



جامعة كربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

بناء توزيع احتمالي باستعمال قاعدة
(Topp Leone G-Family)
لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة إلى
مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء وهي جزء
من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الإحصاء

كتبت بواسطة
كنعان عدنان احمد القرشي

بإشراف
أ.د. شروق عبد الرضا سعيد السباح

2022م

1443هـ

كربلاء المقدسة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿وَكُلَّ شَيْءٍ أَحْصَيْنَاهُ فِي إِمَامٍ مُّبِينٍ﴾

صدق الله العليّ العظيم

يس [12]

إقرار المشرف


أشهد بأن إعداد هذه الرسالة الموسومة (بناء توزيع احتمالي باستعمال قاعدة "Topp Leone G-Family" لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي) والتي تقدم بها الطالب " كنعان عدنان احمد القرشي " قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.


أ.د. شروق عبدالرضا سعيد السباح

التاريخ: / / 2022

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.


أ.د. شروق عبد الرضا سعيد السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2022

إقرار الخبير اللغوي

أشهد ان الرسالة الموسومة بـ (بناء توزيع احتمالي باستعمال قاعدة "Topp Leone G-Family" لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي) للطالب كنعان عدنان احمد / كلية الإدارة والاقتصاد - قسم الإحصاء قد جرت مراجعتها من الناحية اللغوية حتى أصبحت خالية من الأخطاء اللغوية والاسلوبية ولأجله وقعت.

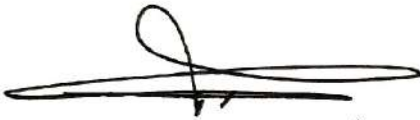
الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

جامعة كربلاء - كلية الإدارة والاقتصاد

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (بناء توزيع احتمالي باستعمال قاعدة "Topp Leone G-Family" لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي) والمقدمة من قبل الطالب "كنعان عدنان احمد" وناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير () .



أ.م.د ريسان عبد الامام

عضواً

2022 / /



أ.د. عباس لفته كنيهر

رئيساً

2022 / /



أ.د. شروق عبدالرضا السباح

عضواً ومشرفاً

2022 / /



أ.م.د ايناس عبدالحافظ محمد

عضواً

2022 / /

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على اقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالب
" فلاح حسن جبار " الموسومة بـ (بناء توزيع احتمالي باستعمال قاعدة
"Topp Leone G-Family" لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي)
ارشح هذه الرسالة للمناقشة.



أ.د محمد حسين كاظم الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.



عميد كلية الادارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2022 / 28 / 9

الإهداء

إلى

من ترعرعت في أرضه... وأكلت من خيراته... وامرتويت من انهاره...

(وطني الغالي)

إلى

من وجدت في الحياة لأبره... قدوتي ونبراسي... الذي ينير دربي...

(والدي رحمه الله)

إلى

أعظم النعم، وأعلى المتح... من جعلت الجنة تحت اقدامها... لا يحصى جميلها...

(والدتي الحنونة)

إلى

مرباحين حياتي... وأملتي في الدنيا... وسر بقائي... وكفاحي...

(نزوجتي واطفالي)

إلى

السند... والذخر... والصديق الأول...

(أخي الشهيد قحطان)

إلى

اخوتي الذين لم تلدهم امي...

(أصدقائي الأعزاء)

إلى

الصروح الشاحمة... والرواسي العاليات... ولولا هم ما كنت ها هنا الان...

(أساتذتي الكرام)

اهدي للجميع هذا الجهد المتواضع

شكر وتقدير

الحمد لله رب العالمين اقصى مبلغ الحمد ، والشكر لله من قبل ومن بعد ، على ما وفقني لإنجاز هذا العمل المتواضع ، والصلاة والسلام على خير الانام نبي الإسلام الرسول الهمام محمد ابن عبد الله عليه وعلى أهل بيته الطيبين الطاهرين أفضل الصلاة وآثر السلام .

أتقدم بجزيل الشكر ووافر الامتنان إلى عمادة كلية الإدارة والاقتصاد وقسم الإحصاء وقسم الدراسات العليا لإتاحة الفرصة لي لإتمام دراستي العليا .

عرفاناً مني بالجميل للجهود القيمة التي بذلت لمساعدتي من قبل استاذتي ومشرفتي الاستاذة الدكتورة (شروق عبد الرضا السباح) ، لسعة صدرها وتحملها اياي رغم كثرة التزاماتها ومسؤولياتها ، اذ كانت لي خير عون ، وتوجيهاتها كانت اساساً لتعزير منهجية البحث العلمي من فكرة وعنوان الى رسالة متكاملة ، فلها مني كل الشكر والعرفان وادعو الله تعالى ان يحفظها واهلها من كل مكروه . كما أتوجه بالشكر الجزيل لكل من ساعدني وساندي على إنجاز رسالتي بنصيحة او معلومة او استشارة واطمأننتهم المبرمج (منتظر جمعة) والزميل (علي حسين نورمي) ومدير الدعم الفني في دائرة البطاقة الوطنية (المقدم نبيل ميري) ومعاونته المهندس (موفق عبد الرزاق) لمساعدتهم لي بالحصول على البيانات ادعوا الله ان يوفقهم لكل خير .

واخص بالشكر

اساتذتي الفضلاء في قسم الإحصاء لما لهم دوراً كبيراً على تعليمي ونصحي وتوجيهي ولم يخلوا عني باي جهد او معلومة كبيرة كانت ام صغيرة فجزاهم الله عني خير جزاء المحسنين . كما وأقدم وافر شكري وامتناني الى السادة رئيس لجنة المناقشة واعضائها المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة رسالتي وابداء توجيهاتهم القيمة التي تغنيها وتقومها .

واخيراً أتقدم بالشكر الجزيل الى المقومين العلميين واللغويين لتفضلهم بمراجعة الدراسة وتدقيقها ، وفقهم

الله لكل خير .



قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع
أ	الآية
ب	الاهداء
ج	شكر وتقدير
د-هـ	قائمة المحتويات
و-ز	قائمة الجداول
ح	قائمة الاشكال
ط	قائمة الرموز
ي	المستخلص
11-1	الفصل الاول : المقدمة ومنهجية البحث
3-2	المقدمة
4	مشكلة الرسالة
5	هدف الرسالة
11-5	الاستعراض المرجعي
46-13	الفصل الثاني : الجانب النظري
13	تمهيد
14-13	توزيع توب ليون
15	مفهوم المعولية
17-15	دالة المعولية
18	توزيع رايلي
19	توزيع امتداد رايلي
20	قاعدة توب ليون المولد
21	التوزيع المقترح (TL G-RR)
21	دالة التوزيع التراكمية لتوزيع (TL G-RR)
22	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (TL G-RR)
25	دالة المعولية لتوزيع (TL G-RR)
25	دالة المخاطرة لتوزيع (TL G-RR)
26	الدالة الكمية
27	الخواص الأساسية للتوزيع المقترح (TL G-RR)
29-27	العزوم اللامركزية

31-29	العزوم المركزية	2-4-7-2
32	الدالة المولدة للعزوم	3-4-7-2
33	معامل الاختلاف	4-4-7-2
33	معامل الالتواء	5-4-7-2
34	معامل التفلطح	6-4-7-2
35	طرائق التقدير	8-2
35	طريقة الامكان الاعظم	1-8-2
38	طريقة المربعات الصغرى	2-8-2
41	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	3-8-2
43	طريقة التقليل	4-8-2
44	معايير مقارنة افضل طرائق التقدير	9-2
45	متوسط مربعات الخطأ (mse)	1-9-2
45	متوسط مربعات الخطأ (mse) بالنسبة لدالة المعولية	2-9-2
45	متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE)	3-9-2
46	اختبار حسن المطابقة	10-2
46	اختبار احصاءة كاي سكوير	1-10-2
46	اختبار اندرسون	2-10-2
46	اختبار كارمر	3-10-2
88-48	الفصل الثالث : الجانب التجريبي والتطبيقي	
49	تمهيد	1-3
77-49	الجانب التجريبي	
48-49	مفهوم المحاكاة	1-2-3
52-50	مراحل تجربة المحاكاة	2-2-3
78-52	استعراض نتائج المحاكاة	3-2-3
87-79	الجانب التطبيقي	
80	نبذه عن دائرة البطاقة الوطنية في كربلاء المقدسة	1-3-3
80	عينة الرسالة	2-3-3
81	اختبار حسن المطابقة	3-3-3
82	معايير اختيار افضل توزيع	4-3-3
87-85	تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية	5-3-3
89-88	الفصل الرابع : الاستنتاجات والتوصيات	
89	الاستنتاجات	
90	التوصيات	
98-92	المصادر	

92	المصادر العربية
98-93	المصادر الاجنبية
117-100	الملاحق
107-100	جداول مقدرات المعلمات
116-108	برنامج محاكاة الجانب التجريبي
117	كتاب تسهيل مهمة
a	Abstract

قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
50	القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة	(3-1)
55	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الاول وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=1.5, \beta=1.5, \theta=1.5$)	(3-2)
57	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الثاني وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=1.5, \beta=1.5, \theta=3$)	(3-3)
59	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الثالث وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=1.5, \beta=4, \theta=1.5$)	(3-4)
61	يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الرابع وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=1.5, \beta=4, \theta=3$)	(3-5)
63	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الخامس وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=3.5, \beta=1.5, \theta=1.5$)	(3-6)
65	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج السادس وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=3.5, \beta=1.5, \theta=3$)	(3-7)
67	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج السابع وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=3.5, \beta=4, \theta=1.5$)	(3-8)

69	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الثامن وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=3.5, \beta=4, \theta=3$)	(3-9)
71	يمثل الرتب الجزئية والكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لجميع طرائق التقدير المستعملة في عملية التقدير ولحجوم العينات المختلفة المقترحة (20,25,100,200)، وبحسب النماذج الافتراضية للمعلمات	(3-10)
72	يوضح الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع النماذج من القيم الافتراضية للمعلمات بحسب حجم العينات	(3-11)
74	يوضح قيم المعيار (IMSE) بالنسبة للنماذج الثمان المفترضة ولجميع حجوم العينة	(3-12)
76	الرتب الجزئية والكلية لمتوسطات مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق التقدير كافة ولكل نضام من قيم الافتراضية للمعلمات ولجميع حجوم العينات	(3-13)
77	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع الانظمة من القيم الافتراضية للمعلمات حسب حجم العينات	(3-14)
80	اوقات تشغيل الطابعة لحين العطل ومقاسة بالسنوات	(3-15)
80	قيم المؤشرات الإحصائية المستحصل عليها بالاستعانة ببرنامج (Mathmatica)	(3-16)
81	قيم إحصاءات الاختبار ونتائج اختبار حسن المطابقة	(3-17)
82	قيم معايير حسن المطابقة بالنسبة للتوزيعين توزيع امتداد رايلي (Rayleigh Rayleigh)، والتوزيع المقترح (TL G-RR)	(3-18)
87-84	قيم مقدرات دالة المعولية والدالة التوزيعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية	(3-19)
100	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الاول وبحسب حجوم العينات	(3-20)
101	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثاني وبحسب حجوم العينات	(3-21)
102	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثالث وبحسب حجوم العينات	(3-22)
103	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الرابع وبحسب حجوم العينات	(3-23)
104	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الخامس وبحسب حجوم العينات	(3-24)
105	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج السادس وبحسب حجوم العينات	(3-25)
106	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج السابع وبحسب حجوم العينات	(3-26)
107	يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج السابع وبحسب حجوم العينات	(3-27)

قائمة الاشكال

رقم الشكل	عنوان الشكل	الصفحة
(2-1)	منحني دالة الكثافة الاحتمالي لتوزيع <i>Topp-Leone</i>	14
(2-2)	منحني دالة التوزيع التراكمية لتوزيع <i>Topp-Leone</i>	14
(2-3)	منحني دالة المعولية وعلاقتها بالزمن	17
(2-4)	منحني دالة الكثافة الاحتمالي لتوزيع <i>Rayleigh</i>	18
(2-5)	منحني دالة التوزيع التجميعية لتوزيع <i>Rayleigh</i>	18
(2-6)	يمثل دالة الكثافة الاحتمالية <i>pdf</i> للتوزيع المقترح (<i>TLG-RR</i>)	24
(2-7)	يمثل دالة التوزيع التجميعية <i>cdf</i> للتوزيع المقترح (<i>TLG-RR</i>)	24
(2-8)	يمثل دالة المعولية (<i>Reliability</i>) لتوزيع (<i>TLG - RR</i>)	25
(2-9)	يمثل دالة المخاطرة (<i>Hazard rate</i>) لتوزيع (<i>TLG - RR</i>)	26
(3-1-4)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بالطرق المعتمدة في عملية التقدير ودالة المعولية الحقيقية بالنسبة للأنموذج الثالث ولحجم عينة (25)	52
(3-2-4)	البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بالطرق المعتمدة في عملية التقدير ودالة المعولية الحقيقية بالنسبة للأنموذج الرابع ولحجم العينة (50).	52
(3-3-4)	البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بالطرق المعتمدة في عملية التقدير ودالة المعولية الحقيقية بالنسبة للأنموذج الرابع و لحجم العينة (100).	53
(3-4-4)	البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بالطرق المعتمدة في عملية التقدير ودالة المعولية الحقيقية بالنسبة للأنموذج الرابع و لحجم العينة (200).	53
(3-1)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدره في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الاول	56
(3-2)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدره في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الثاني	58
(3-3)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدره في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الثالث	60
(3-4)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدره في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الرابع	62
(3-5)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدره في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الخامس	64
(3-6)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدره في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج السادس	66
(3-7)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدره في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج السابع	68
(3-8)	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدره في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الثامن	70
(3-5-1)(3-5-2) (3-5-3)(3-5-4)	الرسم البياني لدالة المعولية لأفضل انموذج من النماذج المقترضة	75
(3-9)	يوضح ملائمة التوزيع الاحتمالي المقترح (<i>TLG-RR</i>) للبيانات الحقيقية مقارنة بتوزيع رايلي رايلي (<i>Rayleigh Rayleigh</i>)	83
(3-10)	يوضح سلوك دالة التوزيع التجميعية <i>cdf</i> للتوزيع الاحتمالي المقترح (<i>TLG-RR</i>) مقارنة دالة التوزيع التجميعية للتوزيع التجريبي (<i>Empirical Distribution</i>)	83
(3-11)	يوضح الرسم البياني لدالة المعولية ($R(x)$) للتوزيع المقترح (<i>TLG-RR</i>) مقارنة مع دالتي التوزيع التجريبي (<i>Empirical Distribution</i>).	84

قائمة الرموز

Mean	المعنى	الرموز
Cumulative density function pdf	دالة الكثافة التجميعية	$F(x)$
Probability density function cdf	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(x)$
Reliability function	دالة المعولية	$R(x)$
Hazard rate function	دالة المخاطرة	$h(x)$
Likelihood function	دالة الامكان الاعظم	$L(x)$
Distribution Topp Leon G-Rayleigh Rayleigh	توزيع (توب لون جي رايلى رايلى)	$TLG-RR$
Topp Leon generator family	دالة بناء التوزيع	$TLG-F$
The probability density function of the new distribution	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح	$f_{TLG-RR}(x)$
The cumulative density function of the new distribution	دالة الكثافة التجميعية للتوزيع المقترح	$F_{TLG-RR}(x)$
Non-central r^{th} moment	العزم اللامركزي الرائي	μ'_r
Central r^{th} momen	العزم المركزي الرائي	μ_r
Maximum likelihood estimation	طريقة الامكان الاعظم	MLE
Ordinary least square	المربعات الصغرى العادية	OLS
Weighted least square	المربعات الصغرى الموزونة	WLS
Shrenkage	طريقة التقليس المختلطة	Shr
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Integrative Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ التكاملية	$IMSE$
Chi-square statistic	إحصاءه كاي سكوير	χ^2
Akaike Information Criteria	معيار معلومات اكاكي	AIC
Akaike Information Correct	معيار اكاكي المصحح	$AICc$

المستخلص

يعد توزيع (Topp Leone) والذي اكتشفه العالمان (C.W. Topp and F.C. Leone)، و توزيع (Rayleigh)، الذي قدمه اول مرة العالم الانكليزي (The Lord Rayleigh)، من بين اهم التوزيعات الاحصائية المستمرة والتي تستعمل بشكل كبير في تحليل دوال البقاء على الحياة ودوال المعولية او الموثوقية (Reliability)، اذ تعد دالة المعولية (Reliability) من المؤشرات الإحصائية المهمة التي ازداد العمل بها مؤخراً بشكل ملحوظ لحساب العمر التقديري للأجهزة والمكانن وذلك لملائمتها لأغلب التطبيقات العملية المتعلقة بالمعدات القابلة للصيانة والتصليح.

وبسبب قلة مرونة التوزيعات الاحتمالية المفردة في تمثيل البيانات الحقيقية عمد الباحث الى استعمال توزيع (Topp Leone) كقاعدة تدعى ((Topp Leone generator family (TLG-F)) تستعمل لبناء التوزيعات الاحتمالية وذلك لاقتراح توزيع احتمالي جديد ذات ثلاث معلمات يطلق عليه توزيع ((Topp Leon G-Rayleigh Rayleigh (TLG-RR))، ليكون امتداداً ومعمماً لتوزيع (Rayleigh)، وذلك عبر اضافة معلمة شكل جديدة ($\theta > 0$) للتوزيع الأصلي توزيع (Rayleigh)، اذ يمتاز التوزيع الاحتمالي الجديد (TLG-RR) بمرونة عالية ودقة في تمثيل البيانات الحقيقية للعيبة المبحوثة.

وقام الباحث في هذه الرسالة باستخراج بعض خصائص التوزيع المقترح الاساسية، وتقدير معلماته ودالته المعولية بأربع طرائق تقدير مختلفة وهي (طريقة الامكان الاعظم MLE و طريقة المربعات الصغرى OLS وطريقة المربعات الصغرى الموزونة WLS وطريقة التقليل Shrinkage)، وعبر استعمال اسلوب المحاكاة التجريبي على بيانات افتراضية، اذ أجريت عدة تجارب للمحاكات بأحجام عينات مختلفة (25,50,100,200)، و بالاعتماد على قيمة المؤشرين الاحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية (IMSE)، تمت المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في عملية التقدير، اذ أوضحت نتائج الدراسة *افضلية طريقة (التقليل المختلطة Shrinkage)، في تقدير المعلمات وحساب مقدر دالة المعولية للتوزيع المقترح عند احجام العينات كافة تليها طريقة الامكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى الموزونة فطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية بالمرتبة الاخيرة .

وطبقت الدراسة على عينة لبيانات حقيقية تمثلت بأوقات الاشتغال لحين العطل لـ(100) جهاز طابعة من دائرة البطاقة الوطنية في كربلاء المقدسة، واستطاعت الدراسة في الجانب التطبيقي من اثبات ان التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR)، هو افضل واكثر مرونة في تمثيل هذه البيانات مقارنة بتوزيع (Rayleigh Rayleigh)، وذلك باستعمال اختبارات حسن المطابقة المعتمدة، وايضاً تم تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية باستعمال *الطريقة الأفضل (طريقة التقليل المختلطة Shrinkage)، لأفضل حجم العينة تم التوصل اليه في الجانب التجريبي كما توصلت الدراسة الى إمكانية التعويل على هذه الطابعات بنسبة (51%) لكل سنة تقريباً، بالاعتماد على متوسط قيمة دالة المعولية ومتوسط اوقات الاشتغال لحين العطل للطابعات.

الفصل الأول

الجانب المنهجي

1-1- المقدمة Introduction

اضحت التوزيعات الإحصائية في الآونة الأخيرة تنال جل اهتمام الباحثون، إذ قام العديد من الباحثين الإحصائيين بالتعمق في دراسة هذه التوزيعات والاعتماد عليها بشكل أساس في بحوثهم ودراساتهم على مرّ السنين، فصارت تستعمل استعمالاً واسعاً في تحليل ونمذجة الظواهر الطبيعية المختلفة كالأوبئة والزلازل وفي تحليل دوال البقاء على قيد الحياة ودوال الفشل و المعولية (الموثوقية) والتجارب الإحصائية الأخرى، وبالرغم من الأهمية الكبيرة لهذه التوزيعات، إلا أنها تبقى توزيعات ذات قدرات وخصائص محدودة لا يمكن تطبيقها في جميع الأحوال، كون أغلب الظواهر والاحداث تتمتع بخواص متغيرة مع مرور الزمن، ومن المعلوم ان حالة عدم التجانس التي تتصف بها اغلب البيانات وسلوكها المعقد والشائك نتيجة التنوع الكبير والزيادة الكمية وتعدد المجتمعات الإحصائية التي سحبت منها، بات من الصعوبة على الباحثين تمثيلها بتوزيعات احتمالية احادية او مفردة، لذا دعت الحاجة الى إيجاد سبل وطرائق رياضية تمكنهم من إيجاد توزيعات احتمالية حديثة ذات مميزات تلائم بيانات الظواهر المدروسة افضل من التوزيعات الاصلية، ومن هذه السبل والطرائق هي بناء توزيعات احتمالية جديدة او تطوير وتوسعه واعمام لتوزيعات احتمالية موجودة عبر إضافة معلمة واحدة او أكثر من معلمات الشكل او تحويل وتحوير او خلط و تركيب لتوزيعين او اكثر، لينتج توزيعات احتمالية جديد يعتقد انها تكون أكثر دقة ومرونة وليونة في تمثيل البيانات لدراسة تلك الظواهر، لذا قام الباحث باقتراح توزيع جديد على فرض انه يكون اكثر مرونة في تمثيل البيانات من التوزيع الاصيلي.

اذ قام الباحث في هذه الرسالة باستعمال قاعدة (Topp Leon G-Family (TLG-F)) لاقتراح توزيعاً احتمالياً جديداً يطلق عليه توزيع ((Topp Leone G-Rayleigh Rayleigh (TLG-RR))، وذلك عبر اجراء تطوير للتوزيع الاصيلي (توزيع امتداد رايلي) بإضافة معلمة شكل جديدة ($\theta > 0$)، والهدف من اقتراح هذا التوزيع (TLG-RR) لكي يلائم قيم المتغيرات لأوقات الفشل والاعطال لأجهزة الطابعة ضمن الفترة $(0, \infty)$ ، مع بيان خواصه الاساسية، بهدف تقدير دالة المعولية لما لها أهمية كبيرة في قياس واطالة اعمار الأجهزة والمكان والآلات المختلفة.

وتظهر أهمية المعولية بأنها تعطي للقائمين على مراقبة الأجهزة ومديري الدوائر والشركات والمصانع ومديري الإنتاج والصيانة التي يعتمد عملهم بالدرجة الأساس على المكنان والأجهزة، برنامجاً علمياً لتحديد اعطال وصيانة هذه الأجهزة والمكنان للمحافظة عليها وصيانتها بشكل دوري لما يضمن استمرارها وديمومتها وتلافي اعطالها المفاجئة التي تسبب توقف العمل، وهذا

بدوره يزيد من كفاءة الإنتاج وخفض التكاليف، ويمكن المديرين من اتخاذ القرارات المدروسة لتحديد اوقات الصيانة والاستبدال وتقييم مصادر المنشأ ووضع الخطط الاستراتيجية على أسس علمية للتعاقد مع الشركات الرصينة والموثوقة، لذا سنقوم في هذه الرسالة بالتركيز بشكل كبير على دراسة ومناقشة دالة المعولية.

اما هيكلية الرسالة فقد تضمنت في خمسة فصول، شمل الفصل الاول المقدمة ومشكلة وهدف الرسالة والاستعراض المرجعي لبعض الدراسات السابقة ذات الصلة بموضوع الرسالة، فيما شمل الفصل الثاني من الرسالة الجانب النظري والذي سنوضح فيه مفهوم المعولية (Reliability) ودالة المعولية (Reliability function) ونبين توزيع توب ليون (Topp leone dist.) وتوزيع رايلي (Rayleigh dist.) وتوزيع امتداد رايلي (Expansion Rayleigh dist.) و القاعدة المستعملة للتوليد (TL-GF)، ثم نقوم بتقدير معلمات للتوزيع المقترح ودالته المعولية نضرياً بطرائق تقدير مختلفة مثل (طريقة الامكان الاعظم Maximum likelihood MLE) وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وطريقة التقليلص (Shrinkage).

فيما تناولنا الفصل الثالث في جانبين الجانب الأول يمثل الجانب التجريبي للرسالة اذ تم استعمال اسلوب المحاكاة (Simulation) لتوليد الارقام العشوائية بأحجام عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة (25,50,100,200)، والتي يتم اعتمادها لأغراض الرسالة، ومن ثم تقدير معلمات التوزيع ودالة المعولية تجريبياً بطرائق التقدير نفسها والمقارنة بين هذه الطرائق بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error MSE).

والجانب الآخر من الفصل الثالث هو الجانب التطبيقي، اذ طبقت الرسالة على عينة عشوائية بسيطة بحجم (100) جهاز طابعة، تم سحبها من دائرة البطاقة الوطنية الموحدة في كربلاء المقدسة، تمثل ازمان وتوقيتات الاشتغال لحين التوقف او العطل عن العمل لأجهزة الطابعة من نوع (Brother-HL)، والتي تستعمل في ارشفة وطباعة المعلومات في جميع دوائر البطاقة الوطنية التابعة لوزارة الداخلية العراقية.

واخيرا تضمن الفصل الرابع من الرسالة اهم الاستنتاجات التي توصل اليها الباحث والتوصيات.

1-2- مشكلة الرسالة The Research Problem

● مشكلة الرسالة النظرية:

تتمثل مشكلة الرسالة النظرية بوجود صعوبات وتحديات جما تواجه الباحثين الراغبين في إجراء دراسة معينة او تحليل وتفسير لظاهرة ما، في أي مجال من مجالات الحياة المختلفة كالعلمية والاقتصادية والاجتماعية والسياسية، وتكمن هذه الصعوبات في عدم امكانية تمثيل البيانات الخاصة بهذه الظواهر بتوزيعات احتمالية مناسبة، ومن ابرز هذه البيانات هي البيانات الحقيقية المتمثلة بأوقات الاشتغال لحين الفشل أو العطل لأجهزة الطابعة التي يتم العمل بها في دائرة البطاقة الوطنية الموحدة في كربلاء المقدسة، وبسبب التعقيد الكبير والسلوك الشائك الذي تتخذه معظم هذه البيانات وصفة عدم التجانس التي تتصف بها، اذ بدا من الصعوبة تمثيلها في الواقع التطبيقي في توزيعات احتمالية احادية او مفردة وايضاً صعوبة تحديد نوع التوزيع الاحتمالي الملائم لها.

● مشكلة الرسالة العملية

من ناحية اخرى تمثلت مشكلة الرسالة بصعوبة السيطرة على الاجهزة والمكائن ومنها اجهزة الطابعة التي تعدّ عنصراً رئيساً في عمل دائرة البطاقة الوطنية الموحدة وحمائتها من الاعطال والاعطاب لضمان ديمومتها وتجنباً لحصول توقفات مفاجئة فيها تسبب ارباكاً في العمل بشكل عام يحط من جودة الخدمة المقدمة، لذا دعت الحاجة الى البحث عن برامج علمية مدروسة تمكن العاملين في اقسام الصيانة من السيطرة على الاجهزة وتوقع اعطالها لتقليل تكاليف العمل وزيادة جودة الانتاج والخدمة الامنية المقدمة.

بناءً عليه قام الباحث باللجوء الى تطوير وتعميم لتوزيع احتمالي يدعى توزيع (Rayleigh Rayleigh distribution) لاقتراح توزيع احتمالي جديد يطلق عليه توزيع (TLG-RR) يُعتقد بانه سيكون أكثر مرونة ودقة في تمثيل بيانات الدراسة من التوزيع الاصلي، لمواجهة هذه الصعوبات والتحديات والخروج بحلول علمية عملية مدروسة تزيد من كفاءة الانتاج وتقلل الاعطال والتوقفات التي تحصل للأجهزة وهذا ما سيحققه التوزيع المقترح من خلال تقديرات دالته المعولية (Reliability).

3-1- هدف الرسالة (Purpose of Research)

تهدف الرسالة الى: -

- 1- اقتراح توزيع احتمالي جديد باستعمال قاعدة (Topp leone Generator –family) يكون أكثر مرونة وطواعية في تمثيل البيانات الحقيقية الخاصة بالدراسة من التوزيع الاصلي.
- 2- الحصول على أفضل تقدير لمعاملات التوزيع المقترح (TLG- RR) ودالته المعوليه باستعمال طرائق تقدير مختلفة وهي طريقة الامكان الاعظم (MLE) وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وطريقة التقليل المختلطة (Shrinkage) وذلك بالاعتماد على قيم المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) و(IMSE).
- 3- اعطاء دراسة خاصة بالتوقيات الزمنية لأوقات الفشل للطابعات تمكن مدراء الدوائر ومديري اقسام صيانة الاجهزة من السيطرة على هذه الاجهزة والمحافظة عليها ووضع الخطط الاستراتيجية للتعاقد مع الشركات الرصينة المصنعة لهذه الاجهزة لضمان استمرار العمل.

4-1- الاستعراض المرجعي

تم اقتراح توزيع (Rayleigh) لأول مرة من قبل العالم الانكليزي (The Lord Rayleigh) كتوزيع مستمر احادي المعلمة يستعمل في تحليل دوال البقاء الموثوقية ودوال الفشل [23][53]، بينما تم اقتراح توزيع (Topp Leone) لأول مرة عام (1955) بواسطة العالم C.W. Topp and F.C. Leone [57,49] إذ قاما بتمثيل التوزيع (TL) على بيانات تجريبية اذ يظهر في المدرج التكراري على شكل حرف (J)، الا انه لم يلقى الكثير من الاهتمام آن ذاك حتى اعيد العمل به مرة اخرى من قبل الباحثان Nadarajah و Kotz عام (2003) [44] اذ كانا اول من استعمله كقاعدة لتوليد التوزيعات الاحتمالية (Topp-Leone –G family) [38].

