وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كـــربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

تقدير الدالة المعولية لبيانات مراقبة تخضع توزيع ويبل

رسالة مقدمة الى
مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير
علوم في الإحصاء

من قبل
اسامة عبد العزيز كاظم القريشي

باشراف
الاستاذ الدكتور
عبد الحسين حسن حبيب الطائي

1439هـ
2018 م

بسم الله الرحمن الرحيم

قَالُوا

سُبْحَانَكَ لاَ عِلْمَ لَنَا إلاَّ مَا عَلَّمْتَنَا

إنَّكَ أنْتَ

العَلِيْمُ الحَكِيْمُ

صَدَقَ اللهُ العَلِيُّ العَظِيم

(البقرة 32)

الإهداء

إلى حبيبِ ربّ العالمين وأحباءِ قلوبِنا

...مُحَمَّد المصطفى وآلِ بيته الطيبين الطاهرين صلوات الله عليهم

الى الذين ضحوا بأرواحهم من اجلنا

...الى شهداء العراق.

إلى التـي جَعَلَ اللهُ سبحانَهُ وتعالى الجنةَ تحت أقدامِها

...إلى أمي الحنون.

إلى مَـنْ زرعَ الأمَلَ في طريقي رمز المحبة والعطاء

...إلى والدي الحبيب.

إلى مَنْ وهبوني حبهم ورعايتهم

...أخواتي.

الى من يبقى في القلب حبه

... الى روح اخي الحبيب.

إلى الشمـــــــوع التي أضاءت لي طـــــــريق العلـــم

... أساتذتي.

أهدي ثمرة جهدي هذا

الباحث

شُكر وإمتنان

الحمدُ لله الذي علا في توحُّدِهِ ودنا في تفرُّدِهِ، وجلَّ في سلطانه، وعظُمَ في أركانه وأحاط بكل شيءٍ علماً وهو في مكانه، وقهر جميع الخلق بقُدرته وبرهانه، مجيداً لم يَزَل محموداً، جبار السموات والأرضين، سُّبوحٌ قُدُّوس ربُّ الملائكةِ والرُّوح، والصلاة والسلام على البشير النذير الهادي الأمين وآله الطيبين الطاهرين وصحبه المنتجبين.

بعد الحمد والشكر للعليّ القدير الذي وفقني لإنجاز هذه الرسالة، أتقدَّم بخالص شكري وعظيم إمتناني إلى الأستاذ الدكتور **عبد الحسين حسن الطائي** الذي تفضل بالإشراف على رسالتي لما أبداه من ملاحظات قيمّة في إعداد هذه الرسالة، فأسأل الله له الخير والتوفيق.

وأتقدم بوافر الشكر والتقدير والإمتنان إلى السادة رئيس وأعضاء لجنة المناقشة المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة متمنية أن تنال إستحسانهم ورضاهم.

كما أُقدِّم عظيم شكري وإمتناني لأستاذي الوالد والمربي الفاضل عميد كلية الإدارة والإقتصاد الأستاذ الدكتور **عوّاد كاظم الخالدي**.

وأتوجه بجزيل الشكر والإمتنان والوفاء الكبير والعرفان بالجميل لمن طوَّقتني بجميلها الأستاذ الدكتور **ضوية حسن سلمان** التدريسية في جامعة تكنلوجيا المعلومات جزاها الله عني خير الجزاء,

ومن واجب العرفان بالجميل أتقدم بوافر الشكر والإمتنان الى ينبوع العلم والمعرفة (أساتذتنا في قسم الاحصاء) فضلاً عن المنتسبين جميعاً ممَّن أسدى لي معروفاً، وفقهم الله إلى كل خير.

ولا يفوتني أن أُسجل شكري وتقديري وإمتناني لزملائي في الدراسة لتعاونهم طوال مدّة الدراسة بصورة عامة ،وخصوصا الاخ الزميل علي محمد جواد , عبد الامير طعمه ,احمد تركي , رائد اسمر , سيف ,عدنان فاضل ,سجاد , حيدر رسول وبشار خالد , وأسأل الله لهم التوفيق.

ويلزمني واجب الإعتراف بالجميل أن أسجل فائق شكري وتقديري إلى موظفي مكتبة الدراسات العليا في كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد الذين لم تبخلوا عليَّ بمد يد العون.

وأخيراً أقدم شكري الخالص إلى كُلّ من ساهم بجهدٍ في تمهيد الطريق لإنجاز هذه الرسالة ولم أتمكن من ذكرهم في هذه السطور القليلة وأسأل الله سبحانه وتعالى أن يجزي الجميع عني خير الجزاء.

اسامة

فهرست المحتويات

فهرست الجداول

فهرست الأشكال والمخططات

المستخلص

يهدف البحث الى تقدير دالـة المعوليـة (Reliability function) لتوزيـع ويبل ذو المعلمتين للفشـل (Two- parameter Weibull failure distribution) فـي ظـل بيانـات مراقبـة مـن النوع الثاني (Type –II-Censored data) والتـي تمثـل وقت اشـتغال الماكنـة لحـين العطـل , وتم اختيار اربع طرائق لتقدير دالة المعولية والتي هي , طريقة الامكان الاعظم

(Maximum likelihood method) , طريقة العزوم (Moments method) , الطريقة المختلطـة (Mixmethod) , طريقـة المربعـات الصـغرى(Ordinary least square method) ,اذ تـم نوظيـف طريقـة مونـت كـارلو(Mont-Carlo) التـي تسـتعمل فـي توليـد المشـاهدات لحجـوم عينـات مختلفـة صـغيرة , متوسـطة , كبيـرة وبحجـم (25,50,100) علـى الترتيب وبفرض قيم معلمة قياس θ (75,50,25) ومعلمة الشكل β (2.7, 1.7) واعتماد نسبة قطع (30%) من حجم كل عينـة , ومـن ثم احتسـاب قيم دالـة المعوليـة الافتراضـية , وقيم دالـة المعولية التقديرية , وتوصل الباحث الى افضلية الطريقة المختلطة مقارنة مع الطرائق الاخرى , وجرت المقارنـة بـين افضـلية طرائـق التقدير باسـتعمال المقيـاس الاحصـائي متوسـط مربعـات الخطا (MSE), وفي الجانـب التطبيقـي تـم احتسـاب قيم دالـة المعوليـة لبيانـات حقيقيـة والخاصـة بمكائن الشـركة العامـة لصـناعة النسيج والجلـود فـي بغداد – مصـنع الصـوفية احـدى تشـكيلات وزارة الصناعة والمعادن وتوصل الباحث الى افضلية الطريقة المختلطة ايضا.

والبرنـامج المستعمل فـي احتسـاب دالـة المعوليـة تـم بنـاؤه بلغـة المـاتلاب (Matlab) وللجانـب التجريبي والتطبيقي.

الفصل الاول

منهجية البحث والدراسات السابقة

1-1: المقدمة Introduction

نتيجـــة التطورالســـريع فـــي التكنولوجيـــا والانتشـــار الواســـع للصــــناعة واســـتعمالها فـــي مختلـــف مجـــالات الحيـــاة كالطـــب وبحـــوث الفضـــاء والاتصـــالات ....وغيرهـــا مـــن المجـــالات الاخـــرى وكثـــرة تعقيـــداتها الالكترونيـــة والميكانيكيـــة والكهربائيـــة جـــاء الاهتمـــام بالمعوليـــة وظهـــرت فكرتهـــا فـــي نهايـــة الاربعينيـــات مـــع بدايـــة الحـــرب العالميـــة الثانيـــة بســـبب ازديـــاد المعـــدات الحربيـــة المعقـــدة وكمحاولـــة لحـــل مشـــكلة الفشـــل فـــي المعـــدات , وتـــاتي اهميـــة المعوليـــة عـــن طريـــق عـــدة ســـمات ومنهـــا التنبـــؤ بالعـــد الكلـــي للمكـــائن العاملـــة وغيرالعاملـــة (العاطلـــة) فـــي اي وقـــت الامـــر الـــذي يمكـــن لمتخـــذي القـــرار مـــن وضـــع خطـــط مســـتقبلية لادارة العمـــل بصـــورة صـــحيحة وايجابيـــة وتفـــادي المشـــاكل فـــي العمـــل ومـــن ثَـــمَّ يـــؤدي ذلـــك الـــى تحقـــق الســـمعة الجيـــدة لاي مصـــنع او شـــركة وزيـــادة المبيعـــات وتحقيـــق اربـــاح اكثر.

مـــن الســـمات الاخـــرى للمعوليـــة هـــي القـــدرة التنافســـية اذ ان عمـــل الاعلانـــات عـــن منتجـــاتهم والتـــي تتمثـــل بارقـــام تنبؤيـــة عـــن المعوليـــة لهـــا تـــاثير ايجـــابي فـــي اغلـــب الزبـــائن ومـــن طريقهـــا تســـتطيع الشـــركة الحصـــول علـــى قـــدرة تنافســـية اعلـــى مـــن منافســـيهم الاخـــرين فـــي الســـوق ,فضـــلا عـــن ذلـــك فـــان المنـــتج ذات المعوليـــة الجيـــدة موشـــر علـــى حمايـــة مســـتعملي المنـــتج وعـــدم تعرضـــهم للخطـــر ,وتُعـــد المقارنـــة مـــن الامـــور المهمـــه اذ ان مقارنـــة معوليـــة المنـــتج الحـــالي مـــع معوليـــة المنـــتج الســـابق عـــن طريقـــه يمكـــن معرفـــة التطـــور او التـــدهور فـــي المنتـــوج , ويوجد العديد من السمات التي تجعل المعولية مهمة في حياتنا اليومية .

يمكـــن تحقيـــق المعوليـــة فـــي المنتجـــات الصـــناعية عـــن طريـــق مراعـــاة البســـاطة فـــي تصـــميم منتجـــات الصـــناعية واســـتعمال مكونـــات عاليـــة الموثوقيـــة ,اتبـــاع

طرائق تصنيعية تم التاكد منها مسبقا , بناء نظام تحذيري للمنتج مثل اصدار اصوات الانذار وغيرها من الامور الاخرى.

تم تقسيم الرسالة الى خمسة فصول , تضمن الاول المقدمة ومشكلة البحث والهدف منه وبعض الدراسات السابقة.

وتضمن الثاني المعولية ومؤشراتها , اذ عرضَ بعض المفاهيم الاساسية المتعلقة بموضوع المعولية والدوال والمؤشرات التي لها علاقة بدالة المعولية وايضا توضيح انواع البيانات (التامة , بيانات مراقبة).

وتضمن الثالث طرائق تقديرمعلمة الشكل والقياس , ودالة المعولية لبيانات تخضع لتوزيع ويبل .

وتضمن الفصل الرابع الجانب التجريبي الذي تم فيه توليد الارقام العشوائية عن طريق استعمال اسلوب المحاكاة , ومن ثم المقارنة بين مقدرات دالة المعولية باعتماد متوسط مربعات الخطأ MSE.

واخيرا تضمن الخامس الجانب التطبيقي معتمدا على بيانات حقيقية تخص مكائن وزارة الصناعة والمعادن/ الشركة العامة لصناعة النسيج والجلود/ مصنع الصوفية/ بغداد .

وفي الاونة الاخيرة نشرت الكثير من البحوث عن تقديرات دالة المعولية وباستعمال طرائق مختلفة وتوزيعات فشل مختلفة.

2-1 مشكلة البحث Research Problem

غالبا ماتكون الكثير من الالات (الاجهزة) بانواعها المختلفة عرضة للتوقف حالات الفشل , نتيجة العطلات المفاجئة والاسنادية , مما يؤثر ذلك في معولية تلك الالات (الاجهزة) ولابد من تقديردقيق للمعولية ,من اجل تقدير متوسط وتباين وقت الاشتغال لحين الفشل لانها مؤشرات جيدة جدا على متابعة الاعمال في الورش والمصانع ,ومن هنا جاءت فكرة البحث العمل على تقدير المعولية لتوزيع الفشل في حالة بيانات مراقبة من النوع الثاني

(والتـــي يقصـــد بهـــا بيانـــات مراقبـــة ســـير الانتـــاج وتحديـــد عـــدد الوحـــدات الفاشـــلة للوقوف على اسباب ذلك).

1- 3هدف البحث Research Purpose

يرمـــي البحـــث الـــى تقـــدير دالـــة المعوليـــة وبعـــض مؤشـــراتها(دوال الفشـــل) لبيانـــات مراقبـــة مـــن النـــوع الثـــاني تخضـــع لتوزيـــع ويبـــل عـــن طريـــق بعـــض طرائـــق التقـــدير,واختيار افضـــل طريقـــة مـــن طرائـــق التقـــدير اعتمـــادا علـــى متوســـط مربعـــات الخطـــأ فـــي الجانـــب التجريبـــي , واكبـــر متوســـط معوليـــة فـــي الجانـــب التطبيقي.

1-4 بعض الدراسات السابقة some Previous studies

مـــن المهـــم الاشـــارة الـــى بعـــض البحـــوث المنشـــورة والرســـائل والاطـــاريح التـــي تضمنت موضوع المعولية بصورة عامة و بيانات المراقبة وكالاتي:

- فـــي عـــام (1972) نشـــر الباحثـــان($Harolds\ \&\ Kent$) [43] بحثـــا تنـــاولا فيـــه كيفيـــة تقـــدير معلمـــات توزيـــع ويبـــل ذي المعلمتيـــين فـــي ظـــل بيانـــات مراقبـــة ,مـــع ذكـــر دالـــة الخســـارة, وطبقـــت طريقـــة المربعـــات الصـــغرى , وقورنـــت مقـــدرات دالـــة المعوليـــة واجريـــت تجـــارب المحاكـــاة لتوليـــد البيانـــات بصـــورة عشـــوائية تخضـــع لتوزيـــع ويبـــل , واعتمـــد المقيـــاس الاحصائيMSE.
- نشـــــــــرت الباحثـــــــــة($Dianne\ M\ .\ Finkelstien$) [39]عـــــــــام (1986)بحثـــا تناولـــت فيـــه تطـــوير طريقـــة لتقـــدير دالـــة المخـــاطرة لانمـــوذج الانحـــدار فـــي ظـــل بيانـــات مراقبـــة , وتـــم ايضـــا اختبـــار الفرضـــيات عـــن المعلمات .
- وفـــــــــــي عـــــــــــام (1992) نشـــــــــــر البـــــــــــاحثون ($Patricia\ M.ODell\ \&\ others$)[51] بحثـــــا تنـــــاول مفهـــــوم بيانـــــات مراقبـــة وتحليلهـــا باســـتعمال أنمـــوذج انحـــدار وقـــدرت المعلمـــات

لتوزيع ويبل باستعمال نقطة الوسيط , والانحدار , والامكان الاعظم , وقورنت النتائج باستعمال المقياس الاحصائي MSE.

- وفي عام (1996) , قام الباحثان($Balakrishnan \,\&\, Sandhu$)[38] بنشر بحث تطرقا فيه الى مفهوم بيانات المراقبة وكذلك تناول البحث كيفية الحصول على افضل مقدر خطي غير متحيز لمعلمات توزيع اسي في ظل بيانات مراقبة من النوع الثاني , باستعمال طريقة الامكان الاعظم.
- وفي عام (2000) نشر الباحثون ($Houslia\ p. Singh\ \&other$) [46]بحثا تناولوا فيه تقدير معلمة الشكل لتوزيع ويبل ذي المعلمتين في حالة بيانات مراقبة من النوع الثاني (بيانات المبتورة) إذ تم توضيح مفهوم البيانات المبتورة ومقارنة معلمة الشكل في حالة بيانات مراقبة في ظل توزيع ويبل , مستعملين طريقة التقلص,وقورنت النتائج عن طريق متوسط مربعات الخطا , واجريت تجارب محاكاة عند حجوم عينات مختلفة لغرض المقارنة وعرض النتائج في جداول .
- وفي العام (2006) عملت الباحثة(الصفار) [20]على تقدير معلمات توزيع ويبل ذو المعلمتين لبيانات مراقبة من النوع الاول مستعملة طريقة الامكان الاعظم , وقد وضحت الباحثة مفهوم بيانات مراقبة من النوع الاول وبيانات المراقبة من النوع الثاني.
- قدرت الباحثة (حسين) [12] عام (2007) دالة المعولية لتوزيع ويبل المختلط (BiWeiball) وتم التركيز على بعض طرائق تقدير دالة المعولية وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى الموزونة , واجرت الباحثة اسلوب المحاكاة باستعمال طريقة مونت كارلو لتوليد البيانات ,واعتمدت المقياس الاحصائي للمقارنة بين الطريقتيين متوسط مربعات الخطا MSE .
- وفي عام (2008)قدمت الباحثة (الشمري)[19] بحثا تطرقت فيه الى دراسة طريقتين من طرائق تقدير معلمات توزيع ويبل ذي المعلمتين عندما تكون البيانات غير تامة (عينات مراقبة مبتورة) ومن ثم تكوين توليفة خطية بين مقدرات هاتين الطريقتين باستعمال طريقة التقلص , واعتمدت الباحثة المقياس الاحصائي MSE لغرض المقارنة بين طرائق التقدير المختلفة .

- وكذلك عام (2008) قدم الباحثان($Vaida$ & $Leonidas$) [55]بحثا منشورا تناولا فيه تقدير معلمات توزيع ويبل ذو المعالم الثلاث, إذ طبقت طريقة الامكان الاعظم والطريقة التحليلية ,وطرائق عددية عن طريق خوارزميات خاصة , لتقدير كل من معلمة القياس والشكل, وتم توليد البيانات باستعمال اسلوب المحاكاة وحجوم عينات مختلفه وكررت التجربة (100) مرة.

- و في العام (2009) قام الباحثان($Gyan$ & $Singh$) [41]بنشر بحث تناولا فيه مقارنة اداء مقدرات بيزية مختلفة لمعلمة القياس لتوزيع ويبل ذوالمعلمتيين في حالة بيانات مراقبة من النوع الثاني , واعتمدت انواع من دوال الخسارة منها دالة ($Linex$) و($Minimax$) وعرضت جميع نتائج مقارنة المعولية في جداول .
- وفي عام (2010)قام الباحث (السعدي)[17] بتقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين باسلوبين ,الاسلوب الاول الطرائق المعلمية والاسلوب الثاني الطرائق اللامعلمية والمقارنة بينهما عن طريق اعتماد المؤشر الاحصائي MSE , وتوليد مشاهدات باستعمال المحاكاة وحجوم عينات مختلفة.
- وضح الباحث (يتوما) [31] عام (2011)مفهوم البيانات الكاملة وبيانات المراقبة من النوع الاول وبيانات مراقبة من النوع الثاني وكذلك بيانات مراقبة تدريجية من النوع الاول وتدريجية من النوع الثاني , مستعملا بيانات مراقبة تدريجية من النوع الثاني لتقدير دالة المعولية ومعلمة الشكل لتوزيع BurrType–X11 باستعمال طرائق تقدير مختلفة وتمت المفاضلة بين طرائق التقدير باعتماد المؤشر الاحصائي MSE ومتوسط مربعات الخطا التكاملي IMSE.
- وكذلك في عام (2011)نشر الباحثان (مخول وغانم) [29]بحثا قدرا فيه معلمات توزيع ويبل ذي المعلمتين وفق طريقة وايت ومن ثم تقدير دالة المعولية ,وقد طبق البحث على بيانات درجات الحرارة العظمى والامطار لمدينة دمشق للمدة الزمنية(1988-2007).
- وفي عام (2012) نشر الباحثون (رشيد واخرون) [16]بحثا تضمن تقدير دالة المعولية, ويهدف البحث الى المقارنة بين مقدرات الطرائق الثلاث (الامكان الاعظم ,العزوم , بيز) مستعملين طريقة مونت كارلو للمحاكاة لتوليد البيانات خاضعة لتوزيع ويبل , وتم اعتماد المؤشر الاحصائي MSE ومتوسط الخطا النسبي MPE لغرض المقارنة.

- وفـــي عـــام(2013) تناولـــت الباحثـــة(الصـــفار) [21]بحثـــا ســـلطت فيـــه الضـــوء علـــى اهميـــة دراســـة المعوليـــة لتوزيـــع الاســـي للمكـــائن والمعـــدات لكونهـــا مؤشـــراً لبيـــان مـــدى كفـــاءة تلـــك المكـــائن وقـــدرتها علـــى العمـــل لمـــدد زمنيـــة طويلـــة بـــدون عطـــل ,وركـــزت الباحثـــة علـــى اجـــراء مقارنـــة باســـلوبين لتقـــدير دالـــة المعوليـــة , الاســـلوب الاول تضـــمن الطرائـــق اللامعلميـــة التقليديـــة بينمـــا الاســـلوب الاخـــر تضـــمن الطرائـــق اللامعلميـــة المعدلـــة .وتـــم توليـــد بيانـــات باســـتخدام المحاكـــاة , واعتمـــد الـــMSEومتوســـط الخطـــا النســـبي المطلق MAPE لغرض المقارنة بين طرائق التقدير.
- وكـــذلك فـــي عـــام (2013) قـــدمت الباحثـــة (الونـــدي) [30]بحثـــا تناولـــت فيـــه مفهـــوم انـــواع البيانـــات والتـــي هـــي بيانـــات كاملـــة (تامـــة) وبيانـــات مراقبـــة مـــن النـــوع الاول وبيانـــات مراقبـــة مـــن النـــوع الثـــاني,ومن ثـــم التطـــرق الـــى طرائق تقدير معدل الفشل ودالة المعولية.
- وايضـــا فـــي عـــام (2013) نشـــر البـــاحثون (الشـــمرتي واخـــرون) [18]بحثـــا تـــم فيـــه تقـــدير دالـــة المعوليـــة لتوزيـــع الاســـي بطريقـــة الامكـــان الاعظـــم وبعـــض الطرائـــق اللامعلميـــة(التجريب , اللبيـــة , كـــابلن ميـــر, المعدلـــة) وولـــدت البيانـــات باســـتعمال اســـلوب المحاكـــاة بطريقـــة مونـــت كـــارلو واعتمـــد الموشـــر الاحصـــائي MSE والخطـــا النســـبي المطلـــق MAPE لتوصـــل الـــى الطريقة الافضل في التقدير.
- وفـــــي العـــــام نفســـــه (2013) نشـــــركل مـــــن($Ismail\ K\ \&\ others$)[47] بحثـــا يتنـــاول تقـــديم طرائـــق معدلـــة لتقـــدير معلمـــات توزيـــع ويبـــل ذي المعلمتـــين فـــي ظـــل بيانـــات مراقبـــة مـــن النـــوع الثـــاني , وتـــم اشـــتقاق مقـــدرات الامكان الاعظم واعتمدت خوارزمية EM في التقدير.
- وكـــــذلك عـــــام (2013) نشـــــر الباحثـــــان($Hong\ \&\ Chien$) [44]بحثـــــا تضـــمن اعتمـــاد بيانـــات مراقبـــة مـــن النـــوع الثـــاني (بيانـــات مبتـــورة), خاصـــة عنـــدما تكـــون المشـــاهدات صـــعبة وغاليـــة الـــثمن , لـــذلك اعتمـــد مبـــدا بيانات مراقبة فـــي التقـــدير , وتمـــت المقارنـــة بـــين طريقـــة الامكـــان الاعظـــم وغيرهـــا مـــن الطرائـــق وبحجـــوم عينـــات مختلفـــة واســـتعمال اســـلوب المحاكاة في التقدير.
- وفـــــــي العـــــــام نفســـــــه (2013) تنـــــــاول الباحثـــــــان ($S.Balamurali\ \&\ M.Usha$)[53] اعـــداد تصـــميم لخطـــة معاينـــة لفحـــص المنتوجـــات فـــي ظـــل توزيـــع ويبـــل ذي المعلمتـــين للفشـــل ولبيانـــات مراقبـــة , وثـــم تقيـــيم الخطـــط عـــن طريـــق تصـــغير معـــدل الفحـــص الكلـــي

المطلــوب , وعرضــت جميــع نتــائج خطــط عينــات القبــول فــي جــداول خاصة .

- وفــي عــام (2016) اســتعمل الباحــث (الــدريعي)[14] انمــوذج احتمــالي مركــب (الاســي-ويبــل) ذي الــثلاث معلمــات ,وتــم تقــدير معلمــات الانمــوذج بــاربع طرائــق مختلفــة (الامكــان الاعظــم, المقــدرات الجزئيــة,المربعات الصــغرى , المربعــات الصــغرى الموزونــة), واعتمــد متوســط مربعــات الخطا MSE لمقارنة بين طرائق التقدير المختلفة.
- وفــي العــام نفســه (2016) قامــت الباحثــة (ابــراهيم)[2] بدراســة المعوليــة واســتعملت طرائــق مختلفــة منهــا الطرائــق المعلميــة واخــرى لامعلميــة وفــي حالــة عــدم توصــل الباحثــة الــى التوزيــع المناســب لاوقــات الفشــل يــتم اللجــوء الــى احــد الطرائــق اللامعلميــة والتــي هــي اســلوب سلاســل مــاركوف وشبكات بيز الديناميكية.

وفــي هــذه الرســالة ســيتم ايجــاد المعوليــة فــي ظــل بيانــات مراقبــة مــن النــوع الثاني لتوزيع ويبل .

الفصل الثاني

المعولية ومؤشراتها (دوال الفشل)

1-2 مقدمة Preface

بسبب تطبيقات المعولية المختلفة في الحياة اليومية ظهرت الحاجة الى تقدير دالة المعولية وتطبيقاتها على الاجهزة والمكائن ومعرفة اوقات الفشل (العطل) واوقات الاشتغال لحين الفشل, لتقيم مستوى عمل المكائن والاجهزة وتخمين التكاليف الخاصة لصيانة المكائن واعادة تشغيلها.

تعرف المعولية ((على انها كلمة او مصطلح مشتقة من (عبارة معول علية) والتي تعبر عن الوثوق بالشي والاعتماد عليه)) [1].

2-2 دالة المعولية Reliability function R(t) [6][50][48]

وهي احتمال ان الالة (الجهاز) يستمر في العمل بنجاح (بدون فشل) خلال مدة زمنية معينة (0,t) اي انه تبقى الالة فعالة بعد مرور الوقت t, (t> 0) والتعبير الرياضي لها هو :

$$R(t) = pr\ (T > t\ )\ \ldots (1-2)$$

(t) : وقت الاشتغال وهو اكبر او يساوي صفراً.

(T) : الزمن المتراكم لحياة جهاز معين خلال المدة $(0,t)$

وبمعنى اخر (**متغيرعشوائي يشير الى وقت اشتغال الالةً حتى حدوث الفشل**).

وان صيغة دالة المعولية في التوزيع المستمر هي:

$$R(t) = \int_{t}^{Maxt} f(u)du \ldots (2-2)$$

وتمتلك الدالة المعولية عدة خصائص منها:

- هـــي قيمـــة محصـــورة بـــين صـــفر(0)والواحـــد الصـــحيح(1) لكونهـــا دالـــة احتمالية , وبمعنى رياضي يمكن كتابتها بالشكل الاتي:

$(0 \le R(t) \le 1)$.

- دالـــة رتيبـــة متناقصـــة مـــع الـــزمن (تتناســـب عكســـيا مـــع الـــزمن) إذ كلمـــا تقـــدم زمن عمل الالة قلت قيمة الدالة المعولية وبعبارة اخرى ان

$$R(t_1) > R(t_2) > R(t_3) > \cdots > R(t_\infty)$$

وممكن اثبات ذلك كالاتي:

لو كانت الدراسة تخص مدتتين t_1, t_2 وان $t_2 > t_1$ فان دالة المعولية للمدة t_2 هي اصغر من دالة المعولية للفترة t_1 ويمكن التعبير عنها رياضيا كالاتي :

$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)\, du \ge 0$$

وممكن اعادة كتابة المعادلة المذكورة أنفا بالصيغة الاتية :

$$= F(t_2) - F(t_1) \ge 0$$

وبما ان $F(t) = 1 - R(t)$

$$= 1 - \mathrm{R}(t_2) - [1 - R(t_1)] \quad \ge 0$$

$$= 1 - R(t_2) - 1 + R(t_1) \quad \ge 0$$

$$= R(t_1) - R(t_2) \ge 0$$

والنتيجة المذكورة أَنفا تثبت ان

$$R(t_1) \ge R(t_2)$$

وان قيمة دالة المعولية عند الزمن الصفري هي *1* وتبدأ قيمتها بالتناقص الرتيب وتصبح قيمتها عند اكبر زمن($Maxt$) لعمر الالة تساوي صفروكالاتي :

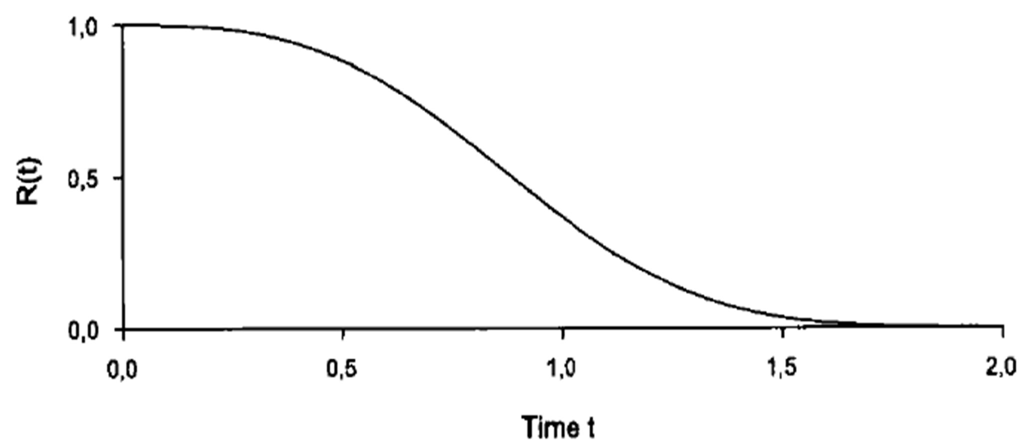
$$R(t=0)=1$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$R(t=Max)=0$$

فاذا كانت R(t)=0 فان الجهاز لايعمل ,واذا كانت قيمة R(t)=1 هذا مؤشر على ان الجهاز سيستمر بالعمل الى الوقت t . وهذا فرض نظري فقط , والشكل ادناه يبين العلاقة بين الزمن ودالة المعولية, المحور الافقي يمثل الوقت والمحور العمودي يمثل دالة المعولية ,



الشكل $(1\text{–}2)$ يمثل دالة المعولية [50]

وبالنظر الى اشكل (1-2) يلاحظ انه عندما $(t=0)$ فان دالة المعولية اعلى مايمكن وقيمة دالة المعولية تبدا تنخفض شيئا فشيئا كلما تقدم الزمن او عمل الالة الى ان تقترب من الصفر وبذلك يمكن ان نعد الجهاز قد فشل .

كما وتوجد مؤشرات او دوال لها علاقة بالدالة المعولية يمكن عن طريقها التوصل الى قيمة الدالة المعولية.

3-2 دوال الفشل (Failure Functions) [15]

توجد دوال فشل لها علاقة بدالة المعولية وهذه الدوال قد تصلح لجميع النماذج المعلمية وغير المعلمية ,وان العمل او عطل الجهاز(الالة) هما حالتان تتمثل بهما الاجهزة ماعدا اخراج الجهاز لاغراض الصيانة ,ويعبر عن حالة الاشتغال باحتمالات النجاح (probability of success) وحالة الفشل باحتمالات الفشل (probability of Failure) وان الحالات قد تتبع توزيعات احتمالية معينة (مستمرة او متقطعة) نستطيع معرفتها عن طريق البيانات ذات العلاقة بتشغيل المكائن والاجهزة ...الخ والمتوفرة لدى المؤسسات .

وبما ان الفشل لايحصل قبل الاستعمال فان المدى لهذه التوزيعات هو $(0,\infty)$,وان دوال الفشل لها علاقة بدالة المعولية إذ يمكن عن طريقها تمييز اي توزيع احتمالي من توزيعات الفشل والتي تكون معرفة بالمدة $(0,\infty)$ للمتغير العشوائي T والذي يمثل وقت الحياة للجهاز او الماكنة وغالبا مايكون مستمرا حتى حدوث الفشل ومن هذه الدوال.

3-2 -1 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل [9][34]

(Failure Probability Density function)

ان دالة الكثافة الاحتمالية للفشل تعرف بانها احتمال فشل الالة (الجهاز) خلال المدة $(t, t+\Delta t)$ وبغض النظر عن صغر Δt ويطلق عليها ايضا نسبة (معدل) الفشل اللاشرطية ويرمز لها بالرمز $f(t)$ والتعبير عنها رياضيا هو :

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{pr[t < T < t + \Delta t]}{\Delta t} \quad , \quad t \geq 0 \ldots \ldots . \ldots (3-2)$$

وان Δt : التغير في قيمة المتغير العشوائيT بمعنى $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$

وخصائص هذه الدالة هي :

- $f(t)$ قيمة موجبة دائما(اكبر من الصفر او مساوية له) اي ان:

$$f(t) \geq 0 \quad , \text{ for all t}$$

مجموع المساحة تحت منحنى $f(t)$ مساوية الى الواحد الصحيح دائما بمعنى ان :

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-2)$$

مع ملاحظة انه يمكن حساب احتمال حدوث الفشل في المدة $(t, t+\Delta t)$ رياضيا وكالاتي:

$$p(t \leq T \leq t+\Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} f(u)du \ldots\ldots (5-2)$$

2 – 3 – 2دالة الكثافة التجميعية للفشل [4][9]

(function Failure cumulative Densety)

وهـــي احتماليـــة فشـــل الالـــة (الجهـــاز) قبـــل الوقـــت t ويرمـــز لهـــا F(t) وتســـمى ايضـــــــا دالـــــــــة اللامعوليـــــــــة($Unreliability\ Distribution$) والتعبيـــــــر الرياضي لها هو :

$$F(t) = Pr\ (T \leq t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6-2)$$

$$F(t) = \int_0^t f(u)du \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7-2)$$

إذ ان : $f(u)$ هي دالة كثافة الفشل للزمن t.

(T): الوقت حتى حدوث الفشل.

وتمتلك الدالة اللامعولية (دالة الكثافة التجميعية للفشل)عدة خصائص منها:

- هـــي قيمـــة محصــــورة بـــين الصـــفر (0) والواحـــد الصــــحيح(1) ورياضـــيا يعبر عنها كالاتي: $(0 \leq F(t) \leq 1)$
- دالـــة رتيبـــة متزايـــدة مـــع الـــزمن(تتناســـب طرديـــا مـــع الـــزمن) وكمـــا موضـــح ادناه:

$$F(t_1) < F(t_2) < F(t_3) < \cdots < F(t_\infty)$$

وممكن اثبات ذلك كالاتي:

لو كانت الدراسة تخص مدتين t_1, t_2 وان $t_2 > t_1$ فان دالة اللامعولية للمدة t_2 هي اكبر من دالة اللامعولية للمدة t_1 ويمكن التعبير عنها رياضيا كالاتي :

$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)\,du = \int_{0}^{t_2} f(u)\,du - \int_{0}^{t_1} f(u)\,du$$

$$= F(t_2) - F(t_1) \geq 0$$

$$= F(t_2) \geq F(t_1)$$

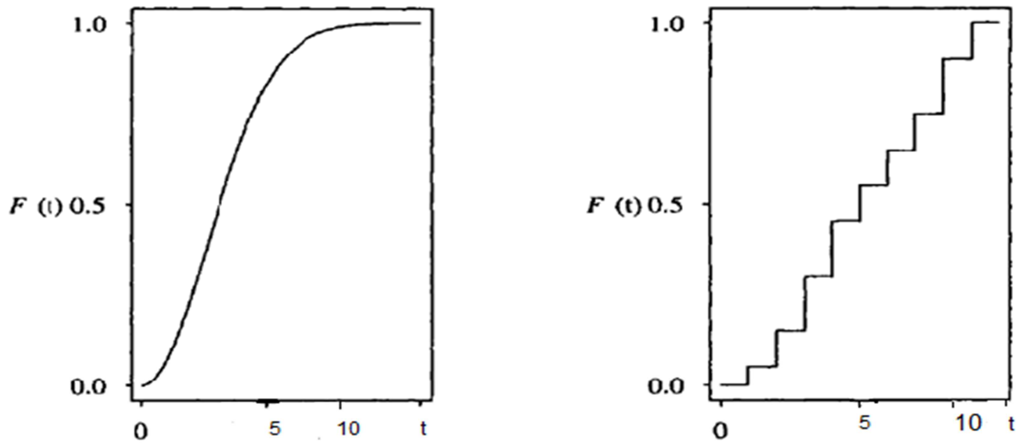
وان قيمـــة دالـــة اللامعوليـــة عنـــد الـــزمن الصـــفري هـــي صـــفر(0) وتبـــدا قيمتهـــا بالتزايـــد الرتيبـــي وتصـــبح قيمتهـــا عنـــد اكبـــر زمـــن $(Maxt)$ لعمـــر الالـــة تســـاوي واحداً وكالاتي:

$$F(t = 0) = 0$$

$$\vdots$$

$$F(t = Maxt) = 1$$

والشكل ادناه يوضح دالة الكثافة التجميعية (التراكمية) للتوزيعات المستمرة والمتقطعة



الدالة التجميعية للتوزيعات المتقطعة — الدالة التجميعية للتوزيعات المستمرة

الشكل (2-2)يمثل دالة الكثافة التجميعية (التراكمية) [49]

ومن الشكل (2-2) يلاحظ انه عندما $(t = 0)$ فان دالة اللامعولية اقل مايمكن وقيمة دالة اللامعولية تبدا تزداد شيئا فشيئا كلما تقدم الزمن او عمل الالة الى ان تقترب من الواحد وبذلك يمكن اعتبار ان الجهاز قد فشل.

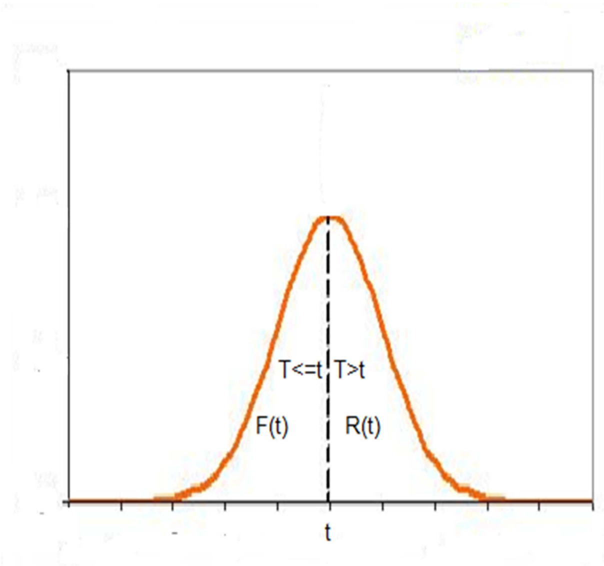
وان العلاقة بين دالة المعولية *R(t)* ودالة اللامعولية (التجميعية)*F(t)* وكما في المعادلة (2-2) هي :

$$\because R(t) = \int_{t}^{Maxt} f(u)d\,u$$

$$\mathrm{R(t)} = 1 - \int_0^t f(u)du \ldots (8-2)$$

$$\therefore R(t) = 1 - F(t)\ldots(9-2)$$

ومن الرسم ادناه يبين ان $[P(T > t), P(T \leq t)]$ تساوي جميع المساحة تحت المنحنى



الشكل (2-3) يمثل المنحنى الطبيعي

وبالنظر الى المعادلة (2-9) والرسم نستنتج بان دالة المعولية والدالة التجميعية(اللامعولية) مجموعها =1 بمعنى ان دالة الكثافة التجميعية للفشل هي متممة لدالة المعولية, اي ان احدهما مكمل الاخر.

$$R(t) + F(t) = 1 \ldots (10-2)$$

$$F(t) = 1 - R(t) \ldots (11-2)$$

ومن الجدير بالذكر ان دالة المعولية متناقصة ورتيبة تبدا باعلى قيمة لها هي الواحد الصحيح وتنتهي باصغر قيمة لها هي الصفر, بينما الدالة التجميعة (c.d.f) دالة متزايدة تبدا باصغر قيمة وهي الصفر وتنتهي باعلى قيمة لها هي الواحد الصحيح .

