وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كـــربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

تَقدِيرات دالَة المُعَّوَلية لِتوزيع بُواسُون مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة الى
مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير
علوم في الإحصاء

من قبل
زَيْنَبْ مُحَمَدْ باقِرْ صادِقْ الباقِر

بإشراف
الأُستاذ الدكتور
عَبد الحُسَينْ حَسَنْ حَبيب الطائِي

1438هـ 2017 م

بسم الله الرحمن الرحيم

قَالُوا

سُبْحَانَكَ لاَ عِلْمَ لَنَا إلاَّ مَا عَلَّمْتَنَا

إنَّكَ أنْتَ

العَلِيْمُ الحَكِيْمُ

صَدَقَ اللهُ العَلَّيُ العَظيم

(البقرة 32)

الإهداء

إلى حبيبِ ربّ العالمين وأحباءِ قلوبِنا

...محَمَّد المصطفى وآلِ بيته الطيبين الطاهرين صلوات الله عليهم

إلى التـي جَعَلَ اللهُ سبحانَهُ وتعالى الجنةَ تحت أقدامِها

...إلى روح أمي الحنون.

إلى مَـنْ زرعَ الأمَلَ في طريقي رمز المحبة والعطاء

...إلى روح والدي الحبيب.

إلى التـي تركت في القلبِ لوعة وفي العينِ دمعة

...إلى روح ابنتـي رؤى.

إلى الطائر الذي ينتظر لحاقي به

...إلى روح ابنـي علي.

إلى رفيق الدرب ظلّـي وسندي في الشّدةِ والرَّخاء

... زوجي العزيز.

إلى مَنْ وهبونـي حبهم ورعايتـهم

...أخواتي وأخوتـي.

إلى الشمـــــــــــوع التـي أضاءت لي طـــــــــريق العلـــم

... أساتذتـي.

أهدي ثمرة جهدي هذا

الباحثة

شُكر وإمتنان

الحمدُ لله الذي علا في توحُّدِهِ ودنا في تفرُّدِهِ، وجلَّ في سلطانه، وعظُمَ في أركانه وأحاط بكل شيءٍ علماً وهو في مكانه، وقهر جميع الخلق بقُدرته وبرهانه، مجيداً لم يَزَل محموداً، جبار السموات والأرضين، سُّبوحٌ قُدُّوس ربُّ الملائكةِ والرُّوح، والصلاة والسلام على البشير النذير الهادي الأمين وآله الطيبين الطاهرين وصحبه المنتجبين.

بعد الحمد والشكر للعليّ القدير الذي وفقني لإنجاز هذه الرسالة، أتقدَّم بخالص شكري وعظيم إمتناني إلى الأستاذ الدكتور **عبد الحسين حسن الطائي** الذي تفضل بالإشراف على رسالتي لما أبداه من ملاحظات قيمّة في إعداد هذه الرسالة، فأسأل الله له الخير والتوفيق.

وأتقدم بوافر الشكر والتقدير والإمتنان إلى السادة رئيس وأعضاء لجنة المناقشة المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة متمنية أن تنال إستحسانهم ورضاهم.

كما أُقدِّم عظيم شكري وإمتناني لأستاذي الوالد والمربي الفاضل عميد كلية الإدارة والإقتصاد الأستاذ الدكتور **عوّاد كاظم الخالدي**.

وأتوجه بجزيل الشكر والإمتنان والوفاء الكبير والعرفان بالجميل لمن طوَّقني بجميله الأستاذ **فراس منذر جاسم** التدريسي في الجامعة المستنصرية جزاه الله عني خير الجزاء.

ومن واجب العرفان بالجميل أتقدم بوافر الشكر والإمتنان الى ينبوع العلم والمعرفة (أساتذتنا في قسم الاحصاء) فضلاً عن المنتسبين جميعاً ممَّن أسدى لي معروفاً، وفقهم الله إلى كل خير.

ولا يفوتني أن أُسجل شكري وتقديري وإمتناني لزملائي في الدراسة لتعاونهم طوال مدّة الدراسة، وأسأل الله لهم التوفيق.

ويلزمني واجب الإعتراف بالجميل أن أسجل فائق شكري وتقديري إلى الأخت العزيزة **هند صبيح عبد الغني** الموظفة في الجهاز المركزي للإحصاء التي لم تبخل عليَّ بمد يد العون.

وأخيراً أقدم شكري الخالص إلى كُلّ من ساهم بجهدٍ في تمهيد الطريق لإنجاز هذه الرسالة ولم أتمكن من ذكرهم في هذه السطور القليلة وأسأل الله سبحانه وتعالى أن يجزي الجميع عني خير الجزاء.

زَيْنَبْ

المستخلص

إن التطور التكنولوجي وإستخدام الأنظمة الألكترونية المعقدة في مختلف المجالات قاد الكثير من الباحثين إلى الإهتمام بدراسة المُعَوَّلية، وعليه فإن دراسة موضوع المُعَوَّلية والربط بين الجانبين النظري والتطبيقي أمر له من الأهمية الكبيرة لأنه يُعد المؤشر لبيان مدى كفاءة وقدرة الماكنة على العمل من دون أعطال لمدة زمنية طويلة لغرض زيادة الانتاج نوعا وكماً.

ولما كانت عدد مرات الفشل تخضع لتوزيع بواسون فقد ركزت الدراسة في جانبها الأكبر على دراسة عمليات بواسون بنوعيها المتجانسة (*HPP*) وغير المتجانسة (*NHPP*) وقد تم تأشير وجود إتجاه عام في عدد مرات الفشل مقابل الزمن t فكان من المناسب تحليل البيانات بإستخدام إنحدار بواسون.

لقد إهتم هذا البحث بتقدير دالة المُعَوَّلية في حالة بيانات تتوزع توزيع بواسوني وذلك بالمقارنة بين أربع طرائق من طرائق التقدير وهي طريقة إنحدار بواسون كطريقة إنحدار، وطريقة الإمكان الأعظم كطريقة تقليدية، وطريقة التقلص كطريقة بيزية، وطريقة كابلن - مير كطريقة لامعلمية.

ولغرض تطبيق الأبعاد النظرية لطرائق التقدير، فقد تم توظيف أسلوب محاكاة مونت كارلو (*Monte Carlo method*) وبإستخدام برنامج بلغة (*R 3.3.2*) وبإجراء عدة تجارب وذلك بتوليد عينة عشوائية ذات توزيع بواسوني بالإعتماد على حجوم عينة مساوية الى ($n =10,20,30,40,50,100$) وكانت مكررات كل تجربة هي $L=5000$.

وتمت المقارنة بين طرائق التقدير بإستخدام متوسط مربعات الخطأ (*Mean Squares Error*) وتم التوصل وبشكل عام إلى أن مقدر التقلص هو الأفضل من بين هذه المقدرات في حال توفر بيانات أولية لإمتلاكه أقل متوسط مربعات خطأ مقارنة بالمقدرات الأخرى، أي أن تقدير دالة المُعَوَّلية لبيانات تتوزع توزيع بواسون بطريقة التقلص هي الأفضل في حالة توفر بيانات أولية ولجميع حجوم العينات، يليه مباشرة طريقة الإمكان الأعظم ولجميع حجوم العينات.

أما فيما يخص الجانب التطبيقي فقد تم أولاً إجراء إختبار مربع كاي (*Chi - Square*) على البيانات المتاحة التي تمثل أوقات الفشل لبعض المكائن في دار الوارث للطباعة والنشر في كربلاء المقدسة بإستخدام البرنامج الإحصائي (*Easy fit*) وتبين أن أوقات الفشل هذه تتوزع توزيع بواسوني وأنها تتبع عمليات بواسون غير المتجانسة ،ولعدم توفر بيانات أولية بسبب حداثة المنشأة ولكون مقدّر الإمكان الأعظم لدالة المُعَوَّلية هو ثاني أفضل هذه المقدرات بعد مقدّر التقلص حسب ما جاء بالجانب التجريبي في هذا البحث فقد تم حساب هذا المقدر لهذه المكائن قيد الدراسة لغرض التعرف على كفاءتها وسلوكها مع الزمن ، كما تم حساب دالة المُعَوَّلية بطريقة القياس بالإعتماد على متوسط الوقت بين فشل وآخر.

Abstract

The technological development and the use of complex electronic systems in various fields led many researchers to study the Reliability. Therefore, the study of the Reliability and linkage between the theoretical and practical aspects is of great importance because it is the indicator to show the efficiency and ability of the machine to work without breaks for a period of time Long for the purpose of increasing production of both quality and quantity.

Since the number of failures is subject to the distribution of Poisson, the study focused more on the study of the Poisson processes by two types the homogeneous(HPP) and non-homogeneous (NHPP), and the absence of a general trend in the number of failures vs. time t It was appropriate to analyze data using the Poisson regression.

This study was concerned with estimating the reliability function in the case of data distributed of Poisson distribution in comparison to three methods of estimation methods, namely the Poisson regression method as a regression method, and the Maximum Likelihood method as a traditional method, and Kaplan-Meier method as a method of nonparametric.

For the purpose of applying the theoretical dimensions of the estimation methods, the Monte Carlo method was used using a programming language R (version 3.3.2), and several experiments were carried out by producing a random sample with a Poisson distribution based on sample sizes equal to (n =10,20,30,40 ,50,100). The replicates for each experiment were L = 5000.

The estimation methods were compared by using Mean Squares Error and were reached with generally concluded that the maximum Likelihood estimator was the best of these estimates because it had the lowest mean error squares compared to other capabilities, it means, the reliability estimation of the data distributed by the Poisson distribution the maximum Likelihood method is best for all sample sizes, followed directly by the Poisson regression method and for all sample sizes.

As for the practical side has made Chi Square test was first on available data that represent the number of failures of some of the machines in Dar Al- Warith for printing and publishing in the holy city of Karbala using a statistical program (Easy fit) shows that the number of failures are distributed (Poisson distribution), and they trace non homogenous poison processes, and because the Maximum Likelihood for the reliability function is the best of these capabilities after an estimated contraction according to a pilot aspect in this research has been the estimated these machines account under study for the purpose of identifying efficiency and behavior with time, as a function account reliability way to measure based on the Mean Time Between Failures (MTBF).

فهرست المحتويات

فهرست الجداول

فهرست الأشكال والمخططات

الفصل الأول

منهجية البحث وبعض الدراسات السابقة

منهجية البحث

1-1المقدمة Introduction

المُعَوَّلية ($Reliability$) مصطلح إحصائي يراد به تحليل المتغيرات العشوائية ذات القيم الموجبة التي تمثل الوقت حتى حدوث الفشل لأي مركبة، فهي إحتمالية لإستمرار النظام على العمل خلال فترة زمنية محددة، ولقد سميت المُعَوَّلية بأسماء ومصطلحات متعددة منها الصلاحية والمصداقية والموثوقية والإعتمادية فضلاً عن أنها سميت بدالة البقاء *(Survivor function)* عندما كان الأمر يتعلق بالبشر والحياة وسميت بدالة المُعَوَّلية *(Reliability function)* عندما تتعلق الدراسة بالمكائن والآلات.

ونظراً للتطبيقات المختلفة للمُعَوَّلية في الحياة اليومية، جاء الإهتمام المتزايد للبحوث والدراسات بهذا الجانب وكانت هناك حاجة ماسة لتقدير دالة المُعَوَّلية وتطبيقها على المكائن والأجهزة ومعرفة أوقات الفشل (العطل) لتحديد مستوى أداء المنظومات وحساب التكاليف الخاصة لإعادة تشغيل المكائن.

وقد فرض التطور التكنولوجي إهتماما متزايداً في دراسة أسباب العطلات والتوقفات المفاجئة التي تتعرض لها الأجهزة أو المكائن على إختلاف أنواعها إذ أن الفشل الذي قد يحدث في عمل الأجهزة أو المكائن يؤدي إلى خسائر مادية مما يؤدي إلى تزايد النفقات وإنخفاض الإنتاج.

ولبيان مضمون هذه الرسالة ولتشخيص الهدف منها نشير إلى أنها قُسِمَت إلى أربعة فصول تناول الأول هدف البحث ومشكلة البحث وإستعراض مرجعي عن بعض البحوث والدراسات ذات العلاقة بموضوع البحث.

بينما تضمن الثاني الجانب النظري الذي تم فيه إيضاح بعض الدوال ذات العلاقة بدالة المُعَوَّلية وبعض الطرائق المختلفة لتقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون والوصول إلى أفضل الطرائق في تقدير هذه الدالة بالإعتماد على أحد المعايير الإحصائية المهمة وهو متوسط مربعات الخطأ *(MSE)*.

أما الثالث فلقد خُصِصَ للجانب التجريبي إذ أُستخدِمَ أسلوب المحاكاة بطريقة مونت كارلو لشرح عملية المحاكاة وعرض وتحليل النتائج التي تم التوصل إليها.

ولقد تضمن الرابع الجانب التطبيقي وتم الحصول على بيانات في هذا الجانب تمثل عدد الأعطال وأيام العمل بين هذه الأعطال لبعض مكائن دار الوارث للطباعة والنشر في كربلاء المقدسة وتم تقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون بإستخدام طريقة الإمكان الأعظم وكذلك تم تقدير دالة المُعَوَّلية بالإعتماد على طريقة القياس.

وأخيراً تم إستعراض أهم الإستنتاجات والتوصيات التي توصلت إليها الباحثة في ضوء نتائج البحث والتي من كان من أهمها أفضلية طريقة التقلص على باقي الطرائق يليها مباشرة طريقة الإمكان الأعظم ثم طريقة انحدار بواسون وجاءت طريقة كابلن _ مير بالدرجة الأخيرة ولجميع أحجام العينات.

2-1 هدف البحث *Purpose of Search*

يهدف البحث إلى دراسة وتحليل معدلات الفشل للمكائن في إحدى المنشآت الصناعية (دار الوارث للطباعة والنشر) في محاولة لتقليل هذه المعدلات وإعتماد التوقعات لتوزيعات وقت الإشتغال لحين الفشل لتلافي حدوثها.

3-1 الإستعراض المرجعي *Literature Review*

لقد تناول الكثير من الباحثين تقدير دالة المُعَوَّلية للأنظمة المختلفة وبإستخدام توزيعات مستمرة منها توزيع كَاما (Gamma Distribution) وتوزيع ويبل(Weibull Distribution) والتوزيع الأُسي (Exponential Distribution) وتوزيع رَيلي (Rayleigh Distribution) والتوزيع الطبيعي (Normal Distribution) والتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي (Log-Normal Distribution)

وغيرها من توزيعات الفشل لكونها تتصف بخاصية مشتركة وهي خاصية فقدان الذاكرة، بينما كانت التوزيعات المتقطعة أقل حظاً من التوزيعات المستمرة في التطبيقات.

ففي عام 1971 قام الباحث *(Bernard)* [18] بإحتساب حدود الثقة لحاصل ضرب وقسمة معلمات توزيع بواسون وكذلك إختبار الفرضيات الخاصة بها، وأجرى تطبيقات على المُعَوَّلية، فلقد افترض أن K_2, K_1 أعداد صحيحة موجبة حيث أن $K_1 + K_2 \geq 2$ وأن $Y_1, Y_2 \dots Y_{k2}$; $X_1, X_2 \dots X_{k1}$ متغيرات عشوائية مستقلة تتبع توزيع بواسون مع معلمات $M_1, M_2 \dots M_{k2}$; $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_{k1}$ على التوالي، فأستخرج فترات ثقة للمعلمة θ إذ أن:

$$\theta = \lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_{k1} \,/\, M_1, M_2 \dots M_{k2}$$

وأختبر الفرضيات الملائمة لها.

وفي عام 1994 قام الباحث *(Miller)* [37] ببيان دالة الخطورة في مراحلها الثلاث من الثبات والتزايد والتناقص وذكر أن أي دالة خطورة يجب ان تحتوي شرطين وهما:

$$(i)\ h(t) \geq 0 \qquad (ii)\ \lim_{t\to\infty} \int_0^t h(x)\,dx = \infty$$

وأستمد صيغة للمُعَوَّلية من متوسط معدل الفشل.

في عام 1998 قام الباحث *(Carson)* [24] بتبيان أن توزيع ويبل له دالة خطورة متزايدة مع العمر أو مع بيانات الحياة حيث ذكرا بأن تحليل بيانات الحياة *(Life data)* في بعض الأحيان يسمى تحليل ويبل *(Waybill analysis)*.

في عام 2002 قام الباحث (البياتي) [2] بتقدير معلمات ودالة مُعَوَّلية توزيع ويبل ذي المعلمتين مستخدماً بعض طرائق التقديرالإعتيادية فلقد إستخدم طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى فضلاً عن طريقة بيز القياسية وطريقة التقلص وأقترح طريقة بيز الموزون التي تعتمد على توافر المعلومات الأولية والمقارنة بين هذه الطريقة والطرائق الأخرى بالإعتماد على أسلوب المحاكاة لأجل الوصول إلى أفضل طريقة للتقدير وتوصل إلى أن الطريقة المقترحة هي أفضل الطرائق مقارنة مع الطرائق المعروفة وطريقة بيز القياسي وطريقة التقلص في حين أثبت أن طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل مقارنة مع طريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى.

في عام 2005 قام الباحث (شاهر)[8] بدراسة عمليات بواسون المتجانسة وغير المتجانسة ، واقترح دالة لمعلمة توزيع بواسون الذي يتبع عمليات بواسون غير المتجانسة وتقدير معلمات هذه الدالة بالطريقة البيانية وطريقة المربعات الصغرى ، وأجرى الباحث إختبار حسن المطابقة بين نماذج المربعات الصغرى بأنواعها الخطية والتربيعية والأسية بإستخدام متوسط الخطأ النسبي المطلق *(MAPE)* وبالإعتماد على أسلوب المحاكاة ، وتوصل إلى أن الأنظمة القابلة للإصلاح غالباً ماتتبع عمليات بواسون غير المتجانسة لأنها تعتمد على معلمة توزيع متغيرة عبر الزمن وأن في عمليات بواسون المتجانسة يكون التزايد في عدد مرات الفشل تزايداً غير منتظماً.

وفي العام نفسه 2005 قام الباحثان *(Adam & Zhao)* [13] بدراسة عن عمليات بواسون المتجانسة وغير المتجانسة وإستخدام طريقة الإمكان الأعظم في تقدير المعلمة لمجموعة من البيانات تتبع توزيعاً متقطعاً وعندما يكون عدد العطلات معلوماً وفي فترة زمنية محددة ووقت الفشل (عطل الماكنة) الفعلي غير معلوم.

وفي العام نفسه 2005 إستخدم الباحث (شريم)[9] طرائق معلمية ولامعلمية في تقدير دالة البقاء لتوزيع ويبل الملوث بإفتراض مستويات لتلوث البيانات واقترح صيغة بيز الموزون بديلة لدالة الخسارة التربيعية وأسماها دالة الخسارة الموزونة وتوصل إلى صيغة مقترحة أسماها مقدر بيز الموزون واقترح طريقة بيزية حصينة وأثبت أفضلية الطريقة المقترحة على الطرائق الأخرى وأعتمد في المقارنة على المقياسين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ التكاملي *(IMSE)*، ومتوسط الخطأ النسبي المطلق التكاملي *(IMAPE)* ، وأوجد متوسط فترة البقاء *(MTTF)* لمرضى سرطان الدم في المستشفى الجمهوري في صنعاء.

في عام 2006 قدَّر الباحث (صالح) [10] معلمات ودالة المُعَوَّلية لتوزيع باريتو من النوع الأول في حالة توفر معلومات أولية عن العزوم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة التقلص وأسلوب بيز للتوصل إلى أفضل طريقة بين هذه الطرائق بإستخدام المحاكاة، وتوصل إلى أفضلية أسلوب بيز في تقدير دالة المُعَوَّلية مقارنة مع باقي الطرائق.

وفي عام 2007 قامت الباحثة (الجُميلي) [3] بمقارنة بعض طرائق تقدير معلمة القياس ودالة المُعَوَّلية لأنموذج ريلي في حالة البيانات التامة وتوصلت إلى أن مقدر المربعات الصغرى أفضل من طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة بيز القياسية أما في حالة البيانات تحت المراقبة توصلت إلى أن مقدر الإمكان الأعظم أفضل من مقّدر بيز القياسي، وأعتمدت على نتائج المحاكاة بطريقة مونت كارلو للقياسين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ ومتوسط الخطأ النسبي المطلق.

وفي العام 2008 قامت الباحثة (الياسري) [6] وآخرون بمقارنة مقدرات بيز مع مقّدر الإمكان الأعظم في تقدير دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغارتمي بإستخدام بيانات مراقبة من النوع الثاني وبالإعتماد على إسلوب المحاكاة وتوصلت إلى أفضلية طريقة الإمكان الأعظم في حالة العينات الكبيرة وإلى أفضلية مقدر بيز لحجوم العينات الصغيرة ونسب المراقبة الصغيرة ايضاً.

في عام 2009 قامت الباحثة (عبد علي) [11] وآخرون بقياس مُعَوَّلية الفرن الدوار في معمل الإسمنت في كبيسة التابع لوزارة الصناعة والمعادن، بالإعتماد على مقاييس المُعَوَّلية والمتمثلة بمتوسط الوقت بين فشل وآخر ومتوسط الوقت للإصلاح والإتاحة وإستخدام توزيع ويبل ذي المعلمتين لتحليل البيانات.

وفي عام 2012 قام الباحث (عويد) [12] في إيجاد مقدرات بيز لمعلمة القياس ودالة المُعَوَّلية لتوزيع رالي بإستخدام دوال الخسارة المختلفة بإعتماد عملية المحاكاة.

في العام 2013 قام الباحث (جليل) [7] وآخرون بتقدير معلمة القياس والشكل ودالة المُعَوَّلية لتوزيع ويبل ذي المعلمتين بإستخدام إسلوب بيز وأقترح طريقة جديدة لإيجاد دالة المُعَوَّلية لنظام يعمل على التوالي بالإعتماد على أن عدد حالات الفشل تتبع توزيع بواسون.

وفي عام 2014 قام الباحثان *(Khan &Jan)* [14] بتقدير دالة المُعَوَّلية لإثنين من التوزيعات المتقطعة وهما توزيع بواسون العام *(Generalized Poisson distribution)* والتوزيع الهندسي العام (*Generalized Geometric distribution*)، إذ افترضا أن المتغير العشوائي يتبع توزيع بواسون العام إذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية له بالشكل الآتي وبمعلمتين هما β, λ :

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x (1 + x\beta)^{x-1} e^{-\lambda(\beta x+1)}}{x!} \quad , x = 0,1,2 \dots, \lambda > 0 \,, 0 < \beta < \frac{1}{\lambda}$$

وفي نفس العام 2014 قام الباحثان *(Al-Zahrani & Sagor)* [17] بتقدير معلمة القياس والشكل ودالة المُعَوَّلية لخليط من توزيع بواسون *(Poisson distribution)* مع توزيع لوماكس (*Lomax distribution)* الذي هو حالة خاصة من توزيع باريتو العام *(Generalized Pareto distribution)* بإستخدام طريقة العزوم *(Moment method)* والإمكان الأعظم (*Maximum Likelihood Estimation*) والتوزيع المقارب *(Asymptotic Distribution)*.

