(Q_r)}{\sum_{r=1}^Q L(x|Q_r)W(Q_r)} \quad \dots (60 - 2)$$

إذ :

Q : عدد نقاط التربيع المستخدمة اثناء اجراء عمليات التكامل المطلوبة .

$W(Q_r)$: اوزان نقاط التربيع المستعملة اثناء اجراء عمليات التكامل المطلوبة .

يقسم متصل السمة الكامنة الى عدد من النقاط ، وتسمى كل نقطة ربعا (Quadrant) ويرمز له بالرمز (Q_r) ويحدد كل ربع (Q_r) وزنا يرمز له بالرمز $W(Q_r)$ كما توظف دالة المعقولية العظمى $L(x|Q_r)$ عند كل ربع. وتحدد القدرة مرة واحدة ولا تعتمد على التقريب المتتابع والقيمة المستخرجة تمثل الوسط الحسابي . [22 ، 26]

ملاحظة :

من الواضح ان طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي (MAP) تجمع بين طريقة بيز وطريقة المعقولية العظمى ، إذ تتمثل طريقة بيز فيها عن طريق تحديد التوزيع القبلي الممثل بدالة الكثافة ، اما المعقولية العظمى فتتمثل فيها عن خلال ايجاد القيمة العظمى بإجرائية نيوتن — رافسون .

وبالتالي يمكن ان ينتج عن هذه الطريقة النتائج نفسها التي نحصل عليها باستعمال طريقة المعقولية العظمى وذلك في حال كانت القيمة العظمى لدالة الكثافة هو الواحد ويتحقق هذا عندما يكون التوزيع القبلي هو التوزيع المنتظم .

ومن اهم النقاط التي تختلف فيها طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي (MAP) عن طريق توقع التوزيع البعدي

(EAP) بانها تعتمد في بدء عملها على قيمة معلم القدرة عن طريق المنوال اي انها تختار قيمة القدرة الاكثر تكرارا

في التوزيع القبلي ، اما طريقة توقع التوزيع البعدي (EAP) فتعتمد على حساب متوسط معلم القدرة عن طريق

التوزيع القبلي لذلك فان عدم ملائمة التوزيع القبلي يؤثر بشكل مباشر في دقة تقدير القدرة ويتضح ذلك بشكل اكبر

في الاختبارات القصيرة ..

11-2 طريقة (الانحدارات البيزية) مع المعلومات الاولية الوصفية :

Bayesian Reg. With Category Prior Informing (BRCPI)

بأخذ إنموذج الانحدار الخطي العام فانه يكون

$$y_i = x_i \theta + e_i \quad \dots (61 - 2)$$

إذ أن :

θ : تمثل متجه معلمات الأنموذج ببعد $1 \times x$

e_i : هي الاخطاء التي تكون متوزعة بشكل مستقل متطابق وبدون اي فقدان في الأعمام يكون التوزيع عائداً الى عائلة التوزيعات وكذلك يمكننا تمييز حد الخطأ عن طريق معلمة التوزيع العائد له والذي يمثلته (σ^2)

ان الأنموذج البيزي يقوم على توظيف كل من المعلومات الاولية (Pior information) مع مفردات العينة (المفردات المشاهدة) (Objervcred data) خلال قانون بيز

وان المعلومات اللاحقة البيزية (Bayesian Posterior) لـ (θ/σ^2) من الأنموذج العام (1) يمكننا كتابتها بالشكل الاتي : [36]

$$P(\theta, \sigma^2 / y) \propto P(\theta, \sigma^2) P(y / \theta, \sigma^2) \quad \dots (52 - 2)$$

ان التوزيع الخاص بحد الخطأ للأنموذج السابق تكون وفق فرضية

$$e_i \sim N(0, \sigma^2)^t$$

$$y = (y_1 \ y_2 \ y_3 \ , \dots \ , y_n)^t$$

$$x = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ , \dots \ , x_n)^t$$

بحيث ان x_i هي متجهات $(n * 1)$

وان الحجم الكلي للمصفوفة (x) يكون $(n * k)$ إذ ان (k) تمثل عدد المتغيرات التوضيحية وان :

$$P(y, 1, \sigma^2) = N(XQ, \sigma^2 I) \propto \sigma^{-n} e^{\left[\frac{-1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i \theta)^2 \right]} \quad \dots (63 - 2)$$

ويمكننا عدم اشتراط ان الخطأ يتبع توزيع (Gaussian) ويمكن ان يكون التوزيع هو وييل (Weibull) او اللوغاريتمي (Log) وغيرها . [45]

ويمكن صياغة النموذج الخاص بالانحدارات البيزية لهذه الحالة عن طريق معلومات جفري التي يمكن اقتراحها والتي تكون عن طريق توفر متغيرات عشوائية معلومة (X) كل منها يتم تأشيرها الى معلمات (متجه المعلمات Φ) فان توزيع جفري ضمن هذه الطريقة يكون عن طريق الصيغة الأتية :

$$P(\Phi) \propto \sqrt{\det I(\Phi)}$$

بحيث ان الجذر التربيعي يمثل محدد مصفوفة فشر (Fisher Matrix) الخاصة ب (Φ)

$$P(\Psi) = P(\Phi) \left| \det \frac{\partial \Phi_i}{\partial \Psi_i} \right| = \sqrt{\det I(\Psi)}$$

إذ ان Ψ يمثل المتغير (مصفوفة) المتغيرات التي يعاد تعريفها وفق معلمات التوزيع الاولي والموظف في التقدير ان دالة الامكان بمعلمات (σ^2, μ) غير المعلومة تكون

$$P(x/\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} \quad \dots(64-2)$$

ان معلومات جفري لهذه الحالة تكون : [45]

$$P(\mu, \sigma^2) \propto \sqrt{\det I(\mu, \sigma^2)}$$

بحيث ان $I(\mu, \sigma^2)$ يكون

$$I = E \begin{bmatrix} \partial_{11} & \partial_{12} \\ \partial_{21} & \partial_{22} \end{bmatrix}$$

بحيث ان

$$\partial_{11} = \frac{\partial \ln P(X1.)}{\partial \mu} \frac{\partial \ln P(X1.)}{\partial \mu}$$

$$\partial_{12} = \frac{\partial \ln P(X1.)}{\partial \mu} \frac{\partial \ln P(X1.)}{\partial \sigma^2}$$

$$\partial_{21} = \frac{\partial \ln P(X1.)}{\partial \mu} \frac{\partial \ln P(X1.)}{\partial \mu^2}$$

$$\partial_{22} = \frac{\partial \ln P(X1.)}{\partial \sigma^2} \frac{\partial \ln P(X1.)}{\partial \sigma^2}$$

يمكن اعتماد $E(\cdot)$ كمشغل لإعادة تمثيل المصفوفة السابقة تكون. [36]

$$I = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sigma^4} \end{bmatrix}$$

وكننتيجة نهائية تكون معلومات جفري الاولية بمتوسط (μ) وتباين $(\frac{1}{\sigma^2})$

$$\frac{\partial \text{Ln}P(\Phi)}{\partial \Phi} = -E(f_1 f_2)/E(f_2)$$

بحيث ان

$$f_1 = \frac{\partial \text{Ln}P(x1.)}{\partial \Phi}$$

$$f_2 = \frac{\partial^2 \text{Ln}P(x1.)}{\partial \Phi^2}$$

وللتوزيع (Gaussian) β و σ فان

$$E f_1 f_2 = \frac{-6}{\sigma^3}$$

$$E f_2 = \frac{-2}{\sigma^2}$$

$$\frac{\partial \text{Ln}P(\sigma)}{\partial \sigma} = \frac{-3}{\sigma}$$

$$P(\sigma) \propto \frac{1}{\sigma^3}$$

وان

$$P(\sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^4}$$

$$P(\mu, \sigma) \propto \frac{1}{\sigma^5}$$

في النماذج البيزية اذا كان توزيع $P(\Phi/x)$ هو من نفس عائلة التوزيعات الى $P(\Phi)$ عندها تكون التوزيعات مترافقة (Conjugate) وان التوزيع اللاحق (σ^2) يتوزع كما بمعلمات (α^*, β^*) وحسب دالة كثافة الاحتمال الأتية: [36,45]

$$P(\sigma^2/y) = \frac{\beta^{**}}{\beta(\alpha^*)} \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\alpha^*+1} e^{-\beta^*/\sigma^2} \quad \dots (65 - 2)$$

ان التوزيع اللاحق الى (θ) يتم حسابه بإيجاد التكاملات والاتي :

$$P(\delta/y) = \int P(\delta, \sigma^2/y) d\sigma^2 \propto \int \left(\frac{1}{\sigma^2}\right)^{\alpha^*+1} e^{\tau} d\sigma^2 \quad \dots (66 - 2)$$

$$\tau = -\frac{1}{\sigma^2} \left[\beta^* + \frac{1}{2} (\delta - \mu^*)^T \Sigma^{*-1} (\delta - \mu^*) \right] \propto \left[1 + \frac{1}{2\beta^*} (\delta - \mu^*)^T \Sigma^{*-1} (\delta - \mu^*) \right]$$

وتمثل توزيع (t) المتعدد بدرجة حرية $(2\alpha^*)$ بمعلمات μ^* كمعلمة موقع ، ومعلمة شكل Σ^* $\left(\frac{\beta^*}{\alpha^*}\right)$ وعندها فان: [45]

$$P(\sigma^2/y) = IG \left(\frac{n-k}{2}, \frac{SSE}{2} \right)$$

$$P(\delta/y) = MVT_{n-k} \left((x'x)^{-1} x'y, \frac{SSE}{n-k} (x'x)^{-1} \right) \quad \dots (67 - 2)$$

وان

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i \theta)^2$$

وان التنبؤ اللاحق (قيمة y) اللاحقة ستكون

$$P(\hat{y}/y) = MVT_{n-k} \left(\hat{x}(x'x)^{-1} x'y, \frac{SSE}{n-k} (I + \hat{x}(x'x)^{-1} \hat{x}) \right) \quad \dots (68 - 2)$$

والجدول الأتي يبين التوزيعات الاولية واللاحقة ولكل نوع من انواع الدالة البيزية $\left(\frac{1}{\sigma^2}\right)$

Prior(δ, σ^2)	Prior $NIG(\alpha, \beta, \delta, \sigma^2)$	Prior $NIG(\alpha^*, \beta^*, \delta, \sigma^2)$
<i>flat</i>	$\alpha = -k/2 - 1$ $\beta \rightarrow 0$ $\Sigma^{-1} \rightarrow 0$	$\alpha^* = \alpha + \frac{n}{2} = (n - k - 2)/2$ $\beta^* = \beta + \frac{SSE}{2} = SSE/2$ $\Sigma^* = (\Sigma^{-1} + x'x)^{-1} = (x'x)^{-1}$
$\frac{1}{\sigma}$	$\alpha = -k/2 - 1/2$ $\beta \rightarrow 0$ $\Sigma^{-1} \rightarrow 0$	$\alpha^* = \alpha + \frac{n}{2} = (n - k - 2)/2$ $\beta^* = \beta + \frac{SSE}{2} = SSE/2$ $\Sigma^* = (\Sigma^{-1} + x'x)^{-1} = (x'x)^{-1}$
$\frac{1}{\sigma^2}$	$\alpha = -k/2$ $\beta \rightarrow 0$ $\Sigma^{-1} \rightarrow 0$	$\alpha^* = \alpha + \frac{n}{2} = (n - k)/2$ $\beta^* = \beta + \frac{SSE}{2} = SSE/2$ $\Sigma^* = \Sigma^{-1} + (x'x)^{-1} = (x'x)^{-1}$
$\frac{1}{\sigma^3}$	$\alpha = -k/2 + 1/2$ $\beta \rightarrow 0$ $\Sigma^{-1} \rightarrow 0$	$\alpha^* = \alpha + \frac{n}{2} = (n - k + 1)/2$ $\beta^* = \beta + \frac{SSE}{2} = SSE/2$ $\Sigma^* = \Sigma^{-1} + (x'x)^{-1} = (x'x)^{-1}$
$\frac{1}{\sigma^4}$	$\alpha = -k/2 + 1$ $\beta \rightarrow 0$ $\Sigma^{-1} \rightarrow 0$	$\alpha^* = \alpha + \frac{n}{2} = (n - k + 2)/2$ $\beta^* = \beta + \frac{SSE}{2} = SSE/2$ $\Sigma^* = \Sigma^{-1} + (x'x)^{-1} = (x'x)^{-1}$
$\frac{1}{\sigma^5}$	$\alpha = -k/2 + 3/2$ $\beta \rightarrow 0$ $\Sigma^{-1} \rightarrow 0$	$\alpha^* = \alpha + \frac{n}{2} = (n - k + 3)/2$ $\beta^* = \beta + \frac{SSE}{2} = SSE/2$ $\Sigma^* = \Sigma^{-1} + (x'x)^{-1} = (x'x)^{-1}$

12-2 الخوارزمية المقترحة :

لغرض معرفة مدى تأثير الطرائق البيزية بالعوامل المختلفة التي يمكن ان تؤثر في دقة التقديرات الخاصة بمعلمات الانحدار العائدة لها ثم اقتراح خوارزمية عمل للمقارنة تعتمد على :

(1) افتراض ثلاثة احجام مختلفة للعينات (n_1, n_2, n_3) وذلك لملاحظة مدى تأثير الطريقة البيزية (الانحدار البيزي) بحجم العينة .

(2) افتراض ثلاثة اعداد مختلفة للمتغيرات التوضيحية (p_8, p_{12}, p_{16}) وذلك لملاحظة مدى تأثير الطريقة البيزية (الانحدار البيزي) بعدد المتغيرات التوضيحية .

(3) افتراض اربع نسب مختلفة ضمن المتغيرات التوضيحية لتكون وصفية بدلا من كمية $(Gate_1, Gate_2, Gate_3, Gate_4)$ وذلك لملاحظة مدى تأثير الطريقة البيزية بعدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات التوضيحية .

(4) افتراض ثلاث نسب تلوث مختلفة ضمن حجم العينة $(Prop_1, Prop_2, Prop_3)$ وذلك لملاحظة مدى تأثير طريقة الانحدار البيزي بوجود مفردات ملوثة ضمن العينة .

(5) تطبيق الحالات السابقة على طرائق التقدير الآتية :

(طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية) ، (طريقة توقع التوزيع البعدي) ، (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي) ، (طريقة الانتروبي العظمى العامة) .

13-2 اختيار أفضل طريقة للتقدير انموذج انحدار:

Selection of the best estimation method regression model:

بعد تقدير معاملات أنموذج الانحدار بواسطة طرائق مختلفة تأتي مرحلة اختيار أفضل طريقة من بين هذه الطرائق واختبار مدى مطابقة الأنموذج للبيانات .

14-2 معايير المقارنة بين مقدرات طرائق التقدير:

Criteria for comparison between the capabilities of the estimation methods:

يتم ذلك بواسطة بعض معايير المفاضلة:

أولاً: مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSe) Mean Squares error لمقدرات معاملات انموذج انحدار (نمو)

التوزيع الاسي الموزون باستعمال الصيغة الآتية: [4]

$$MSe(\hat{\theta}_j) = \text{var}(\hat{\theta}_j) + (E(\hat{\theta}_j) - \theta_j)^2, \quad j=1,2 \quad \dots (78-2)$$

اذ ان :

$\hat{\theta}_j$: مقدر المعلمة θ_j في انموذج انحدار (نمو) التوزيع الاسي الموزون .

θ_j : يتم افتراض قيمة أولية في تجربة المحاكاة والجانب التطبيقي .

ثانياً: مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSe) Mean Squares error لأنموذج انحدار (نمو) التوزيع الاسي

الموزون ككل في تجربة المحاكاة والجانب التطبيقي وصيغته كالآتي: [11]

$$MSe_{(\text{model})} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{e}_i)^2}{n}, \quad \dots (69-2)$$

اذ ان :

Y_i القيمة الحقيقية للمتغير المعتمد (التابع) .

\hat{Y}_i : القيمة التقديرية للمتغير المعتمد (التابع) .

$\hat{\epsilon}_i$: تقدير الأخطاء العشوائية للأنموذج انحدار (نمو) التوزيع الاسي الموزون .

ثالثاً: الانحراف الكلي للأنموذج (TD) Total Deviation (نمو) التوزيع الاسي الموزون ككل

في تجربة المحاكاة والجانب التطبيقي باستعمال الصيغة الآتية:^[18,13]

$$TD_{(model)} = \sum_{j=1}^2 \left| \frac{\hat{\theta}_j - \theta_j}{\theta_j} \right| \quad \dots (70-2)$$

Mean Square Error (MSE)

❖ معيار متوسط مربعات الخطأ :

يعد معيار متوسط مربعات الخطأ من أهم معايير المفاضلة بين نماذج الانحدار ويحسب وفق الصيغة الآتية:

$$MSE = \frac{SSE}{n-k} \quad \dots(71-2)$$

إذ أن :

n: تمثل حجم العينة.

K: تمثل عدد المعلمات في الأنموذج.

$$SSE = \sum_{i=1}^n U_i^2 = \sum_{i=1}^n (y - \hat{y})^2 \quad \dots(72-2)$$

كذلك يمكن حساب SSE عن طريق الصيغة الآتية:^[7]

$$SSE = SST - SSR$$

إذ أن SST تساوي :

$$SST = \sum(Y - \bar{Y})^2 = \sum y_i^2 \quad \dots(73-2)$$

وان SSR تحسب عن طريق الصيغ الآتية:

$$SSR = \sum(Y - \bar{Y})^2 \quad \text{أو} \quad SSR = \hat{b}_1 \sum xy \quad \text{أو} \quad SSR = \hat{b}_1^2 \sum x^2 \quad \dots (74 - 2)$$

إذ إن الأنموذج الذي يكون متوسط مربعات الخطأ له أقل يعد أفضل مقارنة بالأنماذج الأخرى.^[7]



الفصل الثالث

الجانبة العملي

5 الفصل الثالث الجانب العملي

1.3 توطئة

foreword

تضمن الفصل الثالث نتائج تطبيق الطرائق البيزية وحالات كون متغير الاستجابة من النوع الوصفي ولنسب مغيرات مختلفة من النوع الوصفي للمتغيرات المستقلة ضمن الانموذج .

1.3 النتائج العملية

Empirid Results

بعد تطبيق الطرائق البيزية ولكل حالة من الحالات المدروسة ظهر لدينا النتائج الآتية إذ تم تطبيق الخوارزمية المقترحة وفق الآتي :

M_1 : تمثل الطريقة الأولى (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الأولية الوصفية

. (Bayesian Regressions With Category Prior Informing (BRCPI)

M_2 : تمثل الطريقة الثانية (طريقة توقع التوزيع البعدي (Expected A Posteriori (EAP)

M_3 : تمثل الطريقة الثالثة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي (Maximum A posteriori (MAP)

M_4 : تمثل الطريقة الرابعة (طريقة الانتروبي العظمى العامة (Generalized Maximum Entropy (GME)

P_8 : يمثل عدد المتغيرات التوضيحية والتي تساوي (8) .

P_{12} : يمثل عدد المتغيرات التوضيحية والتي تساوي (12) .

P_{16} : يمثل عدد المتغيرات التوضيحية والتي تساوي (16) .

$Prop_1$: يمثل نسبة التلوث في البيانات وتساوي (0.1) .

$Prop_2$: يمثل نسبة التلوث في البيانات وتساوي (0.3) .

$Prop_3$: يمثل نسبة التلوث في البيانات وتساوي (0.5) .

- Gate₁** : يمثل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة وتساوي (0%) .
- Gate₂** : يمثل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة وتساوي (25%) .
- Gate₃** : يمثل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة وتساوي (50%) .
- Gate₄** : يمثل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة وتساوي (100%) .
- n₁** : تمثل حجم العينة وتساوي (50) .
- n₂** : تمثل حجم العينة وتساوي (100) .
- n₃** : تمثل حجم العينة وتساوي (150) .
- Sig.1** : يمثل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية وتساوي (0.1) .
- Sig.2** : يمثل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية وتساوي (0.5) .
- Sig.3** : يمثل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية وتساوي (0.9) .

Study data

3.3 بيانات الدراسة

تضمنت بيانات الدراسة عدة تجارب محاكاة تم الاعتماد فيها على توليد عينات بإحجام مختلفة بنسب تلوث مختلفة وعدد متغيرات توضيحية مختلفة ونسبة عدد متغيرات توضيحية ضمن العدد الكلي مختلفة ومعلمة توزيع اولي مختلفة باعتماد توزيع كاوس (الطبيعي) وتطبيق طرائق التقدير الاربعة عليها وتم كتابة البرنامج باعتماد ماتلاب (17)

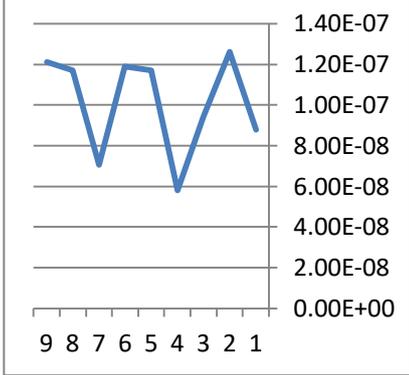
❖ Table (1) , P=8 , method (1)

جدول (1) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق تمثّل الطريقة الاولى (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولى مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

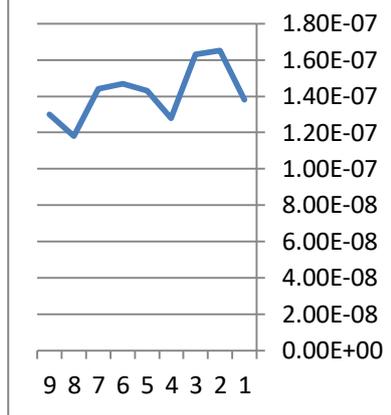
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3									
	n1	8.80E-08	5.79E-08	7.07E-08	1.38E-07	1.28E-07	1.44E-07	2.89E-07	1.48E-07	1.61E-07	6.19E-02	4.61E-02	3.55E-02
Prop1	n2	1.26E-07	1.17E-07	1.17E-07	1.65E-07	1.43E-07	1.18E-07	2.48E-07	2.06E-07	2.99E-07	4.54E-02	3.33E-02	3.05E-02
	n3	9.41E-08	1.19E-07	1.21E-07	1.63E-07	1.47E-07	1.30E-07	2.51E-07	2.77E-07	1.93E-07	6.38E-02	3.79E-02	3.24E-02
	Min	5.79E-08			1.18E-07			1.48E-07			3.05E-02		
	Max	1.26E-07			1.65E-07			2.99E-07			6.38E-02		
	n1	9.25E-08	7.92E-08	1.14E-07	8.07E-08	1.31E-07	9.18E-08	2.58E-07	1.54E-07	1.99E-07	9.92E-02	6.02E-02	6.36E-02
Prop2	n2	1.00E-07	1.14E-07	1.26E-07	1.32E-07	1.07E-07	1.94E-07	2.07E-07	1.88E-07	2.23E-07	1.13E-01	1.12E-01	7.21E-02
	n3	1.15E-07	1.33E-07	1.19E-07	1.56E-07	1.72E-07	1.68E-07	2.27E-07	2.44E-07	1.99E-07	1.38E-01	8.94E-02	1.06E-01
	Min	7.92E-08			8.07E-08			1.54E-07			6.02E-02		
	Max	1.33E-07			1.94E-07			2.58E-07			1.38E-01		
	n1	1.13E-07	8.42E-08	9.71E-08	1.12E-07	1.01E-07	1.73E-07	1.41E-07	1.71E-07	2.40E-07	1.86E-01	1.64E-01	1.59E-01
Prop3	n2	1.40E-07	1.20E-07	1.09E-07	1.59E-07	1.59E-07	1.73E-07	2.46E-07	1.97E-07	2.04E-07	1.40E-01	1.49E-01	1.57E-01
	n3	1.24E-07	1.00E-07	1.03E-07	1.59E-07	1.54E-07	1.78E-07	1.99E-07	2.48E-07	2.06E-07	1.45E-01	1.56E-01	1.70E-01
	Min	8.42E-08			1.01E-07			1.41E-07			1.40E-01		
	Max	1.40E-07			1.78E-07			2.48E-07			1.86E-01		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

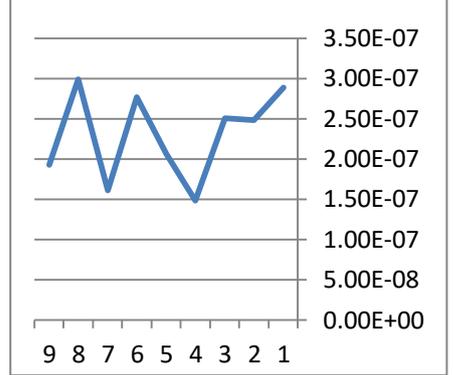
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