2-3-3 معدل الفشل *h(t)* (*Failur rate*) [4][33]

ان معدل الفشل يسمى معدل الخطورة ($Hazard\ rate$)في الدراسات المعولية , ويطلق عليه دالة البقاء ($Survival\ Function$)في جداول الحياة ,ويعرف على انه ((احتمال فشل الالة (الجهاز) خلال المدة الزمنية $(t, t + \Delta t)$ علما ان الالة (الجهاز) يعمل (لم يفشل) حتى الوقت t وهذا معناه ان معدل الفشل احتمال شرطي , ونرمز لمعدل الفشل بالرمز *h(t)*)).

والصيغة الرياضية لمعدل الفشل يمكن كتابتها بالشكل الاتي :

$$h(t) = \frac{\Pr(t < T < t + \Delta t/T > t)}{\Delta t}$$

وعندماΔt تقترب من الصفر$(\Delta t \rightarrow 0)$ نحصل على معدل الفشل وبالصيغة الاتية :

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0}\left[\frac{\Pr(t < T < t + \Delta t/T > t)}{\Delta t}\right]$$

والاحتمال الشرطي عبارة عن الدالة المشتركة $(joint)$ مقسومه على الدالة الحدية $Marjinal$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0}\left[\frac{\Pr\{t<T<t+\Delta t\}}{\Delta t\ pr\ (T>t)}\right]$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)}\lim_{\Delta t \rightarrow 0}\left[\frac{\Pr\{t < T < t + \Delta t\}}{\Delta t}\right]$$

$$h(t) = \frac{dF(t)}{dt} * \frac{1}{R(t)} \dots (12-2)$$

وبمان ان $\boldsymbol{f(t)}=\frac{dF(t)}{dt}$ فان المعادلة (*12-2*) ستكون

$$\mathbf{h(t)} = \frac{\boldsymbol{f(t)}}{\boldsymbol{R(t)}}$$

ان معدل الفشل (معدل الخطورة او الاخفاق) يتناسب عكسيا مع دالة المعولية R(t) وطرديا مع دالة الكثافة الاحتمالية $f(t)$ عن طريق معرفة اي اثنيين من هذه الدوال يمكن الحصول على الدالة الثالثة .

عن طريق معرفة معدل الخطورة (معدل الفشل او الاخفاق) نستطيع ان نمييز بين ثلاث مراحل فشل يمر بها اي جهازاوالالة خلال العمر التشغيلي ومراحل الفشل هي :[26][48][49]

- **الفشل المبكر (Early Failure)**

وان هذا النوع من الفشل يحصل في وقت مبكر من عمر الجهاز ,ويكون معدل الفشل متناقصاً مع الزمن, ويحدث الفشل المبكر عادة بسبب اخطاء في تصنيع الجهاز او في تصميمه او بسبب عدم الاستعمال الجيد للجهاز الجديد والتي تحدث تاثيرا في اجزاء الجهاز ويؤدي ذلك الى عطل الجهاز مبكرا والذي سرعان مايعالج بعد التشغيل مباشرة .

- **الفشل المحتمل (Possible Failure)**

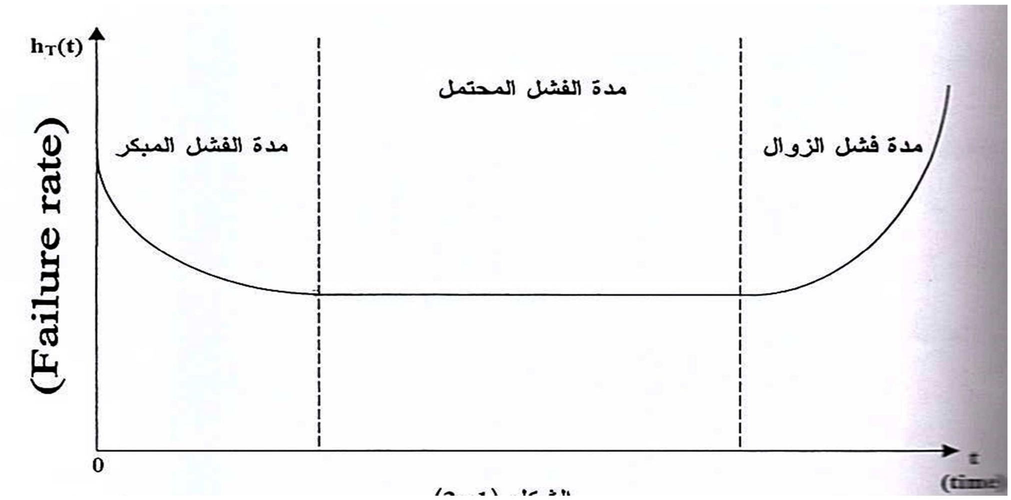
في هذه المرحلة من مراحل حياة النظام يكون حدوث العطل عشوائيا او بالصدفة , وتمثل هذه المرحلة مدة التشغيل الطبيعي (Normal Operation) او تسمى بمرحلة العمر النافع (Useful Life)وتمتازهذه المرحلة بان معدل الاخفاق او معدل الخطورة يميل الى ان يكون ثابتاً وذلك لان العطل كما ذكرنا آنفا يحدث بصورة مفاجئة مرتبط بتاثيرات بيئية غير اعتيادية مفاجئة تحدث خلال مدة تشغيل الجهاز .

- **فشل الزوال (Wear –out Failure)**

وهو اخر مرحلة من مراحل عمر الجهاز ,وتسمى بمرحلة الاهتراء او التاكل او السوفان (Wear-Out) وتتميز هذه المرحلة بانخفاض في كفاءة عمل الجهاز وارتفاع الخسارة وذلك لكون هذه المرحلة يزداد معدل العطلات فيها وبشكل كلما تقادم الزمن , ويحدث فشل الزوال بسبب الاهمال وتقادم الجهاز واجهادة وعدم شموله ببرنامج صيانة منتظمة , مع ملاحظة ان اغلب الاجهزة والمعدات الالكترونية لاتدخل ضمن المرحلة الثالثة حتى لو استمر العمل لسنوات طويلة.

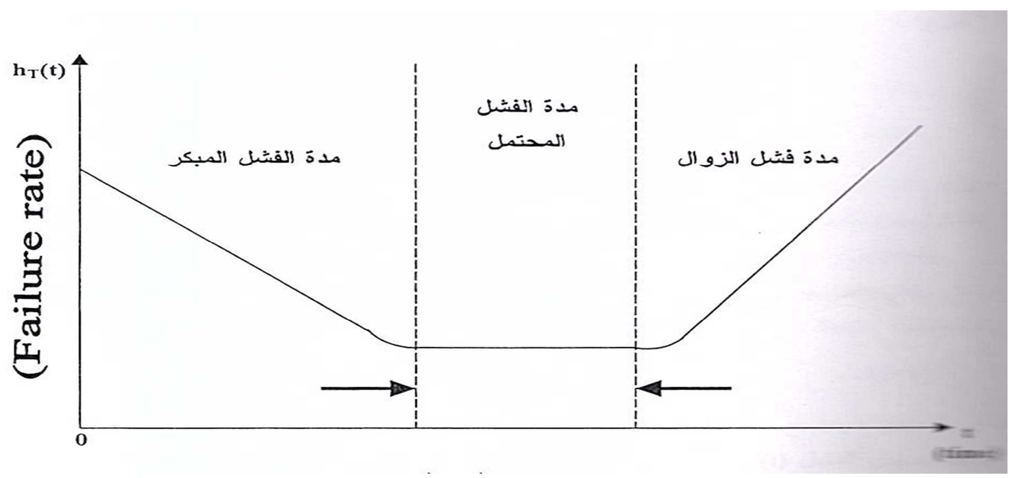
والشكل الاتي المرقم (2-4) يمثل المنحنى العام لمعدل الفشل التشغيلية او مايسمى حوض الاستحمام للاجهزة والمعدات

الالكترونيــة , بينمــا الشــكل (2-5) يمثــل المنحنــى العــام لمعــدل الفشــل للمكــائن والمعــدات ذات الطبيعــة الميكانيكيــة , وبــالنظر الــى الشــكلين نشــاهد الفــرق فــي مرحلــة العمــر النــافع وهــي المرحلــة الثانيــة مــن مراحــل حياة اي جهاز.



الشكل (2-4)

يمثل المنحنى الحوضي للاجهزة والمعدات الالكترونية[33]



الشكل (2-5)

يمثل المنحنى الحوضي للمكائن والمعدات الميكانيكية[33]

2-3-4دالة الخطورة التجميعية [4]

$(\boldsymbol{Hazard\ Function\ Cumulative})$

وهي دالة تمثل معدل الفشل التراكمي [حاصل جمع قيم معدلات الفشل خلال المدة (0,t)]ويرمز لها $H(t)$ وانها تزداد مع تقدم الزمن اي ان:

$$H(t) = h(t_1) + h(t_2) + \cdots + h(Maxt)$$

والتعبير الرياضي لدالة الخطورة هو :

$$H(t) = \int_0^t h(u)d(u) \ldots (13-2)$$

2-3 -5 العلاقة بين $\boldsymbol{R(t), h(t), f(t)}$ [28]

عن طريق المعادلات الرياضية السابقة يمكن التوصل الى وجود علاقة تربط بين دالة المعولية$R(t)$ ودالة الفشل $f(t)$ ومعدل الفشل (الخطورة) $h(t)$ ويمكن توضيح ذلك كما يأتي :

- في حالة معرفة قيمة $h(t)$ فان $R(t)$ يمكن الحصول عليها عن طريق تطبيق المعادلة $(12-2)$

$$\because \mathrm{h(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

وبتطبيق المعادلة (2-9) نحصل على

$$h(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}$$

وباخذ تكامل للزمن t نحصل على

$$\int_0^t h(u)\, du \ = \ \int_0^t \frac{f(u)}{1-F(u)} du$$

$$\int_0^t h(u)du = -\ln[1-F(u)]_0{}^t$$

$$\int_0^t h(u)du = -\ln[R(u)]_0^t$$

$\int_0^t h(u)du = -\ln R(t) + \ln R(0)$...........(13-2)

وبما ان $R(0) = 1$ فان المعادلة (*2- 14*) ستكون

$$\therefore \ln R(t) = -\int_0^t h(u)du$$

وبرفع طرفي المعادلة للاساس (e) نحصل على دالة المعولية

$$\therefore R(t) = \exp(-\int_0^t h(u)du) \ldots (14-2)$$

- وفـــي حالـــة معـــدل الفشـــل $h(t)$ معلـــوم يمكـــن حســـاب دالـــة الكثافـــة الاحتمالية $f(t)$ بتطبيق المعادلة (2 -12) نحصل على

$$\because h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

$f(t) = h(t) * R(t)$...(15-2)

وبالتعويض عن المعادلة (2-14)بالمعادله المذكورة آنفاً ستكون

$$f(t) = h(t) * \exp(-\int_0^t h(u)du)$$

- اذا كانـــت دالـــة المعوليـــة$R(t)$ معروفـــة يمكـــن حســـاب معـــدل الفشـــل (معدل الخطورة) $h(t)$ باستعمال المعادلة (2-12)وكالاتي :

$$h(t) = -\frac{dR(t)}{dt} * \frac{1}{R(t)} \ \ldots (16-2)$$

- وكذلك في حالة معرفة قيمة الدالة المعولية $R(t)$ يمكن الحصول على $f(t)$ كالاتي:-

$$\because f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

وبتطبيق المعادلة (11-2) نحصل على

$$\therefore f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} \dots (17-2)$$

4-2 متوسط الوقت بين العطلات (Average Time Between Failure) [15]

يقاس عمر الجهاز (life age) بمتوسط المدة الزمنية بين العطلات (Mean Time Between Faliure) والذي يمكن حسابة عن طريق احتساب توقع الزمن T اي ان :

$$MTBF = E(T) = \int_0^\infty t\, f(t) dt \dots (18-2)$$

وباستعمال المعادلة (*17-2*) نحصل على :

$$MTBF = \int_0^\infty -\frac{dR(t)}{dt}\, t\, dt$$

وباستعمال التكامل بالتجزئة نحصل على:

$$MTBF = -tR(t)|_0^\infty + \int_0^\infty R(t) dt$$

$$\therefore MTBF = \int_0^\infty R(t) dt \dots (19-2)$$

وان متوسط الوقت بين العطلات عبارة عن القيمة المتوقعة لزمن الاشتغال او التعويل على الالة او الجهاز حتى حدوث العطل الاول .

5-2 التقدير $\boldsymbol{Estimation}$ [5]

ان عمليـــة التقـــدير (Estimation) لاي مجتمـــع قيـــد الدراســـة تكـــون عـــن طريـــق اخـــذ عينـــة مـــن ذلـــك المجتمـــع بحيـــث تمثـــل خصـــائص المجتمـــع نفســـها او قريبـــة منهـــا, وتعـــد عمليـــة التقـــدير احـــدى الركـــائز الاساســـية فـــي الاســـتدلال الاحصـــــائي (Statistical Inference) وبواســـــطته تـــــتم عمليـــــة الاســـــتنتاجات عـــن مجتمـــع الدراســـة علـــى اســـاس النتـــائج المستحصـــلة مـــن العينـــة المختـــارة مـــن المجتمع.

وان تقـــدير دالـــة المعوليـــة لبيانـــات مراقبـــة يتطلـــب ذلـــك الامـــر توضـــيح بعـــض انـــواع البيانـــات اذ ان الفحـــص واختبـــار الجهـــاز او المنـــتج (الالـــة) يتطلـــب مراقبـــة وتسجيل الوحدات (البيانات) الفاشلة وحسب نوع البيانات .

6-2 انواع البيانات Data classification [3][25][35][36][40]

1- البيانات التامة (الكاملة) complete data

البيانـــات التامـــة تعنـــي كـــل البيانـــات (وحـــدات العينـــة) قـــد وضـــعت لاختبـــار الحيـــاة فـــان الاختبـــار يتوقـــف بعـــد فشـــل كـــل الوحـــدات , ويكـــون وقـــت الفشل لكل وحدة العينة معلومَ ومشاهد.

وان دالة الامكان الاعظم لهذا النوع من البيانات

$$L=\prod_{i=1}^{n} f(t,\theta) \ldots\ldots\ldots\ldots..(\,20-2\,)$$

اِذ ان :

$f(t,\theta)$دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع .

وان عيـــوب اســـتعمال البيانـــات الكاملـــة هـــو مراقبـــة كـــل مفـــردات العينـــة الخاضـــعة لاختبـــار الحيـــاة وان هـــذا الامـــر يترتـــب عليه(خســـارة فـــي الوقـــت , تكلفـــة , جهـــد , واحيانـــا الفحـــص التـــدميري) لـــذلك يمكـــن الاستعاضـــة عـــن البيانـــات التامـــة بيانـــات المراقبة.

2-بيانات المراقبة censored Data

سوف يتم التطرق الى نوعين من بيانات المراقبة على الرغم من وجود عدة انواع , وممكن توضيح بيانات المراقبة كالاتي :

- **بيانات المراقبة من النوع الاول type- I -censord Data**

يسمى هذا النوع ببيانات مراقبة الزمن(Time censored Data) في هذا النوع من البيانات يكون فيه زمن المراقبة ثابت (t_0) ومحدد مسبقا ويختلف من تجربة الى اخرى لجميع بيانات العينة (وحدات العينة) الخاضعة للاختبار .

فعند اختبار الحياة (n) من الوحدات عند الزمن الصفري سوف نشاهد (نراقب) عمل وحدات العينة لحين انتهاء الزمن الثابت المحدد مسبقا اي تتوقف تجربة الحياة (الاختبار).

وان الوحدات التي فشلت بالاختبار هيm من الوحدات , وان *m* متغير **عشوائي لانستطيع معرفته او تحديده الا بعد انتهاء الزمن** (t_0) , وان (*n-m*) هي عدد الوحدات الباقية بعد الزمن (t_0)

$$0< t_1 < t_2 < t_3 < \cdots \ldots \ldots \ldots . < t_m < t_0$$

إذ ان :

ti: هو زمن فشل الوحدة رقم i قبل الزمن t_0

وان دالة الامكان الاعظم لبيانات المراقبة من النوع الاول هي:

$$L = \frac{n!}{(n-m)!} \prod_{i=1}^{m} f(t,\theta)[R(t_0)]^{n-m} \ldots \ldots \ldots \ldots . (21-2)$$

إذ ان :

$R(t_0)$: دالة المعولية عند الزمن t_0

$f(t,\theta)$: دالة كثافة الفشل

$(n-m)$: عدد الوحدات الباقية بعد الزمن t_0

وان هذا النوع من العينات يهتم بتجارب اختبارات الحياة التي تكون فيها الكلفة متزايدة .

- **بيانات مراقبة من النوع الثاني *type – II-censored Data***

ويسمى هذا النوع من البيانات ببيانات مراقبة الفشل($Failur\ censored\ Data$).

يتم في هذا النوع من البيانات بتحديد عدد معين مسبقا من وحدات العينة التي يتم مراقبتها (r) الوحدات الثابتة وعليه فان زمن هذه الوحدات (t_r) يكون متغيراً عشوائياً لايمكن تحديده , فعند البدء باختبار الحياة عند الزمن الصفري سوف نراقب (نشاهد) عمل الوحدات (r) ونوقف التجربة بعد الحصول على r من الوحدات الفاشلة التي حددت مسبقا , اما الوحدات الباقية بعد الزمن t_r هي (*n-r*).

وان دالة الامكان الاعظم لهذا النوع من البيانات هي:

$$L = \frac{n!}{(n-r)!}\prod_{i=1}^{m} f(t,\theta)[R(t_r)]^{n-r} \ldots\ldots\ldots..(22-2)$$

اذ ان:

$$0 < t_1 < t_2 <\ldots< t_r$$

$f(t,\theta)$: دالة كثافة الفشل.

$R(t_r)$: دالة المعولية عند الزمن t_r.

(n-r) :عـــدد الوحـــدات الباقيـــة (غيـــر الفاشـــلة) بعـــد توقـــف الاختبـــار عنـــد الفشـــل الوحدة رقمr .

وهـــذه العينـــات غالبـــا مـــاتهتم بفحـــص الوحـــدات الغاليـــة الـــثمن او تلـــك التـــي يكـــون فيها الفحص تدميرياً .

7-2 بعض التوزيعات الاحصائية للفشل [23][52]

(Some Statistical distributions of failure)

توجـــد عـــدة توزيعـــات احصـــائية متقطعـــة ومســـتمرة فضـــلاً عـــن توزيـــع ويبـــل يمكـــن عـــن طريقهمـــا الحصـــول علـــى معـــدل الفشـــل , كتوزيـــع بواســـون , توزيـــع ذي الحـــدين , توزيـــع فـــوق الهندســـي , امـــا التوزيعـــات المســـتمره فهـــي التوزيـــع الاســـي , توزيع كاما , توزيع اللوغاررتم الطبيعي , توزيع معكوس كاوس .

ان معـدل الفشـل (Failure rate)لاي جهـاز يكـون علـى نـوعين وهـي معـدل فشـل ثابـــت مـــع الـــزمن (Constant failure)وفيـــه الجهـــاز يكـــون فـــي مرحلـــة العمـــر النـــافع(Useful Life) ويعـد التوزيـع الاسـي أنمـوذجَ الفشـل الـذي يصـف هـذه المرحلـة والـــذي يـــدعى بـــانموذج معـــدل الفشـــل الثابـــت (constant Failure Rate Model), والنـــوع الثـــاني معـــدل الفشـــل المتغيرمـــع الـــزمن(time dependent failure rate). وتعـد التوزيعـات الاخـرى كتوزيـع الطبيعـي وتوزيـع ويبـل والتوزيـع اللوغـارتمي الطبيعـي نمـاذج الفشـل التـي تصـف المراحـل فـي حيـاة الجهـاز, وسـيتم اسـتعمال توزيـع ويبـل فـي الجانب العملي لذلك تم اختياره.

8-2توزيع ويبل ذو المعلمتين للفشل [7][24][52]

(Two-paramete Weibull Failure Distribution)

يُعد توزيع ويبل (Weibull distribution) من افضل نماذج الفشل الذي يمكن ان يصف مراحل الفشل ظهر عام 1939 وسمي بهذا الاسم نسبة الى العالم Weibulle السويدي ,إذ ظهر هذا التوزيع بعد الحرب العالمية الثانية احد نماذج الفشل واكثرها استعمالاً وشيوعا في دراسات المعولية لكونه احد النماذج التي تصف حالات الفشل المختلفة لاي جهازإذ يستعمل توزيع ويبل لوصف عطلات الكثير من المكائن والمعدات ذات طبيعة العمل الميكانيكي,ومن الجدير بالذكر ان التوزيع الاسي هو حالة خاصة من توزيع ويبل وقد انحسر استعماله وذلك بسبب خاصية ثبات معدل الفشل الذي يتصف بها التوزيع الاسي, على العكس منه فان توزيع ويبل يمكن استعماله لوصف المراحل المختلفة التي تمر بها اي ماكنة او جهاز كمرحلة الفشل المبكر(الفشل المتناقص) (Decreasing Failure rate)ومرحلة الفشل المتزايد (Increasing Failure rate)

ان الدالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للمتغير العشوائي T يتوزع توزيعَ ويبل هي:

$$f(t,\theta,\beta) = \frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1}\ e^{-\frac{t^{\beta}}{\theta}} \ldots(23\text{-}2)$$

$$t > 0\ ;\ \ \beta,\theta > 0$$

اذ ان :

θ معلمة القياس (Scale parameter).

β معلمة الشكل ($shape\ parameter$).

وان العزم الرائي لتوزيع ويبل هو :

$$E(t^r) = \int_0^{\infty} t^r\ \frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1}\ e^{\frac{-t^{\beta}}{\theta}}\, dt = \theta^{\frac{r}{\beta}}\ \Gamma\left(\frac{r}{\beta}+1\right) \ldots (24-2)$$

وعندما $r = 1$ نحصل على العزم الاول M_1 والذي يمثل(Et)

$$M_{1=} E(t) = \theta^{\frac{1}{\beta}}\ \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$$

وعند التعويض عن $r = 2$ نحصل على العزم الثاني (Et^2) والذي هو:

$$M_2 = E(t^2) = \theta^{\frac{2}{\beta}}\ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right)$$

والتباين هو:

$$Var(t\ ) = E(t^2) - [E(t)]^2$$

$$= \theta^{\frac{2}{\beta}}\left[\Gamma\left(\frac{2+\beta}{\beta}\right) - \Gamma^2\ \left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)\right]$$

اما دالة التوزيع (التراكمي) لتوزيع ويبل فيكون بالصيغة الاتية:

$$F(t) = \int_0^t \frac{\beta}{\theta} u^{\beta-1}\ \ exp\left[-\frac{u^\beta}{\theta}\right]\ du$$

$$F(t) = 1 -\ exp\left[-\frac{t^{\beta}}{\theta}\right] \dots (\ 25 - 2\ \ )$$

ودالة المعولية لتوزيع ويبل يتم حسابها من الصيغة المذكورة آنفا:

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$R(t) =\ exp\left[-\frac{t^{\beta}}{\theta}\right] \dots (\ 26 - 2\ )$$

اما معدل الفشل (الاخفاق) فيمكن ايجاده باستعمال المعادلة $(2 - 12)$ وكالاتي:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

وعند التعويض عن دالة الكثافة الاحتمالية ودالة المعولية لتوزيع ويبل نحصل على معدل الفشل (الاخفاق) والذي يتناسب طرديا مع β معلمة الشكل وعكسيا مع θ معلمة القياس.

$$h(t) = \frac{\frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} \;\; exp^{\left[-\frac{t^{\beta}}{\theta}\right]}}{exp\left[-\frac{t^{\beta}}{\theta}\right]}$$

$$h(t) = \frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} \ldots (\ 27-2\ )$$

9-2 بعض خصائص توزيع ويبل ذو المعلمتين [24], [28]

سيتم التطرق الى بعض خصائص التوزيع ويبل عن طريق توضيح تاثير معلمتي الشكل والقياس في التوزيع عن طريق الاتي:

- عندما $(\beta = 1)$ يتحول الى توزيع الاسي والذي هو حالة خاصة من توزيع ويبل ويكون في هذه الحالة معدل الفشل ثابت والجهاز او الماكنة تكون في مرحلة العمر النافع , والتوزيع الاسي يمتازبخاصية فقدان الذاكرة (Memory Lessness)ومفهوم هذه الخاصية ان الاستعمال السابق للجهاز او الماكنة لايؤثربعملها في المدة القادمة اي العمر المقبل للجهاز لايعتمد على عمره السابق,اذ ان عمل الماكنة في هذه المرحلة لايتاثر بتقادمها واستهلاكها,وهذه الخاصية تتفق تماما مع طبيعة العطلات العشوائية التي يتعرض لها الجهاز او الماكنة .
- عندما $(\beta = 2)$ فان التوزيع يتحول الى توزيع رالي (Rayleigh dis) .
- عندما $(\beta < 1)$ يكون مشابها لشكل التوزيع الاسي.
- عندما $(\beta \geq 3)$ يكون مشابها لشكل التوزيع الطبيعي (يكون الشكل قريبا من التماثل).
- عندما $(1 < \beta < 3)$ يكون التوزيع ملتويا (Skewed)

- عندما تكون معلمة الشكل $\beta > 1$ معدل الفشل متزايد (Increasing Failure Rate)وهي الحالة التي تمثل دخول الجهاز او الماكنة مرحلة التاكل(الاستهلاك) والتقادم
- عندما تكون معلمة الشكل$\beta < 1$ معدل الفشل متناقص (Decreasing Failure Rate) .
- عندما تكون معلمة الشكل$\beta = 1$ معدل الفشل ثابت(Decreasing Failure Rate).
- زيادة قيمة معلمة القياس (θ) في نقطة زمنية معينة يؤدي الى انخفاض معدل الفشل وزيادة قيمة دالة المعولية .

الفصل الثالث

طرائق التقدير

1-3 تمهيد Preface

يوجد العديد من طرائق تقديرمعلمات ودالة المعولية والمؤشرات والدوال المتعلقة بها الخاصة بتوزيع ويبل, وسيتم توضيح بعض هذه الطرائق في حالة البيانات تحت المراقبة من النوع الثاني(type-II-censoredData), ومن هذه الطرائق هي :

2-3 طريقة الامكان الاعظم(MLM) [3][4] [7][40][51]

(Maximum Likelihood Method)

تُعد هذه الطريقة من طرائق التقدير المهمة والشائعة الاستعمال في التقدير ويعود سبب ذلك إلى ان طريقة الامكان الاعظم تمتلك مجموعة من الخصائص الجيدة منها الكفاية والاتساق احيانا, , وتكون اكثر دقة من الطرائق الاخرى لاسيما عند زيادة حجم العينة إذ أنها تكون غير متحيزه عندما يكون حجم العينة كبيراً,وان هدف هذه الطريقة هو ايجاد قيم تقديرية للمعلمات التي نريد تقديرها بجعل دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية أعظم مايمكن, ويرمز لدالة الامكان الاعظم بالرمز (L).

اذا كان المتغير العشوائي (T) يمتلك دالة الكثافة الاحتمالية وكما في المعادلة $(2-23)$ فان دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية المستقلة $T_1, T_2, \dots \dots . T_n$ هي :

$$\boldsymbol{L(T_1, T_2, \dots, T_n, \beta, \theta) = f\,(t_1, \beta, \theta).\,\mathrm{f}(t_2, \beta, \theta)\,\dots\,\mathrm{f}(t_n, \beta, \theta)}$$

$$\therefore L = \prod_{i=1}^{n} f(t_i\,, \beta, \theta)$$

وبما ان دالة الامكان الاعظم لبيانات مراقبة من النوع الثاني هي :

$$L = \frac{n!}{(n-r)} \prod_{i=1}^{r} f(t_i, \theta) \ [1 - F(t_r)]^{n-r}$$

$$0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_r$$

(n) : حجم العينة.

(r) : بيانات المراقبة الفاشلة.

$(n-r)$: البيانات المتبقية بعد الزمن t_r.

t_i : زمن فشل الوحدة i.

t_r : زمن فشل الوحدة الاخيرة (r).

وبما ان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل هي :

$$f(t|\theta,\beta) = \frac{B}{\theta} \ t^{B-1} \ e^{\frac{-t^B}{\theta}}$$

$$t > 0, \qquad \mathrm{B} > 0 \quad , \theta > 0$$

وبتعويض دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل في دالة الامكان الاعظم نحصل على المعادلة الاتية:

$$L = \frac{n!}{(n-r)!} \prod_{i=1}^{r} \frac{B}{\theta} \ {t_i}^{B-1} \ e^{\frac{-{t_i}^B}{\theta}} \ \ [R(t_r)]^{n-r} \ldots \ldots . \ldots (28-2)$$

وبتعويض عن الدالة المعولية وبفرض $k = \frac{n!}{(n-r)}$ نحصل على الاتي :

$$= K \left[(\tfrac{B}{\theta})^r \ \prod_{i=1}^{r} {t_i}^{B-1} \quad e^{\frac{-\sum_{i=1}^{r} {t_i}^B}{\theta}} \right] \left[e^{\frac{-{t_r}^B}{\theta}} \right]^{n-r}$$

$$L = K (\tfrac{B}{\theta})^r \prod_{i=1}^{r} {t_i}^{B-1} \ e^{\frac{-1}{\theta}\left[\sum_{i=1}^{r} {t_i}^B + (n-r){t_r}^B\right]} \ldots (29\text{-}2)$$

وباخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة نحصل على :

$$LogL = logK + rLog\beta - rLog\theta + (\beta - 1) \sum_{i=1}^{r} Logt_i - \frac{1}{\theta}\left[\sum_{i=1}^{r} t_i^{\beta} + (n-r)t_r^{\beta}\right]$$

وباشتقاق المعادلة المذكورة انفاً اشتقاقا جزئيا بالنسبة لمعلمة القياس (θ) ومعلمة الشكل (β)
وبمساواة المشتقة مع الصفر نحصل على مقدرات الامكان الاعظم لهما وكالاتي:

$$\frac{\partial LogL}{\partial \theta} = \frac{-r}{\theta} + \frac{1}{\theta^2}\left[\sum_{i=1}^{r} t_i^{B} + (n-r)t_r^{B}\right] \ldots (30-2)$$

$$\frac{\partial LogL}{\partial B} = \frac{r}{B} + \sum_{i=1}^{r} Logt_i - \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{B}(1)Logt_i + (n-r)t_r^{B}Logt_r}{\theta} \ldots (31-2)$$

وبما ان

$$\frac{\partial LogL}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial LogL}{\partial B} = 0$$

فان قيمة $(\hat{\theta})$ ستكون :

$$\hat{\theta}_{MLE} = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{B}} + (n-r)t_r^{\hat{B}}}{r} \ldots (32-2)$$

اما قيمة B ستكون :

$$0 = \frac{r}{\hat{B}} + \sum_{i=1}^{r} Logt_i - \frac{\sum_{i=1\, t_i^{\hat{B}}}^{r} Logt_i + (n-r)t_r^{\hat{B}}\, Logt_r}{\hat{\theta}}$$

وبتعويض قيمة $(\hat{\theta})$ في المعادلة المذكورة آنفا نحصل على :

$$\sum_{i=1}^{r} Logt_i = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{\beta}} Logti + (n-r)t_r^{\hat{\beta}}\, Logt_r}{\frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{B}} + (n-r)t_r^{\hat{B}}}{r}} - \frac{r}{\hat{B}}$$

وبتبسيط المعادلة نحصل على

$$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} Logt_i = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{\beta}} Logti + (n-r)t_r^{\hat{\beta}}\ Logt_r}{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{B}} + (n-r)t_r^{\hat{B}}} - \frac{1}{\hat{B}} \quad ....(33\text{-}2)$$

وعند حل المعادلة (2 - 33) باحدى الطرائق التكرارية مثل طريقة نيوتن رافسن او اي طريقة تكرارية مناسبة نستخرج قيمة $(\hat{\beta}_{MLE})$, ثم تعتمد قيمة $\hat{\beta}_{MLE}$ في المعادلة (32-2) للحصول على $(\hat{\theta}_{MLE})$.

3-3 طريقة العزوم (MO) (Method of Moments)[16]

تتصف هذه الطريقة بسهولتها فلذلك تعد من الطرائق الشائعة الاستعمال في حقل تقدير المعلمات , وتتلخص فكرتها بتقدير عزوم المجتمع (Mj) المجهولة بواسطة العينة $(\widehat{M})$ المعلومة.

وبما ان معامل الاختلاف مستقل عن المعلمة (θ) اي انه يعتمد على المعلمة (β) وبذلك يمكن الافادة من معامل الاختلاف في تقدير المعلمة (β) وكالاتي :

بما ان العزم الرائي الاول لتوزيع ويبل هوحالة خاصة من العزوم اللامركزية ويعرف كالاتي:

$$M_1 = E(t^1) = \theta^{\frac{1}{B}}\Gamma\left(\frac{1}{B}+1\right)$$

والعزم المركزي الثاني لتوزيع ويبل هو حالة خاصة من العزوم اللامركزية يسمى التباين ويعرف كالاتي :

$$M_2 = E(t-M)^2 = V(t) = \theta^{\frac{2}{\beta}}\left[\Gamma\left(\frac{2+\beta}{\beta}\right) - \Gamma^2\ \left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)\right]$$

وبما ان عزم العينة الاول هو :

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i}{r}$$

وعزم العينة الثاني هو :

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\,2}}{r}$$

وان عزم المجتمع التقديري يساوي عزم العينة وان معامل الاختلاف هو:

$$\because c.v = \frac{s}{\bar{t}}$$

وباخذ الجذر التربيعي

$$c.v = \sqrt[2]{\frac{s^2}{\bar{t}^2}} = \sqrt[2]{\frac{M_2}{{M_1}^2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (34-2)$$

وعلية يمكن الافادة من معامل الاختلاف بالشكل الاتي :

$$\sqrt[2]{\frac{\Gamma\left[\frac{\beta+2}{\rho}\right] - \Gamma^2\left[\frac{\beta+1}{\beta}\right]}{\Gamma^2\left[\frac{\beta+1}{\beta}\right]}} = \sqrt[2]{\frac{\frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\,2}}{r}}{\left(\frac{\sum_{i=1}^{r} t_i}{r}\right)^2}} \ldots\ldots (35-2)$$

يمكـــن اعتمـــاد المعادلـــة المـــذكورة آنفـــا (35-2) فـــي تقـــدير المعلمـــة $(\hat{\beta}_{MOM})$ بواســـطة العـــزوم والافـــادة منهـــا فـــي تقـــدير معلمـــة θ وذلـــك بتعـــويض عـــن قيمـــة المعلمة $(\hat{\beta}_{MOM})$ والتي تم تقديرها بواسطة العزوم في المعادلة (36-2) .

$$\hat{\theta}_{MOM} = \left[\frac{\bar{t}}{\Gamma\left(\frac{\hat{\beta}+1}{\hat{\beta}}\right)}\right]^{\hat{\beta}} \ldots (\; 36-2 \;)$$

4-3 الطريقة المختلطة (طريقة التقليص) $Mix\ Method$ [13][37]

اذا كان لدينا مقدران معلومان نستطيع تكوين مقدر ثالث جديد يمثل تركيب خطي من المقدرين المعلومين باستعمال الطريقة المختلطة.

فاذا فرضنا $\widehat{\theta_1}$ مقدر الامكان الاعظم , و $\hat{\theta}_2$ مقدر العزوم .