وفي بداية عام 2016 قام الباحث *(Kumar)* [32] وآخرون بتقدير دالة المُعَوَّلية ودالة الخطورة لبيانات تتوزع توزيعاً بواسوني – أُسي *PED (Poisson-Exponential Data)* إذ كانت:

$$R(x) = \left[\frac{1 - e^{-\theta e^{-\lambda x}}}{1 - e^{-\theta}}\right] \qquad x > 0 \;\; ,\lambda > 0 \;\; ,\theta > 0$$

$$h(x) = \frac{\theta e^{-\lambda x - \theta e^{-\lambda x}}}{1 - e^{-\theta e^{-\lambda x}}} \qquad x > 0 \;,\lambda > 0 \;\; ,\theta > 0$$

إذ أن $R(x)$ تمثل دالة المُعَوَّلية و$h(x)$ تمثل دالة الخطورة.

وكان وسيط الوقت لفشل النظام *(MdTSF)* *(Median time to system failure)* كالاتي:

$$MdTSF = \frac{\log(\theta - \log(-\log(0.5 + 0.5e^{-\theta})))}{\lambda}$$

وكان التقدير بإستخدام مقدّر الإمكان الأعظم وتقدير بيز لدوال خسارة متماثلة وطريقة المربعات الصغرى بإستخدام إسلوب المحاكاة وطريقة مونت كارلو بالتحديد بالإعتماد على المقياس الاحصائي *(MSE)*.

الفصل الثاني
الجانب النظري

الجانب النظري

1-2 المُعَوَّلية ***Reliability***

المُعَوَّلية□صطلح□شتق□ن عبارة (□عَوّل عليه) التي تشير إلى الوثوق بالشيء والإعتماد عليه. [1] ولقد أُستخدِمَ□صطلح المُعَوَّلية لأول□رة بعد الحرب العالمية الأولى وبالتحديد في العام 1920 في عملية تحسين الإنتاج□ن □لال إستخدام عمليات السيطرة الإحصائية *Statistical control (processes)* [47] .

وفي□جال الوثوق بالشيء يوجد□صطلحان الأول يتعلق بالمكائن والمعدات وأنظمتها أو بعبارة أُ□رى يتعا□ل□ع أعمار الأنظمة والمكـائن والمعدات وهو □ا يسمى بالمُعَوَّلية (*Reliability*) والآ□ر يتعا□ل□ع البشر والبقاء (*Survival*) أي إحتمال أن يكون عمر الخلية أو الكائن البشري أكبر□ن ز□ن□عين و□ن ثَمَّ فهما يشتركان في قياس □ول الحياة سواء أكان للماكنة أو الكائن البشري أو الحيواني.

فمنذ ثلاثينيات القرن الماضي وضع□جموعة□ن الباحثين نظرية تعتمد على إستخدام الطريقة الإحصائية في السيطرة على عملية الإنتاج وكانت هذه البدايات في المُعَوَّلية. وبحلول الحرب العالمية الثانية وإزدياد المعدات الحربية المعقدة أ□بح للمُعَوَّلية وزناً ودوراً كبيراً وفعالاً في الدراسة والتطبيق وبعد الحرب العالمية الثانية استمر التطور على نحو□تزايد□تزا□ناً□ع زيادة وتعقيد و □عوبة الإنتاج وتنوع□كائنه والآته. فكانت الحاجة للسيطرة على الصعوبات وإيجاد أنظمة أ□ان، ولأن الحياة أ□بحت أكثر عصرية ركزت البحوث والدراسات في المُعَوَّلية على□دة حياة الأنظمة أو على فشل أو عدم فشل هذه الأنظمة في فترة ز□نية□حددة. [35]

وفي نهاية 1950 وبداية 1960 كان إقبال الولايات المتحدة الأ□ريكية على إ□لاق □اروخ عابر القارات والتسابق□ع الروس على أن يكونوا أول شعب يطأ بقد□ه سطح القمر، برز دور المُعَوَّلية وكان لها الدور الكبير والأساس في الدراسة والتطبيق، و□نذ ذلك الوقت ولحد الآن إزداد الإهتمام بالمُعَوَّلية في الجوانب التطبيقية. [47]

□لال السنوات الماضية كان هناك العديد□ن البحوث عن تقدير دالة المُعَوَّلية للعديد□ن التوزيعات وذلك بإستخدام □رائق التقدير المختلفة وفي الآونة الأ□يرة كان هناك تقنيات أ□رى في تقدير هذه الدالة عبر□قاييس تعتمد على□توسط الوقت بين فشل وآ□ر.

إن التطور الكبير في□جال العلم والتكنولوجيا الحديثة و□ن ثَمَّ التحول□ن المكننة إلى التحكم بالأجهزة والآلات عن □ريق الحواسيب وكمحاولة لحل□شكلة الفشل في المعدات أدى إلى ظهور الحاجة إلى المُعَوَّلية، فللمُعَوَّلية إستخدا□ات كثيرة في الحياة العملية وأهميتها تأتي□ن □لال توفير الأ□ان للفرد و□ن ثم للمجتمع، فمعرفة المُعَوَّلية لكل□اكنة في أي□نشأة يجعل بالإ□كان التنبؤ بالعدد الأ□ثل الكلي للمكائن العا□لة والعا□لة في أي وقت، وعليه يكون إجراء الصيانة الدورية. فبالنظر للتكلفة الرأسمالية العالية للأ□ول الإنتاجية فمن الطبيعي أن يتم المحافظة على تلك الأ□ول العالية القيمة عن □ريق □يانتها وتشغيلها بالطريقة السليمة لئلا تتعرض للتلف السريع وإنتهاء عمرها الإفتراضي□بكراً إضافة إلى فوائد أُ□رى كثيرة □نها □قارنة□ُعَوَّلية المنتوج الحالي□ع □ُعَوَّلية المنتوج السابق وبالتالي□عرفة□دى التطور أو التدهور في المنتوج فهي بالتالي تمثل الحجر الأساس في بناء هيكلية أي نظام.

2-2 دالـــــة المُعَوَّلية ***Reliability function*** [22] [23] [30] [34]

تعرف دالة المُعَوَّلية بانها إحتمال عدم فشل النظام □لال فترة ز□نية□عينة $[0,t)$ وير□ز لها بالر□ز $R(t)$، *وتعرف* رياضياً بالشكل الآتي:

$$R(t) = P(T > t) \quad \ldots \quad (2-1)$$

حيث أن $R(t)$ تمثل دالة المُعَوَّلية، T □تغير عشوائي ير□ز إلى الفترة الز□نية اللاز□ة لحدوث الفشل، أو هو ذلك المتغير العشوائي الذي يشير إلى وقت الإشتغال حتى حدوث الفشل. أ□ا t فيمثل ز□ن الإشتغال الذي يكون أكبر أو يساوي □فر $(t \geq 0)$.

إن دالة المُعَوَّلية دالة إحتمالية تمتلك الخصائص الآتية:

1. دالة المُعَوَّلية $R(t)$ □وجبة ولجميع قيم t.
2. دالة المُعَوَّلية $R(t)$ □ستمرة ولجميع قيم t.
3. الدالة $R(t)$ رتيبة□تناقصة□ع الز□ن (*Monotonically decreasing function*).
4. ولأن الدالة $R(t)$ دالة إحتمالية فان□دى هذه الدالة□حصور بين الصفر والواحد أي أن:

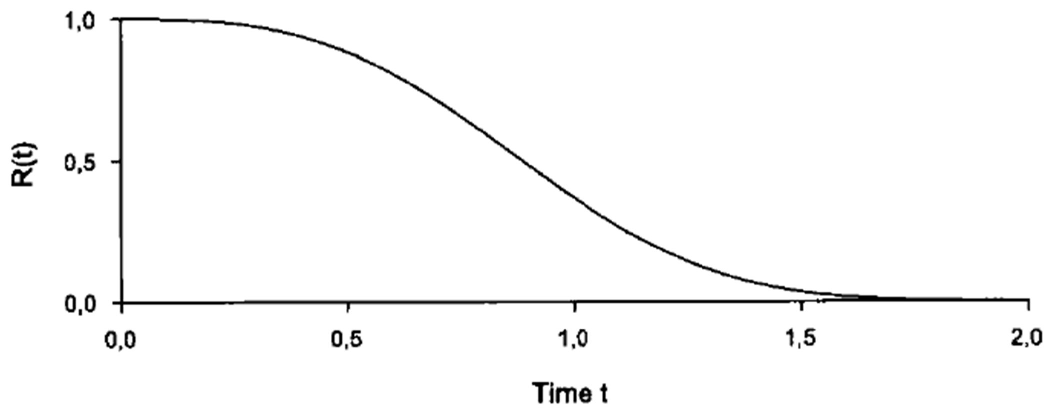
$0 \leq R(t) \leq 1$

5. إن دالة المُعَوَّلية تتناسب تناسباً عكسياً□ع الز□ن أي بعبارة أ□رى إن:

$R(t=0) = 1$

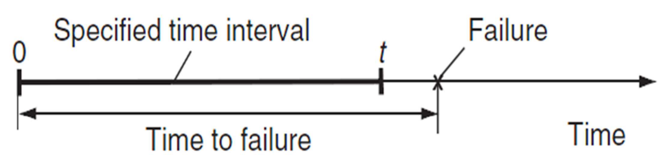
بينما $lim_{t\to\infty} R(t) = 0$

والشكل (2-1) يمثل دالة المُعَوَّلية، إذ يمثل المحور السيني الوقت t والمحور الصادي يمثل قيمة دالة المُعَوَّلية $R(t)$ إذ يتبين ن الشكل التناسب العكسي بين قيمة دالة المُعَوَّلية $R(t)$ والزن t.



الشكل (2-1) (دالة المُعَوَّلية) [35]

بينما يبين الشكل (2-2) كيف ان المُعَوَّلية قياس لإحتمال عمل النظام أوكوناته بدون فشل أثناء الفترة الزنية المحددة [0,t) تحت شرو وظروفعينة:



الشكل (2-2) (المُعَوَّلية قياس لإحتمالية الفشل الذي يكون أكبرن الزن المحدد t) [38]

3-2 الدوال المرتبطة بالمُعَوَّلية

توجد عدة دوالهمة ولها علاقة بالمُعَوَّلية وترتبط بها إرتباطاًباشراً بصورةٍ أو بأرى، ون هذه الدوال التي يمكن عن ريقها تمييز أي توزيعن توزيعات الفشل والتي تكونعرفة بالفترة $[0,\infty]$ للمتغير العشوائي T والذي غالباًا يكونستمراً حتى حدوث الفشل هي:

1-3-2 دالة الكثافة للفشل ***Failure density function f(t)*** [45] [43] [31] [22]

وهي إحتمال فشل النظام خلال الفترة $(t,t+\Delta t)$ بغض النظر عن صغر قيمة Δt (والتي تمثل التغير في قيمة المتغير العشوائي T اي ان $\Delta t = T_2 - T_1$) ويطلق على هذه الدالة ايضاً معدل الفشل اللاشرطي (*Unconditional failure rate*).

كما ويمكن التعبير عن دالة الكثافة للفشل رياضياً بالصيغة الآتية:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Pr(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \qquad , \quad t \geq 0 \quad \ldots \qquad (2-2)$$

وهذه الدالة لها خصائص دالة الكثافة الإحتمالية (*Probability density function*) أي أن:

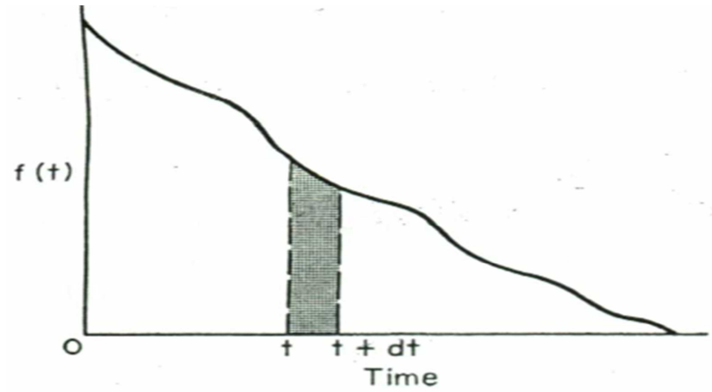
- $f(t)$ موجبة دائماً.
- مجموع المساحة تحت منحنى $f(t)$ مساوية دائماً إلى الواحد الصحيح أي أن:

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1 \qquad \ldots \qquad (2-3)$$

وإن إحتمال حدوث الفشل في الفترة $[t_1, t_2]$ يمكن التعبير عنه رياضياً بالشكل الآتي:

$$P (t_1 \leq \mathrm{T} \leq t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(u)du \qquad \ldots \qquad (2-4)$$

والشكل (2-3) يوضح الحالة العامة لدالة الكثافة الإحتمالية للفشل $f(t)$ مع الزمن t، والمساحة للشكل المتعرج هي عبارة عن $f(t)dt$ والمساحة المحددة بين $t,t+\Delta t$ هي عبارة عن إحتمال الفشل في هذه الفترة $[t_1, t_2]$ولذلك فإن إحتمال الفشل في الفترة t_1 إلى t_2 هو عبارة عن $\int_{t_1}^{t_2} f(u)du$.



الشكل (2-3) (دالة الكثافة الاحتمالية) [20]

2-3-2 دالـــة توزيع الفشل [29][34][35][42] ***Failure function F(t) distribution***

وهي دالة التوزيع التجميعية أو التراكمية للزمن t حتى حدوث الفشل (*function Cumulative distribution*)

والتي تعرف بأنها إحتمال فشل المفردة أو النظام قبل الوقت t وتسمى أيضاً بدالة اللامعَوَّلية (*Unreliability function*) ويرمز لها بالرمز *F(t)* ويعبر عنها رياضياً:

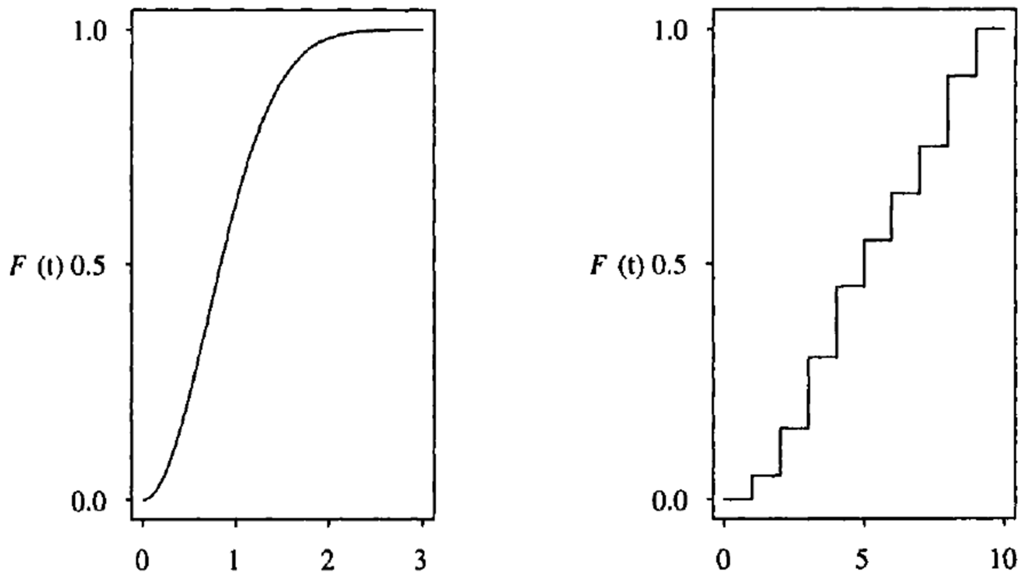
$$F(t) = P(T \leq t) \qquad , \quad t \geq 0 \qquad \ldots \qquad (2-5)$$

إذ أن T يمثل الوقت حتى حدوث الفشل

$$F(t) = \int_0^t f(u)du \qquad \ldots \qquad (2-6)$$

إذ أن *f (u)* هي دالة الكثافة الإحتمالية للفشل للزمن t.

والشكل (2-4) يمثل دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المتقطعة والمستمرة إذ يمثل الشكل a على اليمين دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المتقطعة والشكل b الذي على اليسار يمثل دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المستمرة والذي نلاحظ فيه التزايد الرتيب لهذه الدالة والذي يبدأ بالصفر لينتهي بالواحد:



a.التوزيعات المتقطعة

b.التوزيعات المستمرة

الشكل (2-4) (دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات المتقطعة والمستمرة) [33]

إن دالة التوزيع التجميعية هي دالة□تممة لدالة المُعَوَّلية أي أن□جموع الدالة المُعَوَّل عليها *R(t)*□ع الدالة التي لا يُعَوَّل عليها *F(t)* يساوي واحد وهي تتناسب عكسياً□ع دالة المُعَوَّلية وعلى فرض أن $R(t)$هي دالة المُعَوَّلية فإن:

$$R(t) + F(t) = 1 \qquad \ldots \qquad (2-7)$$

و□نها فإن:

$$R(t) = 1 - F(t) \qquad \ldots \qquad (2-8)$$

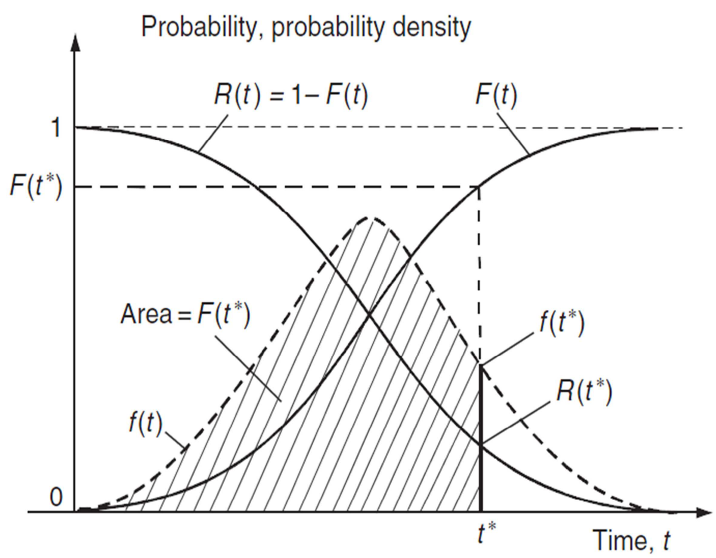
أو

$$F(t) = 1 - R(t) \qquad \ldots \qquad (2-9)$$

وبما إن□ن□صائص الدالة المُعَوَّلية $R(t)$ أنها دالة رتيبة□تناقصة وقد تنتهي بأقل قيمة لها وهي الصفر فإن□ن□صائص دالة التوزيع التجميعية $F(t)$ أنها دالة رتيبة□تزايدة وإن أعلى قيمة قد تبلغها هي الواحد □حيح. وتتصف دالة توزيع الفشل بخصائص الدالة التجميعية *(C.d.f)* حيث أنها □وجبة ولأنها إحتمالية فهي أكبر أو تساوي □فر وأقل أو تساوي الواحد ($0 \leq F(t) \leq 1$) .

وبما أنه لا يمكن لأي جهاز أن يفشل قبل أن يعمل أي عند□ا ($t=0$) فإن($F(0) =0$) ، وإن أي جهاز يعمل لابد له أن يبدأ بالفشل أي بعد□رور فترة□ن الز□ن $t \geq 0$ وعند□ا ($t \to \infty$) فإن [$lim_{t\to\infty} F(t) = 1$] .

والشكل (2-5) يوضح الخصائص المذكورة آنفاً لكل□ن الدالة التجميعية والدالة المُعَوَّلية حيث نلاحظ أن أعلى قيمة لدالة المُعَوَّلية $R(t)$ هي الواحد □حيح وأعلى قيمة للدالة المتممة لها $F(t)$ الواحد □حيح أيضاً، وكذلك يبين دالة الكثافة الإحتمالية $f(t)$، والمنطقة المظللة تحت□نحنى هذه الدالة والتي□جموع□ساحتها□ساوي إلى الواحد □حيح دائماً.



الشكل (2-5) (دالة المُعَوَّلية ودالة التوزيع التجميعية للز□ن حتى حدوث الفشل ودالة الكثافة الاحتمالية) [38]

إن إحتساب إحتمال فشل النظام في الفترة [t_1, t_2] بإستخدام المُعَوَّلية يمكن التعبير عنه بالشكل الآتي:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)dt = \int_{t_1}^{\infty} f(u)dt - \int_{t_2}^{\infty} f(u)dt \quad \ldots \quad (2-10)$$

$$= R(t_1) - R(t_2) \quad \ldots \quad (2-11)$$

أ□ا في حالة إحتساب إحتمال فشل النظام في الفترة $[t_1, t_2]$ عن □ريق دالة توزيع الفشل أو اللا□عَوّلية فإن:

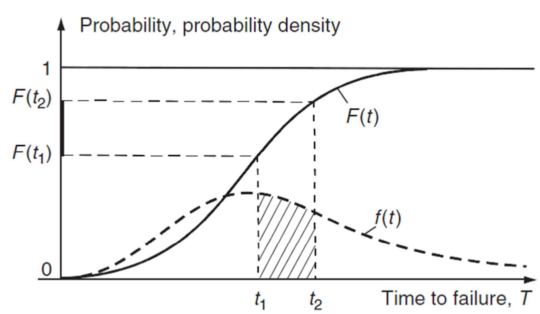
$$\int_{t_1}^{t_2} f(u)dt = \int_{-\infty}^{t_2} f(u)dt - \int_{-\infty}^{t_1} f(u)dt \qquad \ldots \qquad (2-12)$$

$$= F(t_2) - F(t_1) \qquad \ldots \qquad (2-13)$$

كذلك فان المساحة تحت□نحنى دالة الكثافة الإحتمالية والتي تتجه إلى اليسار تساوي $F(t)$ ، وإن المساحة تحت□نحنى دالة الكثافة الإحتمالية بين t_1و t_2 هي:

$$F(t_2) - F(t_1) = P(t_1 < T \leq t_2) \qquad \ldots \qquad (2-14)$$

والشكل (2-6) يمثل إحتمال الز□ن حتى حدوث الفشل والذي يقع بين t_2, t_1 وإن المنطقة المظللة (*Hatched area*) تمثل $F(t_2) - F(t_1)$



الشكل (2-6) (دالة التوزيع التجميعية ودالة الكثافة الاحتمالية للز□ن حتى حدوث الفشل) [38]

2-3-3 دالة الخطورة ***Hazard function h (t)*** [29] [21] [16]

وهي دالة إحتمالية شر□ية لكنها غير رتيبة وتسمى أيضاً بدالة□عدل الفشل (*Failure rate function*) وهي إحتمال فشل المفردة أو النظام □لال الفترة الز□نية $(t, t+\Delta t)$ علماً أن المفردة أو النظام يعمل (لم يفشل) حتى الز□ن t وير□ز لها بالر□ز $h(t)$ أي أن:

$$h(t) = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t \backslash T > t)}{\Delta t} \quad \ldots \quad (2-14)$$

وعندما $\Delta t \to 0$ نحصل على دالة معدل الفشل او ما يسمى بدالة الخطورة (h(t)) وبالشكل الآتي:

$$h\,(\,t\,) = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{P\{t\,, t + \,\Delta\, t\,\backslash t\,\}}{\Delta\, t}\right] \quad \ldots \quad (2-15)$$

$$h\,(\,t\,) = \frac{d\,F(\,t\,)}{d\,t}\,.\frac{1}{R\,(\,t\,)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad \ldots \quad (2-16)$$

أو بمعنى آخر إن معدل الفشل في الفترة $[t_1, t_2]$ يمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$\frac{R(t_1) - R(t_2)}{(t_2 - t_1)R(t_1)}$$

وعليه يكون معدل الفشل في الفترة $[t, t + \Delta t]$ بالشكل الآتي:

$$\frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)}$$

ولأن دالة الخطورة هي الغاية لمعدل الفشل عندما تقترب الفترة من الصفر فإن دالة الخطورة تكون بالصيغة الآتية:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)} \quad \ldots \quad (2-17)$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)}\left[-\frac{\partial}{\partial t}R(t)\right] \quad \ldots \quad (2-18)$$

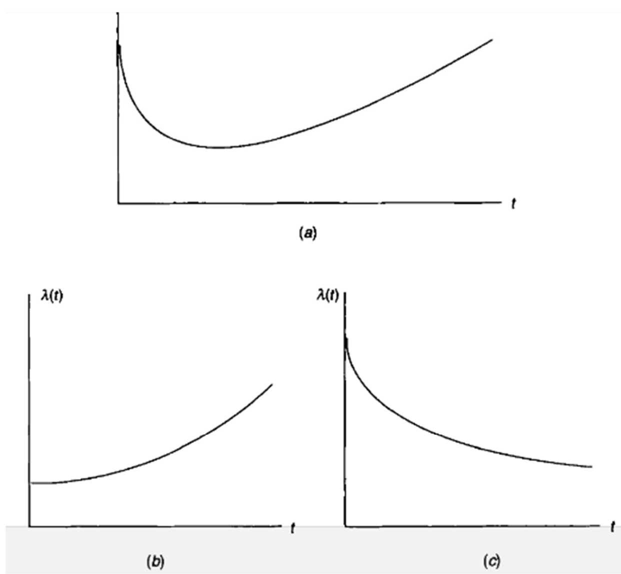
كذلك يمكن القول أن:

$$h(t) = \begin{cases} \dfrac{f(t)}{R(t)} & R(t) > 0 \\ \infty & R(t) = 0 \end{cases} \quad \ldots \quad (2-19)$$

تأتي أهمية دالة الخطورة من كونها تعبر عن التغير في معدل الفشل خلال عمر الماكنة وذلك عن طريق التعبير أو تمثيل الخطورة لكل مفردة منها فعلى سبيل المثال لو كان لدينا نظامين يعطي كل منهما مُعَوَّلية الأمر نفسها في نقطة معينة في الزمن، فإن دالة الخطورة لهما لن تكون متماثلة.