في عام (2007) قدم الباحثان Kotz, S., & Seier, E. دراسة حول استكشاف تفرطح عائلة توب ليون (Toop Leon Family), إذ ناقشت الدراسة كيفية انشاء عائلة توب ليون من التوزيع المثلي الايسر، واعتمدت الدراسة التفرطح للمقارنة بين دالة التوزيع لعائلة توب ليون بالنسبة لقيمة المعلمة (b)، استطاعت الدراسة اثبات انه كلما كانت قيمة المعلمة b، صغيرة يكون التفرطح كبيراً والعكس صحيح عندما تكون قيمة المعلمة كبيرة، واستنتجت الدراسة أن التفرطح

يزداد بسرعة كبيرة عندما قيمة المعلمة b تنخفض في الفترة $[0.1, 0.3]$ ، ويزيد التفرطح تدريجاً مع انخفاض قيمة المعلمة b في الفاصل الزمني $[0.3, 0.8]$ ، اما بالنسبة للمقارنة بين توزيع توب ليون والتوزيع المثلي فان الدراسة استنتجت انه المقارنة بين تفرطح توزيع $T-L$ والتوزيع المثلي الأيسر غير ممكن عندما تكون قيمة المعلمة $1 < b < 2$ ، اما عند القيمة $b \geq 2$ فان توزيع توب ليون له تفلطح اكبر من التوزيع المثلي الايسر.^[36]

في عام (2008) قام الباحثون Vicari, D. et, al. دراسة ببناء عائلة جديد لعائلات التوزيعات بالاعتماد على عائلة التوزيعات المستمرة، ومن بين هذه العائلات هي (*Topp Leon G-family*) والتي تشترك مع العائلات الأخرى (عائلة التوزيع المنتظم والتوزيعات المثلية) اطلقوا عليها عائلة (*ToppLeon*) ذات الجانبين (*TS-GTL*) *two-sided-G TL distributions*، اذ ناقشت الدراسة خواص العائلة وعزومها وتقدير معلماتها، وتوصلت الدراسة الى أن عائلة توزيع (*TS-GTL*) (المستمر) أفضل ملائمة بين التوزيعات الأخرى.^[58]

وفي عام (2009) قدم الباحثان Kim, C., & Han, K. دراسة عن توزيع رايلي، اذ تم تطبيق طريقة الإمكان الأعظم وطريقة بيز لتقدير معلمات الموقع لتوزيع رايلي من البيانات الخاضعة للرقابة الفردية والمضاعفة بناءً على حجم العينة، اذ اظهرت نتائج دراسة المحاكاة أن MLE و MLEs التقريبية هي متطابقة تقريباً وتقديرات بايز مع القيم المفترضة للمعلمات السابقة أفضل من MLEs المقابلة لها من حيث المعيار (RMSE)، كما أظهرت هذه الدراسة أن تقديرات بايز ليست حساسة للقيم الصغيرة والمتوسطة للمعلمات السابقة.^[34]

عام (2010) قدم الباحثون Soliman, A. et, al. دراسة تناولت مشكلة تقدير بايزي وغير بايزي للمعلمات الغير معروفة لتوزيع رايلي المعكوس (*Inverse Rayleigh Distribution*)، كذلك تم في الدراسة الحصول على تقدير للمعلمات غير المعروفة لتوزيع معكوس رايلي باستعمال طريقة الامكان الاعظم (mle)، وايضاً تم تطوير المقدر بايز تحت دوال الخطأ التربيعي، اذ تُشتق المقدرات باستعمال معلومات التوزيع المسبق، اذ حصلت الدراسة على تقدير بايزي وغير بايزي لمعلمات رايلي المعكوسة، فضلاً عن ذلك تمت مناقشة الفاصل الزمني للتنبؤ بايزي لقيم سجل المحاكاة، أخيراً اعطت الدراسة مثال عملي باستعمال قيم سجل المحاكاة لتوضيح النتائج النظرية لفاصل التنبؤ.^[54]

وفي عام (2011) قام الباحثون Karim, R., et, al. بإجراء دراسة لخلط توزيع رايلي (*Rayleigh distribution*) مع توزيع كاي سكوير (*Chi-Square Distribution*) مرة ومرة

توزيع (t-Distribution) مرة ومع توزيع (F-Distribution) مرة ثالثة، وقدمت أيضا خليط توزيعين مترابطين من Rayleigh واستعملت الدراسة وزن معين للخط إذ ان تم استخراج دوال الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الخليطة، واستعملت الدراسة طريقة العزوم لتقدير معالم التوزيعات المقترحة، وتوصلت الدراسة الى ان متوسط عدد الأسماك التي يتم صيدها في خليج بانغل يتبع التوزيع (خليط رايلي T)، وبالمثل فإن توزيع تباين عدد الأسماك التي يصطادها الصيادون في خليج بانغل يتبع توزيع (خليط رايلي لتوزيع مربع كاي).^[33]

عام (2012) قام الباحث Al-Zahrani, B. بأجراء دراسة لمناقشة توزيع (Topp Leon) ثنائي المعلمة، إذ استخرجت الدراسة خواص التوزيع الأساسية واستعملت الدراسة طريقة الإمكان الأعظم (mle) لتقدير معالم التوزيع، وأجرت الدراسة اختبارات حسن المطابقة (Goodness-of-Fit Tests) لمعرفة ملائمة التوزيع لبيانات العينة، وتم تلخيص النتائج التي توصلت إليها الرسالة في جداول ومنها أن إحصائية AD تتفوق بشكل عام على إحصائية الاختبارات الأخرى وان إحصاءة الاختبار تزداد قوة مع زيادة حجم العينة.^[16]

عام (2013) قام الباحث Merovci, F. بأجراء دراسة لأعمام توزيع رايلي، وناقشت الدراسة خواص التوزيع الرئيسية مثل العزوم، والدالة المولدة للعزوم، واستعملت الدراسة طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالم التوزيع المعمم، وطبقت الدراسة على مجموعة بيانات حقيقية تمثل قياسات مختلفة لنيكوتين السجائر المصنوع من عدة ماركات إذ أظهرت الدراسة أن توزيع (رايلي المحول) يمكن أن يكون إنموذجاً أفضل من توزيع رايلي الاحادي إذ يوفر مرونة أكبر في نمذجة البيانات الحقيقية.^[41]

عام (2014) قام الباحث S.M.T.K. Mir Mostafae بتقديم دراسة لمناقشة توزيع Topp-Leone القياسي عن طريق تحديد معلمة القياس ($b = 1$) ، وذلك لتكون العمليات الرياضية بشكل اسهل، وقام الباحث باجراء توسعة لتوزيع Topp-Leone الاصلي باستعمال طريقة تحويل مناسبة، واستخرجت الدراسة العزوم المفردة (Single moments) للتوزيع المحول، تم التطبيق العملي للدراسة لتقييم الأعمار المتوقعة للأنظمة المتماسكة والتي لها الصلة بالموثوقية (المعولية)، توصلت الدراسة عن طريق النتائج التي تم الحصول عليها بإمكانية تطبيق التوزيع الذي تم الحصول عليه في هذه الورقة على تقييم عمر الأنظمة المتماسكة، وانه يعطي مرونة أكثر في تمثيل البيانات في حين لا تكون للتوزيعات الأخرى صالحة لذلك.^[42]

عام (2015) قدم الباحثون Pourdarvish, A.et.al دراسة تهدف إلى تقديم امتداد جديد لتوزيع (Topp-Leone) ثنائي المعلمة باستعمال طريقة الأس، وهي بإضافة معلمة جديدة من معلمات الشكل لتوزيع توب ليون الاصلي، لينتج توزيع جديد ثلاثي المعلمة، وقدمت الدراسة خواص التوزيع الرياضية مثل العزوم، ودالة المخاطرة، وطبقت الدراسة على انتاج الحليب في الولادة الأولى (107) بقرة، واتوصلت الدراسة الى أن توزيع (ETL) الموسع يكون اكثر ملائمة للبيانات الحقيقية من توزيع (Topp-Leone).^[48]

عام (2016) قام الباحثان Sangsanit, Y., & Bodhisuwan, W باستعمال دالة توب ليون لاقتراح توزيع جديد (Topp Leon G-Exponential)، بالاعتماد على دالة التوزيع التجميعية (cdf) للتوزيع الاسي، وناقشا خواص التوزيع الجديد الاساسية والعزوم وقاما بتقدير معلمات التوزيع المقترح باستعمال طريقة تقدير الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation MLE واستطاعا ان يثبتا من النتائج التي توصلوا اليها ان التوزيع الاسي المقترح (المععم) هو توزيعاً تنافسياً لباقي التوزيعات^[52].

وفي العام نفسه قام الباحثون Sadegh Rezaeia, et.al بدراسة دالة حالة خاصة من توزيع كما بثلاث معلمات (a, b, θ) لاقتراح توزيع جديد اطلقا عليه توزيع (gamma TLG) وبأربع معلمات (a, b, α, θ) ، إذ لاحظت الدراسة ان قيمة احد المعلمات للتوزيع المقترح تتزايد بعد تثبيت باقي المعلمات الاخرى، واستنتجت الدراسة ان بعض الخصائص الرياضية لتوزيع (TL-G gamma) لا يمكن الحصول عليها بشكل مغلق في حالات التوزيع الاحادية، لذلك من المفيد عمل التوسيعات من عائلة (TL-G Family)، مثال ذلك توزيع (α, θ) TL-log logistic (σ, λ) وتوزيع (TL-Frechet $(\alpha, \theta, \sigma, \lambda)$) وتوزيع (α) TL-generalized half normal $(\theta, \sigma, \lambda)$ ، وتوصلت الدراسة الى ان توزيع (TL-G gamma) اقل من التوزيعات الأخرى وان توزيع (log gamma II-gamma) جاء ثانياً، وان توزيع (Poisson gamma) جاء في المرتبة الثالثة.^[50]

في العام (2017) قام الباحثان Yousof, H. M., & Korkmaz, M. C باستعمال التوزيع الاسي المععم كبديل لتوزيع كما وتوزيع الاسي الاسي، للحصول على توزيع جديد اطلقا عليه توزيع (TLNH) Topp Leone Nadarajah-Haghighi ذات ثلاث معلمات وتم استخراج خصائص التوزيع الأساسية فضلاً عن تقدير معلمات التوزيع الجديد (TLNH) باستعمال طريقة تقدير الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation MLE) على أساس عينة كاملة،

وتوصل لدراسة الى ان التوزيع المقترح يكون افضل في تمثيل البيانات الحقيقية من بعض التوزيعات المعممة المعروفة وفقاً لنفس معايير المقارنة [20].

وفي العام نفسه ايضاً قام الباحثون Aryal, G. R. et, al. باجراء دراسة بتوليد توزيع جديد ذي اربع معلمات عن طريق توسعة توزيع ويبل باستعمال (Topp Leone G- family) اطلقوا عليه توزيع (TLG-W) وهو توزيع معمم لتوزيع ويبل، وكذلك قامت الدراسة بتحويله لانموذج انحدار، واستعملت الدراسة طريقة الامكان الاعظم (MLE) لتقدير معلمات الإنموذج، واستطاعت الدراسة اثبات تجريبياً باستعمال المحاكاة أهمية ومرونة التوزيع المقترح في نمذجة أنواع مختلفة من مجموعات البيانات الحقيقية. [17]

في عام (2018) قام الباحثان Nanthaprut, P. M. & Bodhisuwan, W.. بدراسة توزيع رايلي المعمم (generalized Rayleigh distribution) عبر إضافة معلمة بالاعتماد على دالة (TL) اطلقا عليه (TLG-GR)، ناقشت الدراسة خواص التوزيع الجديد واوجدت دالة الكتلة والبقاء المخاطرة والدالة المولدة للعزوم، واستعملت الدراسة طريقة الامكان الاعظم (MLE) لتقدير معلمات التوزيع، تم تطبيقه لنمذجة ثلاث مجموعات للبيانات الحقيقية لإثبات مرونة التوزيع الجديد (TLG-GR) في تمثيل البيانات. [45]

وفي العام نفسه قام الباحثون Yousof, H. M. et,al. بتطوير توزيع فريجت للقيم المتطرفة (Fre'chet distribution)، عبر إضافة معلمة جديدة بالاعتماد على توزيع (Topp Leon)، واستخرجت الدراسة خواص التوزيع الرياضية وتم تقدير المعلمات الغير معروفة للتوزيع باستعمال طريقة (MLE)، وحولت الدراسة التوزيع الى انموذج انحدار يعتمد على لوغارتم التوزيع المقترح، وطبق التوزيع لنمذجة ثلاث مجموعات من البيانات الحقيقية وتوصلت الرسالة الى ان التوزيع المقترح يعطي مرونة عالية في تمثيل البيانات الحقيقية مقارنة بالتوزيع الأصلي. [59]

عام (2019) قامت الباحثة Aldahlan, M. A. بعمل دراسة لتوسيع توزيع معكوس رايلي (Inverted Rayleigh) باستعمال قاعدة توب ليون (Toop Leone G-family) تم دراسة التوزيع المقترح (Topp leone G-I. Rayleigh) واستخراج خصائصه الإحصائية الأساسية وتقدير معلماته باستعمال طريقة الامكان الأعظم والطريقة البيزية وطريقة المربعات الصغرى وتم تنفيذ التوزيع باستخدام بيانات حقيقية و باستعمال أسلوب المحاكاة، وكذلك تم إيجاد دوال التوزيع المقترح وهي دالة المخاطرة (hazard rate function (hrf) ودالة البقاء The

survival function (sf) ودالة معكوس المخاطرة، تم استخدام تقنيات مونت كارلو و MCMC لمقارنة سلوك التقديرات وكانت افضل طريقة هي الطريقة البيزية واطهرت الدراسة مرونة الإنموذج المقترح في تطبيق البيانات الحقيقية من التوزيعات الاخرى.[11]

عام (2020) قام الباحثان Zakeia A. A. & Bakoban, R. A ببناء توزيع احتمالي باستعمال قاعدة (Toop Leone G-family) بالاعتماد على توزيع (generalized inverted exponential) ذو المعلمتين (θ, γ) ، اذ انتجت الدراسة توزيعاً جديداً ثلاثي المعلمة (α, θ, γ) اطلقا عليه اسم (Topp-Leone G- Generalized Inverted Exponential Distribution) (TLG-GIE)، وافترضت الدراسة اربعة أنواع من الافتراضات بالنسبة لمعلمتي الشكل (θ, α) والمعلمة (γ) وهي معلمة القياس بالنسبة لدالة للتوزيع المقترح وهذه الافتراضات كالآتي:

- أ- اذا كانت $(\theta=1)$ فان التوزيع المقترح يتحول الى التوزيع الأسّي المقلوب ((TLIE))
 - ب- اذا كانت $(\theta=1)$ ومعلمة القياس $(\gamma=1)$ فان التوزيع المقترح يتحول الى التوزيع المعياري الأسّي المقلوب ((TLSIE))
 - ت- اذا كانت $(\theta=1/2)$ ومعلمة الشكل الاخرى $(\alpha=1)$ فان التوزيع المقترح يتحول الى التوزيع الأسّي المقلوب (IE)
 - ث- اذا كانت $(\gamma=1)$ وهي معلمة القياس فان التوزيع المقترح يتحول الى توزيع توب ليون المعياري المعمم الأسّي المقلوب (TLGSIE)
- وناقشت الدراسة خواص التوزيع الاساية وتم تقدير معلمات التوزيع ، وطبقت الدراسة على مرضى يعانون من (اللوكيميا)، وتوصلت الدراسة الى ان الإنموذج المقترح يقدم نتيجة أفضل وبشكل كبير من النماذج المشتقة الاخرى.[60]

في عام (2021) قام الباحثون Hussein, L. K. et,al بعمل دراسة لخلط (mix) توزيع رايلي احادي المعلمة مع التوزيع الاسي باستعمال تقنية جديدة للخلط تعتمد على دالة الكثافة التراكمية لكلا التوزيعين للحصول على توزيع جديد ثنائي المعلمة اطلقوا عليه اسم (Exponential Rayleigh)، وقام الباحثون باستخراج خواص التوزيع المقترح، و تم تقدير معلمتي التوزيع باستعمال طريقة الإمكان الأعظم (MLE)، وطبقت الدراسة على مجموعة مرضى يعانون من السرطان، و توصلت الدراسة الى ان العلاقة بين دالة البقاء واوقات الفشل هي علاقة

عكسية والعلاقة بين دالة المخاطرة و اوقات الفشل هي علاقة طردية، بالنسبة للمرضى داخل المستشفى. [30]

ان الدراسات أنفة الذكر في الاستعراض المرجعي يستفاد منها في اثراء رسالتنا، واكتمالاً لجهود الباحثين السابقين قام الباحث باقتراح توزيع جديد عن طريق استعمال قاعدة (Topp Leon G-Family) وبالاعتماد على توزيع (Rayleigh Rayleigh) مع بيان خصائص التوزيع الأساسية وتقدير معلماته باستعمال اربع طرائق مختلفة هي { طريقة الامكان الاعظم (Maximum likelihood (MLE) وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وطريقة التقليل المختلطة (Shrinkage)}، وتم حساب دالة المعولية لقياس الموثوقية وتطبيقها على بيانات حقيقية ولأول مرة لعينة مكونة من (100) جهاز من أجهزة الطابعة مسحوبة من مجتمع امني تابع لوزارة الداخلية العراقية وهي دائرة البطاقة الوطنية الموحدة لمحافظة كربلاء المقدسة.

وان من الملاحظ لما توصل اليه الباحث وحسب علمه بان الدراسات العربية التي تناولت موضوع بناء توزيعات احتمالية جديدة باستعمال قاعدة (Topp Leon-Family) هي نادرة جداً، وهذا يعطي لرسالتنا اهمية خاصة مما يجعلها رسالة عربية نادرة في هذا المجال ومكملة لجهود الباحثين السابقين.

المفصل الثاني

الجانب النظري

1-2 تمهيد: (Preface)

باتت الطرائق التقليدية في تحليل دوال البقاء على الحياة ودوال الموثوقية (المعولية) للتوزيعات الاحادية والتوزيعات المفردة غير مجدية في ظل التطور الكبير والتسارع البيئي في مجالات الحياة المختلفة، مما تطلب من الباحثين استعمال انواعاً موسعة ومركبة من التوزيعات وعلى جميع الأصعدة، وأصبح اللجوء الى إيجاد طرائق جديده حاجة ملحة لدى الباحثين.

وعليه فإننا في هذا الفصل سنتناول الإطار النظري للرسالة، والذي سنناقش فيه الدوال الاحتمالية لتوزيع (Topp Leone) ودالة المعولية واهميتها وناقش توزيع رايلي احادي المعلمة وتوزيع رايلي ثنائي المعلمة وتوزيع امتداد رايلي المركب ومن ثم استعمال قاعدة توب ليون (-TLG family) لبناء توزيع احتمالي مقترح واشتقاق خواص الاساسية ودالتي المعولية والمخاطرة، واخيراً تقدير معالم التوزيع المقترح ودالته المعولية بأربع طرائق تقدير مختلفة.

2-2- توزيع توب ليون [55,26] The Topp-Leone distribution

يعد توزيع (Topp Leone) واحداً من التوزيعات الاحصائية المستمرة، التي تستعمل بكثرة في تحليل دوال البقاء على الحياة ودوال الفشل و المعولية (reliability) والذي اكتشفه لأول مرة العالمان (C.W. Topp and F.C. Leone) عام (1955)، الا ان اول من استعمله كدالة مولدة للتوزيعات (Topp Leone generator family) هما العالمان (Kotz و Nadarajah) عام (2003)، اذ يوفر هذا التوزيع نماذج مغلقة من دوال cdf و pdf وفقاً لعدد المعلمات وهو توزيع بسيط يظهر بالمدرج التكراري على شكل حرف (J)، استعمله العديد من الباحثين كبديل عن توزيع بيتا [15,49].

إذا كان (y) متغير عشوائي يتوزع توزيع (Topp Leone)، فيمكنه ذلك إما ان يكون بالمجال المحدد (0 < y < b) او غير المحدد (0 < y < b < ∞) وان دالة الكثافة الاحتمالية pdf ودالة التوزيع التجميعية cdf تعطى على الترتيب [44][52] :-

$$\Omega_{TL}(y, \theta, b) = \frac{2\theta}{b} \left(\frac{y}{b}\right)^{\theta-1} \left(1 - \frac{y}{b}\right) \left(2 - \frac{y}{b}\right)^{\theta-1} ; 0 < y < b, \theta, b > 0 \dots (1)$$

$$\Omega_{TL}(y, \theta, b) = \left(\frac{y}{b}\right)^{\theta} \left(2 - \frac{y}{b}\right)^{\theta} ; 0 < y < b ; \theta, b > 0 \dots (2)$$

ولغرض استعمال توزيع (Topp Leone) كدالة لتوليد التوزيع يتم اعتماد فترة المتغير العشوائي $(0 < y < 1)$ بين الصفر والواحد، على اعتماد حالة خاصة من توزيع Topp Leone عندما تكون قيمة $(b = 1)$ والتي تمثل معلمة القياس للتوزيع، وعليه تصبح دالة الكثافة الاحتمالية pdf

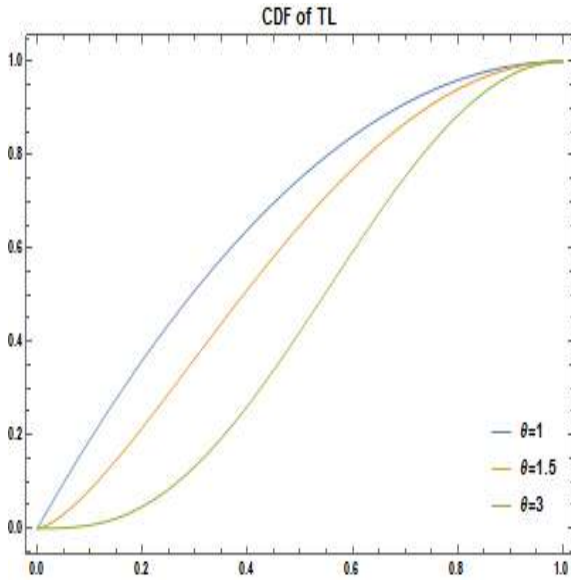
ودالة التوزيع التجميعية cdf لتوزيع (Topp Leone) بالترتيب على النحو الآتي : [36][57]-:

$$\Omega_{TL}(y, \theta) = 2\theta y^{\theta-1}(1-y)(2-y)^{\theta-1} \quad ; 0 < y < 1, \theta > 0 \quad \dots (3)$$

$$\Omega_{TL}(y, \theta) = y^\theta(2-y)^\theta \quad ; 0 < y < 1, \theta > 0 \quad \dots (4)$$

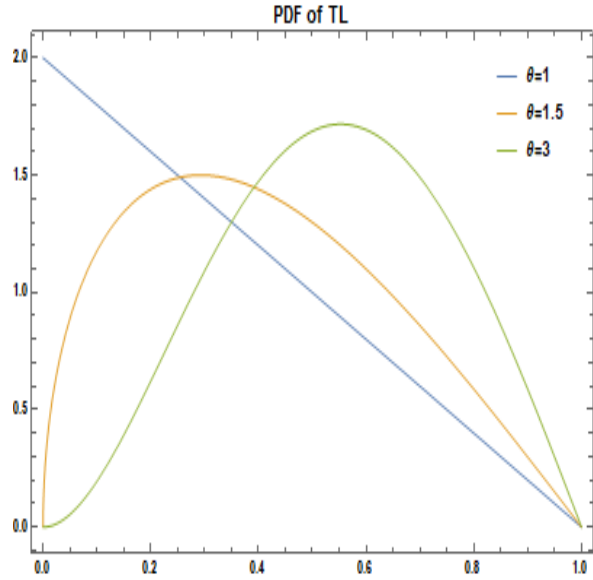
والشكلين الآتيين (2-1) و(2-2) يمثلان دالة الكثافة الاحتمالية pdf ودالة التوزيع التجميعية cdf

لتوزيع Topp Leone وعلى الترتيب:



شكل (2-2) يمثل دالة cdf لتوزيع توب ليون

اعداد الباحث بالاستعانة ببرنامج (Mathmatica)



شكل (2-1) يمثل دالة pdf لتوزيع توب ليون

اعدادا لباحث بالاستعانة ببرنامج (Mathmatica)

وان دالتي المعولية (Reliability function) ودالة المخاطرة (hazard rate) لتوزيع (Topp Leone)، تعطى على الترتيب بالنحو الآتي [52]-:

$$R_{TL}(y, \theta) = 1 - (y^\theta(2-y)^\theta) \quad ; 0 < y < 1, \theta > 0 \quad \dots (5)$$

$$h_{TL}(y, \theta) = \frac{2\theta y^{\theta-1}(1-y)(2-y)^{\theta-1}}{1-y^\theta(2-y)^\theta} \quad ; 0 < y < 1, \theta > 0 \quad \dots (6)$$

3-2- المعولية (Reliability) [10]**1-3-2 مفهوم المعولية:- Reliability concept [5][19]**

ظهر مفهوم المعولية (Reliability) لأول مرة في نهاية النصف الأول من القرن التاسع عشر وبعدها بدأ بالتطور حتى أصبحت تستعمل استعمالاً واسعاً في حساب العمر الانتاجي للمكائن والأجهزة وكما يلاحظ في وقتنا الحالي، واشتق اسم معولية من عبارة (معول عليه) والتي تعني الوثوق بالشئ والاعتماد عليه.

تعرف المعولية على أنها قدرة العنصر على الاستمرار في العمل دون توقف او عطب لفترة زمنية محددة وحدث ذلك يكون في ظل ظروف العمل الطبيعية. [19]

2-3-2 دالة المعولية (Reliability function) [22]

تعرف دالة المعولية (Reliability function) بانها دالة لاستمرارية عمل أي جهاز معين او ماكينة او آلة بوقت محدد مقداره (x) ، كما يمكن تعريفها بانها دالة قياس لقدرة عمل جزء من الأجزاء المكونة لنظام معين او قياس قدرة عمل النظام بالكامل، على ان يكون العمل بصلاحيه تامه دون انقطاع او فشل دون تدخل عوامل خارجية.

وتعرف أيضا على انها قيمة احتمالية لبقاء جهاز معين صالح للاستعمال وذلك بعد مرور فترة من الزمن تقدر ب (x) [11]

ويمكن تبيان أهمية المعولية ودورها في تدعيم العمليات الإنتاجية وتحسين جودة الانتاج عن طريق النقاط الآتية: [8][31]

1. تساهم في تسهيل عمليات المراقبة للأجهزة وتحديد مدى جودتها للاستعمال ووقت فشلها وخروجها عن العمل عن طريق حساب نسبة زمن الاشتغال الى زمن الفشل.
2. تساعد دالة المعولية العاملين على إمكانية وضع برامج صيانة مخططة مبنية على أسس علمية عالية لصيانة الاجهزة.
3. يمكن لدالة المعولية ان تسهم بشكل وبأخر بإطالة عمر الماكنة او الجهاز الإنتاجي وبالتالي تسهم بزيادة وجودة الانتاج.
4. عن طريق حساب العمر التقديري للمكانة يمكن للمعولية ان تؤدي دورا اساسياً في مساعدة المسؤولين في المصانع والمؤسسات الحكومية المختلفة من التخطيط الصحيح

واتخاذ القرارات المناسبة المتعلقة بصيانة واستيراد الأجهزة وتحديد الشركات الرصينة والموثوقة المصنعة والتي يمكن الاعتماد عليها.

ويعد حساب احتمالية تشغيل المعدات من وقت التشغيل حتى وقت الفشل أمراً مهماً في نظام إنشاء جداول الصيانة المخططة، وفي تقدير وقت التشغيل المصاحب الضائع أثناء الإصلاح، مما يزيد من تحسين جودة العمل وزيادة الإنتاج، لذا دعت الحاجة لإيجاد دالة عن طريقها يتم حساب زمن تشغيل المعدات والأجهزة لغاية العطب أو الفشل تعرف بدالة الموثوقية أو دالة المعولية (Reliability function) والتي تعبر عن احتمالية عدم عطل الماكنة أو الجهاز في مدة زمنية محددة تقدر بـ x ويرمز لها بالرمز $R(x)$. [2]

وان صيغتها الرياضية تعطى بالشكل الآتي [21]

$$R(x) = P(X > x) = \int_x^{\infty} f(x) dx$$

$$R(x) = 1 - P(X \leq x) = 1 - \int_0^x f(x) dx = 1 - F(x) \quad \dots (7)$$

$$F(x) + R(x) = 1 \quad \text{إذ ان :-}$$

x متغير عشوائي يمثل الزمن لأداء جهاز أو ماكنة خلال الفترة $(0, \infty)$

$F(x)$ تمثل دالة التوزيع التجميعية أو التراكمية والتي تعبر عن احتمالية الفشل أو

العطل للجهاز في الزمن x

$f(x)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية pdf

$R(x)$ تمثل دالة المعولية والتي تعبر عن احتمالية عدم الفشل للجهاز في الزمن x

وان قيمة $R(x)$ في بداية عمل أي جهاز أو ماكينة أي في الزمن $(x=0)$ تكافؤ أعلى قيمة ممكنة للدالة وهي (1)، وتبدأ بعد ذلك بالتناقص الى ان تصبح قيمتها عند أكبر زمن $(\max x)$ لعمر الماكنة أو الجهاز مساوية للصفر وكالاتي: [21]

$$R(0) = 1$$

$$R(\infty) = R(\max x) = 0$$

اذا كان

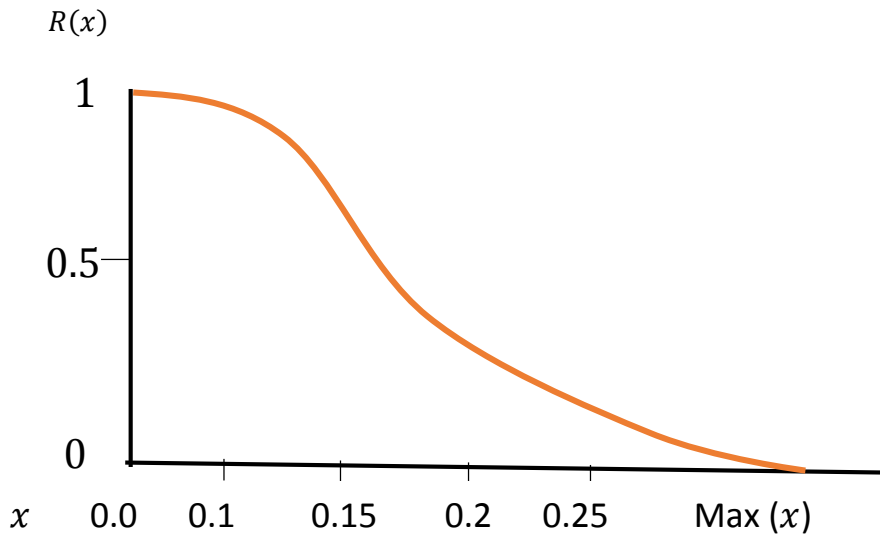
$$x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 \dots \dots \dots < x_\infty$$

فان

$$R(x_1) \geq R(x_2) \geq R(x_3) \geq R(x_4) \geq R(x_5) \dots \geq R(x_\infty)$$

هذا يعني ان دالة المعولية تتناسب عكسياً مع الزمن (x) ، أي انه كلما كان زمن اشتغال الماكنة كبيراً كلما كانت قيمة دالة المعولية صغيرة والعكس صحيح أي انها دالة متناقصة زمنياً [2]، وان قيمتها محصورة بين الصفر والواحد الصحيح $(0 \leq R(x) \leq 1)$

والشكل الآتي (2-3) يبين العلاقة بين دالة المعولية $R(x)$ والزمن (t)



الشكل (2-3) يوضح العلاقة بين الزمن ودالة المعولية

اعداد الباحث

4-2- توزيع رايلي [23] [53] The Rayleigh distribution

توزيع رايلي هو من التوزيعات الاحصائية المستمرة (continues distribution) والذي قدمه اول مرة العالم الانجليزي (The Lord Rayleigh) على شكل توزيع مستمر احادي المعلمة (one parameter Rayleigh distribution)، يستعمل بشكل واسع في مناقشة نظرية المعولية او الموثوقية (Reliability) وفي تحليل دوال الفشل (the time of failure)، ويلعب توزيع رايلي

دورًا مهمًا في نمذجة عمر الظواهر العشوائية في العديد من المجالات والتطبيقات المختلفة مثل الهندسة والطب والطقس والرياضة وغيرها.