فان المقدر الجديد يمثل خليط من المقدرين المذكورة آنفا ونرمز له بالرمز $\hat{\theta}_m$ والمعرف بالمعادلة

$$\hat{\theta}_m = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + (1-P)\hat{\theta}_2 \ldots (37-2)$$

إذ ان p ثابت وان $(0 \leq P \leq 1)$ ويتم تحديد قيمة P التي تعمل على تصغير متوسط مربعات الخطا (Mse) لهذا المقدر المختلط $Mse(\hat{\theta}_m)$ وذلك حسب الخطوات الآتية:

$$\hat{\theta}_m = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + (1-\mathrm{P})\hat{\theta}_2$$

نطرح من الطرفين θ

$$\hat{\theta}_m - \theta = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + (1-\mathrm{P})\hat{\theta}_2 \ - \theta$$

وبفتح القوس في المعادلة المذكوة آنفا

$$\hat{\theta}_m - \theta = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - P\hat{\theta}_2 - \theta$$

اضافة طرح ρθ

$$\hat{\theta}_m - \theta = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - \mathrm{P}\hat{\theta}_2 - \theta + \mathrm{P}\theta - \mathrm{P}\theta$$

$$\hat{\theta}_m - \theta = \left(P\hat{\theta}_1 - P\theta\right) - \left(P\hat{\theta}_2 - P\theta\right) + \left(\hat{\theta}_2 - \theta\right)$$

$$= P\left[\left(\hat{\theta}_1 - \theta\right) - \left(\hat{\theta}_2 - \theta\right)\right] + \left[\hat{\theta}_2 - \theta\right]$$

نربع الطرفين

$$\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{m}} - \boldsymbol{\theta}\right]^2 = \boldsymbol{P}^2\left[(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}) - (\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \boldsymbol{\theta})\right]^2 + \left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \boldsymbol{\theta}\right]^2 + 2\boldsymbol{P}\left[(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}) - (\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \boldsymbol{\theta})\right]\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \boldsymbol{\theta}\right]$$

$$= P^2\left[\hat{\theta}_1 - \theta\right]^2 + P^2\left[\hat{\theta}_2 - \theta\right]^2 - 2P^2\left[\hat{\theta}_1 - \theta\right]\left[\hat{\theta}_2 - \theta\right] + \left[\hat{\theta}_2 - \theta\right]^2 + 2P\left[\hat{\theta}_1 - \theta\right]\left[\hat{\theta}_2 - \theta\right] - 2\mathrm{P}\left[\hat{\theta}_2 - \theta\right]^2$$

ادخال التوقع للطرفين للمعادلة المذكورة آنفا نحصل على:

$$Mse(\hat{\theta}_m) = P^2 Mse(\hat{\theta}_1) + P^2 Mse(\hat{\theta}_2) - 2P^2 Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$+2PCov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2PMse(\hat{\theta}_2)$$

نشتق المعادلة المذكورة آنفا بالنسبة الى P وبمساوتها الى الصفر نحصل على:

$$\frac{\partial Mse(\hat{\theta}_m)}{\partial P} = 2\mathrm{P}\, Mse(\hat{\theta}_1) + 2\mathrm{P}\, Mse(\hat{\theta}_2) - 4\mathrm{P}\, Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + 2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2\, Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$0 = \mathrm{P}\, Mse(\hat{\theta}_1) + \mathrm{P}\, Mse(\hat{\theta}_2) - 2\mathrm{P}\, Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$0 = P[Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2\, Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)] + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2)$$

نحصل على قيمة P التي تحقق اصغر متوسط مربعات خطأ ممكن

$$\mathrm{P} = \frac{Mse(\hat{\theta}_2) - Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2\, Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)} \ldots (38-2)$$

اذن المقدر الجديد المختلط هو

$$Estimated\ New = P\hat{\theta}_{mom} + (1-P)\hat{\theta}_{mle\ldots.(39-2)}$$

اما في حالة ايجاد مقدر (β_m)جديد مختلط فيمكن ذلك عن طريق الاتي :

$$\hat{\beta}_m = \mathrm{P}\hat{B}_1 + (1-P)\hat{\beta}_2$$

إذ ان P ثابت ويتم تحديد قيمة P التي تعمل على تصغير متوسط مربعات الخطا (Mse) لهذا المقدر المختلط $Mse(\hat{\beta}_m)$ وذلك حسب الخطوات الاتية:

$$\hat{\beta}_m = \mathrm{P}\hat{\beta}_1 + (1-P)\hat{\beta}_2$$

$$\hat{\beta}_m - \beta = \mathrm{P}\hat{\beta}_1 + (1-P)\hat{\beta}_2 - \beta$$ نطرح من الطرفين β

$$\hat{\beta}_m - \beta = P\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 - P\hat{\beta}_2 - \beta$$ وبفتح القوس في المعادلة المذكورة انفا

$$\hat{\beta}_m - \beta = P\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 - \mathrm{P}\hat{\beta}_2 - \beta + \mathrm{P}\beta - \rho\beta$$ اضافة طرح $\mathrm{P}\beta$

$$\hat{\beta}_m - \beta = \left(P\hat{\beta}_1 - \beta\right) - \left(P\hat{\beta}_2 - P\beta\right) + \left(\hat{\beta}_2 - \beta\right)$$

$$= P\left[\left(\hat{\beta}_1 - \beta\right) - \left(\hat{\beta}_2 - \beta\right)\right] + \left[\hat{\beta}_2 - \beta\right]$$

نربع الطرفين

$$\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_m - \boldsymbol{\beta}\right]^2 = \boldsymbol{P}^2\left[\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{\beta}\right) - \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right)\right]^2 + \left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]^2 + 2\boldsymbol{P}\left[\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{B}\right) - \left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right)\right]\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]$$

$$= \boldsymbol{P}^2\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{\beta}\right]^2 + \boldsymbol{P}^2\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]^2 - 2\boldsymbol{P}^2\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{\beta}\right]\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right] + \left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]^2$$
$$+ 2\boldsymbol{P}\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{\beta}\right]\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right] - 2\mathbf{P}\left[\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]^2$$

ادخال التوقع للطرفين للمعادلة المذكورة انفا نحصل على:

$$Mse\left(\hat{\beta}_m\right) = P^2 Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + P^2 Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 2P^2 Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) + Mse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

$$+2PCov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) - 2PMse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

وباشتقاق المعادلة المذكورة انفا بالنسبة الى P ومساوتها الى الصفرنحصل على:

$$\frac{\partial Mse\left(\hat{\beta}_m\right)}{\partial P} = 2\mathrm{P}\, Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + 2\mathrm{P}\, Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 4\mathrm{P}\, Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) + 2Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)$$
$$- 2\, Mse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

$$0 = \mathrm{P}\, Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + \mathrm{P}\, Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 2\mathrm{P}\, Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) + Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) - Mse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

$$0 = P\left[Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 2\, Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)\right] + Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) - Mse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

وبتبسيط المعادلة المذكورة أنفا نحصل على قيمة P التي تحقق اصغر متوسط مربعات خطا ممكن

$$\mathrm{P} = \frac{Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)}{Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 2\, Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)}$$

اذن المقدر الجديد المختلط هو

$$Estimated\ New = P\hat{\beta}_{mom} + (1-P)\hat{\beta}_{mle}$$

3-5 طريقة المربعات الصغرى [32][45]

(Least Square Method OLS)

تعتمـــد طريقـــة المربعـــات الصـــغرى علـــى ايجـــاد مقـــدرات الشـــكل والقيـــاس (B,θ) والتـــي تتصـــف بانهـــا تقـــدم اصـــغر مجمـــوع مربعـــات خطـــا يمكـــن ان نجـــده مـــن حاصـــل الفـــرق بـــين دالـــة CDF واحـــد المقـــدرات اللامعلميـــة , اذ يوجـــد العديـــد من المقدرات اللامعلمية وسوف نختار منها :

$$* \ \hat{F}_{1\,(x_i)} = \left(\frac{i}{n}\right)$$

$$* \ \hat{F}_{2(x_i)} = \left(\frac{i-0.5}{n}\right)$$

$$* \ \hat{F}_3(x_i) = \left(\frac{i}{n+1}\right)$$

إذ ان i : تمثل تسلسل المشاهدات (t_i) المرتبة تصاعديا.

$\hat{F}$: يمثل المقدار اللامعلمي لدالة C.d.f

والصيغة الرياضية المعتمدة في التقدير هي :

$$T_1 = \sum_{i=1}^{r} \left[\left\{ 1 - e^{\frac{-t_i{}^{\beta}}{\theta}} \right\} - \left(\frac{i}{n}\right) \right]^2$$

$$T_2 = \sum_{i=1}^{r} \left[\left\{ 1 - e^{\frac{-t_i{}^{\beta}}{\theta}} \right\} - \left(\frac{i-0.5}{n}\right) \right]^2$$

$$T_3 = \sum_{i=1}^{r} \left[\{ 1 - e^{\frac{-t_i{}^{\beta}}{\theta}} \} - \left(\frac{i}{n+1}\right) \right]^2$$

اذ ان

T_i : مجموع مربعات الخطا .

i=1,2,3

وسوف تطبق طريقة تكرارية عن طريق إعطاء قيم اولية للمعلمتين (θ), (β) واستعمال $(\hat{\theta})$, $(\hat{\beta})$ التي يكون عندها المقدار T_3, T_2, T_1 اصغر مايمكن.

الفصل الرابع

الجانب التجريبي

1-4 تمهيد (Preface)

فــي هــذا الفصــل تــم اســتعمال المحاكــاة لتوليــد بيانــات مراقبــة مــن النــوع الثــاني تخضــع لتوزيــع ويبــل ذي المعلمتيــين وذلــك لغــرض المقارنــة بــين طرائــق تقــدير دالة المعولية المذكورة سابقا في الفصل الثالث من هذه الرسالة.

2-4 المحاكاة $(Simulaion)$ [8][11][27]

يجــب تــوافر البيانــات عــن ظــاهرة مــا لكــي نســتطيع دراســتها , وفــي حالــة تعــذر الحصــول علــى البيانــات مــن الجهــة ذات العلاقــة بموضــوع الدراســة او عــدم توافرهــا بشــكل كــافٍ , ممكــن اللجــوء الــى اســلوب اخــر وهــو المحاكــاة لكــي نستطيع الحصول على البيانات اللازمة لدراسة تلك الظاهرة.

تمتــاز عمليــة المحاكــاة بالمرونــة لأنهــا تعطــي القــدرة علــى التجريــب والاختبــار عــن طريــق تكــرار عمليــة المحاكــاة مــرات متعــددة بتغييــر مــدخلات عمليــة التقــدير فــي كــل مــرة وان اهميــة المحاكــاة تــاتي عــن طريــق توليــد ارقــام عشــوائية فــي التجربــة رقــم واحــد وتكــون هــذه الارقــام العشــوائية مســتقلة عــن الارقــام العشــوائية فــي التجربــة الاتيــة وهكــذا , ويمكــن تعريــف المحاكــاة علــى انهــا ((تقليد او تمثيل للواقع الحقيقي باستعمال نماذج معينة)).

إن تطــور اســلوب المحاكــاة مــع تطــور الحاســبات ســاعد البــاحثين فــي تــوفير الوقــت والجهــد والمــال وذلــك عــن طريــق الاســتعانة بالحاســبات الالكترونيــة لتكــوين البيانــات (المشــاهدات) المطلوبــة دون اللجــوء الــى العمــل الميــداني للحصــول عليهــا وبــدون الاخــلال بالنتــائج المطلوبــة ودقتهــا ,وتعــد طريقــة مونــت كــارلو $(Mont-carlo)$ والتــي تســتعمل فــي توليــد المشــاهدات لمعظــم التوزيعات الاحصائية المعروفة من اهم طرائق المحاكاة واكثرها شيوعا.

إنَ الية طريقة مونت كارلو تتم بحسب الخطوات الاتية :-

1- توليــد الأعــداد العشــوائية التــي تتبــع التوزيــع المنــتظم علــى المــدة (0,1) وذلــك باســتعمال دالــة الكثافــة التجميعيــة التــي تصــف الأنمــوذج (التوزيــع تحت الدراسة)

2- استعمال اسلوب رياضي احصائي لتحويل العدد العشوائي المنتظم الذي تم توليده للحصول على متغير عشوائي الذي يصف الانموذج تحت التجربة, وكما مبين في المعادلتين ادناه :

$$y = F(X) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(1-5)$$
$$x = F^{-1}(y) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(2-5)$$

ومن الممكن وصف تجارب المحاكاة الخاصة بالبحث عن طريق الاتي:-

- تعيين قيم افتراضية لمعالم التوزيع (β) ,(θ) وكما معرف ادناه:

$$\theta = 25\,, 50\,, 75$$
$$\beta = 1.7\,, 2.7$$

اذ ان :

θ :تمثل معلمة القياس.

β :تمثل معلمة الشكل .

وتُعد عملية تعيين قيم افتراضية لمعالم التوزيع من الخطوات الاساسية والمهمة التي تعتمد عليها الخطوات اللاحقة.

- توليد عينات بحجم(100 , 50 , 25) واخذ نسبة بتر(r)30% من كل حجم عينة.

عن طريق تغيير قيم معالم الأنموذج لافتراضية وحجم العينة (صغير ,متوسط, كبير)ممكن معرفة مدى تاثير التغير في تلك القيم في سلوك مقدرات دالة المعولية, اذ يمكن تكوين ثلاثة نماذج تمثل حجم العينة ومعلمتي التوزيع والبتر(r)الذي يمثل 30% من حجم كل عينة وكالاتي

أنموذج (A)

يبين القيم الافتراضية لمعلمتي الشكل والقياس وحجم العينة والبتر

Model	n	θ	β	r
1	25	25	1.7	8
2	25	25	2.7	8
3	25	50	1.7	8
4	25	50	2.7	8
5	25	75	1.7	8
6	25	75	2.7	8

أنموذج (B)

يبين القيم الافتراضية لمعلمتي الشكل والقياس وحجم العينة والبتر

Model	n	θ	β	r
1	50	25	1.7	15
2	50	25	2.7	15
3	50	50	1.7	15
4	50	50	2.7	15
5	50	75	1.7	15
6	50	75	2.7	15

أنموذج (C)

يبين القيم الافتراضية لمعلمتي الشكل والقياس وحجم العينة والبتر

Model	n	θ	β	r
1	100	25	1.7	30
2	100	25	2.7	30
3	100	50	1.7	30
4	100	50	2.7	30
5	100	75	1.7	30
6	100	75	2.7	30

- تكرار التجربة (1000) مرة للحصول على تجانس اكثر.
- ولـــدت ارقامـــاً عشـــوائية خاضـــعة لتوزيـــع ويبـــل ذي المعلمتيـــين عـــن طريـــق الصيغة الاتية:

$$F(t_i) = 1 - exp\left(-\frac{{t_i}^{\beta}}{\theta}\right)$$

$$exp\left(-\frac{{t_i}^{\beta}}{\theta}\right) = 1 - \ F(t_i)$$

وعلى فرض انU_i =F(t_i)

$$= 1 - U_i$$

$$-\frac{{t_i}^{\beta}}{\theta} \quad = Ln(1 - U_i)$$

$${t_i}^{\beta} \quad = \ -\theta \operatorname{Ln}(1 - U_i)$$

$$t_i \quad = (-\theta \operatorname{Ln}(1 - U_i))^{\frac{1}{\beta}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (3 - 5)$$

اذ ان U_i :متغير عشوائي منتظم مستمر على المدة (0,1).

- حســـاب القـــيم التقديريـــة لدالـــة المعوليـــة ولجميـــع طرائـــق التقـــدير المـــذكورة في الجانب النظري بعد حساب تقدير المعلمات لكل طريقة .
- اعتمـــاد المقيـــاس الاحصـــائي متوســـط مربعـــات الخطـــا (MSE) لمقارنـــة بـــين القـــيم التقديريـــة لدالـــة المعوليـــة مـــع العلـــم ان MSE يمكـــن ايجـــاده عـــن طريـــق الصيغة ادناه :

$$MSE[\hat{R}(t_i)] = \frac{\sum_{i=1}^{R}[R(t_i) - \hat{R}(t_i)]^2}{R} \ldots (4 - 4)$$

اذ ان:

R :تمثل عدد تكرارات التجربة .

$\hat{R}(t_i)$:تمثل دالة المعولية التقديرية بحسب الطريقة المستعملة في التقدير.

3-4: نتائج المحاكاة

ســيتم فـــي هـــذا الجـــزء عـــرض وتحليـــل ومقارنـــة نتـــائج المحاكـــاة لطرائـــق تقـــدير دالـــة المعوليـــة لتوزيـــع ويبـــل باســـتعمال بيانـــات مراقبـــة مـــن النـــوع الثـــاني متمثلـــة بالنمـــاذج الثلاثـــة المرقمـــة (A) و(B) و(C) بالاعتمـــاد علـــى المقيـــاس الاحصـــائي MSE لغـــرض المقارنـــة بينهـــا , والوصـــول الـــى افضـــل طريقـــة لتقـــدير دالـــة المعولية.ولقـــد تـــم الحصـــول علـــى نتـــائج التحليـــل باســـتعمال برنـــامج لغـــة

(Matlab) وفيمـــا يـــأتي النتـــائج الموضـــحة فـــي الجـــداول التـــي ســـيتم تحليلهـــا حســـب تسلسل الجداول.

جدول $(1-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\widehat{R}_{ML(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mo(t_i)}$	$\widehat{R}_{OLS(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mi(t_i)}$
$n_{1=25}$	1.5328	0.9576	0.9222	0.8393	0.9031	0.8874
r_1=8	1.7689	0.9205	0.8306	0.7670	0.7787	0.8455
θ_1=25	1.8112	0.8824	0.7389	0.7107	0.6214	0.8373
β_1=1.7	2.3204	0.8473	0.6540	0.6674	0.4810	0.7262
	3.1538	0.8070	0.5681	0.6257	0.3421	0.5153
	3.8495	0.7687	0.5013	0.5903	0.2318	0.3449
	4.0471	0.7289	0.4368	0.5560	0.1411	0.3015
	4.1800	0.6923	0.3835	0.5274	0.0871	0.2740

وبالنظر الى الجدول (4-1) يمكن تعريف الاعمده كالاتي:

(t_i): تمثـــل أوقـــات الاشـــتغال لحـــين الفشـــل وهـــي أنمـــوذج لقـــيم تجربـــة مـــن الالـــف تجربة وهي في تزايد.

$R(t_i)$**:** تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة الحقيقيـــة (الافتراضـــية) لـــــ (1000) تجرية وهي في تناقص.

$\widehat{R}_{ML(t_i)}$: تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة الامكـــان الاعظم لــ(1000) تجربة وهي في تناقص .

$\widehat{R}_{Mo(t_i)}$: تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة العـــزوم لــ(1000) تجربة وهي ايضا في تناقص .

$\widehat{R}_{OLS(t_i)}$: تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة المربعات الصغرى لــ(1000) تجربة وكذلك قيمها في تناقص .

$\widehat{R}_{Mi(t_i)}$:تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة المختلطـــة لــ(1000) تجربة وقيمها في تناقص ايضا .

اذ نلحـــظ ان قـــيم دالـــة المعوليـــة محصـــورة بـــين (0,1) وممكـــن معرفـــة طريقـــة التقـــدير الافضـــل عـــن طريـــق ايجـــاد قـــيم الـــــ (MSE) لمقـــدر دالـــة المعوليـــة وكالاتي :

جدول (2-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\widehat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0117	0.0171	0.0071	0.0049	MI
0.0317	0.0280	0.0263	0.0056	MI
0.0565	0.0366	0.0731	0.0020	MI
0.0873	0.0424	0.1406	0.0147	MI
0.1186	0.0460	0.2223	0.0851	MO
0.1377	0.0483	0.2947	0.1797	MO
0.1572	0.0497	0.3546	0.1827	MO
0.1698	0.0498	0.3764	0.1750	MO

ان قيم اعمدة الجدول (4-2) هي عبارة عن الوسط الحسابي لقيم MSE لجميع التجارب الـ(1000) ولجميع طرائق تقدير دالة المعولية وهذا الكلام يمثل جميع جداول الـ MSE التي سوف يتم ايجادها لاحقا .

اظهرت نتائج الجدول (4-2) ان الطريقة المختلطة $(Mix\ Method)$ وطريقة العزوم$(Moments\ Method)$هي افضل طرائق التقدير لكونها تمتلك اقل MSEوالنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%50
	MO	%50
2 'd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(3-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديري

	t_i	$R(t_i)$	$\widehat{R}_{ML(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mo(t_i)}$	$\widehat{R}_{OLS(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mi(t_i)}$
$n_{1=25}$	0.7743	0.9639	0.9338	0.8503	0.9103	0.9826
r_1=8	1.0737	0.9271	0.8465	0.7970	0.7834	0.9439
θ_1=25	1.4421	0.8886	0.7572	0.7614	0.6192	0.8444
β_2=2.7	1.8461	0.8532	0.6806	0.7352	0.4762	0.6596
	1.8905	0.8124	0.6041	0.7114	0.3425	0.6352
	1.9045	0.7708	0.5316	0.6902	0.2253	0.6274
	1.9207	0.7338	0.4725	0.6725	0.1461	0.6183
	1.9936	0.6989	0.4209	0.6579	0.0942	0.5766

جدول $(4-4)$

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\widehat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0118	0.0159	0.0065	0.0004	MI
0.0311	0.0224	0.0263	0.0003	MI
0.0549	0.0253	0.0772	0.0020	MI
0.0774	0.0263	0.1481	0.0375	MO
0.1005	0.0265	0.2264	0.0314	MO
0.1208	0.0262	0.3034	0.0205	MI
0.1364	0.0260	0.3534	0.0133	MI
0.1509	0.0256	0.3753	0.0150	MI

اظهـــرت نتـــائج الجـــدول (4-4) الطريقـــة المختلطـــة $(Mix\ Method)$ هـــي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%75
2'nd	MO	%25
3'rd	OLS	%0
	ML	%0

جدول $(5-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_1=25	1.1929	0.9621	0.8828	0.8805	0.9043	0.9658
r_1=8	2.1088	0.9291	0.7738	0.8252	0.7888	0.8743
θ_2=50	2.2740	0.8900	0.6739	0.7765	0.6217	0.8516
β_1=1.7	2.7127	0.8525	0.5972	0.7373	0.4694	0.7834
	3.5233	0.8149	0.5255	0.7019	0.3389	0.6351
	3.8481	0.7783	0.4694	0.6716	0.2316	0.5715
	3.9478	0.7419	0.4173	0.6433	0.1471	0.5518
	4.1770	0.7048	0.3681	0.6158	0.0915	0.5067

جدول (6-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0387	0.0083	0.0079	0.0000	**MI**
0.0839	0.0138	0.0255	0.0030	**MI**
0.1208	0.0184	0.0767	0.0015	**MI**
0.1428	0.0215	0.1530	0.0048	**MI**
0.1649	0.0242	0.2329	0.0323	**MO**
0.1768	0.0254	0.3048	0.0428	**MO**
0.1905	0.0260	0.3618	0.0361	**MO**
0.1996	0.0265	0.3854	0.0392	**MO**

اظهرت نتائج الجدول (6-4)ان الطريقة المختلطة $(Mix\ Method)$ و طريقةالعزوم $(Moments\ Method)$هي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	**MI**	**%50**
	MO	**%50**
2'nd	**ML**	**%0**
	OLS	**%0**

جدول $(7-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_1=25	2.2396	0.9597	0.8672	0.8993	0.9113	0.6427
r_1=8	2.3326	0.9226	0.7548	0.8652	0.7802	0.5975
θ_2=50	2.8720	0.8826	0.6592	0.8418	0.6239	0.3249
β_2=2.7	2.8809	0.8469	0.5831	0.8225	0.4765	0.3207
	2.9741	0.8070	0.5171	0.8046	0.3399	0.2775
	3.1062	0.7712	0.4623	0.7910	0.2321	0.2212
	3.3643	0.7286	0.4073	0.7761	0.1428	0.1306
	3.3756	0.6906	0.3640	0.7637	0.0900	0.1273

جدول (8–4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0527	0.0061	0.0065	0.1005	**MO**
0.0934	0.0087	0.0274	0.1057	**MO**
0.1268	0.0107	0.0716	0.3111	**MO**
0.1548	0.0126	0.1441	0.2770	**MO**
0.1741	0.0157	0.2257	0.2804	**MO**
0.1883	0.0185	0.2979	0.3026	**MO**
0.1996	0.0229	0.3524	0.3577	**MO**
0.2068	0.0280	0.3714	0.3174	**MO**

اظهرت نتائج الجدول (4 – 8) ان طريقة العزوم $(Moments\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MO	%100
2'nd	ML	%0
	OLS	%0
	MI	%0

جدول $(9-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\widehat{R}_{ML(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mo(t_i)}$	$\widehat{R}_{OLS(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mi(t_i)}$
n_1=25	1.5136	0.9588	0.8533	0.9027	0.9088	0.9634
r_1=8	2.2393	0.9205	0.7410	0.8530	0.7815	0.9102
θ_3=75	3.3315	0.8800	0.6389	0.8140	0.6176	0.7858
β_1=1.7	3.7419	0.8425	0.5651	0.7836	0.4776	0.7280
	3.9884	0.7986	0.4857	0.7514	0.3349	0.6913
	4.5727	0.7611	0.4278	0.7257	0.2303	0.6004
	4.8945	0.7241	0.3779	0.7017	0.1477	0.5492
	5.0580	0.6840	0.3293	0.6774	0.0908	0.5232

جدول (10-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\widehat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0609	0.0048	0.0066	0.0000	MI
0.0971	0.0080	0.0263	0.0001	MI
0.1351	0.0107	0.0740	0.0089	MI
0.1572	0.0127	0.1393	0.0131	MO
0.1839	0.0149	0.2217	0.0115	MI
0.1990	0.0168	0.2894	0.0258	MO
0.2111	0.0189	0.3427	0.0306	MO
0.2202	0.0207	0.3633	0.0258	MO

اظهرت نتائج الجدول (10-4) الطريقة المختلطة $(Mix\ Method)$ وطريقة العزوم $(Moments\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%50
	MO	%50
3'nd	OLS	%0
	ML	%0

جدول $(11-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_1=25	1.6097	0.9624	0.8634	0.9238	0.9121	0.9202
r_1=8	1.7301	0.9245	0.7405	0.8960	0.7828	0.8971
θ_3=75	1.8671	0.8852	0.6389	0.8762	0.6181	0.8660
β_2=2.7	2.0071	0.8458	0.5582	0.8600	0.4684	0.8287
	2.1874	0.8042	0.4897	0.8462	0.3377	0.7724
	2.2235	0.7658	0.4357	0.8348	0.2304	0.7601
	2.3939	0.7291	0.3893	0.8246	0.1490	0.6974
	2.5375	0.6905	0.3458	0.8143	0.0961	0.6396

جدول (12-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0548	0.0034	0.0065	0.0018	**MI**
0.1015	0.0054	0.0262	0.0008	**MI**
0.1431	0.0071	0.0767	0.0004	**MI**
0.1718	0.0094	0.1496	0.0003	**MI**
0.1935	0.0137	0.2242	0.0010	**MI**
0.2050	0.0187	0.2932	0.0000	**MI**
0.2146	0.0249	0.3454	0.0010	**MI**
0.2239	0.0320	0.3639	0.0026	**MI**

اظهـــرت نتـــائج الجـــدول (12-4)ان الطريقـــة المختلطـــة $(Mix\ Method)$ هـــي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%100
2'nd	MO	%0
	OLS	%0
	ML	%0

جدول $(13-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.2292	0.9811	0.9784	0.8885	0.9609	0.9978
r_2=15	0.2931	0.9618	0.9485	0.8251	0.9068	0.9963
θ_1=25	0.3297	0.9408	0.9118	0.7747	0.8340	0.9954
β_1=1.7	1.1321	0.9207	0.8775	0.7369	0.7531	0.9461
	1.4326	0.9021	0.8462	0.7078	0.6746	0.9148
	2.3262	0.8826	0.8121	0.6803	0.5918	0.7898
	2.5299	0.8621	0.7778	0.6539	0.5106	0.7563
	2.7342	0.8434	0.7447	0.6316	0.4393	0.7214
	2.8073	0.8223	0.7115	0.6083	0.3683	0.7087
	3.5575	0.8020	0.6785	0.5868	0.3020	0.5745
	3.5661	0.7841	0.6496	0.5695	0.2498	0.5729
	3.6847	0.7639	0.6196	0.5508	0.1990	0.5516
	3.7586	0.7449	0.5914	0.5340	0.1577	0.5384
	3.8525	0.7252	0.5636	0.5175	0.1231	0.5217
	3.9274	0.7046	0.5348	0.5009	0.0931	0.5085

جدول (14-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0005	0.0106	0.0015	0.0003	MI
0.0022	0.0207	0.0058	0.0012	MI
0.0054	0.0302	0.0152	0.0030	MI
0.0095	0.0370	0.0317	0.0006	MI
0.0134	0.0418	0.0551	0.0002	MI
0.0191	0.0460	0.0878	0.0086	MI
0.0248	0.0495	0.1270	0.0112	MI
0.0316	0.0521	0.1668	0.0149	MI
0.0379	0.0543	0.2096	0.0129	MI
0.0450	0.0561	0.2537	0.0518	ML
0.0514	0.0568	0.2893	0.0446	MI
0.0577	0.0572	0.3237	0.0451	MI
0.0635	0.0575	0.3502	0.0427	MI
0.0691	0.0569	0.3686	0.0414	MI
0.0751	0.0562	0.3805	0.0384	MI

اظهرت نتائج الجدول (14-4) الطريقة المختلطة $(Mix\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%93
2’nd	ML	%7
3'rd	OLS	%0
	ML	%0

جدول $(4-15)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\widehat{R}_{ML(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mo(t_i)}$	$\widehat{R}_{OLS(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.7320	0.9810	0.9802	0.8695	0.9602	0.9839
r_2=15	0.9744	0.9621	0.9514	0.8276	0.9079	0.9608
θ_1=25	1.1332	0.9417	0.9166	0.7975	0.8377	0.9377
β_2=2.7	1.1379	0.9196	0.8764	0.7736	0.7537	0.9369
	1.1860	0.9004	0.8432	0.7549	0.6709	0.9285
	1.2682	0.8830	0.8117	0.7405	0.5950	0.9124
	1.4222	0.8632	0.7789	0.7259	0.5159	0.8767
	1.6724	0.8434	0.7451	0.7122	0.4386	0.8031
	1.6911	0.8233	0.7112	0.6999	0.3652	0.7969
	1.8510	0.8036	0.6800	0.6890	0.3040	0.7394
	1.8823	0.7853	0.6508	0.6795	0.2498	0.7274
	2.1884	0.7660	0.6216	0.6696	0.2002	0.5994
	2.1892	0.7461	0.5909	0.6599	0.1551	0.5991
	2.2731	0.7264	0.5631	0.6511	0.1198	0.5616
	2.3106	0.7053	0.5328	0.6418	0.0906	0.5448

جدول (4-16)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.00018	0.0141	0.0018	0.00001	**MI**
0.00146	0.0202	0.0058	0.00000	**MI**
0.00455	0.0239	0.0147	0.00002	**MI**
0.00990	0.0257	0.0305	0.00030	**MI**
0.01438	0.0269	0.0558	0.00079	**MI**
0.01937	0.0272	0.0861	0.00087	**MI**
0.02458	0.0272	0.1245	0.00018	**MI**
0.03111	0.0267	0.1684	0.00163	**MI**
0.03809	0.0258	0.2137	0.00070	**MI**
0.04437	0.0248	0.2533	0.00413	**MI**
0.05027	0.0238	0.2901	0.00336	**MI**
0.05573	0.0227	0.3242	0.02777	**MO**
0.06141	0.0214	0.3543	0.02163	**MO**
0.06642	0.0205	0.3735	0.02716	**MO**
0.07238	0.0196	0.3837	0.02579	**MO**

اظهـــرت نتــــائج الجـــدول (4-16)ان الطريقـــة المختلطـــة $(Mix\ Method)$ هـــي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي:

BEST	Method	Precentage
$1'st$	**MI**	**%73**
2'nd	**MO**	**%27**
3'rd	**OLS**	**%0**
	ML	**%0**

جدول $(17-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
$n_2=50$	0.4016	0.9797	0.9688	0.9082	0.9590	0.9966
$r_2=15$	1.1354	0.9627	0.9298	0.8657	0.9085	0.9715
$\theta_2=50$	1.7610	0.9417	0.8792	0.8280	0.8347	0.9311
$\beta_1=1.7$	2.2863	0.9229	0.8389	0.7995	0.7568	0.8851
	2.3498	0.9037	0.7981	0.7732	0.6708	0.8788
	2.7606	0.8856	0.7578	0.7516	0.5910	0.8353
	3.0204	0.8654	0.7153	0.7297	0.5069	0.8053
	3.7991	0.8469	0.6798	0.7109	0.4349	0.7067
	4.1430	0.8291	0.6479	0.6946	0.3715	0.6604
	4.1760	0.8104	0.6142	0.6783	0.3080	0.6559
	4.5856	0.7908	0.5815	0.6615	0.2506	0.5997
	4.6365	0.7700	0.5502	0.6448	0.1979	0.5927
	4.6537	0.7510	0.5211	0.6300	0.1560	0.5903
	4.7004	0.7312	0.4933	0.6156	0.1210	0.5839
	4.8062	0.7114	0.4653	0.6012	0.0924	0.5693

جدول (5-18)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
1.053E-03	0.006158	0.001641	0.000286	MI
7.234E-03	0.010503	0.005461	0.000078	MI
1.757E-02	0.014279	0.014493	0.000111	MI
2.681E-02	0.017091	0.030363	0.001428	MI
3.698E-02	0.019695	0.056906	0.000617	MI
4.865E-02	0.021371	0.089820	0.002529	MI
6.195E-02	0.022700	0.132158	0.003617	MI
7.168E-02	0.023510	0.173452	0.019670	MI
8.149E-02	0.023847	0.212759	0.028473	MO
9.155E-02	0.024000	0.255123	0.023882	MI
1.004E-01	0.024022	0.294823	0.036522	MO
1.093E-01	0.023924	0.330988	0.031457	MO
1.171E-01	0.023629	0.358372	0.025820	MO
1.241E-01	0.023138	0.377249	0.021722	MI
1.313E-01	0.022565	0.388365	0.020185	MO

اظهــــــرت نتـــــــائج الجـــــــدول $(4-18)$ ان الطريقـــــــة المختلطـــــــة $(Mixed\ Method)$ هـــي افضـــل طرائـــق التقـــدير , والنســـب المئويـــة بحســـب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
1'st	MI	%60
2'nd	MO	%40
3'd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(19 - 4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.7996	0.9800	0.9646	0.9129	0.9601	0.9893
r_2=15	0.8942	0.9618	0.9279	0.8846	0.9063	0.9847
θ_2=50	1.1448	0.9418	0.8873	0.8641	0.8358	0.9666
β_2=2.7	1.2077	0.9224	0.8427	0.8477	0.7571	0.9605
	1.2554	0.9033	0.8020	0.8352	0.6754	0.9554
	1.3284	0.8845	0.7639	0.8239	0.5927	0.9468
	1.5763	0.8648	0.7269	0.8132	0.5113	0.9100
	1.6630	0.8450	0.6890	0.8034	0.4334	0.8941
	1.7090	0.8246	0.6516	0.7946	0.3630	0.8851
	1.7706	0.8064	0.6213	0.7871	0.3041	0.8722
	1.8340	0.7890	0.5915	0.7800	0.2514	0.8582
	1.8609	0.7702	0.5620	0.7729	0.2018	0.8520
	1.8769	0.7509	0.5341	0.7660	0.1597	0.8482
	2.5318	0.7310	0.5053	0.7589	0.1228	0.6518
	2.5379	0.7095	0.4749	0.7519	0.0910	0.6496

جدول (4-20)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.00475	0.0052	0.0014	0.00008	MI
0.01050	0.0070	0.0057	0.00052	MI
0.01670	0.0078	0.0149	0.00061	MI
0.02767	0.0081	0.0309	0.00145	MI
0.03672	0.0079	0.0544	0.00272	MI
0.04644	0.0078	0.0880	0.00389	MI
0.05592	0.0077	0.1285	0.00204	MI
0.06634	0.0076	0.1731	0.00241	MI
0.07691	0.0077	0.2163	0.00366	MI
0.08373	0.0078	0.2551	0.00433	MI
0.09153	0.0080	0.2920	0.00479	MI
0.09886	0.0084	0.3267	0.00668	MI
0.10521	0.0092	0.3537	0.00946	MO
0.11131	0.0102	0.3749	0.00628	MI
0.11733	0.0119	0.3877	0.00358	MI

اظهرت نتائج الجدول $(4-20)$ ان الطريقة المختلطة $(Mixed\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير , والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%93
2’nd	MO	%7
3'rd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(21-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.3349	0.9798	0.9566	0.9258	0.9573	0.9984
r_2=15	0.7912	0.9611	0.9117	0.8883	0.9060	0.9911
θ_3=75	1.3626	0.9410	0.8632	0.8585	0.8384	0.9733
β_1=1.7	1.7705	0.9210	0.8173	0.8328	0.7584	0.9551
	2.6833	0.9006	0.7718	0.8098	0.6692	0.8987
	3.0573	0.8817	0.7301	0.7903	0.5856	0.8700
	3.3130	0.8639	0.6943	0.7736	0.5128	0.8488
	3.8307	0.8464	0.6611	0.7584	0.4463	0.8025
	3.8372	0.8254	0.6237	0.7410	0.3723	0.8019
	4.2052	0.8033	0.5878	0.7241	0.3034	0.7665
	4.6182	0.7827	0.5572	0.7091	0.2451	0.7250
	5.3426	0.7627	0.5305	0.6951	0.1977	0.6491
	5.9000	0.7433	0.5024	0.6819	0.1542	0.5894
	7.0335	0.7256	0.4778	0.6702	0.1217	0.4700
	7.3826	0.7052	0.4505	0.6572	0.0922	0.4347

جدول (4-22)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.00864	0.00360	0.00188	0.00035	**MI**
0.01708	0.00621	0.00612	0.00090	**MI**
0.02730	0.00825	0.01427	0.00104	**MI**
0.03881	0.00994	0.03027	0.00116	**MI**
0.05149	0.01137	0.05661	0.00000	**MI**
0.06526	0.01242	0.09092	0.00014	**MI**
0.07576	0.01311	0.12687	0.00023	**MI**
0.08622	0.01352	0.16425	0.00193	**MI**
0.09692	0.01399	0.20936	0.00055	**MI**
0.10762	0.01419	0.25364	0.00135	**MI**
0.11615	0.01411	0.29294	0.00333	**MI**
0.12239	0.01407	0.32363	0.01291	**MI**
0.12950	0.01402	0.35228	0.02368	**MO**
0.13509	0.01417	0.37063	0.06535	**MO**
0.14084	0.01427	0.38239	0.07316	**MO**

اظهرت نتائج الجدول $(4-22)$ ان الطريقة المختلطة $(Mixed\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير , والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	**MI**	**%80**
2’nd	**MO**	**%20**
3'rd	**ML**	**%0**
	OLS	**%0**

جدول $(4 - 23)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.8317	0.9806	0.9645	0.9347	0.9622	0.9922
r_2=15	1.1790	0.9603	0.9163	0.9117	0.9064	0.9766
θ_3=75	1.8519	0.9375	0.8598	0.8944	0.8319	0.9054
β_1=1.7	2.0440	0.9170	0.8142	0.8822	0.7515	0.8729
	2.2157	0.8977	0.7708	0.8727	0.6713	0.8390
	2.3726	0.8786	0.7318	0.8641	0.5906	0.8040
	2.6383	0.8592	0.6951	0.8561	0.5119	0.7368
	2.8464	0.8408	0.6615	0.8496	0.4424	0.6779
	2.9172	0.8221	0.6294	0.8427	0.3755	0.6569
	2.9564	0.8009	0.5955	0.8356	0.3073	0.6450
	3.1050	0.7829	0.5683	0.8299	0.2549	0.5991
	3.4521	0.7615	0.5353	0.8235	0.1994	0.4881
	3.9359	0.7392	0.5043	0.8170	0.1517	0.3371
	3.9444	0.7170	0.4750	0.8111	0.1134	0.3346
	3.9754	0.6984	0.4507	0.8063	0.0878	0.3255

جدول (24-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0049	0.0026	0.0015	0.0001	MI
0.0137	0.0034	0.0062	0.0003	MI
0.0270	0.0038	0.0153	0.0010	MI
0.0397	0.0039	0.0312	0.0019	MI
0.0543	0.0041	0.0543	0.0034	MI
0.0655	0.0044	0.0862	0.0056	MO
0.0758	0.0051	0.1243	0.0150	MO
0.0850	0.0060	0.1616	0.0265	MO
0.0931	0.0069	0.2027	0.0273	MO
0.1012	0.0083	0.2474	0.0243	MO
0.1078	0.0097	0.2828	0.0338	MO
0.1156	0.0119	0.3204	0.0747	MO
0.1227	0.0146	0.3504	0.1617	MO
0.1285	0.0182	0.3698	0.1462	MO
0.1333	0.0214	0.3785	0.1391	MO