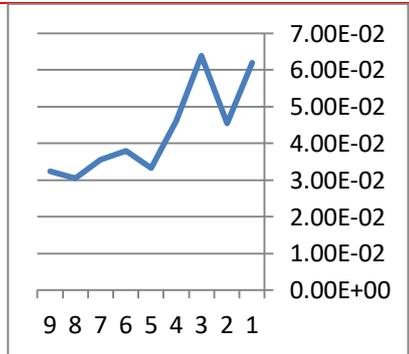
Prop₁ Gate₁



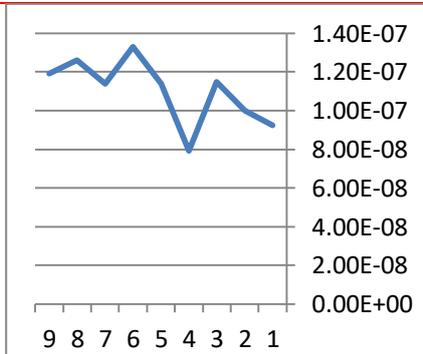
Prop₁ Gate₂



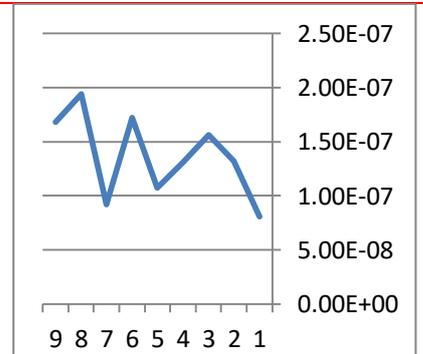
Prop₁ Gate₃



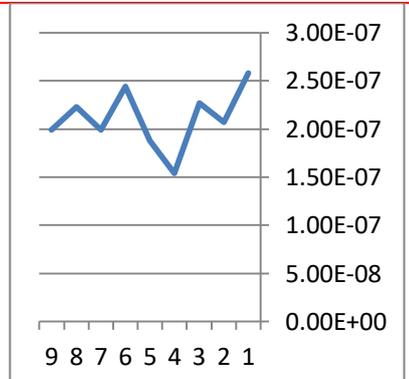
Prop₁ Gate₄



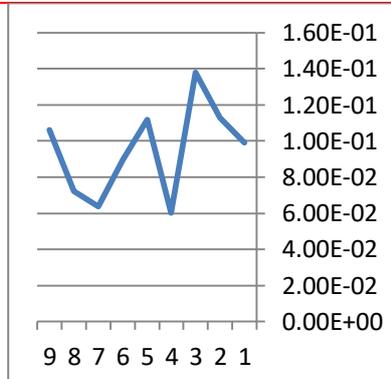
Prop₂ Gate₁



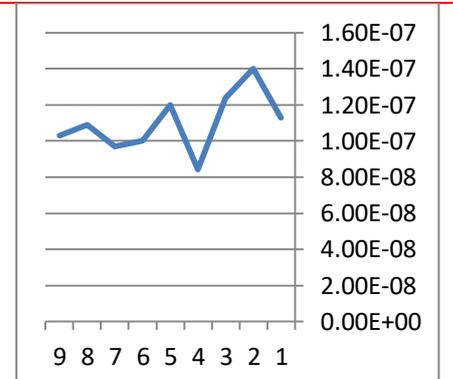
Prop₂ Gate₂



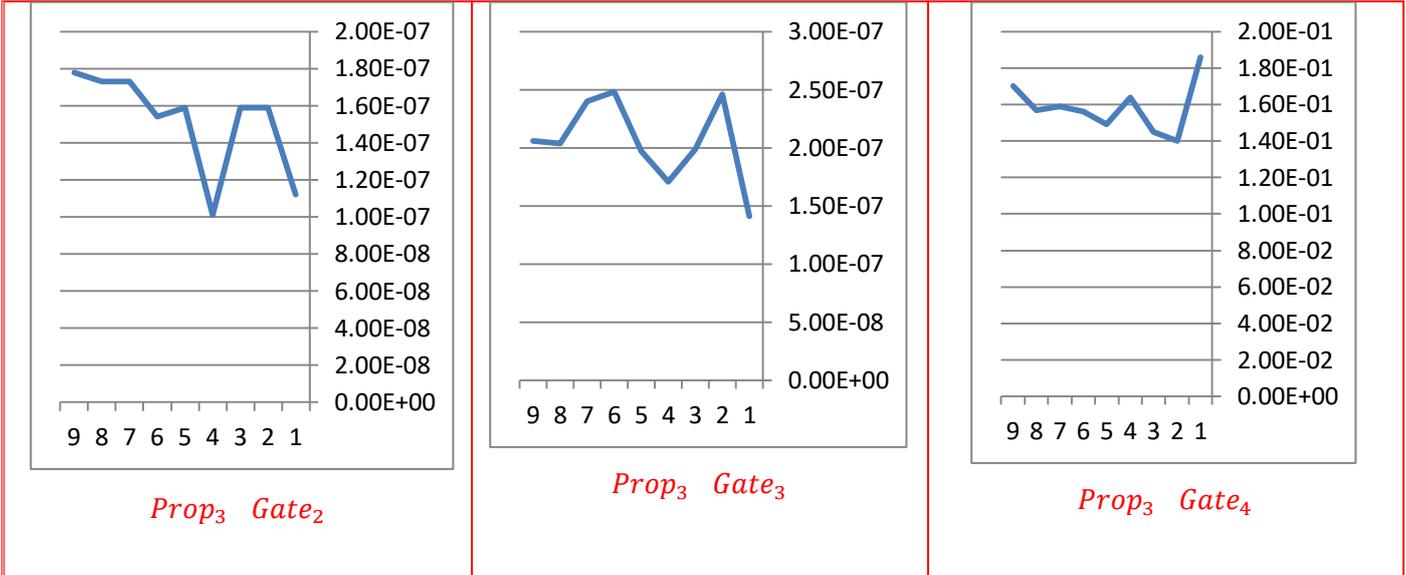
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁



شكل (1) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الاولى تمثل الطريقة الاولى (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولى الوصفية) ولكل حالة من الحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولى مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول الاول والشكل الاول والذي يمثل نتائج الطريقة الاولى عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 8 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ ان :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج ($Gate_1$) وضمن نسبة التلوث الاولى ($Prop_1$)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت ($5.79 \text{ E-}08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت ($1.26\text{E-}07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.18 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.65 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.48E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.99E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (3.05E-02) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (6.38E-02) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (7.92E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.33E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.07E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.94E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.54E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.58E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($6.02E-02$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.38E-01$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($8.42E-08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.40E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.01E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.78E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.41E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($2.48E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.40E-01$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.88E-01$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

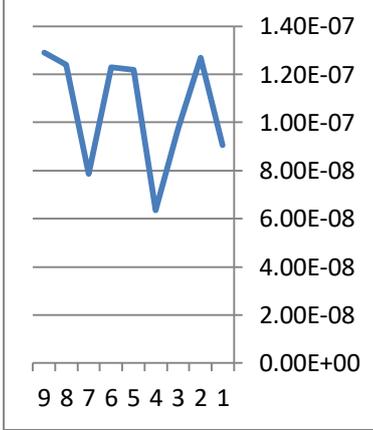
❖ Table (2) , P=8 , method (2)

جدول (2) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثانية (طريقة توقع التوزيع البعدي) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

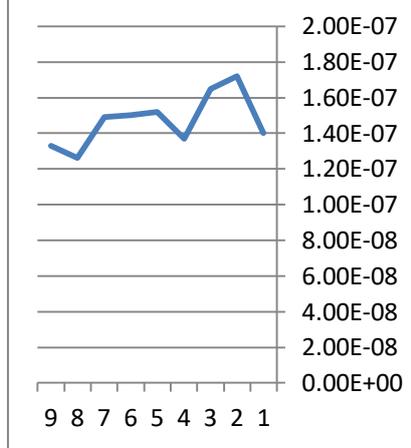
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3									
	n1	9.07E-08	6.35E-08	7.86E-08	1.40E-07	1.37E-07	1.49E-07	2.99E-07	1.54E-07	1.70E-07	6.19E-02	4.61E-02	3.55E-02
Prop1	n2	1.27E-07	1.22E-07	1.24E-07	1.72E-07	1.52E-07	1.26E-07	2.55E-07	2.12E-07	3.00E-07	4.54E-02	3.33E-02	3.05E-02
	n3	9.75E-08	1.23E-07	1.29E-07	1.65E-07	1.50E-07	1.33E-07	2.60E-07	2.84E-07	1.96E-07	6.38E-02	3.79E-02	3.24E-02
	Min	6.35E-08			1.26E-07			1.54E-07			3.05E-02		
	Max	1.29E-07			1.72E-07			3.00E-07			6.38E-02		
	n1	9.69E-08	8.01E-08	1.20E-07	9.06E-08	1.32E-07	1.01E-07	2.63E-07	1.59E-07	2.03E-07	9.92E-02	6.02E-02	6.36E-02
Prop2	n2	1.09E-07	1.16E-07	1.33E-07	1.40E-07	1.08E-07	2.01E-07	2.09E-07	1.88E-07	2.29E-07	1.13E-01	1.12E-01	7.21E-02
	n3	1.15E-07	1.41E-07	1.22E-07	1.59E-07	1.78E-07	1.73E-07	2.31E-07	2.48E-07	2.02E-07	1.38E-01	8.94E-02	1.06E-01
	Min	8.01E-08			9.06E-08			1.59E-07			6.02E-02		
	Max	1.41E-07			2.01E-07			2.63E-07			1.38E-01		
	n1	1.16E-07	9.01E-08	1.03E-07	1.14E-07	1.02E-07	1.73E-07	1.50E-07	1.78E-07	2.43E-07	1.86E-01	1.64E-01	1.59E-01
Prop3	n2	1.47E-07	1.27E-07	1.18E-07	1.68E-07	1.60E-07	1.74E-07	2.48E-07	1.98E-07	2.11E-07	1.40E-01	1.49E-01	1.57E-01
	n3	1.25E-07	1.09E-07	1.05E-07	1.68E-07	1.59E-07	1.82E-07	2.09E-07	2.57E-07	2.14E-07	1.45E-01	1.56E-01	1.70E-01
	Min	9.01E-08			1.02E-07			1.50E-07			1.40E-01		
	Max	1.47E-07			1.82E-07			2.57E-07			1.86E-01		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

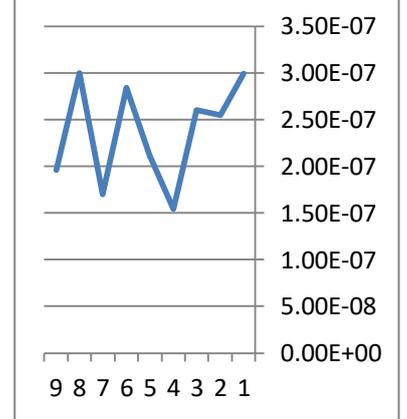
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



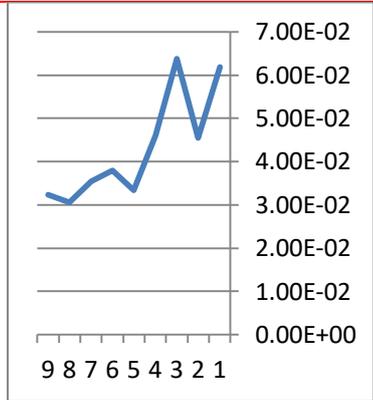
Prop₁ Gate₁



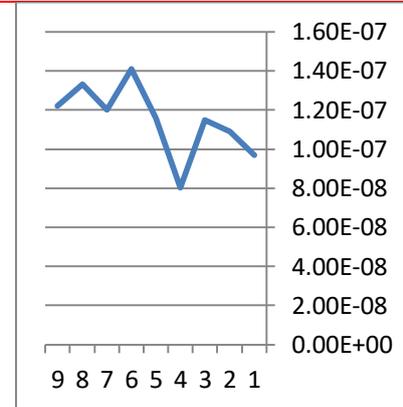
Prop₁ Gate₂



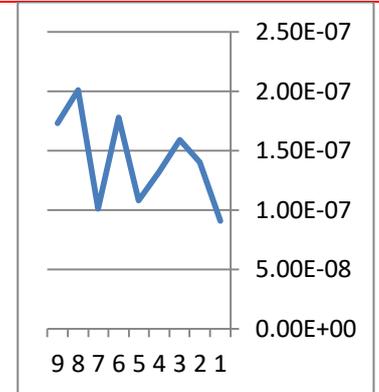
Prop₁ Gate₃



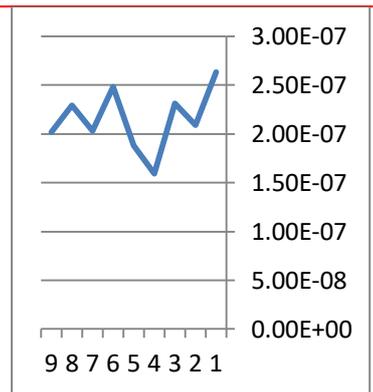
Prop₁ Gate₄



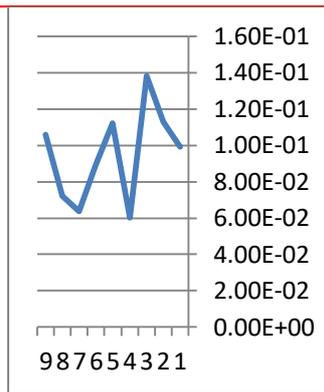
Prop₂ Gate₁



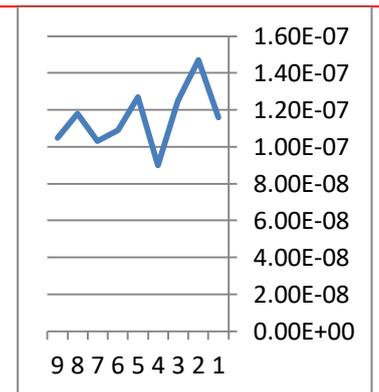
Prop₂ Gate₂



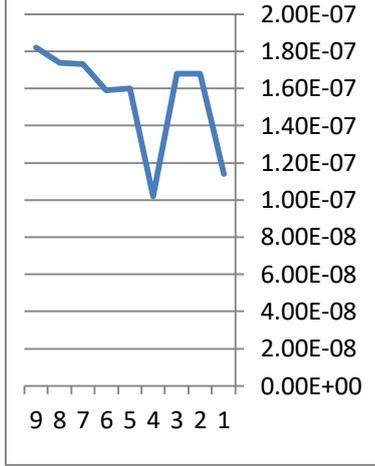
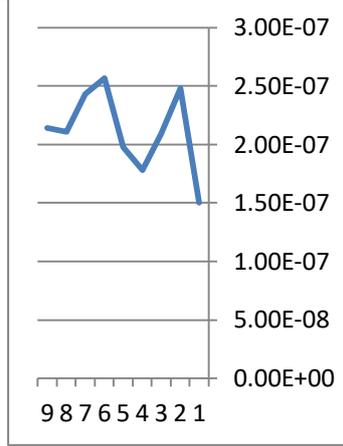
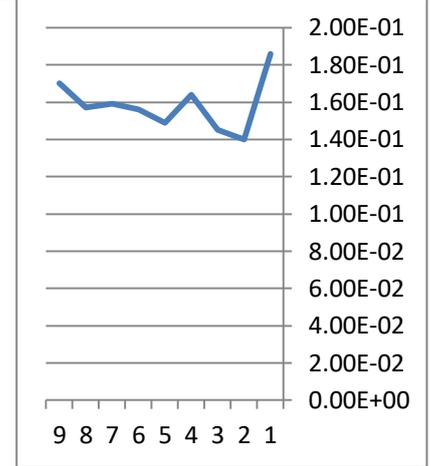
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (2) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثانية (طريقة توقع التوزيع البعدي) ولكل حالة من الحالات الآتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول الثاني والشكل الثاني والذي يمثل نتائج الطريقة الثانية عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 8 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ أن :

القيم للجدول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج (Gate₁) وضمن نسبة التلوث الاولي (Prop₁) .

نلاحظ أن اقل قيمة لمتوسط مربعات خطأ بلغت (6.35 E -08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₂) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (1.29E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₁) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى (Gate₂) وضمن نسبة تلوث (Prop₁)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.26 E- 07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.72 E- 07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.54E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (3.00E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (3.05E-02) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (6.38E-02) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.01E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.41E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (9.06E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.01E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.59E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.63E-07) وهي تعود الى حجم العينة

(n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($6.02E-02$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل

معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.38E-01$) وهي تعود الى حجم العينة

(n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($9.01E-08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة

التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.47E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل

معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.02E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل

معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.82E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3)

مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.50E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل

معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($2.57E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3)

مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.40E-01$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل

معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.88E-01$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1)

مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

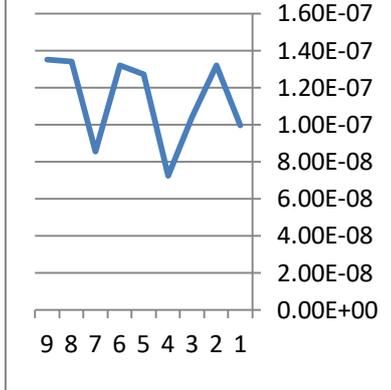
❖ Table (3) , P=8 , method (3)

جدول (3) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثالثة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

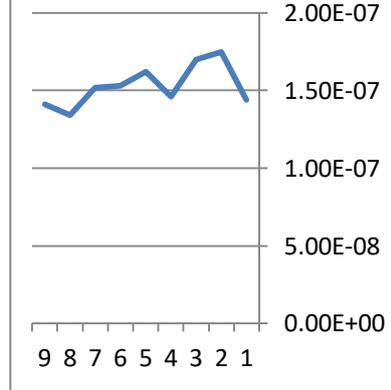
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3									
	n1	9.95E-08	7.24E-08	8.54E-08	1.44E-07	1.46E-07	1.52E-07	3.08E-07	1.58E-07	1.79E-07	6.19E-02	4.61E-02	3.55E-02
Prop1	n2	1.32E-07	1.27E-07	1.34E-07	1.75E-07	1.62E-07	1.34E-07	2.60E-07	2.14E-07	1.32E-07	4.54E-02	3.33E-02	3.05E-02
	n3	1.04E-07	1.32E-07	1.35E-07	1.70E-07	1.53E-07	1.41E-07	2.61E-07	2.84E-07	2.05E-07	6.38E-02	3.79E-02	3.24E-02
	Min	7.24E-08			1.34E-07			1.32E-07			3.05E-02		
	Max	1.35E-07			1.75E-07			3.08E-07			6.38E-02		
	n1	9.69E-08	8.01E-08	1.20E-07	9.06E-08	1.32E-07	1.01E-07	2.63E-07	1.59E-07	2.03E-07	9.92E-02	6.02E-02	6.36E-02
Prop2	n2	1.09E-07	1.16E-07	1.33E-07	1.40E-07	1.08E-07	2.01E-07	2.09E-07	1.88E-07	2.29E-07	1.13E-01	1.12E-01	7.21E-02
	n3	1.15E-07	1.41E-07	1.22E-07	1.59E-07	1.78E-07	1.73E-07	2.31E-07	2.48E-07	2.02E-07	1.38E-01	8.94E-02	1.06E-01
	Min	8.01E-08			9.06E-08			1.59E-07			6.02E-02		
	Max	1.41E-07			2.01E-07			2.63E-07			1.38E-01		
	n1	1.16E-07	9.01E-08	1.03E-07	1.14E-07	1.02E-07	1.73E-07	1.50E-07	1.78E-07	2.43E-07	1.88E-01	1.64E-01	1.59E-01
Prop3	n2	1.47E-07	1.27E-07	1.18E-07	1.68E-07	1.60E-07	1.74E-07	2.48E-07	1.98E-07	2.11E-07	1.40E-01	1.49E-01	1.57E-01
	n3	1.25E-07	1.09E-07	1.05E-07	1.68E-07	1.59E-07	1.82E-07	2.09E-07	2.57E-07	2.14E-07	1.45E-01	1.56E-01	1.70E-01
	Min	9.01E-08			1.02E-07			1.50E-07			1.40E-01		
	Max	1.47E-07			1.82E-07			2.57E-07			1.88E-01		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

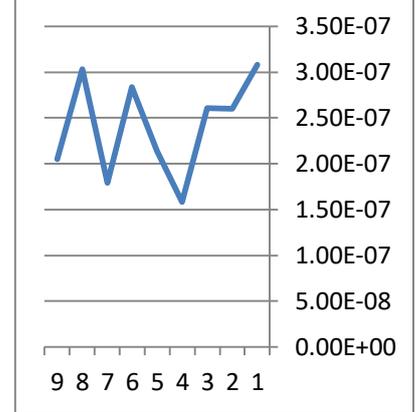
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



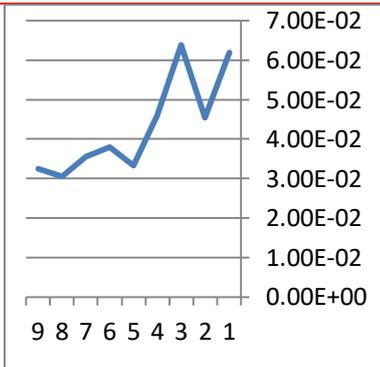
Prop₁ Gate₁



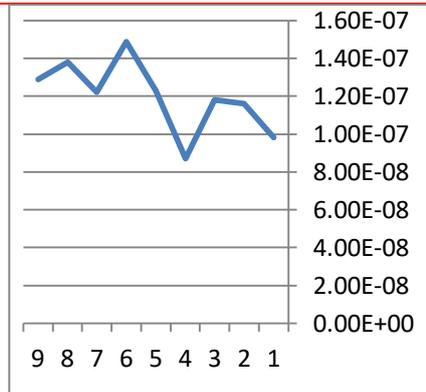
Prop₁ Gate₂



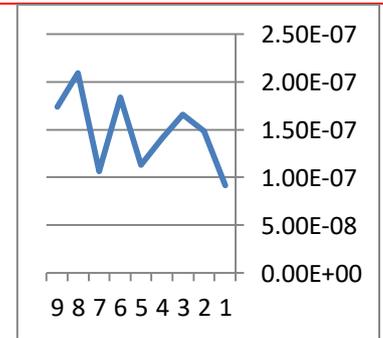
Prop₁ Gate₃



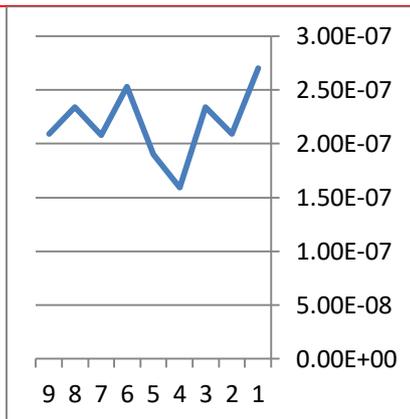
Prop₁ Gate₄



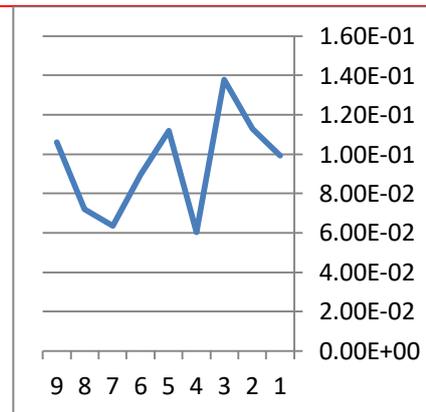
Prop₂ Gate₁



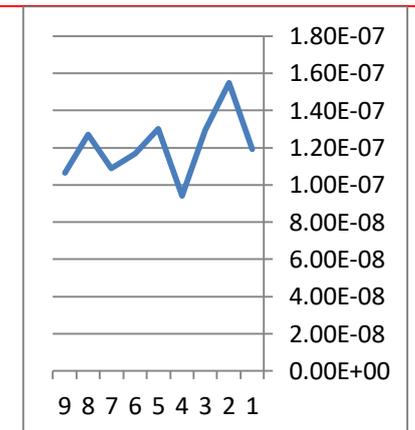
Prop₂ Gate₂



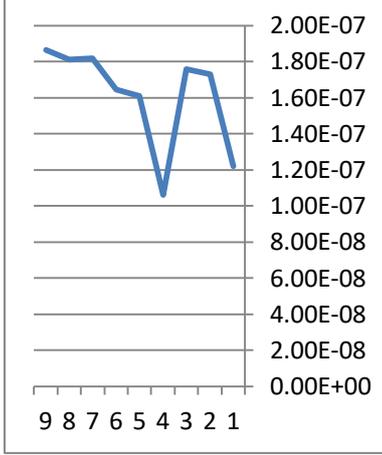
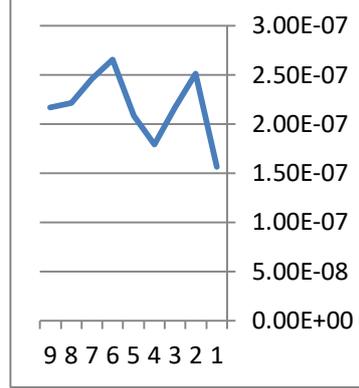
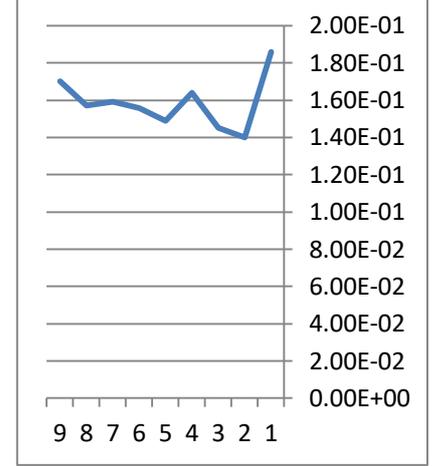
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (3) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثالثة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي) ولكل حالة من الحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول الثالث والشكل الثالث والذي يمثل نتائج الطريقة الثالثة عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 8 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ ان :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج (Gate₁) وضمن نسبة التلوث الاولي (Prop₁)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت (7.24 E -08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₂) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (1.35E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₃) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى (Gate₂) وضمن نسبة تلوث (Prop₁)