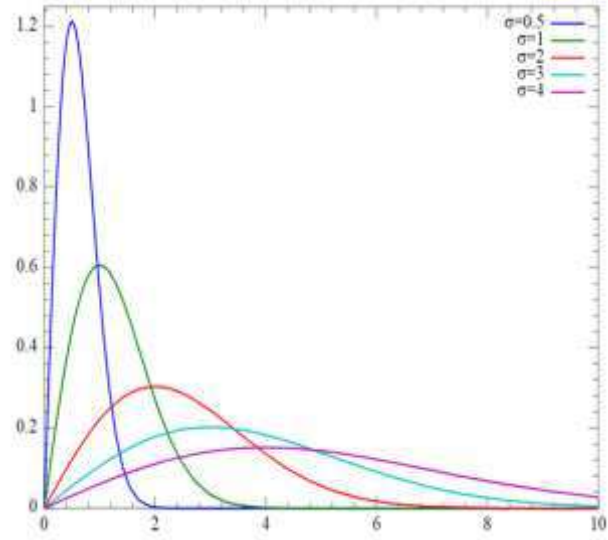
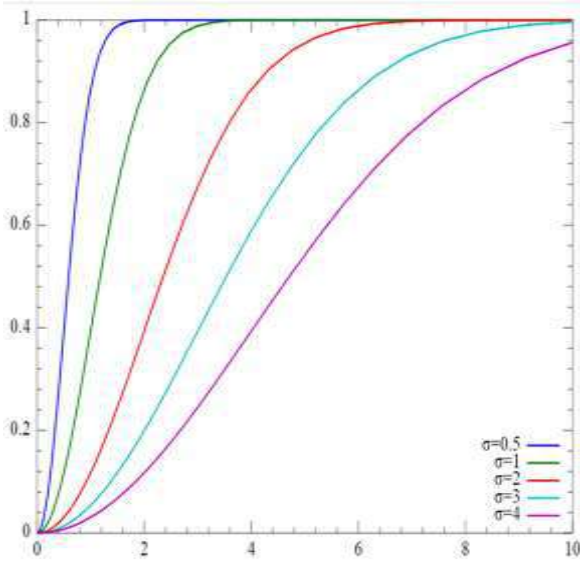
وفي عام (1994) اقترح العالمان (Johnson, Kotz and, Balakrishnan) توزيع رايلي ثنائي المعلمة (Two parameter Rayleigh distribution) وناقشاه في كتابهما على انه حالة خاصة من توزيع ويبيل [23].

وان الدالة الكثافة الاحتمالية pdf و دالة التوزيع التجميعية cdf لتوزيع (رايلي) تعطى على الترتيب بالشكل الآتي:- [13]

$$f(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad ; x > 0, \sigma > 0 \quad \dots (8)$$

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad ; x > 0, \sigma > 0 \quad \dots (9)$$

والشكلين الآتيين (2-4) و (2-5) يمثلان الرسم البياني لدالة الكثافة الاحتمالية pdf ودالة التوزيع التجميعية cdf لتوزيع رايلي [37]



شكل (2-4) دالة الكثافة الاحتمالية pdf لتوزيع رايلي شكل (2-5) دالة التوزيع التجميعية cdf لتوزيع رايلي

وان دالتيه المعولية والمخاطرة تعطى على الترتيب:

$$R(x) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad ; x > 0; \alpha, \beta > 0 \quad \dots (10)$$

$$h(x) = \frac{\frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}{e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}} \quad ; x > 0; \alpha, \beta > 0 \quad \dots (11)$$

2-5- توزيع امتداد رايلي^[18] (An Extension of Rayleigh distribution)

وهو توزيع جديد مركب من انموذجين متشابهين لتوزيع (Rayleigh) احادي المعلمة، يطلق عليه توزيع امتداد رايلي (Extension Rayleigh Distribution) او توزيع رايلي رايلي (Rayleigh-Rayleigh Distribution) والذي سنستعمله في رسالتنا لبناء التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR).

اذا كان x متغيراً عشوائياً يتوزع $x \sim RR(\alpha, \beta)$ فان دالة الكثافة الاحتمالية pdf ودالة التوزيع التجميعية cdf تعطى على الترتيب:-^[18]

$$g_{(x,\alpha,\beta)} = \frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} ; x > 0 ; \alpha, \beta > 0 \quad \dots (12)$$

$$G(x, \alpha, \beta) = 1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} ; x > 0 ; \alpha, \beta > 0 \quad \dots (13)$$

إذ ان α هي معلمة الشكل و β هي معلمة قياس

وان دالتي المعولية $R(x)$ والمخاطرة $(h(x))$ لتوزيع (Rayleigh Rayleigh) تعطى بالترتيب:-

$$R(x) = 1 - G_{(x)} = e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} ; x > 0 ; \alpha, \beta > 0 \quad \dots (14)$$

$$h(x) = \frac{\frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}}{e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}} ; x > 0 ; \alpha, \beta > 0 \quad \dots (15)$$

2-6- قاعدة توب ليون المولدة^{[20][60]} (TLG - F) The Topp-leone generator family

عندما تكون هناك حاجة لتوزيعات احتمالية تتصف بمرونتها العالية في تمثيل البيانات الحقيقية، فإن العديد من الباحثين يسعون لاستعمال المزيد من الأعمام والتوسعة لتوزيعات احتمالية موجودة، إذ تم اجراء العديد من عمليات التوسعات والتركيب والخلط لبناء توزيعات احتمالية جديدة بالاعتماد على التوزيعات الاحتمالية التقليدية، والتي تستعمل في نطاق واسع في الأدبيات الخاصة بنمذجة بيانات البقاء على قيد الحياة وفي دوال الفشل و المعولية وفي المجالات العلمية الاخرى، مثل الاقتصاد والهندسة والدراسات البيولوجية والعلوم البيئية وكذلك المجالات التطبيقية مثل التمويل والتحليل مدى الحياة والتأمين، لذا تم إنشاء عدة فئات من التوزيعات المعممة عن طريق إضافة معلمة واحدة أو أكثر إلى التوزيع الأساس، اعتقاداً بان هذه التوزيعات المعممة تعطي مزيداً من الطواعية والليونة في تمثيل البيانات .

ولكي نقوم في هذه الطريقة (TLG- family) ببناء توزيع احتمالي جديد نحتاج لعنصرين رئيسيين، وهما دالة المولد (Topp Leone dist.) ودالة التوزيع التجميعية ($G(x)$) للتوزيع الأصلي المراد استعماله، اذ يتم دمج العنصران آنفاً لينتج دالة تمثل دالة التوزيع التجميعية cdf للتوزيع الجديد المقترح الذي تم بناؤه ($TLG - RR$)، ثم نجري التفاضل للدالة الأخيرة بالنسبة للمتغير (x)، نحصل على دالة تمثل دالة الكثافة الاحتمالية pdf للتوزيع المقترح عندما $g(x) = \frac{dG(x)}{dx}$ وادناه توضيح لهذه الطريقة [52]

اذا كان (y) متغيراً عشوائياً يتوزع توزيع (Topp-Leone) $y \sim TL(\alpha,)$ للمجال $[1,0]$ ، فان دالة التوليد (Topp-Leone G- family) يمكن الحصول عليها بالشكل الآتي [52][45]:-

$$\begin{aligned}
 F_{TLG}(x) &= \int_0^{G(x)} f_{TL}(y) dy \quad \dots (16) \\
 &= \int_0^{G(x)} 2\theta y^{\theta-1} (1-y)(2-y)^{\theta-1} dy \\
 &= \int_0^{G(x)} 2\theta (1-y)[y(2-y)]^{\theta-1} dy \\
 &= \int_0^{G(x)} \theta (2-2y)[(2y-y^2)]^{\theta-1} dy \\
 &= \theta \frac{(2y-y^2)^\theta}{\theta} \Big|_0^{G(x)}
 \end{aligned}$$

$$F_{TLG}(x) = G(x)^\theta (2 - G(x))^\theta \quad \dots (17)$$

اذا ان $G(x)$ تمثل دالة التوزيع التجميعية cdf للتوزيع الأصلي المراد استعماله في عملية البناء وان $F_{TLG}(x)$ تمثل دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المتولد، وان المعلمة ($\theta > 0$) هي معلمة شكل، وباستعمال التفاضل للدالة الأخيرة بالنسبة للمتغير العشوائي (x) نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية pdf بصورة عامة وكما يلي :-

$$f_{TLG}(x) = 2\theta g(x)(1 - G(x))G(x)^{\theta-1}(2 - G(x))^{\theta-1} \quad \dots (18)$$

اذ ان: $g(x)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (Rayleigh Rayleigh distribution)

7-2- التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) Topp Leone G-Rayleigh Rayleigh

سنقوم بهذا المقطع باستعمال قاعدة توب ليون (Topp Leone-G family) لتوليد توزيع مقترح وذلك بإضافة معلمة شكل جديدة ($\theta > 0$) للتوزيع الأصلي (Rayleigh Rayliegh distribution)، اذ ان $F_{TLG}(x) = G(x)^\theta (2 - G(x))^\theta$ عندما $G(x)$ تمثل دالة التوزيع التجميعية cdf للتوزيع الأصلي، ومنها نحصل على توزيع احتمالي جديد ذات ثلاث معلمات يطلق عليه توزيع (Topp Leone G-Rayleigh Rayleigh (TLG – RR)، ويعدّ هذ التوزيع امتداداً واعمالاً لتوزيع رايلي (Rayleigh distribution).

عليه نعوض معادلة رقم (13) في معادلة (17) لنحصل على الآتي:-

$$F_{TLGRR}(x, \alpha, \beta, \theta) = \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta \left[2 - \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\right]^\theta \quad \dots (19)$$

$$= \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta \left[2 - 1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right]^\theta = \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta$$

عليه فان دالة التوزيع التجميعية cdf للتوزيع المقترح (TLG – RR) تعطى بالشكل الآتي:-

$$F_{TLGRR}(x, \alpha, \beta, \theta) = \begin{cases} \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta & ; x > 0 ; \alpha, \beta, \theta > 0 \\ 0 & ; e.w \end{cases}$$

... (20)

وباستعمال التفاضل للمعادلة (20) نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) للتوزيع المقترح (TLG-RR) وكالآتي:-

$$f_{TLGRR}(x, \alpha, \beta, \theta) = \frac{dF_{TLGRR}(x, \alpha, \beta, \theta)}{dx} = \frac{d\left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta}{dx}$$

$$f_{TLGRR}(x, \alpha, \beta, \theta) = \frac{d\left[\left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\right]^\theta}{dx} = \text{مشتقة داخل القوس} * \text{مشتقة القوس}$$

$$= \theta \left[\left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\right]^{\theta-1} * \frac{d}{dx} \left[\left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\right]$$

$$\frac{d}{dx} \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right) = \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\left(-\frac{4x^3}{8\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right) + \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)\frac{4x^3}{8\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2}e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} + \frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2}e^{-2\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} + \frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2}e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} + \frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2}e^{-2\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \\
 &= \frac{2x^3}{2\beta^4\alpha^2}e^{-2\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} - \frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2}e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} + \frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2}e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \\
 &= \frac{x^3}{\beta^4\alpha^2}e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}}
 \end{aligned}$$

عليه فان

$$\frac{dF_{TLGRR}(x, \alpha, \beta, \theta)}{dx} = \theta \frac{x^3}{\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}} \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^{\theta-1} \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^{\theta-1}$$

وباستعمال القاعدة في المعادلة (18) فأنا نعوض المعادلتين (12) و (13) وسنحصل على نفس النتيجة وكما يلي:

$$\begin{aligned}
 f_{TLG}(x) &= 2\vartheta g(x)(1 - G(x))G(x)^{\vartheta-1}(2 - G(x))^{\vartheta-1} \\
 &= 2\theta \frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \left(1 - 1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right) (1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} (2 - 1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} \\
 f_{TLG-RR}(x) &= 2\theta \frac{x^3}{2\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \left(e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right) (1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} (1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} \\
 f_{TLG-RR}(x) &= \theta \frac{x^3}{\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}} (1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} (1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1}
 \end{aligned}$$

عليه فان دالة الكثافة الاحتمالية pdf للتوزيع المقترح (TLG - RR) تكون بالشكل الآتي:-

$$f_{TLG-RR}(x, \alpha, \beta, \theta) = \begin{cases} \theta \frac{x^3}{\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}} \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^{\theta-1} \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^{\theta-1} & ; x > 0 \\ 0 & ; e.w \end{cases} ; \alpha, \beta, \theta > 0$$

... (21)

اذ ان θ, α هما معلمتا شكل وان β هي معلمة قياس

ويمكن اثبات التوزيع المقترح (TLG - RR) هو دالة احتمالية pdf في الخطوات الآتية:-

$$\int_0^{\infty} f_{TLGRR}(x, \alpha, \beta, \theta) dx = 1$$

$$\int_0^{\infty} f_{TLGRR}(x, \alpha, \beta, \theta) = \int_0^{\infty} \theta \frac{x^3}{\beta^4 \alpha^2} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4 \alpha^2}} (1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} (1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} dx$$

$$x^4 = u \rightarrow x = u^{\frac{1}{4}} \rightarrow dx = \frac{1}{4} u^{-\frac{3}{4}} du \quad \text{نفرض}$$

$$\int_0^{\infty} f_{TLGRR}(u, \alpha, \beta, \theta) du \quad \text{عليه فان}$$

$$= \int_0^{\infty} \theta \frac{u^{\frac{3}{4}}}{\beta^4 \alpha^2} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2}} (1 - e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} (1 + e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} \frac{1}{4} u^{-\frac{3}{4}} du$$

$$= \int_0^{\infty} \theta \frac{1}{4} \frac{1}{\beta^4 \alpha^2} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2}} (1 - e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} (1 + e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} du$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{4} \frac{\theta}{\beta^4 \alpha^2} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2}} [(1 - e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})(1 + e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})]^{\theta-1} du$$

يلاحظ ان المقدار أعلاه هو تكامل دالة قوسية وباستعمال مشتقة حاصل ضرب دالتين فان المقدار

$$\frac{1}{4} \frac{\theta}{\beta^4 \alpha^2} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2}} \text{ هو مشتقة داخل القوس}$$

$$\int_0^{\infty} f_{TLGRR}(u, \alpha, \beta, \theta) du = \left[\frac{\theta [(1 - e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})(1 + e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})]^{\theta}}{\theta} \right]_0^{\infty} \quad \text{عليه فان}$$

$$= \left[[(1 - e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})(1 + e^{-\frac{u}{8\beta^4 \alpha^2}})]^{\theta} \right]_0^{\infty}$$

$$= [(1 + e^{-\infty})(1 - e^{-\infty})]^{\theta} - [(1 + e^0)(1 - e^0)]^{\theta}$$

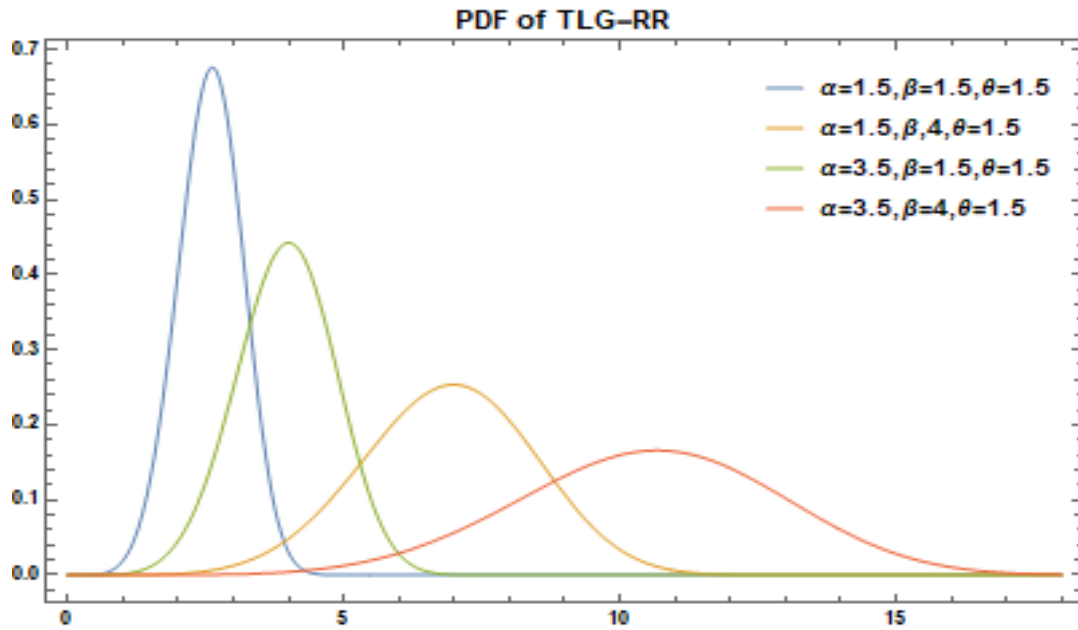
$$= [(1 + 0)(1 - 0)]^{\theta} - [(1 + 1)(1 - 1)]^{\theta}$$

$$= [(1)]^{\theta} - [(2)(0)]^{\theta}$$

$$= 1 - 0 = 1$$

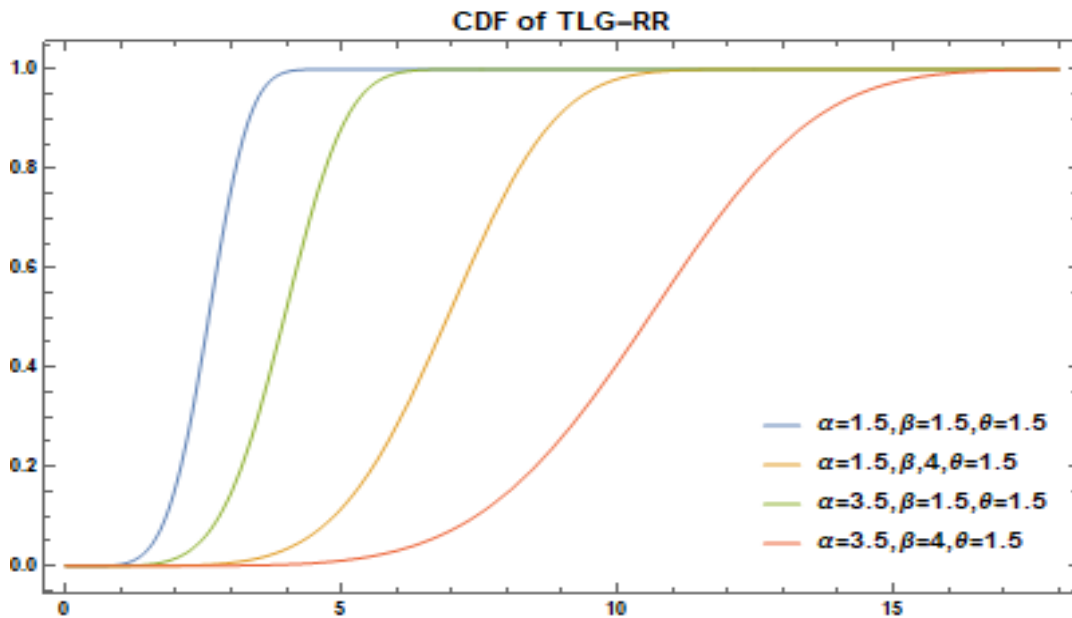
عليه فان التوزيع المقترح (TLC-RR) هو دالة احتمالية لكل قيم ($x > 0$)

وان الشكليين (2-6) و(2-7) الآتيين يمثلان دالة الكثافة الاحتمالية pdf ودالة التوزيع التراكمية cdf للتوزيع المقترح (TLG-RR) على الترتيب :



شكل (2-6) يمثل دالة الكثافة الاحتمالية pdf للتوزيع المقترح (TLG-RR)

اعداد الباحث بالاستعانة ببرنامج (Mathmatica)



شكل (2-7) يمثل دالة التوزيع التجميعية cdf للتوزيع المقترح (TLG-RR)

اعداد الباحث بالاستعانة ببرنامج (Mathmatica)

2-7-1- دالة المعوالية $R(x)$ للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$:- [32]

ان دالة المعوالية (Reliability) للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$ عبارة عن احتمالية عدم توقف جهاز الطابعة موضوع الرسالة عن العمل أي هي احتمال عدم العطل، أي تمثل الاحتمال واحد مطروحاً منه احتمال العطل او الفشل وصيغتها الرياضية كما اشرنا اليها في المعادلة (7) اذ ان $F(x)$ هي دالة الcdf للتوزيع $(TLG - RR)$ والتي تمثل احتمالية الفشل للجهاز، عليه يمكن كتابة دالة المعوالية للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$ رياضياً بالشكل الآتي :-

$$R(x) = 1 - F(x)$$

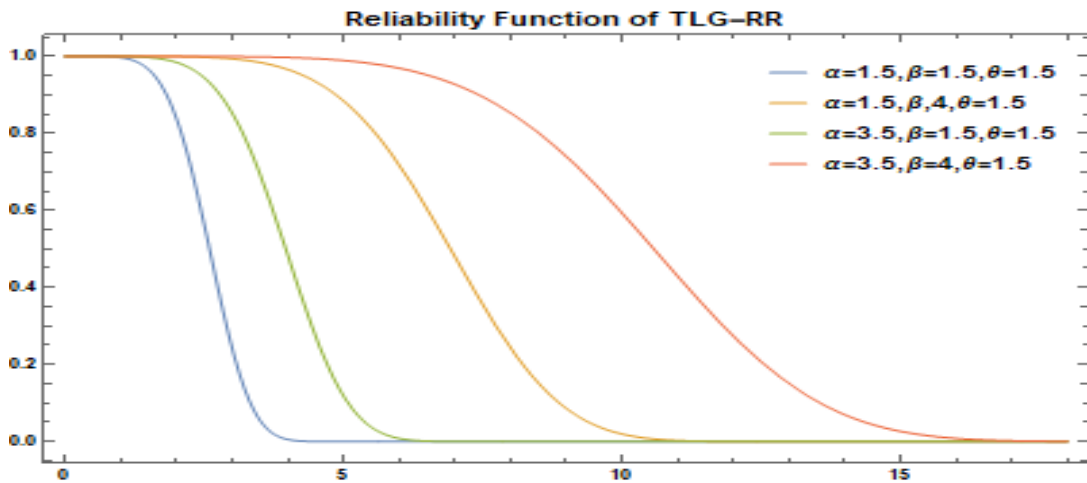
$$R(x) = 1 - \left[\left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta \right] ; x > 0 ; \alpha, \beta, \theta > 0 \dots (22)$$

2-7-2- دالة المخاطرة $h(x)$ للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$ hazard rate function

هي النسبة او المعدل لحصول العطل الآني للماكينة، ويتم الحصول على دالة المخاطرة (hazard rate) عن طريق قسمة دالة الكثافة الاحتمالية على دالة المعوالية وتعطى كالاتي :- [32]

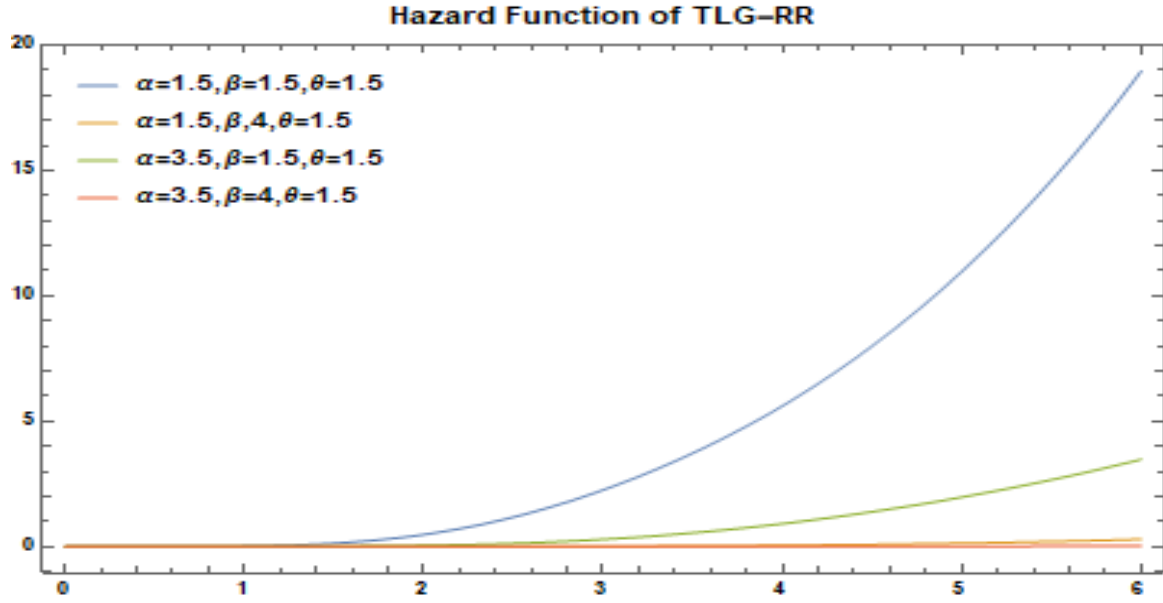
$$h(x) = \frac{\theta \frac{x^3}{\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}} \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \right)^{\theta-1} \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \right)^{\theta-1}}{1 - \left[\left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta \right]} ; x > 0 ; \alpha, \beta, \theta > 0 \dots (23)$$

والشكليين (2-8) و(2-9) الآتيين يمثلان دالة المعوالية ودالة المخاطرة للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$ وعلى الترتيب.