إن معدل الموت أو الوفاة في النظرية الإحصائية يماثل أو يناظر معدل الفشل *(Failure Rate)* ويكون معدل الوفيات مناظراً لدالة الخطورة، لذلك تكون دالة الخطورة *(The hazard function)* أو معدل الخطورة *(hazard rate)* أو دالة معدل الفشل *(failure rate function)* هي النسبة لدالة الكثافة الإحتمالية إلى دالة المُعَوَّلية.

والشكل (2-7) يمثل دالة الخطورة لثلاث حالات من الفشل:



الشكل (2-7) بعض حالات دوال الخطورة [31]

فالشكل (a)يمثل دالة الخطورة لمعدل الفشل للمكائن (*hazard for machine mortality*) في حين يمثل الشكل (b) إقتراب المكائن للقِدَم (الهرم) بالإتجاه الموجب (*positive aging*) أ□ا بالنسبة للشكل (c) فهو يمثل دالة الخطورة لقدم المكائن ولكن بالإتجاه السالب (*negative aging*).

أي أن□عدل الخطورة (*hazard rate*) □لال العمر التشغيلي يظهر بثلاث□راحل: [30]

المرحلة الأولى:□رحلة التشغيل التجريبي أو الفشل في وقت□بكر (*early failures*) وتتميز هذه المرحلة بإنخفاض كفاءة الأداء ويكون فيها □عدل الإ□فاق أو الخطورة □تناقص □ع الز□ن *(DF) (Decreasing failure rate)* بسبب أ□طاء في تصميم الماكنة أو سوء الإستخدام لهذه الماكنة والتي تحدث تأثيراً في□كونات الماكنة□مّا يؤدي إلى عطلها المبكر الذي سرعان□ا يعالج بعد التشغيل□باشرة.

المرحلة الثانية:□رحلة العمر المفيد أو النافع (*useful life*) وتمثل فترة الفشل الطبيعية

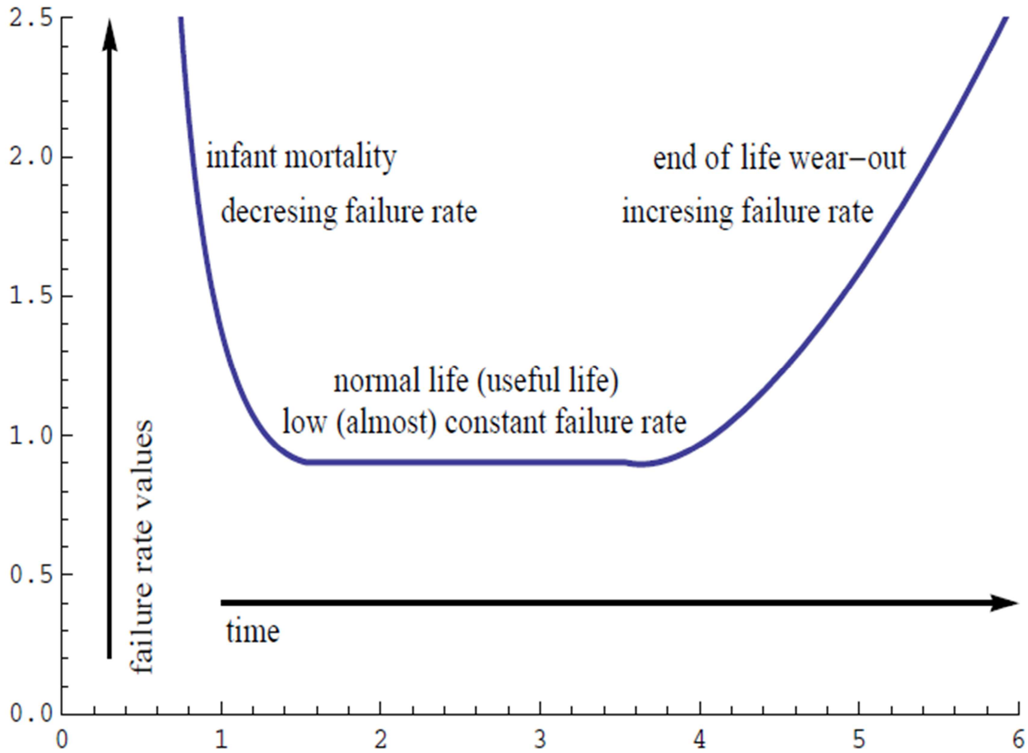
(*Normal failures*) وتمتاز هذه المرحلة بان□عدل الخطورة فيها يميل إلى أن يكون ثابتاً إذ يكون فيها العطل عشوائياً أو بالصدفة.

أ□ا **المرحلة الثالثة:** فهي□رحلة تقادم الآلة في العمر و□ن ثم إستهلاكها وفيها تزداد العطلات بشكل □لحوظ *(IFR) (Increasing failure rate) ويحدث* هذا بسبب التقادم او السوفان

(*Wear out failures*) وتتميز هذه المرحلة أيضاً بإنخفاض في كفاءة الأَداء وإرتفاع الخسارة بسبب التلف والإندثار والضياعات وغيرها نتيجة لكثرة العطلات والتوقفات الإضطرارية.

وتشترك كل المكائن والآلات بالخصائص الع□ة لهذا المنحنى الا أنها تختلف في الز□ن المستغرق لحدوث أي□رحلة فيها.

إن هذه المراحل الثلاث تشكل□ا يسمى بحوض الإستحمام (*Bath tube shape*)، والشكل (2-8) يمثل هذا المنحنى والمراحل الثلاث لمعدل الخطورة :



الشكل (2-8) (□نحنى حوض الإستحمام) [16]

وكلما إرتفعت دالة الخطورة قلَّ□قدار التعويل أي بعبارة أ□رى إن دالة الخطورة $h\ (t)$ تتناسب عكسياً□ع دالة المُعَوَّلية $R(t)$ و□ردياً□ع دالة الكثافة الإحتمالية $f(t)$ لذلك فان العلاقة التي تربط هذه المفردات الثلاث والمتمثلة بالمعادلة (2-16) يمكن الإستفادة□نها وتطبيقها في الواقع، وإن□عرفة أي إثنين□ن هذه الدوال تمكننا□ن الحصول على الدالة الثالثة.

2-3-4 دالة الخطورة التجميعية ***Cumulative hazard function*** [29] [27] [26] ***(H(t))***

ويمكن تعريفها بأنها حا□ل جمع قيم□عدلات الفشل □لال الفترة (0 , t) وير□ز لها بالر□ز $H(t)$ ويعبر عنها رياضياً بالصيغة الآتية:

$$H(t) = \int_0^t h(u)du \qquad \dots \qquad (2-20)$$

وبما أن:

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) \qquad \ldots \qquad (2-21)$$

$$f(t) = \frac{d}{dt}\left(1 - R(t)\right) = -\acute{R}(t) \qquad \ldots \qquad (2-22)$$

وبذلك يمكن كتابة المعادلة (2-16) بالصورة الآتية:

$$h(t) = -\frac{\acute{R}(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt}\ .Ln\, R(t) \qquad \ldots \qquad (2-23)$$

$$\int_0^t h(u)du = -Ln\, R(u)]_0^t \qquad \ldots \qquad (2-24)$$

$$\int_0^t h\,(u)du = -Ln\, R(t) + Ln\, R\,(0) \qquad \ldots \qquad (2-25)$$

ولأن:

$$R\,(t{=}0) = 1$$

لذلك فإن المعادلة المذكورة آنفاً ستكون:

$$\int_0^t h(u)du = -Ln\, R(t) \qquad \ldots \qquad (2-26)$$

و□نها فإن:

$$R(t) = \exp[-\int_0^t h\,(u)du\,] \qquad \ldots \qquad (2-27)$$

$$R(t) = \exp[-H(t)] \qquad \ldots \qquad (2-28)$$

والجدول (2-1) يبين العلاقة بين الدالة الإحتمالية والتجميعية ودالة المُعَوَّلية ودالة الخطورة ودالة الخطورة التجميعية:

الجدول (2-1) العلاقة بين دوال الكثافة للفشل f (t) وتوزيع الفشل F (t) والمُعَوَّلية R (t) والخطورة h (t) والخطورة التجميعية H (t) [34] [28]

To om	f(t)	F(t)	R(t)	h(t)	H(t)
f(t)	-	$\int_0^t f(u)\,du$	$\int_t^\infty f(u)\,du$	$\frac{f(t)}{\int_t^\infty f(u)du}$	$\ln\left\{\int_t^\infty f(u)du\right\}$
F(t)	$\frac{d}{dt}F(t)$	-	$1-F(t)$	$\frac{\frac{d}{dt}F(t)}{1-F(t)}$	$-\ln[1-F(t)]$
R(t)	$-\frac{d}{dt}R(t)$	$1-R(t)$	-	$\frac{d}{dt}\ln R(t)$	$-\ln R(t)$
h(t)	$h(t)exp\left\{-\int_0^t h(u)du\right\}$	$1-exp\left\{-\int_0^t h(u)du\right\}$	$exp\left\{\int_0^t h(u)du\right\}$	-	$\int_0^t h(u)du$

H(t)	$\left\{\frac{d}{dt}H(t)\right\}exp\{-H(t)\}$	$1-exp\{-H(t)\}$	$exp\{-H(t)\}$	$\frac{d}{dt}H(t)$	-

5-3-2 دالة متوسط معدل الفشل *FRA (t) Failure rate average* [36] [30]

وتسمى أيضاً □عدل نسبة الإ□فاق وهي □عدل نسبة الفشل في الفترة (0, t) وهي عبارة عن ناتج قسمة دالة الخطورة التجميعية على الز□ن t وير□ز لها بالر□ز *FRA (t)* ويعبر عنها رياضياً:

$$FRA\,(\,t\,) = \frac{H\,(\,t\,)}{t} \qquad \dots \qquad (2-29)$$

و□ن المعادلة (2-26) نحصل على:

$$H\,(\,t\,) = -Ln\,R\,(\,t\,) \qquad \dots \qquad (2-30)$$

وبالقسمة على الز□ن t وبتطبيق المعادلة (2-29) نحصل على:

$$FRA\,(\,t\,) = \frac{-\,Ln\,R\,(\,t\,)}{t} \qquad \dots \qquad (2-31)$$

4-2 قياس المُعَوَّلية *Measuring reliability* [46] [34]

يمكن قياس المُعَوَّلية عن □ريق إستخدام بعض المقاييس او المؤشرات وعليها تترتب إ□كانية إتخاذ القرار المناسب بصيانة الماكنة او إستبدالها، و□ن هذه المقاييس أو المؤشرات:

1-4-2 متوسط الوقت بين فشل وآخر *Mean time between failures (MTBF)*

وهو □ن المقاييس ذات الأهمية في إتخاذ القرار بالنسبة للمستخدم في تحديد سعر المنتج *RFQ* *(Request For Quote)* بدون الحاجة إلى بيانات سابقة أو بيانات دقيقة. ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$MTBF = \frac{Total\ time\ of\ all\ units}{Total\ failures} \qquad \dots \qquad (2-32)$$

والتي تمثل حا□ل قسمة □جموع الوقت لكل الوحدات (المكائن) على □جموع العطلات.

إن □توسط الوقت بين فشل و□ر يعرف على أنه □عكوس □عدل الفشل أي عند□ا تخضع العطلات إلى توزيع بواسون فإن أوقات العمل بين العطلات تخضع للتوزيع الأُسي وإن □علمة التوزيع λ يمكن التعبير عنها بأنها □عكوس □توسط الوقت بين فشل وآ□ر أي أن $\lambda = \frac{1}{MTBF}$ و□نها نستطيع أن نتو□ل إلى تقدير المعلمة λ إذ أن:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{\widehat{MTBF}} \qquad \dots \qquad (2-33)$$

2-4-2 متوسط الوقت للإصلاح *Mean time to repair (MTTR)*

وهو□ن المقاييس المهمة التي تُستخدم في دراسة □يانة الأنظمة وهو□توسط الوقت اللازم لإ□لاح المركبة، وهو يعني بصورة عا□ة إ□لاح او إستبدال الجزء العا□ل، لذلك يعتبر□قياس لكفاءة العا□لين في الصيانة فكلما ارتفع بقيمته كان ذلك دليلاً على إنخفاض الكفاءة وتحسب قيمته□ن قيمة□توسط الحياة للتوزيع لأوقات الإ□لاح، أي أنه يمثل□توسط الوقت□ن لحظة حدوث الفشل إلى اللحظة التي تصبح فيها الماكنة □الحة للعمل. فلو كان T □تغير عشوائي يمثل وقت الإ□لاح او □جموع وقت التعطل *(Total downtime)* وكانت $g(t)$ دالة الكثافة لوقت الإ□لاح *(Repair time density function)* فان *MTTR* يمثل القيمة المتوقعة للمتغير العشوائي لوقت الإ□لاح وليس لوقت الفشل ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$MTTR = \int_{0}^{\infty} t\, g(t) dt \qquad \dots \qquad (2-34)$$

فلو كان للتوزيع كثافة وقت إ□لاح $g(t) = Me^{-Mt}$ فإن□توسط الوقت للإ□لاح يكون بالصيغة الآتية:

$$MTTR = \frac{1}{M} \qquad \dots \qquad (2-35)$$

3-4-2 متوسط الوقت للفشل *Mean time to failure (MTTF)*[27] [35]

ويُعد□ن أهم المقاييس وهو عبارة عن القيمة المتوقعة لز□ن الإشتغال حتى حدوث الفشل الأول فهو يمثل□توسط الوقت بين إكمال التصليح الأ□ير وبداية الفشل القادم وهو قيمة إحصائية يُستفاد□نه للفترات الز□نية الطويلة وللأعداد الكبيرة□ن الوحدات الصناعية، وبشكل تقني فإن *MTBF* يُستخدم فقط للأنظمة القابلة للإ□لاح في حين أن *MTTF* يُستخدم للأنظمة غير القابلة للإ□لاح، و□ع ذلك يُستخدم *MTBF* عمو□اً لكلا النظا□ين القابلة وغير القابلة للإ□لاح.

ويمكن التعبير عن□توسط الوقت للفشل بالشكل التالي:

$$MTTF = \frac{\sum Total\ time\ of\ all\ units}{Number\ of\ failures} \quad \ldots \quad (2-36)$$

ومن المعلوم أن متوسط الوقت للفشل يعبر عنه ب $E(t)$ فان:

$$MTTF = E\,(t) = \int_0^\infty t\, f\,(t)\, dt \quad \ldots \quad (2-37)$$

وبما أن $f\,(t) = -\acute{R}\,(t)$

فإن

$$MTTF = -\int_0^\infty t\, \acute{R}\,(t) dt \quad \ldots \quad (2-38)$$

وبإستخدام التكامل بالتجزئة

$$MTTF = -[\,t\, R\,(t)\, |_0^\infty] + \int_0^\infty R\,(t) dt \quad \ldots \quad (2-39)$$

وإذا كان $MTTF < \infty$ إذاً نرى أن:

$$[\,t\, R\,(t)] = 0$$

في هذه الحالة

$$MTTF = \int_0^\infty R(t) dt \quad \ldots \quad (2-40)$$

وعليه تكون معَوَّلية الماكنة j^{th} التي تمثل احتمالية قيام تلك الماكنة بالعمل خلال فترة زمنية محددة t ممثلة بالصيغة الآتية:

$$R_j(t) = e^{\frac{-t}{MTTF}} \quad \ldots \quad (2-41)$$

ن الممكن إيجاد قيمة ال *(MTTF)* ن المعادلة (2-41)، وكذلك يمكن إيجاد ال *(MTTF)* بإستخدام تحويل لابلاس (*Laplace transforms*)* .

إن تحويل لابلاس لدالة المُعَوَّلية *R(t)* سيكون كما يأتي:

$$R^*(s) = \int_{o}^{\infty} R(t)e^{-st}dt \quad \ldots \quad (2-42)$$

وعندما تكون S=0

$$R^*(0) = \int_{0}^{\infty} R(t)dt = MTTF \quad \ldots \quad (2-43)$$

كما ويعد *MTTF* ن أحد القياسات المستخدة لمركز توزيع الحياة (وسيط الحياة) ويمكن التعبير عنه بما يأتي:

$$R\,(tm) = 0.\,50$$

أي أن الوسيط يقسم أي توزيع ن توزيعات الحياة إلى قسمين هما:

الأول: النظام يفشل قبل الوقت *tm* بإحتمال % 50.

والثاني: النظام يفشل بعد الوقت *tm* بإحتمال % 50.

أما المنوال لتوزيع الحياة هو الأكثر ترجيحاً لأن يكون وقت للفشل، فالوقت t_{mode} يحرز على أعلى كانة له عندما تكون دالة الكثافة الإحتمالية f(t) بالشكل الآتي:

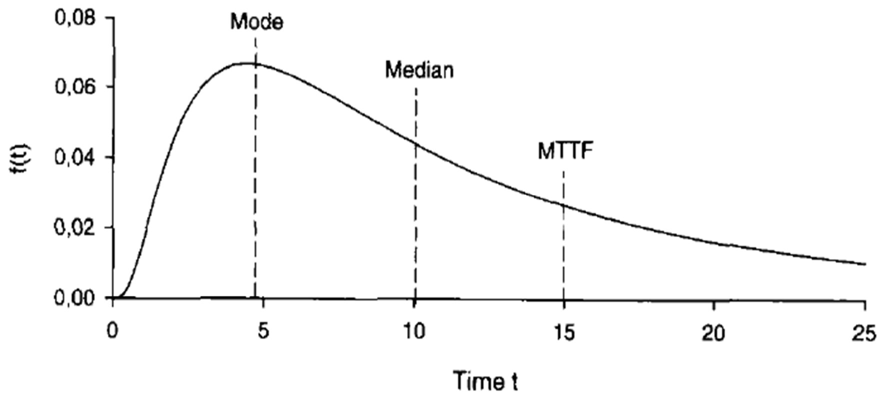
$$f(t_{mode}) = \max_{0\le t\le\infty} f(t)$$

*لتكن *f(t)* دالة وجودة في الفترة $(0,\infty)$. فإن تحويل لابلاس للدالة *f(t)* هو *f*(s)* ويعرف بالصيغة الآتية: [35]

$$f^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t)dt$$

إذ أن *s* عدد حقيقي.

والشكل (2-9) يمثل □وضع □توسط الوقت للفشل *(MTTF)* والوسيط *(Median)* والمنوال *(Mode)* للتوزيع إذ نلاحظ أن□وقعها جميعاً ينحرف إلى اليمين.



الشكل (2-9)□وقع ال*Median*، *Mode*، *MTTF* [34]

أ□ا تباين الز□ن حتى حدوث الفشل *(VTTF) (Variance Time To Failure)* يمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$Var\,(T) = E\,(T^2) - [E\,(T)]^2 \qquad \dots \qquad (2-44)$$

$$= \int_0^\infty t^2 f\,(t)dt - [\int_0^\infty t\, f\,(t)dt\,]^2 \qquad \dots \qquad (2-45)$$

4-4-2 الإتاحة *Availability* [28]

وهي قدرة المركبة أو الماكنة *(item)* القابلة للإ□لاح أو الصيانة لتنفيذ العمل المطلوب□نها □لال فترة ز□نية□حددة، فهي إحتمال أن الماكنة في حالة عمل في الفترة المحددة، وهي تمثل النسبة بين□توسط الوقت بين فشل وآ□ر إلى□جموع□توسط الوقت بين فشل وآ□ر□ضافاً إليه□توسط وقت الإ□لاح ويمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$Availability = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \qquad \dots \qquad (2-46)$$

$$A = \frac{1}{1 + \frac{MTTR}{MTBF}} \qquad \dots \qquad (2-47)$$

إذ أن $\frac{MTTR}{MTBF}$ يمثل نسبة متوسط الزمن اللازم للإصلاح إلى متوسط الزمن بين فشل وآخر. فكلما إنخفضت هذه النسبة (أي إنخفضت التوقفات أو أوقات الفشل) إرتفع معدل الإتاحة وفي حالة عدم وجود فشل ومن ثَمَّ عدم وجود أوقات بين فشل وآخر فإن الإتاحة ستكون كاملة اي 100% حسب العلاقة المذكورة آنفاً.

إن الإتاحة $A(t)$ للزمن t هي:

$$A(t) = P\ (\text{item is functioning at time } t)$$

إذ أن مصطلح (*functioning*) يعني هنا أن المركبة أو الماكنة في حالة عمل متى ما طُلِبَ منها ذلك.

إن الإتاحة تشابه وتساوي المُعَوَّلية في المكائن غير القابلة للإصلاح، أما في حالة المكائن القابلة للإصلاح فإن المُعَوَّلية لا تتغير أما الإتاحة فإنها تكون قد تغيرت.

إن معدل الإتاحة (*Average Availability*) يسجل معنى إنتساب زمن المركبة في حالة إستمرارها بالعمل فلو كان لدينا مركبة مُصانة (جيدة كالجديدة) يكون معدل الإتاحة لها بالصيغة الآتية:

$$A_{av} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} = \frac{1}{1 + \frac{MTTR}{MTTF}} \qquad \ldots \qquad (2-48)$$

إذ أن *(MTTF)* يدل على متوسط وقت إستمرار المركبة على العمل.

وإن *(MTTR)* يدل على متوسط الوقت للإصلاح.

وأحياناً يُستخدم *MDT* (*Mean downtime*) والذي نعني به متوسط وقت التوقف عن العمل بدلاً من *MTTR* أي نستخدم متوسطات زمن التوقف عن العمل بدلاً عن متوسط الزمن للإصلاح لإيجاد معدل الإتاحة.