نلاحظ بأن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.34×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.75×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.32×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (3.08×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (3.05×10^{-2}) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (6.38×10^{-2}) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.01×10^{-8}) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.41×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (9.06×10^{-8}) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.01×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.59×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.63×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($6.02E-02$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.38E-01$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($9.01E-08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.40E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.02E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.82E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.50E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($2.57E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.40E-01$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.88E-01$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

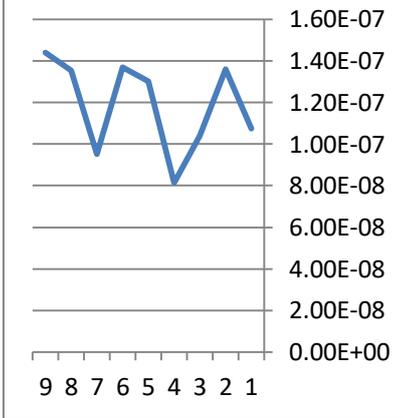
❖ Table (4) , P=8 , method (4)

جدول (4) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الرابعة (طريقة الانتروبي العظمى العامة) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

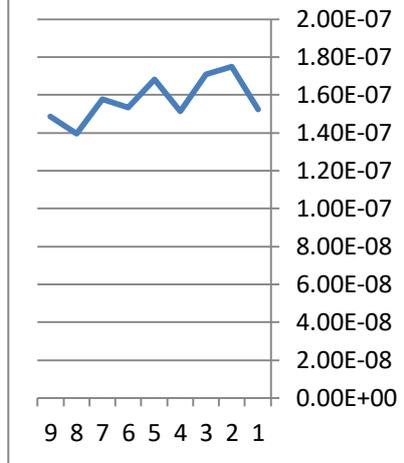
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3									
	n1	1.075 E-07	8.130 34E- 08	9.501 93E- 08	1.522 86E- 07	1.512 53E- 07	1.578 01E- 07	3.169 59E- 07	1.620 28E- 07	1.883 83E- 07	0.061 9470 16	0.046 1300 14	0.035 5010 18
Prop1	n2	1.360 24E- 07	1.302 95E- 07	1.353 53E- 07	1.750 17E- 07	1.682 11E- 07	1.395 16E- 07	2.681 11E- 07	2.197 36E- 07	3.111 32E- 07	0.045 3610 11	0.033 2510 04	0.030 4950 13
	n3	1.039 95E- 07	1.370 46E- 07	1.439 98E- 07	1.709 41E- 07	1.534 55E- 07	1.486 39E- 07	2.681 8E-07	2.861 9E-07	2.072 57E- 07	0.063 8260 23	0.037 9360 17	0.032 3600 14
	Min	8.13E-08			1.40E-07			1.62E-07			3.05E-02		
	Max	1.44E-07			1.75E-07			3.17E-07			6.38E-02		
	n1	1.073 58E- 07	9.487 71E- 08	1.314 57E- 07	9.260 78E- 08	1.503 02E- 07	1.096 25E- 07	2.738 05E- 07	1.661 41E- 07	2.169 76E- 07	0.099 1560 14	0.060 2000 21	0.063 5740 22
Prop2	n2	1.234 2E-07	1.237 76E- 07	1.387 33E- 07	1.515 64E- 07	1.216 17E- 07	2.147 42E- 07	2.174 67E- 07	1.907 56E- 07	2.441 69E- 07	0.113 2400 12	0.112 4500 18	0.072 0540 16
	n3	1.249 15E- 07	1.558 91E- 07	1.358 88E- 07	1.684 98E- 07	1.852 91E- 07	1.802 55E- 07	2.396 1E-07	2.610 1E-07	2.155 64E- 07	0.138 4900 23	0.089 3910 14	0.105 8700 19
	Min	9.49E-08			9.26E-08			1.66E-07			6.02E-02		
	Max	1.56E-07			2.15E-07			2.74E-07			1.38E-01		
	n1	1.205 29E- 07	1.022 81E- 07	1.129 09E- 07	1.279 23E- 07	1.071 46E- 07	1.912 81E- 07	1.587 29E- 07	1.861 29E- 07	2.561 63E- 07	0.186 0600 17	0.164 4100 19	0.159 2400 15
Prop3	n2	1.571 81E- 07	1.350 51E- 07	1.278 11E- 07	1.799 05E- 07	1.670 84E- 07	1.884 44E- 07	2.510 92E- 07	2.161 52E- 07	2.262 81E- 07	0.139 6800 17	0.148 7600 26	0.156 6800 15
	n3	1.391 11E- 07	1.215 38E- 07	1.085 42E- 07	1.807 47E- 07	1.743 51E- 07	1.881 46E- 07	2.202 85E- 07	2.697 94E- 07	2.166 35E- 07	0.145 1300 2	0.155 6100 07	0.170 2300 06
	Min	1.02E-07			1.07E-07			1.59E-07			1.40E-01		
	Max	1.57E-07			1.91E-07			2.70E-07			1.86E-01		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

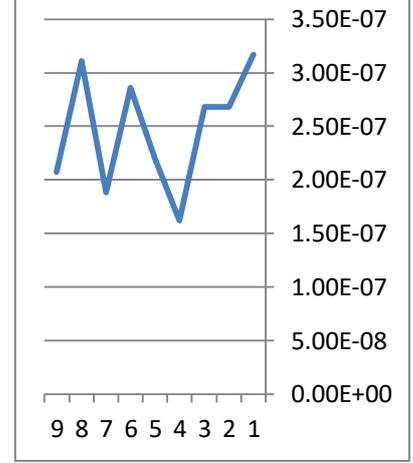
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



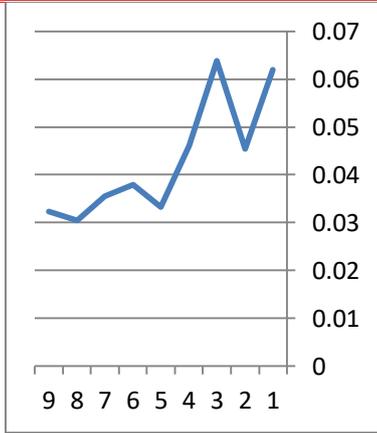
Prop₁ Gate₁



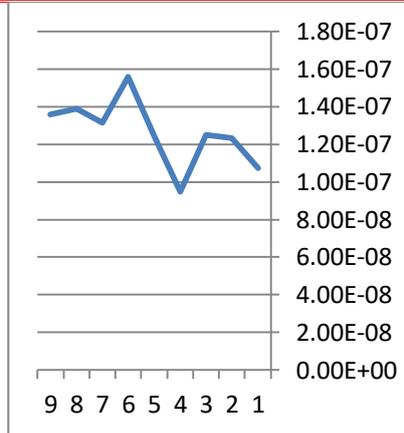
Prop₁ Gate₂



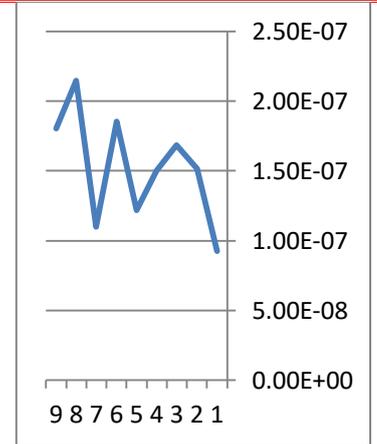
Prop₁ Gate₃



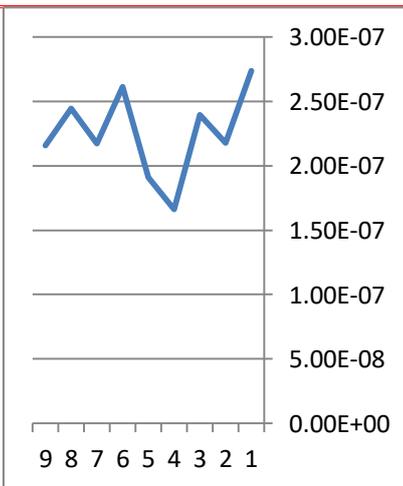
Prop₁ Gate₄



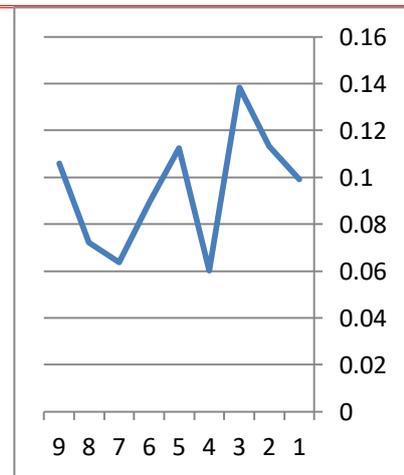
Prop₂ Gate₁



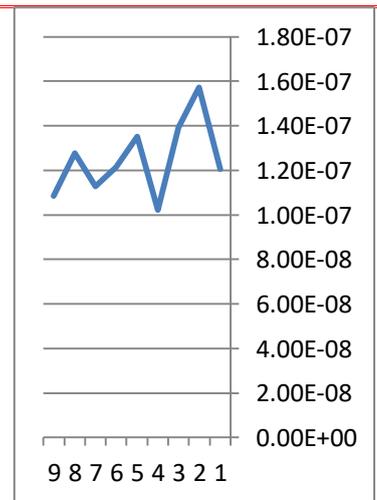
Prop₂ Gate₂



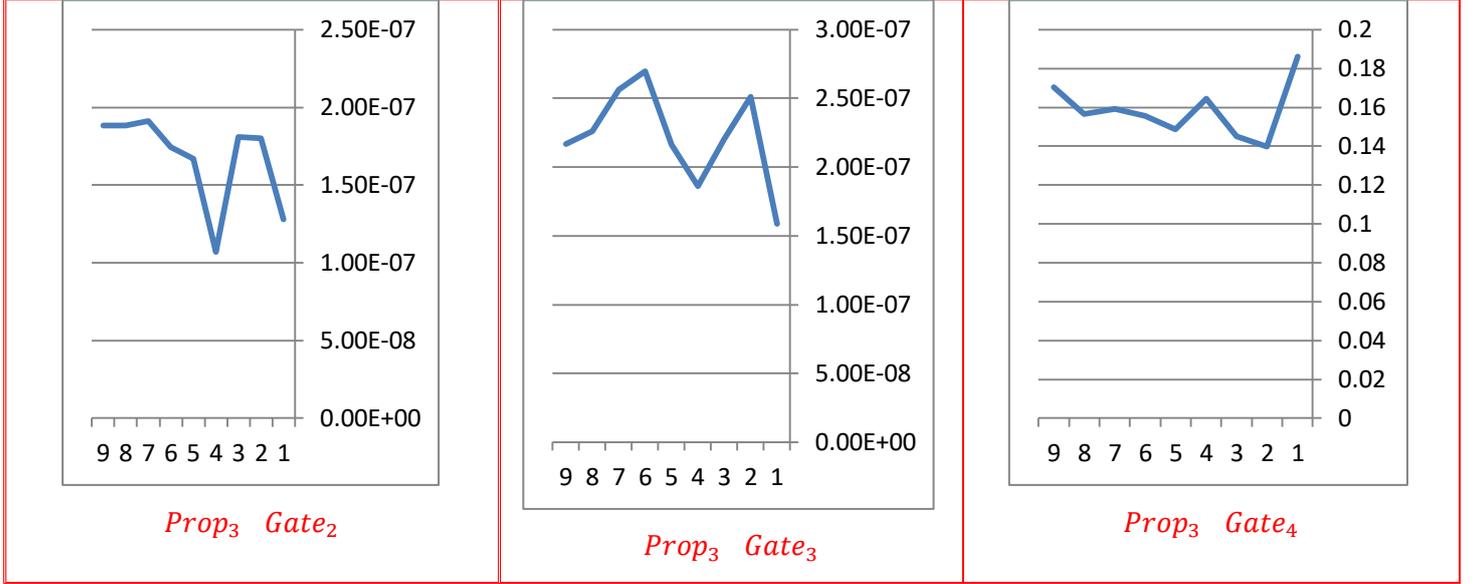
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁



شكل (4) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الرابعة (طريقة الانتروبي العظمى العامة) ولكل حالة من الحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول الرابع والشكل الرابع والذي يمثل نتائج الطريقة الرابعة عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 8 ونلاحظ ان الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ أن :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج ($Gate_1$) وضمن نسبة التلوث الاولي ($Prop_1$)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت (8.13×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (1.44×10^{-7}) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.40E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.75E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.62E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($3.17E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($3.05E-02$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($6.38E-02$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($9.49E-08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.55E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($9.26E-08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($2.15E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($1.66E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($2.74E-07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.02E-02) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.38E-01) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.02E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.57E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.07E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.91E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.59E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.70E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.40E-01) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.86E-01) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

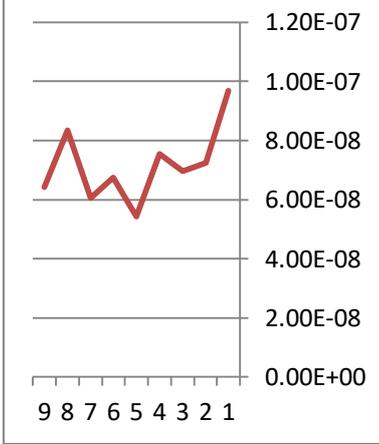
❖ Table (5) , P=12 , method (1)

جدول (4) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الاولى (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

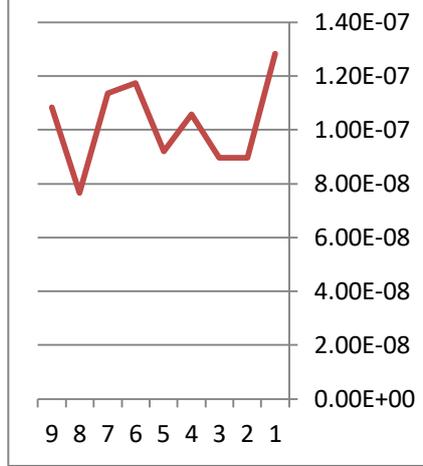
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3
	n1	9.686 7E-08	7.538 E-08	6.058 2E-08	1.283 3E-07	1.058 5E-07	1.136 3E-07	1.590 2E-07	1.794 6E-07	1.544 E-07	0.056 219	0.020 413	0.018 172
Prop1	n2	7.236 3E-08	5.422 9E-08	8.344 7E-08	8.971 4E-08	9.211 9E-08	7.647 9E-08	1.558 2E-07	1.366 7E-07	1.493 4E-07	0.049 014	0.027 236	0.021 857
	n3	6.953 1E-08	6.747 5E-08	6.413 6E-08	8.953 2E-08	1.173 5E-07	1.085 E-07	1.143 6E-07	1.376 6E-07	1.229 9E-07	0.047 957	0.030 399	0.027 715
	Min	5.4229E-08			7.6479E-08			1.1436E-07			0.018172		
	Max	9.6867E-08			1.2833E-07			1.7946E-07			0.056219		
	n1	6.115 3E-08	4.602 5E-08	7.306 4E-08	6.985 4E-08	9.124 5E-08	8.216 E-08	1.372 7E-07	1.206 3E-07	1.334 9E-07	0.062 265	0.071 905	0.117 67
Prop2	n2	5.645 7E-08	6.642 6E-08	5.638 8E-08	8.753 6E-08	8.108 9E-08	8.727 8E-08	1.904 1E-07	1.176 4E-07	1.419 E-07	0.102 41	0.082 468	0.052 949
	n3	7.315 3E-08	6.836 8E-08	8.474 3E-08	1.067 E-07	9.295 3E-08	1.050 5E-07	1.624 7E-07	1.330 8E-07	2.082 4E-07	0.086 963	0.077 4	0.070 052
	Min	4.6025E-08			6.9854E-08			1.1764E-07			0.052949		
	Max	8.4743E-08			1.067E-07			2.0824E-07			0.11767		
	n1	5.733 1E-08	6.500 6E-08	6.626 7E-08	8.404 9E-08	1.012 6E-07	8.996 3E-08	1.238 9E-07	1.199 2E-07	1.121 5E-07	0.152 42	0.058 066	0.098 957
Prop3	n2	8.671 5E-08	7.209 4E-08	7.059 4E-08	8.656 8E-08	8.845 8E-08	9.726 1E-08	1.332 1E-07	0.000 0001 17	1.309 1E-07	0.140 14	0.147 68	0.139 84
	n3	6.84E- 08	7.755 6E-08	6.232 E-08	8.492 2E-08	1.054 8E-07	1.070 7E-07	1.352 2E-07	1.460 2E-07	1.464 E-07	0.169 4	0.153 74	0.125 11
	Min	5.7331E-08			8.4049E-08			1.1215E-07			0.058066		
	Max	8.6715E-08			1.0707E-07			1.464E-07			0.1694		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

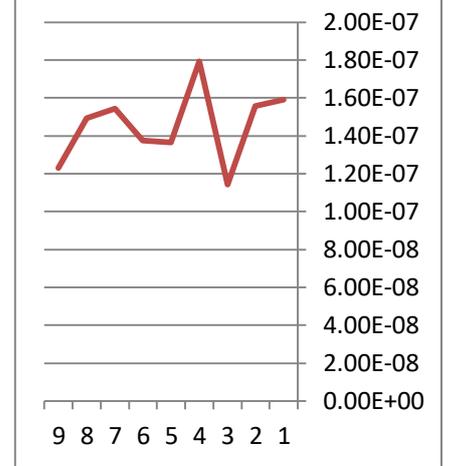
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



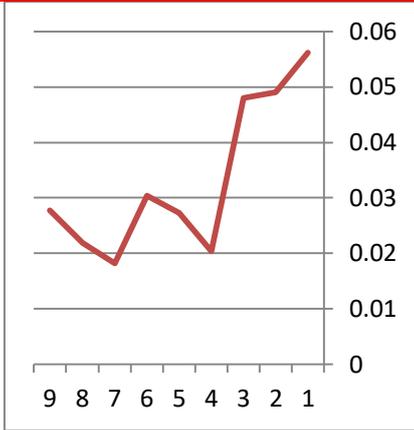
Prop₁ Gate₁



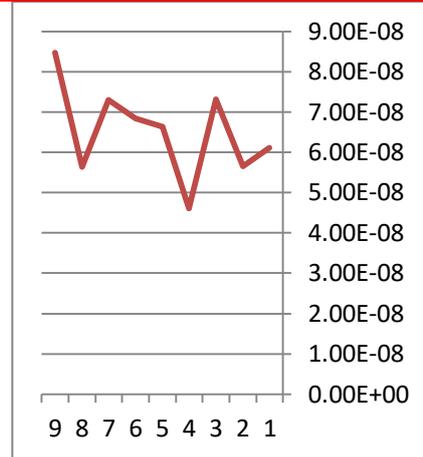
Prop₁ Gate₂



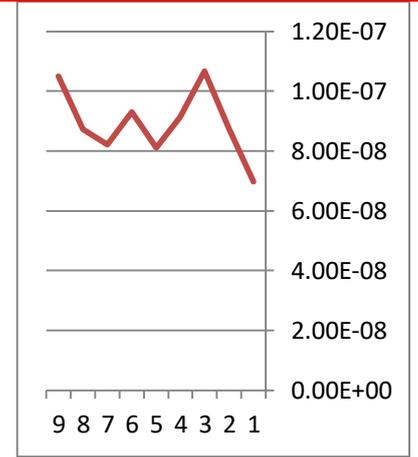
Prop₁ Gate₃



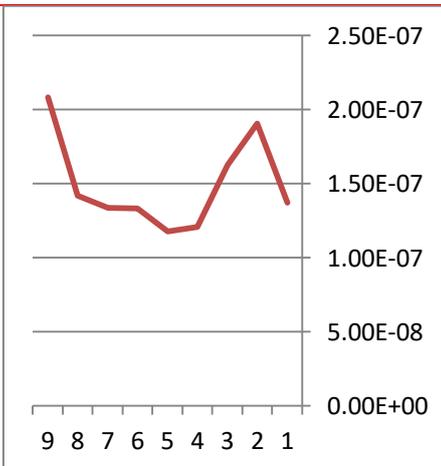
Prop₁ Gate₄



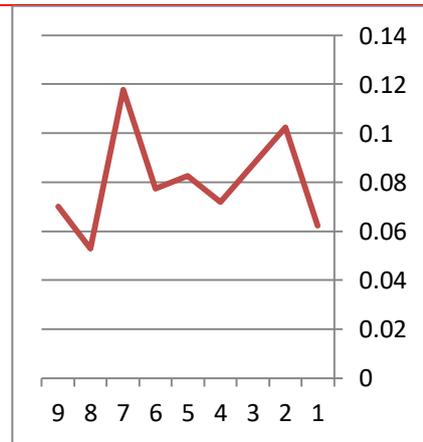
Prop₂ Gate₁



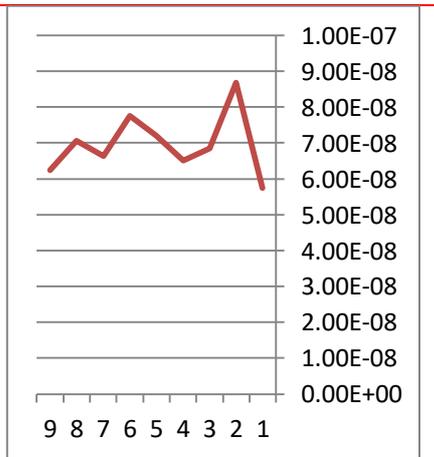
Prop₂ Gate₂



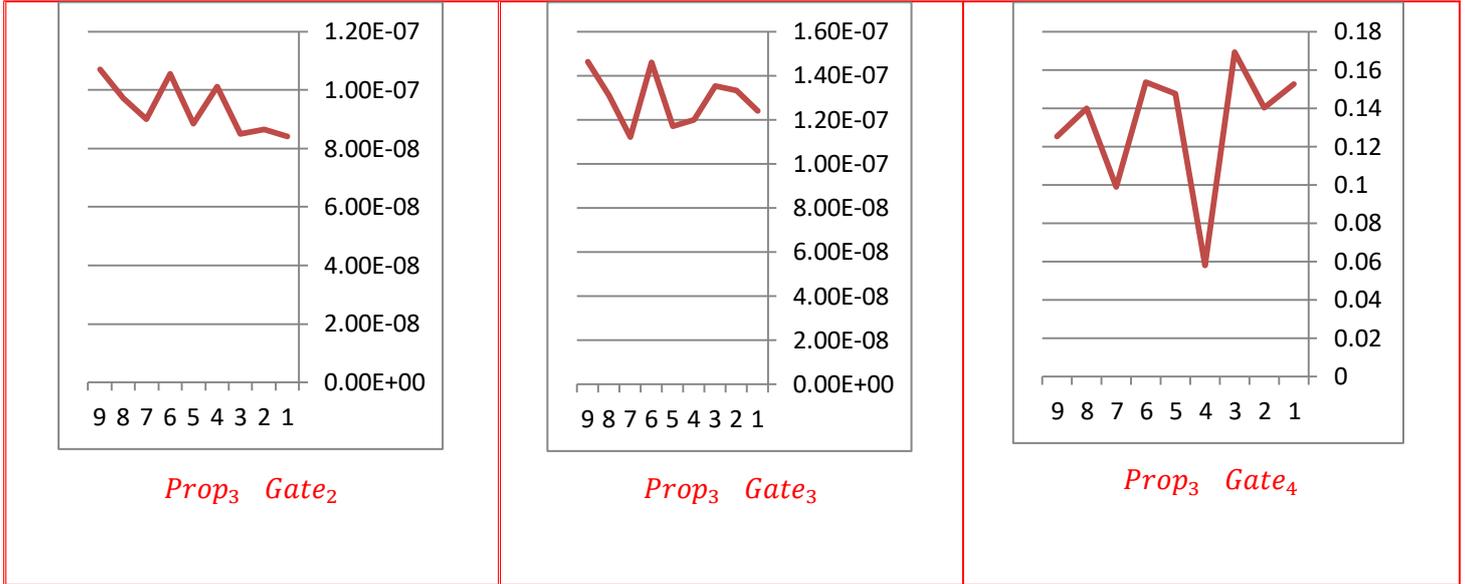
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁



شكل (5) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الاولى (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية) ولكل حالة من الحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول الخامس والشكل الخامس والذي يمثل نتائج الطريقة الاولى عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 12 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ أن :

القيم للجدول الفرعي الاول

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق

($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج ($Gate_1$) وضمن نسبة التلوث الاولى ($Prop_1$)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت (5.4229×10^{-8}) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (9.6867×10^{-8}) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (7.6479 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.2833 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.1436E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.7946E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.018172) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.056219) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (4.6025E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.4743E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.9854E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.067E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.1764E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.0824E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.052949) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.11767) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ بأن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.7331E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.6715E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.4049E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.0707E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.1215E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.464E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.058066) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.1694) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

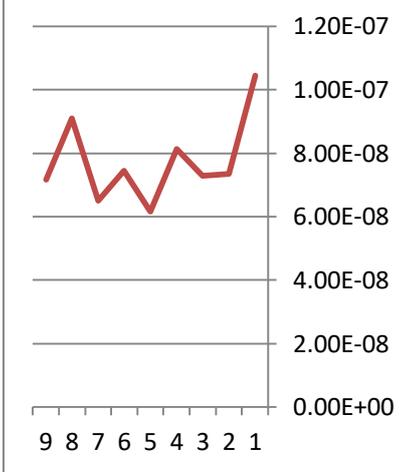
❖ Table (6) , P=12 , method (2)

جدول (6) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثانية (طريقة توقع التوزيع البعدي) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