شكل (2-8) يمثل دالة المعوالية لتوزيع $(TLG - RR)$

اعداد الباحث بالاستعانة ببرنامج (Mathmatica)



شكل (2-9) يمثل دالة المخاطرة لتوزيع (TLG – RR)

اعداد الباحث بالاستعانة ببرنامج (Mathmatica)

3-7-2- الدالة الكمية^[9] Quantile function

يمكن استخراج الدالة الكمية لتوزيع (TLG – RR) المقترح بالاعتماد على دالة التوزيع التراكمية cdf وفقاً للخطوات الآتية:-

$$Q = \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta$$

$$Q^{\frac{1}{\theta}} = \left(1 - e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}}\right)$$

$$1 - Q^{\frac{1}{\theta}} = e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}} \quad \text{عليه}$$

$$\ln(1 - Q^{\frac{1}{\theta}}) = -\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2} \quad \text{نأخذ الـ } (ln) \text{ للطرفين}$$

$$-x^4 = -4\beta^4\alpha^2 \ln(1 - Q^{\frac{1}{\theta}})$$

عليه فان دالة الكمية الاحتمالية للتوزيع المقترح (TLG – RR) تكون بالشكل الآتي:-

$$x = [4\beta^4\alpha^2 \ln(1 - Q^{\frac{1}{\theta}})]^{\frac{1}{4}} \quad \dots (24)$$

4-7-2- خواص التوزيع المقترح (TLG – RR) properties of new distribution :-

1-4-7-2- العزم اللامركزي الرائي حول نقطة الأصل: [7][9] decentralized Moment

يرمز للعزم اللامركزي الرائي حول نقطة الأصل بالرمز μ'_r ويعطى بالشكل الآتي:-

$$\mu'_r = E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x) dx \quad \dots (25)$$

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r \theta \frac{x^3}{\beta^4 \alpha^2} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}}\right)^{\theta-1} \left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}}\right)^{\theta-1} dx$$

وباستعمال مفكوك ثنائي ذي الحدين نحصل على المقادير الآتية:

$$\left(1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}}\right)^{\theta-1} = \sum_{j=0}^{\theta-1} \frac{\Gamma(\theta)}{\Gamma(\theta-j) j!} e^{-j \frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}} \quad \dots (26)$$

$$\left(1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}}\right)^{\theta-1} = \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} (-1)^k e^{-k \frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}} \quad \dots (27)$$

عليه

$$E(x^r) = \frac{\theta}{\beta^4 \alpha^2} \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \frac{\Gamma(\theta)}{\Gamma(\theta-j) j!} e^{-j \frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}} \binom{\theta-1}{k} (-1)^k e^{-k \frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2}} x^{r+3} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4 \alpha^2}} dx$$

$$E(x^r) = \frac{\theta}{\beta^4 \alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{\Gamma(\theta)}{\Gamma(\theta-j) j!} (-1)^k \int_0^{\infty} x^{r+3} e^{-\left(\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1\right) \frac{x^4}{4\beta^4 \alpha^2}} dx$$

الآن ليكن

$$u = x^4 \rightarrow x = u^{\frac{1}{4}} \rightarrow dx = \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} du$$

عليه فان

$$\int_0^{\infty} u^{\frac{r+3}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2} \left(\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1\right)} \frac{1}{4} u^{-\frac{3}{4}} du = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} u^{\frac{r}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2} \left(\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1\right)} du$$

الآن لتتلخص من التكامل نشابه المقدار $\left\{ \int_0^\infty u^{\frac{r}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4\alpha^2}} \left(\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1\right) du \right\}$ بتوزيع كما

$$\left\{ \frac{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})^{\bar{\alpha}}]}{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})^{\bar{\alpha}}]} \right\} \text{ وذلك بالضرب بالمقدار الآتي: } \left[\frac{u^{\bar{\alpha}-1}}{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})^{\bar{\alpha}}]} e^{-\frac{u}{\bar{\beta}}} \right]$$

$$\bar{\alpha} = \frac{r}{4} + 1 = \frac{r+4}{4} \leftarrow \bar{\alpha} - 1 = \frac{r}{4} \text{ وان } \frac{1}{\bar{\beta}} = \frac{1}{4\beta^4\alpha^2} \left(\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1\right) \text{ ولتكن}$$

عليه يكون المقدار

$$\frac{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})^{\bar{\alpha}}]}{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})^{\bar{\alpha}}]} = \frac{\left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{r+4}{4}} \left[\left(\frac{r+4}{4}\right) \right]}{\left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{r+4}{4}} \left[\left(\frac{r+4}{4}\right) \right]}$$

عليه فان الصيغة النهائية للعزم اللامركزي الرائي لتوزيع (TLG - RR) تعطى بالشكل الآتي:-

$$\mu'_r = E(x^r) = \left\{ \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{r+4}{4}} \left[\left(\frac{r+4}{4}\right) \right] \right\} \dots (28)$$

$$r=1,2,3,\dots,n$$

اذا كان $r=1$ فان العزم اللامركزي الأول (الوسط الحسابي) يعطى بالشكل الآتي:-

$$\mu'_1 = E(x) = \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{1+4}{4}} \left[\left(\frac{1+4}{4}\right) \right]$$

$$\mu'_1 = \left\{ \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{5}{4}} \left[\left(\frac{5}{4}\right) \right] \right\} \dots (29)$$

اذا كان $r=2$ فان العزم اللامركزي الثاني يعطى بالشكل الآتي:-

$$\mu'_2 = E(x^2) = \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{2+4}{4}} \left[\left(\frac{6}{4}\right) \right]$$

$$\mu'_2 = \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{6}{4}} \left[\left(\frac{6}{4} \right) \right] \dots (30)$$

إذا كان $r=3$ فإن العزم اللامركزي الثالث يعطى بالشكل الآتي:-

$$\mu'_3 = E(x^3) = \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{3+4}{4}} \left[\left(\frac{7}{4} \right) \right]$$

$$\mu'_3 = \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{7}{4}} \left[\left(\frac{7}{4} \right) \right] \dots (31)$$

وان التباين للتوزيع المقترح ($TLG - RR$) باستعمال العزوم اللامركزية نحصل عليه بتعويض المعادلتين (29) و(30).

عليه فان صيغة التباين للتوزيع المقترح ($TLG - RR$) تعطى بالشكل الآتي:

$$Var(x) = E(x^2) - (E(x))^2 \dots (32)$$

$$Var(x) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \binom{\theta-1}{j} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{6}{4}} \left[\left(\frac{6}{4} \right) \right] \\ - \left(\frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \binom{\theta-1}{j} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{5}{4}} \left[\left(\frac{5}{4} \right) \right] \right)^2 \end{array} \right\} \dots (33)$$

2-4-7-2- العزم المركزي الرائي حول الوسط الحسابي Central moments: [10,28]

العزوم المركزية او ما تسمى بالعزوم حول الوسط الحسابي ويرمز لها بالرمز (μ_r) وصيغتها الرياضية تعطى بالشكل الآتي:

$$\mu_r = E(x - \mu')^r = \int_0^{\infty} (x - \mu)^r f(x) dx \dots (34)$$

$$E(x - \mu')^r = \int_0^{\infty} (x - \mu)^r \theta \frac{x^3}{\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}} (1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} (1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} dx$$

وبالطريقة نفسها وباستعمال مفكوك ثنائي ذي الحدين نحصل على المقدار الآتي:

$$(x - \mu')^r = \sum_{i=1}^r \binom{r}{i} (-1)^{r-i} (\mu)^{r-i} x^i \quad \dots (35)$$

عليه فان

$$E(x - \mu')^r = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{\beta^4 \alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} \binom{\theta-1}{k} (-1)^{r-i+k} \mu^{r-i} \\ \int_0^{\infty} x^{3+r-i} e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2} (\frac{j+k}{2} + 1)} dx \end{array} \right\} \quad \dots (36)$$

وبطريقة الفرض نفسها $u = x^4 \rightarrow x = u^{\frac{1}{4}} \rightarrow dx = \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} du$ ليكن

$$\int_0^{\infty} u^{\frac{r+3-i}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2} (\frac{j+k}{2} + 1)} \frac{1}{4} u^{-\frac{3}{4}} du = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} u^{\frac{r-i}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2} (\frac{j+k}{2} + 1)} du$$

ولتكن $\{\bar{\alpha} = \frac{r-i}{4} + 1 \rightarrow \bar{\alpha} = \frac{r-i+4}{4}\} \leftarrow \bar{\alpha} - 1 = \frac{r-i}{4}$ وان $\bar{\beta} = [\frac{8\beta^4 \alpha^2}{j+k+2}]$

ولكي نشابه المقدار $\{\int_0^{\infty} u^{\frac{r-i}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2} (\frac{j+k}{2} + 1)} du\}$ بتوزيع كما نضرب بالمقدار الآتي:

$$\frac{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})^{\bar{\alpha}}]}{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})^{\bar{\alpha}}]} = \frac{[\frac{8\beta^4 \alpha^2}{j+k+2}]^{\frac{r-i+4}{4}} \left[\binom{r-i+4}{4} \right]}{[\frac{8\beta^4 \alpha^2}{j+k+2}]^{\frac{r-i+4}{4}} \left[\binom{r-i+4}{4} \right]}$$

عليه فان الصيغة العامة للعزم المركزي الرائي لتوزيع (TLG-RR) تعطى بالشكل الآتي:-

$$\mu_r = E(x - \mu')^r = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{4\beta^4 \alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \binom{\theta-1}{k} (-1)^{r+k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} \mu^{r-i} \\ \left[\binom{r-i+4}{4} \right] \left[\frac{8\beta^4 \alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{r-i+4}{4}} \end{array} \right\} \quad \dots (37)$$

$r=1,2,3,\dots,n$

وبتعويض قيم (r) في المعادلة رقم (37) نحصل على العزم المركزي الأول والثاني... الخ وكما يلي:

إذا كان $r=1$

$$\mu_1 = E(x - \mu') = 0 \quad \dots (38)$$

إذا كان $r=2$ فإن العزم اللامركزي الثاني يمثل التباين للتوزيع المقترح (TL-GRR) و كمايلي:

$$\mu_2 = V = E(x - \mu')^2 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \binom{\theta-1}{k} (-1)^{r+k} \frac{\Gamma(\theta)}{\Gamma(\theta-j)j!} \mu^{2-i} \\ \left[\left(\frac{6-i}{4} \right) \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{6-i}{4}} \right] \end{array} \right\} \quad \dots (39)$$

إذا كان $r=3$ فإن

$$\mu_3 = E(x - \mu')^3 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \binom{\theta-1}{k} (-1)^{r+k} \frac{\Gamma(\theta)}{\Gamma(\theta-j)j!} \mu^{3-i} \\ \left[\left(\frac{3-i+4}{4} \right) \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{3-i+4}{4}} \right] \end{array} \right\}$$

$$\mu_3 = E(x - \mu')^3 = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \binom{\theta-1}{k} (-1)^{r+k} \frac{\Gamma(\theta)}{\Gamma(\theta-j)j!} \mu^{3-i} \\ \left[\left(\frac{7-i}{4} \right) \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{7-i}{4}} \right] \end{array} \right\} \quad \dots (40)$$

2-3-4-7-3 الدالة المولدة للعزوم (Moment generating function) [9]

$$\mu_x^t = E(e^{tx}) = \int_0^{\infty} e^{tx} f(x) dx \quad \dots (41)$$

$$\int_0^{\infty} e^{tx} \theta \frac{x^3}{\beta^4\alpha^2} e^{-\frac{x^4}{4\beta^4\alpha^2}} (1 + e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} (1 - e^{-\frac{x^4}{8\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1} dx$$

لكن

$$e^{tx} = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(tx)^s}{s!} \quad \dots (42)$$

عليه فإن

$$\mu_x^t = \frac{\theta}{\beta^4 \alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} (-1)^k \frac{[\theta]}{[(\theta-j)j!]} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(tx)^s}{s!} \int_0^{\infty} (x)^s x^3 e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2} (\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1)} dx$$

$$\mu_x^t = \frac{\theta}{\beta^4 \alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(t)^s}{s!} \binom{\theta-1}{k} (-1)^k \frac{[\theta]}{[(\theta-j)j!]} \int_0^{\infty} x^{3+s} e^{-\frac{x^4}{8\beta^4 \alpha^2} (\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1)} dx$$

و بطريقة الفرض نفسها

$$\text{ليكن } u = x^4 \rightarrow x = u^{\frac{1}{4}} \rightarrow dx = \frac{1}{4} x^{-\frac{3}{4}} du$$

عليه فان

$$\int_0^{\infty} u^{\frac{3+s}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2} (\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1)} \frac{1}{4} u^{-\frac{3}{4}} du = \frac{1}{4} \int_0^{\infty} u^{\frac{s}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2} (\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1)} du$$

$$\bar{\alpha} = \frac{s}{4} + 1 = \frac{s+4}{4} \quad \leftarrow \bar{\alpha} - 1 = \frac{s}{4} \quad \text{وان } \bar{\beta} = \left[\frac{8\beta^4 \alpha^2}{j+k+2} \right] \quad \text{ولتكن}$$

ولكي نشابه المقدار $\left\{ \int_0^{\infty} u^{\frac{s}{4}} e^{-\frac{u}{4\beta^4 \alpha^2} (\frac{j}{2} + \frac{k}{2} + 1)} du \right\}$ بتوزيع كاما نضرب بالمقدار الآتي:

$$\frac{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})]^{\bar{\alpha}}}{[(\bar{\alpha})(\bar{\beta})]^{\bar{\alpha}}} = \frac{\left[\frac{8\beta^4 \alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{s+4}{4}} \left[\left(\frac{s+4}{4} \right) \right]}{\left[\frac{8\beta^4 \alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{s+4}{4}} \left[\left(\frac{s+4}{4} \right) \right]}$$

عليه فان الدالة المولدة للعزوم للتوزيع المقترح (TLG - RR) تعطى بالشكل الآتي:

$$\mu_x^t = \left\{ \frac{\theta}{4\beta^4 \alpha^2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{\theta-1} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(t)^s}{s!} \binom{\theta-1}{k} (-1)^k \frac{[\theta]}{[(\theta-j)j!]} \left[\left(\frac{s+4}{4} \right) \right] \left[\frac{8\beta^4 \alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{s+4}{4}} \right\} \dots (43)$$

4-4-7-2 معامل لاختلاف (CV) Coefficients of Variation [39]

يعرف معامل الاختلاف CV في نظرية الإحصاء والاحتمال على انه مقياس يستعمل لقياس مقدار التشتت او التبعر للتوزيع الاحتمالي يتم الحصول عليه بنسبة الانحراف المعياري الى الوسط الحسابي وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:-

$$cv = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{\sqrt{\mu_2}}{\mu_1} \times 100 \quad \dots (44)$$

عليه معامل الاختلاف لتوزيع TLG-RR يكون بالشكل الآتي:-

$$cv = \frac{\sqrt{\frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{k,j=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \binom{\theta-1}{j} (-1)^{r+k} \mu^{r-i} \left[\left(\frac{6-i}{4} \right) \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{6-i}{4}} \right]}{\frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{j,k=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{k} \frac{[(\theta)]}{[(\theta-j)j!]} (-1)^k \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{5}{4}} \left[\left(\frac{5}{4} \right) \right]} \times 100 \quad \dots (45)$$

5-4-7-2 معامل الالتواء (Coefficient of Skewness) [1][24]

يوضح معامل الالتواء (CS) الطريقة التي تتوزع بها المشاهدات داخل التوزيع الاحتمالي فهل هي متماثلة حول الوسط الحسابي أي (الوسط الحسابي والوسيط والمنوال متطابقة) او متمركزة او ملتوية لجهة اليمين أي (الوسط الحسابي أكبر قيمة ثم الوسيط بعده المنوال) او متمركزة لجهة اليسار أي (الوسط الحسابي أصغر قيمة ثم الوسيط بعدها المنوال)، ومن هنا تظهر أهمية مقياس معامل الالتواء فهو يقيس درجة عدم التماثل في التوزيع ويبين الاتجاه الذي تجنح نحوه مفردات العينة. وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:-

$$s_k = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots (46)$$

وعليه فان معامل الالتواء (s_k) لتوزيع (TLG - RR) يعطى بالشكل الآتي:-

$$s_k = \left\{ \frac{\frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{k,j=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \binom{\theta-1}{k} \binom{\theta-1}{j} (-1)^{r+k} \mu^{r-i} \left[\left(\frac{7-i}{4} \right) \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{7-i}{4}} \right]}{\left(\frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{k,j=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \binom{\theta-1}{k} \binom{\theta-1}{j} (-1)^{r+k} \mu^{r-i} \left[\left(\frac{6-i}{4} \right) \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{6-i}{4}} \right]^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \right\} \dots (47)$$

2-7-4-6- معامل التفلطح (Coefficient of Kurtosis) [1][9]

ويسمى أيضاً معامل التفرطح ويستعمل لقياس درجة تسطح او تفلطح الدالة او التوزيع الاحتمالي ودرجة تقوسه.

وصيغته الرياضية التي اكتشفها العالم كارل بيرسون تعطى بالشكل الآتي:-

$$ck = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} \dots (48)$$

وعليه فان معامل التفلطح للتوزيع المقترح (TLG – RR) يمكن الحصول عليها بالشكل الآتي:

$$ck = \left\{ \frac{\frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{k,j=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \binom{\theta-1}{k} \binom{\theta-1}{j} (-1)^{r+k} \mu^{r-i} \left[\left(\frac{8-i}{4} \right) \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{8-i}{4}} \right]}{\left(\frac{\theta}{4\beta^4\alpha^2} \sum_{i=1}^r \sum_{k,j=0}^{\theta-1} \binom{r}{i} \binom{\theta-1}{k} \binom{\theta-1}{j} (-1)^{r+k} \mu^{r-i} \left[\left(\frac{6-i}{4} \right) \left[\frac{8\beta^4\alpha^2}{j+k+2} \right]^{\frac{6-i}{4}} \right]^2} \right)^2} \right\} \dots (49)$$

اذا كانت قيمة المعامل (ck) اكبر من الصفر (ck > 0) فهذا يدل على ان منحنى التوزيع الاحتمالي مدبب، اما اذا كانت قيمة المعامل (ck) اصغر من الصفر (ck < 0) فهو دليل على ان منحنى التوزيع مفلطح، في حين كانت قيمة المعامل (ck) مساوية للصفر (ck = 0) فهذا يدل على ان منحنى التوزيع الاحتمالي معتدل التفلطح.

8-2- التقدير Estimation

لغرض اجراء التقدير لمعلمت مجتمع الدراسة يجب اخذ عينة كبيرة نوعاً ما تتمتع بجميع صفات وخواص المجتمع الأصلي المسحوبة منه او اغلبها، وتتمثل أهمية عملية تقدير المعلمت في النتائج التي يتوصل اليها الباحث والاستنتاجات إذ ان يمكن اعمام هذه النتائج على المجتمع ككل، وتوجد هناك أنواع عدة من طرائق التقدير التي يستعملها الباحثون في عمليات التقدير مثل طريقة الإمكان الأعظم (Maximum likelihood method. MLE) وطريقة المربعات الصغرى العادية (Ordinary Least Squares method OLS) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Squares method WLS) وطريقة (Shrinkage Technique)

1-8-2- طريقة الإمكان الأعظم (MLE) Maximum likelihood method [40]

تعتبر طريقة الإمكان الأعظم (MLE) من اكثر الطرق استعمالاً في تقدير المعلمت التوزيعات الاحتمالية مع الأخذ بنظر الاعتبار البيانات المرصودة، وان منطق طريقة الامكان الاعظم بديهي ومرن، وعلى هذا النحو أصبحت هذه الطريقة وسيلة سائدة للاستدلال الإحصائي، [51] إذ تعتمد مبدأ تعظيم الدالة الاحتمالية ومن ثم اجراء عملية التفاضل بالنسبة للمعلمت. [29]

ويرمز لها بالرمز (L)، ويمكن تعظيم دالة الإمكان الأعظم مباشرة باستعمال برنامج SAS (PROC NLMIXED) او برنامج Ox (subroutine Max BFGS) أو عن طريق حل المعادلات العادية غير الخطية التي تم الحصول عليها عن طريق التفاضل وكالاتي [59]: -

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \alpha, \beta, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \alpha, \beta, \theta) \quad \dots (50)$$

ليكن x_1, x_2, \dots, x_n متغير عشوائي يتوزع توزيع (TLG - RR) بالمعلمت غير المعلومة (α, θ, β) ، نحدد طريقة الإمكان الأعظم MLE لتقدير معلمت التوزيع TLG - RR وان الدالة اللوغاريتمية للإمكان الأعظم للمعلمة (α, θ, β) تعطى كما يلي:-

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \alpha, \beta, \theta) = f(x_1, \theta, \beta, \alpha) f(x_2, \theta, \beta, \alpha) \dots f(x_n, \theta, \beta, \alpha)$$

$$L = \prod_{i=1}^n \theta \frac{x_i^3}{\beta^4 \alpha^2} e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} (1 - e^{-\frac{x_i^4}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} (1 + e^{-\frac{x_i^4}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} \quad \dots (51)$$

$$L = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta, \beta, \alpha)$$

$$l = \prod_{i=1}^n \frac{\theta x_i^3}{\beta^4 \alpha^2} e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\frac{x_i^4}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} (1 + e^{-\frac{x_i^4}{8\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1}$$

$$L = \left(\frac{\theta}{\beta^4 \alpha^2}\right)^n \prod_{i=1}^n x_i^3 e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}})^{\theta-1} \quad \dots (52)$$

وبأخذ الـ (\ln) للطرفين نحصل على الآتي: -

$$\ln L = \left\{ \begin{array}{l} n \ln \theta - 4n \ln \beta - 2n \ln \alpha + 3 \sum_{i=1}^n \ln x_i - \\ \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2} + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \ln \left(1 - e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \right) \right) \end{array} \right\} \quad \dots (53)$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة (53) بالنسبة للمعلمة (θ) ومساواتها بالصفر نحصل على

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = \frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \ln \left(1 - e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \right) = 0$$

$$\frac{n}{\theta} + \frac{\hat{\theta} \ln \sum_{i=1}^n \ln \left(1 - e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \right)}{\theta} = 0$$

$$n + \hat{\theta} \sum_{i=1}^n \ln \left(1 - e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \right) = 0$$

$$n = -\hat{\theta} \sum_{i=1}^n \ln \left(1 - e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \right)$$

$$\hat{\theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln \left(1 - e^{-\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \right)} \quad \dots (54)$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة (53) بالنسبة للمعلمة (β) ومساواتها بالصفر نحصل على

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \beta} &= -\frac{4n}{\beta} + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^4}{\hat{\beta}^5 \alpha^2} - (\theta - 1) 4 \sum_{i=1}^n \frac{x_i^4}{4\alpha^2 \beta^5 (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}})} = 0 \\ -\frac{4n}{\hat{\beta}} + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^4}{\hat{\beta}^5 \alpha^2} - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \frac{x_i^4}{\alpha^2 \hat{\beta}^5 \left(-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}} \right)} &= 0 \\ \frac{-4n\alpha^2 \hat{\beta}^4 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}}) + \sum_{i=1}^n x_i^4 (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}}) - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n x_i^4}{\alpha^2 \hat{\beta}^5 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}})} &= 0 \\ 4n\alpha^2 \hat{\beta}^4 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}}) = \sum_{i=1}^n x_i^4 (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}}) - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n x_i^4 & \\ \hat{\beta}^4 = \frac{\sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}}) \sum_{i=1}^n x_i^4 - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n x_i^4}{4n\alpha^2 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}})} & \\ \hat{\beta} = \sqrt[4]{\frac{\sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}}) \sum_{i=1}^n x_i^4 - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n x_i^4}{4n\alpha^2 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}})}} & \dots (55) \end{aligned}$$

وبالطريقة نفسها نشق المعادلة (53) بالنسبة للمعلمة (α) ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} &= -\frac{2n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n \frac{2x_i^4}{4\beta^4 \alpha^3} - 2(\theta - 1) \sum_{i=1}^n \frac{x_i^4}{4\alpha^3 \beta^4 (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}})} = 0 \\ \frac{-4n\hat{\alpha}^2 \beta^4 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}}) + \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}}) \sum_{i=1}^n x_i^4 - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n x_i^4}{2\alpha^3 \beta^4 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4 \alpha^2}})} & \\ = 0 & \end{aligned}$$

$$-4n\hat{\alpha}^2\beta^4 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4\alpha^2}}) + \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4\alpha^2}}) \sum_{i=1}^n x_i^4 - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n x_i^4 = 0$$

$$4n\hat{\alpha}^2\beta^4 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4\alpha^2}}) = \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4\alpha^2}}) \sum_{i=1}^n x_i^4 - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n x_i^4$$

$$\hat{\alpha} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4\alpha^2}}) \sum_{i=1}^n x_i^4 - (\theta - 1) \sum_{i=1}^n x_i^4}{4n\beta^4 \sum_{i=1}^n (-1 + e^{\frac{x_i^4}{4\beta^4\alpha^2}})}} \quad \dots (56)$$

تحل المعادلات (54),(55),(56) بأحدي الطرائق العددية التي تستعمل لحل المعادلات الرياضية غير الخطية مثل طريقة (نيوتن- رافسون)، للحصول على مقدر المعلمات $(\hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ ثم نعوض هذه القيم المقدرة للمعلمات في المعادلة (22) نحصل على مقدر دالة المعولية للتوزيع $(TLG - RR)$ ، بطريقة الإمكان الأعظم.

2-8-2- طريقة المربعات الصغرى (OLS) [27][43] Least squares method

هي من الطرائق الكلاسيكية المهمة وهي طريقة إحصائية تهدف الى تقليل مجموع مربعات الفروق بين القيم الفعلية والمحسوبة، ويتم فيها إيجاد القيم المقدرات للتوزيع الاحتمالي والتي تجعل مقدار الخطأ المحسوب اصغر ما يمكن ويمتاز مقدرها بامتلاكه ببعض خواص المقدر الجيد ويمكن الحصول عليها كما يلي:-

$$Q = \sum_{k=1}^n \left(F(x_k) - \frac{k}{n+1} \right)^2 \quad \dots (57)$$

اذان:

$F(x)$ تمثل دالة التوزيع التجميعية CDF للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$

وان: $\frac{k}{n+1}$ هو مقدار لا معلمي نرسم له بالرمز p_k ويمثل المقدر لدالة ال cdf أي انه

$$p_k = \frac{k}{n+1} = \hat{F}(x_k)$$

وعند تعويض المعادلة (20) في المعادلة (57) نحصل على الآتي:

$$Q = \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right)^2 \quad \dots (58)$$

وباستعمال التفاضل الجزئي للمعادلة (58) بالنسبة للمعلمة (θ) ومساواتها بالصفر نحصل على القيمة المقدرة $(\hat{\theta})$ وكالاتي:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \theta} &= 2 \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right) * \frac{\partial \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta}{\partial \theta} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} &= 2 \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right) * \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta \ln \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right) \right) \\ &= 0 \div 2 \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} &= \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right) \\ \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta \ln \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right) \right) \end{array} \right\} = 0 \quad \dots (59) \end{aligned}$$

وايضاً نقوم بالاشتقاق الجزئي لمعادلة رقم (58) بالنسبة للمعلمة (α) وكما يلي:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \alpha} &= 2 \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right) * \frac{\partial \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta}{\partial \alpha} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \alpha} &= 2 \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right) * \left(-\frac{\theta x_k^4 e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^{\theta-1}}{2\beta^4\alpha^3} \right) = 0 \div 2 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = \left\{ \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{m+1} \right) \left(-\frac{\theta x_k^4 e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^{\theta-1}}{2\beta^4\alpha^3} \right) \right\} = 0 \quad \dots (60)$$

اخيراً نشق معادلة رقم (58) اشتقاقاً جزئياً بالنسبة للمعلمة (β)

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \beta} &= 2 \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right) * \frac{\partial \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta}{\partial \beta} \\ \frac{\partial Q}{\partial \beta} &= 2 \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right) * \left(-\frac{\theta x_k^4 e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^{\theta-1}}{\beta^5\alpha^2} \right) = 0 \div 2 \\ \frac{\partial Q}{\partial \beta} &= \left\{ \sum_{k=1}^n \left(\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right) * \left(-\frac{\theta x_k^4 e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} \right)^{\theta-1}}{\beta^5\alpha^2} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad \dots (61)$$

تحل المعادلات (59), (60), (61) بأحدي الطرائق العددية التي تستعمل لحل المعادلات الرياضية غير الخطية مثل طريقة (نيوتن- رافسون)، للحصول على مقدر المعلمات $(\hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ ، ثم نعوض هذه القيم المقدره للمعلمات في المعادلة (22) نحصل على مقدر دالة المعولية للتوزيع $(TLG - RR)$ ، بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية.

3-8-2-طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) [6,55]

تختلف طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) عن طريقة المربعات الصغرى العادية (OLS) هو وجود الوزن (W) أي إذا كان (w=1) تكون الطريقة مربعات صغرى عادية وإذا كان (w ≠ 1) فإنها مربعات صغرى موزونة والانحدار فان الوزن (w = v⁻¹) أي w يمثل معكوس مصفوفة الحد الأدنى من تباين المقدر الغير متحيز لمتجه معالم الإنموذج وكما يلي:

$$v^{-1} = \begin{bmatrix} \sqrt{w_1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \sqrt{w_n} \end{bmatrix}, v^{-1}v^{-1} = \begin{bmatrix} w_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & w_n \end{bmatrix} = w^{-1}$$

$$v = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \sqrt{w_1} & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{\sqrt{w_1}} \end{bmatrix}, vv = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ w_1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{w_n} \end{bmatrix} = w$$

وان الصيغة العامة لطريقة المربعات الصغرى الموزونة تعطى بالشكل الآتي:-

$$Q = \sum_{k=1}^n w \left(F(x_k) - \frac{k}{n+1} \right)^2 \quad \dots (62)$$

إذ ان: Q تمثل المقدر لدالة التوزيع التجميعية $\hat{F}(x_k)$

w يمثل الوزن وقيمه هي $\frac{(\bar{n}+1)^2(\bar{n}+2)}{k(\bar{n}-k+1)}$

وان $\frac{k}{n+1}$ هو مقدار لامعلمي

$F(x_k)$ تمثل دلة ال CDF للتوزيع المقترح (TLG – RR) بعدد قيم (x_k)

وبأخذ الاشتقاق الجزئي للمعادلة رقم (62) بالنسبة للمعلمات (θ, β, α) ومساواتها بالصفر نحصل على الآتي:-

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = 2 \sum_{k=1}^n w_k \left[F(x_k) - \frac{k}{n+1} \right] \left[\frac{\partial F(x_k)}{\partial \theta} \right] = 0 \quad \dots (63)$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{(\bar{n} + 1)^2(\bar{n} + 2)}{k(\bar{n} - k + 1)} \left[\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right] \left[\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta \ln\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}}\right) \right] = 0 \quad \dots (64)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = 2 \sum_{k=1}^n w_k \left[F(x_k) - \frac{k}{n+1} \right] \left[\frac{\partial F(x_k)}{\partial \beta} \right] = 0 \quad \dots (65)$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{(\bar{n} + 1)^2(\bar{n} + 2)}{k(\bar{n} - k + 1)} \left[\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right] \left[\frac{\theta x^4 e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} (1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1}}{\beta^5 \alpha^2} \right] = 0 \quad \dots (66)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = 2 \sum_{k=1}^n w_k \left[F(x_k) - \frac{k}{n+1} \right] \left[\frac{\partial F(x_k)}{\partial \alpha} \right] = 0 \quad \dots (67)$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{(\bar{n} + 1)^2(\bar{n} + 2)}{k(\bar{n} - k + 1)} \left[\left(1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}}\right)^\theta - \frac{k}{n+1} \right] \left[\frac{\theta x^4 e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}} (1 - e^{-\frac{x_k^4}{4\beta^4\alpha^2}})^{\theta-1}}{2\beta^4 \alpha^3} \right] = 0 \quad \dots (68)$$

وبعدها نقوم بإيجاد قيمة الوزن w_k

وتحل المعادلات (62),(66),(68) بأحدي الطرائق العددية التي تستعمل لحل المعادلات الرياضية غير الخطية مثل طريقة (نيوتن- رافسون)، للحصول على مقدر المعلمات $(\hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ ، ثم نعوض هذه القيم المقدره للمعلمات في المعادلة (22) نحصل على مقدر دالة المعولية للتوزيع (TL-GRR)، بطريقة المربعات الصغرى الموزونة.

4-8-2- طريقة التقليل (الطريقة المختلطة) Shrinkage Technique [56] [47]

تتلخص هذه الطريقة بانه عندما يكون هنالك مقدران لمعلمات الانموذج المقترح من طريقتين مختلفتين يمكننا في هذه الطريقة تكوين مقدر ثالث يكون تركيبا خطيا خليطاً من المقدرين المعلومين، فإذا فرضنا ان $(\hat{\theta}_1, \hat{\beta}_1, \hat{\alpha}_1)$ هي مقدرات طريقة الامكان الأعظم، وان $(\hat{\theta}_2, \hat{\beta}_2, \hat{\alpha}_2)$ هي مقدرات المربعات الصغرى الموزونة، فان المقدرات الجديدة التي تعد خليطاً من المقدرات أنفاً يمكن ان نرمز لها بالرمز $(\hat{\theta}_{sh}, \hat{\beta}_{sh}, \hat{\alpha}_{sh})$ والتي تمثل مقدرات طريقة (Shrinkage).