ومن الجدير الإشارة إلى أن:

$$MTBF = MTTF + MTTR \qquad \ldots \qquad (2-49)$$

5-2 التوزيعات الإحصائية *Statistical distribution* [40]

يوجد الكثير□ن التوزيعات المستمرة والمتقطعة التي يمكن أن تكون دوال الكثافة الإحتمالية لها تستخدم لنماذج ز□ن الحياة (*Lifetime*) ولذلك سنتطرق إلى ذكر أسماء□جموعة□ن هذه التوزيعات على سبيل المثال لا الحصر.

1-5-2 التوزيعات المستمرة *Continuous distribution*

- التوزيع الأُسي (The exponential distribution)
- توزيع كَا□ا (The gamma distribution)
- توزيع ويبل (The Weibull distribution)
- توزيع اللوغاريتم الطبيعي (The lognormal distribution)
- □عكوس توزيع كَاوس (The inverse Gaussian distribution)

وهذه التوزيعات تتصف بخا□ية فقدان الذاكرة *(Memoryless property)* والذي يسمى أيضاً بالتطور بدون تأثيرات لاحقة ويمكن إعتماد هذه الخا□ية في إيجاد وإحتساب قيمة المُعَوَّلية. وتمتلك هذه التوزيعات دالة □خا□رة □تغيرة □لال الز□ن t □اعدا التوزيع الأُسي فهو يمتلك دالة □خا□رة ثابتة.

2-5-2 التوزيعات المتقطعة *Discrete distribution*

كذلك بالنسبة للتوزيعات المتقطعة توجد عدة توزيعات تستخدم الأعداد الصحيحة كمتغيرات عشوائية لها تطبيقات هي الأ□رى في المُعَوَّلية وهي:

- توزيع بواسون (The Poisson distribution)
- توزيع ذو الحدين (The binomial distribution)
- توزيع فوق الهندسي (The hypergeometric distribution)

إن عدد حالات الفشل تكون قليلة ونادرة عند□ا تكون المكائن والآلات حديثة، وإن في الجانب التطبيقي وُجِدَ أن عدد حالات التوقف عن العمل أو عدد□رات الفشل تخضع إلى توزيع بواسون وعليه سيتم التحدث عن هذا التوزيع بشيء□ن التفصيل.

6-2 توزيع بواسون ***Poisson distribution*** [40]

عُرِفَ توزيع بواسون □ن لدن عالم الرياضيات الفرنسي المشهور سيمون بواسون (1781-1840) (*Simeon – Denis Poisson*) ويسمى أيضاً قانون بواسون للأعداد الصغيرة وهو توزيع إحتمالي□نفصل يعبر عن إحتمالية حدوث عدد□ن الأحداث نادرة الحدوث أو غير□توقعة يكون فيها إحتمال النجاح ضعيفاً ، ضمن فترة ز□نية□حددة ولعدد كبير□ن المحاولات .

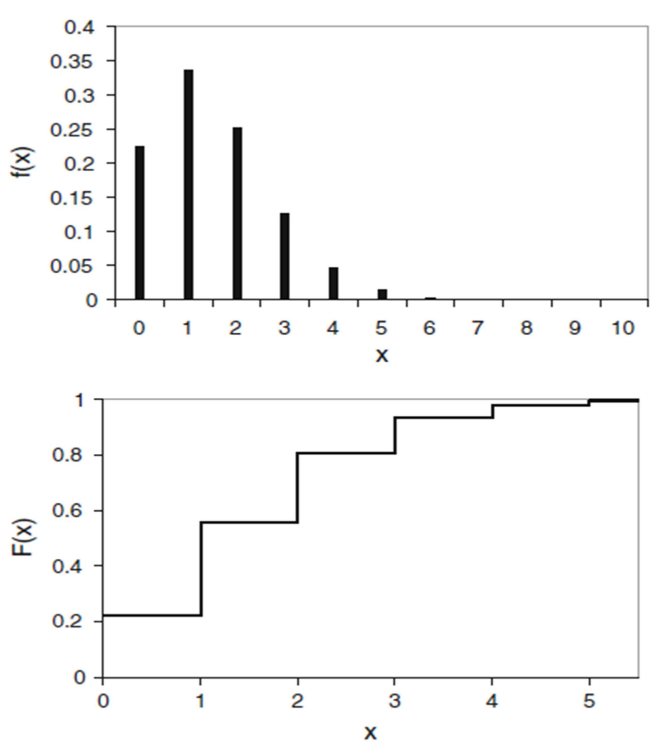
فليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد المرات التي سيحصل فيها الحدث في الفترة الز□نية T فسوف يتبع هذا المتغير التوزيع الآتي والمعروف بتوزيع بواسون:

$$P\ (x\ ) = P\ (\ X = x\ \ ) = \frac{e^{-\lambda}\ \lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0,1,2,\ldots. \qquad \ldots \qquad (2-50)$$

علماً أن λ عدد حقيقي.

و $P(x)$ احتمال حصول الحدث x في الز□ن T .

والشكل (2-10) يمثل دالة الكثافة الإحتمالية ودالة الكثافة التراكمية على التوالي لتوزيع بواسون



الشكل (2-10) دالة توزيع بواسون [28]

كما أن دالة توزيع الفشل (أو دالة التوزيع التجميعية) لتوزيع بواسون تكون بالصيغة الآتية:

$$F(x) = \sum_{i=0}^{x} f(X = i) \quad , \quad x \geq 0 \quad \ldots \quad (2-51)$$

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x=0}^{n} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \quad , \quad n \geq 0 \quad \ldots \quad (2-52)$$

إن توزيع بواسون يقترب من توزيع ذي الحدين *(Binomial distribution)* عندما يكون النجاح *(p)* ضعيفاً جداً ويقترب من الصفر، وإن حجم العينة التي يقاس منها توزيع بواسون يجب أن يكون كبيراً.

إن متوسط وتباين ومعامل الإلتواء والوسيط ومعلومات فيشر والدالة المميزة لتوزيع بواسون معطاة في الجدول (2-2) وعلى التوالي:

الجدول (2-2) بعض خصائص توزيع بواسون [48]

Properties	***Formula***
Mean	λ
Variance	λ
Skewness	$\lambda^{-\frac{1}{2}}$
Median	$\lvert \lambda + \frac{1}{3} - 0.02/\lambda \rvert$
Fisher info.	λ^{-1}
Characteristic function	$Exp\ (\lambda(e^{it}-1))$

7-2 عمليات بواسون ***Poisson processes*** [49]

إذا كان لنظام ما معدل فشل ثابت *(Constant failure rate)* وليكن λ ويكون أكبر من صفر لعدد x من مرات الفشل خلال t من الزمن فإن عدد الفشل المشاهد في الفترة t له توزيع بواسون بكتلة إحتمالية هي:

$$P_x\,(t\,) = \frac{e^{-\lambda t}\,(\lambda t)^x}{x!} \quad , \quad x = 0,1,2,\ldots \qquad \ldots \qquad (2-53)$$

إذ أن:

x عدد□رات الفشل في الز□ن t.

λ □عدل الفشل.

t يعبر عن الز□ن .

$P_x(t)$ إحتمال حدوث x□ن الفشل في الز□ن t.

e عدد إيلر *(Euler`s number)* $e = \lim_{n\to\infty}(1 + {}^{1}\!/_{n})^n = 2.71828$.

كذلك فان إحتمال عدم وجود أي فشل في الز□ن tهو:

$$P_0(T) = \frac{e^{-\lambda t}\,(\,\lambda t\,)^0}{0!} = \; e^{-\lambda t} \qquad \ldots \qquad (2-54)$$

ولأن دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون $R(k)$ التي هي إحتمال عدم الفشل ل k□ن الحوادث المعدودة في الفترة *(0,t)* والتي يمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية:

$$R(k) = 1 - \sum_{x=0}^{k} \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} \qquad \ldots \qquad (2-55)$$

ان□علمة دالة التوزيع لعمليات بواسون هي:

$$\lambda\,(\,t\,) = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{P(\,N\,(\,t\,,t + \,\Delta t\,) = 1\,)}{\Delta t} \qquad \ldots \qquad (2-56)$$

وإن□عدل عدد حالات الفشل في الفترة $(0,\,t)$ هو:

$$\lim_{\Delta t\to 0} \frac{P\,(N\,(\,t\,,t + \,\Delta t\,)\; \geq 2\,)}{\Delta t} = 0 \qquad \ldots \qquad (2-57)$$

وإن الوسط الحسابي للحوادث في الفترة الز□نية *(0,t]* والذي يمثل التوقع لعدد□رات الفشل هو:

$$E\big(N(t)\big) = \sum_{x=0}^{\infty} x \,.\, P(N(t) = x) = \lambda t \qquad \ldots \qquad (2-58)$$

في حين أن التباين للحوادث في الفترة الزمنية $[0,t)$ هو:

$$Var\,(N\,(t)) = \lambda t \qquad \ldots \qquad (2-59)$$

وعندما تكون الحادثة أو n من الحوادث حدثت في الفترة الزمنية $(t, t+\Delta t)$ فهذا يعني أن كل قيم الزمن في هذه الفترة هي أكبر من t وأصغر أو تساوي $t+\Delta t$ علماً أن Δt متناهية في الصغر حتى أنها تكاد تقترب إلى الصفر، وإن الحوادث التي تحدث في الفترة $(t, t+\Delta t)$ مستقلة عن الحوادث التي تحدث في الفترة $(0, t]$ وعليه يكون:

- إحتمال عدم حدوث أي حادثة في الفترة $(t, t+\Delta t)$ هو:

$$P\{no\ events\ during(t, t+\Delta t)\} = 1 - \lambda\Delta t + 0(\Delta t) \qquad \ldots \qquad (2-60)$$

- إحتمال حدوث حادثة واحدة خلال الفترة $(t, t+\Delta t)$ هو:

$$P\{one\ event\ during(t, t+\Delta t)\} = \lambda\Delta t + 0(\Delta t) \qquad \ldots \qquad (2-61)$$

- إحتمال حدوث حادثتين او أكثر في الفترة $(t, t+\Delta t)$ هو:

$$P\{two\ or\ more\ events\ during(t, t+\Delta t)\} = 0(\Delta t) \qquad \ldots \qquad (2-62)$$

وبشكل عام فإن الشرطين الوحيدين اللذين يجب توافرهما في العملية العشوائية (*Stochastic process*) لتكون عملية بواسونية هما:

1. خاصية **الإستقرار** *(The Stationary property)* التي تقريباً نعني بها

$$\lim_{\Delta t \to 0} P\,(\,N\,(\,t +\ \Delta t\,) - N\,(\,t\,) > 1\ \backslash N\,(\,t +\ \Delta t\,) - N\,(t\,) \geq 1) = 0$$

الذي يشير ضمناً إلى أن العطلات لا تحدث في الوقت نفسه.

2. خاصية **فقدان الذاكرة** *(Memoryless property)*

يُقال عن المتغير العشوائي بأنه يمتلك خاصية فقدان الذاكرة إذا كان $P(X > 0) = 1$ وهذا يعني أن المتغير X هو متغير عشوائي موجب لكل $t \geq 0$ و $X > 0$ إذ أن:

$$P(X > t + x) = P(X > x)\, P(X > t) \qquad \ldots \qquad (2-63)$$

أي أن عدد العطلات أو الفشل الذي يحدث في فترة زمنية محددة بعد الوقت t تكون مستقلة عن العطلات أو الفشل الذي يحدث قبل الوقت t. أي أن حدوث حادثة مستقبلية لا يعتمد على المعلومات الحالية أو الماضية بمعنى آخر لا يمكن التنبؤ بحصولها، وبشكل عام إن هذه الشروط غير التقييدية تشير ضمناً إلى أن الوقت بين الأحداث المتتالية (أو بما يسمى بالفترات الزمنية) هو عبارة عن متغيرات عشوائية، وتنقسم عمليات بواسون إلى نوعين رئيسيين وهما:

1. عمليات بواسون المتجانسة Homogenous Poisson processes
2. عمليات بواسون غير المتجانسة Nonhomogeneous Poisson processes

1-7-2 عمليات بواسون المتجانسة *Homogenous Poisson processes (HPP)*

[16] [35]

يُقال أن المتغير العشوائي المعدود $N(t)$ الذي يمثل عدد حالات الفشل للفترة $(0, t]$ يتبع عمليات بواسون المتجانسة إذا كانت معلمة التوزيع λ ثابتة وتتغير بمعدل ثابت خلال الفترة الزمنية $[0, t)$ وتتوفر فيه الشروط الآتية:

- $N(0) = 0$ أي أن عدد حالات الفشل في الوقت t يجب أن تكون صفراً.
- $\{N(t), t \geq 0\}$ لها زيادات مستقلة* ومستقرة**.
- $P(N(\Delta t) = 1) = \lambda \Delta t + 0(\Delta t)$
- $P(N(\Delta t) \geq 2) = 0(\Delta t)$

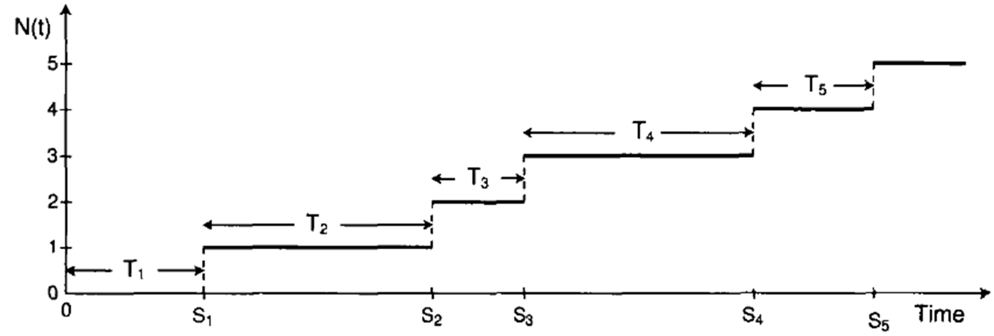
وعليه يكون إحتمال حدوث n من الحوادث في الفترة [a,b] تمثل بالصيغة الآتية:

$$P[N(b) - N(a) = n] = \frac{[\int_a^b \lambda(t)dt]^n e^{-\int_a^b \lambda(t)dt}}{n!} \quad , \quad n = 0,1,2 \ldots$$

* للفترة الزمنية [a < b ≤ c < d] يكون المتغير العشوائي N(a,b] مستقلاً عن المتغير العشوائي N(c,d]. أي أن عدد العطلات التي تحدث في الفترة (a,b] يكون مستقلاً عن عدد العطلات التي تحدث في الفترة (c,d] وهذا ما يسمى بخاصية التزايد المستقلة (Independent increment property).

** يقال إن نقطة العمليات لها زيادات مستقرة عندما يكون الإحتمال لها $P(N(t,t+s=k)$ مستقل عن الوقت t. [47]

والشكل (11-2) يمثل العلاقة بين عدد□رات حدوث الحادثة $N(t)$□ع الفترات الز□نية للفشل على □ر التقويم السنوي:



الشكل (11-2) العلاقة بين عدد الحوادث *N(t)* والحوادث (T_i) وبين الأوقات الز□نية (S_i) [38]

عند□ا يكون حدوث الحوادث بشكل عشوائي □لال فترة ز□نية □عينة ويكون المعدل الز□ني لحدوث الفشل هو كمية ثابتة لكل قيم t أي أنها لا تتأثر بالز□ن في سلوكها تسمى **عملية بواسونية متجانسة**. في حين إذا كان المعدل الز□ني لحدوث الفشل يتغير بتغير الز□ن t والذي يسمى بالمعدل الز□ني للحدوث أو يطلق عليه دالة الشدة *(Intensity function)* وير□ز له بالر□ز λt فأنها تسمى **عمليات بواسون غير المتجانسة**، وتعد دراسة العمليات البواسونية غير المتجانسة□ن الأ□ور المهمة لإرتبا□ها بالحالات أو الظواهر الواقعية والتي يكون فيها المعدل الز□ني لحدوث الحوادث يتغير بتغير الز□ن.

2-7-2 عمليات بواسون غير المتجانسة [19] [16] *Nonhomogeneous Poisson (NHPP) processes*

إن عمليات بواسون التي يكون فيها المعدل الز□ني لحدوث الحوادث (نسبة الحدوث) $\lambda(t)$ □تغيراً لكل قيم t أي أنها تتأثر بالز□ن t في سلوكها، فإنها تسمى عمليات بواسون غير المتجانسة فيقال أن المتغير العشوائي *N (t)* $\{N\ (\ t\ ), t \geq 0\}$ الذي يمثل عدد حالات الفشل للفترة *(0 , t]* يتبع عمليات بواسون غير المتجانسة□ع□عدل فشل λt و $t \geq 0$ (غير ثابت) إذا توافرت الشرو□ الآتية:

- $N\ (0) = 0$ اي ان عدد حالات الفشل في الوقت t يجب أن تكون □فراً.

- $\{N(t), t \geq 0\}$ لها زيادات□ستقلة ولكنها غير□ستقرة.
- إن احتمال حدوث حادثة واحدة□لال الز□ن Δt هو:

$$P\{N(t+\Delta t)-N(t)=1\}=\lambda(t)\Delta t+0\Delta t \qquad \dots \qquad (2-64)$$

- $P\{N(t+\Delta t)-N(t)\geq 2\}=0\Delta t$ أي أن احتمال حدوث أكثر□ن حادثة في المدة الز□نية Δt يقترب□ن الصفر.

إن توزيع عدد الحوادث في الفترة $(t_1, t_2]$ يتبع توزيع بواسون بمعلمة $\lambda(t_2-t_1)$ ولهذا تكون دالة الكثافة الإحتمالية لها بالشكل الآتي:

$$P[N(t_2)-N(t_1)=n]=\frac{[\lambda(t_2-t_1)]^x e^{-\lambda(t_2-t_1)}}{n!} \qquad \dots \qquad (2-65)$$

و□ن الملاحظ أن عمليات بواسون المتجانسة هي حالة□ا□ة□ن عمليات بواسون غير المتجانسة.

وبما أن□عدل الفشل أو دالة الخطورة $h(t)$ في حالة التوزيعات المتقطعة يمكن تعريفها بالشكل الآتي:

$$h_i(t)=\frac{\mathrm{P}(X=i)}{\mathrm{P}(X\geq i)} \quad , \quad i=0,1,\dots \qquad \dots \qquad (2-66)$$

$$h_i(t)=\frac{P_i}{\sum_{j\geq i} P_j} \qquad \dots \qquad (2-67)$$

وعلى فرض أن دالة الكثافة الإحتمالية لتوزيع بواسون هي:

$$P_i=\frac{\lambda^i}{i!}e^{-\lambda} \quad , \quad i=0,1,\dots \quad , \quad \lambda>0 \qquad \dots \qquad (2-68)$$

تكون دالة الخطورة لهذا التوزيع بالشكل الآتي:

$$h_i=\left(1+\frac{\lambda}{i+1}+\frac{\lambda^2}{i+2}+\cdots\right)^{-1} \quad , \quad i=0,1,\dots \qquad \dots \qquad (2-69)$$

كذلك فإن:

$$\lim_{i\to\infty}(h_i)=1 \qquad \dots \qquad (2-70)$$

$$e^{-\lambda}\leq h_i\leq 1$$

8-2 تقدير معلمة ودالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون [35]

Estimation of the parameters and the Reliability function for the Poisson distribution

إن عملية التقدير(*Estimation*) لمعلمات أي□جتمع هي تقريب للخصائص الأ□لية للمجتمع الذي سحبت □نه العينات، ويعد التقدير □ن المسائل المهمة في عملية الإستدلال الإحصائي (*Statistical Inferences*) إذ تكمن أهميته في تقدير □علمات المجتمع الذي يتم عن □ريق إحصاءات يتم الحصول عليها□ن عينة تسحب□ن المجتمع قيد الدراسة.

و□ن المعلوم إن لتوزيع بواسون□علمة (λ) تمثل المتوسط، ولهذه المعلمة تقدير يتم الحصول عليه بإستخدام إحدى □رائق التقدير لذلك لابد□ن البحث عن الطريقة الملائمة التي يتم فيها تقدير هذه المعلمة و□ن ثم تقدير دالة المُعَوَّلية بالإعتماد عليها وإ□تبار الطريقة الأفضل□ن هذه الطرائق التي سوف يتم فيها هذا التقدير.

فهناك □رائق تقدير عدة□نها المعلمية واللا□علمية

وإن□ن أوسع □رائق التقدير الإحصائي المعلمية إنتشاراً والتي وقع إ□تيار الباحثة عليها هي :

- إنحدار بواسون *Poisson regression*.
- الإ□كان الأعظم *Maximum Likelihood*.
- □ريقة التقلص *Shrinkage Method* .

فضلاً عن □ريقة لا□علمية وهي □ريقة كابلن –□ير *Kaplan – Meier* .

1-8-2 تقدير دالة المُعَوَّلية بإستخدام طريقة إنحدار بواسون [15]

Poisson regression method

عند دراسة الأنظمة في أي□نشأة □ناعية نلاحظ أن عدد□رات الفشل تتبع عمليات بواسون غير المتجانسة (*NHPP*) وفي هذه العمليات يؤ□ذ الز□ن t على إعتبار أنه□تغير□رتب (*Order Statistic*) أي أن $t_1 < t_2 < \cdots < t_n$ للفترة $o < t < t_n$ وعدد□رات الفشل تكون أيضاً□ن

نوع المتغير المرتب أي أنها تبدأ□ن أول فشل ثم الثاني ثم الثالث ... وهكذا. وهذا يؤشر إلى وجود اتجاه عام في البيانات، وعلى إعتبار أن عدد□رات الفشل *N(t)*□تغيراً□عتمداً (*Dependent variable*) يعتمد في قيمه على الز□ن *t* الذي يمكن عدَّهُ□تغيراً□ستقلاً (*Independent variable*) تكون□عادلة الإنحدار الخطي بالشكل الآتي:

$$N(t) = \alpha + \beta t_i + \varepsilon_i \qquad \dots \qquad (2-71)$$

حيث ان *N(t)* عدد□رات الفشل في الز□ن *t*.

ولتقدير□علمة توزيع بواسون بهذه الطريقة يتم عن□ريق إيجاد علاقة بين المتغيرات عن□ريق توزيع بواسون وذلك بأ□ذ اللوغاريتم الطبيعي لدالة بواسون بعد تحويلها إلى□عادلة□طية فنحصل على:

$$\lambda(t) = \alpha + \beta t_i \qquad \dots \qquad (2-72)$$

لكن لهذا النموذج سلبيات وهي أن التنبؤ الخطي على يمين المعادلة□مكن إفتراضه كقيمة حقيقية وهذا يعني أن بالإ□كان أن يأ□ذ قيم سالبة في حين أن الوسط الحسابي لبواسون في الجهة اليسرى يمثل كمية□توقعة غير سالبة، ويكون الحل البسيط لهذه المشكلة هو بأ□ذ اللوغاريتم للنموذج الخطي.
ففي إنحدار بواسون نحن نفترض أن□عدل الفشل λ يتم تحديدها□ن قبل□جموعة n□ن المتغيرات ($t's$) وبهذا نستطيع كتابة نموذج اللوغاريتم الخطي بالصيغة الآتية:

$$log\,\hat{\lambda}\,t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 t_1 + \cdots \hat{\beta}_n t_n \qquad \dots \qquad (2-73)$$

$$\hat{\lambda} = exp\left(\hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 t_1 + \cdots \hat{\beta}_n t_n\right) \qquad \dots \qquad (2-74)$$

$$= exp(\hat{\alpha})\, exp\left(\hat{\beta} t_i\right) \qquad \dots \qquad (2-75)$$

لذلك فإن تقدير□علمة بواسون حسب انحدار بواسون تكون في الشكل الآتي:

$$\hat{\lambda}_{Pr} = exp(\hat{\alpha})\, exp(\hat{\beta}_t) \qquad \dots \qquad (2-76)$$

كذلك يكون تقدير دالة المُعَوَّلية حسب□ريقة إنحدار بواسون بالصيغة الآتية:

$$\hat{R}_{Pr} = 1 - \sum_{x=0}^{k} \frac{(\hat{\lambda}_{Pr})^x e^{-\hat{\lambda}_{Pr}}}{x!} \qquad \dots \qquad (2-77)$$

2-8-2 طريقة الإمكان الأعظم ***Maximum Likelihood method*** [38] [30]

تُعد □ريقة الإ□كان الأعظم واحدة□ن الطرائق المهمة والشائعة الإستخدام في التقدير كونها تتضمن□صائص جيدة□نها الثبات والكفاءة العالية والإتساق أحياناً.