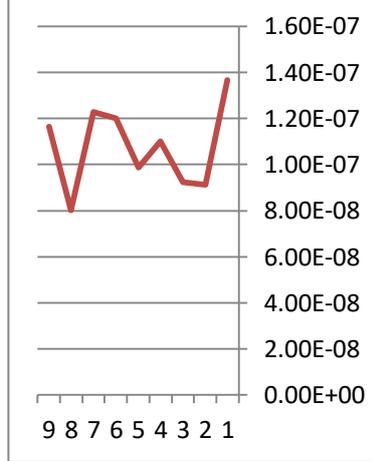
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3									
	n1	1.045 35E- 07	8.135 65E- 08	6.493 48E- 08	1.366 1E-07	1.101 66E- 07	1.228 27E- 07	1.591 8E-07	1.809 14E- 07	1.557 74E- 07	0.056 2190 09	0.020 4130 07	0.018 1720 09
Prop1	n2	7.350 48E- 08	6.166 02E- 08	9.088 14E- 08	9.124 98E- 08	9.878 15E- 08	8.024 99E- 08	1.623 09E- 07	1.466 05E- 07	1.507 68E- 07	0.049 0140 04	0.027 236 02	0.021 8570 02
	n3	7.293 68E- 08	7.446 45E- 08	7.165 49E- 08	9.227 31E- 08	1.200 04E- 07	1.163 04E- 07	1.202 3E-07	1.393 3E-07	1.267 39E- 07	0.047 9570 04	0.030 3990 08	0.027 7150 07
	Min	6.16602E-08			8.02499E-08			1.2023E-07			0.018172009		
	Max	1.04535E-07			1.3661E-07			1.80914E-07			0.056219009		
	n1	7.091 75E- 08	4.952 14E- 08	8.146 39E- 08	7.845 73E- 08	9.367 76E- 08	9.042 04E- 08	1.408 45E- 07	1.251 05E- 07	1.355 04E- 07	0.062 2650 03	0.071 9050 09	0.117 6700 08
Prop2	n2	5.947 01E- 08	7.185 3E-08	6.478 28E- 08	9.021 82E- 08	8.171 07E- 08	9.204 74E- 08	1.911 49E- 07	1.260 41E- 07	1.444 46E- 07	0.102 4100 02	0.082 4680 07	0.052 9490 04
	n3	7.448 11E- 08	7.571 39E- 08	9.038 61E- 08	1.070 35E- 07	1.000 14E- 07	1.082 04E- 07	1.691 96E- 07	1.411 91E- 07	2.109 23E- 07	0.086 9630 03	0.077 4000 05	0.070 0520 04
	Min	4.95214E-08			7.84573E-08			1.25105E-07			0.052949004		
	Max	9.03861E-08			1.08204E-07			2.10923E-07			0.117670008		
	n1	6.664 07E- 08	7.009 18E- 08	7.530 11E- 08	8.522 46E- 08	1.089 1E-07	9.727 47E- 08	1.331 91E- 07	1.231 68E- 07	1.173 66E- 07	0.152 4200 09	0.058 0660 04	0.098 9570 09
Prop3	n2	9.521 44E- 08	8.008 75E- 08	7.175 48E- 08	9.367 84E- 08	9.101 02E- 08	1.041 4E-07	1.372 44E- 07	1.186 31E- 07	1.388 78E- 07	0.140 1400 02	0.147 6800 02	0.139 8400 06
	n3	7.398 55E- 08	8.721 34E- 08	6.845 97E- 08	8.817 62E- 08	1.058 6E-07	1.110 02E- 07	1.415 54E- 07	1.515 51E- 07	1.562 15E- 07	0.169 4000 02	0.153 7400 1	0.125 1100 06
	Min	6.66407E-08			8.52246E-08			1.17366E-07			0.058066004		
	Max	9.52144E-08			1.11002E-07			1.56215E-07			0.169400002		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

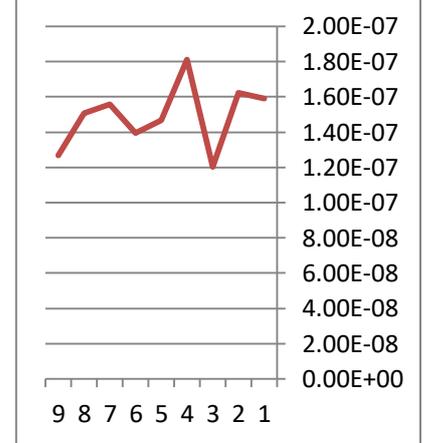
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



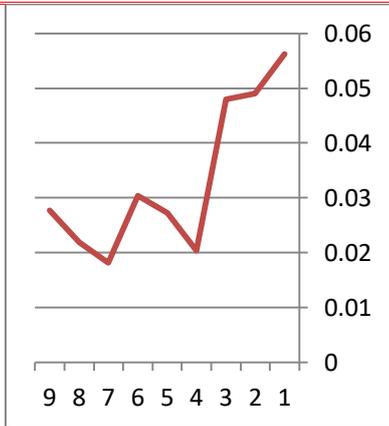
Prop₁ Gate₁



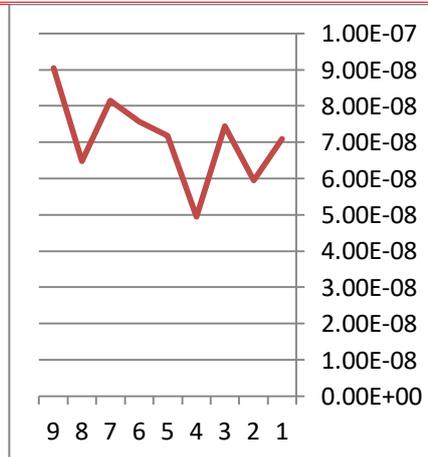
Prop₁ Gate₂



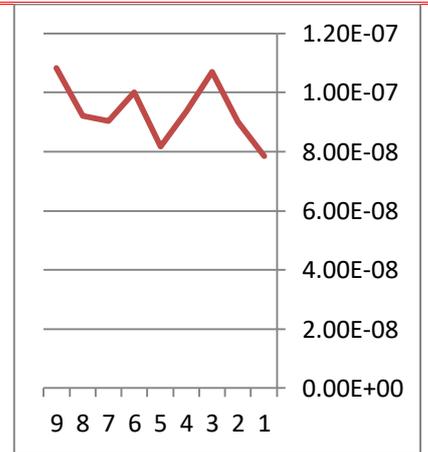
Prop₁ Gate₃



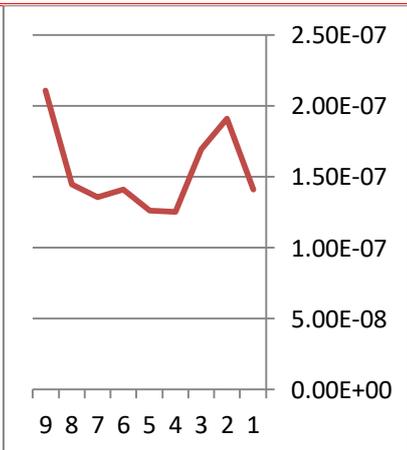
Prop₁ Gate₄



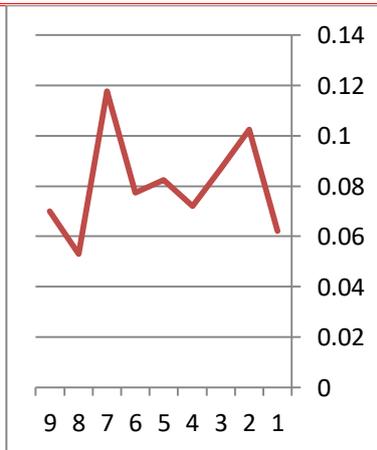
Prop₂ Gate₁



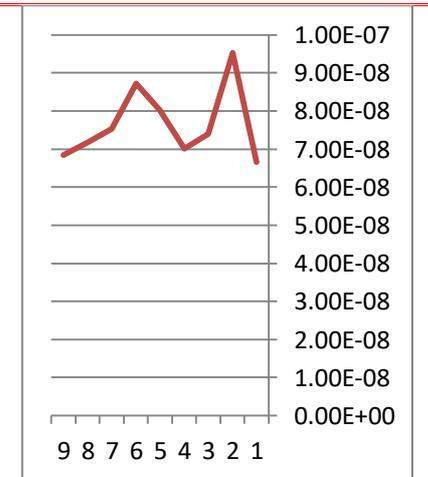
Prop₂ Gate₂



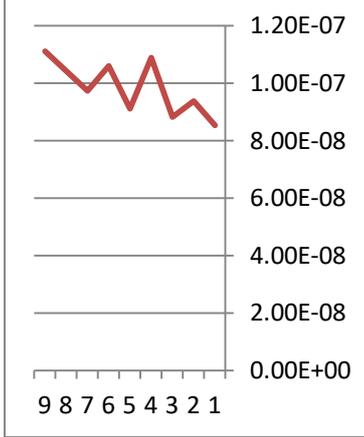
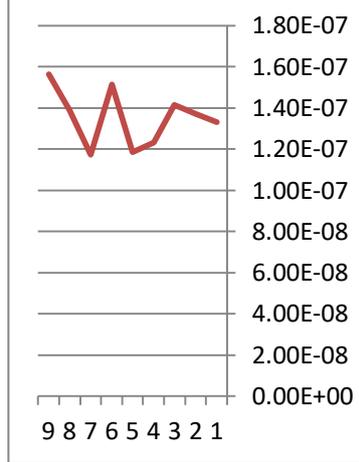
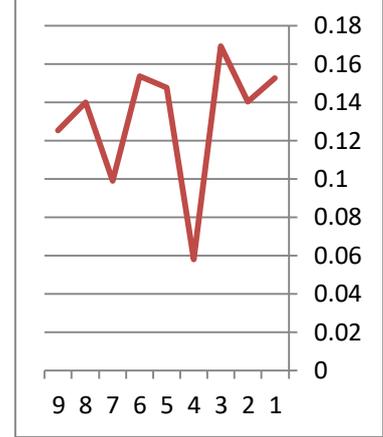
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (6) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثانية (طريقة توقع التوزيع البعدي) ولكل حالة من الاحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول السادس والشكل السادس والذي يمثل نتائج الطريقة الثانية عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 12 ونلاحظ ان الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج أذ أن :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج (Gate₁) وضمن نسبة التلوث الاولي (Prop₁)

نلاحظ أن اقل قيمة لمتوسط مربعات خطأ بلغت (6.16602E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₂) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (1.04535E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₁) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى (Gate₂) وضمن نسبة تلوث (Prop₁)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.02499E- 08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.3661E- 07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.2023E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.80914E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.018172009) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.056219009) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (4.95214E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.03861E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (7.8453E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.08204E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.25105E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.10923E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.052949004) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.117670008) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.66407E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.52144E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.52246E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.11002E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.17366E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.56215E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.058066004) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.169400002) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

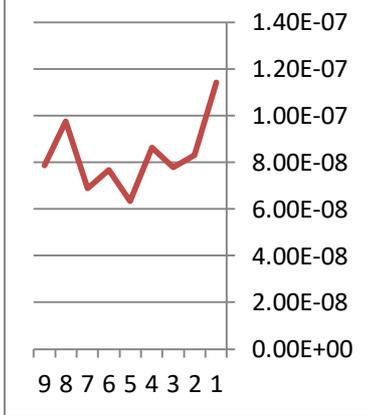
❖ Table (7) , P=12 , method (3)

جدول (7) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثالثة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

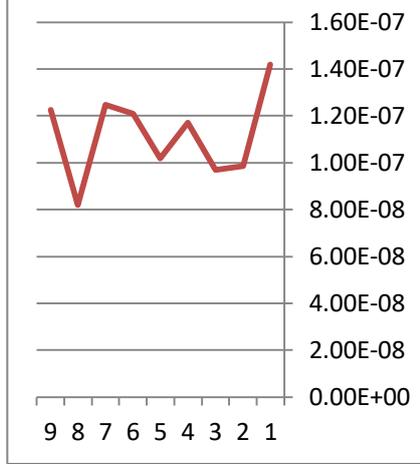
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3									
	n1	1.143 06E- 07	8.635 84E- 08	6.887 65E- 08	1.420 63E- 07	1.170 86E- 07	1.247 49E- 07	1.633 76E- 07	1.855 27E- 07	1.574 98E- 07	0.056 2190 13	0.020 4130 09	0.018 1720 12
Prop1	n2	8.317 92E- 08	6.323 27E- 08	9.755 71E- 08	9.868 2E-08	1.017 5E-07	8.198 59E- 08	1.629 5E-07	1.556 98E- 07	1.573 06E- 07	0.049 0140 09	0.027 2360 09	0.021 8570 1
	n3	7.790 11E- 08	7.672 46E- 08	7.872 82E- 08	9.689 18E- 08	1.208 61E- 07	1.225 73E- 07	1.253 43E- 07	1.416 93E- 07	1.307 71E- 07	0.047 9570 14	0.030 3990 12	0.027 7150 08
	Min	6.32327E-08			8.19859E-08			1.25343E-07			0.018172012		
	Max	1.14306E-07			1.42063E-07			1.85527E-07			0.056219013		
	n1	7.597 55E- 08	5.457 41E- 08	8.404 05E- 08	8.356 79E- 08	9.903 55E- 08	9.441 1E-08	1.450 04E- 07	1.334 19E- 07	1.401 57E- 07	0.062 2650 07	0.071 9050 16	0.117 6700 08
Prop2	n2	6.485 14E- 08	8.182 04E- 08	6.801 29E- 08	9.864 46E- 08	8.970 65E- 08	9.322 09E- 08	1.965 67E- 07	1.316 06E- 07	1.503 46E- 07	0.102 4100 04	0.082 4680 07	0.052 9490 08
	n3	7.905 57E- 08	8.162 25E- 08	9.398 52E- 08	1.122 1E-07	1.017 54E- 07	1.093 35E- 07	1.697 36E- 07	1.507 88E- 07	2.138 96E- 07	0.086 9630 07	0.077 4000 07	0.070 0520 06
	Min	5.45741E-08			8.35679E-08			1.31606E-07			0.052949008		
	Max	9.39852E-08			1.1221E-07			2.13896E-07			0.117670008		
	n1	7.511 81E- 08	7.993 87E- 08	8.335 82E- 08	8.686 94E- 08	1.114 63E- 07	1.002 46E- 07	1.359 3E-07	1.313 37E- 07	1.222 89E- 07	0.152 4200 15	0.058 0660 05	0.098 9570 19
Prop3	n2	9.989 76E- 08	8.814 2E-08	7.963 91E- 08	1.017 75E- 07	1.004 96E- 07	1.056 31E- 07	1.410 35E- 07	1.234 42E- 07	1.441 09E- 07	0.140 1400 1	0.147 6800 03	0.139 8400 1
	n3	8.397 69E- 08	9.605 6E-08	6.996 71E- 08	8.901 52E- 08	1.067 49E- 07	1.204 81E- 07	1.491 27E- 07	1.526 89E- 07	1.597 52E- 07	0.169 4000 04	0.153 7400 17	0.125 1100 08
	Min	6.99671E-08			8.68694E-08			1.22289E-07			0.058066005		
	Max	9.98976E-08			1.20481E-07			1.59752E-07			0.169400004		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

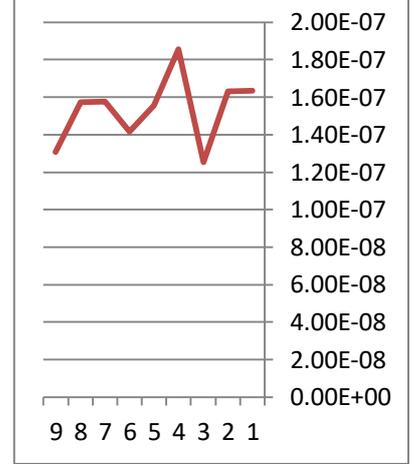
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



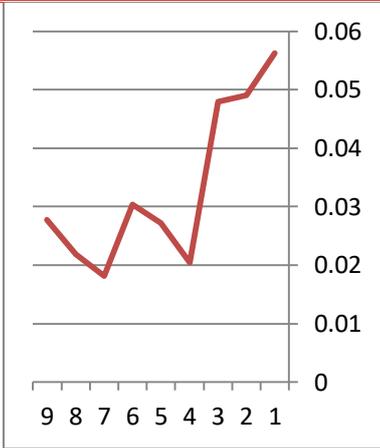
Prop₁ Gate₁



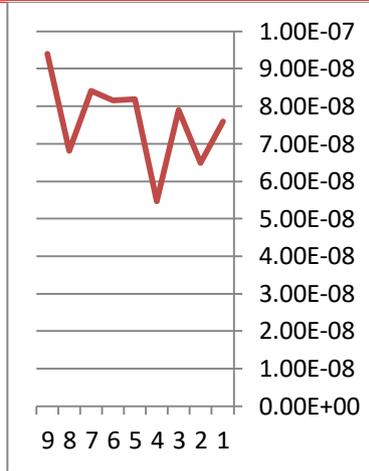
Prop₁ Gate₂



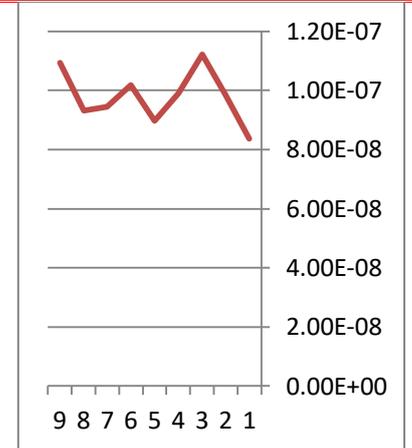
Prop₁ Gate₃



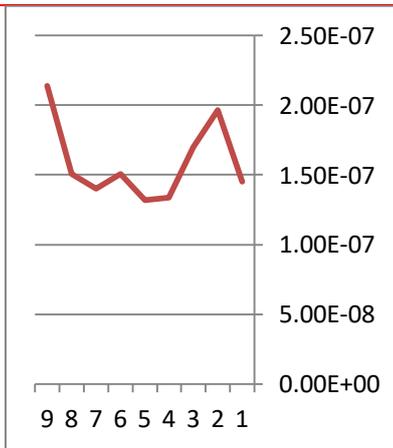
Prop₁ Gate₄



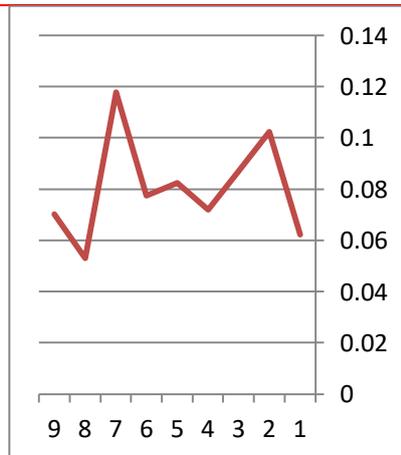
Prop₂ Gate₁



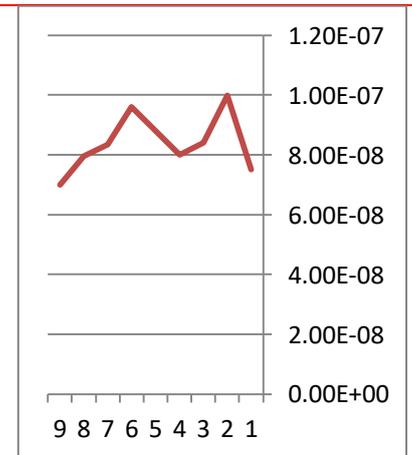
Prop₂ Gate₂



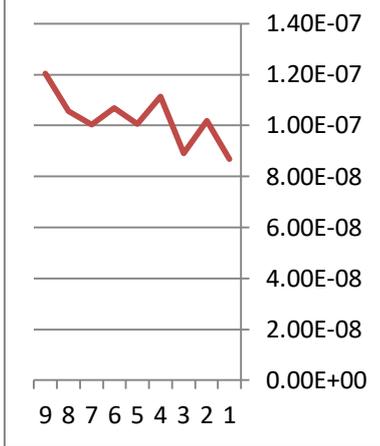
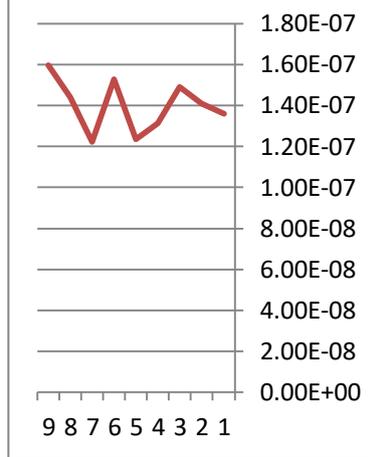
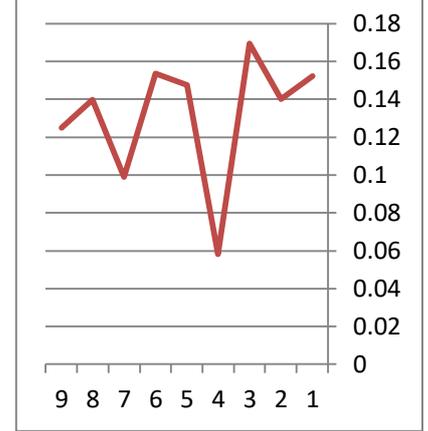
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (7) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثالثة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي) ولكل حالة من الاحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول السابع والشكل السابع والذي يمثل نتائج الطريقة الثالثة عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 12 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ أن :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج (Gate₁) وضمن نسبة التلوث الاولي (Prop₁)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت (6.32327E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₂) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (1.14306E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₁) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى (Gate₂) وضمن نسبة تلوث (Prop₁)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.19859E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.42063E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.25343E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.8527E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.018172012) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.056219013) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.45741E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.39852E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.07E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.94E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.31606E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.13896E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.052949008) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.117670008) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.99671E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.98976E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.68694E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.20481E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.22289E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.59752E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.058066005) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.169400004) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

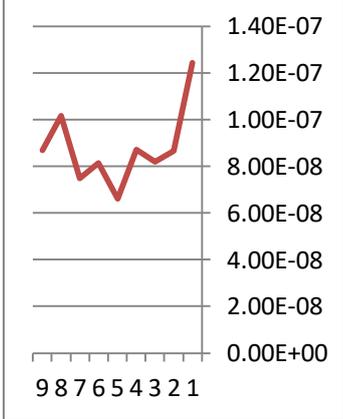
❖ Table (8) , P=12 , method (4)

جدول (8) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الرابعة (طريقة الانتروبي العظمى العامة) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

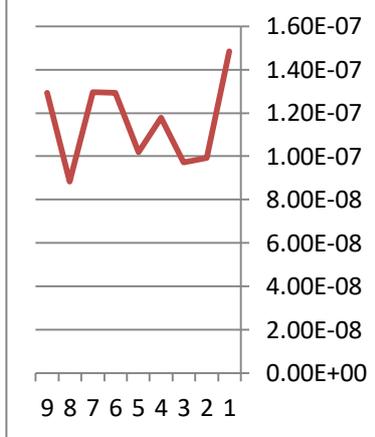
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3
	n1	1.242 96E-07	8.710 74E-08	7.489 3E-08	1.484 11E-07	1.178 56E-07	1.297 14E-07	1.727 E-07	1.895 63E-07	1.626 57E-07	0.056 2190 17	0.020 4130 14	0.018 1720 18
Prop1	n2	8.664 67E-08	6.598 61E-08	1.017 11E-07	9.925 83E-08	1.017 89E-07	8.829 78E-08	1.705 15E-07	1.593 41E-07	1.591 18E-07	0.049 0140 15	0.027 2360 12	0.021 8570 14
	n3	8.198 59E-08	8.128 52E-08	8.680 74E-08	9.717 02E-08	1.294 04E-07	1.292 64E-07	1.267 84E-07	1.456 59E-07	1.331 33E-07	0.047 9570 18	0.030 3990 18	0.027 7150 1
	Min	6.59861E-08			8.82978E-08			1.26784E-07			0.018172018		
	Max	1.24296E-07			1.48411E-07			1.89563E-07			0.056219017		
	n1	7.825 99E-08	6.415 E-08	8.437 12E-08	8.585 91E-08	1.059 87E-07	1.025 58E-07	1.538 18E-07	1.385 89E-07	1.471 47E-07	0.062 2650 1	0.071 9050 24	0.117 6700 16
Prop2	n2	6.621 05E-08	8.789 57E-08	7.405 59E-08	1.053 32E-07	9.227 96E-08	1.010 81E-07	1.974 31E-07	1.370 24E-07	1.564 04E-07	0.102 4100 05	0.082 4680 16	0.052 9490 1
	n3	8.176 69E-08	9.006 21E-08	9.865 11E-08	1.160 05E-07	1.027 05E-07	1.143 41E-07	1.706 13E-07	1.569 03E-07	2.179 92E-07	0.086 9630 17	0.077 4000 15	0.070 0520 06
	Min	6.415E-08			8.58591E-08			1.37024E-07			0.05294901		
	Max	9.86511E-08			1.16005E-07			2.17992E-07			0.117670016		
	n1	8.068 14E-08	8.081 41E-08	8.764 04E-08	9.257 86E-08	1.129 74E-07	1.056 81E-07	1.458 25E-07	1.373 11E-07	1.277 73E-07	0.152 4200 17	0.058 0660 12	0.098 9570 23
Prop3	n2	1.081 21E-07	9.769 65E-08	7.984 88E-08	1.049 85E-07	1.086 16E-07	1.102 27E-07	1.410 89E-07	1.315 88E-07	1.473 48E-07	0.140 1400 14	0.147 6800 1	0.139 8400 17
	n3	8.737 95E-08	9.864 23E-08	7.963 39E-08	9.641 36E-08	1.114 5E-07	1.254 87E-07	1.530 17E-07	1.605 12E-07	1.673 57E-07	0.169 4000 13	0.153 7400 25	0.125 1100 14
	Min	7.96339E-08			9.25786E-08			1.27773E-07			0.058066012		
	Max	1.08121E-07			1.25487E-07			1.67357E-07			0.169400013		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