ويمكن ان نوضح طريقة التقليل المختلطة (Shrinkage) رياضياً بالمعادلة الآتية:

$$\hat{\theta}_{sh} = P\hat{\theta}_1 + (1 - P)\hat{\theta}_2 \quad \dots (69)$$

إذ ان p يمثل قيمة ثابتة محصورة بين الصفر والواحد الصحيح ($0 \leq P \leq 1$)

وان قيمة P هي التي تجعل القيمة لمتوسط مربعات الخطأ (Mse) لهذا المقدر المختلط $Mse(\hat{\theta}_{sh})$ اصغر ما يمكن وذلك حسب الخطوات الآتية:

$$\hat{\theta}_{sh} = P\hat{\theta}_1 + (1 - P)\hat{\theta}_2$$

$$\hat{\theta}_{sh} - \theta = [P\hat{\theta}_1 + (1 - P)\hat{\theta}_2] - \theta \quad \text{نطرح من الطرفين}$$

$$\hat{\theta}_{sh} - \theta = [P\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - P\hat{\theta}_2] - \theta$$

نظيف ونطرح المقدار ($P\theta$)

$$\hat{\theta}_{sh} - \theta = P\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2 - P\hat{\theta}_2 - \theta + P\theta - P\theta$$

$$\hat{\theta}_{sh} - \theta = (P\hat{\theta}_1 - P\theta) - (P\hat{\theta}_2 - P\theta) + (\hat{\theta}_2 - \theta)$$

$$\hat{\theta}_{sh} - \theta = P[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta)] + [\hat{\theta}_2 - \theta]$$

نربع الطرفين

$$[\hat{\theta}_{sh} - \theta]^2 = \{P^2[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta)]^2 + [\hat{\theta}_2 - \theta]^2 + 2P[(\hat{\theta}_1 - \theta) - (\hat{\theta}_2 - \theta)][\hat{\theta}_2 - \theta]\}$$

$$[\hat{\theta}_{sh} - \theta]^2 = \{P^2[\hat{\theta}_1 - \theta]^2 + P^2[\hat{\theta}_2 - \theta]^2 - 2P^2[\hat{\theta}_1 - \theta][\hat{\theta}_2 - \theta] + [\hat{\theta}_2 - \theta]^2 + 2P[\hat{\theta}_1 - \theta][\hat{\theta}_2 - \theta] - 2P[\hat{\theta}_2 - \theta]^2\} \quad \dots (70)$$

وبإدخال التوقع للطرفين نحصل على الآتي:

$$Mse(\hat{\theta}_{sh}) = \{P^2Mse(\hat{\theta}_1) + P^2Mse(\hat{\theta}_2) - 2P^2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Mse(\hat{\theta}_2) + 2PCov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2PMse(\hat{\theta}_2)\} \quad \dots (71)$$

الآن سنقوم بإجراء التفاضل الجزئي للمعادلة (71) بالنسبة للثابت P ونساويها إلى الصفر وكالاتي:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Mse(\hat{\theta}_{sh})}{\partial P} &= 2P Mse(\hat{\theta}_1) + 2P Mse(\hat{\theta}_2) - 4P Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) \\ &\quad + 2Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - 2 Mse(\hat{\theta}_2) = 0 \\ &= P Mse(\hat{\theta}_1) + P Mse(\hat{\theta}_2) - 2P Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2) \\ &= P[Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2 Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)] + Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - Mse(\hat{\theta}_2) \end{aligned}$$

عليه نحصل على قيمة الثابت P والتي يمكن ان تحقق اصغر متوسط لمربعات الخطأ و كالتالي :

$$P = \frac{Mse(\hat{\theta}_2) - Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)}{Mse(\hat{\theta}_1) + Mse(\hat{\theta}_2) - 2 Cov(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)} \quad \dots (72)$$

عليه فان المقدر الجديد المختلط بالنسبة للمعلمة θ يكون كالاتي :

$$New Shrinkage EstiSHated \hat{\theta}_{sh} = P\hat{\theta}_{mle} + (1 - P)\hat{\theta}_{wls} \quad \dots (73)$$

ويمكن تطبيق نفس الخطوات السابقة على المعلمتين الأخرتين (α, β) وتحل المعادلات بأحادي الطرائق العددية التي تستعمل لحل المعادلات الرياضية غير الخطية مثل طريقة (نيوتن- رافسون)، للحصول على مقدر المعلمات $(\hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ ، ثم نعوض هذه القيم المقدرة للمعلمات في المعادلة (22) نحصل على مقدر دالة المعولية للتوزيع $(TLG - RR)$ ، بالطريقة المختلطة (shrinkage).

9-2- معايير مقارنة افضل طريقة تقدير (Criteria for comparing estimation methods)

1-9-2- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة للمعلمات [40]

يستعمل للمقارنة بين طرائق تقدير المعلمات للتوزيعات الاحتمالية والنماذج الإحصائية بالاعتماد على اقل متوسط مربع للخطأ بين هذه الطرائق فتعتبر أفضل طريقة هي التي تملك اقل متوسط مربع للخطأ، وهو مجموع مربع انحرافات القيم المقدرة عن القيم الحقيقية للمعلمات، وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:

$$se(\vartheta) = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r (\hat{\vartheta}_i - \vartheta)^2 \quad \dots (74)$$

إذ ان: θ تمثل القيم الافتراضية للمعلمات (θ, β, α) للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$.

$\hat{\theta}$ تمثل القيم المقدرة للمعلمات (θ, β, α) للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$.

r عدد تكرارات التجربة والبالغ عددها (1000).

2-9-2- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة المعولية لتوزيع (TLG - RR)

ويستعمل هذا المعيار للمقارنة بين طرائق التقدير بالنسبة لدالة المعولية (Reliability) للتوزيع المقترح وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي: -

$$Mse(\hat{R}(x_t)) = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \left(\hat{R}(x_{t_j}) - R(x_{t_j}) \right)^2 \quad \dots (75)$$

إذ ان: $j = 1, 2, \dots, m$; عدد قيم المتغير (x_t) في التجربة

1- $R(x_t)$ تمثل قيم دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$

2- $\hat{R}(x_t)$ تمثل قيم دالة المعولية (المقدرة) للتوزيع المقترح $(TLG - RR)$

3- r عدد تكرارات التجربة والبالغ عددها (1000)

3-9-2- متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE)

إذ ان يتم فيه اختيار أفضل مقدر لدالة المعولية (Reliability) عن طريق حساب قيمة المعيار (mse) لكل قيمة من قيم الدالة $(\hat{R}(x_t))$ عند كل قيمة من قيم الزمن (t_i) ، وتتم عملية المفاضلة بين طرائق التقدير المستعملة عن طريق تطبيق مقياس $(IMSE)$ والذي يقوم باختزال كل قيم الزمن (t_i) بقيمة واحدة تمثل الزمن الكلي وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:

$$IMSE(\hat{R}(x_t)) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n \left[\frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \left(\hat{R}(x_{t_j}) - R(x_{t_j}) \right)^2 \right] \quad \dots (76)$$

اذ ان: m تمثل عدد قيم (x_t) المفترضة البالغ عددها (10)

$\hat{R}(x_{t_j})$ تمثل دالة المعولية المقدرة

$R(x_{t_j})$ دالة المعولية الحقيقية (التجريبية)

10-2 - اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit tests) [25]

تم اجراء عملية اختبار حسن المطابقة او جودة الملائمة للاختبار (Quality of fit test) وذلك باستعمال البرنامج الاحصائي (Mathematica) وذلك لتبيان ملائمة التوزيع المقترح (TLG – RR) البيانات من عدمه.

وسنتناول في رسالتنا ثلاثة أنواع من الاختبارات لحسن المطابقة وهي كالآتي:

10-2-1- اختبار إحصاءة كاي-سكوير (Chi-square statistic)

وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \dots (77)$$

إذ ان:

O_i تمثل التكرار الملحوظ للملاحظات

E_i تمثل التكرارات المتوقعة للملاحظات

10-2-2- اختبار إحصاءة انديرسون – دارلينك (Anderson darling statistic)

وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:

$$A_d^* = n \sum_{i=1}^n \frac{(F_i(x) - F(x))f(x)}{F(x)(1 - F(x))} \quad \dots (78)$$

إذ ان:

$F_i(x)$ تمثل دالة التوزيع التجريبية

$F(x)$ تمثل دالة التوزيع التجميعية للتوزيع المقترح (TLG – RR)

$f(x)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح (TLG – RR)

10-2-3- اختبار (Carmer-von mises statistic)

وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:

$$C_d^* = n \sum_{i=1}^n (F_i(x) - F(x))f(x) \quad \dots (79)$$

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

و

التطبيقي

1-3- تمهيد (Preface) :

ان التطور التكنولوجي الذي حدث بالأونة الأخيرة ودخول الحاسب الآلي المعقد والمتطور عمل المصانع والشركات بشكل مباشر، حتى وصل استعمال أجهزة الحاسوب في الدوائر الحكومية والمؤسسات الخدمية، ومن بين هذه المؤسسات هي دائرة البطاقة الوطنية الموحدة في كربلاء المقدسة والتي تعد واحدة من اهم تشكيلات وزارة الداخلية العراقية، وبسبب التعقيد الكبير في صناعة هذه الأجهزة وتكاليف صنعها الباهظة، دفع الباحثين للرجوع في عمل دراسة احصائية للحصول على توزيعات إحصائية تلائم أوقات الفشل لهذه الأجهزة بهدف حمايتها وديمومتها، اذ ان التوزيعات التقليدية باتت غير مجدية.

وفي هذا الفصل سنتطرق بشكل مقتضب لعينة ومجتمع الرسالة التي سحبت منها البيانات الحقيقية ثم نقوم بتطبيق الأفكار والمفاهيم التي تم التطرق اليها في الجانب النظري من الرسالة وعلى شكل مجالين أساسيين، المجال الأول يمثل الجانب التجريبي الذي يمثل أسلوب المحاكاة (Simulation) على بيانات غير حقيقية يتم توليدها آلياً، ويتم في هذا المجال المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في تقدير دالة المعولية والمعلومات للتوزيع المقترح ($TLG - RR$)، بهدف اختيار أفضل طريقة للتقدير بالاعتماد على اقل قيمة لمتوسط لمربعات الخطأ (MSE)، بينما المجال الثاني فيمثل الجانب التطبيقي، اذ يتم فيه التطبيق العملي للبيانات الحقيقية التي حصلنا عليها من دائرة البطاقة الوطنية الموحدة في كربلاء المقدسة.

2-3- الجانب التجريبي (Experimental section) :**1-2-3- المحاكاة (Simulation) [5][8][61] :**

وهي طريقة او أسلوب تعليمي يستعمل عادةً لتمثيل الواقع الحقيقي الذي يصعب الوصول اليه بواقع افتراضي تصوري يشبهه لحد ما، أي إعطاء نسخة فرضية تكون طبق الأصل من الواقع الأصلي او العالم الواقعي لنظام معين او أنموذج محدد، من دون التطرق لهذا الانموذج او النظام بشكل مباشر. لقد بدأ ظهور المحاكاة قديماً جداً كما في لعبة الشطرنج، الا انه في ستينات القرن الماضي ازداد الاهتمام بالمحاكاة كطريقة مناسبة وفعالة في عملية التعليم ولاسيما بعد ظهور اجهزة الحاسوب، حيث صارت عملية المحاكاة للمفاهيم والأنشطة المختلفة والتجارب تتم عن طريق اجهزة الحاسوب.

ويتم الاعتماد بشكل كبير على أسلوب المحاكاة التجريبي نتيجة لدرجة التعقيد في اغلب النظريات الإحصائية الرياضية والعمليات الهندسية والتجارب الطبية والحياتية، والصعوبة الكبيرة التي يواجهها الباحثون في تحليلها واثباتها، مما دفعهم الى استعمال أسلوب المحاكاة لتمثيلها في مجتمعات افتراضية وهمية مقارنة للنماذج الاصلية الحقيقية، مما تحقق لنا قدراً كافياً من الفهم والادراك للواقع الحقيقي، وذلك بسحب عينات عشوائية مختلفة الاحجام بغية الوصول للحلول المثلى لهذه النظريات والمشكلات.

وتوجد هنالك طرائق عديدة ومختلفة من أساليب المحاكاة وان أرجحها وأكثرها شيوعاً واستعمالاً هي طريقة محاكاة (Monte-Carlo)، اذ تمتاز بدرجة عالية من الليونة في تكرار العملية التجريبية لمرات متعددة يتم عن طريقها توليد عينات عشوائية مختلفة الاحجام ومستقلة بعضها عن البعض الآخر. وسنقوم عبر اجراء المحاكاة باختيار أفضل تقدير لدالة معولية للتوزيع المقترح عن طريق اجراء المقارنات بالاعتماد على المعايير التي تم شرحها في الفصل الثاني آنفاً، وذلك عبر ملاحظة التأثير الذي يحدث على سلوك دالة المعولية نتيجة للتغيير في حجم العينات وقيم المعلمات المقدرة للتوزيع المقترح (TLG-RR).

3-2-2-2- مراحل تجربة المحاكاة (Simulation stages):

يتم بناء تجربة المحاكاة على شكل مراحل متسلسلة بهدف الحصول على أفضل تقدير لمعلمات ودالة المعولية للتوزيع المقترح (TLG-RR)، وذلك بالاستعانة ببرنامج (Wolfram Mathematica 12.2) ووفقاً للمراحل التالية:

3-2-2-1- المرحلة الأولى (The first stage):

وهي اول واهم مرحلة من مراحل المحاكاة اذ تعد الأساس لبناء المحاكاة، ويعتمد عليها بشكل كبير إجراءات البرنامج وعملياته وكذلك باقي مراحل المحاكاة اذ يتم فيها اختيار قيم افتراضية تجريبياً عبر اجراء تجارب عدة واختيار القيم التي استقرت عندها التقديرات واعطت أفضل النتائج وحسب الخطوات التالية:

1- يتم في هذه الخطوة اختيار من القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع المقترح (TLG-RR)، وفي ثمان نماذج مختلفة مفترضة من نفس التوزيع، ويرجع سبب اختيارنا لهذه القيم المختلفة للمعلمات (α, β, θ) ، الى اعتقادنا بان التغيير الحاصل في قيم المعلمات تعطينا فكرة وتفسير عن سلوك دالة المعولية وقيم المقدرات إزاء كل طريقة من طرائق التقدير و القيم الافتراضية للمعلمات للنماذج الثمان المفترضة والتي يبينها الجدول رقم (3-1) وكما يلي:

جدول رقم (3-1)

القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة

MODLE	α	β	θ
1	1.5	1.5	1.5
2	1.5	1.5	3
3	1.5	4	1.5
4	1.5	4	3
5	3.5	1.5	1.5
6	3.5	1.5	3
7	3.5	4	1.5
8	3.5	4	3

الجدول: من اعداد الباحث

- 2- يتم في هذه الخطوة من المرحلة الأولى اختيار أربع حجوم مختلفة من العينة اذ تم اختيار الحجوم (25,50,100,200)، بهدف معرفة مدى تأثير هذا التغيير في حجم العينة على دقة نتائج التقدير.
- 3- في هذه الخطوة قمنا بتكرار التجربة (1000) مرة بهدف الحصول على اعلى تجانس بين البيانات.

3-2-2-2- المرحلة الثانية (The second stage):

في هذه المرحلة من المحاكاة يتم توليد البيانات عشوائية بما ينسجم مع التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) وكما يلي:

- 1- توليد بيانات عشوائية تتبع في توزيعها التوزيع المنتظم (Uniform Distribution) ضمن الفترة $\{0,1\}$.
- 2- يتم اجراء عملية تحويل للبيانات التي تم توليدها في الخطوة (1) وجعلها تتبع في توزيعها التوزيع المقترح (TLG-RR) وذلك باستعمال المعادلة (24) الآتية:

$$xi = [4\beta^4\alpha^2\ln(1 - Ui^{\frac{1}{\theta}})]^{\frac{1}{4}} \dots (80)$$

3-2-2-3- المرحلة الثالثة (The third stage):

في هذه المرحلة يتم القيام بعملية تقدير قيم معلمات التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) ولجميع طرائق التقدير التي تم التطرق لها في الفصل الثاني ضمن الجانب النظري من الرسالة.

3-2-2-4- المرحلة الرابعة (The forth stage):

في هذه المرحلة نقوم بتقدير دالة المعولية ($R(x)$) للأنموذج الاحتمالي (TLG-RR) ولكافة طرائق التقدير التي تم التطرق اليها بشكل مفصل ضمن الفصل الثاني من الرسالة.

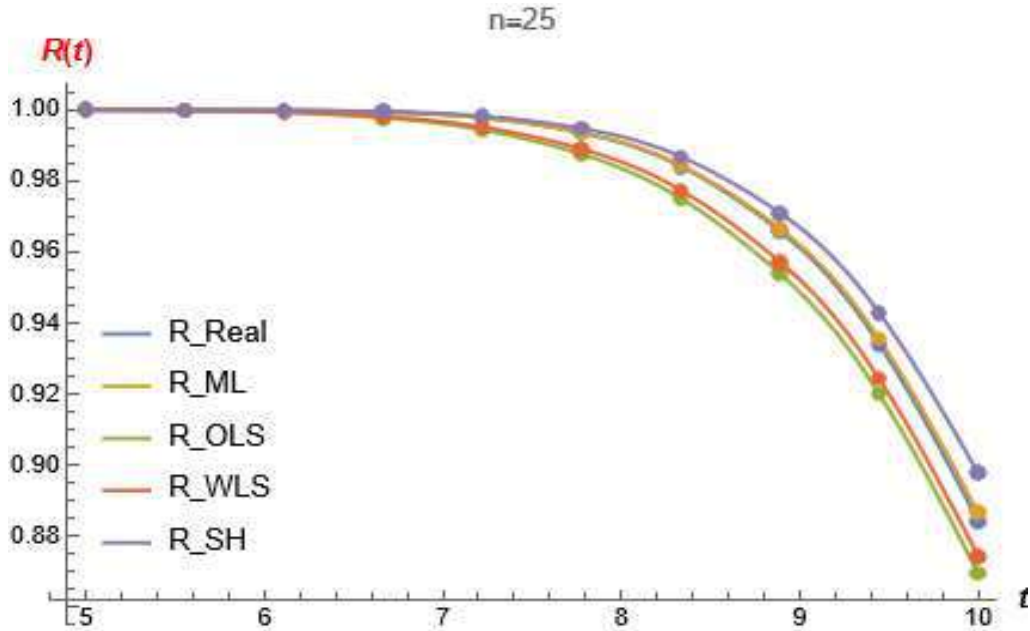
3-2-2-5- المرحلة الخامسة (The five stage):

وهي المرحلة الاخيرة من مراحل المحاكاة يتم فيها المقارنة بين طرائق التقدير المختلفة المستعملة في عملية التقدير، وذلك بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE)، وكذلك معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE)، لكون المعيار متوسط مربعات الخطأ يحسب لكل (ti) من الزمن، وان المعيار (IMSE) يمثل المساحة الكلية للزمن (ti).

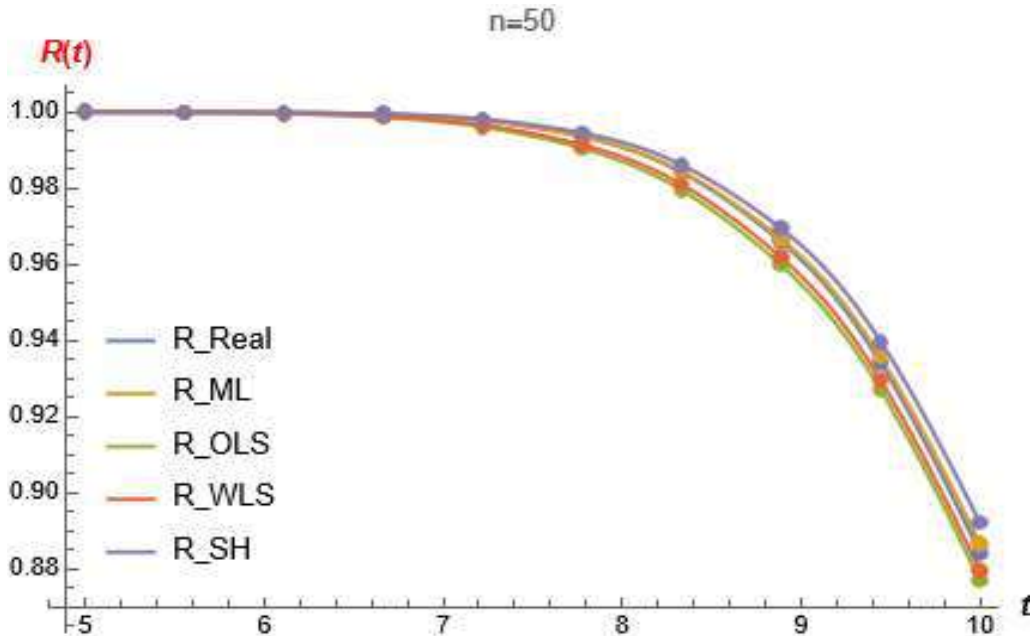
3-2-3- نتائج المحاكاة (Simulation Results)

بعد القيام بإجراء عملية المحاكاة تم التوصل الى النتائج التي تمثل قيم مقدرة لمعلمات التوزيع المقترح (TLG-RR)، ومتوسط مربعات الخطأ (MSE)، للنماذج الثمان المفترضة وبأربعة حجوم مختلفة للعينة، وكما موضح في الجداول من (3-20) الى (3-27) في الملاحق، وتظهر ايضاً نتائج المحاكاة القيم المقدرة لدالة المعولية للنماذج المفترضة بالنسبة للتوزيع المقترح (TLG-RR)، ومتوسط مربعات الخطأ (MSE)، اذ يتم حسابه لكل فترة من الزمن (t_i)، وكما موضح في الجداول من (3-2) الى (3-9) والتي سيرد ذكرها في الجانب التجريبي من هذا الفصل، كما تظهر نتائج المحاكاة سلوك دالة المعولية المقدرة حسب حجوم العينة المفترضة للنماذج الثمانية من التوزيع المقترح (TLG-RR) كما في الاشكال من (3-1) الى (3-8)، والتي ستردنا في هذا الفصل ايضاً، وبهدف الوصول الى افضل مقدر لدالة المعولية وللمعلمات بالنسبة للتوزيع المقترح (TLG-RR)، من بين طرائق التقدير الاربعة يتم المقارنة بالاعتماد على قيمة المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) وقيمة المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE)، والنسبة المئوية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) بالمجمل، حيث يتم باستعمال الاسلوب الاحصائي أسلوب الرتب (Ranks) للمقارنة بين هذه الطرائق، وذلك بإعطاء رتبة (1) لأصغر قيمة من قيم معيار الخطأ التكاملي (IMSE)، ورقم (2) لثاني اقل قيمة وهكذا وصولاً الى اكبر قيمة تعطى الرتبة (4) وتسمى الرتب في هذه المرحلة بالرتب الجزئية (Partial Rank)، ثم نقوم بجمع هذه القيم وتسمى الرتب في هذه المرحلة بالرتب الكلية (Overall Rank)، واخيراً قسمتها على عدد حجوم العينات لجميع النماذج المفترضة والنسبة المئوية الاصغر من هذه الرتب هي التي تقابل افضل طريقة تقدير من بين الطرائق المختلفة وكما نوضحه فيما يلي :-

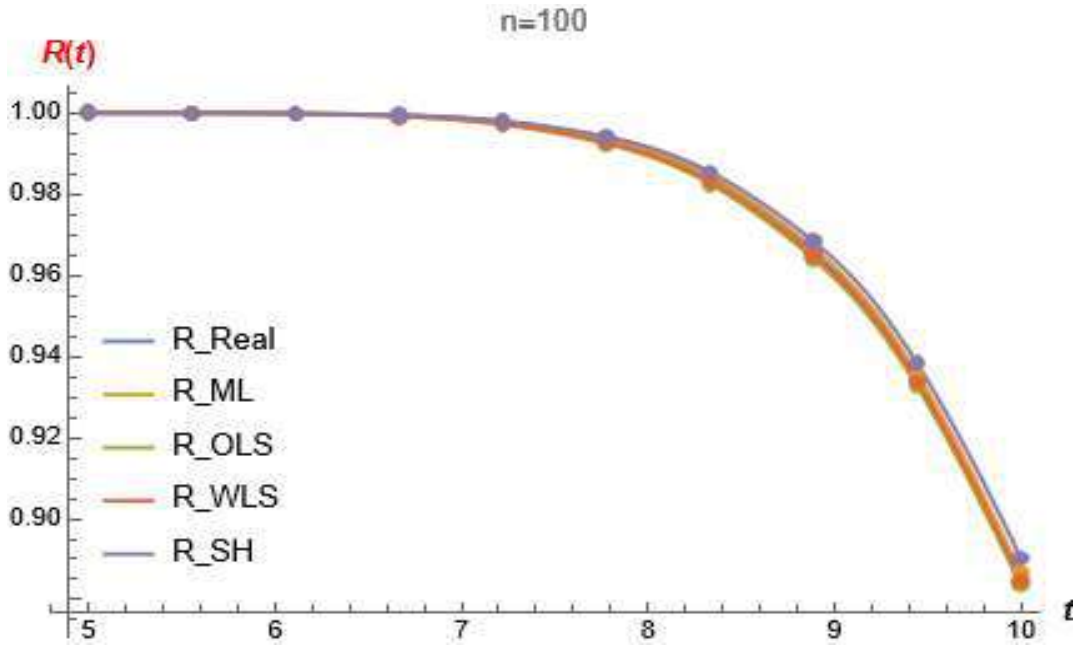
قبل ان نقوم بعرض الجداول والاشكال الناتجة عن المحاكاة والخاصة بدالة المعولية للنماذج الثمان المفترضة سنقوم اولاً بأخذ أشكال أحد النماذج المفترضة وليكن الانموذج (3)، لكي نوضح الاختلاف في سلوك دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) بالنسبة لدوال المعولية الأخرى المقدره بطرائق التقدير المستعملة في عملية التقدير عند اختلاف حجم العينة ليكون اعماماً لبقية النماذج المفترضة وكالاتي:



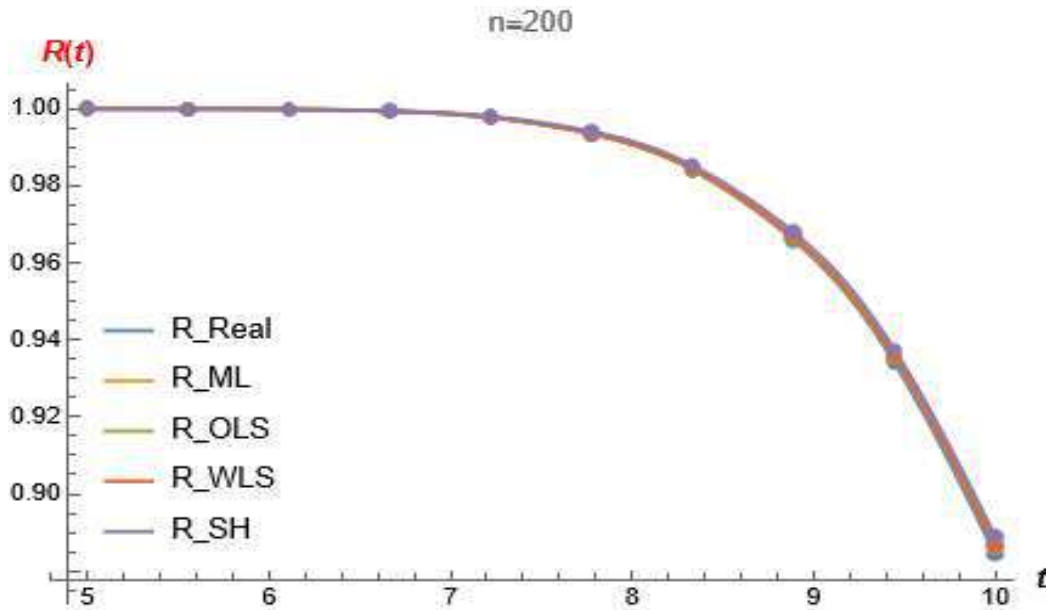
الشكل (3-1-3) يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) مقارنةً بسلوك دوال المعولية المقدره بالطرائق المعتمدة في عملية التقدير بالنسبة للأنموذج الثالث ولحجم العينة (25).



الشكل (3-2-3) يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) مقارنةً بسلوك دوال المعولية المقدره بالطرائق المعتمدة في عملية التقدير بالنسبة للأنموذج الثالث ولحجم العينة (50).



الشكل (3-3-3) يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) مقارنةً بسلوك دوال المعولية المقدرة بالطرائق المعتمدة في عملية التقدير بالنسبة للأنموذج الثالث ولحجم العينة (100).



الشكل (3-4-3) يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) مقارنةً بسلوك دوال المعولية المقدرة بالطرائق المعتمدة في عملية التقدير بالنسبة للأنموذج الثالث ولحجم العينة (200).

نلاحظ من الأشكال (3-1-3)، (3-2-3)، (3-3-3)، (3-4-3)، انه يوجد هنالك تباعد كبيراً بين الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية وبين الرسم البياني لسلوك دوال المعولية المقدرة بالطرائق (SH، WLS، OLS، MLE)، كما في الشكل (3-1-3)، عند حجم العينة (25)، مع ثبات قيم المعلمات، أي ان حجم الخطأ (MSE) يكون كبير كلما كان حجم العينة صغير والعكس صحيح،

وهذا يدل على ان التوزيع المقترح ($TLG-RR$) غير فعال في مثل هذا الحجم للعينه (التوزيع غير ملائم للعينات الصغيرة).

بينما نلاحظ ان هذا التباعد في سلوك دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) ودوال المعولية المقدره يقل وكما موضح في الشكل (3-2-3) عند حجم العينة (50)، ويقل هذا التباعد أكثر عند حجم العينة (100)، كما في الشكل (3-3-3)، الى ان يصبح شبه معدوم عند حجم العينة (200)، كما في الشكل (3-4-3)، لتصبح الرسومات متداخلة فيما بينها كأنها رسم واحد، أي ان حجم الخطأ (MSE) يكون صغيراً جداً كلما كان حجم العينة كبيراً، وهذا يدل على ان التوزيع المقترح ($TLG-RR$) يكون فعال في مثل هذا الحجم للعينه (التوزيع ملائم للعينات الكبيرة).