اظهـــــــرت نتـــــــائج الجــــــــدول $(4-24)$ ان طريقـــــــة العـــــــزوم $(Moments\ Method)$ هــــي افضـــــل طرائـــق التقـــدير , والنســـب المئويـــة بحسب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MO	%67
2'nd	MI	%33
3'rd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(25-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.5813	0.9903	0.9920	0.9159	0.9850	0.9847
r_3=30	0.7965	0.9818	0.9831	0.8784	0.9669	0.9722
θ_1=25	1.0957	0.9715	0.9707	0.8432	0.9399	0.9496
β_1=1.7	1.5737	0.9604	0.9562	0.8142	0.9073	0.9021
	1.7035	0.9503	0.9424	0.7902	0.8729	0.8871
	1.8792	0.9408	0.9294	0.7697	0.8386	0.8656
	1.9680	0.9307	0.9149	0.7499	0.7993	0.8541
	2.1676	0.9204	0.9005	0.7314	0.7570	0.8274
	2.1784	0.9104	0.8861	0.7151	0.7158	0.8259
	2.2165	0.9006	0.8704	0.7003	0.6749	0.8206
	2.3322	0.8894	0.8540	0.6839	0.6281	0.8042
	2.4270	0.8799	0.8388	0.6710	0.5883	0.7905
	2.4449	0.8705	0.8250	0.6588	0.5505	0.7879
	2.5343	0.8597	0.8084	0.6457	0.5084	0.7747
	2.6224	0.8494	0.7927	0.6334	0.4691	0.7616
	2.9357	0.8401	0.7785	0.6229	0.4347	0.7134
	2.9521	0.8301	0.7643	0.6119	0.3999	0.7109
	3.0918	0.8200	0.7489	0.6013	0.3660	0.6889
	3.2141	0.8106	0.7345	0.5917	0.3357	0.6695
	3.3333	0.8010	0.7201	0.5820	0.3059	0.6504
	3.6446	0.7915	0.7061	0.5729	0.2787	0.6006
	3.7904	0.7816	0.6912	0.5635	0.2512	0.5773
	3.8602	0.7711	0.6763	0.5540	0.2252	0.5662
	3.8646	0.7609	0.6616	0.5449	0.2008	0.5655
	3.9315	0.7513	0.6474	0.5365	0.1790	0.5549
	3.9872	0.7423	0.6345	0.5290	0.1611	0.5461
	4.0871	0.7318	0.6192	0.5202	0.1411	0.5304
	4.1473	0.7219	0.6048	0.5122	0.1239	0.5210
	4.2031	0.7128	0.5921	0.5049	0.1100	0.5123
	4.3095	0.7028	0.5789	0.4972	0.0966	0.4958

جدول (4-26)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0000102	0.0065470	0.0002095	0.0000319	MI
0.0000175	0.0116543	0.0007462	0.0000921	ML
0.0000455	0.0173411	0.0019290	0.0004761	ML
0.0001509	0.0223085	0.0041633	0.0033952	ML
0.0003404	0.0266901	0.0078139	0.0039852	ML
0.0005528	0.0304710	0.0122001	0.0056687	ML
0.0009470	0.0340125	0.0188706	0.0058558	ML
0.0013686	0.0373432	0.0284727	0.0086624	ML
0.0019250	0.0399468	0.0395509	0.0071421	ML
0.0030470	0.0422043	0.0524770	0.0064100	ML
0.0039054	0.0446036	0.0700918	0.0072482	ML
0.0052902	0.0462090	0.0867209	0.0079760	ML
0.0062689	0.0477470	0.1043647	0.0068104	ML
0.0077349	0.0490036	0.1253048	0.0072150	MI
0.0090496	0.0501626	0.1464694	0.0077075	MI
0.0104131	0.0509684	0.1662748	0.0160380	ML
0.0114818	0.0516262	0.1866806	0.0142077	ML
0.0132494	0.0521651	0.2078699	0.0171957	ML
0.0151437	0.0525683	0.2272818	0.0199334	ML
0.0168587	0.0528243	0.2468877	0.0226608	ML
0.0184951	0.0529541	0.2649059	0.0364505	ML
0.0205413	0.0530404	0.2833328	0.0417541	ML
0.0223923	0.0529091	0.3000686	0.0419709	ML
0.0241468	0.0526632	0.3158056	0.0381705	ML
0.0264536	0.0524033	0.3298448	0.0385718	ML
0.0282150	0.0519900	0.3403278	0.0385171	ML
0.0305034	0.0514826	0.3515979	0.0405623	ML
0.0326008	0.0509357	0.3603871	0.0403773	ML
0.0343736	0.0503790	0.3663672	0.0402058	ML
0.0360376	0.0496349	0.3705623	0.0428333	ML

اظهـــرت نتـــائج الجـــدول $(4-26)$ ان طريقـــة الامكـــان الاعظـــم $(Maximum\ Likelihood\ Method)$ هـــي افضـــل طرائـــق التقـــدير , والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
1'st	ML	**%97**
2'nd	**MI**	**%3**
3'rd	**MO**	**%0**
	OLS	**%0**

جدول $(27-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\widehat{R}_{ML(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mo(t_i)}$	$\widehat{R}_{OLS(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.8360	0.9905	0.9919	0.8972	0.9853	0.9750
r_3=30	0.8469	0.9804	0.9812	0.8602	0.9626	0.9740
θ_1=25	1.0417	0.9699	0.9681	0.8371	0.9352	0.9523
β_2=2.7	1.1614	0.9590	0.9535	0.8186	0.9018	0.9345
	1.1888	0.9492	0.9399	0.8044	0.8693	0.9299
	1.2476	0.9394	0.9255	0.7922	0.8329	0.9194
	1.2783	0.9295	0.9109	0.7811	0.7941	0.9136
	1.3371	0.9200	0.8969	0.7711	0.7542	0.9018
	1.4008	0.9103	0.8827	0.7620	0.7134	0.8879
	1.4103	0.9001	0.8672	0.7529	0.6705	0.8858
	1.4282	0.8902	0.8516	0.7450	0.6292	0.8816
	1.5313	0.8803	0.8368	0.7376	0.5891	0.8562
	1.5561	0.8716	0.8236	0.7313	0.5537	0.8497
	1.5719	0.8611	0.8076	0.7242	0.5130	0.8454
	1.5840	0.8508	0.7919	0.7173	0.4736	0.8421
	1.6008	0.8405	0.7760	0.7109	0.4360	0.8375
	1.6070	0.8306	0.7607	0.7051	0.4012	0.8358
	1.6718	0.8213	0.7459	0.6997	0.3685	0.8171
	1.7018	0.8119	0.7322	0.6945	0.3385	0.8081
	1.7356	0.8024	0.7179	0.6894	0.3092	0.7977
	1.7460	0.7921	0.7027	0.6840	0.2790	0.7945
	1.8282	0.7808	0.6864	0.6783	0.2484	0.7679
	1.9662	0.7702	0.6707	0.6733	0.2219	0.7200
	1.9800	0.7611	0.6577	0.6691	0.2001	0.7151
	2.0420	0.7508	0.6427	0.6643	0.1772	0.6922
	2.0542	0.7399	0.6270	0.6594	0.1553	0.6876
	2.0887	0.7309	0.6139	0.6553	0.1385	0.6746
	2.1167	0.7215	0.6003	0.6511	0.1224	0.6639
	2.1220	0.7127	0.5879	0.6473	0.1091	0.6618
	2.1275	0.7019	0.5735	0.6428	0.0947	0.6597

جدول (4-28)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0000963	0.0029873	0.0002511	0.0000014	MI
0.0001879	0.0058683	0.0009246	0.0000889	MI
0.0004563	0.0086534	0.0022128	0.0003378	MI
0.0008344	0.0106064	0.0041317	0.0000250	MI
0.0013685	0.0124760	0.0075400	0.0001031	MI
0.0022401	0.0140797	0.0129050	0.0002104	MI
0.0030819	0.0153722	0.0197298	0.0008943	MI
0.0047019	0.0166415	0.0292260	0.0007537	MI
0.0067727	0.0175016	0.0397690	0.0003743	MI
0.0089484	0.0182972	0.0539243	0.0085781	MI
0.0109146	0.0189158	0.0685760	0.0082829	MI
0.0128465	0.0195292	0.0857310	0.0157152	ML
0.0155765	0.0198261	0.1040319	0.0159629	ML
0.0178045	0.0201664	0.1248309	0.0147393	MI
0.0207415	0.0203140	0.1454300	0.0125497	MI
0.0232779	0.0204170	0.1661150	0.0161477	MI
0.0254106	0.0204675	0.1856131	0.0152814	MI
0.0280500	0.0204500	0.2075787	0.0193549	MI
0.0305418	0.0203627	0.2273671	0.0173695	MI
0.0331630	0.0201490	0.2476144	0.0195819	MI
0.0362899	0.0199318	0.2667821	0.0216075	MO
0.0389562	0.0197101	0.2847571	0.0369267	MO
0.0418519	0.0194221	0.3015426	0.0356365	MO
0.0444266	0.0191640	0.3158563	0.0325178	MO
0.0469513	0.0188321	0.3294744	0.0340792	MO
0.0498095	0.0184225	0.3431251	0.0310847	MO
0.0523221	0.0180172	0.3524727	0.0288749	MO
0.0545245	0.0176630	0.3601729	0.0262016	MO
0.0570899	0.0172086	0.3669758	0.0258415	MO
0.0595135	0.0167115	0.3715420	0.0348286	MO

اظهـــرت نتـــائج الجـــدول(4-28)ان الطريقـــة المختلطـــة $(Mix\ Method)$ هـــي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي:

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%60
2'nd	MO	%33
3'rd	ML	%7
4'th	OLS	%0

جدول $(29 - 4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.6013	0.9906	0.9898	0.9413	0.9853	0.9918
r_3=30	0.6637	0.9806	0.9771	0.9074	0.9640	0.9901
θ_2=50	0.7206	0.9700	0.9616	0.8800	0.9360	0.9884
β_1=2.7	1.2798	0.9607	0.9475	0.8607	0.9082	0.9657
	1.3763	0.9506	0.9316	0.8421	0.8739	0.9608
	1.4796	0.9406	0.9155	0.8254	0.8367	0.9551
	2.2775	0.9308	0.8995	0.8107	0.7984	0.9009
	2.3885	0.9195	0.8803	0.7951	0.7538	0.8920
	2.4024	0.9102	0.8631	0.7833	0.7148	0.8909
	3.3230	0.8998	0.8445	0.7705	0.6707	0.8072
	3.4005	0.8904	0.8280	0.7597	0.6316	0.7994
	3.8304	0.8806	0.8118	0.7486	0.5906	0.7552
	3.9349	0.8705	0.7941	0.7383	0.5505	0.7441
	3.9880	0.8599	0.7767	0.7274	0.5091	0.7385
	3.9966	0.8496	0.7585	0.7175	0.4707	0.7376
	4.2304	0.8394	0.7425	0.7080	0.4341	0.7123
	4.2794	0.8306	0.7281	0.6998	0.4020	0.7070
	4.5144	0.8204	0.7111	0.6905	0.3668	0.6813
	4.5350	0.8108	0.6959	0.6821	0.3360	0.6790
	4.7039	0.8002	0.6792	0.6733	0.3046	0.6603
	4.8600	0.7899	0.6629	0.6651	0.2752	0.6430
	5.3509	0.7805	0.6481	0.6574	0.2486	0.5883
	5.4089	0.7707	0.6331	0.6498	0.2233	0.5819
	5.4139	0.7617	0.6192	0.6427	0.2016	0.5814
	5.5388	0.7521	0.6048	0.6356	0.1802	0.5675
	5.5590	0.7416	0.5888	0.6276	0.1581	0.5653
	5.5822	0.7327	0.5755	0.6211	0.1414	0.5627
	5.5904	0.7237	0.5628	0.6147	0.1261	0.5618
	5.6691	0.7139	0.5486	0.6076	0.1108	0.5532
	6.0004	0.7037	0.5344	0.6005	0.0967	0.5170

جدول (4-30)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	**BEST**
0.0000963	0.0029873	0.0002511	0.0000014	**MI**
0.0001879	0.0058683	0.0009246	0.0000889	**MI**
0.0004563	0.0086534	0.0022128	0.0003378	**MI**
0.0008344	0.0106064	0.0041317	0.0000250	**MI**
0.0013685	0.0124760	0.0075400	0.0001031	**MI**
0.0022401	0.0140797	0.0129050	0.0002104	**MI**
0.0030819	0.0153722	0.0197298	0.0008943	**MI**
0.0047019	0.0166415	0.0292260	0.0007537	**MI**
0.0067727	0.0175016	0.0397690	0.0003743	**MI**
0.0089484	0.0182972	0.0539243	0.0085781	**MI**
0.0109146	0.0189158	0.0685760	0.0082829	**MI**
0.0128465	0.0195292	0.0857310	0.0157152	**ML**
0.0155765	0.0198261	0.1040319	0.0159629	**ML**
0.0178045	0.0201664	0.1248309	0.0147393	**MI**
0.0207415	0.0203140	0.1454300	0.0125497	**MI**
0.0232779	0.0204170	0.1661150	0.0161477	**MI**
0.0254106	0.0204675	0.1856131	0.0152814	**MI**
0.0280500	0.0204500	0.2075787	0.0193549	**MI**
0.0305418	0.0203627	0.2273671	0.0173695	**MI**
0.0331630	0.0201490	0.2476144	0.0195819	**MI**
0.0362899	0.0199318	0.2667821	0.0216075	**MO**
0.0389562	0.0197101	0.2847571	0.0369267	**MO**
0.0418519	0.0194221	0.3015426	0.0356365	**MO**
0.0444266	0.0191640	0.3158563	0.0325178	**MO**
0.0469513	0.0188321	0.3294744	0.0340792	MO
0.0498095	0.0184225	0.3431251	0.0310847	MO
0.0523221	0.0180172	0.3524727	0.0288749	MO
0.0545245	0.0176630	0.3601729	0.0262016	MO
0.0570899	0.0172086	0.3669758	0.0258415	MO
0.0595135	0.0167115	0.3715420	0.0348286	MO

اظهـــــــرت نتـــــــائج الجــــــــدول $(4-30)$ ان الطريقـــــــة المختلطـــــــة $(Mixed\ \ Method)$ هـــي افضـــل طرائـــق التقـــدير , والنســـب المئويـــة بحســـب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%60
2’nd	MO	%33
3'rd	ML	%7
4'th	OLS	%0

جدول $(31-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.9744	0.9910	0.9908	0.9344	0.9853	0.9802
r_3=30	1.2350	0.9813	0.9786	0.9102	0.9644	0.9603
θ_2=50	1.3463	0.9706	0.9625	0.8935	0.9361	0.9490
β_2=2.7	1.4702	0.9600	0.9460	0.8807	0.9046	0.9342
	1.6337	0.9502	0.9312	0.8708	0.8711	0.9110
	1.7394	0.9407	0.9157	0.8622	0.8358	0.8938
	1.7562	0.9308	0.8995	0.8541	0.7967	0.8909
	1.8721	0.9210	0.8834	0.8469	0.7567	0.8696
	1.9343	0.9107	0.8661	0.8400	0.7141	0.8573
	1.9575	0.8997	0.8472	0.8334	0.6686	0.8525
	2.0194	0.8900	0.8300	0.8280	0.6284	0.8395
	2.0818	0.8807	0.8140	0.8229	0.5901	0.8257
	2.1167	0.8710	0.7975	0.8179	0.5510	0.8177
	2.2939	0.8602	0.7791	0.8126	0.5089	0.7744
	2.3155	0.8508	0.7637	0.8084	0.4740	0.7688
	2.3196	0.8402	0.7458	0.8037	0.4359	0.7677
	2.3666	0.8300	0.7286	0.7993	0.4002	0.7554
	2.3691	0.8198	0.7123	0.7952	0.3667	0.7547
	2.3933	0.8095	0.6956	0.7910	0.3333	0.7482
	2.4226	0.8004	0.6807	0.7874	0.3057	0.7403
	2.4355	0.7911	0.6668	0.7838	0.2793	0.7367
	2.5096	0.7805	0.6507	0.7798	0.2503	0.7160
	2.5223	0.7703	0.6360	0.7762	0.2252	0.7124
	2.5543	0.7602	0.6202	0.7725	0.2007	0.7033
	2.6460	0.7501	0.6051	0.7691	0.1789	0.6764
	2.7096	0.7408	0.5919	0.7659	0.1600	0.6573
	2.7397	0.7305	0.5767	0.7625	0.1409	0.6482
	2.7649	0.7206	0.5619	0.7593	0.1241	0.6405
	2.8349	0.7112	0.5489	0.7563	0.1099	0.6188
	2.9582	0.7019	0.5360	0.7535	0.0974	0.5800

جدول (4-32)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.000019	0.003552	0.000225	0.000117	**ML**
0.000089	0.005363	0.000853	0.000442	**ML**
0.000452	0.006350	0.002138	0.000468	**ML**
0.000849	0.006839	0.004334	0.000666	**MI**
0.001393	0.007047	0.007699	0.001534	**ML**
0.002080	0.007080	0.012582	0.002200	**ML**
0.003395	0.006991	0.019700	0.001590	**MI**
0.005084	0.006812	0.028797	0.002641	**MI**
0.006520	0.006496	0.040322	0.002848	**MI**
0.008654	0.006169	0.054881	0.002220	**MI**
0.010961	0.005844	0.069857	0.002550	**MI**
0.013322	0.005529	0.085907	0.003024	**MI**
0.015854	0.005185	0.104043	0.002846	**MI**
0.018652	0.004832	0.125275	0.007365	**MO**
0.020942	0.004567	0.143888	0.006726	**MO**
0.023789	0.004366	0.165173	0.005245	**MO**
0.026871	0.004211	0.186306	0.005559	**MO**
0.029495	0.004084	0.206776	0.004236	**MO**
0.032584	0.004006	0.228235	0.003753	**MI**
0.035535	0.003962	0.246239	0.003614	**MI**
0.037994	0.003966	0.263675	0.002956	**MI**
0.040778	0.004057	0.282925	0.004161	**MO**
0.043285	0.004223	0.298902	0.003348	**MI**
0.046475	0.004436	0.315092	0.003242	**MI**
0.049501	0.004760	0.328559	0.005435	**MO**
0.051753	0.005119	0.339658	0.006963	**MO**
0.054810	0.005609	0.350234	0.006782	**MO**
0.057636	0.006161	0.358537	0.006417	**MO**
0.060197	0.006880	0.364382	0.008534	**MO**
0.062515	0.007678	0.368341	0.014865	**MO**

اظهـــرت نتـــائج الجـــدول $(4-32)$ ان الطريقـــة المختلطـــة $(Mix\ Method)$ هي افضل طرائق التقديرونسب الافضلية هي .

BEST	Method	Precentage
1'st	MI	**%43**
2'nd	**MO**	**%40**
3'rd	**ML**	**%17**
4'th	**OLS**	**%0**

جدول $(33-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.7490	0.9904	0.9893	0.9470	0.9839	0.9916
r_3=30	1.6173	0.9792	0.9732	0.9168	0.9585	0.9637
θ_3=75	2.5908	0.9694	0.9564	0.8963	0.9319	0.9128
β_1=1.7	2.6736	0.9599	0.9389	0.8792	0.9026	0.9077
	2.7443	0.9507	0.9212	0.8648	0.8713	0.9032
	2.8231	0.9406	0.9020	0.8507	0.8348	0.8980
	2.9191	0.9312	0.8839	0.8379	0.7966	0.8917
	3.2953	0.9211	0.8650	0.8257	0.7551	0.8653
	3.4074	0.9115	0.8464	0.8149	0.7147	0.8570
	3.4952	0.9025	0.8291	0.8049	0.6755	0.8505
	3.8434	0.8924	0.8098	0.7945	0.6322	0.8234
	3.9454	0.8829	0.7917	0.7855	0.5928	0.8152
	4.4098	0.8730	0.7735	0.7761	0.5523	0.7765
	4.4675	0.8629	0.7554	0.7671	0.5121	0.7715
	5.1720	0.8526	0.7365	0.7582	0.4723	0.7093
	5.5520	0.8423	0.7189	0.7495	0.4341	0.6747
	5.6628	0.8325	0.7020	0.7416	0.3995	0.6645
	5.6727	0.8230	0.6859	0.7339	0.3670	0.6636
	5.7404	0.8131	0.6687	0.7261	0.3342	0.6573
	5.8001	0.8037	0.6531	0.7191	0.3049	0.6518
	6.2903	0.7942	0.6377	0.7120	0.2768	0.6065
	6.3097	0.7848	0.6222	0.7052	0.2505	0.6047
	6.3121	0.7746	0.6067	0.6980	0.2243	0.6045
	6.5828	0.7656	0.5920	0.6917	0.2019	0.5795
	6.7917	0.7556	0.5766	0.6848	0.1792	0.5603
	6.8744	0.7460	0.5620	0.6784	0.1596	0.5527
	6.8834	0.7371	0.5484	0.6724	0.1423	0.5519
	7.0263	0.7263	0.5333	0.6655	0.1242	0.5389
	7.0832	0.7149	0.5173	0.6580	0.1067	0.5337
	7.5138	0.7060	0.5043	0.6524	0.0944	0.4950

جدول (4-34)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.00009	0.00222	0.00030	0.00000	**ML**
0.00025	0.00422	0.00121	0.00024	**ML**
0.00084	0.00567	0.00255	0.00320	**ML**
0.00180	0.00689	0.00483	0.00273	**ML**
0.00355	0.00787	0.00816	0.00226	**MI**
0.00548	0.00870	0.01308	0.00181	**MI**
0.00785	0.00946	0.02000	0.00156	**MI**
0.01026	0.01005	0.02917	0.00312	**MI**
0.01291	0.01044	0.04018	0.00296	**MI**
0.01595	0.01080	0.05301	0.00271	**MI**
0.01939	0.01103	0.06934	0.00476	**MI**
0.02276	0.01111	0.08570	0.00459	**MI**
0.02627	0.01118	0.10451	0.00931	**MI**
0.02986	0.01117	0.12484	0.00835	**MI**
0.03376	0.01110	0.14630	0.02055	**MO**
0.03741	0.01099	0.16816	0.02809	**MO**
0.04092	0.01083	0.18904	0.02823	**MO**
0.04402	0.01072	0.20952	0.02540	**MO**
0.04804	0.01056	0.23105	0.02428	**MO**
0.05113	0.01036	0.25036	0.02307	**MO**
0.05441	0.01017	0.26933	0.03523	**MO**
0.05778	0.00992	0.28717	0.03243	**MO**
0.06099	0.00969	0.30472	0.02895	**MO**
0.06424	0.00945	0.31964	0.03463	**MO**
0.06754	0.00918	0.33434	0.03814	**MO**
0.07060	0.00896	0.34621	0.03736	**MO**
0.07362	0.00872	0.35618	0.03428	**MO**
0.07645	0.00845	0.36508	0.03514	**MO**
0.07928	0.00810	0.37262	0.03282	**MO**
0.08178	0.00787	0.37695	0.04453	**MO**

اظهـــــــــرت نتـــــــــائج الجـــــــــدول $(4-34)$ ان طريقـــــــــة العـــــــــزوم $(Moment\ Method)$ هي افضل طرائق التقديرونسب الافضلية هي .

BEST	Method	Precentage
$1'st$	**Mo**	**%53.4**
2'nd	**MI**	**%33.3**
3'rd	**ML**	**%13.3**
4'th	**OLS**	**%0**

جدول $(35-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.6232	0.9898	0.9877	0.9477	0.9834	0.9965
r_3=30	0.7124	0.9794	0.9714	0.9293	0.9601	0.9948
θ_3=75	1.0409	0.9695	0.9546	0.9168	0.9343	0.9840
β_2=2.7	1.1072	0.9590	0.9347	0.9072	0.9028	0.9808
	1.3372	0.9496	0.9169	0.8998	0.8703	0.9664
	1.4036	0.9400	0.8992	0.8928	0.8341	0.9613
	1.5074	0.9307	0.8823	0.8870	0.7985	0.9523
	1.8189	0.9202	0.8616	0.8807	0.7558	0.9177
	1.9277	0.9099	0.8412	0.8752	0.7128	0.9028
	1.9969	0.9006	0.8237	0.8706	0.6740	0.8926
	2.0044	0.8898	0.8036	0.8657	0.6299	0.8915
	2.1305	0.8800	0.7857	0.8613	0.5894	0.8711
	2.1386	0.8708	0.7689	0.8576	0.5534	0.8698
	2.3248	0.8601	0.7493	0.8534	0.5121	0.8360
	2.4256	0.8492	0.7307	0.8492	0.4717	0.8159
	2.5143	0.8380	0.7117	0.8454	0.4333	0.7972
	2.6833	0.8275	0.6936	0.8417	0.3968	0.7593
	2.7076	0.8187	0.6798	0.8388	0.3676	0.7536
	2.7299	0.8083	0.6632	0.8355	0.3352	0.7483
	2.8190	0.7986	0.6471	0.8324	0.3058	0.7267
	2.8534	0.7881	0.6307	0.8292	0.2757	0.7181
	2.9203	0.7786	0.6152	0.8263	0.2495	0.7012
	2.9708	0.7676	0.5989	0.8231	0.2224	0.6882
	3.0163	0.7579	0.5846	0.8203	0.2001	0.6764
	3.0218	0.7483	0.5699	0.8177	0.1790	0.6749
	3.0451	0.7387	0.5554	0.8151	0.1598	0.6688
	3.0468	0.7290	0.5418	0.8124	0.1422	0.6683
	3.1070	0.7192	0.5286	0.8098	0.1263	0.6522
	3.1177	0.7093	0.5148	0.8072	0.1113	0.6494
	3.1252	0.6999	0.5025	0.8047	0.0988	0.6473

جدول (4-36)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.000145	0.001974	0.000287	0.000045	**MI**
0.000880	0.002713	0.001036	0.000238	**MI**
0.001703	0.003110	0.002242	0.000210	**MI**
0.003186	0.003234	0.004382	0.000474	**MI**
0.004896	0.003201	0.007887	0.000283	**MI**
0.006691	0.003110	0.013215	0.000450	**MI**
0.008552	0.002969	0.019428	0.000464	**MI**
0.011956	0.002811	0.028751	0.000007	**MI**
0.015833	0.002634	0.040371	0.000050	**MI**
0.018954	0.002516	0.052770	0.000065	**MI**
0.023585	0.002435	0.068851	0.000003	**MI**
0.027389	0.002342	0.086158	0.000078	**MI**
0.030754	0.002367	0.102527	0.000001	**MI**
0.035463	0.002445	0.123077	0.000585	**MI**
0.039795	0.002546	0.144565	0.001110	**MI**
0.043692	0.002854	0.165818	0.001666	**MI**
0.047699	0.003170	0.187289	0.004653	**MO**
0.050408	0.003520	0.205257	0.004238	**MO**
0.053835	0.004037	0.225457	0.003603	**MI**
0.057574	0.004633	0.244402	0.005178	**MO**
0.061630	0.005302	0.264112	0.004901	**MI**
0.065457	0.005988	0.281702	0.005984	**MI**
0.068854	0.006971	0.299032	0.006296	**MI**
0.072026	0.007893	0.313229	0.006652	**MI**
0.075517	0.009029	0.326249	0.005393	**MI**
0.078963	0.010163	0.337500	0.004893	**MI**
0.081661	0.011400	0.346820	0.003684	**MI**
0.084257	0.012697	0.354259	0.004481	**MI**
0.086885	0.014166	0.360470	0.003591	**MI**
0.089236	0.015633	0.364197	0.002760	**MI**

اظهـــــــرت نتـــــــائج الجـــــــدول $(4-36)$ ان الطريقـــــــة المختلطـــــــة $(Mixed\ Method)$ هي افضل طرائق التقديرونسب الافضلية هي .

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	% 87
2’nd	MO	%13
3'rd	ML	%0
	OLS	%0

وبعـــد تحليـــل النتـــائج تبـــين ان طريقـــة التقـــدير الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل لكونها تمتلك اقل متوسط مربعات الخطأ لكافة العينات المختلفة الحجوم.

الفصل الخامس

الجانب التطبيقي

5-1 مقدمة Preface:

سوف يتم في هذا الفصل حساب المعولية باستعمال طرائق التقدير التي ذكرت في الجانب النظري ومن ثم المقارنة بينهما لمعرفة افضل طريقة تقدير, وايضا حساب بعض الدوال والمؤشرات التي لها علاقة بدالة المعولية.

5-2 جمع البيانات:

تم اخذ البيانات عن طريق مسؤول شعبة التخطيط بالتعاون مع شعبة الصيانة وبحجم عينة كبيرة (100) مشاهدة عن مكائن وزارة الصناعة والمعادن /الشركة العامة لصناعات النسيج والجلود / مصنع الصوفية /بغداد , وان مشاهدات العينة تمثل وقت اشتغال الماكنة لحين العطل, اما المدة الزمنية التي حسبت لها هذه المشاهدات فكانت تتمثل بستة اشهر لسنة2017 وهي على الترتيب شهر(12,11,10,9,8,7)

5-3 انواع وقياسات السجاد المنتج:

ينقسم انتاج المكائن في مصنع الصوفية الى ثلاثة انواع من السجاد وهي :

- النوع الاول / سجاد بغداد اكرلك .
- النوع الثاني/ سجاد بابل بولي بربلين.
- النوع الثالث / سجاد بغداد صوف .

وان قياسات السجاد المنتج في المعمل هي :

- 6*4 م
- 4*3 م
- 3.5*2.5 م
- 3*2 م
- 4*1 م
- 2*1 م

- 3*1 م

ويوجد انتاج سجاد حسب الطلب الخاص مثل :

- سجاد التشريفات .
- سجاد البرلمان .

4-5 انواع المكائن

ان عـــدد المكـــائن هـــو (12) ماكنـــة وتنقســـم المكـــائن الـــى نـــوعين المـــاني وبلجيكـــي , وممكـــن توضـــيح اســـم الماكنـــة وحجـــم الســـجاد المنـــتج الخـــاص بكـــل ماكنة عن طريق الجدول الاتي :

جدول (5-1)

يمثل اسم الماكنه وحجم السجاد المنتج بالمتر

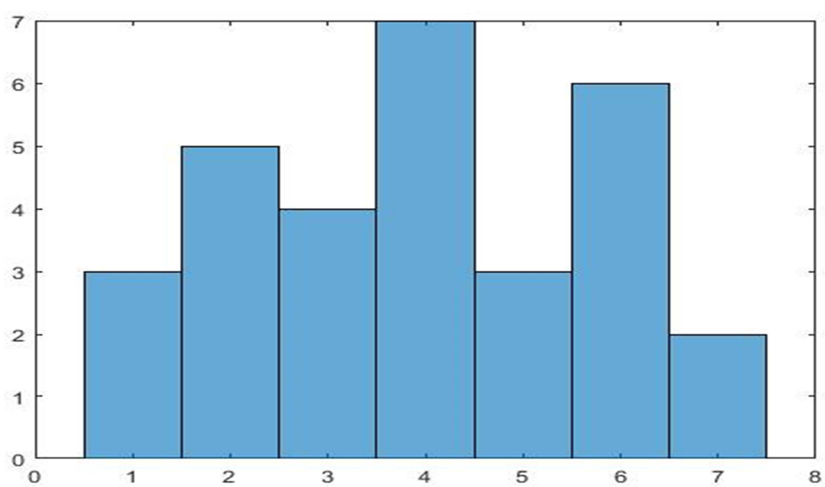
تسلسل الماكنة	اسم الماكنة	القياس المتعارف عليه
1	عراق 1	4*3
2	عراق 2	4*3
3	عراق 3	4*3
4	عراق 4	4*3
5	عراق 5	4*3
6	افراح 1	6*4
7	افراح 2	6*4
8	بغداد 28	3*2
9	بغداد 42	3*2
10	بابل 44	3.5*2.5
11	بابل 46	3.5*2.5
12	بابل 48	3*2

وقـد جمعـت البيانـات عـن المكـائن المـذكورة آنفـا اذ اخـذت عينـة بحجـم (100)مشـاهدة تمثـل وقـت الاشـتغال بالأيـام لكـل ماكنـة لحـين العطـل ولمـدة سـت اشـهر وكمـا موضـح فـي الجـدول ادناه .

جدول (5-2)

يمثل بيانات العينة لاوقات اشتغال المكائن بالايام لحين العطل ولمدة ستة اشهر

10	11	1	2	18	15	16	12	15	13
7	4	5	7	21	6	20	3	9	14
8	18	13	19	11	22	4	1	26	8
10	7	11	17	8	4	12	2	3	6
6	11	4	17	20	12	2	7	4	19
14	18	9	13	11	13	9	13	14	16
12	14	6	25	8	17	7	3	4	6
20	13	15	8	22	20	2	25	15	10
4	19	5	3	10	16	1	9	11	18
5	6	22	11	2	20	18	14	17	15



الشكل (5-1)

يمثل المدرج التكراري للبيانات الحقيقية بعد بتر العينة

إذ ان المحور الافقي يمثل المشاهدات والمحور العمودي يمثل تكرار المشاهدات, وان الوسط الحسابي للبيانات هو (3.9333) , اما التباين فهو (3.3057)

5 -5 اختبار البيانات

لمعرفة هل ان البيانات تتبع توزيع ويبل ام لا فقد تم اللجوء الى استعمال اختبار حسن المطابقة $(Goodness\ of\ Fit)$ وحسب الفرضية الاحصائية الاتية :

H_0 : البيانات تتوزع توزيع ويبل .

H_1 : البيانات لاتتوزع توزيع ويبل.

ولاختبار الفرضية المذكورة آنفا يتم احتساب مربع كاي $(\mathrm{Chi - Squared\ Statistic})$ وكالاتي:

$$x_c{}^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i\ - E_i)^2}{E_i}$$

وباستعمال برنامج Matlab ظهرت قيمة $(P - Value = 0.2641)$ وهي اكبر من مستوى معنوية (0.05) لذلك نقبل الفرضية الصفرية اي ان بيانات تتوزع توزيع ويبل.

6-5 احتساب دالة المعولية

يـــتم احتســـاب المعوليـــة عـــن طريـــق تطبيـــق طرائـــق التقـــدير لحجـــم عينـــة 100, وبتر يساوي 30 , وتعرف اعمدة الجدول ادناه (3-4) كالاتي :

الاول حجـــم العينـــة , الثـــاني البتـــر, الثالـــث اوقـــات اشـــتغال المكـــائن لحـــين الفشـــل (العطـــل) , الرابـــع قـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة الامكـــان الاعظـــم ,الخـــامس قـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة العـــزوم , الســـادس قـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى , الســـابع قـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة المختلطة.

واظهرت نتائج الجدول الاتي :

عنـــدما (t=1) فـــان طريقـــة الامكـــان الاعظـــم هـــي الافضـــل , فالطريقـــة المختلطة , ثم طريقة المربعات الصغرى , واخيرا طريقة العزوم .

عنـــدما (t=2) فـــان طريقـــة الامكـــان الاعظـــم هـــي الافضـــل ايضـــا , فالطريقـــة المختلطة , ثم المربعات الصغرى كذلك , وطريقة العزوم اخيرا.

عنـــدما (t=3) فـــان طريقـــة الامكـــان الاعظـــم هـــي الافضـــل ايضـــا , فالطريقـــة المختلطة كذلك, ثم طريقة العزوم , وطريقة المربعات الصغرى اخيرا.

عنـــدما(t=4) فـــان الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل ,فطريقـــة الامكـــان الاعظـــم ,ثم بعد ذلك طريقة العزوم , واخيرا طريقة المربعات الصغرى .

عنـــدما (t=5) فـــان الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل ايضـــا , فطريقـــة الامكـــان الاعظـــم كـــذلك , ثـــم بعـــدذلك طريقـــة العـــزوم , واخيـــرا طريقـــة المربعـــات الصغرى.

عنـــدما (t=6) فـــان الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل , فطريقـــة الامكـــان الاعظـــم , ثم طريقة العزوم , واخيرا طريقة المربعات الصغرى .

عنـــدما (t=7) فـــان الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل , تـــاتي بعـــدها طريقـــة الامكان الاعظم , فطريقة العزوم , واخيرا طريقة المربعات الصغرى.

ولمعرفـــة الطريقـــة الافضـــل بصـــورة عامـــة لجميـــع اوقـــات الاشـــتغال لحـــين الفشـــل نلجا الى متوسط دالة المعولية لكل طريقة .

جدول (3-5)

قيم دالة المعولية $Reliability$ التقديرية

n	r	t_i	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{MO}$	$\hat{R}_{OLS}$	$\hat{R}_{MI}$
100	30	1	0.9868	0.9228	0.9554	0.9856
		1	0.9868	0.9228	0.9554	0.9856
		1	0.9868	0.9228	0.9554	0.9856
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		3	0.9195	0.8036	0.6440	0.9192
		3	0.9195	0.8036	0.6440	0.9192
		3	0.9195	0.8036	0.6440	0.9192
		3	0.9195	0.8036	0.6440	0.9192
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		5	0.8205	0.7059	0.2829	0.8263
		5	0.8205	0.7059	0.2829	0.8263

		5	0.8205	0.7059	0.2829	0.8263
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		7	0.6076	0.6230	0.0798	0.7210
		7	0.6076	0.6230	0.0798	0.7210
Mean		**4**	**0.8600**	**0.7630**	**0.4898**	**0.8704**

بالنظر الى الجدول المرقم (3-5), نلحظ ان قيمة متوسط دالة المعولية بالطريقة المختلطه($\hat{R}_{MI}$) هي الاكبر من بين المتوسطات الاخرى لذلك تعد الطريقة الافضل لتقدير دالة المعولية هي الطريقة المختلطة وتساوي (0.8704), فطريقة الامكان الاعظم(ML) ثم العزوم (MO)واخيرا المربعات الصغرى(OLS).

وان متوسط اوقات الاشتغال لحين العطل هو (4) ايام وهذا معناه ان مكائن المعمل يمكن التعويل عليها بنسبة 87% لكل اربع ايام .

7-5 احتساب المؤشرات (دوال الفشل) التي لها علاقة بدالة بالمعولية

عن طريق معرفة قيم دالة المعولية نستطيع حساب بعض الدوال التي لها علاقة بدالة المعولية والمتمثلة بدالة التجميعية (الدالة اللامعولية)F(t), ودالة الكثافة الاحتمالية(f(t , ومعدل الفشل(h(t , ودالة الخطورة التجميعية H(t) والجدول الاتي (4-4) يبين ذالك.

جدول (4-5)

قيم دوال الفشل المرتبطة بالمعوليةوالخاصة بافضل طريقة الطريقة المختلطة

ti	F(t)	$f(t)$	$h(t)$	$H(t)$
1	0.0144	0.0144	0.01461	0.01461
1	0.0144	0	0	0.01461
1	0.0144	0	0	0.01461
2	0.0430	0.0286	0.02990	0.04451
2	0.0430	0	0	0.04451
2	0.0430	0	0	0.04451
2	0.0430	0	0	0.04451
2	0.0430	0	0	0.04451
3	0.0808	0.0378	0.04110	0.08561
3	0.0808	0	0	0.08561
3	0.0808	0	0	0.08561
3	0.0808	0	0	0.08561
4	0.1250	0.0442	0.05050	0.08561
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
5	0.1737	0.0487	0.05890	0.19501
5	0.1737	0	0	0.19501
5	0.1737	0	0	0.19501
6	0.2255	0.0518	0.06690	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
7	0.2790	0.0535	0.07420	0.33611
7	0.2790	0	0	0.33611
Sum	3.8885	0.279	0.33611	4.33974
Mean	0.129617	0.0093	0.011204	0.144658

بـــالنظرالى الجـــدول المـــذكورأنفا العمـــود الثـــاني يمثـــل الدالـــة اللامعوليـــة وتـــم احتســـاب قـــيم الدالـــة بتطبيـــق المعادلـــة (2-11) وتتـــراوح قـــيم الدالـــة بـــين الصـــفر(0) والواحـــد الصـــحيح (1), وهـــي فـــي تزايـــد (تتناســـب طرديـــا مـــع الـــزمن), وان متوســـط قـــيم دالـــة اللامعوليـــة هـــو (0.129617) وبنســـبة عـــدم تعويل بالمكائن ولكل اربعة ايام هو (12.96%).