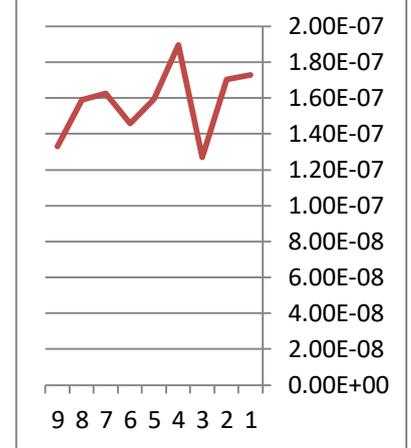
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



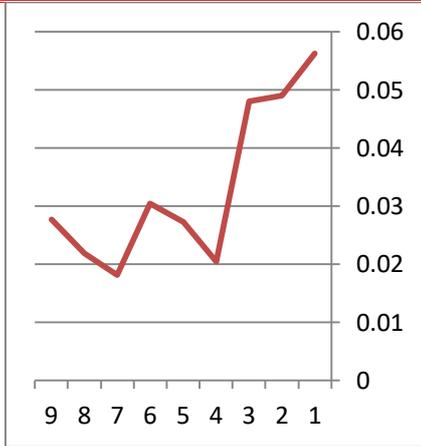
Prop₁ Gate₁



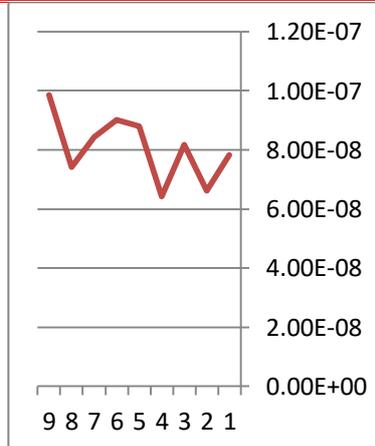
Prop₁ Gate₂



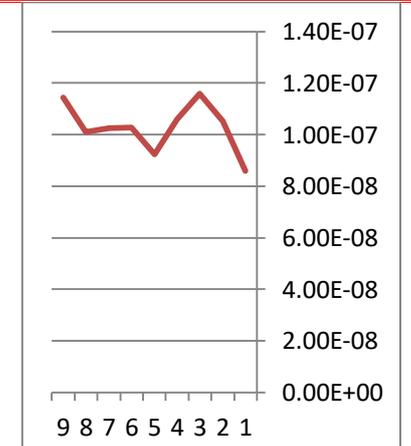
Prop₁ Gate₃



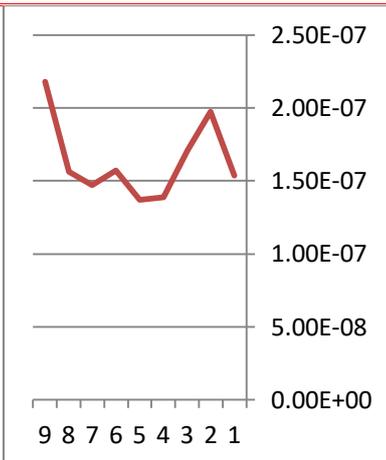
Prop₁ Gate₄



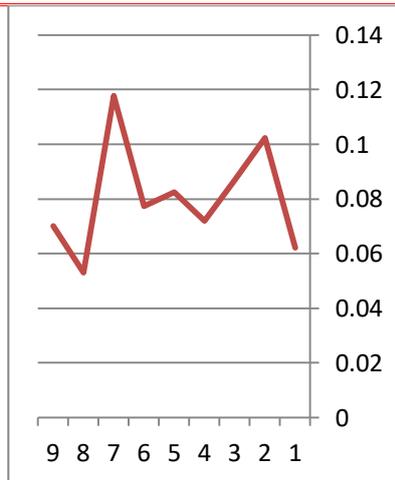
Prop₂ Gate₁



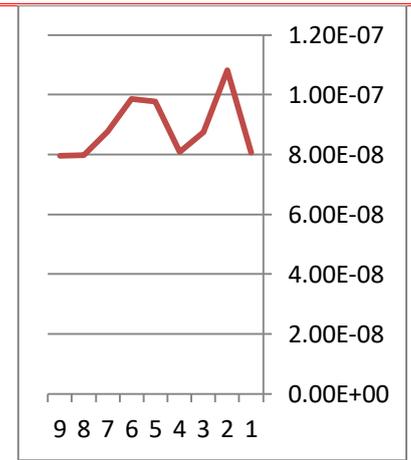
Prop₂ Gate₂



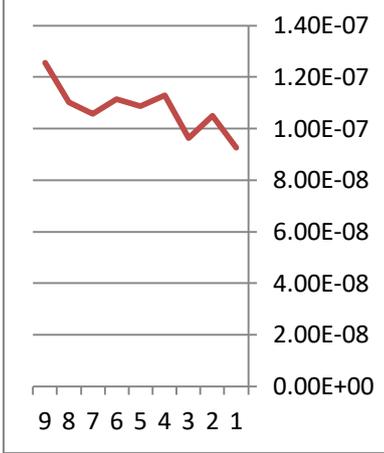
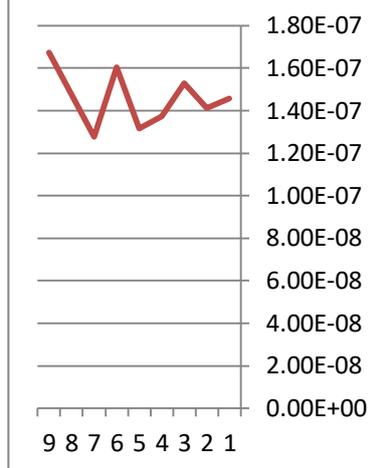
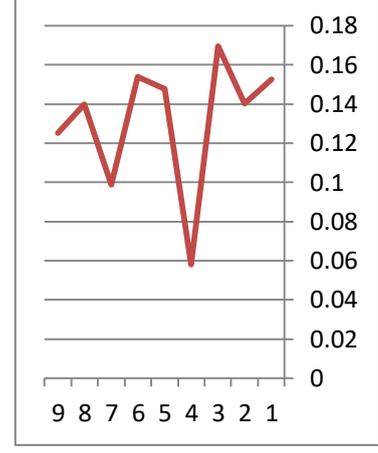
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (8) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الرابعة (طريقة الانتروبي العظمى العامة) ولكل حالة من الحالات الآتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول الثامن والشكل الثامن والذي يمثل نتائج الطريقة الرابعة عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 12 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج أذ أن :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج (Gate₁) وضمن نسبة التلوث الاولي (Prop₁)

نلاحظ أن اقل قيمة لمتوسط مربعات خطأ بلغت (6.59861E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₁) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (1.24296E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₂) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى (Gate₂) وضمن نسبة تلوث (Prop₁)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.82978E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.48411E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.26784E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.89563E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.018172018) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.056219017) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.415 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.86511 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (8.58591E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.16005E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.37024E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (2.17992E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.05294901) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.117670016) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (7.96339E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.08121E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (9.25786E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.25487E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (1.27773E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.67357E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.058066012) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.169400013) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

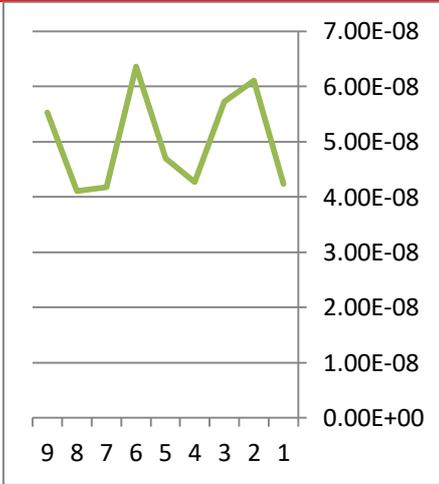
❖ Table (9) , P=16 , method (1)

جدول (9) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الاولى (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

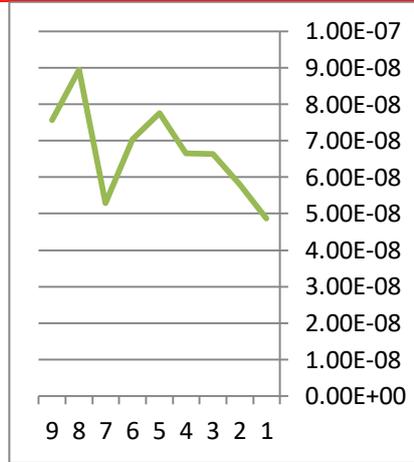
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3
	n1	4.230 3E-08	4.27E- 08	4.176 6E-08	4.867 7E-08	6.655 1E-08	5.291 9E-08	7.013 5E-08	5.604 4E-08	4.673 3E-08	0.025 014	0.017 158	0.013 22
Prop1	n2	6.101 7E-08	4.700 5E-08	4.109 6E-08	5.787 E-08	7.761 5E-08	8.937 4E-08	9.445 5E-08	1.251 7E-07	9.677 6E-08	0.039 33	0.027 99	0.014 5
	n3	5.721 3E-08	6.364 3E-08	5.534 9E-08	6.643 1E-08	7.032 6E-08	7.566 9E-08	1.014 9E-07	1.227 2E-07	9.955 1E-08	0.047 122	0.019 185	0.015 831
	Min	4.1096E-08			4.8677E-08			4.6733E-08			0.01322		
	Max	6.3643E-08			8.9374E-08			1.2517E-07			0.047122		
	n1	3.222 4E-08	4.133 2E-08	2.825 1E-08	4.697 4E-08	5.392 7E-08	4.168 6E-08	7.594 9E-08	5.443 5E-08	1.021 1E-07	0.057 942	0.020 845	0.030 701
Prop2	n2	4.779 E-08	5.181 5E-08	4.569 1E-08	7.197 8E-08	6.992 3E-08	6.822 2E-08	1.125 1E-07	9.218 1E-08	9.874 6E-08	0.084 082	0.094 936	0.055 316
	n3	6.531 4E-08	6.244 4E-08	6.634 6E-08	8.539 3E-08	6.736 6E-08	7.261 9E-08	1.380 6E-07	1.193 1E-07	1.212 8E-07	0.103 88	0.064 661	0.083 57
	Min	2.8251E-08			4.1686E-08			5.4435E-08			0.020845		
	Max	6.6346E-08			8.5393E-08			1.3806E-07			0.10388		
	n1	5.495 E-08	5.47E -08	2.578 5E-08	5.661 8E-08	5.597 E-08	5.494 3E-08	6.490 9E-08	6.617 4E-08	8.237 E-08	0.129 33	0.089 288	0.088 967
Prop3	n2	5.586 9E-08	4.288 7E-08	6.926 4E-08	7.147 E-08	6.445 2E-08	6.598 9E-08	1.177 E-07	1.088 5E-07	1.368 8E-07	0.126 84	0.109 13	0.089 654
	n3	5.700 1E-08	6.831 4E-08	5.218 7E-08	7.229 6E-08	8.081 E-08	6.762 1E-08	1.127 8E-07	1.121 9E-07	8.661 2E-08	0.139 93	0.109 42	0.119 44
	Min	2.5785E-08			5.4943E-08			6.4909E-08			0.088967		
	Max	6.9264E-08			8.081E-08			1.3688E-07			0.13993		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

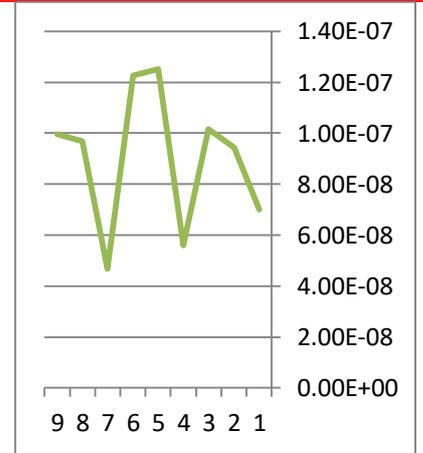
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



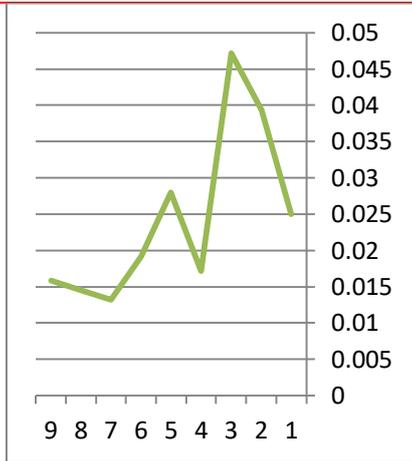
Prop₁ Gate₁



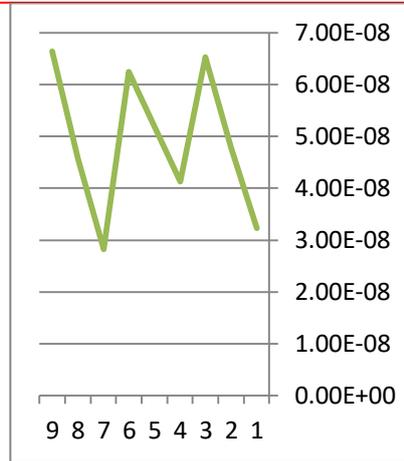
Prop₁ Gate₂



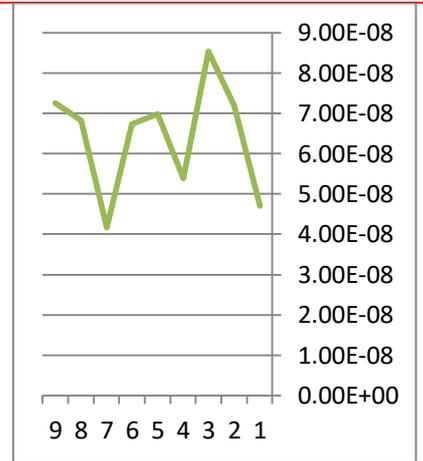
Prop₁ Gate₃



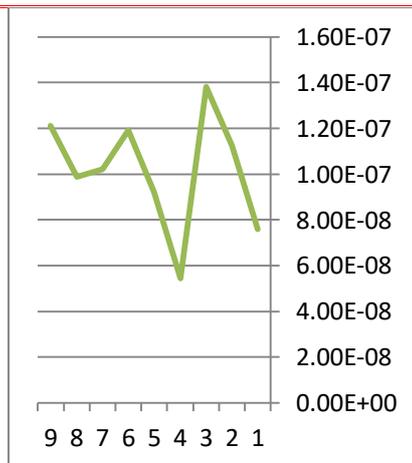
Prop₁ Gate₄



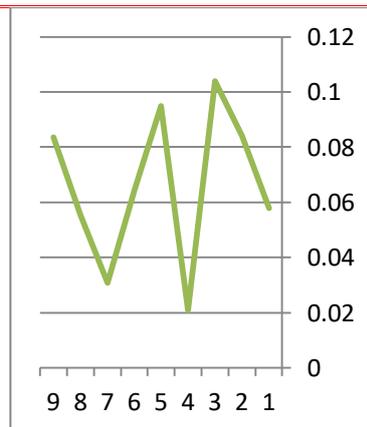
Prop₂ Gate₁



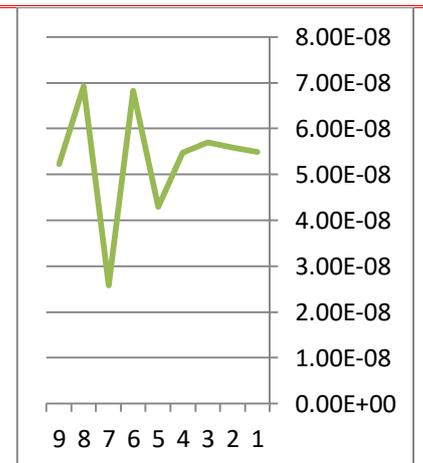
Prop₂ Gate₂



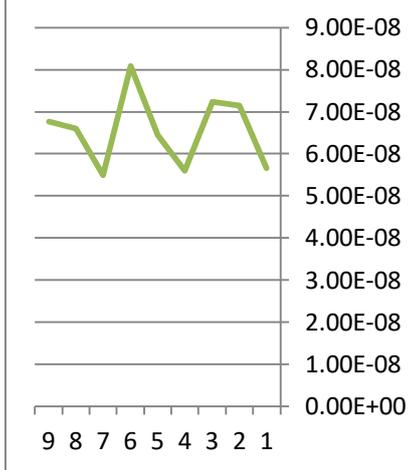
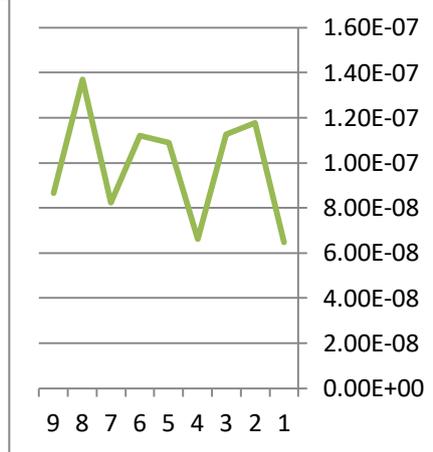
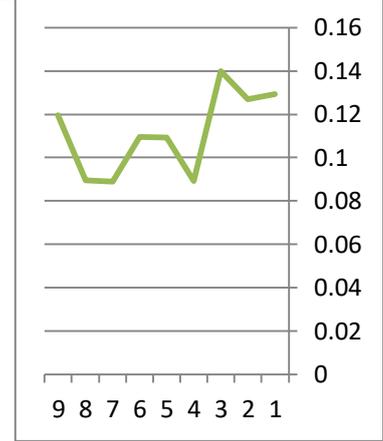
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (9) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الاولى (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولى الوصفية) ولكل حالة من الاحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولى مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول التاسع والشكل التاسع والذي يمثل نتائج الطريقة الاولى عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 16 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج أذ أن :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق

($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج (Gate₁) وضمن نسبة التلوث الاولى (Prop₁)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت (4.1096 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₃) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (6.3643 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₂) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى (Gate₂) وضمن نسبة تلوث (Prop₁)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (4.8677 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.9374 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (4.6733 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.2517 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.01322) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.047122) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (2.8251 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (6.6346 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (4.1686 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.5393 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.4435 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.3806 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.020845) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.10388) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (2.5785 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (6.9264 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.4943 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.081 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.4909 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.3688 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.088967) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.13993) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

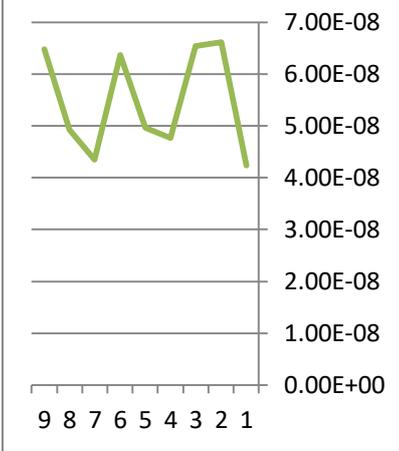
❖ Table (10) , P=16 , method (2)

جدول (10) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثانية (طريقة توقع التوزيع البعدي) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

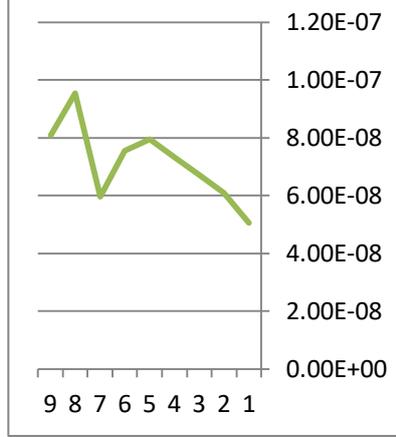
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3	Sig1	Sig2	Sig3
	n1	4.23481E-08	4.7682E-08	4.3516E-08	5.05052E-08	7.32498E-08	5.95844E-08	7.75984E-08	5.80978E-08	5.1009E-08	0.02501401	0.01715807	0.01322008
Prop1	n2	6.61801E-08	4.96438E-08	4.92677E-08	6.08588E-08	7.94222E-08	9.5386E-08	9.54887E-08	1.31065E-07	1.06036E-07	0.03933	0.02799002	0.01450009
	n3	6.53837E-08	6.37156E-08	6.48212E-08	6.71904E-08	7.55399E-08	8.07346E-08	1.03774E-07	1.2911E-07	1.00673E-07	0.04712208	0.01918501	0.01583104
	Min	4.23481E-08			5.05052E-08			5.1009E-08			0.01322008		
	Max	6.61801E-08			9.5386E-08			1.31065E-07			0.04712208		
	n1	3.44901E-08	4.64055E-08	3.66431E-08	5.68702E-08	5.42898E-08	4.90389E-08	8.08703E-08	6.23776E-08	1.04151E-07	0.05794206	0.02084507	0.03070109
Prop2	n2	5.05791E-08	5.54936E-08	4.93709E-08	7.35465E-08	7.11341E-08	6.98643E-08	1.21488E-07	9.90951E-08	1.06031E-07	0.08408206	0.09493607	0.05531604
	n3	7.49883E-08	6.30282E-08	7.55958E-08	9.36479E-08	7.52653E-08	7.75728E-08	1.40513E-07	1.28751E-07	1.22254E-07	0.10388	0.06466101	0.08357007
	Min	3.44901E-08			4.90389E-08			6.23776E-08			0.020845007		
	Max	7.55958E-08			9.36479E-08			1.40513E-07			0.10388		
	n1	6.22137E-08	5.62204E-08	3.2455E-08	6.42782E-08	5.90192E-08	6.30667E-08	6.54567E-08	6.63281E-08	8.7287E-08	0.12933008	0.08928806	0.08896707
Prop3	n2	6.50299E-08	4.54835E-08	7.35455E-08	7.1886E-08	6.75427E-08	6.84133E-08	1.19087E-07	1.14907E-07	1.45232E-07	0.12684002	0.10913	0.08965405
	n3	6.4086E-08	7.1621E-08	5.66465E-08	7.51772E-08	8.26255E-08	7.10953E-08	1.22293E-07	1.14656E-07	8.9784E-08	0.13993007	0.10942	0.11944006
	Min	3.2455E-08			5.90192E-08			6.54567E-08			0.088967007		
	Max	7.35455E-08			8.26255E-08			1.45232E-07			0.139930007		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

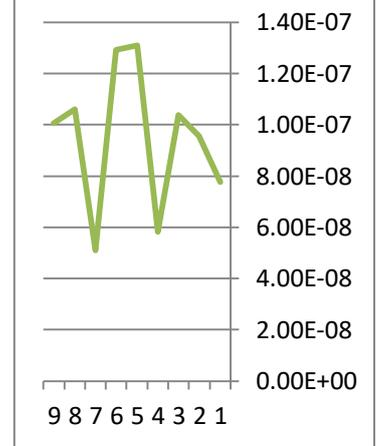
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