نستنتج مما سبق وبشكل عام لبقية النماذج، ان السلوك الذي تسلكه دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) في الرسوم البيانية للتوزيع المقترح ($TLG-RR$)، يتعد من الرسم البياني لسلوك دوال المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة وللنماذج الثمان المفترضة كلما كان حجم العينة صغيراً، مع ثبات قيم المعلمات ويقترّب هذا السلوك من بعضه البعض الى يصبح اشبه بالخط الواحد كلما كبر حجم العينة، أي الفرق جداً قليل وقيمة الخطأ (MSE) صغيرة، وكما نلاحظه عند حجم العينة (100,200)، وهذا يتماشى مع النظرية الإحصائية (يقل حجم الخطأ كلما كبر حجم العينة) وهذا يدل على ان التوزيع الاحتمالي المقترح ($TLG-RR$)، ينسجم أكثر ويكون فعال مع حجوم العينه الكبيرة، ولا يكون فعال عند حجوم العينه الصغيرة، وهذا يتماشى مع حجم العينه المختار لغرض التطبيق العملي.

يقصد بمصطلح دالة المعولية الحقيقية ($R-Real$) الواردة في الجانب التجريبي هي دالة المعولية (التجريبية) للنماذج الثمانية المفترضة في هذا الجانب من الفصل والنتيجة عن تعويض القيم المولدة من المحاكاة (X_i) لأوقات الفشل مع قيم المعلمات التي تم افتراضها في الجدول (3-1).

وإدناه توضيح للرسم البياني الذي يوضح سلوك دالة المعولية الحقيقية مقارنة بسلوك دوال المعولية المقدره الأخرى للنماذج الثمان المفترضة، وكذلك الجداول الخاصة بكل نموذج من هذه النماذج والموضح فيها قيم دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) ودالة المعولية المقدره لطرائق التقدير الأربعة (MLE, OLS, WLS, SH) وحجم الخطأ (MSE)، وحجم الخطأ الإجمالي التكاملي ($IMSE$)، إزاء كل حجم من حجوم العينه المفترضة (25,50,100,200) وكما يلي:

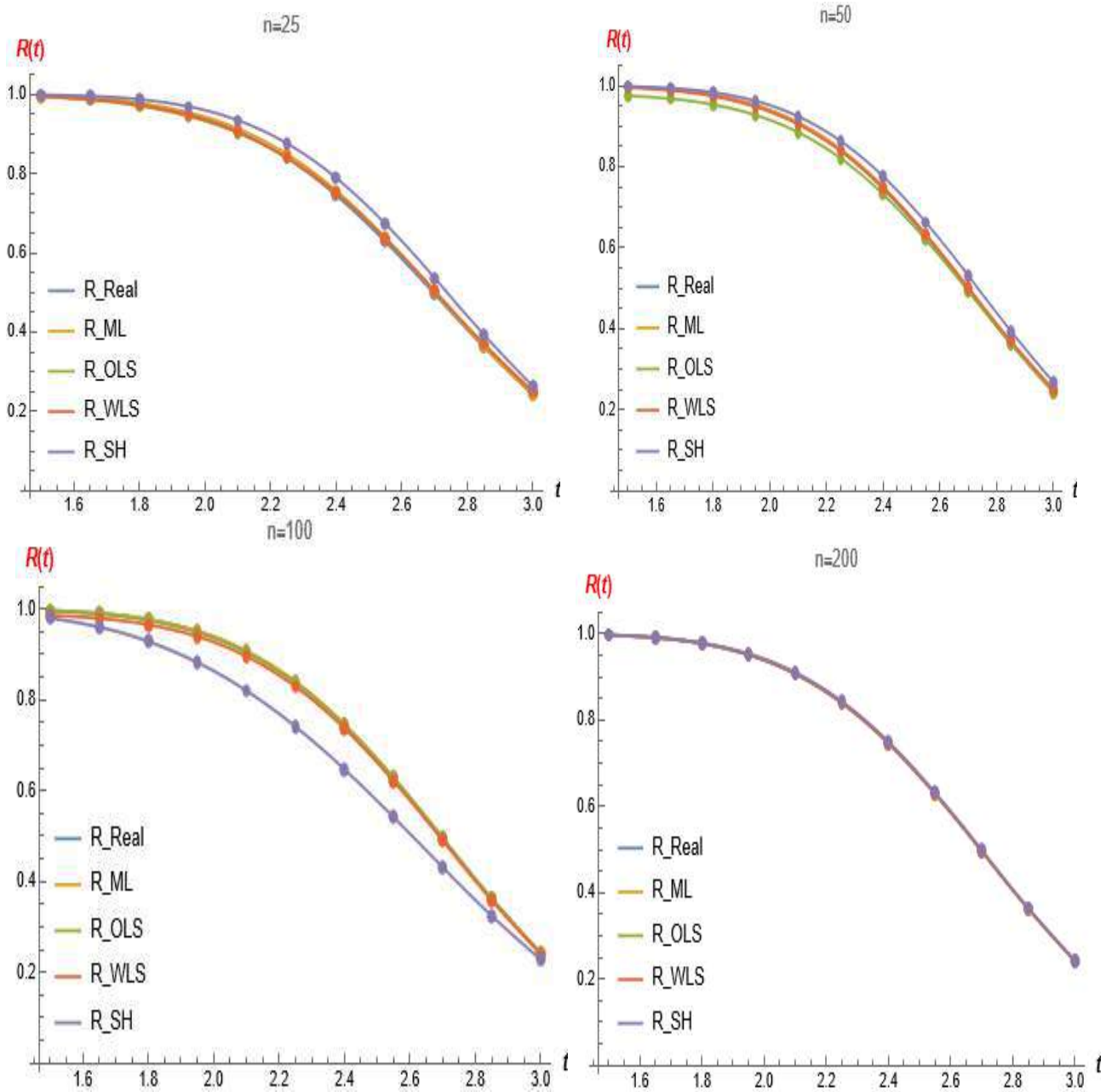
الجدول (3-2) يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها وقيم (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الأول وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=1.5, \beta=1.5, \theta=1.5$)

n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
25	1.648	0.942187	0.93931	0.0012838	0.92199	0.00244077	0.925665	0.002048	0.940201	0.000394405
	1.926	0.866774	0.86409	0.0032325	0.84315	0.00473603	0.847339	0.0041987	0.862286	0.000201366
	2.012	0.833455	0.83051	0.0040147	0.80962	0.00546516	0.813771	0.0049195	0.827943	0.000303786
	2.149	0.771682	0.76768	0.005259	0.74839	0.0064248	0.752233	0.0059164	0.764419	0.000527515
	2.203	0.743413	0.73872	0.0057295	0.72063	0.00671683	0.724262	0.0062407	0.735416	0.000639512
	2.637	0.470934	0.45740	0.0071822	0.45736	0.00675186	0.45813	0.0066043	0.458384	0.000557504
	2.691	0.434549	0.42013	0.007020	0.42269	0.00655322	0.423045	0.0064173	0.421794	0.000562704
	2.950	0.270441	0.25522	0.0053996	0.26775	0.0052627	0.266338	0.0050576	0.258315	0.000147042
	2.977	0.255075	0.24014	0.0051686	0.25335	0.00509622	0.25179	0.0048773	0.243163	0.000341891
	3.138	0.173033	0.16098	0.0036895	0.17655	0.00399717	0.174345	0.0037043	0.016285	0.000303562
IMSE		0.004798			0.005344		0.004998		0.0003979	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
50	1.648	0.942187	0.9417	0.00057626	0.93382	0.00090566	0.936094	0.0007147	0.949647	5.56542E-05
	1.926	0.866774	0.86926	0.00138574	0.85978	0.00183081	0.862214	0.0015275	0.880082	0.000177112
	2.012	0.833455	0.83714	0.00167933	0.82777	0.00212484	0.830096	0.0018006	0.848719	0.000232992
	2.149	0.771682	0.77727	0.00210473	0.76886	0.00251993	0.770831	0.0021864	0.789846	0.000329924
	2.203	0.743413	0.74972	0.00225146	0.74198	0.00264834	0.743762	0.0023194	0.762635	0.000369518
	2.637	0.470934	0.48063	0.00275653	0.48263	0.00317301	0.482104	0.0029139	0.49372	0.000519199
	2.691	0.434549	0.44435	0.00275758	0.44775	0.00321384	0.446912	0.0029473	0.457011	0.000504524
	2.950	0.270441	0.28016	0.00251105	0.28894	0.00319699	0.286825	0.0028539	0.289144	0.000349805
	2.977	0.255075	0.26474	0.00245275	0.27388	0.00315763	0.271676	0.0028078	0.273221	0.000329273
	3.138	0.173033	0.18223	0.00197472	0.19264	0.00273031	0.190019	0.0023702	0.18751	0.000209593
IMSE		0.002045			0.00255		0.002244		0.000308	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
100	1.648	0.942187	0.94144	0.00026286	0.93773	0.00046840	0.939692	0.0003563	0.944525	5.46633E-06
	1.926	0.866774	0.86692	0.00059186	0.86264	0.00096767	0.864884	0.0007815	0.87105	0.000018291
	2.012	0.833455	0.83399	0.00070445	0.82979	0.00111826	0.831993	0.0009216	0.838405	2.45002E-05
	2.149	0.771682	0.77287	0.00086662	0.76908	0.00130663	0.771069	0.0011134	0.777662	3.57549E-05
	2.203	0.743413	0.74486	0.00092409	0.74134	0.00136191	0.74319	0.0011767	0.749781	4.05621E-05
	2.637	0.470934	0.47398	0.00116687	0.47398	0.00148255	0.474012	0.0013665	0.478914	6.36765E-05
	2.691	0.434549	0.43771	0.00116669	0.43822	0.00147995	0.437986	0.0013581	0.442473	6.27782E-05
	2.950	0.270441	0.27395	0.00102059	0.27652	0.00137363	0.275173	0.0011904	0.277271	4.66402E-05
	2.977	0.255075	0.25859	0.00099025	0.26133	0.00134724	0.25989	0.0011582	0.261724	4.42135E-05
	3.138	0.173033	0.17653	0.00076388	0.17993	0.00111623	0.178095	0.0009134	0.178448	2.93202E-05
IMSE		0.000846			0.001202		0.001034		3.71E-05	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
200	1.648	0.942187	0.9411	0.00012364	0.93949	0.00015936	0.940385	0.0001358	0.942542	1.25733E-07
	1.926	0.866774	0.86552	0.00029148	0.86355	0.00034449	0.864661	0.0003099	0.867277	2.53542E-07
	2.012	0.833455	0.83218	0.00035028	0.83022	0.00040209	0.831341	0.0003686	0.833984	2.79232E-07
	2.149	0.771682	0.77040	0.00043494	0.76861	0.00047832	0.769667	0.0004512	0.772217	2.85713E-07
	2.203	0.743413	0.74214	0.00046444	0.74047	0.00050336	0.741472	0.0004798	0.743937	2.74817E-07
	2.637	0.470934	0.46992	0.00056204	0.47009	0.00063719	0.470205	0.0006018	0.471144	4.4056E-08
	2.691	0.434549	0.43361	0.00055659	0.43406	0.00064916	0.434027	0.0006042	0.434704	2.39587E-08
	2.950	0.270441	0.26997	0.00046754	0.27157	0.00063579	0.270923	0.0005462	0.270362	6.2259E-09
	2.977	0.255075	0.25466	0.00045216	0.25635	0.00062427	0.255651	0.0005321	0.254978	9.46188E-09
	3.138	0.173033	0.17296	0.00034285	0.17499	0.00051319	0.174085	0.0004192	0.172859	3.03743E-08
IMSE		0.000405			0.000495		0.000445		1.33E-07	
Rank of method		2			4		3		1	
Overall Rank		8 ₂			16 ₄		12 ₃		4 ₁	

نلاحظ من الجدول (3-2) انه عندما نقوم بتثبيت جميع قيم المعلمات (α, β, θ)، وجعلها متساوية فان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية هي (shrinkage) ثم تأتي بعدها (mle) ثم (ols) على التوالي

الشكل (3-1)

يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدرة في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الاول



نلاحظ من الشكل (3-1) انه كلما كان حجم العينة كبيراً كان سلوك دالة المعولية المقدرة قريبة جداً من سلوك دالة المعولية الحقيقية

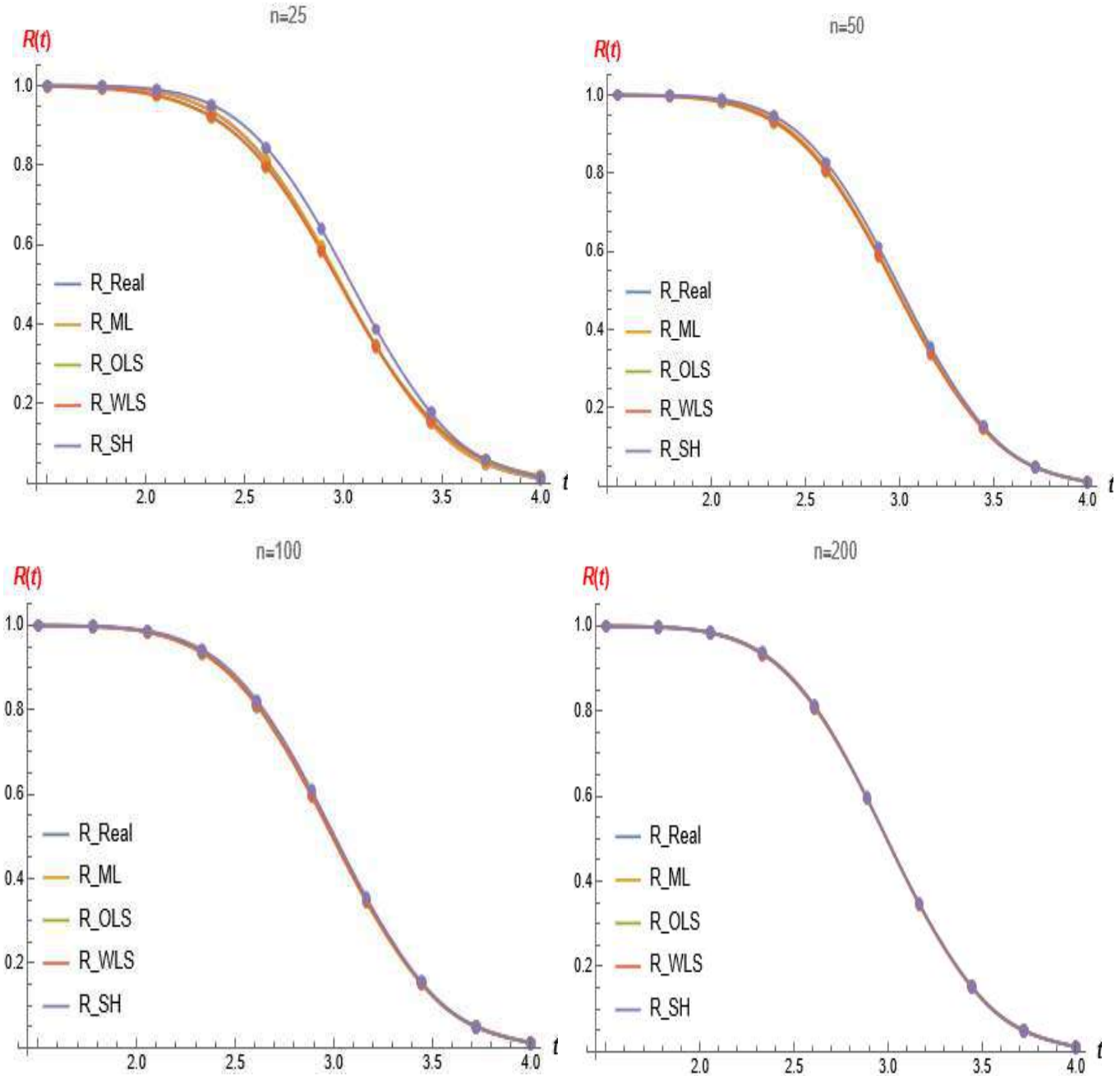
الجدول (3-3) يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الثاني وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=1.5, \beta=1.5, \theta=3$)

n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
25	1.54929	0.998324	0.997242	1.13644E-05	0.993961	0.00006943	0.995223	3.98379E-05	0.999238	8.3609E-07
	2.54833	0.779978	0.779395	0.00427354	0.762819	0.00533891	0.767889	0.00481644	0.811124	0.00097005
	2.64388	0.715348	0.713915	0.0053169	0.700769	0.00601799	0.704903	0.00562545	0.748031	0.00106815
	2.93169	0.483461	0.47836	0.00758612	0.48115	0.00747971	0.481071	0.00737329	0.511037	0.00076046
	2.99934	0.426718	0.421253	0.00762161	0.427918	0.00759732	0.426781	0.00746954	0.451392	0.00060881
	3.00753	0.419931	0.414447	0.0076078	0.42156	0.00760108	0.420298	0.00746857	0.444228	0.00059037
	3.07172	0.367731	0.362296	0.00736285	0.37269	0.00753936	0.370501	0.00735809	0.388957	0.00045052
	3.09464	0.349621	0.344287	0.00721839	0.355741	0.00747564	0.353245	0.00727328	0.369716	0.00040384
	3.50502	0.105346	0.105777	0.00241802	0.123172	0.00357162	0.118426	0.00316752	0.109205	0.00001489
	3.74622	0.039263	0.041627	0.00068762	0.054001	0.00136224	0.050376	0.00111772	0.039728	2.16271E-07
IMSE		0.00501			0.005405		0.005171		0.000487	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
50	1.54929	0.998324	0.997859	4.5267E-06	0.996762	1.47413E-05	0.997219	8.93101E-06	0.998707	1.46379E-07
	2.54833	0.779978	0.7831	0.00208527	0.774438	0.00243892	0.776814	0.00216455	0.79306	0.00017113
	2.64388	0.715348	0.718356	0.00244097	0.710813	0.00275734	0.712782	0.00250146	0.729463	0.00019923
	2.93169	0.483461	0.484308	0.00308687	0.48301	0.00322818	0.483147	0.00310508	0.497077	0.00018540
	2.99934	0.426718	0.427056	0.00309928	0.427384	0.0032118	0.427075	0.00311421	0.439469	0.00016259
	3.00753	0.419931	0.420216	0.00309558	0.420734	0.00320562	0.420373	0.00311058	0.432563	0.00015956
	3.07172	0.367731	0.36768	0.00302383	0.369605	0.00312313	0.36886	0.00304366	0.379338	0.00013472
	3.09464	0.349621	0.349486	0.00297929	0.351871	0.00307851	0.351	0.00300277	0.36083	0.00012565
	3.50502	0.105346	0.106225	0.00114428	0.111711	0.00133359	0.109978	0.00126772	0.109352	1.60502E-05
	3.74622	0.039263	0.040730	0.00034496	0.044629	0.00045892	0.043374	0.00042344	0.040810	2.39421E-06
IMSE		0.00213			0.002285		0.002174		0.000116	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
100	1.54929	0.998324	0.997939	2.13085E-06	0.997442	0.00000487	0.997666	3.26708E-06	0.99846	1.85134E-08
	2.54833	0.779978	0.777488	0.00107996	0.775031	0.00129456	0.775439	0.00114744	0.78457	2.10818E-05
	2.64388	0.715348	0.712668	0.00128987	0.710923	0.00146154	0.71105	0.00133756	0.720327	2.47877E-05
	2.93169	0.483461	0.480562	0.00164692	0.481767	0.00170754	0.481004	0.00166112	0.488376	2.41592E-05
	2.99934	0.426718	0.423951	0.00163463	0.425835	0.00170437	0.424895	0.00165759	0.431354	2.15007E-05
	3.00753	0.419931	0.417186	0.00163003	0.419148	0.00170183	0.418188	0.00165444	0.424529	2.11398E-05
	3.07172	0.367731	0.365205	0.00157032	0.367731	0.00166352	0.366628	0.00160806	0.371989	1.81292E-05
	3.09464	0.349621	0.34719	0.00153899	0.349896	0.00164142	0.348749	0.00158203	0.353745	0.00001701
	3.50502	0.105346	0.10523	0.00053223	0.108714	0.000685	0.107424	0.00060506	0.106925	2.49301E-06
	3.74622	0.039263	0.039814	0.00014572	0.042176	0.00021379	0.041272	0.00017840	0.039907	4.148E-07
IMSE		0.001107			0.001208		0.001143		1.51E-05	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
200	1.54929	0.998324	0.998282	9.52429E-07	0.998172	1.20954E-06	0.998232	1.03504E-06	0.998568	5.9691E-08
	2.54833	0.779978	0.78201	0.00049719	0.781273	0.00051965	0.781497	0.00049184	0.785339	2.87373E-05
	2.64388	0.715348	0.717072	0.00054712	0.716559	0.00056784	0.716648	0.00054288	0.720626	2.78594E-05
	2.93169	0.483461	0.483101	0.00053503	0.48359	0.00057517	0.483175	0.00055888	0.486746	1.07915E-05
	2.99934	0.426718	0.425826	0.00051091	0.426553	0.00056099	0.426032	0.00054329	0.429315	6.74786E-06
	3.00753	0.419931	0.418979	0.00050764	0.419734	0.00055893	0.419201	0.00054097	0.422444	6.31824E-06
	3.07172	0.367731	0.36635	0.00047937	0.367302	0.00053951	0.366686	0.00051908	0.369594	3.46953E-06
	3.09464	0.349621	0.348107	0.00046808	0.349122	0.00053095	0.34848	0.00050953	0.351258	2.6812E-06
	3.50502	0.105346	0.103637	0.00018052	0.104873	0.00022640	0.104218	0.00020612	0.104635	5.05506E-07
	3.74622	0.039263	0.038406	5.38831E-05	0.039211	6.97989E-05	0.038796	6.20119E-05	0.038589	4.54071E-07
IMSE		0.000378			0.000415		0.000398		8.76E-06	
Rank of method		2			4		3		1	
Overall Rank		8 ₂			16 ₄		12 ₃		4 ₁	

نلاحظ من الجدول (3-3) انه عندما تقوم بتثبيت قيم المعلمتين (α, β) وتغير المعلمة الثالثة (θ) فان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية عند جميع حجوم العينة هي (shrinkage) ثم تأتي بعدها (mle) ثم (ols)، (wls) على التوالي أي انه مشابه للأنموذج الأول والتغير الذي حصل في قيم المعلمات ليس له تأثير.

الشكل (3-2)

يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدرة في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الثاني



نلاحظ من الاشكال (3-2) انه في الانموذج الثاني كلما كان حجم العينة كبيراً كان سلوك دالة المعولية المقدرة قريبة جداً من سلوك دالة المعولية الحقيقية

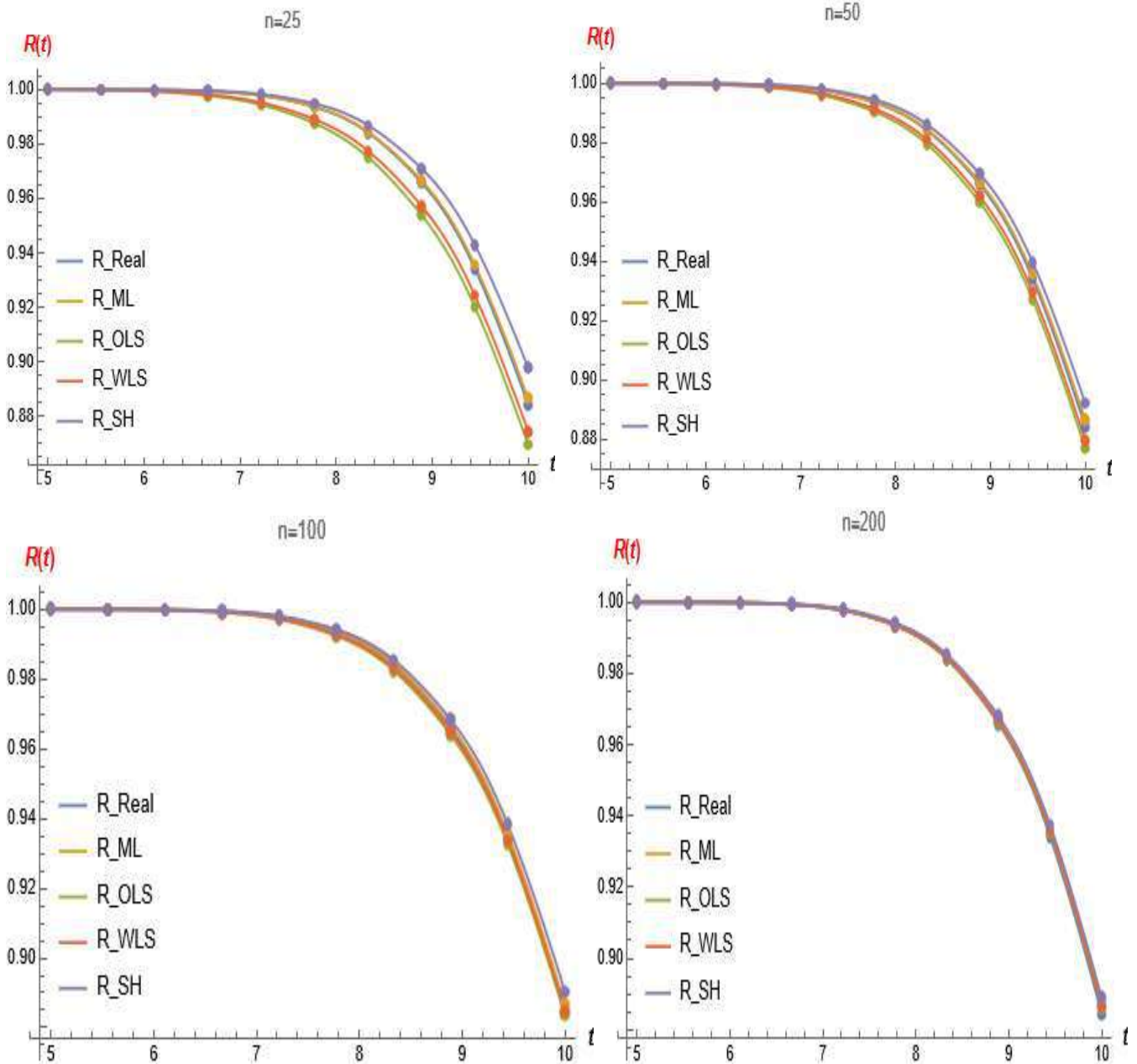
الجدول (3-4) يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للنموذج الثالث وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=1.5, \beta=4, \theta=1.5$)

n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
25	5.13573	0.866951	0.87411	0.00343832	0.857927	0.00378666	0.861745	0.00359769	0.891824	0.00061866
	5.31916	0.840985	0.849608	0.00417009	0.833531	0.0043177	0.837279	0.00418399	0.868311	0.00074673
	6.4297	0.620971	0.633555	0.00794431	0.627139	0.00679189	0.628778	0.00699233	0.656709	0.00127726
	7.07407	0.460467	0.469776	0.00782927	0.474476	0.00700226	0.473765	0.00706497	0.493284	0.00107695
	7.48959	0.357233	0.3636	0.00690636	0.375358	0.00673675	0.373034	0.00659889	0.385399	0.00079336
	7.60976	0.328655	0.334251	0.00656182	0.347791	0.00660174	0.345031	0.00640289	0.355211	0.0007052
	8.42208	0.164085	0.166909	0.00382605	0.187068	0.00491721	0.182343	0.00442464	0.179	0.00022245
	8.82357	0.106057	0.108941	0.00252481	0.12854	0.00373558	0.123662	0.00322124	0.116016	9.91769E-05
	9.78499	0.027929	0.031251	0.00057866	0.043499	0.0012781	0.039958	0.00097907	0.030631	7.30327E-06
	10.0547	0.017710	0.020795	0.00033729	0.030660	0.00084617	0.027677	0.00062458	0.019424	2.93652E-06
IMSE		0.004412			0.004601		0.004409		0.000555	
Rank of method		3			4		2		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
50	5.13573	0.866951	0.867108	0.00161026	0.002063	0.856962	0.860068	0.00177448	0.870261	1.09571E-05
	5.31916	0.840985	0.841913	0.00185891	0.0022914	0.83178	0.834802	0.00199741	0.845112	0.000017034
	6.4297	0.620971	0.626002	0.00291791	0.0028669	0.620859	0.622176	0.00277077	0.631431	0.00010941
	7.07407	0.460467	0.466595	0.00314793	0.0030153	0.46711	0.466866	0.00295761	0.473991	0.000182898
	7.48959	0.357233	0.363796	0.00313967	0.0031734	0.367923	0.366636	0.00302928	0.371605	0.000206576
	7.60976	0.328655	0.335336	0.00309559	0.0031919	0.340388	0.338818	0.00301889	0.34306	0.000207507
	8.42208	0.164085	0.171378	0.00218958	0.0025885	0.180116	0.177234	0.00232814	0.176254	0.000148067
	8.82357	0.106057	0.113248	0.0015141	0.0019147	0.121935	0.118952	0.00168912	0.115971	9.82855E-05
	9.78499	0.027929	0.033036	0.00034793	0.0005281	0.038454	0.036418	0.00044171	0.032226	1.84633E-05
	10.0547	0.017710	0.021934	0.00019810	0.0003184	0.026232	0.024579	0.00026166	0.020809	9.60494E-06
IMSE		0.002002			0.002195		0.002027		0.000101	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
100	5.13573	0.866951	0.86664	0.00073219	0.863762	0.00092849	0.865421	0.00081758	0.871971	2.51978E-05
	5.31916	0.840985	0.840652	0.00083822	0.837999	0.00104311	0.839584	0.00092785	0.846328	0.000028546
	6.4297	0.620971	0.618919	0.00125867	0.61975	0.00132611	0.619902	0.00127665	0.626361	2.90563E-05
	7.07407	0.460467	0.456822	0.00135923	0.460402	0.00130363	0.459311	0.00129485	0.464308	0.000014751
	7.48959	0.357233	0.353028	0.00135197	0.357994	0.00128065	0.356216	0.00126179	0.359787	6.52555E-06
	7.60976	0.328655	0.324407	0.00132954	0.329667	0.00126461	0.327728	0.00123828	0.33084	4.77229E-06
	8.42208	0.164085	0.160919	0.00089769	0.166649	0.00093119	0.164251	0.00085334	0.164286	4.02403E-08
	8.82357	0.106057	0.103953	0.00059234	0.109039	0.00065596	0.106809	0.00057724	0.105761	8.79555E-08
	9.78499	0.027929	0.027797	0.00011091	0.030424	0.00014957	0.029152	0.00011758	0.027482	2.00048E-07
	10.0547	0.017710	0.017817	5.79487E-05	0.019807	8.3478E-05	0.018817	6.3595E-05	0.017345	1.33432E-07
IMSE		0.000853			0.000897		0.000843		1.09E-05	
Rank of method		3			4		2		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
200	5.13573	0.866951	0.868803	0.000288496	0.868499	0.00036539	0.868559	0.00031778	0.871148	1.76139E-05
	5.31916	0.840985	0.842952	0.000337804	0.842696	0.00042222	0.842732	0.00037052	0.845487	2.02697E-05
	6.4297	0.620971	0.622395	0.000571133	0.622617	0.00066943	0.622508	0.00062198	0.625889	2.41878E-05
	7.07407	0.460467	0.460773	0.000605499	0.461319	0.00071324	0.46116	0.00066957	0.464335	1.49641E-05
	7.48959	0.357233	0.356849	0.000576677	0.357572	0.00069484	0.357386	0.00064694	0.360126	8.37264E-06
	7.60976	0.328655	0.32811	0.000559632	0.328875	0.00067981	0.328682	0.00063051	0.331255	6.76034E-06
	8.42208	0.164085	0.163099	0.000354555	0.163992	0.00045593	0.163758	0.00041005	0.164963	7.69775E-07
	8.82357	0.106057	0.105223	0.000231414	0.106066	0.00030501	0.105828	0.00027056	0.1064	1.17186E-07
	9.78499	0.027929	0.027706	4.33582E-05	0.028216	0.0006015	0.028043	5.1946E-05	0.027814	1.31367E-08
	10.0547	0.017710	0.017605	2.26598E-05	0.018006	3.1891E-05	0.017864	2.7389E-05	0.017591	1.41594E-08
IMSE		0.000359			0.00044		0.000402		9.31E-06	
Rank of method		2			4		3		1	
Overall Rank		10			16		10		4	

نلاحظ من الجدول (3-4) انه عندما تقوم بتثبيت قيم المعلمتين (θ, α) وتغير الثالثة (β) فان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية عند حجم عينة (50,200) هي (shrinkage) ثم تأتي بعدها (mle, wls) بالمرتبة الثانية والثالثة على التوالي ثم (ols) بالمرتبة الرابعة، وعند حجم عينة (25,100) فان طريقة (wls) تأتي بالمرتبة الثانية ثم تليها طريقتي (mle, ols) ثالثاً ورابعاً على التوالي أي ان التغيير الذي حصل على قيم المعلمات له تأثير.