العمـــود الثالـــث فـــي الجـــدول المـــذكور أنفـــا يمثـــل دالـــة الكثافـــة الاحتماليـــة ,وان قـــيم دالـــة الكثافـــة الاحتماليـــة لأوقـــات الاشـــتغال لحـــين الفشـــل هـــي اكبـــر مـــن الصـــفر, وتـــم احتســـاب قـــيم دالـــة الكثافـــة الاحتماليـــة بالاعتمـــاد علـــى قـــيم العمود الثاني.

العمـــود الرابـــع فـــي الجـــدول المـــذكور أنفـــا يمثـــل معـــدل الفشـــل وتـــم احتســـاب قـــيم معـــدل الفشـــل باســـتعمال المعادلـــة (2-12) ويتناســـب طرديـــا مـــع الـــزمن ايضـــا,وان متوســـط معـــدل الفشـــل هـــو (0.011204) بـــين مـــدتتين زمنيتـــين اي بنســـبة (1.2%) وهـــذه النســـبة تعـــد ضـــيئلة جـــدا اي لاتوجد خطورة او فشل للمكائن بين مدتتين زمنيتين.

بخصـــوص العمـــود الاخيرفانـــه يمثـــل دالـــة الخطـــورة التجميعيـــة نلاحـــظ انهـــا تـــزداد مـــع ازديـــاد وقـــت الاشـــتغال إذ كانـــت أول قيمـــة لهـــا هـــي (0.01461) واخـــر قيمـــه هـــي (0.33610) ومجمـــوع دالـــة الخطـــورة التجميعيـــة هـــو(4.33974) بمتوســـط بلـــغ (0.144658) وتـــم ايجـــاد قـــيم الدالة بالاعتماد على تعريف الدالة (معدل الفشل التراكمي).

الاستنتاجات :

بعد تنفيذ تجارب المحاكاة في الجانب التجريبي لحجوم عينات مختلفة صغيره ومتوسطة وكبيرة(100,50,25)على الترتيب لتقديردالة المعولية بالطرائق المقترحة في الفصل الثالث , وكذلك تقدير دالة المعولية لبيانات حقيقية متمثلة عينة بحجم (100) مشاهدة في الجانب التطبيقي , توصل الباحث الى الاستنتاجات الأتية:

1- افضلية الطريقة المختلطة في الجانب التطبيقي والتجريبي عند حجم العينة الكبيرة .
2- عند حجم العينة الصغيرة والمتوسطة والكبيرة على الترتيب في الجانب التجريبي ظهرت افضلية الطريقة المختلطة مقارنة مع طرائق التقدير الاخرى .
3- نسبة التعويل على مكائن معمل الصوفية – بغداد تساوي (87%) ولكل اربعة ايام.
4- نسبة الخطورة بين مدتتين زمنيتين هي (1.2%) وهي نسبة صغيرة.

التوصيات :

بناء على الاستنتاجات نوصي بما الأتي :-

1- استعمال الطريقة المختلطة (MI) عند حجوم العينات المختلفة.
2- تكوين طرائق تقدير مختلطة اخرى لم يتم التطرق اليها في هذه الرسالة.
3- استعمال طرائق تقدير اخرى لم يتم التطرق اليها في هذه الرسالة في تقدير معالم التوزيع ودالة المعولية .
4- التاكيد على استعمال الحاسوب في توثيق اوقات اشتغال المكائن لحين العطل عن طريق استعمال برامج جاهزة مهيأة لهذا الغرض بدلا من التوثيق اليدوي والتزام الدقة في ادخال البيانات الى الحاسوب وذلك لان دراسة المعولية لبيانات مراقبة تحتاج الى بيانات دقيقة عن تلك الاوقات للتمكن من اختبار طبيعة التوزيعات الاحتمالية التي تتبعها ولما لها من اثر في حساب معدلات المعولية .
5- استعمال نماذج فشل اخرى ولبيانات مراقبة اخرى.

اولا : المصادر العربية (**Arabic References**)

بعد القرآن الكريم

1- ابـــراهيم , مصـــطفى والزيـــات , واخـــرون (1972) ,"المعجـــم الوســـيط" مطبعة المكتبة الاسلامية , دار الدعوة , القاهرة .

2- ابـــراهيم, زينـــب مجبـــل (2016), "اســـتعمال سلاســـل مـــاركوف وشـــبكات بيـــز الديناميكيـــة لاحتســـاب معوليـــة شـــبكة مـــاء الاعظمية"رســـالة ماجســـتير علوم في بحوث العمليات -كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

3- احمـــد, ذيـــاب احمـــد(2013), "مقارنـــة بعـــض طرائـــق تقـــدير معلمـــات توزيـــع Burr-XII لبيانـــات مراقبـــة هجينـــة باســـتعمال اســـلوب المحاكـــاة وتطبيقهـــا فـــي قســـم الصـــناعات النســـيجية فـــي الجهـــاز المركـــزي للتقـــيس والســـيطرة النوعيـــة" اطروحـــة دكتـــورا فلســـفة فـــي الاحصـــاء– كليـــة الادارة والاقتصـــاد - جامعة بغداد.

4- البـــاقر, زينـــب محمد بـــاقر صـــادق (2017), "تقـــديرات دالـــة المعوليـــة لتوزيـــع بواســـون مـــع تطبيـــق عملي"رســـالة ماجســـتير علـــوم فـــي الاحصـــاء- كليـــة الادارة والاقتصاد – جامعة كربلاء.

5- البيـــاتي , هـــلال عبـــود (1995) , "طريقـــة بيـــز التجريبيـــة للتوزيـــع ثنـــائي الحـــدين" مجلـــة وقـــائع المـــؤتمر العلمـــي الســـابع للجمعيـــة العراقيـــة للعلـــوم الاحصائية المنعقد خلال المدة (3-4) ص (1-8).

6- الجاســـم , صـــباح هـــادي, والصـــراف , زكـــي جـــواد(1992)"نظريـــة القرارات الاحصائية" دار الحكمة للطباعة والنشر-جامعة بغداد.

7- جعفـــر , صـــادق مـــولى ,واخـــرون(2009) , "افضـــل تقـــدير لمعوليـــة ويبـــل ذي المعلمتين" مجلة بغداد للعلوم ,مجلد 6, العدد4.

8- جلـــوب , اســـماعيل هـــادي , وشـــفيق , بلســـم مصـــطفى (2013), "مقارنـــة بعـــض طرائـــق التقـــدير البيزيـــة مـــع طرائـــق اخـــرى لتوزيـــع ريلـــي لبيانـــات تحـــت المراقبـــة بـــين النـــوع الاول باســـتخدام المحاكـــاة" مجلـــة الادارة والاقتصاد , المجلد0 ,العدد97 .

9- جليـــل , طالـــب شـــريف , واخـــرون(2013), " ايجـــاد معوليـــة نظـــام التـــوالي بطريقـــة جديـــدة " المجلـــة العراقيـــة للعلـــوم الاحصـــائية ,العـــدد(23) ,ص(75-98) .

10- الجميلـــي ,صـــبا صـــباح احمـــد (2007) , "مقارنـــة بعـــض طرائـــق تقـــدير المعلمـــة والمعوليـــة لانمـــوذج ريلـــي للفشـــل لبيانـــات تامـــة وبيانـــات تحـــت المراقبـــة مـــن النـــوع الاول باســـتخدام المحاكـــاة " رســـالة ماجســـتير علـــوم فـــي الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة بغداد.

11- حســـن ,ضـــوية ســـلمان , واخـــرون (2011) "معوليـــة خطـــط معاينـــة القبـــول لتوزيـــع كامـــا لاوقـــات الفشـــل تحـــت اســـلوب المراقبـــة الهجينة"المجلـــة العراقية للعلوم الاحصائية,المجلد 11,العدد 20.

12- حسين , اسيل ناصر (2007) , "مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل المختلط باستخدام المحاكاة" رسالة ماجستير علوم في بحوث العمليات - كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
13- حسن ,ضوية سلمان , واخرون (2008) "استخدام المقدر المقلص في تقدير معلمة الشكل لتوزيع ويبل" مجلة جامعة النهرين المجلد11,العدد3.
14- الدريعي , مهدي علي عبد الحسين (2016) , "بعض طرائق تقدير معلمات دالة المعولية لنموذج احتمالي مركب مع تطبيق عملي"رسالة ماجستير علوم في الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
15- الربيعي , فارس مهدي علوان (2002), "دراسة المعولية وجدولة اوقات الصيانة لمحطات الضغط العالي للشركة العامة لتوزيع كهرباء بغداد" رسالة ماجستير علوم في بحوث العمليات ,كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
16- رشيد , هدى عبد الله , واخرون (2012) , "مقارنة بعض مقدرات بيز لدالة المعولية لنموذج ويبل عند دوال خسارة مختلفة" مجلة كلية العلوم – جامعة بغداد , مجلد 2 , العدد 53.
17- السعدي, بشير فيصل محمد(2010) ,"بعض الطرائق المعلمية واللامعلمية لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي " رسالة ماجستير في بحوث العمليات- كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
18- الشمرتي , حامد سعد نور, واخرون(2013), "استخدام بعض الطرائق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية دراسة مقارنة" المجلة العراقية للعلوم الاحصائية ,عدد خاص بوقائع المؤتمر العلمي السادس لكلية علوم الحاسوب والرياضيات.
19- الشمري , نجاة عبد الجبار (2008) , "استخدام المحاكاة في مقارنة مقدرات التقلص لمعلمة الشكل لتوزيع ويبل لبيانات مراقبة" اطروحة دكتوراه فلسفة في الاحصاء- كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
20- الصفار, رواء صالح محمد (2006) , " تقدير حدود التنبؤ لاوقات الفشل لبيانات مراقبة من النوع الاول لتوزيع ويبل" رسالة ماجستير علوم في الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
21- الصفار, رواء صالح محمد (2013) , " الطرائق اللامعلمية والمعدلة في تقدير دالة المعولية للبيانات الكاملة مع تطبيق عملي" اطروحة دكتوراه فلسفة في علوم الاحصاء- كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.
22- الصفاوي ,صفاء يونس, واخرون (2006), "استخدام طريقة الامكان الاعظم وطريقة كابلن- ميير لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي على معمل اطارات بغداد, مجلة تنمية الرافدين , المجلد 82 ,العدد 28.
23- طاهر,محمد عبود , واخرون (2009) , "تقدير دالة العولية لبعض مكائن الشركة العامة لصناعة الاسمدة المنطقة الجنوبية باتباع سياسة الفحص والصيانه الوقائية" مجلة العلوم الاقتصادية , العدد 24, المجلد 6.

24- العاني , مي تحسين عبد الحليم (2007) , "مقارنة بين طرائق تقدير المعولية في حالة الاجهاد والمتانة لانموذج باريتو وويبل " رسالة ماجستيرفي علوم بحوث العمليات , كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد.

25- عباس, تهاني مهدي, واخرون (2008) ,"مقارنة مقدرات بيز مع مقدر الامكان الاعظم في تقدير دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي باستخدام بيانات مراقبة من النوع الثاني" مجلة جامعة النهرين , المجلد 11,العدد1.

26- علي , سوسن صبيح عبد , واخرون (2009) , "قياس معولية الفرن الدوار في معمل سمنت كبيسة" مجلة الهندسة والتكنلوجيا, المجلد27 , العدد 11.

27- القزاز, قتيبة نبيل نايف , وصالح, سرمد علوان(2009) "مقدر دالة الامكان الاعظم الحصين لدالة معولية توزيع ريلي" مجلة جامعة النهرين ,المجلد 12 , العدد3 .

28- كامل , براق صبحي(2006) , "معولية الانظمة القابلة للتصليح مع تطبيق عملي"رسالة ماجستير علوم في بحوث العمليات - كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

29- مخول, مطانيوس واخرون (2011),"فعالية استخدام ويبل الاحتمالي في التنبؤ" مجلة جامعة دمشق للعلوم الاقتصادية والقانونية,المجلد27, العدد4.

30- الوندي, وفاء جعفرحسين (2013), "اسلوب التوقع البيزي لتقدير معدل الفشل بوجود بيانات مراقبة من النوع الاول مع تطبيق عملي"رسالة ماجستير في علوم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

31- يتوما, حارث سليم زيا (2011) , "تقدير معلمة الشكل ودالة المعولية لتوزيع BurrType-X11 باستعمال بيانات مراقبة تدريجية من النوع الثاني مع تطبيق عملي " رسالة ماجستير علوم بحوث عمليات- كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد.

(Foreign References)   ثانيا: المصادر الاجنبية

32- Achebo,J.I.& Oghoore ,O. -2010- A Nonparametric Analysis of Asymptomatic Hazard Rates in a Brewing Plant Using the Probability Failure Functions- Proceedings of the World Congress on Engineering Vol III , London, Uk.

33- Alicja, J.R & Ryszard, M.(2011) "Selected Stochastic Models in Reliability". Wroclaw, Boland.

34- alKbfleisch, J. D., and Prentice, R. L.(1980) "The Statistical Analysis of Failure Time Data", New York John Wiley & Sons.

35- AL-Nasser, Abdul Majeed H., (2009), "An Introduction to Statistical Reliability", ITHRAA Publishing and Distribution, University book shop.

36- Alomari M. & Other(2011)"Extension Of Jeffreys's Prior Estimate For Weibull Censored Data Using Lindley's Approximation"Australian Journal Of & Applied Sciences ,VOL 5,NO.12,PP. 884-889.

37- Amal S.Atta& Nasser M.Abbas(2014)"Estimating The Reliability Of The General Linear Failure Distribution Using Simulation"Journal Of Engineering &Technology,vOL 32,NO.1.

38- Balakrishna & Sandhu(1996)"Best LINEAR UNBIASED AND MAXIMUM LIKELIHOOD ESTIMATION FOR EXPONENTIAL DISTRIBUTION UNDER GENERAL PROGRESSIVE TYPE-II- CENSORED SAMPLES"Sankhya: The Indian Journol of Statistics ,VOL 58,series B,Pt.1,PP.1-9.

39- Dianne M . Finkelstien. (1986) " A Proportional Hazards Model for Interval-Censored Failure Time Data"BIOMETRICS,VOL 42,NO.4,PP.845-854.

40- Gyan P.& Dinesh C.(2009)"Estimation Of The Weibull Shape Parameter In Failure Censored Sampling Under The Linex Losst "Metron – International Journal Of Statistics 2009,vol . LXVII,NO.1,pp.31-50.

41- Gyan P.& Singh"A Bayesian Shrinkage Approach In Weibull Type-II-Censored Data Using Prior Point Information"Revstat –Statistical Journal VOL 7,NO. 2,PP.171-187.
42- Haniyeh P. & Saeid A. (2011)"Estimation Of The Weibull Distribution Based On Type-II-Censored Samles"Applied Mathematical Sciences, Vol. 5,No.52,PP.2549-2558.
43- Harolds B. & Kent H.(1972)"Estimating Weibull Parameters for a General Class Of Devices from Limited Failure Data"IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILTY, VOL.R-21 , NO. 2.
44- Hong F.&Chien Y.(2013)"Estimation for Weibull Distribution With Type-II- Highly Censored Data"Quafity Technology & Quantitative Management ,Vol.10,No.2, PP.193-202.
45- Horst R.(2009)"The weibull Distribution AHandbook"CRC Press A CAPMAN &HALL BOOK.
46- Houslia P.Singh.&Other.(2000)"Estimation Of Weiball Shape Parameter By Shrinkage Towards An Interval Under Failure Censored Sampling"MSC,VOL62,NO.17.
47- Ismail K. & Other(2013)"Statistical Inference for Weibull Distribution Based On a Modified Progressive Type-II-Censoring Scheme "Sri Lankan Journal Of Applied Statistics (Special Issue) Modern Statistical Methodologies in the Cutting Edage Of Science.
48- Jayant V. D& Sudha, G. P.(2009) "Life Time Data: Statistical Models and Methods". University of Pune, India.
49- Lawless. J. F.(2003) "Statistical Models and Methods for Lifetime Data", 2nd ed., University of Waterloo, New Jersey, John Wiley & Sons .
50- Marvin, R.(2004) "System Reliability Theory, Models, Statistical Methods, and Applications". Second edition, Walter, Shewuhart & Samuel S. Wilks, Norwegia.
51- Parricia M. & Others(1992) "Maximum Likelihood Estimation for Interval- Censored Data Using a Weibull - Based Accelerated Failure Time Model" Biometrics, VOL. 48,NO.3,PP951-959.

52- Rasheed, D. H. & Wakil, A. A. "Introduction to Mathematical Statistics", College of Management and Economics, Baghdad University.

53- S.Balamurali & M. Usha(2013)"A New Failure Censored Variables Sampling System for Weibull Distribution"International Journal Of Performability Engineering Vol.9,NO.1, ,PP.03-12- Jayant V. D& Sudha,

54- Sinha,S.k , Kale B.K.(1979)"Life Testing and Reliability Estimation"Winnipeg ,Manitab,Canada.

55- Vaida B. & Leonidas S(2008)"The Method Of Three-Parameter Weibull Distribution Estimation"Acta Et Commentationes Universitatis Tartuensis De Mathematica VOL 12 .

الفصل الثاني

المعولية ومؤشراتها (دوال الفشل)

1-2 مقدمة Preface

بسبب تطبيقات المعولية المختلفة في الحياة اليومية ظهرت الحاجة الى تقدير دالة المعولية وتطبيقاتها على الاجهزة والمكائن ومعرفة اوقات الفشل (العطل) واوقات الاشتغال لحين الفشل, لتقيم مستوى عمل المكائن والاجهزة وتخمين التكاليف الخاصة لصيانة المكائن واعادة تشغيلها.

تعرف المعولية ((على انها كلمة او مصطلح مشتقة من (عبارة معول علية) والتي تعبر عن الوثوق بالشي والاعتماد عليه)) [1].

2-2 دالة المعولية Reliability function R(t) [6][50][48]

وهي احتمال ان الالة (الجهاز) يستمر في العمل بنجاح (بدون فشل) خلال مدة زمنية معينة (0,t) اي انه تبقى الالة فعالة بعد مرور الوقت t, ($t > 0$) والتعبير الرياضي لها هو :

$$R(t) = pr\ (T > t\ )\ \ldots (1-2)$$

(t) : وقت الاشتغال وهو اكبر او يساوي صفراً.

(T) : الزمن المتراكم لحياة جهاز معين خلال المدة ($0,t$)

وبمعنى اخر (**متغيرعشوائي يشير الى وقت اشتغال الالةً حتى حدوث الفشل**).

وان صيغة دالة المعولية في التوزيع المستمر هي:

$$R(t) = \int_{t}^{Maxt} f(u)du \ldots (2-2)$$

وتمتلك الدالة المعولية عدة خصائص منها:

- هـــي قيمـــة محصـــورة بـــين صـــفر(0)والواحـــد الصـــحيح(1) لكونهـــا دالـــة احتمالية , وبمعنى رياضي يمكن كتابتها بالشكل الاتي:

$$(0 \quad \leq R(t) \leq 1) .$$

- دالـــة رتيبـــة متناقصـــة مـــع الـــزمن (تتناســـب عكســـيا مـــع الـــزمن) إذ كلمـــا تقـــدم زمن عمل الالة قلت قيمة الدالة المعولية وبعبارة اخرى ان

$$R(t_1) > R(t_2) > R(t_3) > \cdots > R(t_\infty)$$

وممكن اثبات ذلك كالاتي:

لو كانت الدراسة تخص مدتتين t_1, t_2 وان $t_2 > t_1$ فان دالة المعولية للمدة t_2 هي اصغر من دالة المعولية للفترة t_1 ويمكن التعبير عنها رياضيا كالاتي :

$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)\,du \geq 0$$

وممكن اعادة كتابة المعادلة المذكورة أنفا بالصيغة الاتية :

$$= F(t_2) - F(t_1) \geq 0$$

وبما ان $F(t) = 1 - R(t)$

$$= 1 - \mathrm{R}(t_2) - [1 - R(t_1)] \quad \geq 0$$

$$= 1 - R(t_2) - 1 + R(t_1) \quad \geq 0$$

$$= R(t_1) - R(t_2) \geq 0$$

والنتيجة المذكورة أنفا تثبت ان

$$R(t_1) \geq R(t_2)$$

وان قيمة دالة المعولية عند الزمن الصفري هي 1 وتبدأ قيمتها بالتناقص الرتيب وتصبح قيمتها عند اكبر زمن($Maxt$) لعمر الالة تساوي صفروكالاتي :

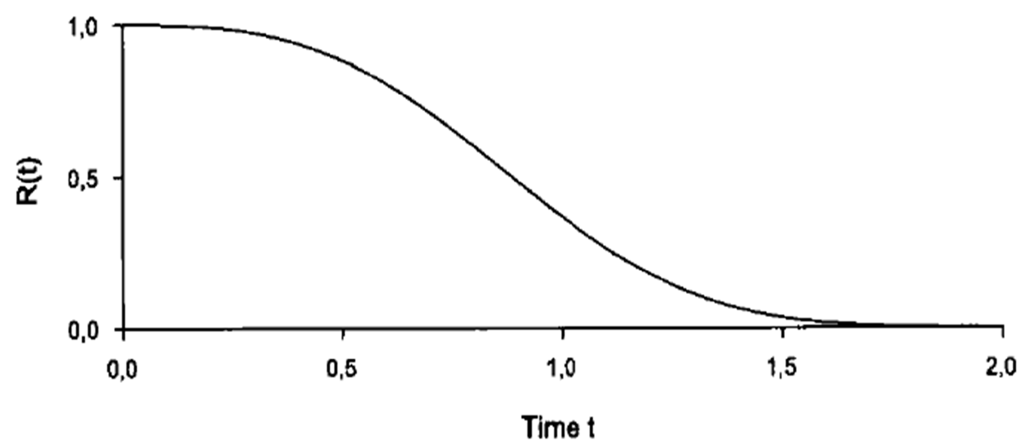
$$R(t = 0) = 1$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$R(t = Max) = 0$$

فاذا كانت R(t)=0 فان الجهاز لايعمل ,واذا كانت قيمة R(t)=1 هذا مؤشر على ان الجهاز سيستمر بالعمل الى الوقت t . وهذا فرض نظري فقط , والشكل ادناه يبين العلاقة بين الزمن ودالة المعولية, المحور الافقي يمثل الوقت والمحور العمودي يمثل دالة المعولية ,



الشكل ($1-2$) يمثل دالة المعولية [50]

وبالنظر الى اشكل (2-1) يلاحظ انه عندما ($t = 0$) فان دالة المعولية اعلى مايمكن وقيمة دالة المعولية تبدا تنخفض شيئا فشيئا كلما تقدم الزمن او عمل الالة الى ان تقترب من الصفر وبذلك يمكن ان نعد الجهاز قد فشل .

كما وتوجد مؤشرات او دوال لها علاقة بالدالة المعولية يمكن عن طريقها التوصل الى قيمة الدالة المعولية.

3-2دوال الفشل (Failure Functions) [15]

توجد دوال فشل لها علاقة بدالة المعولية وهذه الدوال قد تصلح لجميع النماذج المعلمية وغير المعلمية ,وان العمل او عطل الجهاز(الالة) هما حالتان تتمثل بهما الاجهزة ماعدا اخراج الجهاز لاغراض الصيانة ,ويعبر عن حالة الاشتغال باحتمالات النجاح (probability of success) وحالة الفشل باحتمالات الفشل (probability of Failure) وان الحالات قد تتبع توزيعات احتمالية معينة (مستمرة او متقطعة) نستطيع معرفتها عن طريق البيانات ذات العلاقة بتشغيل المكائن والاجهزة ...الخ والمتوفرة لدى المؤسسات .

وبما ان الفشل لايحصل قبل الاستعمال فان المدى لهذه التوزيعات هو $(0,\infty)$,وان دوال الفشل لها علاقة بدالة المعولية إذ يمكن عن طريقها تمييز اي توزيع احتمالي من توزيعات الفشل والتي تكون معرفة بالمدة $(0,\infty)$ للمتغير العشوائي T والذي يمثل وقت الحياة للجهاز او الماكنة وغالبا مايكون مستمرا حتى حدوث الفشل ومن هذه الدوال.

3-2- 1دالة الكثافةالاحتمالية للفشل [9][34]

(Failure Probability Density function)

ان دالة الكثافة الاحتمالية للفشل تعرف بانها احتمال فشل الالة (الجهاز) خلال المدة $(t,t+\Delta t)$ وبغض النظر عن صغر Δt ويطلق عليها ايضا نسبة (معدل) الفشل اللاشرطية ويرمز لها بالرمز $f(t)$ والتعبير عنها رياضيا هو :

$$f(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{pr[t<T<t+\Delta t]}{\Delta t}\quad ,\quad t\geq 0 \ldots \ldots . \ldots (3-2)$$

وان Δt : التغير في قيمة المتغير العشوائيT بمعنى $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$

وخصائص هذه الدالة هي :

- $f(t)$ قيمة موجبة دائما(اكبر من الصفر او مساوية له) اي ان:

$f(t) \geq 0$, for all t

مجموع المساحة تحت منحنى $f(t)$ مساوية الى الواحد الصحيح دائما بمعنى ان :

$$\int_0^{\infty} f(t)dt = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4-2)$$

مع ملاحظة انه يمكن حساب احتمال حدوث الفشل في المدة $(t, t+\Delta t)$ رياضيا وكالاتي:

$$p(t \leq T \leq t + \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} f(u)du \ldots\ldots (5-2)$$

2 – 3 – 2دالة الكثافة التجميعية للفشل [4][9]

(function Failure cumulative Densety)

وهـــي احتماليـــة فشـــل الالـــة (الجهـــاز) قبـــل الوقـــت t ويرمـــز لهـــا F(t) وتســـمى ايضـــــا دالـــــــة اللامعوليـــــة$(Unreliability\ Distribution)$ والتعبيـــــر الرياضي لها هو :

$$F(t) = Pr\ (T \leq t) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6-2)$$

$$F(t) = \int_0^t f(u)du \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7-2)$$

إذ ان : $f(u)$ هي دالة كثافة الفشل للزمن t.

(T): الوقت حتى حدوث الفشل.

وتمتلك الدالة اللامعولية (دالة الكثافة التجميعية للفشل)عدة خصائص منها:

- هـــي قيمـــة محصـــورة بـــين الصـــفر (0) والواحـــد الصـــحيح(1) ورياضـــيا يعبر عنها كالاتي: $(0 \leq F(t) \leq 1)$
- دالـــة رتيبـــة متزايـــدة مـــع الـــزمن(تتناســـب طرديـــا مـــع الـــزمن) وكمـــا موضـــح ادناه:

$$F(t_1) < F(t_2) < F(t_3) < \cdots < F(t_\infty)$$

وممكن اثبات ذلك كالاتي:

لو كانت الدراسة تخص مدتين t_1, t_2 وان $t_2 > t_1$ فان دالة اللامعولية للمدة t_2 هي اكبر من دالة اللامعولية للمدة t_1 ويمكن التعبير عنها رياضيا كالاتي :

$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)\,du = \int_{0}^{t_2} f(u)\,du - \int_{0}^{t_1} f(u)\,du$$

$$= F(t_2) - F(t_1) \geq 0$$

$$= F(t_2) \geq F(t_1)$$

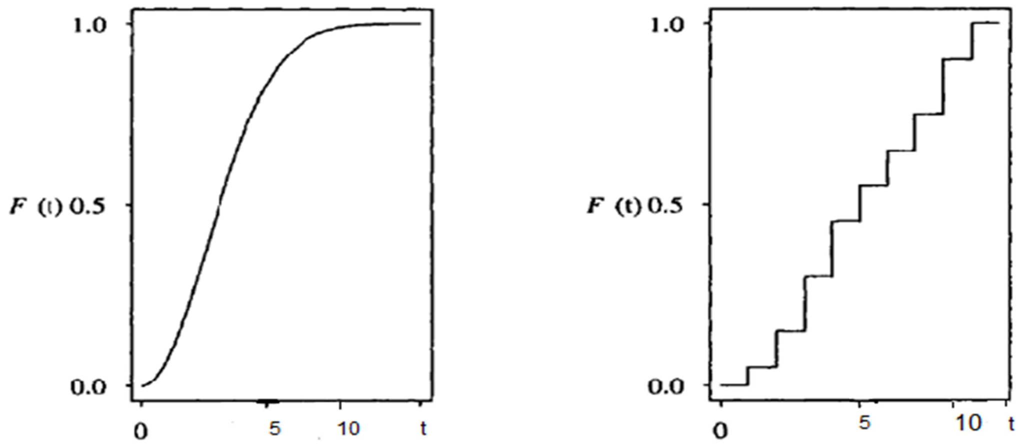
وان قيمـــة دالـــة اللامعوليـــة عنـــد الـــزمن الصـــفري هـــي صـــفر(0) وتبـــدا قيمتهـــا بالتزايـــد الرتيبـــي وتصـــبح قيمتهـــا عنـــد اكبـــر زمـــن $(Maxt)$ لعمـــر الالـــة تســـاوي واحداً وكالاتي:

$$F(t=0) = 0$$

$$\vdots$$

$$F(t = Maxt) = 1$$

والشكل ادناه يوضح دالة الكثافة التجميعية (التراكمية) للتوزيعات المستمرة والمتقطعة



الدالة التجميعية للتوزيعات المتقطعة الدالة التجميعية للتوزيعات المستمرة

الشكل (2-2)يمثل دالة الكثافة التجميعية (التراكمية) [49]

ومن الشكل (2-2) يلاحظ انه عندما $(t = 0)$ فان دالة اللامعولية اقل مايمكن وقيمة دالة اللامعولية تبدا تزداد شيئا فشيئا كلما تقدم الزمن او عمل الالة الى ان تقترب من الواحد وبذلك يمكن اعتبار ان الجهاز قد فشل.

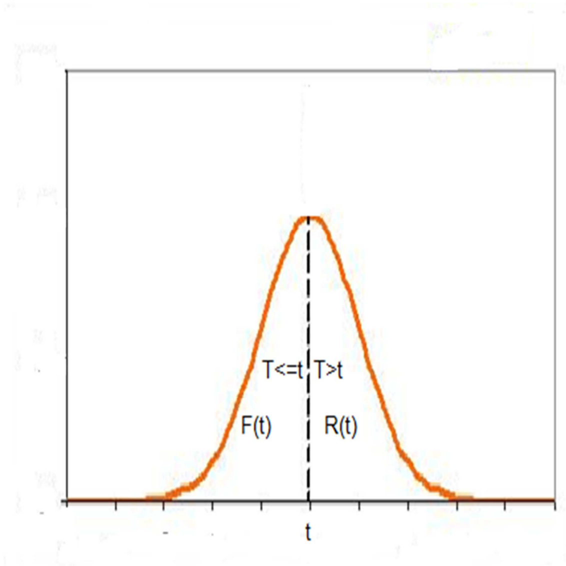
وان العلاقة بين دالة المعولية *R(t)* ودالة اللامعولية (التجميعية)*F(t)* وكما في المعادلة (2-2) هي :

$$\because R(t) = \int_{t}^{Maxt} f(u)d\,u$$

$$\mathrm{R(t)} = 1 - \int_0^t f(u)du \dots (8-2)$$

$$\therefore R(t) = 1 - F(t)\dots(9-2)$$

ومن الرسم ادناه يبين ان $[P(T > t), P(T \leq t)]$ تساوي جميع المساحة تحت المنحنى



الشكل (2-3) يمثل المنحنى الطبيعي

وبالنظر الى المعادلة (2-9) والرسم نستنتج بان دالة المعولية والدالة التجميعية(اللامعولية) مجموعها =1 بمعنى ان دالة الكثافة التجميعية للفشل هي متممة لدالة المعولية, اي ان احدهما مكمل الاخر.

$$R(t) + F(t) = 1 \ldots (10 - 2)$$

$$F(t) = 1 - R(t) \ldots (11 - 2)$$

ومن الجدير بالذكر ان دالة المعولية متناقصة ورتيبة تبدا باعلى قيمة لها هي الواحد الصحيح وتنتهي باصغر قيمة لها هي الصفر, بينما الدالة التجميعة (c.d.f) دالة متزايدة تبدا باصغر قيمة وهي الصفر وتنتهي باعلى قيمة لها هي الواحد الصحيح .

2-3-3 معدل الفشل *h(t)* (***Failur rate***) [33][4]

ان معدل الفشل يسمى معدل الخطورة ($Hazard\ rate$)في الدراسات المعولية , ويطلق عليه دالة البقاء ($Survival\ Function$)في جداول الحياة ,ويعرف على انه ((احتمال فشل الالة (الجهاز) خلال المدة الزمنية ($t, t+\Delta t$) علما ان الالة (الجهاز) يعمل (لم يفشل) حتى الوقت t وهذا معناه ان معدل الفشل احتمال شرطي , ونرمز لمعدل الفشل بالرمز *h(t)*)).

والصيغة الرياضية لمعدل الفشل يمكن كتابتها بالشكل الاتي :

$$h(t) = \frac{\Pr(t < T < t + \Delta t / T > t)}{\Delta t}$$

وعندماΔt تقترب من الصفر($\Delta t \to 0$) نحصل على معدل الفشل وبالصيغة الاتية :

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0}\left[\frac{\Pr(t < T < t + \Delta t / T > t)}{\Delta t}\right]$$

والاحتمال الشرطي عبارة عن الدالة المشتركة ($joint$) مقسومه على الدالة الحدية $Marjinal$

$$h(t) = \lim\nolimits_{\Delta t \to 0}\left[\frac{\Pr\{t<T<t+\Delta t\}}{\Delta t\ pr\ (T>t)}\right]$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)}\lim_{\Delta t \to 0}\left[\frac{\Pr\{t < T < t + \Delta t\}}{\Delta t}\right]$$

$$h(t) = \frac{dF(t)}{dt} * \frac{1}{R(t)} \ldots (12-2)$$

وبمان ان $\boldsymbol{f(t)}=\frac{dF(t)}{dt}$ فان المعادلة (*12-2*) ستكون

$$\mathbf{h(t)} = \boldsymbol{\frac{f(t)}{R(t)}}$$

ان معـــدل الفشـــل (معـــدل الخطـــورة او الاخفـــاق) يتناســـب عكســـيا مـــع دالـــة المعوليـــة R(t) وطرديـــا مـــع دالـــة الكثافـــة الاحتماليـــة$f(t)$ عـــن طريـــق معرفـــة اي اثنيين من هذه الدوال يمكن الحصول على الدالة الثالثة .

عـــن طريـــق معرفـــة معـــدل الخطـــورة (معـــدل الفشـــل او الاخفـــاق) نســـتطيع ان نمييـــز بـــين ثـــلاث مراحـــل فشـــل يمـــر بهـــا اي جهازاوالالـــة خـــلال العمـــر التشـــغيلي ومراحل الفشل هي :[26][48][49]

- **الفشل المبكر (Early Failure)**

وان هـــذا النـــوع مـــن الفشـــل يحصـــل فـــي وقـــت مبكـــر مـــن عمـــر الجهـــاز ,ويكـــون معـــدل الفشـــل متناقصـــاً مـــع الـــزمن, ويحـــدث الفشـــل المبكـــر عـــادة بســـبب اخطـــاء فـــي تصـــنيع الجهـــاز او فـــي تصـــميمه او بســـبب عـــدم الاســـتعمال الجيـــد للجهـــاز الجديـــد والتـــي تحـــدث تـــاثيرا فـــي اجـــزاء الجهـــاز ويـــؤدي ذلـــك الـــى عطـــل الجهـــاز مبكـــرا والـــذي ســـرعان مايعـــالج بعـــد التشغيل مباشرة .

- **الفشل المحتمل (Possible Failure)**

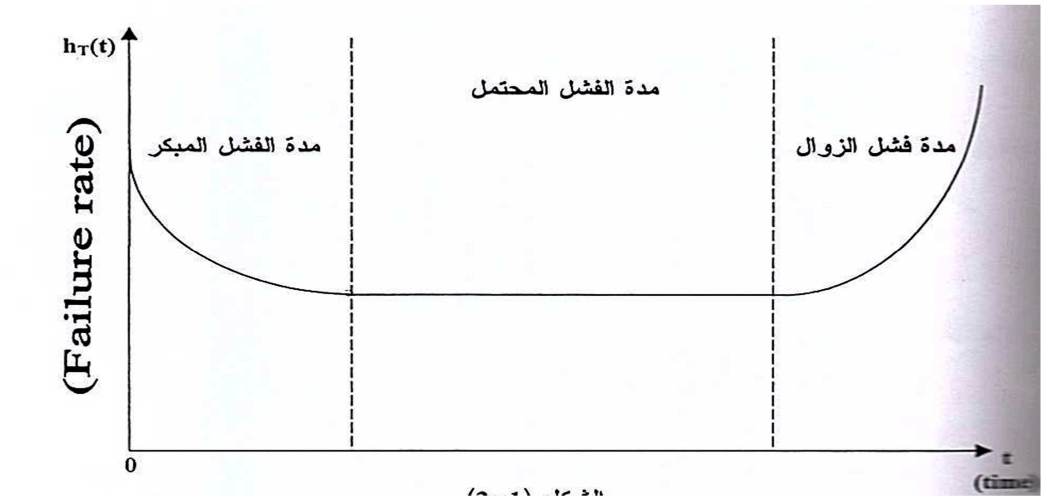
فـــي هـــذه المرحلـــة مـــن مراحـــل حيـــاة النظـــام يكـــون حـــدوث العطـــل عشـــوائيا او بالصـــدفة , وتمثـــل هـــذه المرحلـــة مـــدة التشـــغيل الطبيعـــي (Normal Operation) او تســـمى بمرحلـــة العمـــر النـــافع (Useful Life)وتمتازهـــذه المرحلـــة بـــان معـــدل الاخفـــاق او معـــدل الخطـــورة يميـــل الـــى ان يكـــون ثابتـــاً وذلـــك لان العطـــل كمـــا ذكرنـــا آنفـــا يحـــدث بصـــورة مفاجئـــة مـــرتبط بتـــاثيرات بيئيـــة غيـــر اعتياديـــة مفاجئـــة تحدث خلال مدة تشغيل الجهاز .

- **فشل الزوال (Wear –out Failure)**

وهـــو اخـــر مرحلـــة مـــن مراحـــل عمـــر الجهـــاز ,وتســـمى بمرحلـــة الاهتـــراء او التاكـــل او الســـوفان (Wear-Out) وتتميـــز هـــذه المرحلـــة بانخفـــاض فـــي كفـــاءة عمـــل الجهـــاز وارتفـــاع الخســـارة وذلـــك لكـــون هـــذه المرحلـــة يـــزداد معـــدل العطـــلات فيهـــا وبشـــكل كلمـــا تقـــادم الـــزمن , ويحـــدث فشـــل الـــزوال بســـبب الاهمـــال وتقـــادم الجهـــاز واجهـــادة وعـــدم شـــموله ببرنـــامج صـــيانة منتظمـــة , مـــع ملاحظـــة ان اغلـــب الاجهـــزة والمعـــدات الالكترونيـــة لاتـــدخل ضمن المرحلة الثالثة حتى لو استمر العمل لسنوات طويلة.