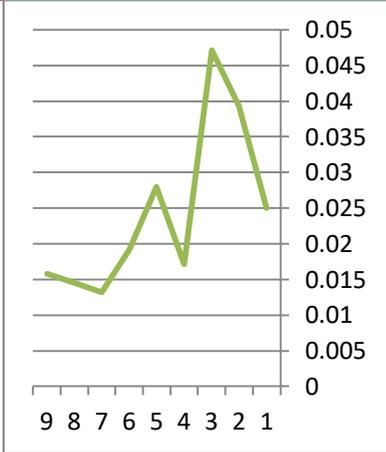
Prop₁ Gate₁



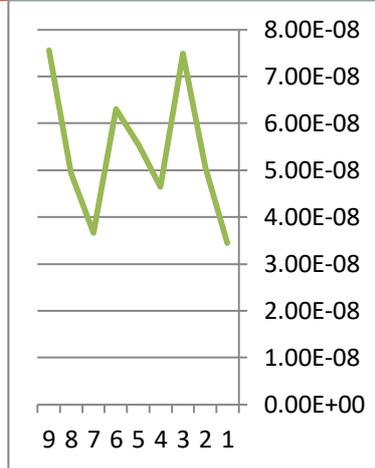
Prop₁ Gate₂



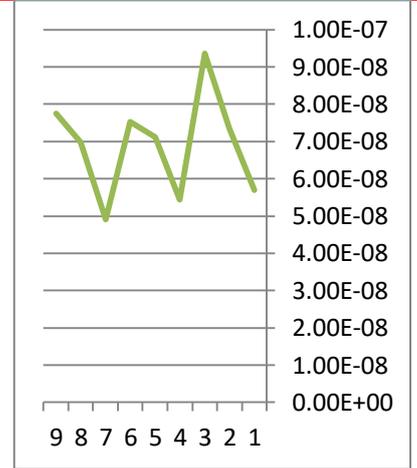
Prop₁ Gate₃



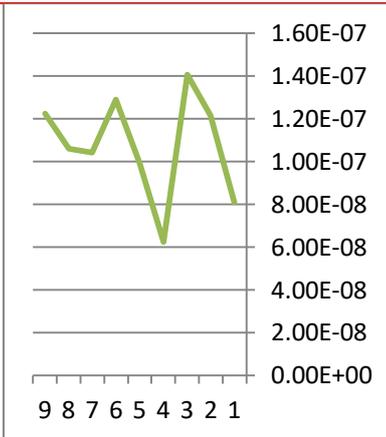
Prop₁ Gate₄



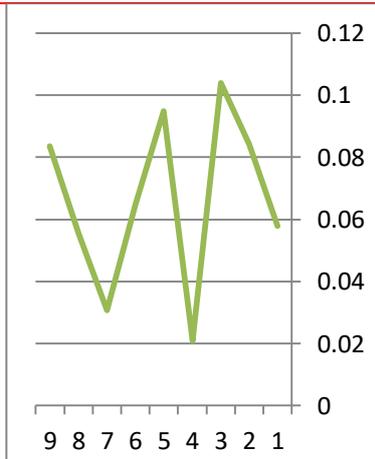
Prop₂ Gate₁



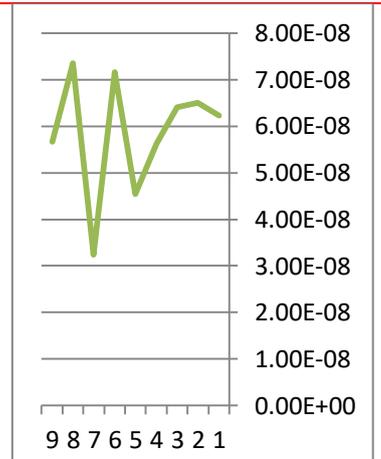
Prop₂ Gate₂



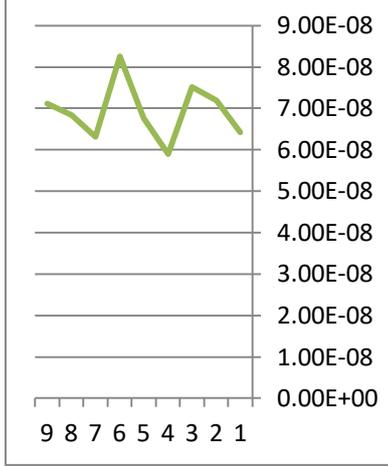
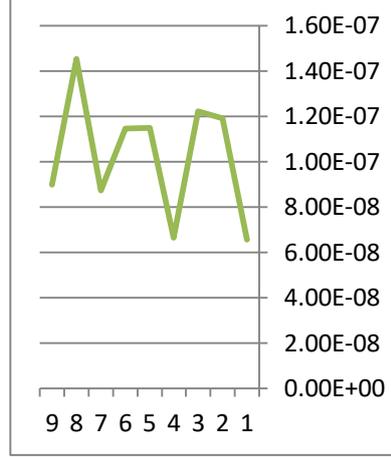
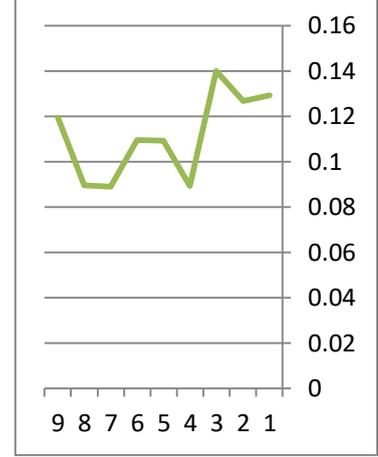
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (10) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثانية (طريقة توقع التوزيع البعدي) ولكل حالة من الاحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول العاشر والشكل العاشر والذي يمثل نتائج الطريقة الثانية عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 16 ونلاحظ ان الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ أن :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج ($Gate_1$) وضمن نسبة التلوث الاولي ($Prop_1$)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت ($4.2348E-08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت ($6.61801E-08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.05052E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.5386E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.10009 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.31065 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.013220008) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.047122008) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (3.44901 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (7.55958 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (4.90389 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.36479 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.23776 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.40513 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.020845007) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.10388) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (3.2455 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (7.35455 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.90192 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.26255 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.54567 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.45232 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.088967007) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.139930007) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

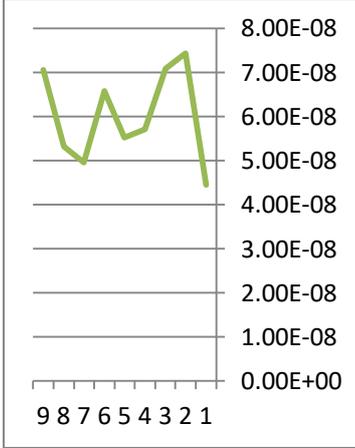
❖ Table (11) , P=16 , method (3)

جدول (11) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثالثة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

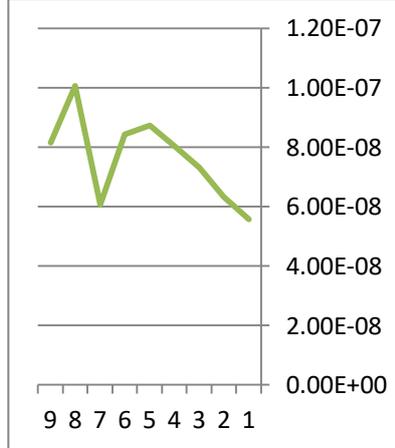
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3									
	n1	4.449 81E- 08	5.712 34E- 08	4.951 23E- 08	5.574 63E- 08	8.047 17E- 08	6.063 92E- 08	7.932 18E- 08	6.708 92E- 08	6.012 81E- 08	0.025 0140 1	0.017 1580 1	0.013 2200 09
Prop1	n2	7.429 44E- 08	5.521 07E- 08	5.317 58E- 08	6.323 08E- 08	8.737 75E- 08	1.007 09E- 07	9.693 34E- 08	1.353 91E- 07	1.159 63E- 07	0.039 33	0.027 9900 12	0.014 5000 15
	n3	7.085 11E- 08	6.582 62E- 08	7.052 14E- 08	7.320 57E- 08	8.430 73E- 08	8.154 29E- 08	1.131 E-07	1.319 34E- 07	1.025 54E- 07	0.047 1220 15	0.019 1850 16	0.015 8310 09
	Min	4.44981E-08			5.57463E-08			6.01281E-08			0.013220009		
	Max	7.42944E-08			1.00709E-07			1.35391E-07			0.047122015		
	n1	3.555 04E- 08	5.109 84E- 08	3.784 51E- 08	5.888 8E-08	6.199 12E- 08	5.232 32E- 08	8.651 75E- 08	6.542 04E- 08	1.083 21E- 07	0.057 9420 12	0.020 8450 15	0.030 7010 13
Prop2	n2	5.868 55E- 08	6.417 82E- 08	5.259 39E- 08	7.477 59E- 08	7.837 59E- 08	7.285 84E- 08	1.313 74E- 07	1.029 99E- 07	1.133 33E- 07	0.084 0820 1	0.094 9360 15	0.055 3160 13
	n3	7.506 79E- 08	6.594 35E- 08	7.987 98E- 08	9.981 16E- 08	8.141 18E- 08	7.790 5E-08	1.474 5E-07	1.374 59E- 07	1.267 1E-07	0.103 8800 03	0.064 6610 18	0.083 5700 07
	Min	3.55504E-08			5.23232E-08			6.54204E-08			0.020845015		
	Max	7.98798E-08			9.98116E-08			1.4745E-07			0.103880003		
	n1	7.108 89E- 08	6.569 98E- 08	3.582 E-08	6.912 31E- 08	6.653 04E- 08	6.764 5E-08	7.066 8E-08	6.758 6E-08	9.395 62E- 08	0.129 3300 15	0.089 2880 14	0.088 9670 13
Prop3	n2	6.956 4E-08	4.970 28E- 08	7.389 9E-08	8.143 39E- 08	7.001 65E- 08	7.553 2E-08	1.289 68E- 07	1.219 69E- 07	1.546 22E- 07	0.126 8400 05	0.109 1300 06	0.089 6540 13
	n3	7.072 58E- 08	8.122 91E- 08	6.479 71E- 08	8.136 32E- 08	8.972 53E- 08	8.009 35E- 08	1.315 98E- 07	1.146 73E- 07	8.995 59E- 08	0.139 9300 11	0.109 4200 1	0.119 4400 13
	Min	3.582E-08			6.65304E-08			6.7586E-08			0.088967013		
	Max	8.12291E-08			8.97253E-08			1.54622E-07			0.139930011		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

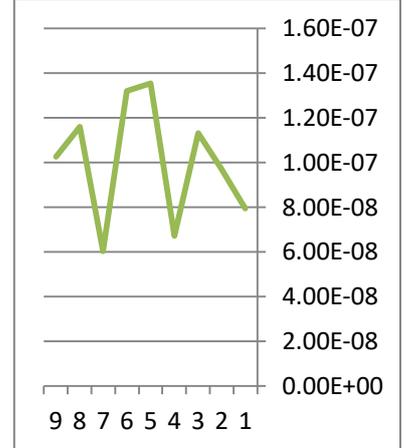
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



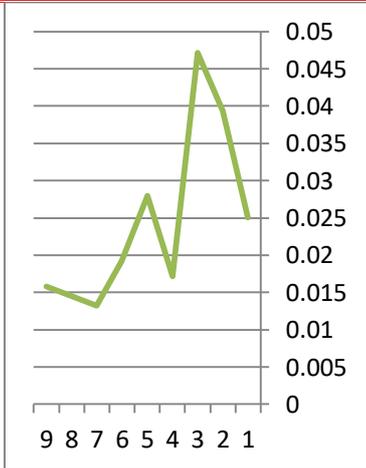
Prop₁ Gate₁



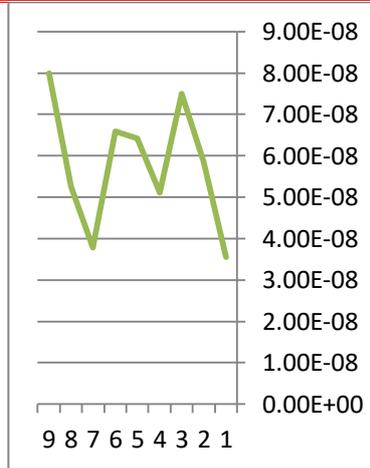
Prop₁ Gate₂



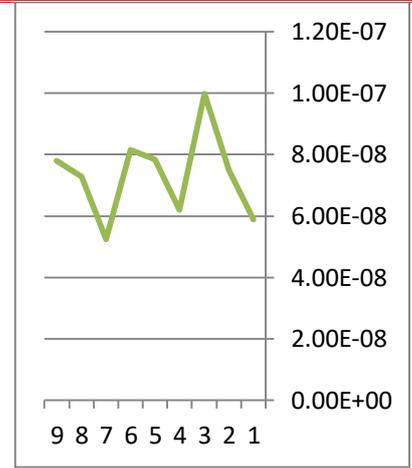
Prop₁ Gate₃



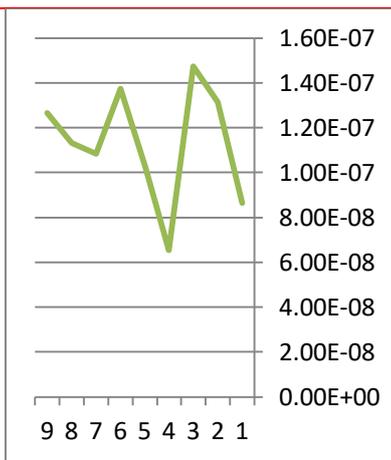
Prop₁ Gate₄



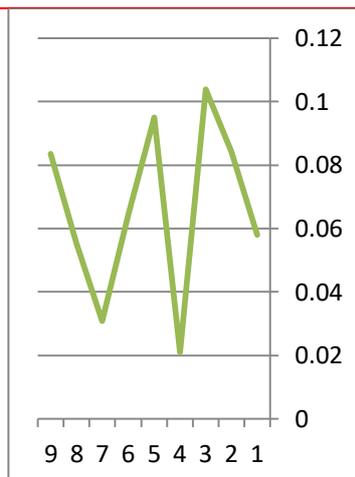
Prop₂ Gate₁



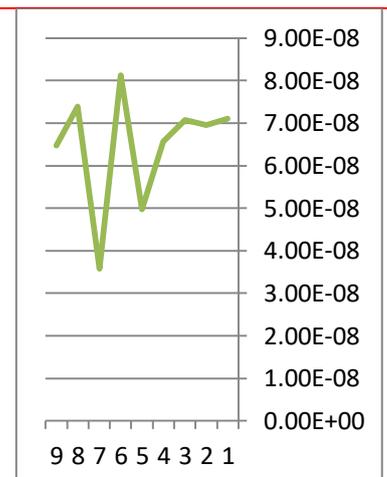
Prop₂ Gate₂



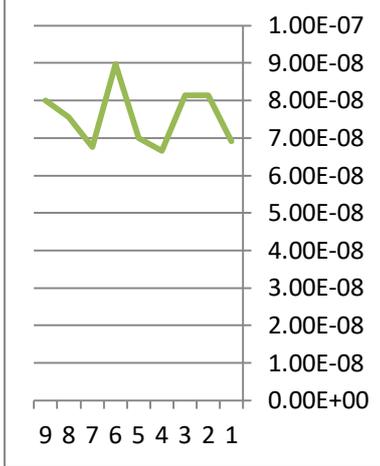
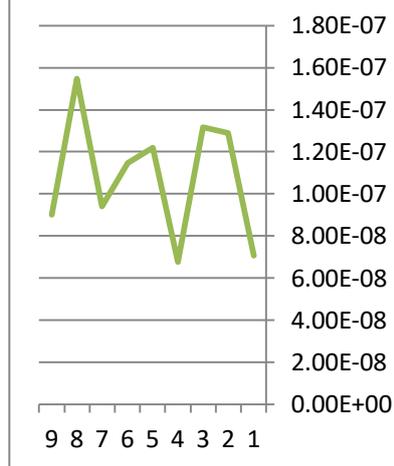
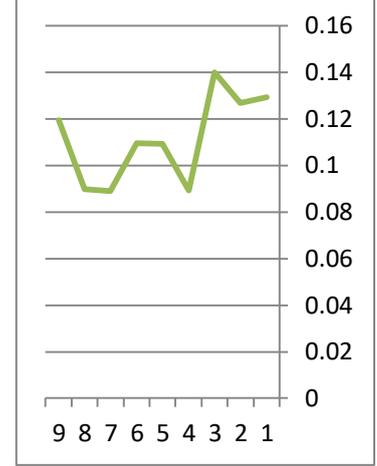
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (11) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الثالثة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي) ولكل حالة من الاحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول الحادي عشر والشكل الحادي عشر والذي يمثل نتائج الطريقة الثالثة عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 16 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ أن :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج (Gate₁) وضمن نسبة التلوث الاولي (Prop₁)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت (4.44981E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₁) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (7.42944 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₁) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى (Gate₂) وضمن نسبة تلوث (Prop₁)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.57463 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.00709 E- 07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.01281 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.35391E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.013220009) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.047122015) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (3.55504 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (7.98798 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (5.23232 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.98116 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.54204 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.4745 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.020845015) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.103880003) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (3.582 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.12291 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.65304 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.97253 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.7586 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.54622 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.088967013) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.139930011) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

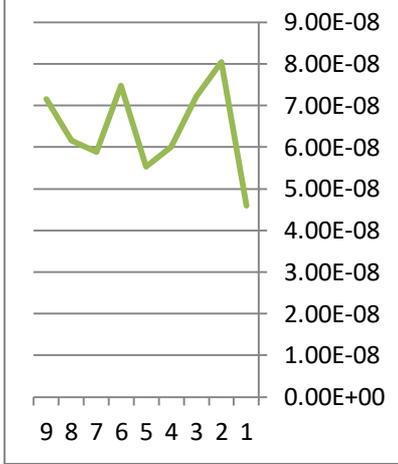
❖ Table (12) , P=16 , method (4)

جدول (12) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج عن تطبيق الطريقة الرابعة (طريقة الانتروبي العظمى العامة) وللحالات (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

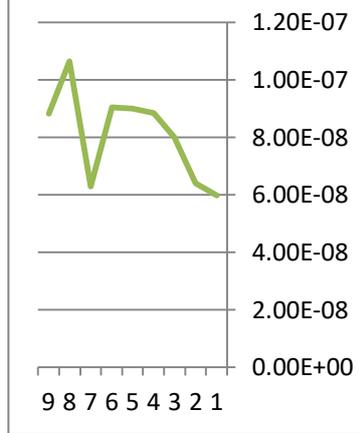
		Gate1			Gate2			Gate3			Gate4		
		Sig1	Sig2	Sig3									
	n1	4.599 26E- 08	6.012 67E- 08	5.876 5E-08	5.966 69E- 08	8.837 81E- 08	6.277 39E- 08	8.772 18E- 08	6.984 91E- 08	6.727 49E- 08	0.025 0140 14	0.017 1580 19	0.013 2200 1
Prop1	n2	8.045 78E- 08	5.533 67E- 08	6.165 02E- 08	6.400 56E- 08	9.002 37E- 08	1.062 8E-07	9.769 33E- 08	1.418 95E- 07	1.167 51E- 07	0.039 33	0.027 9900 2	0.014 5000 23
	n3	7.222 55E- 08	7.474 87E- 08	7.159 82E- 08	7.993 96E- 08	9.045 07E- 08	8.824 79E- 08	1.143 35E- 07	1.351 15E- 07	1.048 16E- 07	0.047 1220 19	0.019 1850 18	0.015 8310 1
	Min	4.59926E-08			5.96669E-08			6.72749E-08			0.01322001		
	Max	8.04578E-08			1.0628E-07			1.41895E-07			0.047122019		
	n1	3.728 5E-08	5.488 48E- 08	4.177 5E-08	6.500 27E- 08	7.141 97E- 08	5.569 35E- 08	9.145 34E- 08	6.753 71E- 08	1.127 06E- 07	0.057 9420 14	0.020 8450 18	0.030 7010 19
Prop2	n2	6.123 85E- 08	6.615 81E- 08	5.366 25E- 08	7.643 84E- 08	7.908 05E- 08	7.673 34E- 08	1.315 94E- 07	1.069 55E- 07	1.141 82E- 07	0.084 0820 19	0.094 9360 21	0.055 3160 23
	n3	8.328 68E- 08	7.570 91E- 08	8.936 77E- 08	1.010 94E- 07	8.997 58E- 08	8.083 73E- 08	1.559 72E- 07	1.447 52E- 07	1.275 71E- 07	0.103 8800 08	0.064 6610 28	0.083 5700 07
	Min	3.7285E-08			5.56935E-08			6.75371E-08			0.020845018		
	Max	8.93677E-08			1.01094E-07			1.55972E-07			0.103880008		
	n1	7.607 46E- 08	6.650 54E- 08	3.830 66E- 08	6.924 27E- 08	6.731 26E- 08	7.300 84E- 08	7.088 4E-08	7.094 87E- 08	9.666 72E- 08	0.129 3300 17	0.089 2880 15	0.088 9670 15
Prop3	n2	7.679 45E- 08	5.196 71E- 08	7.396 09E- 08	8.433 94E- 08	7.212 63E- 08	8.387 46E- 08	1.353 57E- 07	1.295 08E- 07	1.551 67E- 07	0.126 8400 14	0.109 1300 16	0.089 6540 2
	n3	7.491 49E- 08	8.906 79E- 08	6.976 15E- 08	8.382 15E- 08	9.383 71E- 08	8.138 32E- 08	1.388 04E- 07	1.197 69E- 07	9.141 51E- 08	0.139 9300 19	0.109 4200 17	0.119 4400 19
	Min	3.83066E-08			6.73126E-08			7.0884E-08			0.088967015		
	Max	8.90679E-08			9.38371E-08			1.55167E-07			0.139930019		

(n1=50,n2=100,n3=150)(prop1=0.10 , prop2=0.20, prop3=0.30)

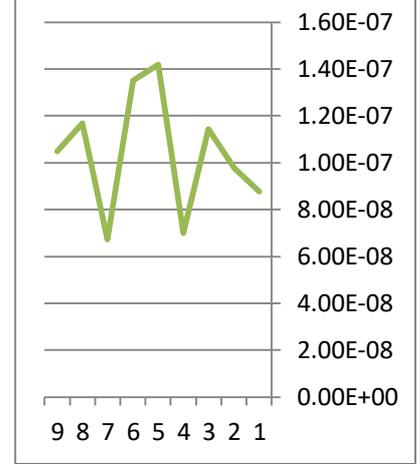
(gate1=0, gate2=0.25, gate3=0.50, gate4=1)(sig1=0.1, sig2=0.5, sig3=0.9)



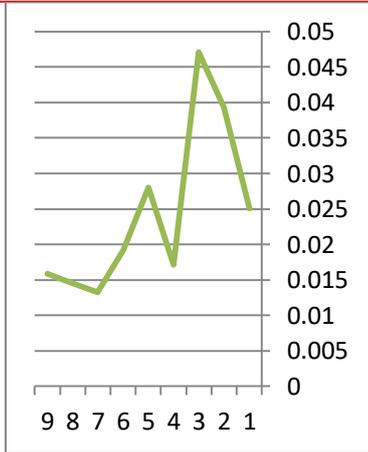
Prop₁ Gate₁



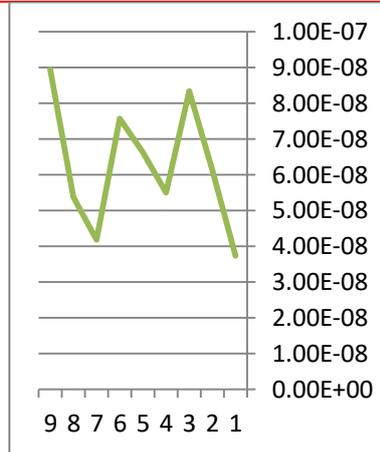
Prop₁ Gate₂



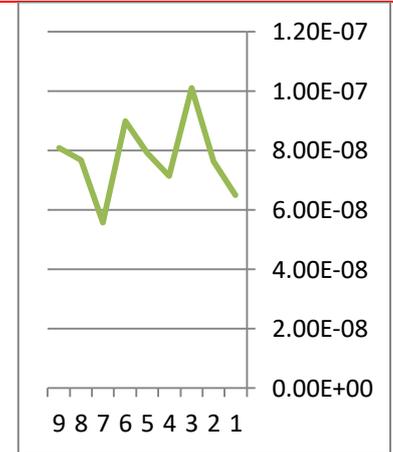
Prop₁ Gate₃



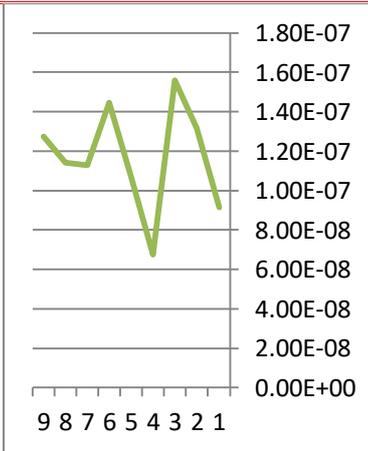
Prop₁ Gate₄



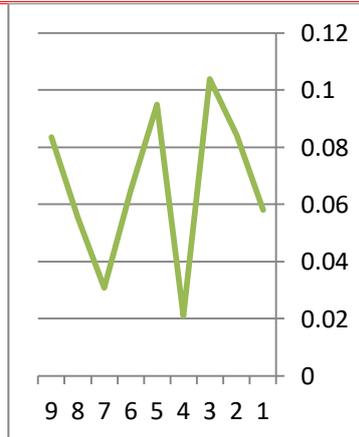
Prop₂ Gate₁



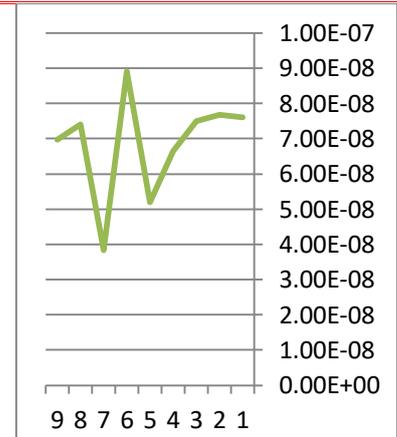
Prop₂ Gate₂



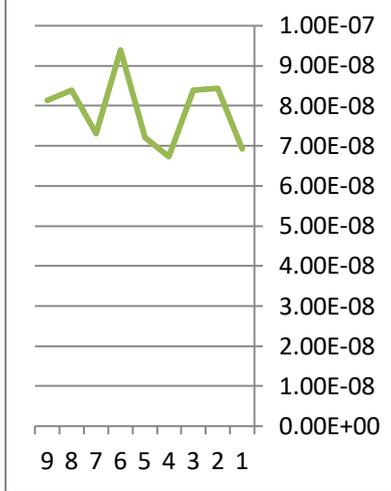
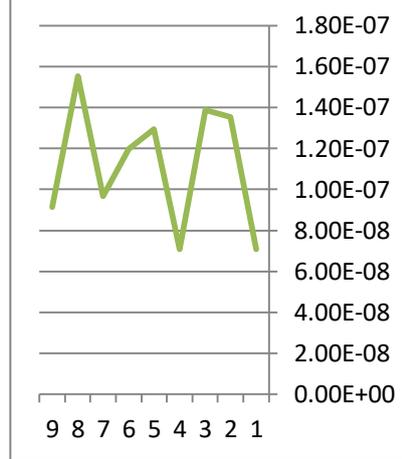
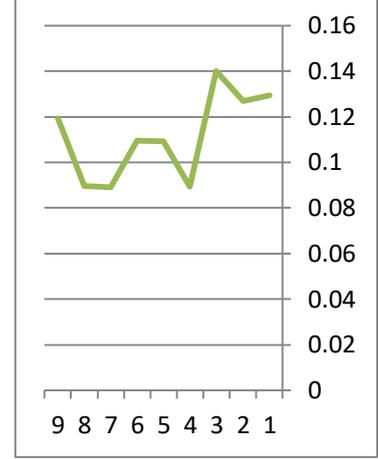
Prop₂ Gate₃



Prop₂ Gate₄



Prop₃ Gate₁

Prop₃ Gate₂Prop₃ Gate₃Prop₃ Gate₄

شكل (12) يمثل متوسط مربعات الخطأ الناتج من تطبيق الطريقة الرابعة (طريقة الانتروبي العظمى العامة) ولكل حالة من الاحالات الاتية (عدد المتغيرات التوضيحية المختلفة Gate ، مجموع عينات مختلفة n ، معلمة الانموذج الاولي مختلفة Sig ، ونسب تلوث مختلفة Prop)

من ملاحظة الجدول الثاني عشر والشكل الثاني عشر والذي يمثل نتائج الطريقة الرابعة عندما يكون عدد المتغيرات التوضيحية المفسرة يساوي 16 ونلاحظ أن الجدول تضمن عدداً من الجداول الفرعية وذلك بحسب الظروف الخاصة بكل إنموذج إذ أن :

القيم للجداول الفرعية

تتضمن ثلاثة احجام عينات مختلفة (n_1, n_2, n_3) مقابل ثلاث قيم مفترضة لمعلمة التوزيع السابق ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) وعند ثبات عدد المتغيرات الوصفية المفسرة ضمن الانموذج (Gate₁) وضمن نسبة التلوث الاولي (Prop₁)

نلاحظ أن اقل قيمة متوسط مربعات خطأ بلغت (4.59926 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₁) وبهذا يكون هذا الانموذج هو الافضل ضمن هذه التوليفة .