إن □ريقة الإ□كان الأعظم تفترض بشكل أساسي أن العينة هي تمثل كل المجتمع ونحن نختار قيمة المُقَدَّر الذي يُعظّم دالة الكثافة الإحتمالية *(Probability density function)* إذ يمكن تعريف دالة الإ□كان بما يأتي:

إذا كانت $x_1, x_2 \dots x_n$ هي□فردات عينة عشوائية بحجم n□سحوبة□ن□جتمع له دالة كثافة إحتمالية $f(x, \lambda)$ فإن دالة الإ□كان الأعظم *(Maximum Likelihood function)* والتي ير□ز لها بالر□ز (L) هي الدالة الإحتمالية المشتركة لها أي أن:

$$L = f(x_1, \lambda).\, f(x_2, \lambda) \dots f(x_n, \lambda) \quad \dots \quad (2-78)$$

$$L = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \lambda) \quad \dots \quad (2-79)$$

وعليه فإن دالة الإ□كان الأعظم لتوزيع بواسون تكون بالشكل الآتي:

$$L(x_1, x_2 \dots x_n, \lambda) = \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} \quad \dots \quad (2-80)$$

$$L(x_1, x_2 \dots x_n, \lambda) \quad = e^{-n\lambda} \lambda^{\sum x_i} \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i} \quad \dots \quad (2-81)$$

ولغرض تقدير دالة الإ□كان يجب تحويلها إلى الشكل الخطي وذلك□ن□لال أ□ذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة

$$Ln\, L = -n\lambda + \sum x_i Ln\lambda - Ln \prod_{i=1}^{n} x_i \quad \dots \quad (2-82)$$

ولإيجاد القيمة التقديرية لمعلمة القياس λ *(Scale parameter)* والتي تجعل دالة الإمكان أعظم ما يمكن نجد المشتقة للدالة نسبةً إلى المعلمة

$$\frac{\partial Ln\ L}{\partial \lambda} = -n + \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\lambda} \qquad \dots \qquad (2-83)$$

وبمساواة المشتقة للصفر يكون لهذه المعادلة حل واحد فقط:

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \bar{x} \qquad \dots \qquad (2-84)$$

وهذه هي النقطة الحرجة الوحيدة، ولأن الإمكان الأعظم يتلاشى أو يقترب إلى الصفر عندما تقترب المعلمة من الصفر $(\lambda \to 0)$ أو عندما تقترب من اللانهاية $(\lambda \to \infty)$ لذلك نستنتج أنه مقدّر الإمكان الأعظم لـ λ، وللتأكد من كون $\bar{x}$ هي المقدّر الأعظم نأخذ المشتقة الثانية سنجدها قيمة سالبة عند تعويض قيمة $\bar{X}$ فيها.

$$\frac{\partial_2 Ln\ L}{\partial \lambda^2} = -\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\lambda^2} \qquad \dots \qquad (2-85)$$

$$= \frac{-\sum_{i=1}^{n} x_i}{\bar{x}^2} = \frac{-n\bar{x}}{\bar{x}^2} = \frac{-n}{\bar{x}} \qquad \dots \qquad (2-86)$$

فإذا كانت $\hat{\lambda}_{MLE}$ هي مقدّر الإمكان الأعظم لمعلمة بواسون λ فإن تقدير دالة المُعَوَّلية حسب طريقة الإمكان الأعظم وبالإستناد إلى خاصية الثبات *(Invariant property)* التي تميز هذه الطريقة سوف يأخذ الصيغة الآتية:

$$\hat{R}_{MLE} = 1 - \sum_{x=0}^{k} \frac{(\hat{\lambda}_{MLE})^n e^{-\hat{\lambda}_{MLE}}}{x!} \qquad \dots \qquad (2-87)$$

3-8-2 طريقة التقلص ***Shrinkage method*** [39][43]

تُعد طريقة التقلص إحدى طرائق التقدير المعتمدة على المعلومات الأولية إذ تعتمد مقدرات التقلص على إفتراض أن المعلمات المجهولة والمطلوب تقديرها هي متغيرات عشوائية لأي توزيع معين، كما أنها تعتمد على معلمة التقلص θ وعلى مجال القبول R . ومعلمة التقلص تعني مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الأولية، ولعدم وجود صيغة موحدة لإختيار قيمة θ لذلك فإن كل باحث استطاع

أن يحدد □يغة وفقا لقواعد يعتقد أنها كافية. فلقد ذهب بعض الباحثين إلى إتجاه□فاده أن هذه المعلو□ات الأولية عن المعلمة يمكن أن تكون القيم الإفتراضية لهذه المعلمات ولكن هذا الإتجاه غير دقيق حسب رأي البعض الآ□ر ويمكن إعتماد□قدّرات □رائق أ□رى لهذه المعلمات تكون بعيدة عن التحيز في تحديد قيمة المعلمة لتصبح□علو□ات أولية كطريقة الإ□كان الأعظم.

لذلك عند توفر□علو□ات أولية عن دالة المُعَوَّلية ($R_0(t)$)□ضاف لها قيمة تقديرية ($\hat{R}(t)$) □قترنة□ع□علمة التقلص (θ) و□ن د□ج المركبتين يتكون التقدير المقلص لدالة المُعَوَّلية.

إن المُقَدَّر الذي أقترحه *(Thompson).* لمقدَّرات التقلص يكون بالصيغة الأتية:

$$\hat{R}_{sh}(\mathrm{t}) = \theta\hat{R}(t) + (1-\theta)R_0(t) \qquad 0 \le \theta \le 1 \qquad \dots \qquad (2-88)$$

إذ أن:

θ:□عا□ل التقلص *(Shrinkage Coefficient)*.

$\hat{R}_{sh}(t)$: يمثل□قدر دالة المُعَوَّلية بطريقة التقلص.

$\hat{R}(t)$: يمثل المُقَدَّر غير المتحيز لدالة المُعَوَّلية.

$\hat{R}_0(t)$: يمثل القيمة الأولية لدالة المُعَوَّلية.

و□ن الممكن تحديد قيمةθ التي تجعل□توسط□ربعات الخطأ *(MSE)* أقل□ا يمكن للمقدر $\hat{R}_{sh}$ بالإعتماد على المُقَدَّر غير المتحيز $\hat{R}$ إذ أن□توسط□ربعات الخطأ لمقدر دالة المُعَوَّلية هو:

$$MSE\left(\hat{R}_{sh}(t)\right) = E[\hat{R}_{sh}(t) - R(t)]^2 \qquad \dots \qquad (2-89)$$

$$= E[\left(\theta\hat{R}(t) + (1-\theta)R_0(t)\right) - R(t)]^2 \qquad \dots \qquad (2-90)$$

بإضافة و□رح $\theta R(t)$ للصيغة المذكورة آنفاً وبعد التبسيط نحصل على:

$$MSE\left(\hat{R}_{sh}(t)\right) = \theta^2 E\{\hat{R}(t) - R(t)\}^2 + (1-\theta)^2\{R_0(t) - R(t)\}^2$$

ولإيجاد قيمة θ التي تجعل□توسط□ربعات الخطأ للمقدر $\hat{R}_{sh}(t)$ أقل□ايمكن نجد المشتقة الجزئية للمعادلة المذكورة آنفاً بالنسبة إلى θ ، فنحصل على:

$$\frac{\partial MSE(\hat{R}_{sh}(t))}{\partial\theta} = 2\theta E(\hat{R}(t) - R(t))^2 - 2(1-\theta)(R_0(t) - R(t))^2$$

وبمساواة المشتقة بالصفر نحصل على:

$$2\theta\ MSE\left(\hat{R}(t)\right) - 2(1-\theta)(R_0(t) - R(t))^2 = 0 \qquad \dots \qquad (2-91)$$

$$\hat{\theta} = (R_0(t) - R(t))^2 / [MSE\left(\hat{R}(t)\right) + (R_0(t) - R(t))^2] \dots \quad (2\text{-}92)$$

وعليه يكون تقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع *(Poisson)* بإستعمال طريقة التقلص يعطى بالصيغة الآتية:

$$\hat{R}_{sh} = \hat{\theta}\hat{R}(t) + \left(1 - \hat{\theta}\right)R_0(t) \quad \dots \quad (2-93)$$

4-8-2 طريقة كابلن – مير ***Kaplan Meier method*** [25] [29]

وهي من الطرائق اللامعلمية التي اتبعها كابلن وماير (*Kaplan and Meier* (1958)) لتقدير دالة المُعَوَّلية فهناك طريقتان الأولى يتم فيها تقدير دالة الخطورة التجميعية *H(t)* عن طريق تقدير دالة الخطورة *h(t)* ومنها التوصل إلى دالة المُعَوَّلية، أما الطريقة الثانية إستخدام دالة الكثافة التجميعية أو دالة توزيع الفشل لتقدير دالة المُعَوَّلية ودالة الخطورة.

1- أسلوب كابلن – مير الأول

- ترتيب أوقات الفشل (عدد العطلات) تصاعدياً وإعطاء كل فشل رتبة *(Rank)*.
- حساب دالة الخطورة (*(h(t)*)، حيث أن دالة الخطورة هي عبارة عن عدد العطلات مقسوم على مقدار الفترة الزمنية للإختبار $h(t) = \frac{k}{n-i+1}$.

k تمثل عدد العطلات

i الرتبة

n حجم العينة

- حساب *H(t)* إذ أن: $H(t) = [h(t_1) + h(t_2) + \cdots h(t_n)]$
- حساب دالة المُعَوَّلية $R_i(t)$ ، إذ أن: $R_i(t) = \exp\left(-H_i(t)\right), i = 1,2, \dots$

2- أسلوب كابلن - مير الثاني

- تقدير *F(t)* التي يعتمد تقديرها على البيانات إذ أن:

$F(t) = \frac{i}{n}$ أو $F(t) = \frac{(i-0.5)}{n}$ وهي ماتسمى بدالة الكثافة التراكمية *(Symmetrical CDF)*

أو $F(t)=\frac{i}{n+1}$ وهي اتسمى برتبة الوسط الحسابي *(Mean Rank)* أو $F(t)=\frac{(i-0.3)}{n+0.4}$ وهي اتسمى برتبة الوسيط *(Median Rank)*.

- يمكن حساب دالة الخطورة ن دالة الفشل التجميعية حيث أن:

$$h_i(t)=\frac{F_{(t+1)}-F_t}{1-F_t} \quad \dots \quad (2-94)$$

- ويمكن أيضاً نها حساب دالة المُعَوَّلية التي تساوي:

$$R_i(t)=1-F_i(t) \quad \dots \quad (2-95)$$

- ومنها نحصل على $\hat{R}(t)$ بطريقة كابلن - مير:

$$\hat{R}_{(i+1)}=\prod_{i=1}^{n}R_{(i+1)}(t)\ .\hat{R}_i \quad \dots \quad (2-96)$$

إذ أن $\hat{R}_i$ قيمة دالة المُعَوَّلية المقدرة الأولى لكابلن-ير.

$\hat{R}_{(i+1)}$ قيمة دالة المُعَوَّلية المقدرة اللآحقة لكابلن-ير.

9-2 أسلوب المقارنة بين طرائق التقدير

والآن وبعد الانتهاء ن استعراض رائق التقدير لمعلمة التوزيع ودالة المُعَوَّلية، يمكن المقارنة بين الطرائق لمعرفة الأفضل نها وسوف يتم إعتماد ؤشر إحصائي وهو قياس نسبي هم يدعى توسط ربع الخطأ *(Mean squared error)* والذي يمكن إيجاده وفق الصيغة الآتية:

$$MSE\left(\hat{R}(t)\right)=\frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L}(\hat{R}_i(t)-R(t))^2 \quad , \quad i=1,2,\dots L \quad \dots \quad (2-97)$$

حيث ان L عدد التكرارات *(Replications)* لكل تجربة

$\hat{R}(t)$ قدر $R(t)$ حسب الأسلوب المستخدم في التقدير.

الفصل الثالث
الجانب التجريبي

الجانب التجريبي

3-1 تمهيد *Preface*

في هذا الفصل سنقوم بإستخدام أسلوب المحاكاة لتوليد بيانات تتوزع توزيع بواسون ثم نقوم بتقدير دالة المُعَوَّلية بالطرائق التي ذكرت في الفصل الثاني ثم المقارنة بين هذه الطرائق، وقد تم توظيف متوسط مربعات الخطأ *(MSE)* كمقياس إحصائي من أجل المقارنة بين أفضلية المقدرات. إذ شمل هذا الفصل على بعض المفاهيم العامة للمحاكاة وكذلك وصف لتجربة المحاكاة الخاصة بالبحث من حيث أحجام العينات المُوَلدة وكذلك نماذج الدوال الإفتراضية المستعملة وعرض نتائج تجربة المحاكاة التي تم الحصول عليها ووصف البرنامج الذي تم كتابته من قبل الباحثة.

3-2 المحاكاة *(Simulation)*

إن المحاكاة عبارة عن إمتداد طبيعي ومنطقي للنماذج الرياضية والتحليلية، حيث يُعَّد أسلوب المحاكاة لغة العصر لأنه يساعد الباحثين في الدراسة. فالمحاكاة تشبه مختبر الباحثين حيث يقوم الباحث بتوليد بيانات (مشاهدات) بعد تصميم وبناء نموذج لدراسة ظاهرة معينة، فهي مفيدة جداً في حالة عدم توفر البيانات المطلوبة أو إستحالة الحصول عليها او تكون مكلفة، حيث يمكن الحصول على بيانات قريبة من الواقع قيد الدراسة. [5]

ومن المبادئ الأساسية للمحاكاة بإستخدام الحاسبة هي وضع برنامج يمثل أو يقلد سلوك العملية الحقيقية بشكل مقارب للواقع الحقيقي قدر الإمكان، وغالباً ما يكون هذا الواقع معقداً جداً لتمثيله أو تقليده بصورة متقنة في برنامج الحاسبة وعلى الرغم من ذلك فإن أسلوب المحاكاة يمكن أن يعطي معلومات مفيدة عن الواقع الحقيقي الذي يقلده، ونماذج المحاكاة الأكثر مشابهة للواقع الحقيقي تكون أكثر دقة في النتائج والمعلومات المستخلصة منها. [4]

إن أول مراحل إستخدام أسلوب المحاكاة هو توليد مشاهدات، كما إن أي تجربة محاكاة ما هي إلا عبارة عن نوع معين من أنواع المعاينة. إذ تُسحب هذه العينة من المجتمع الإفتراضي الممثل للظاهرة المدروسة بدلاً من أن تُسحب من المجتمع الحقيقي.

وغالباً ما يُستعمل أسلوب المحاكاة لملاحظة التغيرات التي طرأت على صياغة المشكلة عند تنفيذها عملياً، فضلاً عن عدّه أسلوباً للإختبار قبل تطبيق التجربة على بيانات واقعية.

وهناك طرائق مختلفة للمحاكاة منها: الطريقة التناظرية $(Analog\ Method)$ ، والطريقة المختلطة $(Mixed\ Method)$ ، وطريقة مونت كارلو $(Monte\ Carlo\ Method)$ ، وقد تم إعتماد طريقة مونت كارلو كونها تُعد من أشهر الطرائق وأكثرها إستعمالاً. إذ إن هذه الطريقة تتم بوساطة أساليب العينات التي تؤخذ من مجتمع نظري يحاكي المجتمع الحقيقي إذ يتم صياغة الأرقام العشوائية، وتمتاز هذه الطريقة بالمرونة إذ تعطي طريقة مونت كارلو القدرة على التجريب والإختبار عن طريق تكرار العملية لمرات عديدة وتفسير المدخلات الخاصة بعملية التقدير في كل مرة، وتمتاز كذلك بالعشوائية إذ إن تتابع الأرقام العشوائية في التجربة الأولى يكون مستقلاً عن تتابع الأرقام العشوائية في التجربة الثانية وهكذا. [12]

3-2-1 وصف مراحل تجربة المحاكاة

تم كتابة برنامج المحاكاة المرفق في الملحق بإستعمال البرنامج $(R\ 3.3.2)$ وتتضمن صياغة إنموذج المحاكاة أربعة مراحل أساسية ومهمة لتقدير معلمة القياس ودالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون وهي على التوالي:

المرحلة الأولى:(مرحلة تعيين القيم الافتراضية للمعلمة(λ))

تُعد هذه المرحلة من المراحل المهمة والأساسية التي تعتمد عليها المراحل اللآحقة، إذ يتم تعيين قيم المعلمة الإفتراضية (الحقيقية) وكما يأتي:

أولاً: تحديد القيم الإفتراضية لمعلمة القياس

تم إختيار قيم إفتراضية لمعلمة القياس لتوزيع بواسون وبإفتراض قيمة لمعلمة λ، وقد تم تشكيل ستة نماذج وكما مبين بالجدول (3-1):

الجدول (3-1) القيم الافتراضية للمعلمة (λ)

Model	1	2	3	4	5	6
λ	0.1	0.11	0.12	0.13	0.14	0.15

ثانياً: إختيار حجم العينة n

تم إختيار حجوم مختلفة للعينة بشكل يتناسب مع معرفة مدى تأثير حجم العينة على دقة وكفاءة النتائج المستحصلة من طرائق التقدير المستخدمة في هذه الدراسة وتم أخذ حجمي عينة صغيرة هما (n=10,20)، وحجمي عينة متوسطة هما (n=30,40) وكذلك حجمي عينة كبيرة هما(n=50,100).

ثالثاً: إختيار تكرار التجربة

تم إختيار تكرار لهذه التجارب مساوياً إلى (L=5000) لكل تجربة.

رابعاً: تعيين عدد العطلات

تم أخذ خمس قيم للعطلات التي يتم عن طريقها تقدير دالـة المُعَوَّليـة لتوزيـع بواسـون وهـي (k=1,2,3,4,5) عطل.

المرحلة الثانية :(مرحلة توليد البيانات)

وهي مرحلة إختيار القيم الإفتراضية، إذ تُعَّد من المراحل المهمة التي تعتمد المراحل الأخرى عليها، وفي هذه المرحلة يتم توليد المتغير العشوائي الذي يتبع توزيع بواسون ذو المعلمة الواحدة وفق طريقة مونت كارلو كما يأتي:

1- ليكن X متغير عشوائي يتبع توزيع بواسون بالمعلمة λ بدالة كتلة إحتمالية:

$$P_j = P\left(X = x_j\right) = \frac{\lambda^x}{x_j!}e^{-\lambda} \qquad j = 0,1,2,\ldots \qquad (3-1)$$

2- يتم توليد الأعداد العشوائية التي تتبع التوزيع المنتظم (*Uniform Distribution*) المستمر المعرف على الفترة (0,1).

3- فإن قيمة المتغير العشوائي تكون $(\mathrm{X} = x_j)$ إذا كان:

$$\sum_{j=0}^{i-1} P_j \le U < \sum_{j=0}^{i} P_j \qquad , i = 0,1,2,\ldots n \quad \ldots \qquad (3-2)$$

المرحلة الثالثة: (مرحلة إيجاد المُقَدَّرات)

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسون $R(k)$ وكالآتي:

$$\hat{R}(k) = \frac{\sum_{i=1}^{L} \hat{R}_j(k)}{L} \qquad \ldots \qquad (3-3)$$

إذ أن $\hat{R}_j(k)$ مقدّر دالة المعولية $R(k)$ بحسب الأسلوب المستخدم في التقدير.

المرحلة الرابعة:(مرحلة المقارنة)

هي مرحلة المقارنة بين المقدّرات التي تم ايجادها في المرحلة الثالثة، بإستخدام المقياس الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقدّر $\hat{R}(k)$ وهو عبارة عن التباين مضافاً إليه مربع التحيز وهو مؤشر عام للمقارنة بين كفاءة المقدّرات وحسب المعادلة (2-36).