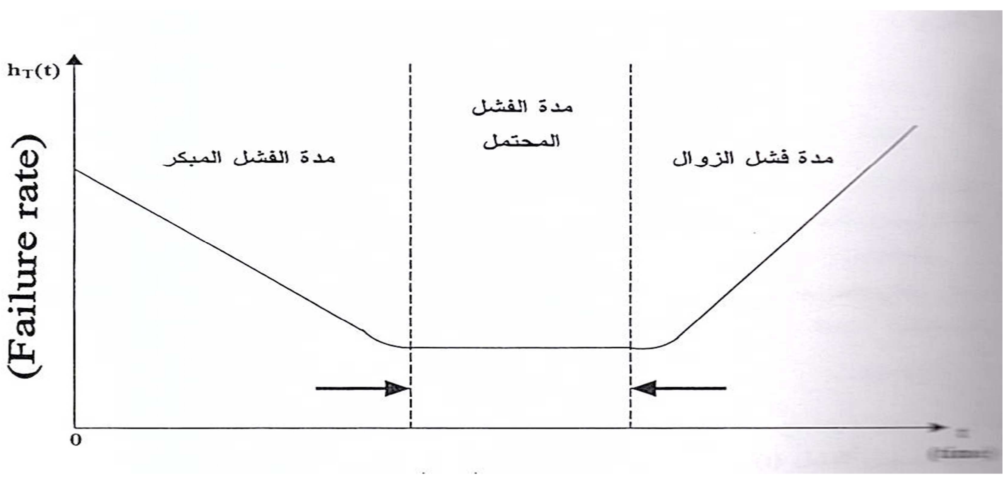
والشـــكل الاتـــي المـــرقم (2-4) يمثـــل المنحنـــى العـــام لمعـــدل الفشـــل التشـــغيلية او مايســـمى حـــوض الاســـتحمام للاجهـــزة والمعـــدات

الالكترونيـــة , بينمـــا الشـــكل (2-5) يمثـــل المنحنـــى العـــام لمعـــدل الفشـــل للمكـــائن والمعـــدات ذات الطبيعـــة الميكانيكيـــة , وبـــالنظر الـــى الشـــكلين نشـــاهد الفـــرق فـــي مرحلـــة العمـــر النـــافع وهـــي المرحلـــة الثانيـــة مـــن مراحـــل حياة اي جهاز.



الشكل (2-4)

يمثل المنحنى الحوضي للاجهزة والمعدات الالكترونية[33]



الشكل (2-5)

يمثل المنحنى الحوضي للمكائن والمعدات الميكانيكية[33]

2-3-4 دالة الخطورة التجميعية [4]

$(\boldsymbol{Hazard\ Function\ Cumulative})$

وهي دالة تمثل معدل الفشل التراكمي [حاصل جمع قيم معدلات الفشل خلال المدة (0,t)]ويرمز لها $H(t)$ وانها تزداد مع تقدم الزمن اي ان:

$$H(t) = h(t_1) + h(t_2) + \cdots + h(Maxt)$$

والتعبير الرياضي لدالة الخطورة هو :

$$H(t) = \int_0^t h(u)d(u) \ldots (13-2)$$

2-3 -5 العلاقة بين $\boldsymbol{R(t), h(t), f(t)}$ [28]

عن طريق المعادلات الرياضية السابقة يمكن التوصل الى وجود علاقة تربط بين دالة المعولية$R(t)$ ودالة الفشل $f(t)$ ومعدل الفشل (الخطورة) $h(t)$ ويمكن توضيح ذلك كما يأتي :

- في حالة معرفة قيمة $h(t)$ فان $R(t)$ يمكن الحصول عليها عن طريق تطبيق المعادلة $(12-2)$

$$\because \mathrm{h(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

وبتطبيق المعادلة (2-9) نحصل على

$$h(t) = \frac{f(t)}{1-F(t)}$$

وباخذ تكامل للزمن t نحصل على

$$\int_0^t h(u)\,du = \int_0^t \frac{f(u)}{1-F(u)}\,du$$

$$\int_0^t h(u)du = -\ln[1 - F(u)]_0{}^t$$

$$\int_0^t h(u)du = -\ln[R(u)]_0^t$$

$\int_0^t h(u)du = -\ln R(t) + \ln R(0)$...........(13-2*)*

وبما ان $R(0) = 1$ فان المعادلة (*2- 14*) ستكون

$$\therefore \ln R(t) = -\int_0^t h(u)du$$

وبرفع طرفي المعادلة للاساس (e) نحصل على دالة المعولية

$$\therefore R(t) = \exp(-\int_0^t h(u)du) \ldots (14-2)$$

- وفـــي حالـــة معـــدل الفشـــل $h(t)$ معلـــوم يمكـــن حســـاب دالـــة الكثافـــة الاحتمالية $f(t)$ بتطبيق المعادلة (2 -12) نحصل على

$$\because h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

$f(t) = h(t) * R(t)$...(15-2)

وبالتعويض عن المعادلة (2-14)بالمعادله المذكورة آنفاً ستكون

$$f(t) = h(t) * \exp(-\int_0^t h(u)du)$$

- اذا كانـــت دالـــة المعوليـــة$R(t)$ معروفـــة يمكـــن حســـاب معـــدل الفشـــل (معدل الخطورة) $h(t)$ باستعمال المعادلة (2-12)وكالاتي :

$$h(t) = -\frac{dR(t)}{dt} * \frac{1}{R(t)} \ \ldots (16-2)$$

- وكذلك في حالة معرفة قيمة الدالة المعولية $R(t)$ يمكن الحصول على $f(t)$ كالاتي:-

$$\because f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$$

وبتطبيق المعادلة (2-11) نحصل على

$$\therefore f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} \dots (17-2)$$

4-2 متوسط الوقت بين العطلات (Average Time Between Failure) [15]

يقـــاس عمـــر الجهـــاز (life age) بمتوســـط المـــدة الزمنيـــة بـــين العطـــلات (Mean Time Between Faliure) والـــذي يمكـــن حســـابة عـــن طريق احتساب توقع الزمن T اي ان :

$$MTBF = E(T) = \int_0^\infty t\, f(t)dt \dots (18-2)$$

وباستعمال المعادلة (*17-2*) نحصل على :

$$MTBF = \int_0^\infty -\frac{dR(t)}{dt}\, t\, dt$$

وباستعمال التكامل بالتجزئة نحصل على:

$$MTBF = -tR(t)|_0{}^\infty + \int_0^\infty R(t)dt$$

$$\therefore MTBF = \int_0^\infty R(t)dt \dots (19-2)$$

وان متوســـط الوقـــت بـــين العطـــلات عبـــارة عـــن القيمـــة المتوقعـــة لـــزمن الاشـــتغال او التعويل على الالة او الجهاز حتى حدوث العطل الاول .

5-2 التقدير *Estimation* [5]

ان عمليـــة التقـــدير (Estimation) لاي مجتمـــع قيـــد الدراســـة تكـــون عـــن طريـــق اخـــذ عينـــة مـــن ذلـــك المجتمـــع بحيـــث تمثـــل خصـــائص المجتمـــع نفســـها او قريبـــة منهـــا, وتعـــد عمليـــة التقـــدير احـــدى الركـــائز الاساســـية فـــي الاســـتدلال الاحصـــــائي (Statistical Inference) وبواســـــطته تـــــتم عمليـــــة الاســـــتنتاجات عـــن مجتمـــع الدراســـة علـــى اســـاس النتـــائج المستحصـــلة مـــن العينـــة المختـــارة مـــن المجتمع.

وان تقـــدير دالـــة المعوليـــة لبيانـــات مراقبـــة يتطلـــب ذلـــك الامـــر توضـــيح بعـــض انـــواع البيانـــات اذ ان الفحـــص واختبـــار الجهـــاز او المنـــتج (الالـــة) يتطلـــب مراقبـــة وتسجيل الوحدات (البيانات) الفاشلة وحسب نوع البيانات .

6-2 انواع البيانات Data classification [3][25][35][36][40]

1- البيانات التامة (الكاملة) complete data

البيانـــات التامـــة تعنـــي كـــل البيانـــات (وحـــدات العينـــة) قـــد وضـــعت لاختبـــار الحيـــاة فـــان الاختبـــار يتوقـــف بعـــد فشـــل كـــل الوحـــدات , ويكـــون وقـــت الفشل لكل وحدة العينة معلومَ ومشاهد.

وان دالة الامكان الاعظم لهذا النوع من البيانات

$$L = \prod_{i=1}^{n} f(t,\theta) \ldots\ldots\ldots\ldots..(20-2)$$

إذ ان :

$f(t,\theta)$ دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع .

وان عيـــوب اســـتعمال البيانـــات الكاملـــة هـــو مراقبـــة كـــل مفـــردات العينـــة الخاضـــعة لاختبـــار الحيـــاة وان هـــذا الامـــر يترتـــب عليه(خســـارة فـــي الوقـــت , تكلفـــة , جهـــد , واحيانـــا الفحـــص التـــدميري) لـــذلك يمكـــن الاستعاضـــة عـــن البيانـــات التامـــة بيانـــات المراقبة.

2-بيانات المراقبة censored Data

سوف يتم التطرق الى نوعين من بيانات المراقبة على الرغم من وجود عدة انواع , وممكن توضيح بيانات المراقبة كالاتي :

- **بيانات المراقبة من النوع الاول type- I -censord Data**

يسمى هذا النوع ببيانات مراقبة الزمن(Time censored Data) في هذا النوع من البيانات يكون فيه زمن المراقبة ثابت (t_0) ومحدد مسبقا ويختلف من تجربة الى اخرى لجميع بيانات العينة (وحدات العينة) الخاضعة للاختبار .

فعند اختبار الحياةلـ (n) من الوحدات عند الزمن الصفري سوف نشاهد (نراقب) عمل وحدات العينة لحين انتهاء الزمن الثابت المحدد مسبقا اي تتوقف تجربة الحياة (الاختبار).

وان الوحدات التي فشلت بالاختبار هيm من الوحدات , وان *m* متغير **عشوائي لانستطيع معرفته او تحديده الا بعد انتهاء الزمن** (t_0) , وان (*n-m*) هي عدد الوحدات الباقية بعد الزمن (t_0)

$$0< t_1 < t_2 < t_3 < \cdots \ldots \ldots \ldots . < t_m < t_0$$

اِذ ان :

ti: هو زمن فشل الوحدة رقم i قبل الزمن t_0

وان دالة الامكان الاعظم لبيانات المراقبة من النوع الاول هي:

$$L = \frac{n!}{(n-m)!} \prod_{i=1}^{m} f(t,\theta)[R(t_0)]^{n-m} \ldots \ldots \ldots \ldots . (21-2)$$

اِذ ان :

$R(t_0)$: دالة المعولية عند الزمن t_0

$f(t,\theta)$: دالة كثافة الفشل

$(\mathrm{n}-\mathrm{m})$: عدد الوحدات الباقية بعد الزمن t_0

وان هـذا النـوع مـن العينـات يهـتم بتجـارب اختبـارات الحيـاة التـي تكـون فيهـا الكلفة متزايدة .

- **بيانات مراقبة من النوع الثاني** ***type – II-censored Data***

ويسـمى هـذا النـوع مـن البيانـات ببيانـات مراقبـة الفشل$(Failur\ censored\ Data)$.

يـتم فـي هـذا النـوع مـن البيانـات بتحديـد عـدد معـين مسـبقا مـن وحـدات العينـة التـي يـتم مراقبتهـا (r) الوحـدات الثابتـة وعليـه فـان زمـن هـذه الوحـدات (t_r) يكـون متغيـراً عشـوائياً لايمكـن تحديـده , فعنـد البـدء باختبـار الحيـاة عنـد الـزمن الصـفري سـوف نراقـب (نشـاهد) عمـل الوحـدات (r) ونوقـف التجربـة بعـد الحصـول علـى r مـن الوحـدات الفاشـلة التـي حـددت مسـبقا , امـا الوحـدات الباقيـة بعد الزمن t_r هي (n-r).

وان دالة الامكان الاعظم لهذا النوع من البيانات هي:

$$L=\frac{n!}{(n-r)!}\prod_{i=1}^{m} f(t,\theta)[R(t_r)]^{n-r}\ \dots\dots\dots..(22-2\ )$$

اذ ان:

$$0<t_1<t_2<\ldots<t_r$$

$f(t,\theta)$: دالة كثافة الفشل.

$R(t_r)$: دالة المعولية عند الزمن t_r.

(n-r) :عـــدد الوحـــدات الباقيـــة (غيـــر الفاشـــلة) بعـــد توقـــف الاختبـــار عنـــد الفشـــل الوحدة رقمr .

وهــذه العينـــات غالبـــا مـــاتهتم بفحـــص الوحـــدات الغاليـــة الـــثمن او تلـــك التـــي يكـــون فيها الفحص تدميرياً .

7-2 بعض التوزيعات الاحصائية للفشل [23][52]

(Some Statistical distributions of failure)

توجـــد عـــدة توزيعـــات احصـــائية متقطعـــة ومســـتمرة فضـــلاً عـــن توزيـــع ويبـــل يمكـــن عـــن طريقهمـــا الحصـــول علـــى معـــدل الفشـــل , كتوزيـــع بواســـون , توزيـــع ذي الحـــدين , توزيـــع فـــوق الهندســـي , امـــا التوزيعـــات المســـتمره فهـــي التوزيـــع الاســـي , توزيع كاما , توزيع اللوغارتم الطبيعي , توزيع معكوس كاوس .

ان معـدل الفشـل (Failure rate)لاي جهـاز يكـون علـى نـوعين وهـي معـدل فشـل ثابـــت مـــع الـــزمن (Constant failure)وفيـــه الجهـــاز يكـــون فـــي مرحلـــة العمـــر النـــافع(Useful Life) ويعـد التوزيـع الاسـي أنمـوذجَ الفشـل الـذي يصـف هـذه المرحلـة والـــذي يـــدعى بـــانموذج معـــدل الفشـــل الثابـــت (constant Failure Rate Model), والنـــوع الثـــاني معـــدل الفشـــل المتغيرمـــع الـــزمن(time dependent failure rate). وتعـد التوزيعـات الاخـرى كتوزيـع الطبيعـي وتوزيـع ويبـل والتوزيـع اللوغـارتمي الطبيعـي نمـاذج الفشـل التـي تصـف المراحـل فـي حيـاة الجهـاز, وسـيتم اسـتعمال توزيـع ويبـل فـي الجانب العملي لذلك تم اختياره.

8-2توزيع ويبل ذو المعلمتين للفشل [7][24][52]

(Two-paramete Weibull Failure Distribution)

يُعد توزيع ويبل (Weibull distribution) من افضل نماذج الفشل الذي يمكن ان يصف مراحل الفشل ظهر عام 1939 وسمي بهذا الاسم نسبة الى العالم Weibulle السويدي ,إذ ظهر هذا التوزيع بعد الحرب العالمية الثانية احد نماذج الفشل واكثرها استعمالاً وشيوعا في دراسات المعولية لكونه احد النماذج التي تصف حالات الفشل المختلفة لاي جهازإذ يستعمل توزيع ويبل لوصف عطلات الكثير من المكائن والمعدات ذات طبيعة العمل الميكانيكي,ومن الجدير بالذكر ان التوزيع الاسي هو حالة خاصة من توزيع ويبل وقد انحسر استعماله وذلك بسبب خاصية ثبات معدل الفشل الذي يتصف بها التوزيع الاسي, على العكس منه فان توزيع ويبل يمكن استعماله لوصف المراحل المختلفة التي تمر بها اي ماكنة او جهاز كمرحلة الفشل المبكر(الفشل المتناقص) (Decreasing Failure rate)ومرحلة الفشل المتزايد (Increasing Failure rate)

ان الدالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للمتغير العشوائي T يتوزع توزيعَ ويبل هي:

$$f(t,\theta,\beta)=\frac{\beta}{\theta}t^{\beta-1}\ e^{-\frac{t^{\beta}}{\theta}} \dots(23\text{-}2)$$

$$t>0\ ;\ \ \beta,\theta>0$$

اذ ان :

θ معلمة القياس (Scale parameter).

β معلمة الشكل ($shape\ parameter$).

وان العزم الرائي لتوزيع ويبل هو :

$$E(t^r)=\int_0^{\infty}t^r\ \frac{\beta}{\theta}t^{\beta-1}\ e^{\frac{-t^{\beta}}{\theta}}\,dt=\ \theta^{\frac{r}{\beta}}\ \Gamma\left(\frac{r}{\beta}+1\right)\dots(24-2)$$

وعندما $r = 1$ نحصل على العزم الاول M_1 والذي يمثل(Et)

$$M_{1=}\ E(t) = \theta^{\frac{1}{\beta}}\ \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$$

وعند التعويض عن $r = 2$ نحصل على العزم الثاني (Et^2) والذي هو:

$$M_2 = E(t^2) = \theta^{\frac{2}{\beta}}\ \Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right)$$

والتباين هو:

$$Var(t\ ) = E(t^2) - [E(t)]^2$$

$$= \theta^{\frac{2}{\beta}}\left[\Gamma\left(\frac{2+\beta}{\beta}\right) - \Gamma^2\ \left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)\right]$$

اما دالة التوزيع (التراكمي) لتوزيع ويبل فيكون بالصيغة الاتية:

$$F(t) = \int_0^t \frac{\beta}{\theta} u^{\beta-1}\ \ exp\left[-\frac{u^\beta}{\theta}\right]\ du$$

$$F(t) = 1 -\ exp\left[-\frac{t^\beta}{\theta}\right] \ldots (\ 25 - 2\ \ )$$

ودالة المعولية لتوزيع ويبل يتم حسابها من الصيغة المذكورة آنفا:

$$R(t) = 1 - F(t)$$

$$R(t) =\ exp\left[-\frac{t^\beta}{\theta}\right] \ldots (\ 26 - 2\ )$$

اما معدل الفشل (الاخفاق) فيمكن ايجاده باستعمال المعادلة $(2 - 12)$ وكالاتي:

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

وعند التعويض عن دالة الكثافة الاحتمالية ودالة المعولية لتوزيع ويبل نحصل على معدل الفشل (الاخفاق) والذي يتناسب طرديا معβ معلمة الشكل وعكسيا معθ معلمة القياس.

$$h(t) = \frac{\frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} \ exp^{\left[-\frac{t^{\beta}}{\theta}\right]}}{exp\left[-\frac{t^{\beta}}{\theta}\right]}$$

$$h(t) = \frac{\beta}{\theta} t^{\beta-1} \dots (27-2)$$

9-2 بعض خصائص توزيع ويبل ذو المعلمتين [28], [24]

سيتم التطرق الى بعض خصائص التوزيع ويبل عن طريق توضيح تاثير معلمتي الشكل والقياس في التوزيع عن طريق الاتي:

- عندما $(\beta = 1)$ يتحول الى توزيع الاسي والذي هو حالة خاصة من توزيع ويبل ويكون في هذه الحالة معدل الفشل ثابت والجهاز او الماكنة تكون في مرحلة العمر النافع , والتوزيع الاسي يمتازبخاصية فقدان الذاكرة (Memory Lessness)ومفهوم هذه الخاصية ان الاستعمال السابق للجهاز او الماكنة لايؤثربعملها في المدة القادمة اي العمر المقبل للجهاز لايعتمد على عمره السابق,اذ ان عمل الماكنة في هذه المرحلة لايتاثر بتقادمها واستهلاكها,وهذه الخاصية تتفق تماما مع طبيعة العطلات العشوائية التي يتعرض لها الجهاز او الماكنة .
- عندما $(\beta = 2)$ فان التوزيع يتحول الى توزيع رالي (Rayleigh dis) .
- عندما $(\beta < 1)$ يكون مشابها لشكل التوزيع الاسي.
- عندما $(\beta \geq 3)$ يكون مشابها لشكل التوزيع الطبيعي (يكون الشكل قريبا من التماثل).
- عندما $(1 < \beta < 3)$ يكون التوزيع ملتويا (Skewed)

- عندما تكون معلمة الشكل $\beta > 1$ معدل الفشل متزايد (Increasing Failure Rate)وهي الحالة التي تمثل دخول الجهاز او الماكنة مرحلة التاكل(الاستهلاك) والتقادم
- عنـــدما تكـــون معلمـــة الشـــكل$\beta < 1$ معـــدل الفشـــل متنـــاقص (Decreasing Failure Rate) .
- عنـــدما تكـــون معلمـــة الشـــكل$\beta = 1$ معـــدل الفشـــل ثابـــت(Decreasing Failure Rate).
- زيادة قيمة معلمة القياس (θ) في نقطة زمنية معينة يؤدي الى انخفاض معدل الفشل وزيادة قيمة دالة المعولية

الفصل الثالث

طرائق التقدير

1-3 مقدمة Introduction

يوجد العديد من طرائق تقديرمعلمات ودالة المعولية والمؤشرات والدوال المتعلقة بها الخاصة بتوزيع ويبل, وسيتم توضيح بعض هذه الطرائق في حالة البيانات تحت المراقبة من النوع الثاني(type-II-censoredData), ومن هذه الطرائق هي :

2-3 طريقة الامكان الاعظم(MLM) [3][4] [7][40][51]

(Maximum Likelihood Method)

تُعد هذه الطريقة من طرائق التقدير المهمة والشائعة الاستعمال في التقدير ويعود سبب ذلك إلى ان طريقة الامكان الاعظم تمتلك مجموعة من الخصائص الجيدة منها الكفاية والاتساق احيانا, , وتكون اكثر دقة من الطرائق الاخرى لاسيما عند زيادة حجم العينة إذ أنها تكون غير متحيزه عندما يكون حجم العينة كبيراً,وان هدف هذه الطريقة هو ايجاد قيم تقديرية للمعلمات التي نريد تقديرها بجعل دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية أعظم مايمكن, ويرمز لدالة الامكان الاعظم بالرمز (L).

اذا كان المتغير العشوائي (T) يمتلك دالة الكثافة الاحتمالية وكما في المعادلة $(2-23)$ فان دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية المستقلة $T_1, T_2, \ldots \ldots . T_n$ هي :

$$\boldsymbol{L(T_1, T_2, \ldots, T_n, \beta, \theta) = f\left(t_1, \beta, \theta\right). \mathrm{f}(t_2, \beta, \theta) \ldots \mathrm{f}(t_n, \beta, \theta)}$$

$$\therefore L = \prod_{i=1}^{n} f(t_i, \beta, \theta)$$

وبما ان دالة الامكان الاعظم لبيانات مراقبة من النوع الثاني هي :

$$L = \frac{n!}{(n-r)!} \prod_{i=1}^{r} f(t_i\,, \theta) \ \ [1 - F(t_r)]^{n-r}$$

$$0 < t_1 < t_2 < \cdots < t_r$$

(n) : حجم العينة.

(r) : بيانات المراقبة الفاشلة.

$(n-r)$: البيانات المتبقية بعد الزمن t_r.

t_i : زمن فشل الوحدة i.

t_r : زمن فشل الوحدة الاخيرة (r).

وبما ان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل هي :

$$f(t|\theta, \beta) = \frac{B}{\theta} \ \ t^{B-1}\, e^{\frac{-t^B}{\theta}}$$

$$t > 0\,, \qquad \mathrm{B} > 0 \qquad , \theta > 0$$

وبتعويض دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ويبل في دالة الامكان الاعظم نحصل على المعادلة الاتية:

$$L = \frac{n!}{(n-r)!} \prod_{i=1}^{r} \frac{B}{\theta} \ \ {t_i}^{B-1}\, e^{\frac{-{t_i}^B}{\theta}} \ \ \ [R(t_r)]^{n-r} . \dots (28-2)$$

وبتعويض عن الدالة المعولية وبفرض $k = \frac{n!}{(n-r)!}$ نحصل على الاتي :

$$= K \left[(\tfrac{B}{\theta})^r \ \prod_{i=1}^{r} {t_i}^{B-1} \quad e^{\frac{-\sum_{i=1}^{r} {t_i}^B}{\theta}} \right] \left[e^{\frac{-{t_r}^B}{\theta}} \right]^{n-r}$$

$$L = K (\tfrac{B}{\theta})^r \prod_{i=1}^{r} {t_i}^{B-1}\, e^{\frac{-1}{\theta}\left[\sum_{i=1}^{r} {t_i}^B + (n-r){t_r}^B\right]} \dots (29\text{-}2)$$

وباخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة نحصل على :

$$LogL = logK + rLog\beta - rLog\theta + (\beta - 1)\ \sum_{i=1}^{r} Logt_i\ - \frac{1}{\theta}\left[\sum_{i=1}^{r} {t_i}^{\beta} + (n-r){t_r}^{\beta}\right]$$

وباشتقاق المعادلة المذكورة انفاً اشتقاقا جزئيا بالنسبة لمعلمة القياس (θ) ومعلمة الشكل (β)
وبمساواة المشتقة مع الصفر نحصل على مقدرات الامكان الاعظم لهما وكالاتي:

$$\frac{\partial LogL}{\partial \theta} = \frac{-r}{\theta} + \frac{1}{\theta^2}\left[\sum_{i=1}^{r} {t_i}^{B} + (n-r){t_r}^{B}\right] \ldots (30-2)$$

$$\frac{\partial LogL}{\partial B} = \frac{r}{B} + \sum_{i=1}^{r} Logt_i\ - \frac{\sum_{i=1}^{r} {t_i}^{B}(1)Logt_i\ + (n-r){t_r}^{B}Logt_r}{\theta} \ldots (31-2)$$

وبما ان

$$\frac{\partial LogL}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial LogL}{\partial B} = 0$$

فان قيمة $(\hat{\theta})$ ستكون :

$$\hat{\theta}_{MLE} = \frac{\sum_{i=1}^{r} {t_i}^{\hat{B}} + (n-r){t_r}^{\hat{B}}}{r} \ldots (32-2)$$

اما قيمة B ستكون :

$$0 = \frac{r}{\hat{B}} + \sum_{i=1}^{r} Logt_i - \frac{\sum_{i=1\ {t_i}^{\hat{B}}}^{r} Logt_i + (n-r){t_r}^{\hat{B}}\ Logt_r}{\hat{\theta}}$$

وبتعويض قيمة $(\hat{\theta})$ في المعادلة المذكورة آنفا نحصل على :

$$\sum_{i=1}^{r} Logt_i = \frac{\sum_{i=1}^{r} {t_i}^{\hat{\beta}} Logti +\ (n-r){t_r}^{\hat{\beta}}\ Logt_r}{\frac{\sum_{i=1}^{r} {t_i}^{\hat{B}} + (n-r){t_r}^{\hat{B}}}{r}} - \frac{r}{\hat{B}}$$

وبتبسيط المعادلة نحصل على

$$\frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} Logt_i = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{\beta}} Logti + (n-r)t_r^{\hat{\beta}}\, Logt_r}{\sum_{i=1}^{r} t_i^{\hat{B}} + (n-r)t_r^{\hat{B}}} - \frac{1}{\hat{B}} \text{....(33-2)}$$

وعند حل المعادلة (2 - 33) باحدى الطرائق التكرارية مثل طريقة نيوتن رافسن او اي طريقة تكرارية مناسبة نستخرج قيمة $(\hat{\beta}_{MLE})$, ثم تعتمد قيمة $\hat{\beta}_{MLE}$ في المعادلة (2-32) للحصول على $(\hat{\theta}_{MLE})$.

3-3 طريقة العزوم (MO) (Method of Moments)[16]

تتصف هذه الطريقة بسهولتها فلذلك تعد من الطرائق الشائعة الاستعمال في حقل تقدير المعلمات , وتتلخص فكرتها بتقدير عزوم المجتمع (Mj) المجهولة بواسطة العينة $(\widehat{M})$ المعلومة.

وبما ان معامل الاختلاف مستقل عن المعلمة (θ) اي انه يعتمد على المعلمة (β) وبذلك يمكن الافادة من معامل الاختلاف في تقدير المعلمة (β) وكالاتي :

بما ان العزم الرائي الاول لتوزيع ويبل هوحالة خاصة من العزوم اللامركزية ويعرف كالاتي:

$$M_1 = E(t^1) = \theta^{\frac{1}{B}} \Gamma\left(\frac{1}{B} + 1\right)$$

والعزم المركزي الثاني لتوزيع ويبل هو حالة خاصة من العزوم اللامركزية يسمى التباين ويعرف كالاتي :

$$M_2 = E(t - M)^2 = V(t) = \theta^{\frac{2}{\beta}}\left[\Gamma\left(\frac{2+\beta}{\beta}\right) - \Gamma^2\ \left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)\right]$$

وبما ان عزم العينة الاول هو :

$$m_1 = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i}{r}$$

وعزم العينة الثاني هو :

$$m_2 = \frac{\sum_{i=1}^{r} {t_i}^2}{r}$$

وان عزم المجتمع التقديري يساوي عزم العينة وان معامل الاختلاف هو:

$$\because c.v = \frac{s}{\bar{t}}$$

وباخذ الجذر التربيعي

$$c.v = \sqrt[2]{\frac{s^2}{\bar{t}^2}} = \sqrt[2]{\frac{M_2}{{M_1}^2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (34-2)$$

وعلية يمكن الافادة من معامل الاختلاف بالشكل الاتي :

$$\sqrt[2]{\frac{\Gamma\left[\frac{\beta+2}{\rho}\right] - \Gamma^2\left[\frac{\beta+1}{\beta}\right]}{\Gamma^2\left[\frac{\beta+1}{\beta}\right]}} = \sqrt[2]{\frac{\frac{\sum_{i=1}^{r} {t_i}^2}{r}}{\left(\frac{\sum_{i=1}^{r} t_i}{r}\right)^2}} \ldots\ldots (35-2)$$

يمكـــن اعتمـــاد المعادلـــة المـــذكورة أنفـــا (35-2) فـــي تقـــدير المعلمـــة $\left(\hat{\beta}_{MOM}\right)$ بواســـطة العـــزوم والافـــادة منهـــا فـــي تقـــدير معلمـــة θ وذلـــك بتعـــويض عـــن قيمـــة المعلمة $\left(\hat{\beta}_{MOM}\right)$ والتي تم تقديرها بواسطة العزوم في المعادلة (36-2) .

$$\hat{\theta}_{MOM} = \left[\frac{\bar{t}}{\Gamma\left(\frac{\hat{\beta}+1}{\hat{\beta}}\right)}\right]^{\hat{\beta}} \ldots (36-2)$$

4-3 الطريقة المختلطة (طريقة التقليص) $Mix\ Method$ [13][37]

اذا كان لدينا مقدران معلومان نستطيع تكوين مقدر ثالث جديد يمثل تركيب خطي من المقدرين المعلومين باستعمال الطريقة المختلطة.

فاذا فرضنا $\widehat{\theta_1}$ مقدر الامكان الاعظم , و $\hat{\theta}_2$ مقدر العزوم .

فان المقدر الجديد يمثل خليط من المقدرين المذكورة آنفا ونرمز له بالرمز $\hat{\theta}_m$ والمعرف بالمعادلة

$$\hat{\theta}_m = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + (1-P)\hat{\theta}_2 \ldots (37-2)$$

إذ ان p ثابت وان $(0 \le P \le 1)$ ويتم تحديد قيمة P التي تعمل على تصغير متوسط مربعات الخطا (Mse) لهذا المقدر المختلط $Mse(\hat{\theta}_m)$ وذلك حسب الخطوات الآتية:

$$\hat{\theta}_m = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + (1-\mathrm{P})\hat{\theta}_2$$

نطرح من الطرفين θ

$$\hat{\theta}_m - \theta = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + (1-\mathrm{P})\hat{\theta}_2 - \theta$$

وبفتح القوس في المعادلة المذكوة آنفا

$$\hat{\theta}_m - \theta = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - P\hat{\theta}_2 - \theta$$

اضافة طرح ρθ

$$\hat{\theta}_m - \theta = \mathrm{P}\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - \mathrm{P}\hat{\theta}_2 - \theta + \mathrm{P}\theta - \mathrm{P}\theta$$

$$\hat{\theta}_m - \theta = \left(P\hat{\theta}_1 - P\theta\right) - \left(P\hat{\theta}_2 - P\theta\right) + \left(\hat{\theta}_2 - \theta\right)$$

$$= P\left[\left(\hat{\theta}_1 - \theta\right) - \left(\hat{\theta}_2 - \theta\right)\right] + \left[\hat{\theta}_2 - \theta\right]$$

نربع الطرفين

$$\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_m - \boldsymbol{\theta}\right]^2 = \boldsymbol{P}^2\left[(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}) - (\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \boldsymbol{\theta})\right]^2 + \left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \boldsymbol{\theta}\right]^2 + 2\boldsymbol{P}\left[(\hat{\boldsymbol{\theta}}_1 - \boldsymbol{\theta}) - (\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \boldsymbol{\theta})\right]\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}_2 - \boldsymbol{\theta}\right]$$

$$= P^2\left[\hat{\theta}_1 - \theta\right]^2 + P^2\left[\hat{\theta}_2 - \theta\right]^2 - 2P^2\left[\hat{\theta}_1 - \theta\right]\left[\hat{\theta}_2 - \theta\right] + \left[\hat{\theta}_2 - \theta\right]^2 + 2P\left[\hat{\theta}_1 - \theta\right]\left[\hat{\theta}_2 - \theta\right] - 2\mathrm{P}\left[\hat{\theta}_2 - \theta\right]^2$$

ادخال التوقع للطرفين للمعادلة المذكورة آنفا نحصل على:

$$Mse(\hat{\theta}_m) = P^2 Mse(\hat{\theta}_1) + P^2 Mse(\hat{\theta}_2) - 2P^2 Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$+2PCov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2PMse(\hat{\theta}_2)$$

نشتق المعادلة المذكورة آنفا بالنسبة الى P وبمساوتها الى الصفر نحصل على:

$$\frac{\partial Mse(\hat{\theta}_m)}{\partial P} = 2\mathrm{P}\, Mse(\hat{\theta}_1) + 2\mathrm{P}\, Mse(\hat{\theta}_2) - 4\mathrm{P}\, Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + 2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2\, Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$0 = \mathrm{P}\, Mse(\hat{\theta}_1) + \mathrm{P}\, Mse(\hat{\theta}_2) - 2\mathrm{P}\, Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2)$$

$$0 = P\left[Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2\, Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)\right] + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2)$$

نحصل على قيمة P التي تحقق اصغر متوسط مربعات خطأ ممكن

$$\mathrm{P} = \frac{Mse(\hat{\theta}_2) - Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2\, Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)} \ldots (38-2)$$

اذن المقدر الجديد المختلط هو

$$Estimated\ New = P\hat{\theta}_{mom} + (1-P)\hat{\theta}_{mle \ldots (39-2)}$$

اما في حالة ايجاد مقدر (β_m)جديد مختلط فيمكن ذلك عن طريق الاتي :

$$\hat{\beta}_m = \mathrm{P}\hat{B}_1 + (1-P)\hat{\beta}_2$$

إذ ان P ثابت ويتم تحديد قيمة P التي تعمل على تصغير متوسط مربعات الخطا (Mse) لهذا المقدر المختلط $Mse(\hat{\beta}_m)$ وذلك حسب الخطوات الاتية:

$$\hat{\beta}_m = \mathrm{P}\hat{\beta}_1 + (1-P)\hat{\beta}_2$$

$$\hat{\beta}_m - \beta = \mathrm{P}\hat{\beta}_1 + (1-P)\hat{\beta}_2 - \beta$$ نطرح من الطرفين β

$$\hat{\beta}_m - \beta = P\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 - P\hat{\beta}_2 - \beta$$ وبفتح القوس في المعادلة المذكورة انفا

$$\hat{\beta}_m - \beta = P\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 - \mathrm{P}\hat{\beta}_2 - \beta + \mathrm{P}\beta - \rho\beta$$ اضافة طرح $\mathrm{P}\beta$

$$\hat{\beta}_m - \beta = \left(P\hat{\beta}_1 - \beta\right) - \left(P\hat{\beta}_2 - P\beta\right) + \left(\hat{\beta}_2 - \beta\right)$$

$$= P\left[\left(\hat{\beta}_1 - \beta\right) - \left(\hat{\beta}_2 - \beta\right)\right] + \left[\hat{\beta}_2 - \beta\right]$$

نربع الطرفين

$$\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_m - \boldsymbol{\beta}\right]^2 = \boldsymbol{P}^2\left[\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{\beta}\right) - \left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right)\right]^2 + \left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]^2 + 2\boldsymbol{P}\left[\left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{B}\right) - \left(\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right)\right]\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]$$

$$= \boldsymbol{P}^2\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{\beta}\right]^2 + \boldsymbol{P}^2\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]^2 - 2\boldsymbol{P}^2\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{\beta}\right]\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right] + \left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]^2$$
$$+ 2\boldsymbol{P}\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_1 - \boldsymbol{\beta}\right]\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right] - 2\mathbf{P}\left[\widehat{\boldsymbol{\beta}}_2 - \boldsymbol{\beta}\right]^2$$

ادخال التوقع للطرفين للمعادلة المذكورة انفا نحصل على:

$$Mse\left(\hat{\beta}_m\right) = P^2 Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + P^2 Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 2P^2 Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) + Mse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

$$+2PCov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) - 2PMse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

وباشتقاق المعادلة المذكورة انفا بالنسبة الى P ومساوتها الى الصفرنحصل على:

$$\frac{\partial Mse\left(\hat{\beta}_m\right)}{\partial P} = 2\mathrm{P}\, Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + 2\mathrm{P}\, Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 4\mathrm{P}\, Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) + 2Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)$$
$$- 2\, Mse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

$$0 = \mathrm{P}\, Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + \mathrm{P}\, Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 2\mathrm{P}\, Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) + Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) - Mse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

$$0 = P\left[Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 2\, Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)\right] + Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) - Mse\left(\hat{\beta}_2\right)$$

وبتبسيط المعادلة المذكورة أنفا نحصل على قيمة P التي تحقق اصغر متوسط مربعات خطا ممكن

$$\mathrm{P} = \frac{Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)}{Mse\left(\hat{\beta}_1\right) + Mse\left(\hat{\beta}_2\right) - 2\, Cov\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)}$$

اذن المقدر الجديد المختلط هو

$$Estimated\ New = P\hat{\beta}_{mom} + (1 - P)\hat{\beta}_{mle}$$

3-5 طريقة المربعات الصغرى [32][45]

(Least Square Method OLS)

تعتمـــد طريقـــة المربعـــات الصـــغرى علـــى ايجـــاد مقـــدرات الشـــكل والقيـــاس (B,θ) والتـــي تتصـــف بانهـــا تقـــدم اصـــغر مجمـــوع مربعـــات خطـــا يمكـــن ان نجـــده مـــن حاصـــل الفـــرق بـــين دالـــة CDF واحـــد المقـــدرات اللامعلميـــة , اذ يوجـــد العديـــد من المقدرات اللامعلمية وسوف نختار منها :

$$* \ \hat{F}_{1\,(x_i)} = \left(\frac{i}{n}\right)$$

$$* \ \hat{F}_{2(x_i)} = \left(\frac{i-0.5}{n}\right)$$

$$* \ \hat{F}_3(x_i) = \left(\frac{i}{n+1}\right)$$

إذ ان i : تمثل تسلسل المشاهدات (t_i) المرتبة تصاعديا.