اما اكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ فقد بلغت (8.04578 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig₁) .

وعند تغير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى (Gate₂) وضمن نسبة تلوث (Prop₁)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($5.96669 \text{ E-} 08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.0628 \text{ E-} 07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($6.72749 \text{ E-} 08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.41895 \text{ E-} 07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_1$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.01322001) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.047122019) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($3.7285 \text{ E-} 08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($8.93677 \text{ E-} 08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($5.56935 \text{ E-} 08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.01094 \text{ E-} 07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت ($6.75371 \text{ E-} 08$) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ ($1.55972 \text{ E-} 07$) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_2$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.020845018) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.103880008) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_1$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (3.83066 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (8.90679 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_2$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (6.73126 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (9.38371 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_2) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_3$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (7.0884 E-08) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (1.55167 E-07) وهي تعود الى حجم العينة (n_2) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) .

وعند تغيير نسبة المتغيرات الوصفية التوضيحية الى ($Gate_4$) وضمن نسبة تلوث ($Prop_3$)

نلاحظ أن أقل قيمة متوسط مربعات خطأ قد بلغت (0.088967015) وهي تعود الى حجم العينة (n_1) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_3) اما اكبر قيمة متوسط مربعات خطأ (0.139930019) وهي تعود الى حجم العينة (n_3) مقابل معلمة التوزيع السابق (Sig_1) .

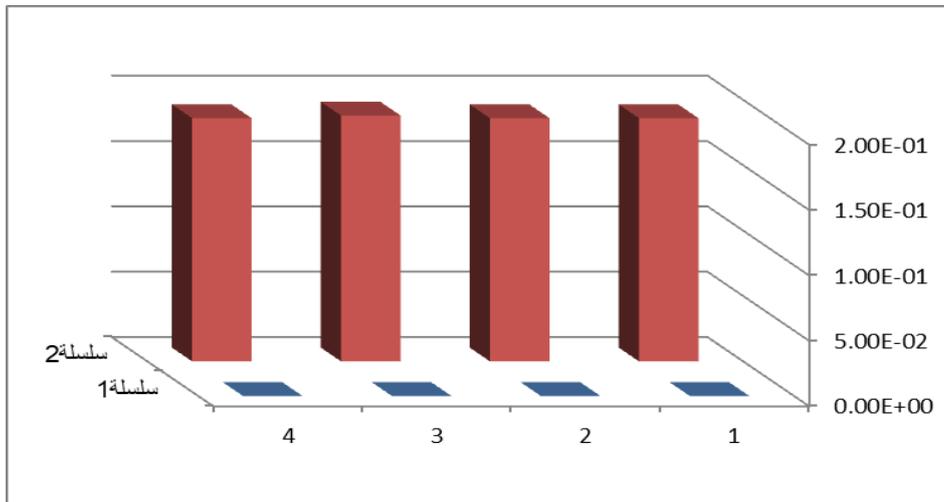
4.3 تحليل النتائج

Results Analysis

بعد مناقشة الجداول والاشكال البيانية الخاصة بمتوسط مربعات الخطأ العائد لكل نموذج ولكل حالة من الحالات المدروسة ثم ايجاد القيمة الاعظم والتي تمثل (النموذج الاسوأ) والقيمة الاقل والتي تمثل (النموذج الافضل) وكالاتي :

جدول (13) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل طريقة بغض النظر عن العوامل الاخرى

الطريقة	Min	Max
BRCPI	2.59 E-08	1.86 E-01
EAP	3.25 E-08	1.86 E-01
MAP	3.56 E-08	1.88 E-01
GME	3.73 E-08	1.86 E-01



شكل (13) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل طريقة بغض النظر عن العوامل الاخرى

من ملاحظة نتائج الجدول السابق يتبين لنا

ان أقل قيمة لكل طريقة كانت عائدة الى طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية .

ان أعلى قيمة لكل طريقة كانت عائدة الى طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي .

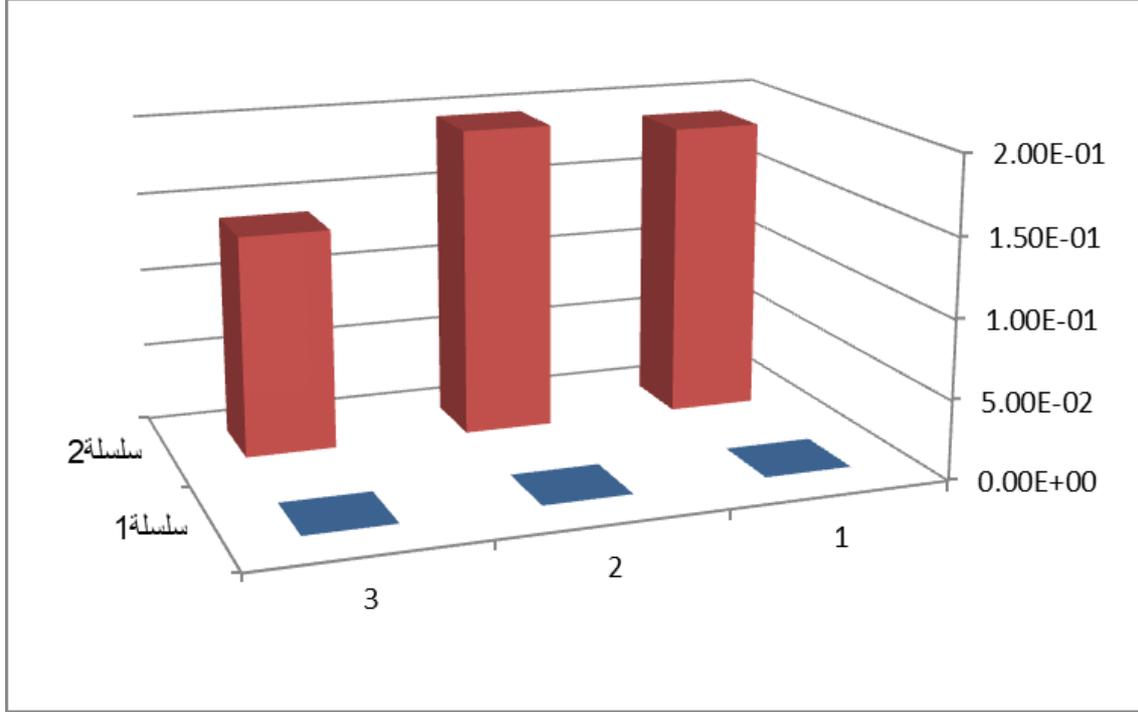
مما يدل على ان افضل طريقة على العموم هي طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية .

مما يدل على ان اسوأ طريقة على العموم هي طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي .

وعلى العموم نلاحظ أن جميع الطرق المأخوذة كانت جيدة وذلك لأنها أعطت قيم دنيا وعليا مقبولة الى حد ما .

جدول (14) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل عدد من المتغيرات التوضيحية و بغض النظر عن العوامل الاخرى :

	Min	Max
$p = 8$	5.79 E-08	1.88 E-01
$p = 12$	4.60 E-08	1.96 E-01
$p = 16$	2.58 E-08	1.40 E-01



شكل (14) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل عدد من المتغيرات التوضيحية و بغض النظر عن العوامل الاخرى

من ملاحظة نتائج الجدول السابق يتبين لنا

ان أقل قيمة لكل عدد من المتغيرات التوضيحية كانت عائدة الى $P = 16$.

ان أعلى قيمة لكل عدد من المتغيرات التوضيحية كانت عائدة الى $P = 12$.

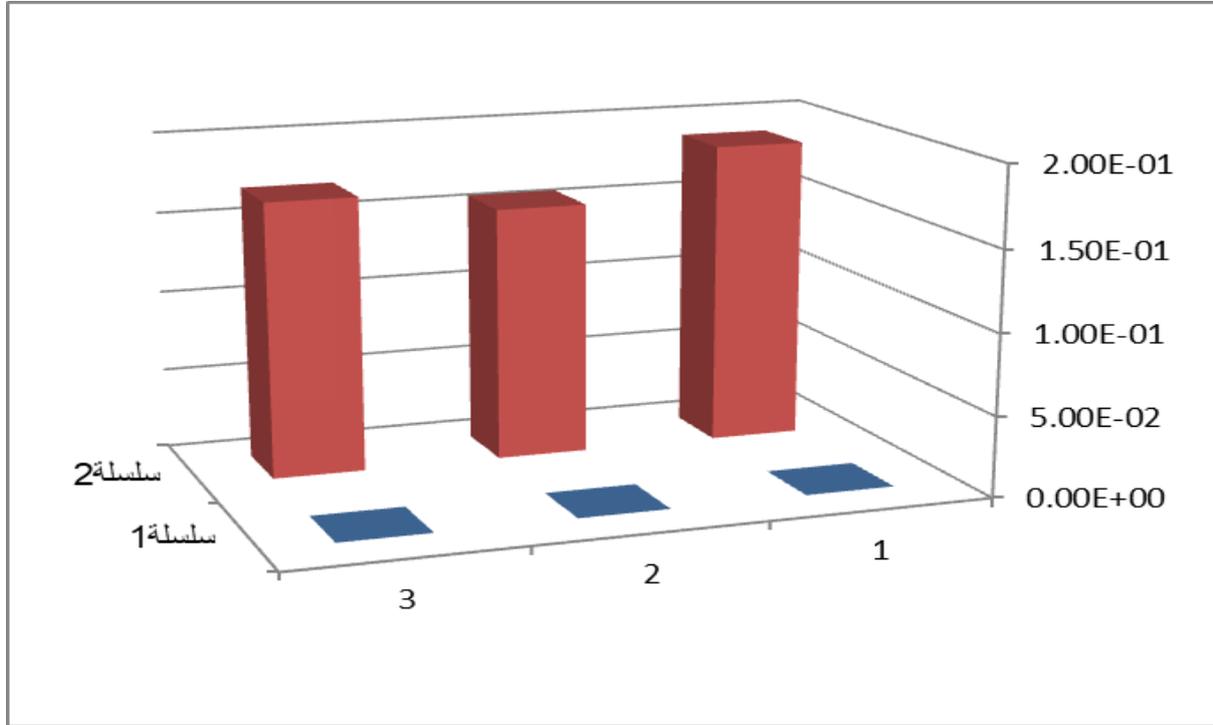
مما يدل على ان افضل عدد من المتغيرات التوضيحية على العموم هي $P = 16$.

مما يدل على ان اسوأ عدد من المتغيرات التوضيحية على العموم هي $P = 12$.

وعلى العموم نلاحظ أن جميع الطرق المأخوذة كانت جيدة وذلك لأنها أعطت قيم دنيا وعليا مقبولة الى حد ما .

جدول (15) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل حجم عينة بغض النظر عن العوامل الاخرى :

	Min	Max
n_1	4.11 E-08	1.88 E-01
n_2	2.58 E-08	1.57 E-01
n_3	5.22 E-08	1.70 E-01



جدول (15) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل حجم عينة بغض النظر عن العوامل الاخرى

من ملاحظة نتائج الجدول السابق يتبين لنا

ان أقل قيمة لكل حجم عينة كانت عائدة الى n_2 .

ان أعلى قيمة لكل حجم عينة كانت عائدة الى n_1 .

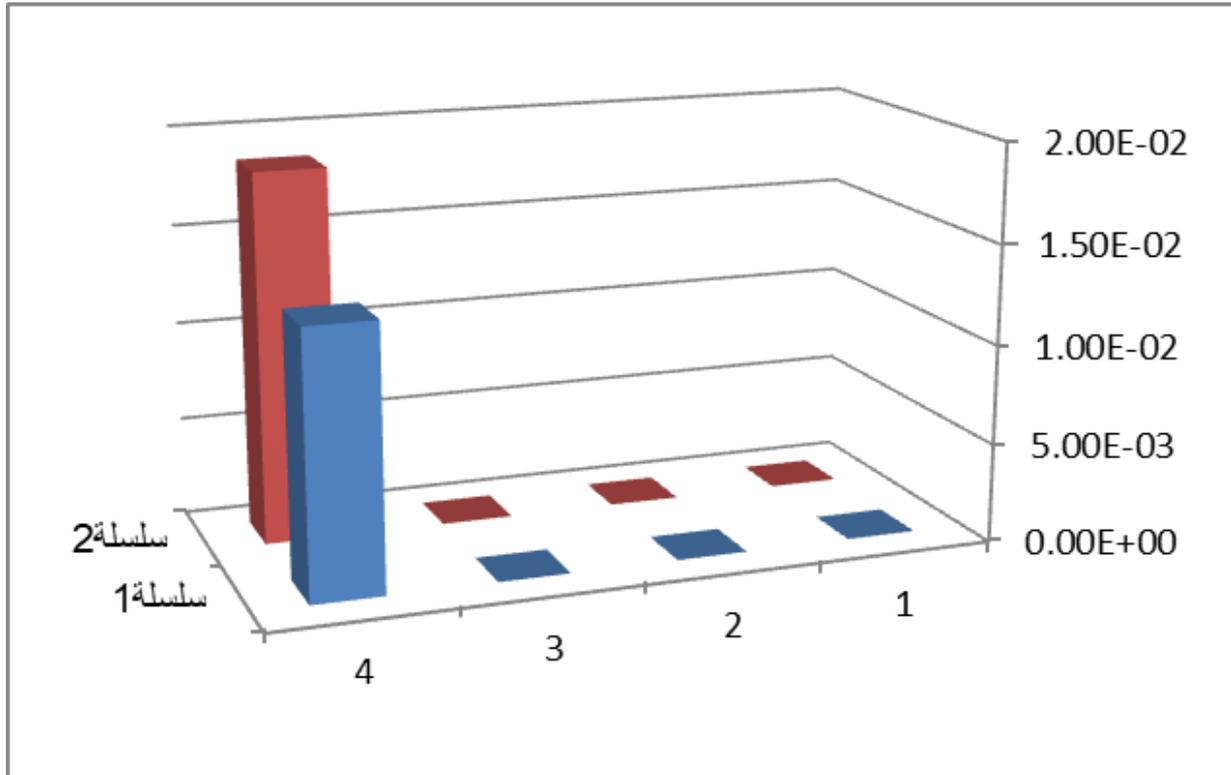
مما يدل على ان افضل حجم عينة على العموم هي n_2 .

مما يدل على ان اسوأ حجم عينة على العموم هي n_1 .

وعلى العموم نلاحظ أن جميع الطرق المأخوذة كانت جيدة وذلك لأنها أعطت قيم دنيا وعليا مقبولة الى حد ما .

جدول (16) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة بغض النظر عن العوامل الاخرى :

	Min	Max
$Gate_1$	2.58 E-08	1.57 E-07
$Gate_2$	4.17 E-08	2.15 E-07
$Gate_3$	4.67 E-08	3.17 E-07
$Gate_4$	1.32 E-02	1.86 E-02



شكل (16) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة بغض النظر عن العوامل الاخرى

من ملاحظة نتائج الجدول السابق يتبين لنا

ان أقل قيمة لكل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة كانت عائدة الى $Gate_1$.

ان أعلى قيمة لكل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة كانت عائدة الى $Gate_4$.

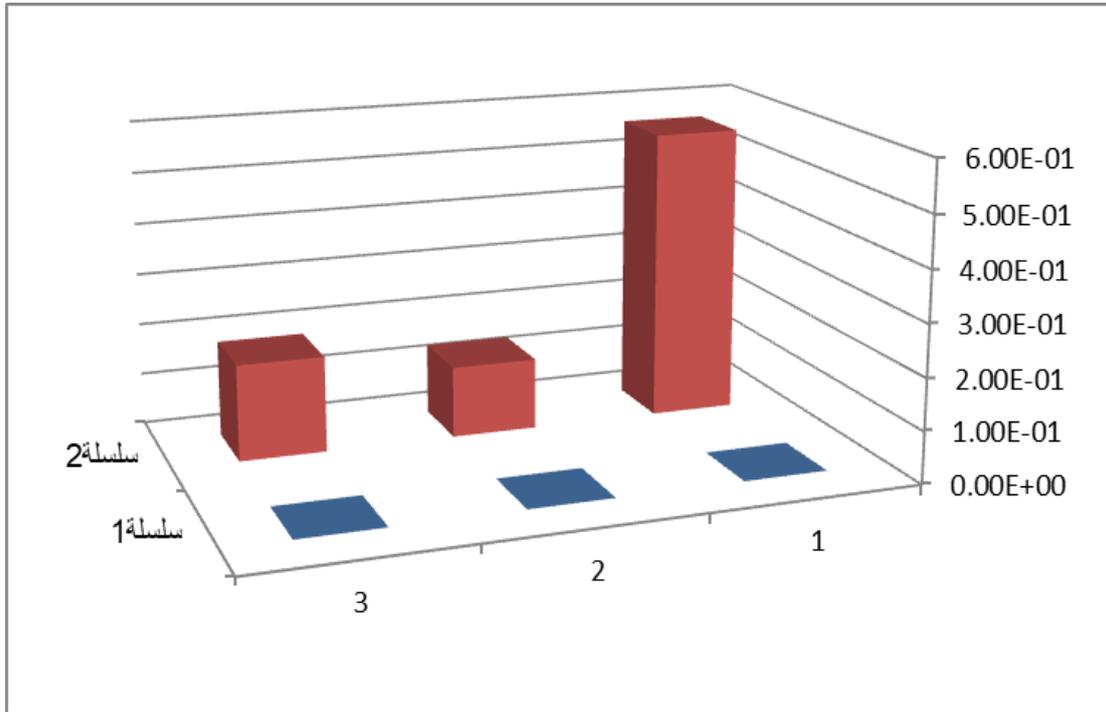
مما يدل على ان افضل نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة على العموم هي $Gate_1$.

مما يدل على ان اسوأ نسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن العدد الكلي للمتغيرات المفسرة على العموم هي $Gate_4$.

وعلى العموم نلاحظ أن جميع الطرق المأخوذة كانت جيدة وذلك لأنها أعطت قيم دنيا وعليا مقبولة الى حد ما .

جدول (17) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل نسبة التلوث في البيانات بغض النظر عن العوامل الاخرى :

	Min	Max
$Prop_1$	4.11 E-08	5.62 E-01
$Prop_2$	2.83 E-08	1.38 E-01
$Prop_3$	2.58 E-08	1.86 E-01



شكل (17) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل نسبة التلوث في البيانات بغض النظر عن العوامل الاخرى

من ملاحظة نتائج الجدول السابق يتبين لنا

ان أقل قيمة لكل نسبة التلوث في البيانات كانت عائدة الى $Prop_3$.

ان أعلى قيمة لكل نسبة التلوث في البيانات كانت عائدة الى $Prop_1$.

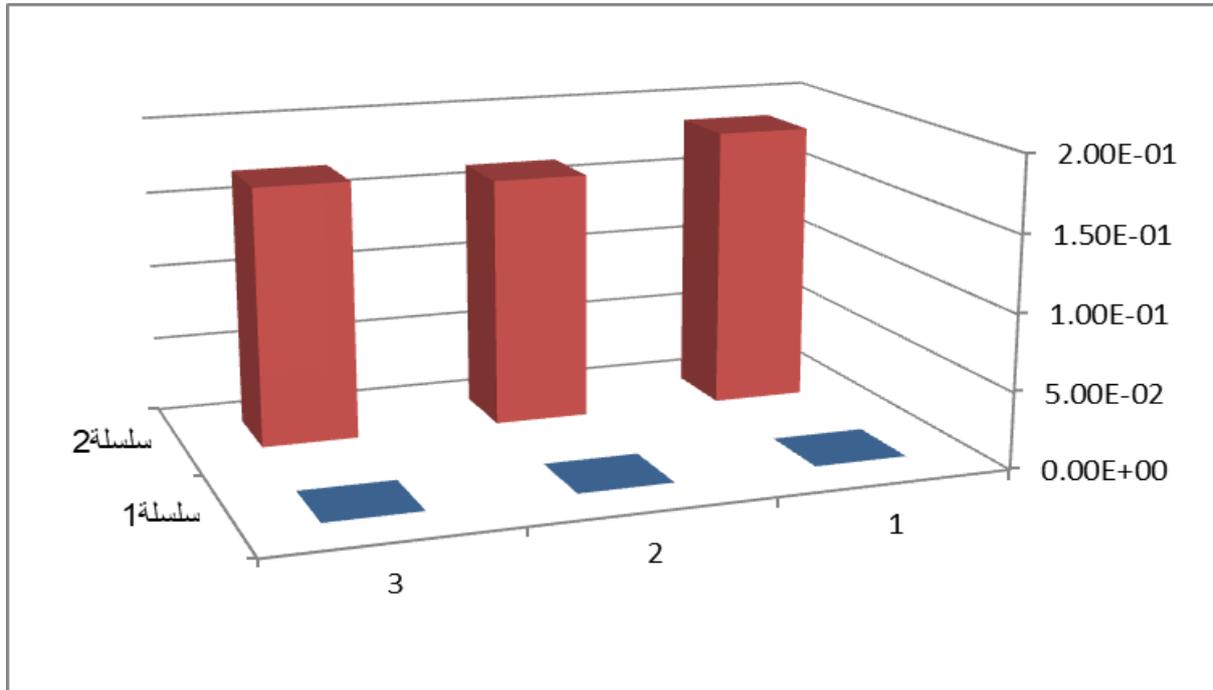
مما يدل على ان افضل نسبة التلوث في البيانات على العموم هي $Prop_3$.

مما يدل على ان اسوأ نسبة التلوث في البيانات على العموم هي $Prop_1$.

وعلى العموم نلاحظ أن جميع الطرق المأخوذة كانت جيدة وذلك لأنها أعطت قيم دنيا وعليا مقبولة الى حد ما .

جدول (18) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية بغض النظر عن العوامل الاخرى :

	Min	Max
Sig_1	3.22 E-08	1.86 E-01
Sig_2	4.13 E-08	1.64 E-01
Sig_3	2.58 E-08	1.70 E-01



شكل (18) يمثل القيم الاقل والاعظم لكل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية بغض النظر عن العوامل الاخرى

من ملاحظة نتائج الجدول السابق يتبين لنا

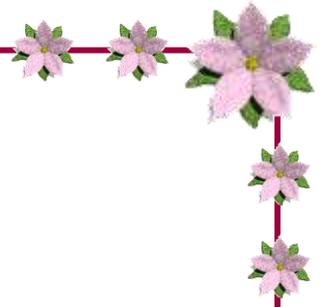
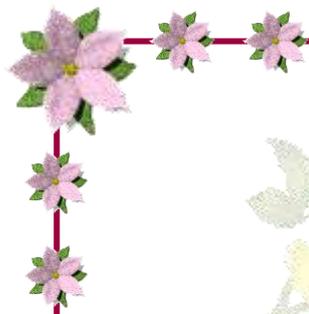
ان أقل قيمة لكل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية كانت عائدة الى Sig_3 .

ان أعلى قيمة لكل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية كانت عائدة الى Sig_1 .

مما يدل على ان افضل معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية على العموم هي Sig_3 .

مما يدل على ان اسوأ معلمة التوزيع الاولي للطريقة البيزية على العموم هي Sig_1 .

وعلى العموم نلاحظ أن جميع الطرق المأخوذة كانت جيدة وذلك لأنها أعطت قيم دنيا وعليا مقبولة الى حد ما .