3-2-2نتائج المحاكاة

يتم عرض وتحليل نتائج محاكاة طرائق التقدير (إنحدار بواسون (Pr) والإمكان الأعظم (ML) والتقلص(Sh) وكابلن (KM)) وحسب المعادلات (2-77) و(2-87) و(2-93) و(2-96) على التوالي، والجداول (3-2) و(3-3) و(3-4) و(3-5) و(3-6) و(3-7) تبين تقديرات دالة المُعَوَّلية لجميع أحجام العينات (100,50,40,30,20,10) ولجميع التجارب:

الجدول (3-2) التجربة الأولى تقدير دالة المُعَوَّلية عندما λ=0.1

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
10	1	0.95956	0.99526	0.93686	0.94049	0.96676
	2	0.87531	0.91771	0.84591	0.85061	0.88486
	3	0.73489	0.79199	0.69079	0.69784	0.74749
	4	0.55973	0.62163	0.50083	0.51025	0.57938
	5	0.38385	0.45315	0.31755	0.32815	0.40708
20	1	0.95956	0.98296	0.93746	0.95418	0.96886
	2	0.87531	0.91171	0.84021	0.84723	0.88651
	3	0.73489	0.77709	0.69399	0.70217	0.74869
	4	0.55973	0.61103	0.50973	0.51973	0.59043
	5	0.38385	0.44355	0.32545	0.33713	0.43055
30	1	0.95956	0.97846	0.97066	0.96188	0.97524
	2	0.87531	0.90051	0.89941	0.88023	0.89951
	3	0.73489	0.77939	0.76839	0.74169	0.78609
	4	0.55973	0.61733	0.60633	0.56915	0.61953
	5	0.38385	0.44735	0.43635	0.39445	0.44535
40	1	0.95956	0.9196	0.95056	0.95784	0.98034
	2	0.87531	0.77454	0.86481	0.87329	0.90751
	3	0.73489	0.58093	0.72159	0.73231	0.78954
	4	0.55973	0.40261	0.53033	0.55393	0.63073
	5	0.38385	0.2936	0.33925	0.37501	0.46375
50	1	0.95956	0.96656	0.96776	0.96120	0.98576
	2	0.87531	0.88456	0.88421	0.87717	0.91379
	3	0.73489	0.74589	0.74502	0.73699	0.80071
	4	0.55973	0.57811	0.57521	0.56290	0.63811
	5	0.38385	0.40611	0.40343	0.38784	0.46611

تكملة الجدول (3-2)

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
100	1	0.95956	0.97341	0.95742	0.95989	0.98026
	2	0.87531	0.88219	0.87124	0.87003	0.90292
	3	0.73489	0.73873	0.72757	0.72581	0.77837
	4	0.55973	0.56897	0.54720	0.54591	0.61469
	5	0.38385	0.41079	0.36623	0.36634	0.44478

الجدول (3-3) التجربة الثانية تقدير دالة المُعَوَّلية عندما λ=0.11

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
10	1	0.97342	0.99652	0.95332	0.95653	0.97921
	2	0.91155	0.93985	0.88625	0.89029	0.91829
	3	0.79814	0.83594	0.76334	0.76890	0.80814
	4	0.64221	0.68781	0.59961	0.60641	0.65541
	5	0.47066	0.52696	0.41736	0.42588	0.49286
20	1	0.97342	0.99122	0.95692	0.96022	0.98312
	2	0.91155	0.93685	0.88755	0.89235	0.92275
	3	0.79814	0.82854	0.76904	0.77486	0.81194
	4	0.64221	0.67651	0.60921	0.61581	0.66021
	5	0.47066	0.51466	0.42796	0.43651	0.49456
30	1	0.97342	0.99522	0.98422	0.97568	0.99552
	2	0.91155	0.94455	0.93355	0.91605	0.94485
	3	0.79814	0.83474	0.82374	0.80336	0.83864
	4	0.64221	0.68311	0.67211	0.64828	0.67666
	5	0.47066	0.51796	0.50696	0.47802	0.52066
40	1	0.97342	0.94429	0.96502	0.97182	0.99782
	2	0.91155	0.82628	0.90165	0.90965	0.94928
	3	0.79814	0.65517	0.78564	0.79572	0.84364
	4	0.64221	0.46761	0.62551	0.63894	0.69786
	5	0.47066	0.30473	0.44806	0.46622	0.53186
50	1	0.97342	0.97852	0.98063	0.97494	0.99901
	2	0.91155	0.91819	0.91989	0.91329	0.91552
	3	0.79814	0.80731	0.80721	0.80003	0.84831
	4	0.64221	0.65521	0.65442	0.64472	0.70223
	5	0.47066	0.48917	0.48820	0.47425	0.54151
100	1	0.97342	0.98606	0.97286	0.97268	0.99588
	2	0.91155	0.91771	0.91030	0.90885	0.93479
	3	0.79814	0.79630	0.79374	0.79252	0.83428
	4	0.64221	0.63721	0.63532	0.63398	0.68186
	5	0.47066	0.47304	0.45999	0.45845	0.51887

الجدول (3-4) التجربة الثالثة تقدير دالة المُعَوَّلية عندما λ=0.12

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
10	1	0.98264	0.99988	0.96374	0.96676	0.98766
	2	0.93811	0.96131	0.91771	0.92094	0.94503
	3	0.84872	0.87732	0.82312	0.82721	0.85671
	4	0.71595	0.75065	0.68425	0.68932	0.72447
	5	0.55411	0.60121	0.51231	0.51705	0.56952
20	1	0.98264	0.99344	0.97314	0.97504	0.99164
	2	0.93811	0.95651	0.92081	0.92424	0.94851
	3	0.84872	0.87032	0.82842	0.83248	0.86002
	4	0.71595	0.74365	0.68955	0.69483	0.73165
	5	0.55411	0.59091	0.51861	0.52571	0.57112
30	1	0.98264	0.99821	0.99144	0.98450	0.99587
	2	0.93811	0.96112	0.95521	0.94051	0.96011
	3	0.84872	0.87742	0.86642	0.85236	0.87529
	4	0.71595	0.74935	0.73835	0.72053	0.74699
	5	0.55411	0.59681	0.58581	0.56054	0.59581
40	1	0.98264	0.96217	0.97494	0.98118	0.99594
	2	0.93811	0.86886	0.92881	0.93624	0.96871
	3	0.84872	0.73796	0.83872	0.84680	0.89082
	4	0.71595	0.54033	0.70155	0.71315	0.76765
	5	0.55411	0.36687	0.53841	0.55104	0.60631
50	1	0.98264	0.98794	0.98925	0.98404	0.99354
	2	0.93811	0.94544	0.94504	0.93948	0.97544
	3	0.84872	0.85765	0.85665	0.85038	0.88961
	4	0.71595	0.72515	0.72420	0.71768	0.76687
	5	0.55411	0.56521	0.65284	0.57392	0.61521
100	1	0.98264	0.99326	0.98339	0.98319	0.99789
	2	0.93811	0.94331	0.93713	0.93694	0.96435
	3	0.84872	0.84835	0.84687	0.84605	0.87886
	4	0.71595	0.70533	0.71111	0.71064	0.75126
	5	0.55411	0.54691	0.56393	0.54838	0.59454

الجدول (3-5) التجربة الرابعة تقدير دالة المُعَوَّلية عندما λ=0.13

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
10	1	0.98875	0.99556	0.97325	0.97573	0.99326
	2	0.95706	0.97926	0.93786	0.94093	0.96259
	3	0.88841	0.91281	0.86701	0.87043	0.89441
	4	0.77684	0.80914	0.74754	0.75222	0.78611
	5	0.63181	0.66911	0.59751	0.60298	0.64503
20	1	0.98875	0.99835	0.98045	0.98211	0.99555
	2	0.95706	0.96746	0.94796	0.94978	0.96512
	3	0.88841	0.90541	0.87271	0.87585	0.89781
	4	0.77684	0.79824	0.75674	0.76076	0.78825
	5	0.63181	0.66651	0.59841	0.60508	0.64581

تكملة الجدول (3-5)

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
30	1	0.98875	0.99977	0.99575	0.99025	0.99632
	2	0.95706	0.97626	0.96526	0.95880	0.97629
	3	0.88841	0.91151	0.90051	0.89093	0.91174
	4	0.77684	0.80614	0.79514	0.78060	0.80622
	5	0.63181	0.66741	0.65641	0.63682	0.66741
40	1	0.98875	0.97348	0.98325	0.98773	0.99794
	2	0.95706	0.90011	0.95031	0.95579	0.97649
	3	0.88841	0.77209	0.88031	0.88687	0.92294
	4	0.77684	0.60593	0.76673	0.77490	0.81914
	5	0.63181	0.43362	0.61911	0.62934	0.67831
50	1	0.98875	0.99361	0.99358	0.98979	0.99557
	2	0.95706	0.96251	0.96311	0.95834	0.98611
	3	0.88841	0.89477	0.89552	0.88991	0.92247
	4	0.77684	0.78654	0.78486	0.77852	0.82593
	5	0.63181	0.64211	0.64087	0.63369	0.68690
100	1	0.98875	0.99711	0.99018	0.99005	0.99772
	2	0.95706	0.96190	0.95766	0.95749	0.97818
	3	0.88841	0.88371	0.88762	0.88721	0.91442
	4	0.77684	0.76500	0.77405	0.77325	0.80915
	5	0.63181	0.61882	0.62556	0.62469	0.66801

الجدول (3-6) التجربة الخامسة تقدير دالة المُعَوَّلية عندما λ=0.14

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
10	1	0.99281	0.99745	0.98311	0.98465	0.99606
	2	0.97075	0.98915	0.95535	0.95781	0.97549
	3	0.91931	0.93951	0.90211	0.90485	0.92485
	4	0.82926	0.85606	0.80546	0.80926	0.83607
	5	0.70321	0.73531	0.67411	0.67876	0.71098
20	1	0.99281	0.99875	0.98511	0.98664	0.99711
	2	0.97075	0.98045	0.96235	0.96403	0.97701
	3	0.91931	0.92971	0.91021	0.91202	0.92821
	4	0.82926	0.84066	0.81916	0.82118	0.83946
	5	0.70321	0.72181	0.68591	0.68937	0.71382
30	1	0.99281	0.99991	0.99781	0.99390	0.99792
	2	0.97075	0.98915	0.97815	0.97233	0.98921
	3	0.91931	0.93831	0.92731	0.92100	0.93885
	4	0.82926	0.84956	0.83856	0.83122	0.85028
	5	0.70321	0.72971	0.71871	0.70641	0.73285
40	1	0.99281	0.98078	0.98981	0.99228	0.99821
	2	0.97075	0.92472	0.96579	0.96984	0.98117
	3	0.91931	0.81907	0.91171	0.91786	0.94105
	4	0.82926	0.66875	0.82036	0.82756	0.84448
	5	0.70321	0.46935	0.69391	0.70143	0.73527

تكملة الجدول (3-6)

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
50	1	0.99281	0.99509	0.99621	0.99356	0.99784
	2	0.97075	0.97521	0.97481	0.97164	0.99119
	3	0.91931	0.92596	0.92496	0.92051	0.94996
	4	0.82926	0.83726	0.83646	0.83078	0.87006
	5	0.70321	0.71181	0.71122	0.70489	0.75407
100	1	0.99281	0.99936	0.99535	0.99516	0.99842
	2	0.97075	0.97659	0.97212	0.97196	0.98772
	3	0.91931	0.91505	0.91982	0.91982	0.94126
	4	0.82926	0.81451	0.82812	0.82812	0.85231
	5	0.70321	0.67696	0.70025	0.69965	0.73304

الجدول (3-7) التجربة السادسة تقدير دالة المُعَوَّلية عندما λ=0.15

n	K	R_{Real}	$\hat{R}_{Pr}$	$\hat{R}_{ML}$	$\hat{R}_{Sh}$	$\hat{R}_{KM}$
10	1	0.99551	0.99821	0.98781	0.98903	0.99839
	2	0.98051	0.99171	0.97231	0.97361	0.98414
	3	0.94332	0.95542	0.93422	0.93567	0.94792
	4	0.87345	0.89265	0.85725	0.85984	0.87918
	5	0.76864	0.79094	0.74934	0.75242	0.77554
20	1	0.99551	0.99903	0.99041	0.99142	0.99781
	2	0.98051	0.98911	0.97321	0.97466	0.98514
	3	0.94332	0.95262	0.93532	0.93692	0.95017
	4	0.87345	0.88485	0.86335	0.86537	0.88351
	5	0.76864	0.78514	0.75344	0.75648	0.77895
30	1	0.99551	0.99994	0.99881	0.99626	0.99872
	2	0.98051	0.99561	0.98461	0.98142	0.99561
	3	0.94332	0.96052	0.94952	0.94466	0.96052
	4	0.87345	0.89435	0.88335	0.87553	0.89435
	5	0.76864	0.78964	0.77864	0.77074	0.78964
40	1	0.99551	0.98584	0.99451	0.99538	0.99883
	2	0.98051	0.94354	0.97716	0.97992	0.98681
	3	0.94332	0.85647	0.93777	0.94229	0.95172
	4	0.87345	0.72691	0.86469	0.87178	0.88555
	5	0.76864	0.56531	0.75963	0.76692	0.78084
50	1	0.99551	0.99749	0.99649	0.99577	0.99881
	2	0.98051	0.98304	0.98204	0.98088	0.99135
	3	0.94332	0.94794	0.94694	0.94412	0.96188
	4	0.87345	0.88118	0.87918	0.87467	0.90118
	5	0.76864	0.77854	0.77754	0.77051	0.80854
100	1	0.99551	0.99809	0.99856	0.99854	0.99900
	2	0.98051	0.98549	0.98274	0.98299	0.99355
	3	0.94332	0.93926	0.94545	0.94544	0.95921
	4	0.87345	0.86026	0.87391	0.87378	0.89319
	5	0.76864	0.74562	0.76753	0.76723	0.79063

والجداول (3-8) و(3-9) و(3-10) و(3-11) و(3-12) و(3-13) تبين متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير (إنحدار بواسون (Pr) والإمكان الأعظم (ML) والتقلص(Sh) وكابلن (KM)) لجميع أحجام العينات (100,50,40,30,20,10) ولجميع التجارب:

الجدول (3-8) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الأولى λ=0.1

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.003274	0.001515	0.001363	0.003069
	2	0.003797	0.001864	0.001609	0.003552
	3	0.005260	0.002944	0.002372	0.004926
	4	0.005831	0.004469	0.003447	0.005469
	5	0.006802	0.005395	0.004101	0.006395
20	1	0.002488	0.001488	0.001028	0.002086
	2	0.003232	0.002232	0.001788	0.002125
	3	0.003672	0.002672	0.002070	0.002190
	4	0.004501	0.003511	0.002611	0.002942
	5	0.005410	0.004410	0.003182	0.005214
30	1	0.002357	0.001123	0.001005	0.002245
	2	0.002635	0.001580	0.001024	0.002585
	3	0.003980	0.002122	0.001046	0.004621
	4	0.005317	0.003171	0.001088	0.005576
	5	0.006032	0.003756	0.001112	0.005782
40	1	0.002125	0.001081	0.001002	0.002431
	2	0.002161	0.001110	0.001004	0.003036
	3	0.002240	0.001176	0.001006	0.004986
	4	0.002998	0.001864	0.001033	0.007041
	5	0.004190	0.002989	0.001078	0.008384
50	1	0.002068	0.001067	0.001002	0.002756
	2	0.002111	0.001079	0.001003	0.003582
	3	0.002151	0.001102	0.001004	0.006503
	4	0.002386	0.001239	0.001010	0.008347
	5	0.002555	0.001383	0.001015	0.008982
100	1	0.002463	0.001255	0.001080	0.002518
	2	0.002788	0.001573	0.001286	0.002977
	3	0.003461	0.002004	0.001500	0.004646
	4	0.004207	0.002849	0.001836	0.005876
	5	0.004999	0.003587	0.002098	0.006953

الجدول (3-9) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الثانية λ=0.11

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.002533	0.001404	0.001285	0.002404
	2	0.002800	0.001640	0.001451	0.002640
	3	0.003428	0.002211	0.001854	0.003211
	4	0.004079	0.002814	0.002280	0.003814
	5	0.005169	0.003840	0.003004	0.004840

تكملة الجدول (9-3)

20	1	0.002272	0.001272	0.001174	0.002094
	2	0.002576	0.001576	0.001368	0.002125
	3	0.002846	0.001846	0.001541	0.002190
	4	0.003089	0.002089	0.001696	0.002324
	5	0.003823	0.002823	0.002166	0.002571
30	1	0.002255	0.001116	0.001005	0.002488
	2	0.002389	0.001484	0.001020	0.003108
	3	0.002639	0.001655	0.001027	0.003640
	4	0.003022	0.001894	0.001037	0.003187
	5	0.003237	0.002317	0.001054	0.004511
40	1	0.002112	0.001070	0.001002	0.002595
	2	0.002146	0.001098	0.001003	0.003423
	3	0.002216	0.001156	0.001005	0.004070
	4	0.002357	0.001278	0.001010	0.005098
	5	0.002615	0.001510	0.001019	0.005745
50	1	0.002040	0.001051	0.001002	0.002697
	2	0.002063	0.001069	0.001003	0.002027
	3	0.002109	0.001082	0.001003	0.004649
	4	0.002204	0.001149	0.001006	0.005761
	5	0.002392	0.001307	0.001012	0.007205
100	1	0.002287	0.001183	0.001093	0.002456
	2	0.002535	0.001374	0.001169	0.002665
	3	0.002788	0.001591	0.001286	0.003553
	4	0.003081	0.001845	0.001406	0.004038
	5	0.003648	0.002361	0.001651	0.004973

الجدول (10-3) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الثالثة λ=0.12

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.002479	0.001357	0.001252	0.002357
	2	0.002542	0.001412	0.001290	0.002412
	3	0.002817	0.001655	0.001462	0.002655
	4	0.003204	0.002004	0.001709	0.003004
	5	0.004218	0.002944	0.002372	0.003944
20	1	0.002090	0.001090	0.001057	0.002081
	2	0.002295	0.001295	0.001189	0.002110
	3	0.002412	0.001412	0.001263	0.002127
	4	0.002696	0.001696	0.001446	0.002246
	5	0.003260	0.002260	0.001806	0.002289
30	1	0.002091	0.001077	0.001003	0.002432
	2	0.002229	0.001144	0.001006	0.002488
	3	0.002323	0.001313	0.001013	0.002705
	4	0.002515	0.001501	0.001021	0.002963
	5	0.003023	0.002004	0.001041	0.003738

تكملة الجدول (3-10)

40	1	0.002090	0.001059	0.001002	0.002176
	2	0.002129	0.001084	0.001003	0.002942
	3	0.002148	0.001102	0.001003	0.003772
	4	0.002275	0.001207	0.001007	0.004672
	5	0.002320	0.001246	0.001009	0.004724
50	1	0.002043	0.001043	0.001001	0.002567
	2	0.002076	0.001049	0.001002	0.003500
	3	0.002104	0.001062	0.001002	0.003780
	4	0.002110	0.001068	0.001002	0.004726
	5	0.002153	0.010749	0.001393	0.005895
100	1	0.002221	0.001126	0.001063	0.002323
	2	0.002315	0.001197	0.001098	0.002691
	3	0.002462	0.001309	0.001149	0.003009
	4	0.002681	0.001496	0.001237	0.003523
	5	0.003156	0.003842	0.001524	0.004119

الجدول (3-11) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الرابعة λ=0.13

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.002342	0.001240	0.001169	0.002240
	2	0.002492	0.001368	0.001260	0.002368
	3	0.002595	0.001457	0.001323	0.002457
	4	0.003043	0.001858	0.001605	0.002858
	5	0.003391	0.002176	0.001830	0.003176
20	1	0.002272	0.001272	0.001174	0.002094
	2	0.002576	0.001576	0.001368	0.002125
	3	0.002846	0.001846	0.001541	0.002190
	4	0.003089	0.002089	0.001696	0.002324
	5	0.003823	0.002823	0.002166	0.002571
30	1	0.002124	0.001049	0.001002	0.002333
	2	0.002368	0.001067	0.001003	0.002369
	3	0.002533	0.001146	0.001006	0.002544
	4	0.002858	0.001334	0.001014	0.002863
	5	0.003267	0.001605	0.001025	0.003267
40	1	0.002059	0.001030	0.001001	0.002146
	2	0.002080	0.001045	0.001001	0.002377
	3	0.002106	0.001065	0.001002	0.003192
	4	0.002151	0.001102	0.001003	0.003789
	5	0.002222	0.001161	0.001006	0.004162
50	1	0.002037	0.001023	0.001001	0.002474
	2	0.002045	0.001036	0.001001	0.002921
	3	0.002058	0.001050	0.001002	0.003250
	4	0.002121	0.001064	0.001002	0.004539
	5	0.002134	0.001082	0.001003	0.005181

تكملة الجدول (3-11)

n	K	Pr	ML	Sh	KM
100	1	0.002167	0.001082	0.001043	0.002248
	2	0.002214	0.001121	0.001063	0.002421
	3	0.002308	0.001194	0.001098	0.002707
	4	0.002516	0.001353	0.001177	0.003237
	5	0.002826	0.001628	0.001315	0.003597

الجدول (3-12) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة الخامسة λ=0.14

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.002161	0.001094	0.001066	0.002094
	2	0.002338	0.001237	0.001167	0.002237
	3	0.002408	0.001295	0.001208	0.002295
	4	0.002718	0.001566	0.001399	0.002566
	5	0.003030	0.001846	0.001597	0.002846
20	1	0.002059	0.001059	0.001037	0.002018
	2	0.002070	0.001070	0.001045	0.002039
	3	0.002092	0.001082	0.001052	0.002079
	4	0.002102	0.001102	0.001065	0.002104
	5	0.002299	0.001299	0.001191	0.002112
30	1	0.002056	0.001025	0.001001	0.002266
	2	0.002068	0.001054	0.001002	0.002340
	3	0.002081	0.001064	0.001002	0.002382
	4	0.002092	0.001086	0.001003	0.002441
	5	0.002162	0.001240	0.001010	0.002878
40	1	0.002027	0.001009	0.001000	0.002078
	2	0.002051	0.001024	0.001000	0.002108
	3	0.002076	0.001057	0.001002	0.002473
	4	0.002090	0.001079	0.001002	0.002231
	5	0.002132	0.001086	0.001003	0.003028
50	1	0.002012	0.001011	0.001000	0.002421
	2	0.002033	0.001016	0.001000	0.002472
	3	0.002063	0.001032	0.001001	0.003021
	4	0.002086	0.001051	0.001002	0.003772
	5	0.002098	0.001064	0.001002	0.004720
100	1	0.002104	0.00104	0.001021	0.002176
	2	0.002167	0.001081	0.001043	0.002241
	3	0.002202	0.001107	0.001053	0.002451
	4	0.002289	0.001177	0.001094	0.002624
	5	0.002453	0.001308	0.001161	0.003118

الجدول (3-13) متوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير للتجربة السادسة λ=0.15

n	K	Pr	ML	Sh	KM
10	1	0.002114	0.001059	0.001041	0.002059
	2	0.002125	0.001067	0.001047	0.002067
	3	0.002146	0.001082	0.001058	0.002082
	4	0.002368	0.001262	0.001185	0.002262
	5	0.002497	0.001372	0.001262	0.002372
20	1	0.002026	0.001026	0.001016	0.002005
	2	0.002053	0.001053	0.001034	0.002021
	3	0.002064	0.001064	0.001040	0.002046
	4	0.002102	0.001102	0.001065	0.002101
	5	0.002231	0.001231	0.001147	0.002106
30	1	0.002014	0.001010	0.001000	0.002204
	2	0.002051	0.001016	0.001000	0.002228
	3	0.002058	0.001038	0.001001	0.002295
	4	0.002101	0.001098	0.001004	0.002436
	5	0.002141	0.001102	0.001004	0.002441
40	1	0.002000	0.001001	0.001000	0.002030
	2	0.002030	0.001011	0.001000	0.002039
	3	0.002040	0.001030	0.001001	0.002070
	4	0.002100	0.001076	0.001002	0.002146
	5	0.002125	0.001081	0.001002	0.002148
50	1	0.002010	0.001000	0.001000	0.002127
	2	0.002014	0.001002	0.001000	0.002147
	3	0.002035	0.001013	0.001000	0.002394
	4	0.002081	0.001032	0.001001	0.002842
	5	0.002125	0.001079	0.001003	0.003697
100	1	0.002073	0.001021	0.001011	0.002085
	2	0.002091	0.001031	0.001016	0.002101
	3	0.002121	0.001046	0.001020	0.002178
	4	0.002222	0.001115	0.001051	0.002358
	5	0.002284	0.001173	0.001084	0.002553

3-2-3 مناقشة تجارب المحاكاة:

أولاً: تبين من نتائج المحاكاة المقدمة في الجداول (3-2) و(3-3) و(3-4) و(3-5) و(3-6) و (3-7) الخاصة بتقدير دالة المُعَوَّلية $R(k)$ الآتي :

1- أن تقديرات دالة المُعَوَّلية بإستعمال طرائق التقدير المختلفة قد أظهرت متوسطات قريبة الى القيم الحقيقية (الإفتراضية) لهذه الدالة وذلك لكل النماذج وأحجام العينات وعدد الأعطال (k) المفترضة.

2- نلاحظ كذلك أن متوسطات تقديرات دالة المُعَوَّلية بطرائق التقدير كافة تقترب أكثر من القيم الحقيقية لهذه الدالة بزيادة حجم العينة عدا طريقة (*Kaplan- Meier*).

3- أن قيم دالة المُعَوَّلية الحقيقية والتقديرية قد تناقصت بزيادة عدد الأعطال (k) وهذا ما يتطابق مع خصائص هذه الدالة.

ثانياً: تبين من نتائج المحاكاة المقدمة في الجداول (3-8) و(3-9) و(3-10) و(3-11) و(3-12) و(3-13) الخاصة بالمقياس الإحصائي (MSE) لتقدير دالة المُعَوَّلية ما يأتي:

1- لكافة نماذج معدل الفشل ولأحجام العينات كافة كانت الأفضلية لطريقة التقلص.

2- لأحجام العينات كافة ولنماذج معدل الفشل بصورة عامة أظهرت نتائج المحاكاة بأن تقديرات دالة المُعَوَّلية بطريقة الإمكان الأعظم هي ثاني اكفء طريقة إذ حققت أقل متوسط مربعات خطا.