الشكل (3-3)

يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدرة في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الثالث



نلاحظ من الاشكال (3-3) انه في الانموذج الثالث كلما كان حجم العينة كبيراً كان سلوك دالة المعولية المقدرة قريبة جداً من سلوك دالة المعولية الحقيقية

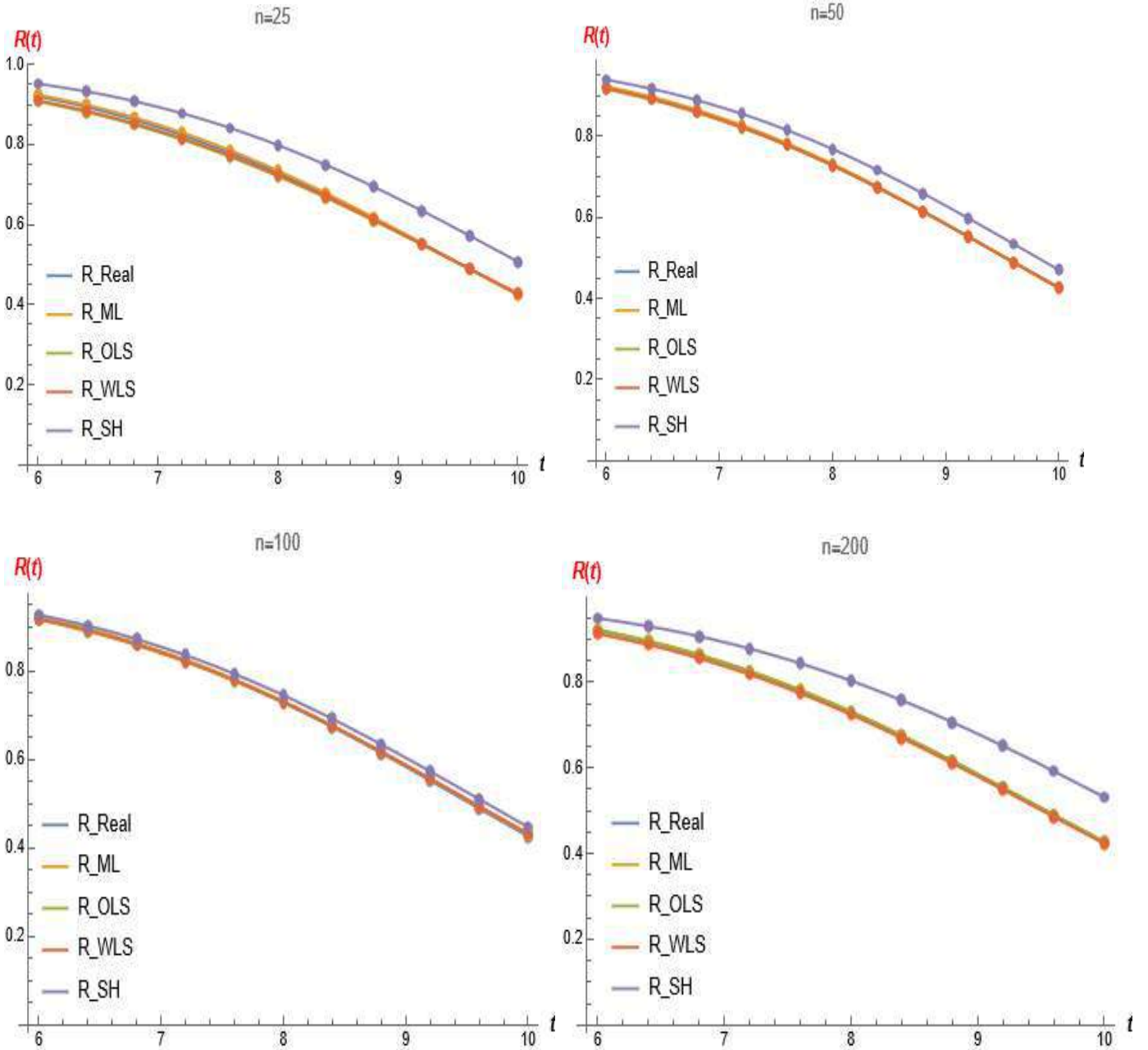
الجدول (3-5) يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأ نموذج الرابع وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=1.5, \beta=4, \theta=3$)

n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
25	6.13595	0.902989	0.90844	0.00250089	0.896842	0.00321987	0.898511	0.00294956	0.933122	0.00090801
	6.33063	0.873509	0.88124	0.00330041	0.86955	0.00397934	0.871074	0.00366227	0.910043	0.00133476
	6.34967	0.870323	0.878279	0.00338385	0.866606	0.00405573	0.868111	0.00373381	0.907504	0.00138238
	7.49578	0.584931	0.599107	0.0074059	0.597806	0.0071751	0.597429	0.00674132	0.654734	0.00487255
	7.57594	0.559925	0.573787	0.00747856	0.573708	0.00721788	0.573213	0.00680654	0.630647	0.00500161
	7.94594	0.44306	0.454807	0.00743142	0.460286	0.00721153	0.459361	0.00692207	0.514386	0.00508752
	8.05678	0.408581	0.419629	0.00730127	0.426619	0.00715094	0.4256	0.0068928	0.47892	0.00494764
	8.29198	0.338072	0.347776	0.00684728	0.357533	0.00691561	0.356353	0.00669998	0.404677	0.00443621
	8.7297	0.222343	0.230467	0.00539302	0.243322	0.00597376	0.24194	0.00574898	0.277366	0.00302755
	10.1515	0.029577	0.035068	0.00063500	0.043115	0.00115204	0.041862	0.00099019	0.043092	0.00018271
IMSE		0.005168			0.005405		0.005115		0.003118	
Rank of method		3			4		2		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
50	6.13595	0.902989	0.905452	0.00087132	0.901144	0.00131676	0.903129	0.00108927	0.926207	0.00053912
	6.33063	0.873509	0.876333	0.00111852	0.872081	0.00164966	0.87403	0.0013872	0.901133	0.00076308
	6.34967	0.870323	0.873171	0.00114345	0.868932	0.00168215	0.870874	0.00141677	0.898382	0.0007873
	7.49578	0.584931	0.583351	0.00244374	0.58181	0.00289779	0.582455	0.00267168	0.631282	0.0021484
	7.57594	0.559925	0.55774	0.00251141	0.556467	0.00294802	0.55698	0.00272495	0.606425	0.00216221
	7.94594	0.44306	0.438376	0.00274232	0.43838	0.0031766	0.438254	0.00292859	0.487815	0.00200302
	8.05678	0.408581	0.403342	0.00276943	0.403731	0.00322587	0.40341	0.00296036	0.452088	0.00189287
	8.29198	0.338072	0.332085	0.00273088	0.333265	0.0032491	0.33254	0.00294278	0.378019	0.00159572
	8.7297	0.222343	0.21659	0.00227384	0.218995	0.00286014	0.21764	0.00251535	0.253472	0.00096904
	10.1515	0.029577	0.029398	0.00024522	0.031736	0.00038865	0.030443	0.00030351	0.03591	4.01065E-05
IMSE		0.001885			0.002339		0.002094		0.00129	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
100	6.13595	0.902989	0.908977	0.00054893	0.905922	0.00075486	0.907538	0.00064683	0.920192	0.00029597
	6.33063	0.873509	0.880297	0.00071168	0.877133	0.00094757	0.878843	0.00082746	0.893615	0.00040427
	6.34967	0.870323	0.877179	0.00072793	0.874008	0.00096596	0.875725	0.00084509	0.89071	0.00041561
	7.49578	0.584931	0.589466	0.0013168	0.587049	0.00138143	0.588666	0.00135133	0.614528	0.00087601
	7.57594	0.559925	0.563863	0.00131963	0.561579	0.00137617	0.563143	0.00134935	0.589302	0.00086297
	7.94594	0.44306	0.444087	0.00128609	0.442544	0.00136771	0.443771	0.0013277	0.469888	0.00071977
	8.05678	0.408581	0.40878	0.00126098	0.407492	0.00136555	0.408595	0.00131503	0.434229	0.00065782
	8.29198	0.338072	0.336743	0.0011806	0.336021	0.00134036	0.336834	0.00126553	0.360766	0.00051499
	8.7297	0.222343	0.219335	0.00092588	0.219618	0.00114822	0.219883	0.00104795	0.238759	0.00026949
	10.1515	0.029577	0.028422	8.83873E-05	0.029461	0.00013504	0.029077	0.00011394	0.032086	6.29508E-06
IMSE		0.000937			0.001078		0.001009		0.000502	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
200	6.13595	0.902989	0.902226	0.000206899	0.899924	0.00028093	0.901013	0.00022822	0.90608	9.5599E-06
	6.33063	0.873509	0.872854	0.000267705	0.870417	0.00035149	0.871556	0.00029143	0.877391	0.00001507
	6.34967	0.870323	0.869681	0.00027394	0.867235	0.00035847	0.868377	0.00029784	0.874287	1.57131E-05
	7.49578	0.584931	0.585671	0.00062004	0.584194	0.00069493	0.584851	0.00065092	0.593867	7.98561E-05
	7.57594	0.559925	0.560782	0.000634557	0.559473	0.00071069	0.560054	0.00066762	0.569082	8.38396E-05
	7.94594	0.44306	0.444423	0.000667461	0.443957	0.00076124	0.444158	0.00071418	0.45276	9.40989E-05
	8.05678	0.408581	0.410079	0.000664227	0.409867	0.00076575	0.409953	0.00071536	0.41828	9.40758E-05
	8.29198	0.338072	0.339816	0.00063463	0.340111	0.00075193	0.339966	0.00069364	0.347516	8.91854E-05
	8.7297	0.222343	0.22435	0.000503898	0.225358	0.00063144	0.224883	0.00056605	0.230515	6.67891E-05
	10.1515	0.029577	0.030716	5.04638E-05	0.031602	7.33736E-05	0.031168	6.08996E-05	0.031794	4.91438E-06
IMSE		0.000452			0.000538		0.000489		5.53E-05	
Rank of method		2			4		3		1	
Overall Rank		9			16		11		4	
Rank of Mode		2			4		3		1	

نلاحظ من الجدول (3-5) انه عندما تقوم نقوم بتثبيت المعلمة (α)، وتغيير المعلمتين (β, θ) وجعلها مختلفة عن بعضها فان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية عند حجم عينة (50,100,200) هي (shri) ثم تأتي بعدها (mle) ثم (ols)، (wls) ايضا على التوالي وعند حجم عينة (25) فان طريقة (wls) تأتي ثانيا ثم (mle)، (ols) على التوالي

الشكل (3-4)

يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدرة في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الرابع



نلاحظ من الاشكال (3-4) انه في الانموذج الرابع كلما كان حجم العينة كبيراً كان سلوك دالة المعولية المقدرة قريبة جداً من سلوك دالة المعولية الحقيقية

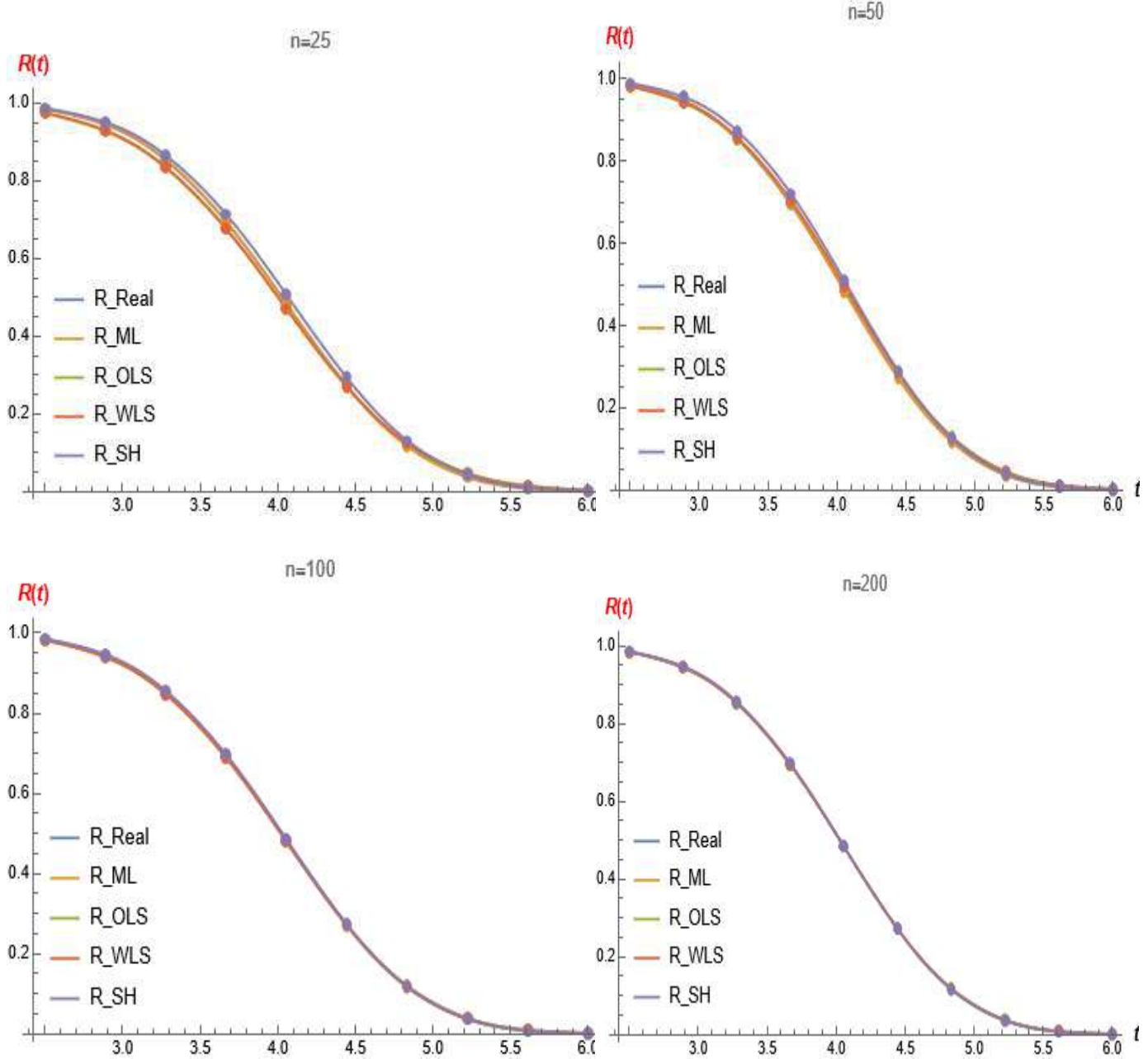
الجدول (3-6) يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الخامس وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=3.5, \beta=1.5, \theta=1.5$)

n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
25	2.47457	0.947453	0.948447	0.00071514	0.933363	0.0015889	0.936885	0.00015098	0.957168	9.43813E-05
	2.62337	0.927537	0.929589	0.00106422	0.913304	0.00211559	0.91671	0.00021755	0.939594	0.000145374
	2.92739	0.870286	0.874721	0.00207161	0.857093	0.00336095	0.8604	0.00038746	0.887386	0.00029241
	4.00374	0.481893	0.484682	0.00590489	0.486214	0.0053687	0.485383	0.00074076	0.504708	0.000520488
	4.02473	0.472606	0.475226	0.005916	0.477319	0.00536564	0.476393	0.00073988	0.495208	0.000510878
	4.06804	0.453464	0.455746	0.00592431	0.458984	0.00535941	0.457865	0.00073711	0.475595	0.000489765
	4.09045	0.443582	0.445695	0.00592073	0.449518	0.00535612	0.4483	0.00073516	0.465451	0.000478231
	4.14475	0.419749	0.421474	0.0058894	0.426684	0.00534729	0.42523	0.00072895	0.440935	0.00044885
	4.89326	0.144969	0.146331	0.00289594	0.162153	0.00385296	0.158532	0.00040049	0.153926	8.02326E-05
6.2151	0.003661	0.005169	3.37323E-05	0.008852	0.00011385	0.007721	3.0487E-06	0.003892	5.3542E-08	
IMSE			0.003634		0.003783		0.003599		0.000306	
Rank of method			3		4		2		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
50	2.47457	0.947453	0.947921	0.00048712	0.943078	0.00068921	0.94472	0.00058518	0.954319	4.71338E-05
	2.62337	0.927537	0.928634	0.0007317	0.923306	0.00098143	0.925047	0.00084887	0.935973	7.11659E-05
	2.92739	0.870286	0.872811	0.00145574	0.867032	0.00176291	0.868749	0.00157977	0.881984	0.000136844
	4.00374	0.481893	0.48372	0.00417794	0.484648	0.00417201	0.483792	0.00414097	0.495687	0.000190263
	4.02473	0.472606	0.474338	0.00418323	0.475479	0.00418086	0.474559	0.00415153	0.486223	0.000185435
	4.06804	0.453464	0.455008	0.00418473	0.456585	0.00419219	0.455537	0.00416501	0.466698	0.000175127
	4.09045	0.443582	0.445032	0.00418049	0.446832	0.00419429	0.445719	0.00416747	0.456607	0.000169644
	4.14475	0.419749	0.420983	0.0041559	0.423315	0.00418842	0.42205	0.00416032	0.432242	0.000156071
	4.89326	0.144969	0.146304	0.00214438	0.15266	0.00252628	0.150353	0.00234154	0.149269	1.84924E-05
6.2151	0.003661	0.004833	2.15641E-05	0.006156	4.7697E-05	0.005594	3.3116E-05	0.003678	3.04017E-10	
IMSE			0.002572		0.002694		0.002617		0.000115018	
Rank of method			2		4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
100	2.47457	0.947453	0.947297	0.00021258	0.947033	0.00030585	0.947008	0.00025102	0.950106	7.03694E-06
	2.62337	0.927537	0.927834	0.00030165	0.927726	0.00042776	0.927585	0.00035476	0.931002	1.20091E-05
	2.92739	0.870286	0.871966	0.00052351	0.872334	0.00071884	0.871898	0.00061061	0.875801	3.04137E-05
	4.00374	0.481893	0.489631	0.00107927	0.491871	0.00139992	0.490854	0.00125628	0.494301	0.000153948
	4.02473	0.472606	0.480409	0.00108352	0.48267	0.00140884	0.481655	0.00126243	0.485046	0.000154759
	4.06804	0.453464	0.461393	0.00109116	0.463694	0.00142639	0.462683	0.00127391	0.465951	0.000155924
	4.09045	0.443582	0.451569	0.00109446	0.45389	0.00143491	0.452882	0.00127913	0.456083	0.000156251
	4.14475	0.419749	0.427859	0.00110035	0.430225	0.00145344	0.429222	0.00128944	0.432249	0.000156254
	4.89326	0.144969	0.152197	0.00071677	0.154613	0.00103636	0.153694	0.00086286	0.153474	0.000072335
6.2151	0.003661	0.004657	7.55063E-06	0.005099	1.1891E-05	0.004879	9.1267E-06	0.004222	3.15003E-07	
IMSE			0.000721		0.000962		0.000845		8.99E-05	
Rank of method			2		4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
200	2.47457	0.947453	0.947956	0.00011097	0.946888	0.00015099	0.947364	0.00012301	0.949261	3.26866E-06
	2.62337	0.927537	0.928255	0.00016294	0.927046	0.00021755	0.92757	0.00017947	0.929717	4.75449E-06
	2.92739	0.870286	0.871454	0.00030195	0.870037	0.00038745	0.870618	0.00032824	0.873183	8.39137E-06
	4.00374	0.481893	0.482697	0.00065447	0.482021	0.00074076	0.482277	0.00069348	0.484475	6.6635E-06
	4.02473	0.472606	0.473371	0.00065372	0.47273	0.00073988	0.472973	0.00069297	0.47513	6.36916E-06
	4.06804	0.453464	0.454152	0.00065102	0.453582	0.00073711	0.453799	0.00069077	0.455866	5.76685E-06
	4.09045	0.443582	0.44423	0.00064900	0.443697	0.00073516	0.4439	0.00068902	0.445919	5.4597E-06
	4.14475	0.419749	0.420302	0.00064235	0.419858	0.00072895	0.420028	0.00068299	0.421925	4.73512E-06
	4.89326	0.144969	0.144904	0.00032469	0.145416	0.00040049	0.145202	0.00035667	0.145202	5.43321E-08
6.2151	0.003661	0.003782	2.0286E-06	0.003932	3.0487E-06	0.003854	2.3927E-06	0.003600	3.64367E-09	
IMSE			0.000415		0.000484		0.000444		4.55E-06	
Rank of method			2		4		3		1	
Overall Rank			9		16		11		4	
Rank of Mode			2		4		3		1	

نلاحظ من الجدول (3-6) انه عندما تقوم بتثبيت قيم المعلمتين (θ, β) وتغيير المعلمة (α) فان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية عند حجم عينة (50,100,200) هي (shrinkage) ثم تأتي بعدها (mle) بالمرتبة الثانية ثم طريقتي (wls,ols) بالمرتبة الثالثة والرابعة على التوالي، اما عند حجم عينة (25) فان طريقة (wls) تأتي بالمرتبة الثانية تليها (mle,ols) على التوالي

الشكل (3-5)

يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدرة في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الخامس



نلاحظ من الاشكال (3-5) انه في الانموذج الخامس كلما كان حجم العينة كبيراً كان سلوك دالة المعولية المقدرة قريبة جداً من سلوك دالة المعولية الحقيقية

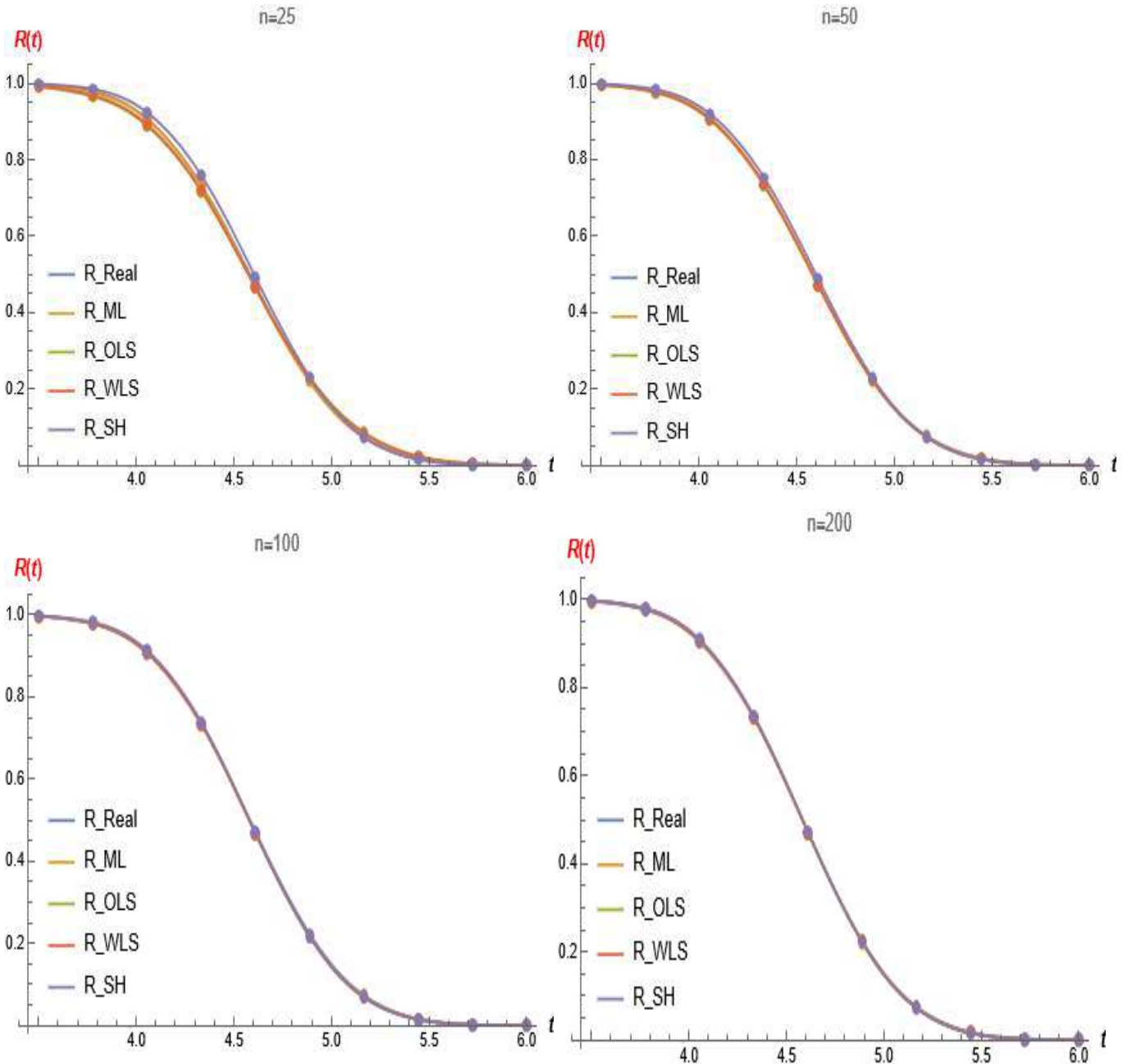
الجدول (3-7) يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج السادس وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=3.5, \beta=1.5, \theta=3$)

n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
25	3.45513	0.916535	0.914076	0.00207363	0.903234	0.00312238	0.90491	0.002698	0.936451	0.000396663
	3.90131	0.776388	0.771809	0.00561898	0.763836	0.00615704	0.764149	0.00570201	0.805596	0.000853116
	4.33807	0.5608	0.54829	0.00842979	0.549636	0.00896626	0.548505	0.0084902	0.585917	0.000630869
	4.47889	0.483092	0.46829	0.00864931	0.473498	0.0094721	0.471895	0.00894113	0.504131	0.000442624
	4.80113	0.312526	0.296717	0.00751817	0.309569	0.00874994	0.306926	0.00816448	0.322736	0.000104252
	4.96968	0.235252	0.221509	0.00615229	0.23663	0.00742605	0.233601	0.00687423	0.240533	2.78872E-05
	5.22155	0.142501	0.13371	0.00380173	0.149439	0.00500987	0.146224	0.004557	0.142754	6.41512E-08
	5.27969	0.125218	0.117649	0.00329668	0.133095	0.0044674	0.12991	0.00404159	0.124738	2.30737E-07
	5.4089	0.092206	0.087196	0.00230422	0.101586	0.0033595	0.0985517	0.0029963	0.0906081	2.55423E-06
5.67453	0.045204	0.044119	0.000928186	0.0551913	0.00164468	0.0527381	0.00141034	0.0429866	4.91712E-06	
IMSE		0.004877			0.005838		0.005388		0.000246	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
50	3.45513	0.916535	0.916824	0.00116596	0.907494	0.00169595	0.910332	0.00142902	0.923016	4.20029E-05
	3.90131	0.776388	0.778467	0.00277563	0.769712	0.003276	0.772202	0.00298924	0.78562	8.52426E-05
	4.33807	0.5608	0.561361	0.00369876	0.559381	0.00372855	0.560102	0.00364086	0.568747	6.31565E-05
	4.47889	0.483092	0.482732	0.00367001	0.483479	0.00357652	0.483514	0.00353329	0.489811	4.51503E-05
	4.80113	0.312526	0.310743	0.00298426	0.316582	0.00289343	0.315262	0.00282462	0.315977	1.19113E-05
	4.96968	0.235252	0.233422	0.00238285	0.240725	0.00240903	0.238942	0.00228928	0.237191	3.76114E-06
	5.22155	0.142501	0.141337	0.00143999	0.149126	0.00161746	0.147042	0.00145283	0.142851	1.22307E-07
	5.27969	0.125218	0.124274	0.00124429	0.131926	0.00143935	0.129838	0.00127409	0.125326	1.15491E-08
	5.4089	0.092206	0.091757	0.000863364	0.098861	0.00107115	0.0968336	0.000916701	0.0919282	7.73247E-08
5.67453	0.045204	0.045555	0.000340649	0.0508933	0.000495098	0.0492236	0.000393774	0.0446474	3.09808E-07	
IMSE		0.002057			0.00222		0.002074		2.52E-05	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
100	3.45513	0.916535	0.918195	0.000453611	0.914963	0.000681825	0.939692	0.000356274	0.944525	5.46633E-06
	3.90131	0.776388	0.77826	0.00105195	0.776406	0.00136428	0.864884	0.000781485	0.87105	0.000018291
	4.33807	0.5608	0.560065	0.00142982	0.561762	0.00153728	0.831993	0.000921582	0.838405	2.45002E-05
	4.47889	0.483092	0.481303	0.00145998	0.484172	0.0015046	0.771069	0.0011134	0.777662	3.57549E-05
	4.80113	0.312526	0.309147	0.00128785	0.313898	0.00132272	0.74319	0.00117669	0.749781	4.05621E-05
	4.96968	0.235252	0.231742	0.00106736	0.236857	0.00114589	0.474012	0.00136649	0.478914	6.36765E-05
	5.22155	0.142501	0.139571	0.000669849	0.144449	0.000794189	0.437986	0.00135805	0.442473	6.27782E-05
	5.27969	0.125218	0.122506	0.000581933	0.127222	0.000708377	0.275173	0.00119035	0.277271	4.66402E-05
	5.4089	0.092206	0.090024	0.000406838	0.0942765	0.000526703	0.25989	0.00115822	0.261724	4.42135E-05
5.67453	0.045204	0.044064	0.000160122	0.0471349	0.000237816	0.178095	0.000913412	0.178448	2.93202E-05	
IMSE		0.000857			0.000982		0.000896		2.47E-05	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
200	3.45513	0.916535	0.916178	0.000228096	0.913732	0.000286507	0.914821	0.000248726	0.918874	5.46947E-06
	3.90131	0.776388	0.775066	0.00056065	0.772639	0.000629154	0.773665	0.000582948	0.779544	9.96311E-06
	4.33807	0.5608	0.557531	0.000787188	0.55687	0.000828653	0.557108	0.000797924	0.563264	6.07317E-06
	4.47889	0.483092	0.479287	0.000804956	0.47939	0.000852025	0.479294	0.000815841	0.485061	3.87742E-06
	4.80113	0.312526	0.308294	0.000710209	0.309903	0.000794168	0.30914	0.000729367	0.313278	5.66534E-07
	4.96968	0.235252	0.231308	0.000590651	0.233388	0.000687993	0.232407	0.000613765	0.235487	5.52657E-08
	5.22155	0.142501	0.139459	0.00037434	0.141735	0.000465037	0.140648	0.00039715	0.142248	6.39198E-08
	5.27969	0.125218	0.122426	0.000326059	0.124671	0.000411145	0.123594	0.000347716	0.124902	9.98468E-08
	5.4089	0.092206	0.089977	0.000229215	0.0920705	0.000298744	0.0910553	0.000247354	0.0918072	1.59266E-07
5.67453	0.045204	0.044001	0.00009084	0.045569	0.000126745	0.0447885	0.000100602	0.0448145	1.51735E-07	
IMSE		0.00047			0.000538		0.000488		2.64797E-06	
Rank of method		2			4		3		1	
Overall Rank		8			16		12		4	
Rank of Mode		2			4		3		1	

نلاحظ من الجدول (3-7) انه عندما نثبت المعلمة (β)، ونجعل قيم المعلمات (θ, α) مختلفة فان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية عند جميع حجوم العينة هي (shrinkage) ثم تأتي بعدها (mle) بالمرتبة الثانية ثم طريقتي (wls, ols) بالمرتبة الثالثة والرابعة على التوالي أي ان التغيير في قيم المعلمات ليس له تأثير.