الفصل الرابع

الاستنتاجات والتوصيات



الاستنتاجات

بعد تطبيق الطرائق الاربعة ولمختلف حالات النماذج المفترضة ظهر لدينا عدد من الاستنتاجات أهمها :

1. ان طريقة (طريقة الانحدارات البيزية مع المعلومات الاولية الوصفية) كانت هي الافضل لأنها اعطت اقل متوسط مربعات خطأ في حين كانت طريقة (طريقة القيمة العظمى للتوزيع البعدي) هي الاسوأ لأنها اعطت اكبر متوسط مربعات خطأ .

2. تأثر نتائج التقدير من النماذج بحجم العينة وذلك لان (n2) اعطت افضل نتائج بينما حجم العينة (n1) اعطت اسوأ نتائج .

3. تأثر نماذج التقدير بـ (قيمة معلمة التوزيع الاولي) إذ ان ($Sig_3 = 0.1$) اعطت افضل نتائج مقابل ($Sig_1 = 0.5$) اعطت اسوأ نتائج

4. هنالك تأثير لنسب التلوث في نتائج التقدير إذ ان نسبة التلوث (prop3) كانت هي الافضل لأنها اعطت متوسط مربعات خطأ هو الاقرب للصفر في حين ان (prop2) كانت الاسوأ لأنها اعطت اكبر متوسط .

5. تأثر نتائج بنسبة عدد المتغيرات التوضيحية الوصفية ضمن الأنموذج إذ ان افضل النتائج كانت مرافقة الى (Gate1) واسوأ النتائج الى (Gate4) .

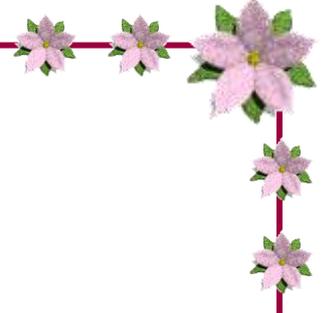
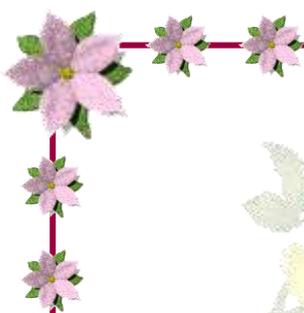
6. هنالك تذبذب حاصل في قيم متوسط مربعات الخطأ العائد لكل طريقة ولكن على العموم اغلب النتائج كانت مقبولة لأنها اعطت قيم متوسط مربعات خطأ اقرب الى الصفر .

7. قدرة الطرائق المدروسة على التعامل مع النماذج الرتبية وتقديم مقدرات جيدة على العموم لهذا النوع من النماذج .

التوصيات

هنالك عدد من التوصيات التي يمكن الاخذ بها في المستقبل منها :

1. اعتماد طرائق لآسو Lasso والطرائق اللامعلمية لمقارنة النتائج مع الطرائق البيزية .
2. اعتماد التوزيعات الاحصائية المحددة لكي يتم تطوير الطرائق البيزية باتجاه الاعتماد على معلومات اولية عن هذه التوزيعات .
3. اعتماد طرائق الامكان الاعظم لتقدير معلمات الانحدار والمقارنة مع الطرائق البيزية .
4. توظيف القيم الشاذة مع طرائق الاكتشاف الخاصة بها في مجال النماذج البيزية المعتمدة وبيان تأثير هذه النماذج بكم ونوع هذه القيم الشاذة .
5. اعتماد الطرائق التكرارية وذلك بأخذ المعلمات لتكون قيم اولية والحصول على اخطاء يتم توظيفها في المراحل اللاحقة للحصول على مقدرات افضل .
6. توظيف الطرائق المدروسة في المجالات التي يكون فيها المتغير (Y) (متغير الاستجابة) من النوع اللوجستي ولاسيما في المجال الطبي من ناحية تحديد الاصابة بالأمراض .
7. مقارنة حالات تغير توزيع البيانات (ليكون غير طبيعي) مع التوزيع الطبيعي لملاحظة مدى تأثير طرائق التقدير بتوزيع البيانات وتغيره .



الملحق



❖ معيار آكاكي للمعلومات : Akaike information criterion (AIC)

اقترح هذا المعيار عام (1973-1971) من لدن العالم الياباني Akaike وهو يعتمد بشكل عام على مقياس (K-L) (Kulback – Leibler) الذي يقيس المعلومات المفقودة بين التوزيع الحقيقي غير المعروف للمتغيرات العشوائية والتوزيع المفترض معيار المعلومات (IC) والذي يحسب من الصيغة الآتية:

$$IC = -\frac{1}{2} 2LL(\hat{\beta}) - b(g) \quad \dots(81-2)$$

إذ إن

$LL(\hat{\beta})$: لوغاريتم الإمكان الأعظم

$b(g)$: مقدار التحيز

وإثبات Akaike إن مقدار التحيز $b(g)$ يساوي k/n إذ إن n تمثل حجم العينة و k يمثل عدد المعلمات المقدرة مع الحد الثابت , تحت افتراض ان التوزيع المفترض يمثل التوزيع الحقيقي وبهذا أصبح المعيار كما يأتي :

$$AIC = -\frac{1}{n} LL(\hat{\beta}) - \frac{k}{n} \quad \dots\dots(82-2)$$

ولوحظ أن هذا المقدار متحيز وللتخلص من هذا التحيز تم ضرب المقدار ب $(-2n)$ فيصبح المعيار كما يأتي

$$AIC = \dots\dots(83 - 2) \\ -2LL(\hat{\beta}) + 2K$$

إذ أن

AIC : معيار المعلومات الاكاكي

$LL(\hat{\beta})$: لوغاريتم الإمكان الأعظم للأنموذج الذي يحتوي على $(K-1)$ من المتغيرات المستقلة

K : عدد المعلمات المقدرة مع الحد الثابت

ويتم اختيار الأنموذج الذي يقلل من قيمة هذا المعيار .

❖ معيار المعلومات البيزي : Bayesian Information Criterion (BIC)

اقترح هذا المعيار من لدن العالم (Schwarz) عام 1978 إذ تناول كيفية اختيار أنموذج واحد من بين عدة نماذج غير متساوية وذلك عن طريق إيجاد الحل البيزي له (Bayes Solution) وتم توسعة الحل البيزي باستخدام نظرية بيز وحسب الصيغة الآتية:

$$BIC = -2LL(\beta') + K \log(n) \quad \dots(84-2)$$

إذ أن :

$LL(\beta')$: لوغاريتم الإمكان الأعظم في الأنموذج الذي يحتوي على $(k-1)$ من المتغيرات التوضيحية .
 K : عدد المعلمات المقدر في الأنموذج مع الحد الثابت
 إذ يتم اختيار الأنموذج الذي تكون فيه قيمة هذا المعيار اقل من باقي النماذج.

❖ معيار حنان كوين : Hannan – Quinn Criterion (H-Q)

اقترح الباحثان Quinn & Hann عام 1979م معياراً جديداً لغرض المفاضلة بين نماذج الانحدار المختلفة يرمز له اختصاراً (H-Q) وتكون صيغته كما يأتي :

$$H - Q = \ln \sigma_u^2 + 2MC \ln(\ln n)/n \quad \dots\dots(85-2)$$

اذ ان : $C > 2$ وهي تمثل مجموع مربعات البواقي للأنموذج.
 M : وتمثل عدد معلمات الأنموذج بما فيها الحد الثابت.

❖ معيار معامل التحديد : Coefficient of Determination

يستعمل معيار معامل التحديد في تحديد إمكانية قدرة الأنموذج الخطي في تفسير التغيرات التي تحصل في متغير الاستجابة y .

ويستعمل معامل التحديد في نماذج الانحدار الخطية عن طريق تحليل مجموع مربعات الانحرافات الكلية
 إذ أن :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\theta}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_i - \bar{y})^2 + 2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\theta}_i)(\hat{\theta}_i - \bar{y}) \dots \dots (86-2)$$

إذ أن :

$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$: تشير الى مجموع مربعات الانحرافات الكلية SST.

$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\theta}_i)^2$: تشير الى مجموع مربعات الأخطاء (البواقي) SSE.

$\sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_i - \bar{y})^2$: تشير الى مجموع مربعات الانحرافات المفسرة SSR.

في حال تقدير معلمات الأنموذج الخطي بطريقة المربعات الصغرى فان معامل التحديد يمكن حسابه كما يأتي :

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \dots \dots (87-2)$$

أو من الصيغة الآتية:

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \dots \dots (88-2)$$

إذ أن : SST=SSR+SSE

وعندما يحتوي الأنموذج المقدر على الحد الثابت فأن:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\theta}_i)(\hat{\theta}_i - \bar{y}) = 0 \dots \dots (89-2)$$

إذ أن معامل التحديد يمتلك المميزات الآتية:

1. قيمته تتراوح بين الصفر والواحد $0 \leq R^2 \leq 1$
2. قيمته المحسوبة بواسطة الانحراف المفسر في الصيغة (88-2) هي مساوية الى قيمته المحسوبة بواسطة الانحراف غير المفسر في الصيغة (89-2) .
3. قيمة معامل التحديد لا تتناقص مهما أضيف متغيرات تفسيرية إضافية الى الأنموذج .
4. هنالك توافق بين قيمة معامل التحديد ومعنوية الأنموذج المقدر فكلما كانت قيمة معامل التحديد كبيرة دل ذلك على معنوية الأنموذج والعكس صحيح.

❖ البرنامج (الجانب التجريبي)

```

Clc
clear all;close all
n=50;
sigma=[0.5];
p=7;
Bmodel=[2.50;1.74;-0.15;0.92;0.32;-0.69;0.31;1.31];
B=Bmodel;
for j=1:1000
%-----xi's-----
x1=round(2675 + (38353-2675)*rand(n,1));
x2=round(133 + (652-133)*rand(n,1));
x3=round(91418 + (1312158-91418)*rand(n,1));
x4=round(1393048 + (78854134-1393048)*rand(n,1));
x5=round(45 + (634-45)*rand(n,1));
x6=round(2728000 + (5791000-2728000)*rand(n,1));
x7=round(19 + (45-19)*rand(n,1));
x11=(x1-mean(x1))./std(x1);x22=(x2-
mean(x2))./std(x2);
x33=(x3-mean(x3))./std(x3);x44=(x4-
mean(x4))./std(x4);
x55=(x5-mean(x5))./std(x5);x66=(x6-
mean(x6))./std(x6);
x77=(x7-mean(x7))./std(x7);
X=[ones(n,1) x11 x22 x33 x44 x55 x66 x77];
ei=normrnd(0,sigma,n,1);
y=X*B+ei;
y=(y-mean(y))./std(y);
end
%----- ols method-----
Bols=inv(X'*X)*X'*y;
yhat=X*Bols;
mseols=mse(y-yhat);
Rols=(Bols'*X'*y)/(y'*y);
%mseols=sum(y-yhat).^2/(n-p);

```

```

%-----Bayes estimator noninformative -----
-----
p = 7;
PriorMdl = diffuseblm(p);
PosteriorMdl = estimate(PriorMdl,X,y);
BBayes=PosteriorMdl.Mu ;
yhbayes=X*BBayes;
mseBayes=mse(y-yhbayes);
RBayes=(BBayes'*X'*y)/(y'*y);
%mseBayes=(sum(y-yhbayes).^2)/(n-p);
%-----Bayes estimator informative -----
-----
PriorMdl22 =
bayeslm(7, 'ModelType', 'conjugate', 'Mu', [1.45; 0.52;
0.41; 0.21; 0.12;1.5;0.14;0.68], 'V', 8*eye(8), ...
    'VarNames', ["x1" "x2" "x3" "x4" "x5" "x6" "x7"]);
%PriorMdl22 = conjugateblm(7)
PosteriorMd22 = estimate(PriorMdl22,X,y)
BBay=PosteriorMd22.Mu ;
yhbay=X*BBay;
mseBay=mse(y-yhbay);
%mseBay=(sum(y-yhbay).^2)/(n-p);
%-----GP method -----
c=[2.50;0.74;1.15;0.92;0.32;0.69;0.31;1.01];
x=X;
y=x*c+ei;
zi=y-x*c;
K0 =15;
    lb = ones(size(K0));           % Set lower bounds on
the controller
    ub = ones(size(K0));           % Set upper bounds on
the controller
    goal =y;
    weight = abs(y);
    options =
optimoptions('fgoalattain', 'EqualityGoalCount', 8);
    [chat,bhat] = fgoalattain@(zi)
myfun(x,y,c),K0,goal,weight,[],[],[],[],lb,ub,[],opti
ons);
    bhatGP=bhat(1:8);

```

```

yhatGp=x*bhatGP;
mseGp=mse(y-yhatGp)/n;
RGP=(bhatGP'*X'*y)/(y'*y);
%mseGp=(sum(y-yhatGp).^2)/(n-p);
%-----percentile method-----

per=fminsearch(@(x) ahmed1(x,y,B),[0.5 1 1.5 0.6 0.8
0.55 0.05 0.23],optimset('tolx',1e-20));
Bhatper=per';
yhatper=x*Bhatper;
mseper=mse(y-yhatper)/n;
%mseper=(sum(y-yhatper).^2)/(n-p);
Rper=(Bhatper'*X'*y)/(y'*y);
%-----
-----
mseols=[Bols;mseols]
mseBayes=[BBayes;mseBayes]
mseBay=[BBay;mseBay]
mseGp=[bhatGP;mseGp]
mseper=[Bhatper;mseper]

```

قائمة المصادر

القرآن الكريم

اولا: المصادر العربية

- 1) ابراهيم, جمال محمد شاكر محمد (2016) مقترح لتطوير النماذج الاحصائية للاستخدام في التحليل الاستنتاجي للبيانات النوعية, رسالة مقدمة الى جامعة المنصورة للحصول على درجة "الدكتوراه الفلسفة في الاحصاء التطبيقي".
- 2) الحسنواي, اموري هادي & الصفواي, صفاء يونس (2001) ، (توظيف البيانات العرضية في معالجة مشكلة التعدد الخطي) المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، العدد الاول، المجلد الاول .
- 3) الصفواي, صفاء يونس & طه, عمار حازم،(2005) " بعض طرائق المقدرات التقليدية ومقدر بيز لمعلمات نموذج الانحدار الخطي العام (دراسة مقارنة مع تطبيق في مجال الطبي)"، تنمية الرافدين، المجلد80/ العدد27.
- 4) العبيدي, جنان عباس ناصر، (2016)"مقدر بيز لمعلمة القياس للتوزيع الطبيعي تحت افتراض توزيعات اولية مختلفة " , مجلة العلوم الاقتصادية والادارية، عدد92/ مجلد 22.
- 5) العزاوي, دجلة إبراهيم & الخيري, كوثر محمد، (2002) " دراسة مقارنة لبيان افضل طريقة لتقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي عندما يكون للأخطاء العشوائية توزيع (t) متعدد المتغيرات"،المجلة العراقية للعلوم الإحصائية ، كلية علوم الحاسبات والرياضيات ، جامعة الموصل ،العدد 3 /المجلد 2.
- 6) الفتلاوي , سرى عامر محمود (2019)" استعمال الانحدار اللوجستي الرتبي في تحديد أهم العوامل المؤثرة في دخل الأسرة " , رسالة ماجستير في الإحصاء , كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء .
- 7) القصاب ،أسامة محمد جاسم، (2004) ،"استخدام توزيع بيتا والاسي في تقدير معالم انموذج الانحدار الخطي" ، اطروحة دكتوراه في الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.
- 8) الوكيل, علي عبد الحسين & الموسوي ,نبا صالح هادي، (2017) ،"تقدير معلمات التوزيع الافضل لمعدلات سقوط الامطار في العراق" مجلة العلوم الاقتصادية والادارية، عدد100/ مجلد 23/(473)- (489).

- 9) جبريل, محمد سليمان مجد (2014) التعدد الخطي اسبابه تأثيراته و المعالجة بانحدار الحافة وانحدار المركبات الرئيسية مع التطبيق على بيانات افتراضية, بحث مقدم لجامعة السودان للعلوم و التكنولوجيا/ كلية الدراسات العليا للحصول على درجة "دكتوراه الفلسفة في الاحصاء".
- 10) سعيد, رشا عادل (2015) "استخدام نموذج الانحدار اللوجستي في دراسة العوامل المساعدة على تشخيص حالات الاصابة بسرطان المثانة" مجلة العلوم الاقتصادية والادارية, المجلد 21, العدد 83, 345-347.
- 11) كاظم, اموري هادي & مسلم , باسم شليبه (2002) م, "القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق", مطبعة الطيف, بغداد .
- 12) عبد الحميد, مظهر خالد, (2009) " بناء نماذج برمجة الاهداف لتقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط " مجلة تكريت للعلوم الادارية والاقتصادية / مجلد 5 / عدد 14.
- 13) عبد علي , أحمد تركي (2019) " استعمال اسلوب بيز والبرمجة الهدفية في تقدير معالم الانحدار ", رسالة ماجستير في الإحصاء, كلية الإدارة والاقتصاد , جامعة كربلاء .
- 14) عبودي , عماد حازم , (1996) " استخدام أسلوب بيز في تقدير وتحليل معالم نماذج الانحدار مع تطبيق عملي " , رسالة دكتوراه في الإحصاء , كلية الإدارة والاقتصاد , جامعة بغداد .
- 15) عربي, خلف الله احمد محمد (2013) " اساليب التحليل القياسي والاحصائي دراسة حالة رسائل الماجستير والدكتوراه بكلية الاقتصاد والعلوم الادارية بجامعة بخت الرضا " مجلة جامعة بخت الرضا العلمية , العدد 6.
- 16) غانم, عدنان, الجاعوني, فريد خليل (2011) " استخدام تقنية الانحدار اللوجستي ثنائي الاستجابة في دراسة أهم المحددات الاقتصادية والاجتماعية لكفاية دخل الأسرة " مجلة جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية, المجلد 27, العدد الاول.
- 17) نعمان , زياد زكي صالح , (1998) " استخدام المحاكاة لمقارنة طرق التقدير التقليدية وطرق بيز لمعلمات نموذج الانحدار " رسالة ماجستير في الإحصاء , كلية الإدارة والاقتصاد جامعة بغداد .
- 18) البصري , إيناس عبد الحافظ محمد , (2006) " استخدام التحليل البيزي لنموذج انحدار خطي بسيط باستخدام أسلوب المحاكاة", رسالة ماجستير جامعة بغداد.
- 19) ملا حويش , لؤي طه, حميد , ابي شوكت (2013) " تقييم كفاءة الخدمات التعليمية منطقة الدراسة مدينة هيت" مجلة المخطط والتنمية, العدد 19.

ثانيا: المصادر الاجنبية

- 20) Abreu, M. N. S., Siqueira, A. L., Cardoso, C. S., Caiaffa, W. T. (2008) "Ordinal logistic regression models: application in quality of life studies" *Cad. Saúde Pública, Rio de Janeiro*, NO. 4, PP 581-591.
- 21) Adeleke, K.A., Adepoju, A.A. (2010) " Ordinal Logistic Regression Model: An Application to Pregnancy Outcomes " *Journal of Mathematics and Statistics*,6(3) , PP 279-285.
- 22) Afshin Fallah and Mohsen Mohammadzadeh,(2009)," Bayesian regression analysis with linked data using mixture normal distributions", Tarbiat Modares University, Tehran, Iran, springer 51:421–430.
- 23) Al-Khairullah , Najla A. , & , Al-Bhldawi , H. K. , (2021) , " Bayesian computational methods of the logistic regression model " tasnim@csbaghdad.edu.iq .
- 24) Al-Nasir ,Abdul Majeed & Al-Kutubi, Hadeel S.m (2006), " Extension of Jeffery Prior Information " , Iraqi Journal of Statistical Science.
- 25) Al-obedy, Jinan Abbas Naser,(2016) "Compare Bayes estimators under Different Priors with the Classical estimators for Maxwell-Boltzmann distribution ",Journal of College of Education.
- 26) Chansoo Kim & Keunhee Han ,(2015) ," Bayesian Estimation of Generalized Exponential Distribution under Progressive First Failure Censored Sample", Vol. 9, no. 41, 2037 – 2047.
- 27) Citko, D., Milewska, A. J., Wasilewska, J., Kaczmariski, M. (2012) "Ordinal logistic regression for the analysis of skin test reactivity to common aeroallergens" *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric*, NO. 29 (42), PP 88-90.

- 28) Das, S., Rahman, R. M. (2011) " Application of ordinal logistic regression analysis in determining risk factors of child malnutrition in Bangladesh " *Das and Rahman Nutrition Journal*, PP 1-11.
- 29) Derr, B. (2013) " Ordinal Response Modeling with the LOGISTIC Procedure" *Statistics and Data Analysis*, P 446
- 30) Dobson, A. J. (2002) *An Introduction to Generalized Linear Models*, Second Edition, Chapman & Hall/CRC.
- 31) Fagerland , M.W. (2014) "adjcatlogit , ccrlogit, and ucrlogit : Fitting ordinal logistic regression models" *The Stata Journal*, PP 947–964.
- 32) Gameroff, M. J.(n. d.) "Using the Proportional Odds Model for Health-Related Outcomes: Why, When, and How with Various SAS® Procedures" *SUGI 30 Statistics and Data Analysis*, PP 205-30 .
- 33) Hosmer, D.W. and Lemeshow, S. (2000) *Applied logistic regression*, Second Edition, JohnWiley & Sons, Inc.
- 34) Kim, H. S. (2004) Topics in ordinal logistic regression and its applications. Thesis submitted to gain the degree of " doctor of philosophy", Texas A&M University.
- 35) Larasati, A. (2012) Comparing the performance of ordinal logistic regression and artificial neural network when analyzing ordinal data. Thesis submitted to gain the degree of " doctor of philosophy", Oklahoma State University.
- 36) N.van Erp & P. van Gelder,(2013)," Bayesian Logistic Regression Analysis",American Institute of Physics Conference, no. 1553,pp. 147-154.
- 37) O'connell, A. A. (2006) *Logistic regression models for ordinal response variables*, Sage Publications, Inc.
- 38) Raftery, E., Maigan, D. & Hoeting, J.A.,(1997)," Bayesian model averaging for linear regression model ", *JASA*, Vol.75,No.327,PP.801-816.

- 39) Slobodnik, A. (2010) Ordinal Logistic Regression Analysis of RFID Doorway Portal Performance as a Function of System Design Parameters. Thesis submitted to gain the degree of " Master of Science in Industrial Engineering", California Polytechnic State University.
- 40) Toulas,T.L. and Kitsos, C.P. (2013) "on the Generalized Lognormal Distribution "Journal of probability and statistics, vol.20,ID.432642,PP.15.
- 41) Wang, Z. (2008) Modeling crash severity and speed profile at roadway work zones. Thesis submitted to gain the degree of " doctor of philosophy", University of South Florida.
- 42) Warner, P. (2008)" Ordinal logistic regression" *Journal of Family Planning and Reproductive Health Care*, 34(3), PP 169-170.
- 43) Wu, Y. (2017) Bayesian approach on short time-course data of protein phosphorylation, casual inference for ordinal outcome and causal analysis of dietary and physical activity in T2DM using NHANES data. Thesis submitted to gain the degree of " doctor of philosophy in Biostatistics", University of Louisville.
- 44) Zuhdi, S., Saputro, D. R. S., Widyaningsih, P. (2017) "Parameters Estimation of Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (GWOLR) Model" *Journal of Physics: Conference Series*, NO.885, PP 2.

ثالثاً: مواقع الانترنت

- 45) <http://www.statisticssolutions.com/what-is-logistic-regression/>
- 46) How to perform an Ordinal Regression in SPSS | Laerd Statistics
<https://statistics.laerd.com/spss-tutorials/ordinal-regression-using-spss-statistics.pE3hp#assumptions>

Abstract

The models that are hypothesized represent the effect of a number of independent variables on the response variable that can be affected by a number of hypothesized factors whose effects are different depending on the circumstances of the experiment.

Regression models that have a response variable of a descriptive type suffer from special cases that must be taken into account, which is represented by (contrary to the possession of a response variable of a normal distribution), and for this this study came in an attempt to employ four different Bayesian methods :

Expected A Posteriori (EAP)

Maximum A posteriori (MAP)

Generalized Maximum Entropy (GME)

Bayesian Reg. With Category Prior Informing (BRCPI)

With the study of the effect of these methods and the results of the mean squares of error related to them, the efficiency of each method was examined for comparison with a number of factors, namely:

Within the factors {number of explanatory variables (p), percentages of pollution (Prop), percentage of the number of explanatory variables of descriptive type within the total number of these variables (Gate), number of items (n), value of the initial distribution parameter (Sig) }

The results showed the effect of having Bayesian methods for orderly logistic regression on the aforementioned factors .

1- The method (Bayesian Regressions With Category Prior Informing) was the best because it gave the least mean squares of error, while the method (Maximum A posteriori) was the worst because it gave the largest mean squares of error.

2- The estimation results from the models were affected by the sample size, because (n_2) gave the best results, while the sample size (n_1) gave the worst results.

3- The estimation models were affected by (the value of the initial distribution parameter), as ($Sig_3 = 0.1$) gave the best results versus ($Sig_1 = 0.5$) which gave the worst results.

4- There is an effect of pollution rates on the results of the estimation, as the pollution rate ($Prop_3$) was the best because it gave the mean squares of error that is closest to zero, while ($Prop_1$) was the worst because it gave the largest average.

University of Karbala

College of administration and Economic

Department of statistic



Bayesian estimation of ordinal logistic regression

A thesis

*Submitted to the council of the college of
administration and Economic \ University of
Karbala, as partial fulfillment of the requirements
for the degree of Master of Science in statistic*

By

Ahmed Saeed Jabar Salah

Super vised by

Asist-Prof. Dr. Einas Abdul Haffuod M.

م 2021

هـ 1443