3- جاءت طريقة إنحدار بواسون بالمرتبة الثالثة وحلت طريقة (*Kaplan- Meier*) بالمرتبة الأخيرة ولكافة نماذج معدل الفشل إذ حققت أعلى متوسط مربعات خطأ (MSE).

4- تزداد قيمة متوسط مربعات الخطأ (MSE) كلما زاد عدد الأعطال (k).

5- تتناقص قيم متوسط مربعات الخطأ كلما زاد معدل الفشل (λ) ولنفس حجم العينة.

6- تناقص قيم (MSE) لكل المقدرات بزيادة حجم العينة بإستثناء طريقة (*Kaplan- Meier*) فهي تسلك سلوك معاكس للطرائق الثلاثة الأخرى إذ تزداد قيم (MSE) بزيادة حجم العينة.

الفصل الرابع
الجانب التطبيقي

الجانب التطبيقي

1-4 تمهيد *Preface*

إن تحليل المُعَوَّلية وتطبيقها من الموضوعات المهمة التي نالت إهتمام الكثيرين من متخذي القرارات في كثير من المجالات العلمية، وأكثر المجالات التي ركَّز الباحثون عليها هو المجال الطبي والمجال الصناعي. ولحساب وتحليل مُعَوَّلية المكائن والآلات والتنبؤ بالعطلات أو التوقفات الإضطرارية لهذه المكائن أثرها الواضح والمهم في العملية الإنتاجية. إذ تبني المنشأة الصناعية (سواء أكانت كبيرة أم متوسطة) * قراراتها في صيانة أو إستبدال الماكنة عن طريق معرفة عمر الماكنة الإنتاجي للحصول على أسرع وقت وأفضل أداء.

لقد وقع إختيار الباحثة على **دار الوارث للطباعة والنشر** إذ ارتأت الأمانة العامة للعتبة الحسينية المقدسة أن تُنشيء داراً متخصصة بشؤون الطباعة والنشر لتتبنى نشر تراث وثقافة وعلوم أهل البيت (ع) فضلاً عن المساهمة في تلبية متطلبات السوق الإسلامي والمحلي من المطبوعات والإصدارات المختلفة وفي المجالات كافة، ويتضمن هذا الفصل تحليل البيانات قيد الدراسة وإختبارها مع فرضية العدم، وبعد ذلك سيتم حساب المُعَوَّلية لهذه المكائن عن طريق حساب متوسط الوقت بين فشل وآخر.

*يصنف الجهاز المركزي للإحصاء التابع لوزارة التخطيط والتعاون الإنمائي المنشآت الصناعية إلى كبيرة ومتوسطة وصغيرة إعتماداً على رأس مال المنشأة وعدد عمالها ولكن في الأعوام الأخيرة وبالتحديد بعد سنة 2003 أصبح التصنيف على أساس قدرة المنشأة على الإنتاج بغض النظر عن عدد العمال.

2-4 دار الوارث للطباعـــة والنشـــر

أُسِسَ مشروع دار الوارث للطباعة والنشر وتمَّ إفتتاحه بمرحلته الأولى بتاريخ 2013/6/13 تزامناً مع مولد سيد الشهداء (ع) في الثالث من شعبان. ومنذ يومها الأول كانت سياسة الدار مبنية على ميزة التنافس وإحداث ثورة في عالم الطباعة وهي السياسة التي دفعت إلى تقدمها ونموها بإستمرار وجعلها في مصا□ المطابع المتقدمة.

وتتضمن هذه المنشأة العديد من الأقسام الإنتاجية منها:

- الطباعة.
- التصحيف.
- الطباعة الرقمية.

وهناك أقسام أخرى داخل المشروع مكملة للعملية الإنتاجية وهي:

- قسم الإدارية.
- قسم تقنية المعلومات.
- قسم المتابعة.
- قسم المالية.
- قسم العلاقات العامة.
- قسم الخدمية.
- المخازن.
- صيانة الآلات والمكائن.

1-2-4 وصف البيانات

وبعد الإطلاع على مكائن هذه المنشأة والتي تبلغ تسع (9) مكائن فقد تم إختيار عينة بحجم خمس (5) مكائن لدراسة معوليتها ولفترة زمنية محددة وهي (40) شهراً وبالتحديد من (1-9-2013) ولغاية (31-12-2016)كفترة عمل فعلية تم الحصول فيها على عدد مرات العطل أو الفشل والتوقفات خلال

الشهر الواحد بعد إستبعاد الصيانة ولكل ماكنة من هذه المكائن، فضلاً عن أيام العمل لهذه المكائن بين العطلات.

والجدول (4-1) يمثل عدد الأعطال في الشهر الواحد ولكل ماكنة من هذه المكائن خلال فترة زمنية مقدارها (40) شهراً والتي تم جمعها من سجلات المنشأة. ولقد رمزنا لكل ماكنة برمز معين ليكون من السهل التعامل معها وكالآتي:

(A_1) ماكنة التجليد والتجميع.

(A_2) ماكنة مقص الورق *WOHLENBERG*.

(A_3) ماكنة ربع بطّال (*SM 52*) *GTO*.

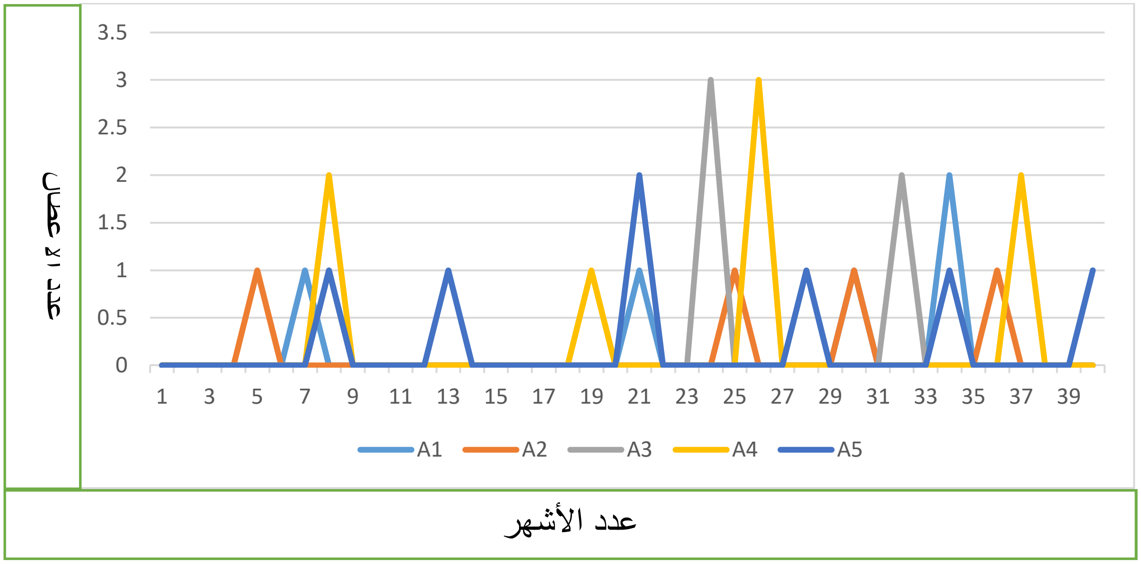
(A_4) ماكنة الطلاء(*U V*) .

(A_5) ماكنة التكسير *MBO*.

الجدول (1-4) عدد الأعطال خلال (40) شهراً

TIME	A1	A2	A3	A4	A5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0
8	0	0	1	2	1
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	1
14	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0
19	0	0	0	1	0
20	0	0	0	0	0
21	1	0	0	0	2
22	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0
24	0	0	3	0	0
25	0	1	0	0	0
26	0	0	0	3	0
27	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	1
29	0	0	0	0	0
30	1	1	0	0	0
31	0	0	0	0	0
32	0	0	2	0	0
33	0	0	0	0	0
34	2	0	0	0	1
35	0	0	0	0	0
36	0	1	0	0	0
37	0	0	0	2	0
38	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	1

والشكل (4-1) يبين عدد الأعطال خلال (40) شهراً إذ يظهر بوضوح عدم تجاوزها لثلاث عطلات في الشهر الواحد ويعود هذا إلى حداثة هذه المكائن فضلاً عن الصيانة الدائمة لها.



المخطط (4-1) عدد الأعطال خلال (40) شهراً

3-4 إختبار تجانس العملية البواسونية للبيانات

Test of Homogenous Poisson Process for Data

إن إختبار معنوية العملية البواسونية من الأمور الضرورية لإختبارهل أن المشاهدات (عدد العطلات) تعود الى مجتمع العملية البواسونية

وبإستخدام البرنامج الاحصائي *Easy Fit 5.2 Professional* تبين أن هذه البيانات (العطلات) تتوزع توزيع بواسون. كما في الملحق B_1

وبما أن المعدل الزمني لفشل المكائن والمتمثل بمعلمة التوزيع λ مقترن بالزمن ويتأثر بتغيره فإن إجراء الإختبار فيما إذا كانت العملية البواسونية متجانسة أم لا (أي عدم تغير معدل الفشل مع تغير الزمن) يعتمد على إختبار فرضية العدم التي تنص على أن العملية البواسونية متجانسة اي أن:

H_0 : λ *Constant HPP* (العطلات جميعها لا تعود إلى عمليات بواسون غير المتجانسة)

H_1 : λ *Not Constant NHPP* (جميع العطلات تعود إلى عمليات بواسون غير المتجانسة)

إن فرضية العدم التي سيتم اختبارها تنص على أن جميع العطلات قيد الدراسة تعود الى العملية البواسونية المتجانسة، اما الفرضية البديلة فقبولها يعني أن العطلات تعود إلى عمليات بواسون غير المتجانسة.

وباستخدام برنامج *Statistical Package for the Social Sciences* (*SPSS*) وكما مبين في الجدول في الملحق B_2 حيث تظهر قيم مربع كاي (*Chi Square*) المحسوبة ولجميع المكائن إذ تم احتسابها إعتماداً على التكرار المشاهد والتكرار المتوقع وبالتالي فإن:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

حيث أن:

O التكرار المشاهد.

E التكرار المتوقع.

وبمقارنة قيمة χ^2 المحسوبة مع قيمة χ^2 الجدولية للماكنة الأولى والثانية بدرجة حرية (1) و بدرجة حرية (2) للماكنة الثالثة والرابعة وبدرجة حرية (3) للماكنة الخامسة وبمستوى معنوية $\alpha = 0.05$ ، نجد أن هناك دلالة واضحة بأن قيمة إحصاءة الإختبار χ^2 المحسوبة بالنسبة لجميع المكائن أكبر من القيمة الجدولية مما يدل على أن عطل المكائن يتبع عمليات بواسون غير المتجانسة. وهذا يتماثل مع ما ذكرناه بأن الظواهر التي يكون فيها المعدل الزمني لحدوث الحوادث يتغير بتغير الزمن تعود إلى عمليات بواسون غير المتجانسة.

وعن طريق المقارنة لطرائق التقدير التي تمت في الفصل التجريبي السابق، تُعَّد طريقة التقلص وحسب تجارب المحاكاة التي تم إجرائها في هذه الرسالة هي من أفضل الطرائق في حالة توفر معلومات أولية (معلومات مسبقة)، ولكون دار الوارث للطباعة والنشر من المنشآت الحديثة لذا يتعذر أو من المحال الحصول على معلومات أولية.

أما في الجانب التطبيقي نقوم بحساب المُعَوَّلية بطريقة الإمكان الأعظم التي هي الأقرب من نتائج طريقة التقلص.

وعند مراجعة البيانات لفترة (40) شهراً تبين أن معدل الفشل للمكائن خلال هذه الفترة يتراوح بين 0.1 و0.2 والجدول (4-2) يبين معدل الفشل (λ) للمكائن خلال هذه الفترة وحسب المعادلة (2-84). وكذلك نتائج تقدير دالة المُعَوَّلية حسب طريقة الإمكان الأعظم وللمكائن الخمسة وحسب المعادلة (2-87).

الجدول (4-2) تقدير دالة المُعَوَّلية حسب طريقة الإمكان الأعظم لمكائن دار الوارث للطباعة والنشر لمدة أربعين شهراً

$Machine$	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
λ	0.125	0.1	0.15	0.2	0.175
$\hat{R}_{ML}$	0.875348	0.908422	0.848796	0.95762	0.970364

وكما ذكرنا أيضاً يمكن حساب المُعَوَّلية عن طريق متوسط الفشل للمكائن، ولحسابها من الضروري توفر أوقات للفشل. والجدول (4-3) يبين عمر الماكنة عند حدوث الفشل (العطل) في اليوم والتي تم جمعها من سجلات المنشأة.

الجدول (4-3) يبين عمر الماكنة عند حدوث الفشل

Failure Number	Age of system				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	223	158	249	245	248
2	642	765	725	260	395
3	916	921	732	578	634
4	964	1086	745	787	652
5	1025		963	795	850
6			978	800	1026
7				1118	1212
8				1129	

وعليه تكون قيمة متوسط العمل بين العطلات (قيمة متوسط الوقت بين الفشل للمكائن) كما في الجدول (4-4) والتي تم احتسابها عن طريق احتساب المعدل لأيام العمل بين الاعطال:

الجدول (4-4) متوسط الوقت التراكمي بين فشل وآخر

Failure Number	Cumulative MTBF				
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
1	223	158	249	245	248
2	321	382.5	362.5	130	197.5
3	305.33	307	244	192.66	211.33
4	241	271.5	186.25	196.75	163
5	205		192.6	159	170
6			163	133.33	171
7				159.71	173.14
8				141.125	

ومن الجدول (4-4) نلاحظ تزايد قيمة متوسط الزمن بين فشل وآخر عندما تكون العطلات متتابعة أي عندما تكون الفترة بين حدوث الحادثة والأخرى قريبة.

كذلك تكون قيمة متوسط الوقت بين فشل وآخر والتي يمكن عن طريقها الحصول على معدل الفشل في الأيام كما في المعادلة (2-18) ومنها يمكن الحصول على معدل الفشل لأربعين شهراً ومنها الوصول الى دالة المُعَوَّلية حسب المعادلة (2-55) وكما هو مبين في الجدول (4-5):

الجدول (4-5) متوسط الوقت بين فشل وآخر وقيمة المُقدَّر ودالة المُعَوَّلية للمكائن

Machine	$\boldsymbol{A_1}$	$\boldsymbol{A_2}$	$\boldsymbol{A_3}$	$\boldsymbol{A_4}$	$\boldsymbol{A_5}$
MTBF	200.5	309.33	145.8	126.29	160.67
λ	0.0049	0.0032	0.0069	0.0079	0.0062
λ	0.149	0.097	0.206	0.238	0.187
$\boldsymbol{\hat{R}(t)}$	0.9373	0.8991	0.9637	0.9852	0.9793

أما بالنسبة لمتوسط الوقت لحدوث الفشل فهو وحسب المعادلة (2-19) :

$$MTTF = 224.6\ day$$

أي ان متوسط الفشل للمكائن يبلغ 225 يوم أي مايقارب السبعة أشهر ونصف الشهر من الأربعين شهر.

الإستنتاجات والتوصيـــات

الإستنتاجات والتوصيات

عن طريق ما تم بحثه في الجانبيين النظري والعملي (التجريبي والتطبيقي) فقد توصلت الباحثة إلى مجموعة من الإستنتاجات والتوصيات.

أولاً: الإستنتاجات: *Conclusions*

1-أظهرت نتائج المحاكاة بأ□ طريقة التقلص *(Shrinkage method)* هي أفضل طريقة وكانت أكثر تقارب من القيم الحقيقية لدالة المُعَوَّلية لأنها حققت أقل (*MSE*) لجميع أحجام العينات ولكافة نماذج معدل الفشل.

2- أ□ طريقة الإمكا□ الأعظم *(Maximum Likelihood method)* ثاني أكفء طريقة لجميع أحجام العينات المستخدمة ولكافة النماذج وذلك لأنها حققت أقل (*MSE*) في تقدير دالة المُعَوَّلية بعد طريقة التقلص.

3- أ□ طريقة إنحدار بواسو□ (*Poisson regression*) ثالث أكفء طريقة في تقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسو□ في حين حلَّت طريقة كابلن – مير (*Kaplan-Meier*) بالمرتبة الأخيرة.

4- عن طريق التجربة التطبيقية أظهرت النتائج إرتفاع مُعَوَّلية المكائن ماعدا الماكنة الرابعة التي أظهرت بياناتها إنخفاض مُعَوَّليتها وبالطريقتين (طريقة الإمكا□ الأعظم وطريقة القياس).

5- أظهرت النتائج أ□ الفترة الزمنية المتوقعة لحدوث أول فشل تزيد على السبعة أشهر وهذا مؤشر على أ□ المكائن جيدة وهذا ما أثبتته مُعَوَّليتها العالية.

ثانياً: التوصيات *Recommendations*

إعتماداً على الإستنتاجات المذكورة آنفاً يمكن وضع بعض المقترحات أو التوصيات من قبل الباحثة وكما يأتي:

1- إستخدام طريقة التقلص في تقدير مُعَوَّلية المكائن عند توفر معلومات أولية عن معلمة التقدير.

2- الإستمرار بصيانة المكائن عن طريق وضع جدول زمني للصيانة المبرمجة وذلك لزيادة مُعَوَّلية المكائن.

3- ضرورة أ□ تكو□ المنشأة مهيأة لكل صيانة مفاجأة (غير محسوبة) وذلك لتقليل مدة توقف الماكنة (المكائن) عن العمل ومن ثَمَّ إنخفاض مُعَوَّلية هذه المكائن.

4- ينبغي عدم تحميل المكائن أكثر من الطاقة التصميمية أو المتاحة للإنتاج لتبقى مُعَوَّليتها عالية وضرورة أ□ تكو□ المواد الداخلة في عملية التصنيع والإنتاج جيدة ومن مناشيء رصينة وذلك حفاظاً على عمر الماكنة الإفتراضي.

5- دراسة وتحليل دالة المُعَوَّلية لتوزيعات مختلطة (*Mixture distributions*) كأ□ تكو□ خليط من توزيعات مستمرة مع توزيعات متقطعة في آ□ واحد للحصول على معلومات جديدة تخص المُعَوَّلية.

6- إستخدام الطرائق البيزية من خلال تطبيق المعلومات السابقة واللاحقة في تقدير دالة المُعَوَّلية لتوزيع بواسو□ والعمل عليها.

المصادر

المصادر references

المصادر العربية Arabic references

1. إبراهيم، مصطفى والزيات، أحمد وعبد القادر، حامد والنجار، محمد "***المعجم الوسيط***"، مطبعة المكتبة الإسلامية، دار الدعوة، القاهرة 1972.
2. البياتي، حسام نجم عبود " ***مقارنة طرائق تقدير أنموذج ويبل للفشل باستخدام المحاكاة*** "، اطروحة دكتوراه، كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة بغداد 2002.
3. الجميلي، صبا صباح احمد "***مقارنة بعض طرائق تقدير المعلمة والمعولية لأنموذج ريلي للفشل لبيانات تامة وبيانات تحت المراقبة من النوع الاول باستخدام المحاكاة*** "، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد 2007.
4. العاني، مي تحسين عبد الحليم "***مقارنة بين طرائق تقدير المعولية في حالة الإجهاد والمتانة لأنموذجي باريتو وويبل***"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد 2007.
5. العبيدي، عدي عبد الرحمن "***خوارزمية بزن وشبكات صفوف الانتظار المغلقة مع التطبيق على نظام صيانة السيارات في شركة توزيع المنتجات النفطية بالموصل***"، رسالة ماجستير، كلية علوم الحاسبات والرياضيات – جامعة الموصل 2000.
6. الياسري، تهاني مهدي عباس وحميد، سميرة مزهر ونايف، قتيبة نبيل " ***مقارنات مقدرات بيز مع مقدر الامكان الاعظم في تقدير دالة البقاء للتوزيع الطبيعي اللوغاريتمي باستخدام بيانات مراقبة من النوع الثاني*** "، مجلة جامعة النهرين، العدد 11، 2008.
7. جليل، طالب شريف وإبراهيم، كوردستان وعبدالله ،زينب "***ايجاد معولية نظام التوالي بطريقة جديدة*** "، المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، العدد 23، 2013.
8. شاهر، ثائر فيصل "***طرائق تقدير عدد مرات الفشل في الانظمة القابلة للإصلاح*** "، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد 2005.
9. شريم، ماجد هبة الله "***دراسة مقارنة لطرق التقدير الحصينة لدالة البقاء مع تطبيق عملي على مرضى سرطان الدم في اليمن*** "، اطروحة دكتوراه، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد 2005.
10. صالح، ستار محمد "***مقارنة اسلوب بيز مع طرائق اخرى لتقدير دالة المعولية لتوزيع باريتو من النوع الاول*** "، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد 2006.

11. عبد علي، سوسن صبيح وفندي، صالح□عفر وعبد مطلك، ستار **" قياس معولية الفرن الدوار في معمل سمنت كبيسة "** ، مجلة الهندسة والتكنلو□يا، الجامعة التكنلو□يا – بغداد، المجلد 27 العدد 11، 2009.

12. عويد، غزوان رفيق **" مقارنة مقدرات بيز لمعلمة ودالتي المعولية ومعدل الفشل لتوزيع رالي باستعمال دوال خسارة متزنة وغير متزنة "** ، رسالة ما□ستير، كلية الادارة والاقتصاد –الجامعة المستنصرية 2012.