$\hat{F}$: يمثل المقدار اللامعلمي لدالة C.d.f

والصيغة الرياضية المعتمدة في التقدير هي :

$$T_1 = \sum_{i=1}^{r} \left[\left\{ 1 - e^{\frac{-t_i{}^{\beta}}{\theta}} \right\} - \left(\frac{i}{n}\right) \right]^2$$

$$T_2 = \sum_{i=1}^{r} \left[\left\{ 1 - e^{\frac{-t_i{}^{\beta}}{\theta}} \right\} - \left(\frac{i-0.5}{n}\right) \right]^2$$

$$T_3 = \sum_{i=1}^{r} \left[\{ 1 - e^{\frac{-t_i{}^{\beta}}{\theta}} \} - \left(\frac{i}{n+1}\right) \right]^2$$

اذ ان

T_i : مجموع مربعات الخطا .

i=1,2,3

وسوف تطبق طريقة تكرارية عن طريق إعطاء قيم اولية للمعلمتين (θ), (β) واستعمال $(\hat{\theta})$, $(\hat{\beta})$ التي يكون عندها المقدار T_3, T_2, T_1 اصغر مايمكن.

الفصل الرابع

الجانب التجريبي

1-4 مقدمة Introduction

في هذا الفصل تم استعمال المحاكاة لتوليد بيانات مراقبة من النوع الثاني تخضع لتوزيع ويبل ذي المعلمتيين وذلك لغرض المقارنة بين طرائق تقدير دالة المعولية المذكورة سابقا في الفصل الثالث من هذه الرسالة.

2-4 المحاكاة $(Simulaion)$ [8][11][27]

يجب توافر البيانات عن ظاهرة ما لكي نستطيع دراستها , وفي حالة تعذر الحصول على البيانات من الجهة ذات العلاقة بموضوع الدراسة او عدم توافرها بشكل كافٍ , ممكن اللجوء الى اسلوب اخر وهو المحاكاة لكي نستطيع الحصول على البيانات اللازمة لدراسة تلك الظاهرة.

تمتاز عملية المحاكاة بالمرونة لأنها تعطي القدرة على التجريب والاختبار عن طريق تكرار عملية المحاكاة مرات متعددة بتغيير مدخلات عملية التقدير في كل مرة وان اهمية المحاكاة تاتي عن طريق توليد ارقام عشوائية في التجربة رقم واحد وتكون هذه الارقام العشوائية مستقلة عن الارقام العشوائية في التجربة الاتية وهكذا , ويمكن تعريف المحاكاة على انها ((تقليد او تمثيل للواقع الحقيقي باستعمال نماذج معينة)).

إن تطور اسلوب المحاكاة مع تطور الحاسبات ساعد الباحثين في توفير الوقت والجهد والمال وذلك عن طريق الاستعانة بالحاسبات الالكترونية لتكوين البيانات (المشاهدات) المطلوبة دون اللجوء الى العمل الميداني للحصول عليها وبدون الاخلال بالنتائج المطلوبة ودقتها ,وتعد طريقة مونت كارلو $(Mont - carlo)$ والتي تستعمل في توليد المشاهدات لمعظم التوزيعات الاحصائية المعروفة من اهم طرائق المحاكاة واكثرها شيوعا.

إنَ الية طريقة مونت كارلو تتم بحسب الخطوات الاتية :-

1- توليد الأعداد العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم على المدة (0,1) وذلك باستعمال دالة الكثافة التجميعية التي تصف الأنموذج (التوزيع تحت الدراسة)

2- استعمال اسلوب رياضي احصائي لتحويل العدد العشوائي المنتظم الذي تم توليده للحصول على متغير عشوائي الذي يصف الانموذج تحت التجربة, وكما مبين في المعادلتين ادناه :

$$y = F(X) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(1-5)$$

$$x = F^{-1}(y) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2-5)$$

ومن الممكن وصف تجارب المحاكاة الخاصة بالبحث عن طريق الاتي:-

- تعيين قيم افتراضية لمعالم التوزيع (β) ,(θ) وكما معرف ادناه:

$$\theta = 25\ ,50\ ,75$$

$$\beta = 1.7\ ,2.7$$

اذ ان :

θ :تمثل معلمة القياس.

β :تمثل معلمة الشكل .

وتُعد عملية تعيين قيم افتراضية لمعالم التوزيع من الخطوات الاساسية والمهمة التي تعتمد عليها الخطوات اللاحقة.

- توليد عينات بحجم(100 , 50 , 25) واخذ نسبة بتر(r)30% من كل حجم عينة.

عن طريق تغيير قيم معالم الأنموذج لافتراضية وحجم العينة (صغير ,متوسط, كبير)ممكن معرفة مدى تاثير التغير في تلك القيم في سلوك مقدرات دالة المعولية, اذ يمكن تكوين ثلاثة نماذج تمثل حجم العينة ومعلمتي التوزيع والبتر(r)الذي يمثل 30% من حجم كل عينة وكالاتي

أنموذج (A)

يبين القيم الافتراضية لمعلمتي الشكل والقياس وحجم العينة والبتر

Model	n	θ	β	r
1	25	25	1.7	8
2	25	25	2.7	8
3	25	50	1.7	8
4	25	50	2.7	8
5	25	75	1.7	8
6	25	75	2.7	8

أنموذج (B)

يبين القيم الافتراضية لمعلمتي الشكل والقياس وحجم العينة والبتر

Model	n	θ	β	r
1	50	25	1.7	15
2	50	25	2.7	15
3	50	50	1.7	15
4	50	50	2.7	15
5	50	75	1.7	15
6	50	75	2.7	15

أنموذج (C)

يبين القيم الافتراضية لمعلمتي الشكل والقياس وحجم العينة والبتر

Model	n	θ	β	r
1	100	25	1.7	30
2	100	25	2.7	30
3	100	50	1.7	30
4	100	50	2.7	30
5	100	75	1.7	30
6	100	75	2.7	30

- تكرار التجربة (1000) مرة للحصول على تجانس اكثر.
- ولدت ارقاماً عشوائية خاضعة لتوزيع ويبل ذي المعلمتين عن طريق الصيغة الاتية:

$$F(t_i) = 1 - exp\left(-\frac{{t_i}^{\beta}}{\theta}\right)$$

$$exp\left(-\frac{{t_i}^{\beta}}{\theta}\right) = 1 - F(t_i)$$

وعلى فرض انU_i =F(t_i)

$$= 1 - U_i$$

$$-\frac{{t_i}^{\beta}}{\theta} = Ln(1 - U_i)$$

$${t_i}^{\beta} = -\theta \,\mathrm{Ln}(1 - U_i)$$

$$t_i = (-\theta \,\mathrm{Ln}(1 - U_i))^{\frac{1}{\beta}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (3-5)$$

اذ ان U_i :متغير عشوائي منتظم مستمر على المدة (0,1).

- حساب القيم التقديرية لدالة المعولية ولجميع طرائق التقدير المذكورة في الجانب النظري بعد حساب تقدير المعلمات لكل طريقة .
- اعتماد المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطا (MSE) لمقارنة بين القيم التقديرية لدالة المعولية مع العلم ان MSE يمكن ايجاده عن طريق الصيغة ادناه :

$$MSE[\hat{R}(t_i)] = \frac{\sum_{i=1}^{R}[R(t_i) - \hat{R}(t_i)]^2}{R} \ldots (4-4)$$

اذ ان:

R :تمثل عدد تكرارات التجربة .

$\hat{R}(t_i)$:تمثل دالة المعولية التقديرية بحسب الطريقة المستعملة في التقدير.

3-4: نتائج المحاكاة

سيتم في هذا الجزء عرض وتحليل ومقارنة نتائج المحاكاة لطرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع ويبل باستعمال بيانات مراقبة من النوع الثاني متمثلة بالنماذج الثلاثة المرقمة (A) و(B) و(C) بالاعتماد على المقياس الاحصائي MSE لغرض المقارنة بينها , والوصول الى افضل طريقة لتقدير دالة المعولية.ولقد تم الحصول على نتائج التحليل باستعمال برنامج لغة (Matlab)

وفيمـــا يـــأتي النتـــائج الموضـــحة فـــي الجـــداول التـــي ســـيتم تحليلهـــا حســـب تسلســـل الجداول.

جدول $(4-1)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}\ _{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
$n_{1=25}$	1.5328	0.9576	0.9222	0.8393	0.9031	0.8874
r_1=8	1.7689	0.9205	0.8306	0.7670	0.7787	0.8455
θ_1=25	1.8112	0.8824	0.7389	0.7107	0.6214	0.8373
β_1=1.7	2.3204	0.8473	0.6540	0.6674	0.4810	0.7262
	3.1538	0.8070	0.5681	0.6257	0.3421	0.5153
	3.8495	0.7687	0.5013	0.5903	0.2318	0.3449
	4.0471	0.7289	0.4368	0.5560	0.1411	0.3015
	4.1800	0.6923	0.3835	0.5274	0.0871	0.2740

وبالنظر الى الجدول (4-1) يمكن تعريف الاعمده كالاتي:

(t_i): تمثـــل أوقـــات الاشـــتغال لحـــين الفشـــل وهـــي أنمـــوذج لقـــيم تجربـــة مـــن الالـــف تجربة وهي في تزايد.

$R(t_i)$**:** تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة الحقيقيـــة (الافتراضـــية) لـــــ (1000) تجرية وهي في تناقص.

$\hat{R}_{ML(t_i)}$: تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة الامكـــان الاعظم لـــ(1000) تجربة وهي في تناقص .

$\hat{R}_{Mo(t_i)}$: تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة العـــزوم لـــ(1000) تجربة وهي ايضا في تناقص .

$\hat{R}\ _{OLS(t_i)}$: تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة المربعات الصغرى لـــ(1000) تجربة وكذلك قيمها في تناقص .

$\hat{R}_{Mi(t_i)}$:تمثـــل الوســـط الحســـابي لقـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة المختلطـــة لـــ(1000) تجربة وقيمها في تناقص ايضا .

اذ نلحـــظ ان قـــيم دالـــة المعوليـــة محصـــورة بـــين (0,1) وممكـــن معرفـــة طريقـــة التقـــدير الافضـــل عـــن طريـــق ايجـــاد قـــيم الـــــ (MSE) لمقـــدر دالـــة المعوليـــة وكالاتي :

جدول (2-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0117	0.0171	0.0071	0.0049	MI
0.0317	0.0280	0.0263	0.0056	MI
0.0565	0.0366	0.0731	0.0020	MI
0.0873	0.0424	0.1406	0.0147	MI
0.1186	0.0460	0.2223	0.0851	MO
0.1377	0.0483	0.2947	0.1797	MO
0.1572	0.0497	0.3546	0.1827	MO
0.1698	0.0498	0.3764	0.1750	MO

ان قـــيم اعمـــدة الجـــدول (2-4) هـــي عبـــارة عـــن الوســـط الحســـابي لقـــيم MSE لجميـــع التجـــارب الـــــ(1000) ولجميـــع طرائـــق تقـــدير دالـــة المعوليـــة و هـــذا الكـــلام يمثـــل جميع جداول الــ MSE التي سوف يتم ايجادها لاحقا .

اظهـــــرت نتـــــائج الجـــــدول (2-4) ان الطريقـــــة المختلطـــــة $(Mix\ Method)$ وطريقـــة العـــزوم$(Moments\ Method)$هـــي افضـــل طرائـــق التقـــدير لكونهـــا تمتلك اقل MSEوالنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%50
	MO	%50
2 'd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(3-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديري

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
$n_{1=25}$	0.7743	0.9639	0.9338	0.8503	0.9103	0.9826
r_1=8	1.0737	0.9271	0.8465	0.7970	0.7834	0.9439
θ_1=25	1.4421	0.8886	0.7572	0.7614	0.6192	0.8444
β_2=2.7	1.8461	0.8532	0.6806	0.7352	0.4762	0.6596
	1.8905	0.8124	0.6041	0.7114	0.3425	0.6352
	1.9045	0.7708	0.5316	0.6902	0.2253	0.6274
	1.9207	0.7338	0.4725	0.6725	0.1461	0.6183
	1.9936	0.6989	0.4209	0.6579	0.0942	0.5766

جدول $(4-4)$

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0118	0.0159	0.0065	0.0004	MI
0.0311	0.0224	0.0263	0.0003	MI
0.0549	0.0253	0.0772	0.0020	MI
0.0774	0.0263	0.1481	0.0375	MO
0.1005	0.0265	0.2264	0.0314	MO
0.1208	0.0262	0.3034	0.0205	MI
0.1364	0.0260	0.3534	0.0133	MI
0.1509	0.0256	0.3753	0.0150	MI

اظهرت نتائج الجدول (4-4) الطريقة المختلطة $(Mix\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%75
2’nd	MO	%25
3’rd	OLS	%0
	ML	%0

جدول $(5-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_1=25	1.1929	0.9621	0.8828	0.8805	0.9043	0.9658
r_1=8	2.1088	0.9291	0.7738	0.8252	0.7888	0.8743
θ_2=50	2.2740	0.8900	0.6739	0.7765	0.6217	0.8516
β_1=1.7	2.7127	0.8525	0.5972	0.7373	0.4694	0.7834
	3.5233	0.8149	0.5255	0.7019	0.3389	0.6351
	3.8481	0.7783	0.4694	0.6716	0.2316	0.5715
	3.9478	0.7419	0.4173	0.6433	0.1471	0.5518
	4.1770	0.7048	0.3681	0.6158	0.0915	0.5067

جدول (6-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0387	0.0083	0.0079	0.0000	MI
0.0839	0.0138	0.0255	0.0030	MI
0.1208	0.0184	0.0767	0.0015	MI
0.1428	0.0215	0.1530	0.0048	MI
0.1649	0.0242	0.2329	0.0323	MO
0.1768	0.0254	0.3048	0.0428	MO
0.1905	0.0260	0.3618	0.0361	MO
0.1996	0.0265	0.3854	0.0392	MO

اظهرت نتائج الجدول (6-4)ان الطريقة المختلطة $(Mix\ Method)$ و طريقةالعزوم $(Moments\ Method)$هي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%50
	MO	%50
2'nd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(7-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_1=25	2.2396	0.9597	0.8672	0.8993	0.9113	0.6427
r_1=8	2.3326	0.9226	0.7548	0.8652	0.7802	0.5975
θ_2=50	2.8720	0.8826	0.6592	0.8418	0.6239	0.3249
β_2=2.7	2.8809	0.8469	0.5831	0.8225	0.4765	0.3207
	2.9741	0.8070	0.5171	0.8046	0.3399	0.2775
	3.1062	0.7712	0.4623	0.7910	0.2321	0.2212
	3.3643	0.7286	0.4073	0.7761	0.1428	0.1306
	3.3756	0.6906	0.3640	0.7637	0.0900	0.1273

جدول (8-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0527	0.0061	0.0065	0.1005	MO
0.0934	0.0087	0.0274	0.1057	MO
0.1268	0.0107	0.0716	0.3111	MO
0.1548	0.0126	0.1441	0.2770	MO
0.1741	0.0157	0.2257	0.2804	MO
0.1883	0.0185	0.2979	0.3026	MO
0.1996	0.0229	0.3524	0.3577	MO
0.2068	0.0280	0.3714	0.3174	MO

اظهرت نتائج الجدول (4 – 8) ان طريقة العزوم $(Moments\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MO	%100
2'nd	ML	%0
	OLS	%0
	MI	%0

جدول $(9-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_1=25	1.5136	0.9588	0.8533	0.9027	0.9088	0.9634
r_1=8	2.2393	0.9205	0.7410	0.8530	0.7815	0.9102
θ_3=75	3.3315	0.8800	0.6389	0.8140	0.6176	0.7858
β_1=1.7	3.7419	0.8425	0.5651	0.7836	0.4776	0.7280
	3.9884	0.7986	0.4857	0.7514	0.3349	0.6913
	4.5727	0.7611	0.4278	0.7257	0.2303	0.6004
	4.8945	0.7241	0.3779	0.7017	0.1477	0.5492
	5.0580	0.6840	0.3293	0.6774	0.0908	0.5232

جدول (4-10)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0609	0.0048	0.0066	0.0000	MI
0.0971	0.0080	0.0263	0.0001	MI
0.1351	0.0107	0.0740	0.0089	MI
0.1572	0.0127	0.1393	0.0131	MO
0.1839	0.0149	0.2217	0.0115	MI
0.1990	0.0168	0.2894	0.0258	MO
0.2111	0.0189	0.3427	0.0306	MO
0.2202	0.0207	0.3633	0.0258	MO

اظهرت نتائج الجدول (4-10) الطريقة المختلطة $(Mix\ Method)$ وطريقة العزوم $(Moments\ Method)$هي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%50
	MO	%50
3'nd	OLS	%0
	ML	%0

جدول $(11-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_1=25	1.6097	0.9624	0.8634	0.9238	0.9121	0.9202
r_1=8	1.7301	0.9245	0.7405	0.8960	0.7828	0.8971
θ_3=75	1.8671	0.8852	0.6389	0.8762	0.6181	0.8660
β_2=2.7	2.0071	0.8458	0.5582	0.8600	0.4684	0.8287
	2.1874	0.8042	0.4897	0.8462	0.3377	0.7724
	2.2235	0.7658	0.4357	0.8348	0.2304	0.7601
	2.3939	0.7291	0.3893	0.8246	0.1490	0.6974
	2.5375	0.6905	0.3458	0.8143	0.0961	0.6396

جدول (12-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0548	0.0034	0.0065	0.0018	MI
0.1015	0.0054	0.0262	0.0008	MI
0.1431	0.0071	0.0767	0.0004	MI
0.1718	0.0094	0.1496	0.0003	MI
0.1935	0.0137	0.2242	0.0010	MI
0.2050	0.0187	0.2932	0.0000	MI
0.2146	0.0249	0.3454	0.0010	MI
0.2239	0.0320	0.3639	0.0026	MI

اظهــــرت نتـــائج الجــــدول (12-4)ان الطريقـــــة المختلطـــــة $(Mix\ Method)$ هــــي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%100
2'nd	MO	%0
	OLS	%0
	ML	%0

جدول $(13-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.2292	0.9811	0.9784	0.8885	0.9609	0.9978
r_2=15	0.2931	0.9618	0.9485	0.8251	0.9068	0.9963
θ_1=25	0.3297	0.9408	0.9118	0.7747	0.8340	0.9954
β_1=1.7	1.1321	0.9207	0.8775	0.7369	0.7531	0.9461
	1.4326	0.9021	0.8462	0.7078	0.6746	0.9148
	2.3262	0.8826	0.8121	0.6803	0.5918	0.7898
	2.5299	0.8621	0.7778	0.6539	0.5106	0.7563
	2.7342	0.8434	0.7447	0.6316	0.4393	0.7214
	2.8073	0.8223	0.7115	0.6083	0.3683	0.7087
	3.5575	0.8020	0.6785	0.5868	0.3020	0.5745
	3.5661	0.7841	0.6496	0.5695	0.2498	0.5729
	3.6847	0.7639	0.6196	0.5508	0.1990	0.5516
	3.7586	0.7449	0.5914	0.5340	0.1577	0.5384
	3.8525	0.7252	0.5636	0.5175	0.1231	0.5217
	3.9274	0.7046	0.5348	0.5009	0.0931	0.5085

جدول (14-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0005	0.0106	0.0015	0.0003	**MI**
0.0022	0.0207	0.0058	0.0012	**MI**
0.0054	0.0302	0.0152	0.0030	**MI**
0.0095	0.0370	0.0317	0.0006	**MI**
0.0134	0.0418	0.0551	0.0002	**MI**
0.0191	0.0460	0.0878	0.0086	**MI**
0.0248	0.0495	0.1270	0.0112	**MI**
0.0316	0.0521	0.1668	0.0149	**MI**
0.0379	0.0543	0.2096	0.0129	**MI**
0.0450	0.0561	0.2537	0.0518	**ML**
0.0514	0.0568	0.2893	0.0446	**MI**
0.0577	0.0572	0.3237	0.0451	**MI**
0.0635	0.0575	0.3502	0.0427	**MI**
0.0691	0.0569	0.3686	0.0414	**MI**
0.0751	0.0562	0.3805	0.0384	**MI**

اظهـــــرت نتــــائج الجـــــدول (14-4) الطريقـــــة المختلطـــــة $(Mix\ Method)$ هـــــي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي.

BEST	Method	Precentage
$1'st$	**MI**	**%93**
2'nd	**ML**	**%7**
3'rd	**OLS**	**%0**
	ML	**%0**

جدول $(15 - 4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.7320	0.9810	0.9802	0.8695	0.9602	0.9839
r_2=15	0.9744	0.9621	0.9514	0.8276	0.9079	0.9608
θ_1=25	1.1332	0.9417	0.9166	0.7975	0.8377	0.9377
β_2=2.7	1.1379	0.9196	0.8764	0.7736	0.7537	0.9369
	1.1860	0.9004	0.8432	0.7549	0.6709	0.9285
	1.2682	0.8830	0.8117	0.7405	0.5950	0.9124
	1.4222	0.8632	0.7789	0.7259	0.5159	0.8767
	1.6724	0.8434	0.7451	0.7122	0.4386	0.8031
	1.6911	0.8233	0.7112	0.6999	0.3652	0.7969
	1.8510	0.8036	0.6800	0.6890	0.3040	0.7394
	1.8823	0.7853	0.6508	0.6795	0.2498	0.7274
	2.1884	0.7660	0.6216	0.6696	0.2002	0.5994
	2.1892	0.7461	0.5909	0.6599	0.1551	0.5991
	2.2731	0.7264	0.5631	0.6511	0.1198	0.5616
	2.3106	0.7053	0.5328	0.6418	0.0906	0.5448

جدول (16-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.00018	0.0141	0.0018	0.00001	MI
0.00146	0.0202	0.0058	0.00000	MI
0.00455	0.0239	0.0147	0.00002	MI
0.00990	0.0257	0.0305	0.00030	MI
0.01438	0.0269	0.0558	0.00079	MI
0.01937	0.0272	0.0861	0.00087	MI
0.02458	0.0272	0.1245	0.00018	MI
0.03111	0.0267	0.1684	0.00163	MI
0.03809	0.0258	0.2137	0.00070	MI
0.04437	0.0248	0.2533	0.00413	MI
0.05027	0.0238	0.2901	0.00336	MI
0.05573	0.0227	0.3242	0.02777	MO
0.06141	0.0214	0.3543	0.02163	MO
0.06642	0.0205	0.3735	0.02716	MO
0.07238	0.0196	0.3837	0.02579	MO

اظهـــرت نتـــائج الجـــدول (16-4)ان الطريقـــة المختلطـــة $(Mix\ Method)$ هـــي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي:

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%73
2'nd	MO	%27
3'rd	OLS	%0
	ML	%0

جدول $(17-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.4016	0.9797	0.9688	0.9082	0.9590	0.9966
r_2=15	1.1354	0.9627	0.9298	0.8657	0.9085	0.9715
θ_2=50	1.7610	0.9417	0.8792	0.8280	0.8347	0.9311
β_1=1.7	2.2863	0.9229	0.8389	0.7995	0.7568	0.8851
	2.3498	0.9037	0.7981	0.7732	0.6708	0.8788
	2.7606	0.8856	0.7578	0.7516	0.5910	0.8353
	3.0204	0.8654	0.7153	0.7297	0.5069	0.8053
	3.7991	0.8469	0.6798	0.7109	0.4349	0.7067
	4.1430	0.8291	0.6479	0.6946	0.3715	0.6604
	4.1760	0.8104	0.6142	0.6783	0.3080	0.6559
	4.5856	0.7908	0.5815	0.6615	0.2506	0.5997
	4.6365	0.7700	0.5502	0.6448	0.1979	0.5927
	4.6537	0.7510	0.5211	0.6300	0.1560	0.5903
	4.7004	0.7312	0.4933	0.6156	0.1210	0.5839
	4.8062	0.7114	0.4653	0.6012	0.0924	0.5693

جدول (18-5)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
1.053E-03	0.006158	0.001641	0.000286	MI
7.234E-03	0.010503	0.005461	0.000078	MI
1.757E-02	0.014279	0.014493	0.000111	MI
2.681E-02	0.017091	0.030363	0.001428	MI
3.698E-02	0.019695	0.056906	0.000617	MI
4.865E-02	0.021371	0.089820	0.002529	MI
6.195E-02	0.022700	0.132158	0.003617	MI
7.168E-02	0.023510	0.173452	0.019670	MI
8.149E-02	0.023847	0.212759	0.028473	MO
9.155E-02	0.024000	0.255123	0.023882	MI
1.004E-01	0.024022	0.294823	0.036522	MO
1.093E-01	0.023924	0.330988	0.031457	MO
1.171E-01	0.023629	0.358372	0.025820	MO
1.241E-01	0.023138	0.377249	0.021722	MI
1.313E-01	0.022565	0.388365	0.020185	MO

اظهـــــــرت نتـــــــائج الجـــــــدول $(4-18)$ ان الطريقـــــــة المختلطـــــــة $(Mixed\ Method)$ هـــي افضـــل طرائـــق التقـــدير , والنســـب المئويـــة بحســـب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%60
2’nd	MO	%40
3'd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(4-19)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.7996	0.9800	0.9646	0.9129	0.9601	0.9893
r_2=15	0.8942	0.9618	0.9279	0.8846	0.9063	0.9847
θ_2=50	1.1448	0.9418	0.8873	0.8641	0.8358	0.9666
β_2=2.7	1.2077	0.9224	0.8427	0.8477	0.7571	0.9605
	1.2554	0.9033	0.8020	0.8352	0.6754	0.9554
	1.3284	0.8845	0.7639	0.8239	0.5927	0.9468
	1.5763	0.8648	0.7269	0.8132	0.5113	0.9100
	1.6630	0.8450	0.6890	0.8034	0.4334	0.8941
	1.7090	0.8246	0.6516	0.7946	0.3630	0.8851
	1.7706	0.8064	0.6213	0.7871	0.3041	0.8722
	1.8340	0.7890	0.5915	0.7800	0.2514	0.8582
	1.8609	0.7702	0.5620	0.7729	0.2018	0.8520
	1.8769	0.7509	0.5341	0.7660	0.1597	0.8482
	2.5318	0.7310	0.5053	0.7589	0.1228	0.6518
	2.5379	0.7095	0.4749	0.7519	0.0910	0.6496

جدول (4-20)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.00475	0.0052	0.0014	0.00008	MI
0.01050	0.0070	0.0057	0.00052	MI
0.01670	0.0078	0.0149	0.00061	MI
0.02767	0.0081	0.0309	0.00145	MI
0.03672	0.0079	0.0544	0.00272	MI
0.04644	0.0078	0.0880	0.00389	MI
0.05592	0.0077	0.1285	0.00204	MI
0.06634	0.0076	0.1731	0.00241	MI
0.07691	0.0077	0.2163	0.00366	MI
0.08373	0.0078	0.2551	0.00433	MI
0.09153	0.0080	0.2920	0.00479	MI
0.09886	0.0084	0.3267	0.00668	MI
0.10521	0.0092	0.3537	0.00946	MO
0.11131	0.0102	0.3749	0.00628	MI
0.11733	0.0119	0.3877	0.00358	MI

اظهرت نتائج الجدول $(4-20)$ ان الطريقة المختلطة $(Mixed\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير , والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%93
2’nd	MO	%7
3'rd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(21-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.3349	0.9798	0.9566	0.9258	0.9573	0.9984
r_2=15	0.7912	0.9611	0.9117	0.8883	0.9060	0.9911
θ_3=75	1.3626	0.9410	0.8632	0.8585	0.8384	0.9733
β_1=1.7	1.7705	0.9210	0.8173	0.8328	0.7584	0.9551
	2.6833	0.9006	0.7718	0.8098	0.6692	0.8987
	3.0573	0.8817	0.7301	0.7903	0.5856	0.8700
	3.3130	0.8639	0.6943	0.7736	0.5128	0.8488
	3.8307	0.8464	0.6611	0.7584	0.4463	0.8025
	3.8372	0.8254	0.6237	0.7410	0.3723	0.8019
	4.2052	0.8033	0.5878	0.7241	0.3034	0.7665
	4.6182	0.7827	0.5572	0.7091	0.2451	0.7250
	5.3426	0.7627	0.5305	0.6951	0.1977	0.6491
	5.9000	0.7433	0.5024	0.6819	0.1542	0.5894
	7.0335	0.7256	0.4778	0.6702	0.1217	0.4700
	7.3826	0.7052	0.4505	0.6572	0.0922	0.4347

جدول (22-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.00864	0.00360	0.00188	0.00035	MI
0.01708	0.00621	0.00612	0.00090	MI
0.02730	0.00825	0.01427	0.00104	MI
0.03881	0.00994	0.03027	0.00116	MI
0.05149	0.01137	0.05661	0.00000	MI
0.06526	0.01242	0.09092	0.00014	MI
0.07576	0.01311	0.12687	0.00023	MI
0.08622	0.01352	0.16425	0.00193	MI
0.09692	0.01399	0.20936	0.00055	MI
0.10762	0.01419	0.25364	0.00135	MI
0.11615	0.01411	0.29294	0.00333	MI
0.12239	0.01407	0.32363	0.01291	MI
0.12950	0.01402	0.35228	0.02368	MO
0.13509	0.01417	0.37063	0.06535	MO
0.14084	0.01427	0.38239	0.07316	MO

اظهرت نتائج الجدول $(4-22)$ ان الطريقة المختلطة $(Mixed\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير , والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%80
2’nd	MO	%20
3'rd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(23-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_2=50	0.8317	0.9806	0.9645	0.9347	0.9622	0.9922
r_2=15	1.1790	0.9603	0.9163	0.9117	0.9064	0.9766
θ_3=75	1.8519	0.9375	0.8598	0.8944	0.8319	0.9054
β_1=1.7	2.0440	0.9170	0.8142	0.8822	0.7515	0.8729
	2.2157	0.8977	0.7708	0.8727	0.6713	0.8390
	2.3726	0.8786	0.7318	0.8641	0.5906	0.8040
	2.6383	0.8592	0.6951	0.8561	0.5119	0.7368
	2.8464	0.8408	0.6615	0.8496	0.4424	0.6779
	2.9172	0.8221	0.6294	0.8427	0.3755	0.6569
	2.9564	0.8009	0.5955	0.8356	0.3073	0.6450
	3.1050	0.7829	0.5683	0.8299	0.2549	0.5991
	3.4521	0.7615	0.5353	0.8235	0.1994	0.4881
	3.9359	0.7392	0.5043	0.8170	0.1517	0.3371
	3.9444	0.7170	0.4750	0.8111	0.1134	0.3346
	3.9754	0.6984	0.4507	0.8063	0.0878	0.3255

جدول (24-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0049	0.0026	0.0015	0.0001	MI
0.0137	0.0034	0.0062	0.0003	MI
0.0270	0.0038	0.0153	0.0010	MI
0.0397	0.0039	0.0312	0.0019	MI
0.0543	0.0041	0.0543	0.0034	MI
0.0655	0.0044	0.0862	0.0056	MO
0.0758	0.0051	0.1243	0.0150	MO
0.0850	0.0060	0.1616	0.0265	MO
0.0931	0.0069	0.2027	0.0273	MO
0.1012	0.0083	0.2474	0.0243	MO
0.1078	0.0097	0.2828	0.0338	MO
0.1156	0.0119	0.3204	0.0747	MO
0.1227	0.0146	0.3504	0.1617	MO
0.1285	0.0182	0.3698	0.1462	MO
0.1333	0.0214	0.3785	0.1391	MO

اظهرت نتائج الجدول $(4-24)$ ان طريقة العزوم $(Moments\ Method)$ هي افضل طرائق التقدير , والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MO	%67
2’nd	MI	%33
3'rd	ML	%0
	OLS	%0

جدول $(25-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.5813	0.9903	0.9920	0.9159	0.9850	0.9847
r_3=30	0.7965	0.9818	0.9831	0.8784	0.9669	0.9722
θ_1=25	1.0957	0.9715	0.9707	0.8432	0.9399	0.9496
β_1=1.7	1.5737	0.9604	0.9562	0.8142	0.9073	0.9021
	1.7035	0.9503	0.9424	0.7902	0.8729	0.8871
	1.8792	0.9408	0.9294	0.7697	0.8386	0.8656
	1.9680	0.9307	0.9149	0.7499	0.7993	0.8541
	2.1676	0.9204	0.9005	0.7314	0.7570	0.8274
	2.1784	0.9104	0.8861	0.7151	0.7158	0.8259
	2.2165	0.9006	0.8704	0.7003	0.6749	0.8206
	2.3322	0.8894	0.8540	0.6839	0.6281	0.8042
	2.4270	0.8799	0.8388	0.6710	0.5883	0.7905
	2.4449	0.8705	0.8250	0.6588	0.5505	0.7879
	2.5343	0.8597	0.8084	0.6457	0.5084	0.7747
	2.6224	0.8494	0.7927	0.6334	0.4691	0.7616
	2.9357	0.8401	0.7785	0.6229	0.4347	0.7134
	2.9521	0.8301	0.7643	0.6119	0.3999	0.7109
	3.0918	0.8200	0.7489	0.6013	0.3660	0.6889
	3.2141	0.8106	0.7345	0.5917	0.3357	0.6695
	3.3333	0.8010	0.7201	0.5820	0.3059	0.6504
	3.6446	0.7915	0.7061	0.5729	0.2787	0.6006
	3.7904	0.7816	0.6912	0.5635	0.2512	0.5773
	3.8602	0.7711	0.6763	0.5540	0.2252	0.5662
	3.8646	0.7609	0.6616	0.5449	0.2008	0.5655
	3.9315	0.7513	0.6474	0.5365	0.1790	0.5549
	3.9872	0.7423	0.6345	0.5290	0.1611	0.5461
	4.0871	0.7318	0.6192	0.5202	0.1411	0.5304
	4.1473	0.7219	0.6048	0.5122	0.1239	0.5210
	4.2031	0.7128	0.5921	0.5049	0.1100	0.5123
	4.3095	0.7028	0.5789	0.4972	0.0966	0.4958

جدول (4-26)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0000102	0.0065470	0.0002095	0.0000319	MI
0.0000175	0.0116543	0.0007462	0.0000921	ML
0.0000455	0.0173411	0.0019290	0.0004761	ML
0.0001509	0.0223085	0.0041633	0.0033952	ML
0.0003404	0.0266901	0.0078139	0.0039852	ML
0.0005528	0.0304710	0.0122001	0.0056687	ML
0.0009470	0.0340125	0.0188706	0.0058558	ML
0.0013686	0.0373432	0.0284727	0.0086624	ML
0.0019250	0.0399468	0.0395509	0.0071421	ML
0.0030470	0.0422043	0.0524770	0.0064100	ML
0.0039054	0.0446036	0.0700918	0.0072482	ML
0.0052902	0.0462090	0.0867209	0.0079760	ML
0.0062689	0.0477470	0.1043647	0.0068104	ML
0.0077349	0.0490036	0.1253048	0.0072150	MI
0.0090496	0.0501626	0.1464694	0.0077075	MI
0.0104131	0.0509684	0.1662748	0.0160380	ML
0.0114818	0.0516262	0.1866806	0.0142077	ML
0.0132494	0.0521651	0.2078699	0.0171957	ML
0.0151437	0.0525683	0.2272818	0.0199334	ML
0.0168587	0.0528243	0.2468877	0.0226608	ML
0.0184951	0.0529541	0.2649059	0.0364505	ML
0.0205413	0.0530404	0.2833328	0.0417541	ML
0.0223923	0.0529091	0.3000686	0.0419709	ML
0.0241468	0.0526632	0.3158056	0.0381705	ML
0.0264536	0.0524033	0.3298448	0.0385718	ML
0.0282150	0.0519900	0.3403278	0.0385171	ML
0.0305034	0.0514826	0.3515979	0.0405623	ML
0.0326008	0.0509357	0.3603871	0.0403773	ML
0.0343736	0.0503790	0.3663672	0.0402058	ML
0.0360376	0.0496349	0.3705623	0.0428333	ML

اظهـــــرت نتــــائج الجــــدول $(4-26)$ ان طريقـــــة الامكـــــان الاعظـــــم $(Maximum\ Likelihood\ Method)$ هـــــــي افضـــــــل طرائـــــــق التقـــــــدير , والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	ML	%97
2'nd	MI	%3
3'rd	MO	%0
	OLS	%0

جدول $(4 - 27)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\widehat{R}_{ML(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mo(t_i)}$	$\widehat{R}_{OLS(t_i)}$	$\widehat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.8360	0.9905	0.9919	0.8972	0.9853	0.9750
r_3=30	0.8469	0.9804	0.9812	0.8602	0.9626	0.9740
θ_1=25	1.0417	0.9699	0.9681	0.8371	0.9352	0.9523
β_2=2.7	1.1614	0.9590	0.9535	0.8186	0.9018	0.9345
	1.1888	0.9492	0.9399	0.8044	0.8693	0.9299
	1.2476	0.9394	0.9255	0.7922	0.8329	0.9194
	1.2783	0.9295	0.9109	0.7811	0.7941	0.9136
	1.3371	0.9200	0.8969	0.7711	0.7542	0.9018
	1.4008	0.9103	0.8827	0.7620	0.7134	0.8879
	1.4103	0.9001	0.8672	0.7529	0.6705	0.8858
	1.4282	0.8902	0.8516	0.7450	0.6292	0.8816
	1.5313	0.8803	0.8368	0.7376	0.5891	0.8562
	1.5561	0.8716	0.8236	0.7313	0.5537	0.8497
	1.5719	0.8611	0.8076	0.7242	0.5130	0.8454
	1.5840	0.8508	0.7919	0.7173	0.4736	0.8421
	1.6008	0.8405	0.7760	0.7109	0.4360	0.8375
	1.6070	0.8306	0.7607	0.7051	0.4012	0.8358
	1.6718	0.8213	0.7459	0.6997	0.3685	0.8171
	1.7018	0.8119	0.7322	0.6945	0.3385	0.8081
	1.7356	0.8024	0.7179	0.6894	0.3092	0.7977
	1.7460	0.7921	0.7027	0.6840	0.2790	0.7945
	1.8282	0.7808	0.6864	0.6783	0.2484	0.7679
	1.9662	0.7702	0.6707	0.6733	0.2219	0.7200
	1.9800	0.7611	0.6577	0.6691	0.2001	0.7151
	2.0420	0.7508	0.6427	0.6643	0.1772	0.6922
	2.0542	0.7399	0.6270	0.6594	0.1553	0.6876
	2.0887	0.7309	0.6139	0.6553	0.1385	0.6746
	2.1167	0.7215	0.6003	0.6511	0.1224	0.6639
	2.1220	0.7127	0.5879	0.6473	0.1091	0.6618
	2.1275	0.7019	0.5735	0.6428	0.0947	0.6597