Foreign references المصادر الاجنبية

*13.Adam, M & Zhao, W. "**Modeling and analysis of Repairable system with General Repair** "Alexandria, Virginia, USA,2005.*

*14.Adil, H. K & Jan, T. R. "**Reliability Estimates of Generalized Poisson Distribution and Generalized Geometric Series Distribution**". India,2014.*

*15.A. Joseph, G. "**Poisson Regression**". Washington, USA,2011.*

*16.Alicja, J.R & Ryszard, M. "**Selected Stochastic Models in Reliability".** Wroclaw, Boland,2011.*

*17. Al -Zahrani, B & Sagor, H. "**The Poisson – Lomax Distribution**". king Abdulaziz university, Jeddah,2014.*

*18. Bernard H. "**Hypothesis Testing and Confidence Intervals for Products and Quotients of Poisson Parameters with Application to Reliability".** Journal of the American Statistical Association(JASA),1971.*

*19.Bjarte, R."**Exact Statistical Inference in Nonhomogeneous Poisson processes, based on Simulation".** Norwegian university of science and technology,2007.*

*20-David, J. S. "**Reliability Engineering**"W.A. Gambling*

*21-Elisa T. L. "**Statistical Method for Survival Data Analysis".**3rd ed., A Wiley-Interscience publication,2003.*

22. Elsayed, E.A. " ***Fundametals of Reliability Engineering and Application"*** *Quality Control & Reliability Engineering (QCRE). Rutgers University,2012.*

23.Frederick, S. H & Gerald, J. L. ***"Introduction to Operations Research"****.8th ed,2004.*

24. Garson, D. ***"Reliability Analysis"****. htt: llwww2. chass. Ncsu. Edul garson l pa 765 lreliability.htm,1998.*

25.German, R." ***Non-Parametric Estimation in Survival Models"****,2005.*

26.Hans, G. M & Jane, L. W ***"Density and Failure Rate estimation with Application to Reliability"****. California USA,2007.*

27.Harry, G. K. ***"Engineering Reliability Failure models"****. Drexel university-USA,2012.*

28.Hoang, P. ***"Reliability and Safety Engineering"****. 2nd ed. Springer Series in Reliability Engineering, Piscataway-USA,2016.*

29.Horst, R. ***"The Hazard Rate, Theory and Inference"****, With supplementary MATLAB Programs. Justus Liebig University, Germany,2014.*

30.Jayant V. D& Sudha, G. P. ***"Life Time Data: Statistical Models and Methods"****. University of Pune, India,2009.*

31.Kalbfleisch, J. D., and Prentice, R. L., ***"The Statistical Analysis of Failure Time Data"****, New York John Wiley & Sons, Inc,1980.*

32.Kumar, M & Singh, S. K & Singh, U. ***"Reliability Estimation for Poisson – Exponential Model Under Progressive Type Censoring Data with Binomial Removal Data "****, India,2016.*

*33.Lawless. J. F. "**Statistical Models and Methods for Lifetime Data**", 2nd ed., University of Waterloo, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc,2003.*

*34.Lina, B. "**Reliability Centred Mantineans for Electric Power Distribution Systems**". Stockholm, swede,2002.*

*35.Marvin, R. "**System Reliability Theory, Models, Statistical Methods, and Applications**". Second edition, Walter, Shewuhart & Samuel S. Wilks, Norwegian University of science and Technology, Norwege,2004.*

*36.Mike, S. M. "**Design for Reliability**". www.opsalacarte.com.*

*37.Miller R.H. "**Reliability of system comprised of k elements**". Journal of the American Statistical Association(JASA)1994.*

*38.Patrick, Z. "**Maximum Likelihood & Method of Moments Estimation**". University of California,2014.*

*39.Peter, H."**Shrinkage estimators**"2013.*

*40. Rasheed, D. H. & Wakil, A. A**.** "**Introduction to Mathematical Statistics**", College of Management and Economics, Baghdad University.*

*41.Rene, V. "**Compact Reliability and Maintenance Modeling of Complex Repairable Systems**"2014.*

*42.Roy, B & Ranald, N. A. "**Reliability Evaluation of Engineering System** " concepts and techniques. 2nd ed. - New York and London2012.*

*43.Tiejun, T & Yuedong, W. "**Optimal Shrinkage Estimation of Variances with Applications to Microarray Data Analysis**"2005.*

*44.Todinov. M.T "**Reliability and Risk Models** ". Setting Reliability Requirements.Cranfield, A John Wiley & Sons Ltd, Cranfield University, UK,2005*

*45. Young, D.H & Al-Saadi S.D. "**Statistical Theory and Methods",**1983***.**

*46**."MTBF, MTTR, MTTF & FIT Explanation of Term"**, http: ll WWW.imcnetworks.com,CANADA.*

*47."**Reliability Engineering"**, https://en.wikipedia.org/wiki.*

*48. httpsllen. Wikipedia. orglwiki / "**Poisson distribution"**.*

*49.START, "**Application of the Poisson Distribution"** Selected Topics in Assurance Related Technologies, USA,2002.*

*50."**System Reliability Engineering"**, WWW.Springer.com/cda/content.*

الملاحق

الملحق A

MLE CODES

```
> library (STAT)
> library (STAT4)
> library (MASS)
> data< - rpois (n, lambda)
> reps <- B=B
> npois <- n=n
> rate <- lambda
> set.seed ( )
> R . Real (R <- ( sum(rpois(n=npois , rate= lambda))))
> R . Est (x <- replicate(reps , sum(Data (n=npois , rate= lambda))))
> X1<- Mean (length(x))
>R1 <- length( R)
> mse <- mse length( X1 , R1 )
```

POISSON REG. CODES

```
> library(corpcor)

> reps <- B=B
> rate <- lambda
> set.seed ( )
>W <- matrix p = p, n = n
> W = matrix(rpois(n* lambda), nrow = n, ncol = p) lambda = “ “ ))
> p <- within ( p , { prog <- factor( prog , levels=1: k , labels= c (" X1" ))
> id <- factor ( id )})
> Y<- ( m1 <- glm ( num_awards ~ prog + X3="poisson", data=p ))
> Y1<- par ( Y )
> W1<- { if (family=="poisson"){ mu <- as.numeric(exp(alpha)) beta <- 1/mu w<-
sqrt(mu) } z <- (alpha+(y-mu)*beta) k1 <- rep(0,ncol(Y1)) k2 <- rep(1,ncol(Y1)) k
<- c(k1,k2) A <- diag(k) X <-cbind(X3,X4)*w Z <- z*w beta<-
solve(t(X)%*%X+2*lambda*A)%*%t(X)%*%Z beta1 <- beta[1:ncol(X3)] beta “
“ <- beta[(ncol(X3)+1):(ncol(X3d <- max(abs(beta” “ - beta” “),abs(beta “ “ -
beta “ “)) <- as.numeric(beta “ “) alpha <- X3%*%beta “ “ }
 > R . Real ( R3 <- ( sum ( rpois ( n=npois , rate= lambda ))))
> R . Est ( Y1 <- replicate ( reps , sum ( rpois (n=npois , rate= lambda))))
> W2 <- Mean (length ( W1 ))
>R4 <- length( R3)

> mse <- mse length (W2 , R4 )
```

KAPLIN CODES

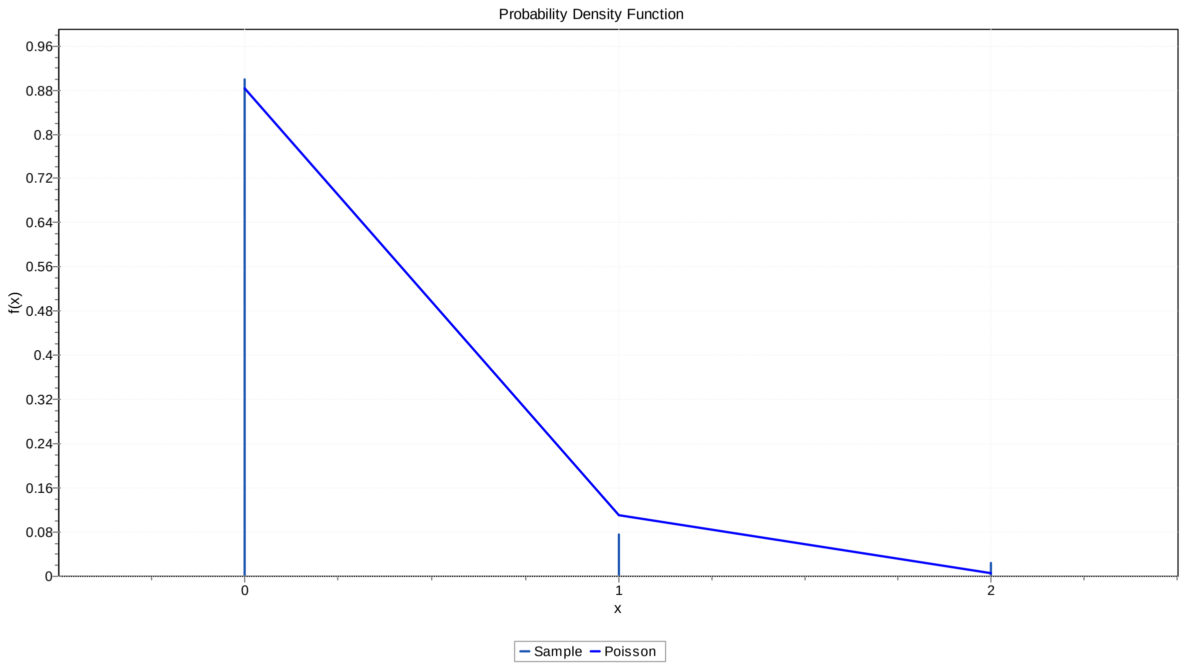
```
library(survival)

library(KMsurv)
library(nlme)
> D <- read.csv( file.choose(  ) , header=T )

> reps <- B=B
> npois <- n=n
> rate <- lambda
> set.seed ( )

> km <- (survfit(SurvObj ~ 1, data =D , conf .type = "log-log") km<-survest<-
stepfun(km$num,c(1,km$surv) )

> num5m<-floor(num/5)
> tall<-data.frame(num5m)
> die<-gsummary(tall, sum, groups= num5m)
> total<-gsummary(tall, length, groups= num5m)
> rm(num5m)
> ltab.data<-cbind(die[,1:2], total[,2])
> detach(hmohiv)
> attach(ltab.data)
> lt=length(num5m)
> num5m[lk+1]=NA
> nevent=data
> nlost=total[,2] - data
> mytable<-tab(num5m, n, nlost, nevent)
>Y5<-mytable[,1:n]
```

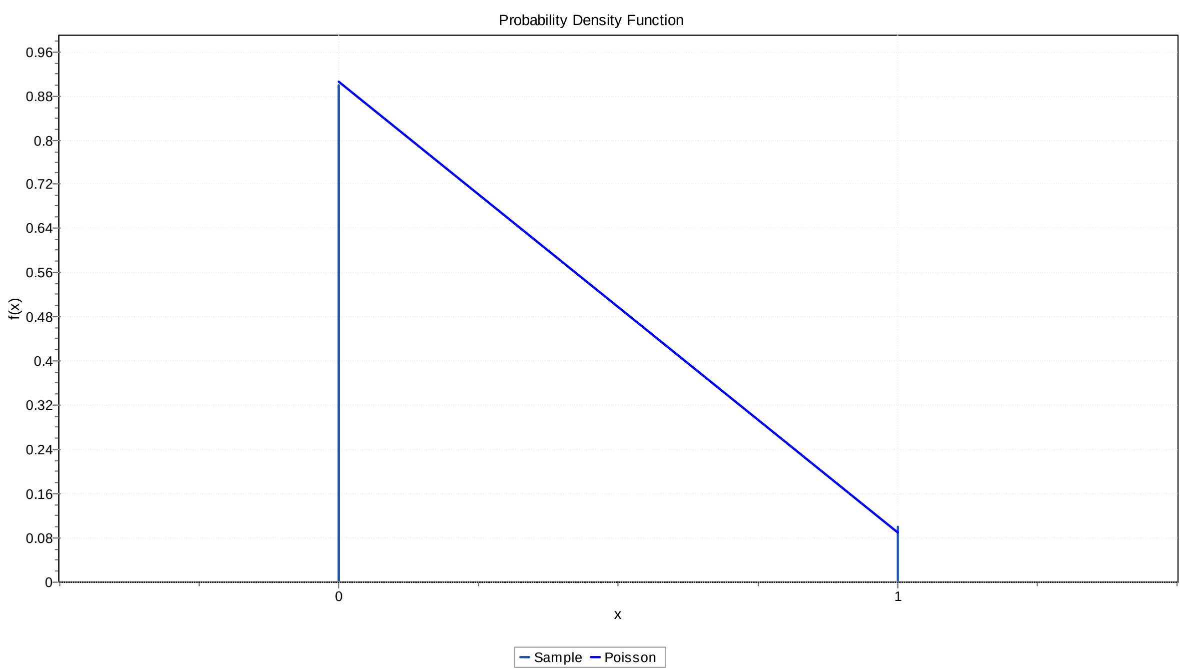
```
> R . Real ( R5 <- ( sum ( rpois ( n=npois , rate= lambda ))))
> R . Est ( Y5 <- replicate ( reps , sum ( rpois (n=npois , rate= lambda))))
> Y6<-Mean(length( Y5 ))
> R6 <- length( R5)
> mse <- mse length ( Y6 , R6 )
```

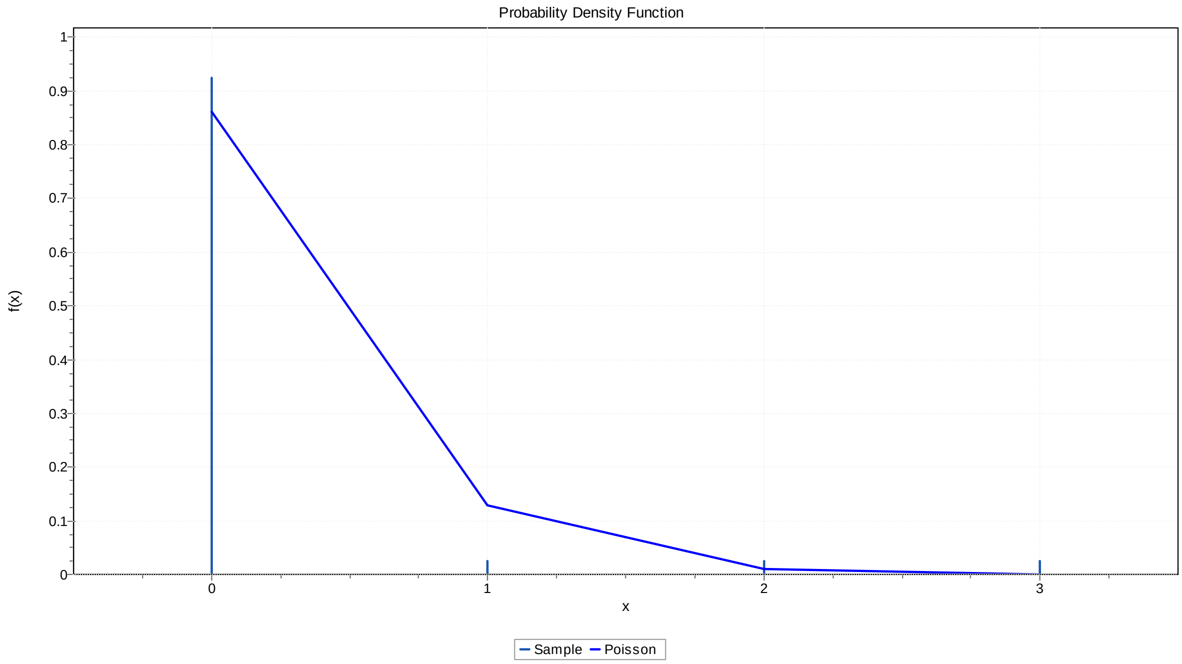
SHRINKAGE CODES

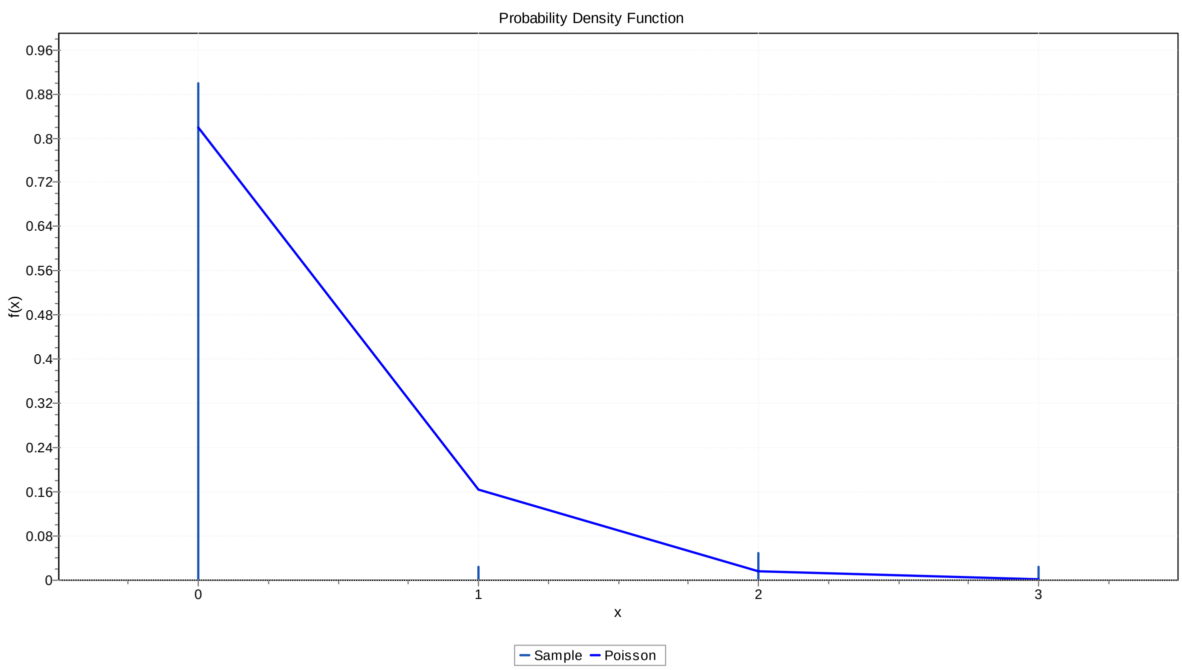
```
>N=n
> B=” “
> Lambda=” “
> Theata=” “
> R7 <- read.csv( file.choose( ) , header=T )
> For ( i=1 in 1:n){k=”1”
G=( theata(length(R1)+(1- theata)(length(R7))
F=G
Q[i]=0
While (k< k){ if Q[i] < F
R9=” “
Else {
Q[i] = Q[i] +1
G=g*g=( theata(length(R1)+(1- theata)(length(R8))
F1=F+G }
> Print (R9)
> R . Real ( R11 <- ( sum ( rpois ( n=npois , rate= lambda ))))
> R10<-Mean(length( R9 ))
> mse <- mse length ( R10 , R11 )
```

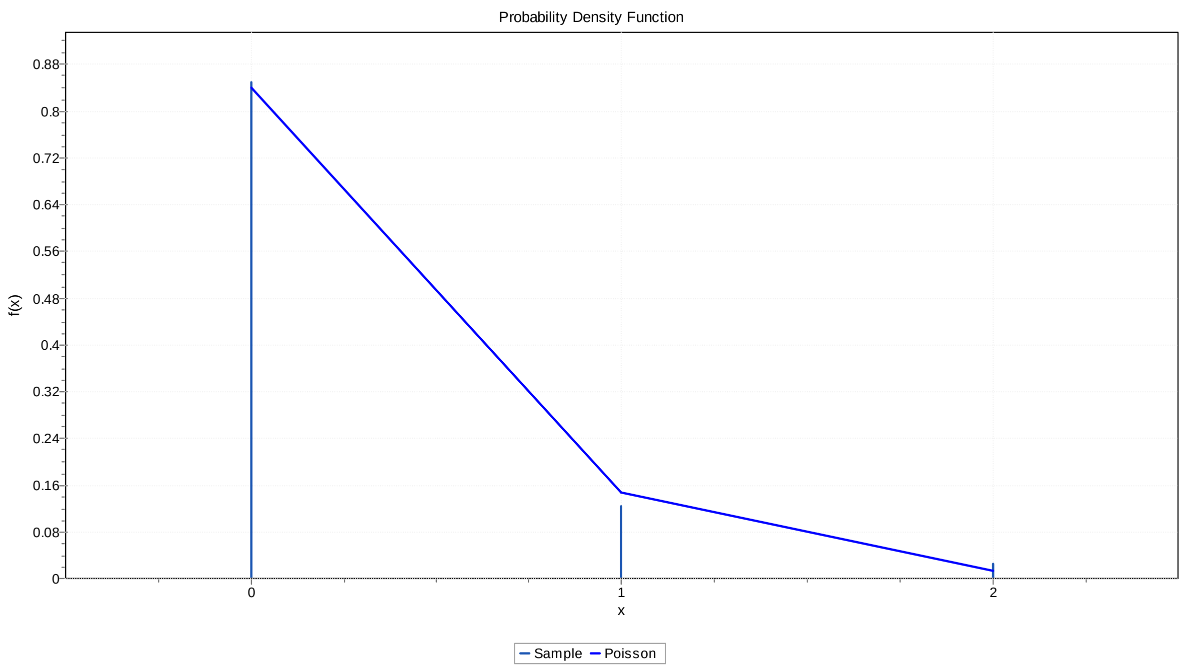
الملحق B_1


Probability Density Function
0.96
0.88
0.8
0.72
0.64
0.56
0.48
0.4
0.32
0.24
0.16
0.08
0
f(x)
0
1
2
x
Sample
Poisson


Probability Density Function
0.96
0.88
0.8
0.72
0.64
0.56
0.48
0.4
0.32
0.24
0.16
0.08
0
f(x)
0
1
x
Sample
Poisson


Probability Density Function
f(x)
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
1
2
3
x
Sample
Poisson


Probability Density Function
f(x)
0.96
0.88
0.8
0.72
0.64
0.56
0.48
0.4
0.32
0.24
0.16
0.08
0
0
1
2
3
x
Sample
Poisson



الملحق B_2

Chi-Square Test

A1

	Observed N	Expected N	Residual
.00	35	20.0	15.0
1.00	5	20.0	-15.0
Total	40		

A2

	Observed N	Expected N	Residual
.00	36	20.0	16.0
1.00	4	20.0	-16.0
Total	40		

A3

	Observed N	Expected N	Residual
.00	37	10.0	27.0
1.00	1	10.0	-9.0
2.00	1	10.0	-9.0
3.00	1	10.0	-9.0
Total	40		

A4

	Observed N	Expected N	Residual
.00	36	10.0	26.0
1.00	1	10.0	-9.0
2.00	2	10.0	-8.0
3.00	1	10.0	-9.0
Total	40		

A5

	Observed N	Expected N	Residual
.00	34	13.3	20.7
1.00	5	13.3	-8.3
2.00	1	13.3	-12.3
Total	40		

Test Statistics

	A1	A2	A3	A4	A5
Chi-Square	22.500[a]	25.600[a]	97.200[b]	90.200[b]	48.650[c]
df	1	1	3	3	2
Asymp. Sig.	.000	.000	.000	.000	.000

a. 0 cells (0.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 20.0.

b. 0 cells (0.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 10.0.

c. 0 cells (0.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 13.3.

Abstract

The technological development and the use of complex electronic systems in various fields led many researchers to study the Reliability. Therefore, the study of the Reliability and linkage between the theoretical and practical aspects is of great importance because it is the indicator to show the efficiency and ability of the machine to work without breaks for a period of time Long for the purpose of increasing production of both quality and quantity.

Since the number of failures is subject to the distribution of Poisson, the study focused more on the study of the Poisson processes by two types the homogeneous(HPP) and non-homogeneous (NHPP), and the absence of a general trend in the number of failures vs. time t It was appropriate to analyze data using the Poisson regression.

This study was concerned with estimating the reliability function in the case of data distributed of Poisson distribution in comparison to three methods of estimation methods, namely the Poisson regression method as a regression method, and the Maximum Likelihood method as a traditional method, and Kaplan-Meier method as a method of nonparametric.

For the purpose of applying the theoretical dimensions of the estimation methods, the Monte Carlo method was used using a programming language R (version 3.3.2), and several experiments were carried out by producing a random sample with a Poisson distribution based on sample sizes equal to (n =10,20,30,40 ,50,100). The replicates for each experiment were L = 5000.

The estimation methods were compared by using Mean Squares Error and were reached with generally concluded that the maximum Likelihood estimator was the best of these estimates because it had the lowest mean error squares compared to other capabilities, it means, the reliability estimation of the data distributed by the Poisson distribution the maximum Likelihood method is best for all sample sizes, followed directly by the Poisson regression method and for all sample sizes.

As for the practical side has made Chi Square test was first on available data that represent the number of failures of some of the machines in Dar Al- Warith for printing and publishing in the holy city of Karbala using a statistical program (Easy fit) shows that the number of failures are distributed (Poisson distribution), and they trace non homogenous poison processes, and because the Maximum Likelihood for the reliability function is the best of these capabilities after an estimated contraction according to a pilot aspect in this research has been the estimated these machines account under study for the purpose of identifying efficiency and behavior with time, as a function account reliability way to measure based on the Mean Time Between Failures (MTBF).

Ministry of Higher Education
and Scientific Research
University of Karbala
College of Economics and Administration
Department of Statistics

Estimation of reliability function for Poisson distribution With practical application

A Thesis Submitted to
Council of the college of Administration and Economics at the University of Karbala
It is part of the requirements for obtaining a master's degree in statistics

By
Zainab M. B. al – Baker

Supervised By
Prof. Dr.
Abdul Hussain H. H. al-Tai

1438 Ah ***2017 Ad***