جدول (4-28)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.0000963	0.0029873	0.0002511	0.0000014	**MI**
0.0001879	0.0058683	0.0009246	0.0000889	**MI**
0.0004563	0.0086534	0.0022128	0.0003378	**MI**
0.0008344	0.0106064	0.0041317	0.0000250	**MI**
0.0013685	0.0124760	0.0075400	0.0001031	**MI**
0.0022401	0.0140797	0.0129050	0.0002104	**MI**
0.0030819	0.0153722	0.0197298	0.0008943	**MI**
0.0047019	0.0166415	0.0292260	0.0007537	**MI**
0.0067727	0.0175016	0.0397690	0.0003743	**MI**
0.0089484	0.0182972	0.0539243	0.0085781	**MI**
0.0109146	0.0189158	0.0685760	0.0082829	**MI**
0.0128465	0.0195292	0.0857310	0.0157152	**ML**
0.0155765	0.0198261	0.1040319	0.0159629	**ML**
0.0178045	0.0201664	0.1248309	0.0147393	**MI**
0.0207415	0.0203140	0.1454300	0.0125497	**MI**
0.0232779	0.0204170	0.1661150	0.0161477	**MI**
0.0254106	0.0204675	0.1856131	0.0152814	**MI**
0.0280500	0.0204500	0.2075787	0.0193549	**MI**
0.0305418	0.0203627	0.2273671	0.0173695	**MI**
0.0331630	0.0201490	0.2476144	0.0195819	**MI**
0.0362899	0.0199318	0.2667821	0.0216075	**MO**
0.0389562	0.0197101	0.2847571	0.0369267	**MO**
0.0418519	0.0194221	0.3015426	0.0356365	**MO**
0.0444266	0.0191640	0.3158563	0.0325178	**MO**
0.0469513	0.0188321	0.3294744	0.0340792	**MO**
0.0498095	0.0184225	0.3431251	0.0310847	**MO**
0.0523221	0.0180172	0.3524727	0.0288749	**MO**
0.0545245	0.0176630	0.3601729	0.0262016	**MO**
0.0570899	0.0172086	0.3669758	0.0258415	**MO**
0.0595135	0.0167115	0.3715420	0.0348286	**MO**

اظهـــرت نتـــائج الجـــدول(4-28)ان الطريقـــة المختلطـــة $(Mix\ Method)$ هـــي افضل طرائق التقدير والنسب المئوية بحسب تسلسل الافضلية هي:

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%60
2'nd	MO	%33
3'rd	ML	%7
4'th	OLS	%0

جدول $(29-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.6013	0.9906	0.9898	0.9413	0.9853	0.9918
r_3=30	0.6637	0.9806	0.9771	0.9074	0.9640	0.9901
θ_2=50	0.7206	0.9700	0.9616	0.8800	0.9360	0.9884
β_1=2.7	1.2798	0.9607	0.9475	0.8607	0.9082	0.9657
	1.3763	0.9506	0.9316	0.8421	0.8739	0.9608
	1.4796	0.9406	0.9155	0.8254	0.8367	0.9551
	2.2775	0.9308	0.8995	0.8107	0.7984	0.9009
	2.3885	0.9195	0.8803	0.7951	0.7538	0.8920
	2.4024	0.9102	0.8631	0.7833	0.7148	0.8909
	3.3230	0.8998	0.8445	0.7705	0.6707	0.8072
	3.4005	0.8904	0.8280	0.7597	0.6316	0.7994
	3.8304	0.8806	0.8118	0.7486	0.5906	0.7552
	3.9349	0.8705	0.7941	0.7383	0.5505	0.7441
	3.9880	0.8599	0.7767	0.7274	0.5091	0.7385
	3.9966	0.8496	0.7585	0.7175	0.4707	0.7376
	4.2304	0.8394	0.7425	0.7080	0.4341	0.7123
	4.2794	0.8306	0.7281	0.6998	0.4020	0.7070
	4.5144	0.8204	0.7111	0.6905	0.3668	0.6813
	4.5350	0.8108	0.6959	0.6821	0.3360	0.6790
	4.7039	0.8002	0.6792	0.6733	0.3046	0.6603
	4.8600	0.7899	0.6629	0.6651	0.2752	0.6430
	5.3509	0.7805	0.6481	0.6574	0.2486	0.5883
	5.4089	0.7707	0.6331	0.6498	0.2233	0.5819
	5.4139	0.7617	0.6192	0.6427	0.2016	0.5814
	5.5388	0.7521	0.6048	0.6356	0.1802	0.5675
	5.5590	0.7416	0.5888	0.6276	0.1581	0.5653
	5.5822	0.7327	0.5755	0.6211	0.1414	0.5627
	5.5904	0.7237	0.5628	0.6147	0.1261	0.5618
	5.6691	0.7139	0.5486	0.6076	0.1108	0.5532
	6.0004	0.7037	0.5344	0.6005	0.0967	0.5170

جدول (4-30)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\widehat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\widehat{R}_{Mi(t_i)}]$	**BEST**
0.0000963	0.0029873	0.0002511	0.0000014	**MI**
0.0001879	0.0058683	0.0009246	0.0000889	**MI**
0.0004563	0.0086534	0.0022128	0.0003378	**MI**
0.0008344	0.0106064	0.0041317	0.0000250	**MI**
0.0013685	0.0124760	0.0075400	0.0001031	**MI**
0.0022401	0.0140797	0.0129050	0.0002104	**MI**
0.0030819	0.0153722	0.0197298	0.0008943	**MI**
0.0047019	0.0166415	0.0292260	0.0007537	**MI**
0.0067727	0.0175016	0.0397690	0.0003743	**MI**
0.0089484	0.0182972	0.0539243	0.0085781	**MI**
0.0109146	0.0189158	0.0685760	0.0082829	**MI**
0.0128465	0.0195292	0.0857310	0.0157152	**ML**
0.0155765	0.0198261	0.1040319	0.0159629	**ML**
0.0178045	0.0201664	0.1248309	0.0147393	**MI**
0.0207415	0.0203140	0.1454300	0.0125497	**MI**
0.0232779	0.0204170	0.1661150	0.0161477	**MI**
0.0254106	0.0204675	0.1856131	0.0152814	**MI**
0.0280500	0.0204500	0.2075787	0.0193549	**MI**
0.0305418	0.0203627	0.2273671	0.0173695	**MI**
0.0331630	0.0201490	0.2476144	0.0195819	**MI**
0.0362899	0.0199318	0.2667821	0.0216075	**MO**
0.0389562	0.0197101	0.2847571	0.0369267	**MO**
0.0418519	0.0194221	0.3015426	0.0356365	**MO**
0.0444266	0.0191640	0.3158563	0.0325178	**MO**
0.0469513	0.0188321	0.3294744	0.0340792	MO
0.0498095	0.0184225	0.3431251	0.0310847	MO
0.0523221	0.0180172	0.3524727	0.0288749	MO
0.0545245	0.0176630	0.3601729	0.0262016	MO
0.0570899	0.0172086	0.3669758	0.0258415	MO
0.0595135	0.0167115	0.3715420	0.0348286	MO

اظهـــــــــرت نتـــــــائج الجـــــــدول $(4-30)$ ان الطريقـــــــة المختلطـــــــة $(Mixed\ \ Method)$ هـــي افضـــل طرائـــق التقـــدير , والنســـب المئويـــة بحســـب تسلسل الافضلية هي :

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%60
2’nd	MO	%33
3'rd	ML	%7
4'th	OLS	%0

جدول $(31-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.9744	0.9910	0.9908	0.9344	0.9853	0.9802
r_3=30	1.2350	0.9813	0.9786	0.9102	0.9644	0.9603
θ_2=50	1.3463	0.9706	0.9625	0.8935	0.9361	0.9490
β_2=2.7	1.4702	0.9600	0.9460	0.8807	0.9046	0.9342
	1.6337	0.9502	0.9312	0.8708	0.8711	0.9110
	1.7394	0.9407	0.9157	0.8622	0.8358	0.8938
	1.7562	0.9308	0.8995	0.8541	0.7967	0.8909
	1.8721	0.9210	0.8834	0.8469	0.7567	0.8696
	1.9343	0.9107	0.8661	0.8400	0.7141	0.8573
	1.9575	0.8997	0.8472	0.8334	0.6686	0.8525
	2.0194	0.8900	0.8300	0.8280	0.6284	0.8395
	2.0818	0.8807	0.8140	0.8229	0.5901	0.8257
	2.1167	0.8710	0.7975	0.8179	0.5510	0.8177
	2.2939	0.8602	0.7791	0.8126	0.5089	0.7744
	2.3155	0.8508	0.7637	0.8084	0.4740	0.7688
	2.3196	0.8402	0.7458	0.8037	0.4359	0.7677
	2.3666	0.8300	0.7286	0.7993	0.4002	0.7554
	2.3691	0.8198	0.7123	0.7952	0.3667	0.7547
	2.3933	0.8095	0.6956	0.7910	0.3333	0.7482
	2.4226	0.8004	0.6807	0.7874	0.3057	0.7403
	2.4355	0.7911	0.6668	0.7838	0.2793	0.7367
	2.5096	0.7805	0.6507	0.7798	0.2503	0.7160
	2.5223	0.7703	0.6360	0.7762	0.2252	0.7124
	2.5543	0.7602	0.6202	0.7725	0.2007	0.7033
	2.6460	0.7501	0.6051	0.7691	0.1789	0.6764
	2.7096	0.7408	0.5919	0.7659	0.1600	0.6573
	2.7397	0.7305	0.5767	0.7625	0.1409	0.6482
	2.7649	0.7206	0.5619	0.7593	0.1241	0.6405
	2.8349	0.7112	0.5489	0.7563	0.1099	0.6188
	2.9582	0.7019	0.5360	0.7535	0.0974	0.5800

جدول (4-32)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.000019	0.003552	0.000225	0.000117	**ML**
0.000089	0.005363	0.000853	0.000442	**ML**
0.000452	0.006350	0.002138	0.000468	**ML**
0.000849	0.006839	0.004334	0.000666	**MI**
0.001393	0.007047	0.007699	0.001534	**ML**
0.002080	0.007080	0.012582	0.002200	**ML**
0.003395	0.006991	0.019700	0.001590	**MI**
0.005084	0.006812	0.028797	0.002641	**MI**
0.006520	0.006496	0.040322	0.002848	**MI**
0.008654	0.006169	0.054881	0.002220	**MI**
0.010961	0.005844	0.069857	0.002550	**MI**
0.013322	0.005529	0.085907	0.003024	**MI**
0.015854	0.005185	0.104043	0.002846	**MI**
0.018652	0.004832	0.125275	0.007365	**MO**
0.020942	0.004567	0.143888	0.006726	**MO**
0.023789	0.004366	0.165173	0.005245	**MO**
0.026871	0.004211	0.186306	0.005559	**MO**
0.029495	0.004084	0.206776	0.004236	**MO**
0.032584	0.004006	0.228235	0.003753	**MI**
0.035535	0.003962	0.246239	0.003614	**MI**
0.037994	0.003966	0.263675	0.002956	**MI**
0.040778	0.004057	0.282925	0.004161	**MO**
0.043285	0.004223	0.298902	0.003348	**MI**
0.046475	0.004436	0.315092	0.003242	**MI**
0.049501	0.004760	0.328559	0.005435	**MO**
0.051753	0.005119	0.339658	0.006963	**MO**
0.054810	0.005609	0.350234	0.006782	**MO**
0.057636	0.006161	0.358537	0.006417	**MO**
0.060197	0.006880	0.364382	0.008534	**MO**
0.062515	0.007678	0.368341	0.014865	**MO**

اظهـــرت نتـــائج الجــــدول $(4-32)$ ان الطريقـــة المختلطـــة $(Mix\ Method)$ هي افضل طرائق التقديرونسب الافضلية هي .

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	%43
2’nd	MO	%40
3'rd	ML	%17
4'th	OLS	%0

جدول $(33-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.7490	0.9904	0.9893	0.9470	0.9839	0.9916
r_3=30	1.6173	0.9792	0.9732	0.9168	0.9585	0.9637
θ_3=75	2.5908	0.9694	0.9564	0.8963	0.9319	0.9128
β_1=1.7	2.6736	0.9599	0.9389	0.8792	0.9026	0.9077
	2.7443	0.9507	0.9212	0.8648	0.8713	0.9032
	2.8231	0.9406	0.9020	0.8507	0.8348	0.8980
	2.9191	0.9312	0.8839	0.8379	0.7966	0.8917
	3.2953	0.9211	0.8650	0.8257	0.7551	0.8653
	3.4074	0.9115	0.8464	0.8149	0.7147	0.8570
	3.4952	0.9025	0.8291	0.8049	0.6755	0.8505
	3.8434	0.8924	0.8098	0.7945	0.6322	0.8234
	3.9454	0.8829	0.7917	0.7855	0.5928	0.8152
	4.4098	0.8730	0.7735	0.7761	0.5523	0.7765
	4.4675	0.8629	0.7554	0.7671	0.5121	0.7715
	5.1720	0.8526	0.7365	0.7582	0.4723	0.7093
	5.5520	0.8423	0.7189	0.7495	0.4341	0.6747
	5.6628	0.8325	0.7020	0.7416	0.3995	0.6645
	5.6727	0.8230	0.6859	0.7339	0.3670	0.6636
	5.7404	0.8131	0.6687	0.7261	0.3342	0.6573
	5.8001	0.8037	0.6531	0.7191	0.3049	0.6518
	6.2903	0.7942	0.6377	0.7120	0.2768	0.6065
	6.3097	0.7848	0.6222	0.7052	0.2505	0.6047
	6.3121	0.7746	0.6067	0.6980	0.2243	0.6045
	6.5828	0.7656	0.5920	0.6917	0.2019	0.5795
	6.7917	0.7556	0.5766	0.6848	0.1792	0.5603
	6.8744	0.7460	0.5620	0.6784	0.1596	0.5527
	6.8834	0.7371	0.5484	0.6724	0.1423	0.5519
	7.0263	0.7263	0.5333	0.6655	0.1242	0.5389
	7.0832	0.7149	0.5173	0.6580	0.1067	0.5337
	7.5138	0.7060	0.5043	0.6524	0.0944	0.4950

جدول (4-34)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.00009	0.00222	0.00030	0.00000	**ML**
0.00025	0.00422	0.00121	0.00024	**ML**
0.00084	0.00567	0.00255	0.00320	**ML**
0.00180	0.00689	0.00483	0.00273	**ML**
0.00355	0.00787	0.00816	0.00226	**MI**
0.00548	0.00870	0.01308	0.00181	**MI**
0.00785	0.00946	0.02000	0.00156	**MI**
0.01026	0.01005	0.02917	0.00312	**MI**
0.01291	0.01044	0.04018	0.00296	**MI**
0.01595	0.01080	0.05301	0.00271	**MI**
0.01939	0.01103	0.06934	0.00476	**MI**
0.02276	0.01111	0.08570	0.00459	**MI**
0.02627	0.01118	0.10451	0.00931	**MI**
0.02986	0.01117	0.12484	0.00835	**MI**
0.03376	0.01110	0.14630	0.02055	**MO**
0.03741	0.01099	0.16816	0.02809	**MO**
0.04092	0.01083	0.18904	0.02823	**MO**
0.04402	0.01072	0.20952	0.02540	**MO**
0.04804	0.01056	0.23105	0.02428	**MO**
0.05113	0.01036	0.25036	0.02307	**MO**
0.05441	0.01017	0.26933	0.03523	**MO**
0.05778	0.00992	0.28717	0.03243	**MO**
0.06099	0.00969	0.30472	0.02895	**MO**
0.06424	0.00945	0.31964	0.03463	**MO**
0.06754	0.00918	0.33434	0.03814	**MO**
0.07060	0.00896	0.34621	0.03736	**MO**
0.07362	0.00872	0.35618	0.03428	**MO**
0.07645	0.00845	0.36508	0.03514	**MO**
0.07928	0.00810	0.37262	0.03282	**MO**
0.08178	0.00787	0.37695	0.04453	**MO**

اظهـــــــــرت نتـــــــــائج الجـــــــــدول (4 – 34) ان طريقـــــــــة العـــــــــزوم ($Moment\ Method$) هي افضل طرائق التقديرونسب الافضلية هي .

BEST	Method	Precentage
$1'st$	Mo	%53.4
2’nd	MI	%33.3
3'rd	ML	%13.3
4'th	OLS	%0

جدول $(35-4)$

قيم دالة المعولية $Reliability$ الحقيقية والتقديرية

	t_i	$R(t_i)$	$\hat{R}_{ML(t_i)}$	$\hat{R}_{Mo(t_i)}$	$\hat{R}_{OLS(t_i)}$	$\hat{R}_{Mi(t_i)}$
n_3=100	0.6232	0.9898	0.9877	0.9477	0.9834	0.9965
r_3=30	0.7124	0.9794	0.9714	0.9293	0.9601	0.9948
θ_3=75	1.0409	0.9695	0.9546	0.9168	0.9343	0.9840
β_2=2.7	1.1072	0.9590	0.9347	0.9072	0.9028	0.9808
	1.3372	0.9496	0.9169	0.8998	0.8703	0.9664
	1.4036	0.9400	0.8992	0.8928	0.8341	0.9613
	1.5074	0.9307	0.8823	0.8870	0.7985	0.9523
	1.8189	0.9202	0.8616	0.8807	0.7558	0.9177
	1.9277	0.9099	0.8412	0.8752	0.7128	0.9028
	1.9969	0.9006	0.8237	0.8706	0.6740	0.8926
	2.0044	0.8898	0.8036	0.8657	0.6299	0.8915
	2.1305	0.8800	0.7857	0.8613	0.5894	0.8711
	2.1386	0.8708	0.7689	0.8576	0.5534	0.8698
	2.3248	0.8601	0.7493	0.8534	0.5121	0.8360
	2.4256	0.8492	0.7307	0.8492	0.4717	0.8159
	2.5143	0.8380	0.7117	0.8454	0.4333	0.7972
	2.6833	0.8275	0.6936	0.8417	0.3968	0.7593
	2.7076	0.8187	0.6798	0.8388	0.3676	0.7536
	2.7299	0.8083	0.6632	0.8355	0.3352	0.7483
	2.8190	0.7986	0.6471	0.8324	0.3058	0.7267
	2.8534	0.7881	0.6307	0.8292	0.2757	0.7181
	2.9203	0.7786	0.6152	0.8263	0.2495	0.7012
	2.9708	0.7676	0.5989	0.8231	0.2224	0.6882
	3.0163	0.7579	0.5846	0.8203	0.2001	0.6764
	3.0218	0.7483	0.5699	0.8177	0.1790	0.6749
	3.0451	0.7387	0.5554	0.8151	0.1598	0.6688
	3.0468	0.7290	0.5418	0.8124	0.1422	0.6683
	3.1070	0.7192	0.5286	0.8098	0.1263	0.6522
	3.1177	0.7093	0.5148	0.8072	0.1113	0.6494
	3.1252	0.6999	0.5025	0.8047	0.0988	0.6473

جدول (36-4)

قيم الـ (MSE) لمقدر دالة المعولية

$MSE[\hat{R}_{ML(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mo(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{OLS(t_i)}]$	$MSE[\hat{R}_{Mi(t_i)}]$	BEST
0.000145	0.001974	0.000287	0.000045	MI
0.000880	0.002713	0.001036	0.000238	MI
0.001703	0.003110	0.002242	0.000210	MI
0.003186	0.003234	0.004382	0.000474	MI
0.004896	0.003201	0.007887	0.000283	MI
0.006691	0.003110	0.013215	0.000450	MI
0.008552	0.002969	0.019428	0.000464	MI
0.011956	0.002811	0.028751	0.000007	MI
0.015833	0.002634	0.040371	0.000050	MI
0.018954	0.002516	0.052770	0.000065	MI
0.023585	0.002435	0.068851	0.000003	MI
0.027389	0.002342	0.086158	0.000078	MI
0.030754	0.002367	0.102527	0.000001	MI
0.035463	0.002445	0.123077	0.000585	MI
0.039795	0.002546	0.144565	0.001110	MI
0.043692	0.002854	0.165818	0.001666	MI
0.047699	0.003170	0.187289	0.004653	MO
0.050408	0.003520	0.205257	0.004238	MO
0.053835	0.004037	0.225457	0.003603	MI
0.057574	0.004633	0.244402	0.005178	MO
0.061630	0.005302	0.264112	0.004901	MI
0.065457	0.005988	0.281702	0.005984	MI
0.068854	0.006971	0.299032	0.006296	MI
0.072026	0.007893	0.313229	0.006652	MI
0.075517	0.009029	0.326249	0.005393	MI
0.078963	0.010163	0.337500	0.004893	MI
0.081661	0.011400	0.346820	0.003684	MI
0.084257	0.012697	0.354259	0.004481	MI
0.086885	0.014166	0.360470	0.003591	MI
0.089236	0.015633	0.364197	0.002760	MI

اظهـــــــرت نتـــــــائج الجـــــــدول $(4-36)$ ان الطريقـــــــة المختلطـــــــة $(Mixed\ Method)$ هي افضل طرائق التقديرونسب الافضلية هي .

BEST	Method	Precentage
$1'st$	MI	% 87
2’nd	MO	%13
3'rd	ML	%0
	OLS	%0

وبعـــد تحليـــل النتـــائج تبـــين ان طريقـــة التقـــدير الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل لكونها تمتلك اقل متوسط مربعات الخطأ لكافة العينات المختلفة الحجوم.

الفصل الخامس

الجانب التطبيقي

5-1 مقدمة Introduction

سوف يتم في هذا الفصل حساب المعولية باستعمال طرائق التقدير التي ذكرت في الجانب النظري ومن ثم المقارنة بينهما لمعرفة افضل طريقة تقدير, وايضا حساب بعض الدوال والمؤشرات التي لها علاقة بدالة المعولية.

5-2 جمع البيانات:

تم اخذ البيانات عن طريق مسؤول شعبة التخطيط بالتعاون مع شعبة الصيانة وبحجم عينة كبيرة (100) مشاهدة عن مكائن وزارة الصناعة والمعادن /الشركة العامة لصناعات النسيج والجلود / مصنع الصوفية /بغداد , وان مشاهدات العينة تمثل وقت اشتغال الماكنة لحين العطل, اما المدة الزمنية التي حسبت لها هذه المشاهدات فكانت تتمثل بستة اشهر لسنة2017 وهي على الترتيب شهر(12,11,10,9,8,7)

5-3 انواع وقياسات السجاد المنتج:

ينقسم انتاج المكائن في مصنع الصوفية الى ثلاثة انواع من السجاد وهي :

- النوع الاول / سجاد بغداد اكرلك .
- النوع الثاني/ سجاد بابل بولي بربلين.
- النوع الثالث / سجاد بغداد صوف .

وان قياسات السجاد المنتج في المعمل هي :

- 6*4 م
- 4*3 م
- 3.5*2.5 م
- 3*2 م
- 4*1 م
- 2*1 م

- 3*1 م

ويوجد انتاج سجاد حسب الطلب الخاص مثل :

- سجاد التشريفات .
- سجاد البرلمان .

4-5 انواع المكائن

ان عـــدد المكـــائن هـــو (12) ماكنـــة وتنقســـم المكـــائن الـــى نـــوعين المـــاني وبلجيكـــي , وممكـــن توضـــيح اســـم الماكنـــة وحجـــم الســـجاد المنـــتج الخـــاص بكـــل ماكنة عن طريق الجدول الاتي :

جدول (5-1)

يمثل اسم الماكنه وحجم السجاد المنتج بالمتر

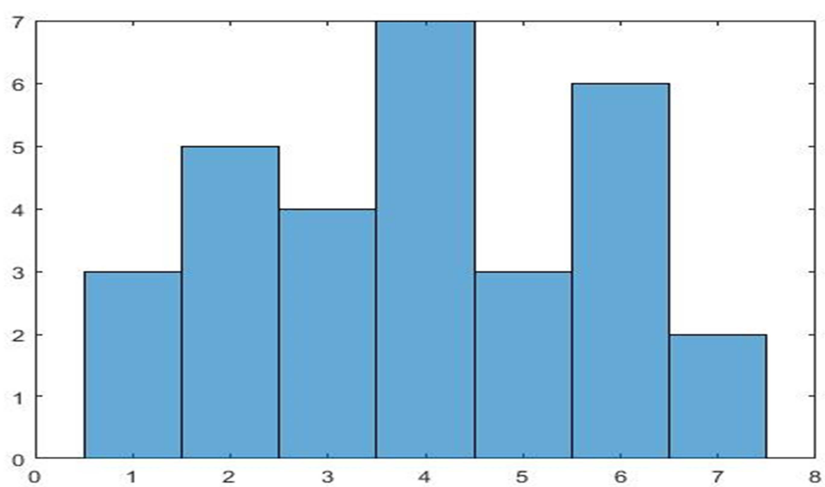
تسلسل الماكنة	اسم الماكنة	القياس المتعارف عليه
1	عراق 1	4*3
2	عراق 2	4*3
3	عراق 3	4*3
4	عراق 4	4*3
5	عراق 5	4*3
6	افراح 1	6*4
7	افراح 2	6*4
8	بغداد 28	3*2
9	بغداد 42	3*2
10	بابل 44	3.5*2.5
11	بابل 46	3.5*2.5
12	بابل 48	3*2

وقـد جمعـت البيانـات عـن المكـائن المـذكورة آنفـا اذ اخـذت عينـة بحجـم (100)مشـاهدة تمثـل وقـت الاشـتغال بالأيـام لكـل ماكنـة لحـين العطـل ولمـدة سـت اشـهر وكمـا موضـح فـي الجـدول ادناه .

جدول (5-2)

يمثل بيانات العينة لاوقات اشتغال المكائن بالايام لحين العطل ولمدة ستة اشهر

10	11	1	2	18	15	16	12	15	13
7	4	5	7	21	6	20	3	9	14
8	18	13	19	11	22	4	1	26	8
10	7	11	17	8	4	12	2	3	6
6	11	4	17	20	12	2	7	4	19
14	18	9	13	11	13	9	13	14	16
12	14	6	25	8	17	7	3	4	6
20	13	15	8	22	20	2	25	15	10
4	19	5	3	10	16	1	9	11	18
5	6	22	11	2	20	18	14	17	15



الشكل (5-1)

يمثل المدرج التكراري للبيانات الحقيقية بعد بتر العينة

إذ ان المحور الافقي يمثل المشاهدات والمحور العمودي يمثل تكرار المشاهدات, وان الوسط الحسابي للبيانات هو (3.9333) , اما التباين فهو (3.3057)

5 -5 اختبار البيانات

لمعرفة هل ان البيانات تتبع توزيع ويبل ام لا فقد تم اللجوء الى استعمال اختبار حسن المطابقة ($Goodness\ of\ Fit$) وحسب الفرضية الاحصائية الاتية :

H_0 : البيانات تتوزع توزيع ويبل .

H_1 : البيانات لاتتوزع توزيع ويبل.

ولاختبار الفرضية المذكورة آنفا يتم احتساب مربع كاي ($\mathrm{Chi-Squared\ Statistic}$) وكالاتي:

$$x_c{}^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i \ - E_i)^2}{E_i}$$

وباستعمال برنامج Matlab ظهرت قيمة ($P - Value = 0.2641$) وهي اكبر من مستوى معنوية (0.05) لذلك نقبل الفرضية الصفرية اي ان بيانات تتوزع توزيع ويبل.

6-5 احتساب دالة المعولية

يـــتم احتســـاب المعوليـــة عـــن طريـــق تطبيـــق طرائـــق التقـــدير لحجـــم عينـــة 100, وبتر يساوي 30 , وتعرف اعمدة الجدول ادناه (3-4) كالاتي :

الاول حجـم العينـــة , الثـــاني البتـــر, الثالـــث اوقـــات اشـــتغال المكـــائن لحـــين الفشـــل (العطـــل) , الرابـــع قـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة الامكـــان الاعظـــم ,الخـــامس قـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة العـــزوم , الســـادس قـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة المربعـــات الصـــغرى , الســـابع قـــيم دالـــة المعوليـــة التقديريـــة بطريقـــة المختلطة.

واظهرت نتائج الجدول الاتي :

عنـــدما (t=1) فـــان طريقـــة الامكـــان الاعظـــم هـــي الافضـــل , فالطريقـــة المختلطة , ثم طريقة المربعات الصغرى , واخيرا طريقة العزوم .

عنـــدما (t=2) فـــان طريقـــة الامكـــان الاعظـــم هـــي الافضـــل ايضـــا , فالطريقـــة المختلطة , ثم المربعات الصغرى كذلك , وطريقة العزوم اخيرا.

عنـــدما (t=3) فـــان طريقـــة الامكـــان الاعظـــم هـــي الافضـــل ايضـــا , فالطريقـــة المختلطة كذلك, ثم طريقة العزوم , وطريقة المربعات الصغرى اخيرا.

عنـــدما(t=4) فـــان الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل ,فطريقـــة الامكـــان الاعظـــم ,ثم بعد ذلك طريقة العزوم , واخيرا طريقة المربعات الصغرى .

عنـــدما (t=5) فـــان الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل ايضـــا , فطريقـــة الامكـــان الاعظـــم كـــذلك , ثـــم بعـــدذلك طريقـــة العـــزوم , واخيـــرا طريقـــة المربعـــات الصغرى.

عنـــدما (t=6) فـــان الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل , فطريقـــة الامكـــان الاعظـــم , ثم طريقة العزوم , واخيرا طريقة المربعات الصغرى .

عنـــدما (t=7) فـــان الطريقـــة المختلطـــة هـــي الافضـــل , تـــاتي بعـــدها طريقـــة الامكان الاعظم , فطريقة العزوم , واخيرا طريقة المربعات الصغرى.

ولمعرفـــة الطريقـــة الافضـــل بصـــورة عامـــة لجميـــع اوقـــات الاشـــتغال لحـــين الفشـــل نلجا الى متوسط دالة المعولية لكل طريقة .

جدول (3-5)

قيم دالة المعولية $Reliability$ التقديرية

n	r	t_i	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{MO}$	$\hat{R}_{OLS}$	$\hat{R}_{MI}$
100	30	1	0.9868	0.9228	0.9554	0.9856
		1	0.9868	0.9228	0.9554	0.9856
		1	0.9868	0.9228	0.9554	0.9856
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		2	0.9584	0.8598	0.8265	0.9570
		3	0.9195	0.8036	0.6440	0.9192
		3	0.9195	0.8036	0.6440	0.9192
		3	0.9195	0.8036	0.6440	0.9192
		3	0.9195	0.8036	0.6440	0.9192
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		4	0.8728	0.7526	0.4508	0.8750
		5	0.8205	0.7059	0.2829	0.8263
		5	0.8205	0.7059	0.2829	0.8263

		5	0.8205	0.7059	0.2829	0.8263
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		6	0.7643	0.6628	0.1589	0.7745
		7	0.6076	0.6230	0.0798	0.7210
		7	0.6076	0.6230	0.0798	0.7210
Mean		**4**	**0.8600**	**0.7630**	**0.4898**	**0.8704**

بالنظر الى الجدول المرقم (3-5), نلحظ ان قيمة متوسط دالة المعولية بالطريقة المختلطه($\hat{R}_{MI}$) هي الاكبر من بين المتوسطات الاخرى لذلك تعد الطريقة الافضل لتقدير دالة المعولية هي الطريقة المختلطة وتساوي (0.8704), فطريقة الامكان الاعظم(ML) ثم العزوم (MO)واخيرا المربعات الصغرى(OLS).

وان متوسط اوقات الاشتغال لحين العطل هو (4) ايام وهذا معناه ان مكائن المعمل يمكن التعويل عليها بنسبة 87% لكل اربع ايام .

7-5 احتساب المؤشرات (دوال الفشل) التي لها علاقة بدالة بالمعولية

عن طريق معرفة قيم دالة المعولية نستطيع حساب بعض الدوال التي لها علاقة بدالة المعولية والمتمثلة بدالة التجميعية (الدالة اللامعولية)F(t), ودالة الكثافة الاحتمالية(f(t , ومعدل الفشل(h(t , ودالة الخطورة التجميعية H(t) والجدول الاتي (5-4) يبين ذالك.

جدول (4-5)

قيم دوال الفشل المرتبطة بالمعوليةوالخاصة بافضل طريقة الطريقة المختلطة

ti	F(t)	$f(t)$	$h(t)$	$H(t)$
1	0.0144	0.0144	0.01461	0.01461
1	0.0144	0	0	0.01461
1	0.0144	0	0	0.01461
2	0.0430	0.0286	0.02990	0.04451
2	0.0430	0	0	0.04451
2	0.0430	0	0	0.04451
2	0.0430	0	0	0.04451
2	0.0430	0	0	0.04451
3	0.0808	0.0378	0.04110	0.08561
3	0.0808	0	0	0.08561
3	0.0808	0	0	0.08561
3	0.0808	0	0	0.08561
4	0.1250	0.0442	0.05050	0.08561
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
4	0.1250	0	0	0.13610
5	0.1737	0.0487	0.05890	0.19501
5	0.1737	0	0	0.19501
5	0.1737	0	0	0.19501
6	0.2255	0.0518	0.06690	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
6	0.2255	0	0	0.26191
7	0.2790	0.0535	0.07420	0.33611
7	0.2790	0	0	0.33611
Sum	3.8885	0.279	0.33611	4.33974
Mean	0.129617	0.0093	0.011204	0.144658

بالنظرالى الجدول المذكورآنفا العمود الثاني يمثل الدالة اللامعولية وتم احتساب قيم الدالة بتطبيق المعادلة (2-11) وتتراوح قيم الدالة بين الصفر(0) والواحد الصحيح (1), وهي في تزايد (تتناسب طرديا مع الزمن), وان متوسط قيم دالة اللامعولية هو (0.129617) وبنسبة عدم تعويل بالمكائن ولكل اربعة ايام هو (12.96%).

العمود الثالث في الجدول المذكور آنفا يمثل دالة الكثافة الاحتمالية ,وان قيم دالة الكثافة الاحتمالية لأوقات الاشتغال لحين الفشل هي اكبر من الصفر, وتم احتساب قيم دالة الكثافة الاحتمالية بالاعتماد على قيم العمود الثاني.

العمود الرابع في الجدول المذكور آنفا يمثل معدل الفشل وتم احتساب قيم معدل الفشل باستعمال المعادلة (2-12) ويتناسب طرديا مع الزمن ايضا,وان متوسط معدل الفشل هو (0.011204) بين مدتتين زمنيتين اي بنسبة (1.2%) وهذه النسبة تعد ضئيلة جدا اي لاتوجد خطورة او فشل للمكائن بين مدتتين زمنيتين.

بخصوص العمود الاخيرفانه يمثل دالة الخطورة التجميعية نلاحظ انها تزداد مع ازدياد وقت الاشتغال إذ كانت أول قيمة لها هي (0.01461) واخر قيمه هي (0.33610) ومجموع دالة الخطورة التجميعية هو(4.33974) بمتوسط بلغ (0.144658) وتم ايجاد قيم الدالة بالاعتماد على تعريف الدالة (معدل الفشل التراكمي).

الاستنتاجات :

بعد تنفيذ تجارب المحاكاة في الجانب التجريبي لحجوم عينات مختلفة صغيره ومتوسطة وكبيرة(100,50,25)على الترتيب لتقديردالة المعولية بالطرائق المقترجة في الفصل الثالث , وكذلك تقدير دالة المعولية لبيانات حقيقية متمثلة عينة بحجم (100) مشاهدة في الجانب التطبيقي , توصل الباحث الى الاستنتاجات الأتية:

1- افضلية الطريقة المختلطة بالجانب التجريبي بصورة عامة مقارنة مع طرائق التقدير المختلفة وبنسبة 58% , تليها طريقة العزوم بنسبة 29% , ثم دالة الامكان الاعظم بنسبة 13% , واخيرا طريقة المربعات الصغرى.
2- اظهرت نتائج تجارب المحاكاة ان قيم المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطا (MSE) تتناقص بزيادة حجم العينة وهذا ينسجم من النظرية الاحصائية .
3- اظهرت نتائج تجارب المحاكاة ان قيم دالة المعولية تتناقص بزيادة زمن الاشتغال t وان قيمها تقع ضمن الفترة (0,1) وهذا ينسجم مع الجانب النظري المتعلق بخصوص دالة المعولية .
4- اظهر الجانب التطبيقي ان نسبة التعويل على مكائن معمل الصوفية – بغداد تساوي (87%) ولكل اربعة ايام.
5- تبين ان نسبة الخطورة بين مدتتين زمنيتين في الجانب التطبيقي هي نسبة صغيرة اذ بلغت(1.2%).

التوصيات :

بناء على الاستنتاجات يوصي الباحث بما يلي :-

1- استعمال الطريقة المختلطة (MI) عند حجوم العينات المختلفة.
2- استعمال طرائق تقدير مختلطة اخرى لم يتم التطرق اليها في هذه الرسالة.
3- استعمال طرائق تقدير اخرى لم يتم التطرق اليها في هذه الرسالة في تقدير معالم التوزيع ودالة المعولية .
4- التاكيد على استعمال الحاسوب في توثيق اوقات اشتغال المكائن لحين العطل عن طريق استعمال برامج جاهزة مهيأة لهذا الغرض بدلا من التوثيق اليدوي والتزام الدقة في ادخال البيانات الى الحاسوب وذلك لان دراسة المعولية لبيانات مراقبة تحتاج الى بيانات دقيقة عن تلك الاوقات للتمكن من اختبار طبيعة التوزيعات الاحتمالية التي تتبعها ولما لها من اثر في حساب معدلات المعولية .
5- استعمال نماذج فشل اخرى ولبيانات مراقبة اخرى لتقدير دالة المعولية.

6- اعتماد نتائج البحث من قبل الشركة العامة لصناعات النسيج والجلود/مصنع الصوفية بغداد.

Abstract

This research aims is estimating the reliability function of the two-paramete Weibull failured Distribution, under type-II-Censored data, the time of operation of the machine until the Malfunction, and four methods were chosen to estimate the reliability function, which are the maximum likelihood method, Method of moments, Mix Method, the Ordinary Least Square Method, the experimental side using the Mont-Carlo method used to generate observations of different sample sizes (100,50,25) and by assuming that parameter values of ((75,50.25) and the β parameter (2.7.1.7)

and then calculating the values of the default reliability function and the values of the estimated reliability function. The researcher reached the preference of the mixed method compared with the other methods, the practical side in wich the value of the reliability function for real data for the machines of the general company for the textile and leather industry in Baghdad - Sufiya factory one of the formations of the Ministry of Industry and Minerals and the researcher reached the preference of mixed method as well as of the others, The program used to calculate the reliability function is a program built in Matlab language and both experimental and applied.

Ministry of Higher Education
and Scientific Research
University of Karbala
College of Economics and Administration
Department of Statistics

estimation of the reliability function Censored data for Weibull distribution

A Thesis Submitted to
Council of the college of Administration and Economics at the University of Karbala
It is part of the requirements for obtaining a master's degree in statistics

By
OSAMAH ABDULAZEEZ KADHIM

Supervised By
Prof. Dr.
Abdul Hussain H. H. al-Tai

1439 Ah ***2018 Ad***