(3-6)

يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدرة في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج السادس



نلاحظ من الاشكال (3-6) في الانموذج السادس انه كلما كان حجم العينة كبيراً كان سلوك دالة المعولية الحقيقية قريب من سلوك دالة المعولية المقدرة لطرائق التقدير الأربعة.

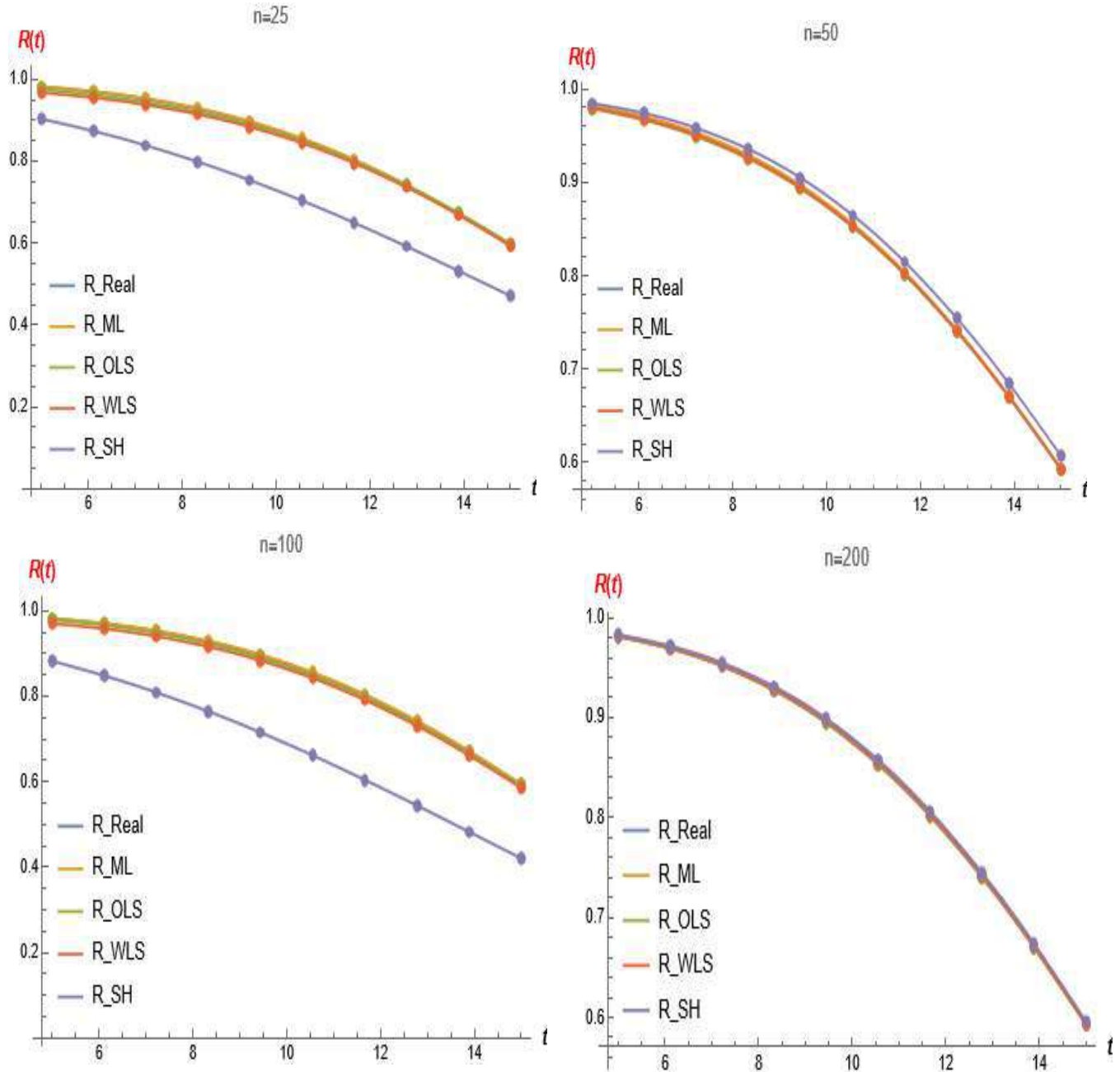
الجدول (3-8) يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج السابع وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=3.5, \beta=4, \theta=1.5$)

n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
25	5.4970	0.981398	0.98185	0.000256597	0.975601	0.000492629	0.976834	0.000433017	0.988516	5.06613E-05
	8.1885	0.834686	0.84688	0.00366017	0.834935	0.00413689	0.836666	0.00387904	0.863938	0.000855693
	8.2473	0.82869	0.841125	0.00378228	0.829257	0.00424664	0.830953	0.00398575	0.858361	0.000880357
	9.3499	0.691832	0.705839	0.00575144	0.698054	0.00595985	0.698691	0.00569013	0.725798	0.00115373
	10.658	0.484911	0.492879	0.00631939	0.495033	0.00671348	0.493948	0.00652998	0.513181	0.000799177
	10.826	0.45715	0.46401	0.00623864	0.467576	0.00671002	0.466287	0.00653445	0.483955	0.000718513
	11.871	0.291648	0.292545	0.00503709	0.303718	0.00598627	0.301456	0.00580386	0.307758	0.000259548
	12.084	0.261178	0.2613	0.00466296	0.273549	0.00567117	0.271172	0.00547844	0.275099	0.000193787
	12.493	0.20725	0.206415	0.00386788	0.220108	0.00493183	0.217596	0.0047188	0.217269	0.000100375
15.138	0.022718	0.023709	0.000272145	0.031142	0.000566777	0.0297746	0.000479944	0.0222465	2.21944E-07	
IMSE		0.003985			0.004542		0.004353		0.000501	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
50	5.4970	0.981398	0.98185	0.00015076	0.976794	0.000274073	0.977711	0.000214716	0.984024	6.89372E-06
	8.1885	0.834686	0.84688	0.00203196	0.826526	0.00277138	0.827698	0.00245012	0.842907	6.75893E-05
	8.2473	0.82869	0.841125	0.00210327	0.820477	0.00285621	0.821648	0.00253065	0.836959	6.83703E-05
	9.3499	0.691832	0.705839	0.00342544	0.682529	0.00438024	0.683713	0.00399326	0.699515	5.90277E-05
	10.658	0.484911	0.492879	0.00418127	0.475025	0.00522342	0.476177	0.00475999	0.488518	1.30117E-05
	10.826	0.45715	0.46401	0.00415997	0.447394	0.00519351	0.448505	0.00472377	0.460095	8.67294E-06
	11.871	0.291648	0.292545	0.00337676	0.284274	0.00422135	0.284846	0.00378209	0.290779	7.53803E-07
	12.084	0.261178	0.2613	0.00310691	0.254588	0.0038892	0.255003	0.00347257	0.259713	2.14794E-06
	12.493	0.20725	0.206415	0.00253732	0.202331	0.00318914	0.202428	0.0028279	0.204892	5.55733E-06
15.138	0.022718	0.023709	0.0001503	0.024574	0.000214676	0.0238867	0.000176729	0.0211063	2.59644E-06	
IMSE		0.002522			0.003221		0.002893		2.34621E-05	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
100	5.4970	0.981398	0.981038	0.00008991	0.979352	0.000134476	0.980121	0.000107515	0.983706	5.32421E-06
	8.1885	0.834686	0.83643	0.00136954	0.833521	0.00160078	0.834642	0.00143667	0.842154	5.57694E-05
	8.2473	0.82869	0.830464	0.00141313	0.827585	0.00164685	0.828689	0.00148055	0.836213	5.65861E-05
	9.3499	0.691832	0.693296	0.0020811	0.691661	0.00236061	0.692206	0.0021756	0.699139	5.33942E-05
	10.658	0.484911	0.48402	0.00213408	0.485159	0.00258385	0.484646	0.00237597	0.489006	1.67689E-05
	10.826	0.45715	0.455903	0.00207986	0.457435	0.00255754	0.45678	0.00234401	0.460696	1.25799E-05
	11.871	0.291648	0.288744	0.00154036	0.292417	0.00210688	0.290989	0.00187463	0.29192	7.42529E-08
	12.084	0.261178	0.258127	0.00140397	0.262109	0.00196012	0.260569	0.00173202	0.26091	7.19351E-08
	12.493	0.20725	0.204128	0.00113563	0.20853	0.00164433	0.206836	0.00143356	0.206139	1.23296E-06
15.138	0.022718	0.022258	7.2050E-05	0.024610	0.000129958	0.0236615	0.000102735	0.0215498	1.3637E-06	
IMSE		0.001332			0.001673		0.001506		2.03E-05	
Rank of method		2			4		3		1	
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
200	5.4970	0.981398	0.981519	3.40007E-05	0.980242	0.000050869	0.981005	3.99166E-05	0.982304	8.20493E-07
	8.1885	0.834686	0.836506	0.000388533	0.833429	0.00047924	0.835137	0.000418195	0.837747	9.37272E-06
	8.2473	0.82869	0.830542	0.000398052	0.827465	0.000489196	0.829167	0.000427922	0.831781	9.55337E-06
	9.3499	0.691832	0.693875	0.000518948	0.691359	0.000597048	0.692649	0.000546596	0.695036	1.02646E-05
	10.658	0.484911	0.486155	0.000509159	0.485499	0.000562279	0.485633	0.000532752	0.487124	4.89932E-06
	10.826	0.45715	0.458245	0.000500423	0.457867	0.000553498	0.457834	0.000524199	0.459175	4.10189E-06
	11.871	0.291648	0.291903	0.000418443	0.293068	0.000484123	0.292135	0.000444714	0.292466	6.70229E-07
	12.084	0.261178	0.261313	0.000394708	0.262708	0.000463033	0.261647	0.000421081	0.261778	3.60383E-07
	12.493	0.20725	0.20722	0.000341923	0.208947	0.000412476	0.207707	0.000367485	0.207487	5.62335E-08
15.138	0.022718	0.022833	3.01224E-05	0.023857	4.38103E-05	0.0231794	3.41482E-05	0.0224423	7.577E-08	
IMSE		0.000353			0.000414		0.000376		4.02E-06	
Rank of method		2			4		3		1	
Overall Rank		8			16		12		4	
Rank of mode		2			4		3		1	

نلاحظ من الجدول (3-8) انه عندما تقوم بتثبيت المعلمة (θ) ونجعل قيم المعلمتين (α, β) مختلفة، فان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية عند جميع حجوم العينة هي (shrinkage) ثم تأتي بعدها (mle) بالمرتبة الثانية ثم طريقتي (wls, ols) بالمرتبة الثالثة والرابعة على التوالي وفي هذا الانموذج ايضاً التغيير الحاصل في قيم المعلمات ليس له تأثير.

الشكل (3-7)

يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدرة في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج السابع



نلاحظ من الاشكال (3-7) انه في الانموذج السابع كلما كان حجم العينة كبيراً كان سلوك دالة المعولية

المقدرة قريبة جداً من سلوك دالة المعولية الحقيقية

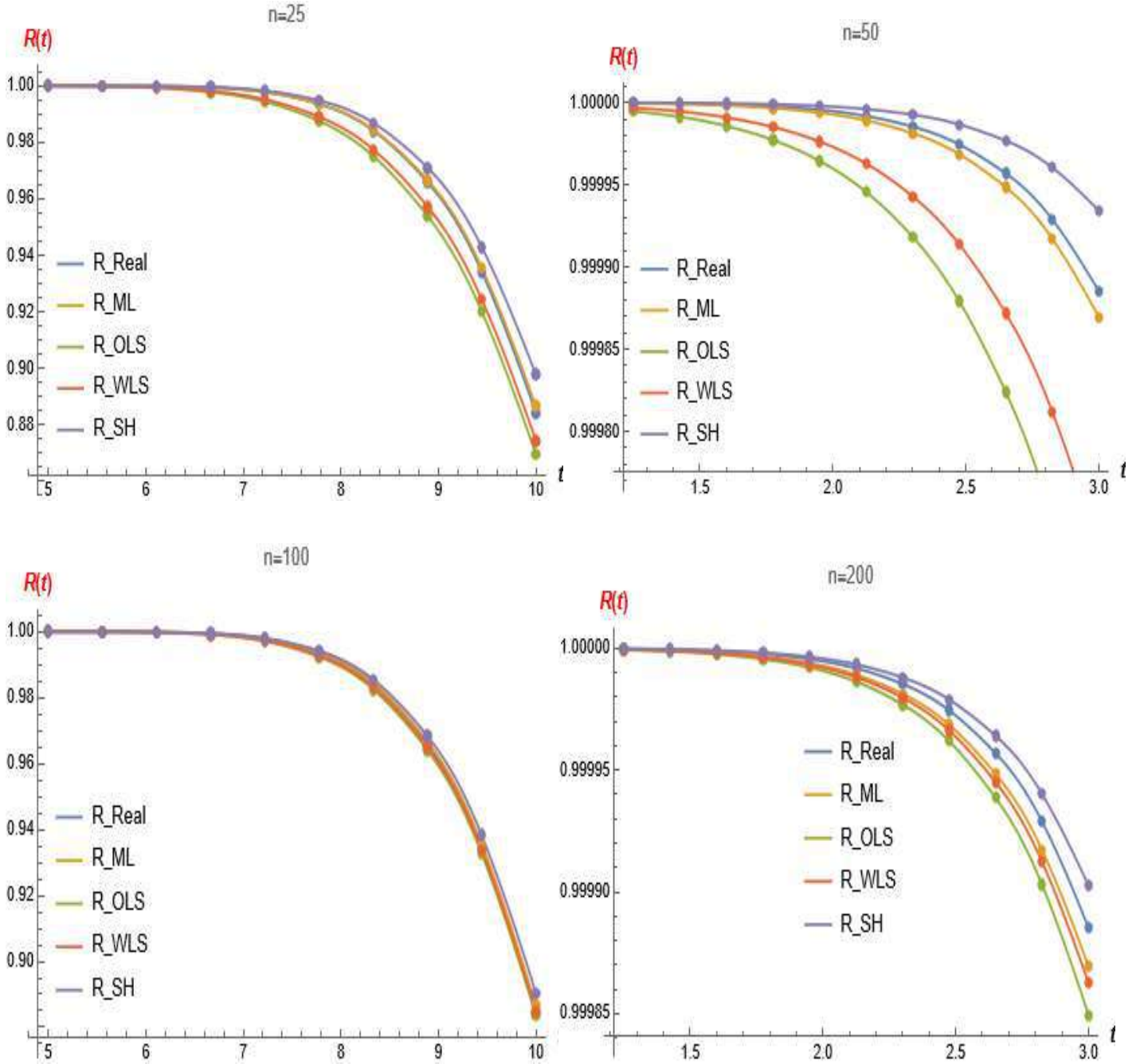
الجدول (3-9) يبين القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب لجميع طرائق التقدير المستعملة بالنسبة للأنموذج الثامن وبحسب حجوم العينات المفترضة ($\alpha=3.5, \beta=4, \theta=3$)

n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
25	7.79714	0.983378	0.981704	0.000222351	0.971024	0.000659646	0.965151	0.0100899	0.993724	0.000107025
	9.46427	0.894512	0.896093	0.00215858	0.875342	0.00326279	0.873178	0.0106091	0.942241	0.00227808
	10.2556	0.798778	0.801545	0.00417562	0.782143	0.00495474	0.78043	0.0107117	0.873197	0.00553829
	10.379	0.780189	0.782878	0.00450642	0.764355	0.00519682	0.762574	0.0106818	0.858687	0.00616193
	11.7619	0.520813	0.517647	0.0071039	0.519381	0.00686494	0.514811	0.00936313	0.627609	0.0114055
	11.8293	0.506826	0.503307	0.0071573	0.506257	0.00689994	0.501505	0.0092683	0.613787	0.0114407
	11.8406	0.504477	0.5009	0.00716545	0.504053	0.00690544	0.499271	0.00925219	0.611452	0.0114438
	13.3486	0.220224	0.215604	0.00558395	0.236848	0.00603797	0.229543	0.00620576	0.300345	0.00641945
	13.5659	0.18838	0.184657	0.0049679	0.20641	0.00558875	0.199138	0.005587	0.261537	0.00535197
	13.9396	0.140704	0.138738	0.00385399	0.160197	0.00468854	0.153224	0.00448538	0.201521	0.00369867
IMSE		0.00469		0.005106		0.008625		0.006385		
Rank of method		1		2		4		3		
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
50	7.79714	0.983378	0.981504	0.000131585	0.978677	0.000243202	0.983335	5.57977E-05	0.985714	5.45429E-06
	9.46427	0.894512	0.891754	0.0011842	0.886702	0.0016317	0.896404	0.000523129	0.901811	0.000053289
	10.2556	0.798778	0.795046	0.00207037	0.790445	0.00261924	0.801558	0.000959787	0.807779	8.10225E-05
	10.379	0.780189	0.776211	0.0022046	0.771814	0.00275673	0.783041	0.00103431	0.789303	8.30701E-05
	11.7619	0.520813	0.513343	0.00321426	0.513077	0.00362662	0.523128	0.001804	0.527731	4.78613E-05
	11.8293	0.506826	0.499235	0.00323009	0.499211	0.00363347	0.509081	0.00182812	0.513503	4.45851E-05
	11.8406	0.504477	0.496867	0.00323234	0.496883	0.00363424	0.506721	0.00183192	0.511113	4.40368E-05
	13.3486	0.220224	0.214035	0.00229976	0.217918	0.00261769	0.221816	0.00150427	0.221337	1.23881E-05
	13.5659	0.18838	0.182929	0.00201004	0.186995	0.00232051	0.190002	0.00133829	0.188946	3.19963E-06
	13.9396	0.140704	0.13661	0.0015069	0.140759	0.00179397	0.142396	0.00103496	0.140561	2.04982E-06
IMSE		0.002108		0.002488		0.002266		4.98913E-05		
Rank of method		2		4		3		1		
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
100	7.79714	0.983378	0.984394	4.77798E-05	0.982602	7.18132E-05	0.939692	0.000356274	0.944525	5.46633E-06
	9.46427	0.894512	0.898941	0.000497219	0.894981	0.000615941	0.864884	0.000781485	0.87105	0.000018291
	10.2556	0.798778	0.804093	0.000937658	0.800146	0.00107606	0.831993	0.000921582	0.838405	2.45002E-05
	10.379	0.780189	0.785492	0.00101308	0.781659	0.00115013	0.771069	0.0011134	0.777662	3.57549E-05
	11.7619	0.520813	0.523269	0.00176317	0.522568	0.00190038	0.74319	0.00117669	0.749781	4.05621E-05
	11.8293	0.506826	0.509074	0.00178475	0.508578	0.00192596	0.474012	0.00136649	0.478914	6.36765E-05
	11.8406	0.504477	0.50669	0.00178812	0.506228	0.00193004	0.437986	0.00135805	0.442473	6.27782E-05
	13.3486	0.220224	0.219449	0.00142087	0.222494	0.00164028	0.275173	0.00119035	0.277271	4.66402E-05
	13.5659	0.18838	0.187552	0.0012563	0.190781	0.00146819	0.25989	0.00115822	0.261724	4.42135E-05
	13.9396	0.140704	0.139955	0.000959941	0.143284	0.00114688	0.178095	0.000913412	0.178448	2.93202E-05
IMSE		0.001146889		0.001293		0.001191		3.76957E-05		
Rank of method		2		4		3		1		
n	ti	R. Real	$\hat{R}. Mle$	Mse	$\hat{R}. Ols$	Mse	$\hat{R}. Wls$	Mse	$\hat{R}. Shr$	Mse
200	7.79714	0.983378	0.983475	1.92122E-05	0.982259	2.72103E-05	0.982934	2.15766E-05	0.984173	6.31526E-07
	9.46427	0.894512	0.895797	0.000189019	0.893221	0.000241107	0.894664	0.000206483	0.897765	1.05866E-05
	10.2556	0.798778	0.800074	0.000347999	0.798511	0.000425666	0.799835	0.000379851	0.803633	2.35772E-05
	10.379	0.780189	0.782231	0.000374908	0.780157	0.000455597	0.781413	0.000409166	0.785279	2.59123E-05
	11.7619	0.520813	0.523043	0.000649898	0.524084	0.000745324	0.523857	0.000698299	0.527356	4.28077E-05
	11.8293	0.506826	0.509038	0.000658704	0.510255	0.000754464	0.50994	0.000706829	0.513364	4.27457E-05
	11.8406	0.504477	0.506685	0.0006601	0.507932	0.000755916	0.507602	0.000708168	0.511013	4.27252E-05
	13.3486	0.220224	0.221876	0.000551479	0.225563	0.000642575	0.223915	0.000579577	0.224921	2.20639E-05
	13.5659	0.18838	0.189958	0.000491618	0.193663	0.000577062	0.19198	0.000516393	0.192648	1.82146E-05
	13.9396	0.140704	0.142155	0.000380652	0.145707	0.000453104	0.144056	0.000400023	0.144223	1.23834E-05
IMSE		0.000432		0.000508		0.000463		2.42E-05		
Rank of method		2		4		3		1		
Overall Rank		7		14		13		6		
Rank of Mode		2		4		3		1		

نلاحظ من الجدول (3-9) انه عندما نقوم بجعل جميع قيم المعلمات (θ, β, θ) مختلفة، فان افضل طريقة لتقدير دالة المعولية عند حجم عينة (50,100,200) هي (shrinkage) ثم تأتي بعدها (mle) بالمرتبة الثانية ثم طريقتي (wls,ols) بالمرتبة الثالثة والرابعة على التوالي، اما عند حجم عينة (25) فان طريقة (mle) تأتي بالمرتبة الأولى ثم بعدها (ols)، ثانياً ثم طريقتي (shr)، (wls)، ثالثاً ورابعاً على التوالي.

الشكل (3-8)

يوضح الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية والمقدرة في تجربة المحاكاة إزاء التغير في حجم العينة بالنسبة للأنموذج الثامن



نلاحظ من الاشكال (3-8) انه في الانموذج الثامن كلما كان حجم العينة كبيراً كان سلوك دالة المعولية المقدرة قريبة جداً من سلوك دالة المعولية الحقيقية

يمكن ان نلخص نتائج المحاكاة في الجداول من (3-2) الى (3-9) في الجدولين (3-10)، (3-11) الآتيين:

الجدول الآتي (3-10) يمثل الرتب الجزئية والكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لدالة المعولية المقدره $\hat{R}(x)$ بطرائق التقدير المستعملة في عملية التقدير ولحجوم العينات المقترحة (20,25,100,200)، ولكل انموذج من النماذج الافتراضية مع قيم المعلمات المقترضة.

الجدول (3-10)

Model	n	Mse Methods				Best Methods
		MLE	OLS	WLS	Shrinkage	
M1 $\alpha=1.5$ $\beta=1.5$ $\theta=1.5$	25	2	4	3	1	Shrinkage
	50	2	4	3	1	
	100	2	4	3	1	
	200	2	4	3	1	
	\sum Ranks	8	16	12	4	
	Partial Rank	2	4	3	1	
M2 $\alpha=1.5$ $\beta=1.5$ $\theta=3.0$	25	2	4	3	1	Shrinkage
	50	2	4	3	1	
	100	2	4	3	1	
	200	2	4	3	1	
	\sum Ranks	8	16	12	4	
	Partial Rank	2	4	3	1	
M3 $\alpha=1.5$ $\beta=4.0$ $\theta=1.5$	25	3	4	2	1	Shrinkage
	50	2	4	3	1	
	100	3	4	2	1	
	200	2	4	3	1	
	\sum Ranks	10	16	10	4	
	Partial Rank	2.5	4	2.5	1	
M4 $\alpha=1.5$ $\beta=4.0$ $\theta=3.0$	25	3	4	2	1	Shrinkage
	50	2	4	3	1	
	100	2	4	3	1	
	200	2	4	3	1	
	\sum Ranks	9	16	11	4	
	Partial Rank	2	4	3	1	
M5 $\alpha=3.5$ $\beta=1.5$ $\theta=1.5$	25	3	4	2	1	Shrinkage
	50	2	4	3	1	
	100	2	4	3	1	
	200	2	4	3	1	
	\sum Ranks	9	16	11	4	

	Partial Rank	2	4	3	1	
M6 $\alpha=3.5$ $\beta=1.5$ $\theta=3.0$	25	2	4	3	1	Shrinkage
	50	2	4	3	1	
	100	2	4	3	1	
	200	2	4	3	1	
	\sum Ranks	8	16	12	4	
	Partial Rank	2	4	3	1	
M7 $\alpha=3.5$ $\beta=4.0$ $\theta=1.5$	25	2	4	3	1	Shrinkage
	50	2	4	3	1	
	100	2	4	3	1	
	200	2	4	3	1	
	\sum Ranks	8	16	12	4	
	Partial Rank	2	4	3	1	
M8 $\alpha=3.5$ $\beta=4.0$ $\theta=3.0$	25	1	4	2	3	Shrinkage
	50	2	4	3	1	
	100	2	4	3	1	
	200	2	4	3	1	
	\sum Ranks	7	16	11	6	
	Partial Rank	2	4	3	1	
$\sum \sum$ Ranks		67₂	128₄	91₃	34₁	Sum=320
percentage		0.209375	0.4	0.284375	0.10625	
Best Method		Shrinkage				

الجدول: من اعداد الباحث

الجدول الآتي (3-11) يوضح الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع النماذج من القيم الافتراضية للمعاملات بحسب حجم العينات

الجدول (3-11)

n	Sum of Rank	Method			
		MLE	OLS	WLS	Shrinkage
25	\sum Ranks	18	32	20	10
	Overall Ranks	2	4	3	1
50	\sum Ranks	16	32	24	8
	Overall Ranks	2	4	3	1
100	\sum Ranks	17	32	20	8
	Overall Ranks	2	4	3	1
200	\sum Ranks	16	32	24	8
	Overall Ranks	2	4	3	1
$\sum \sum$ Ranks		67₂	128₄	88₃	34₁

من نتائج الجدولين (3-10) و(3-11) وعن طريق المقارنة بمتوسط مربعات الخطأ (MSE) ولحجوم العينات المختلفة (25,50,100,200)، وباستعمال أسلوب الرتب يمكننا الحصول على النتائج والتفسيرات الآتية: -

1- ان طريقة التقليل المختلطة (shrinkage) جاءت بالمرتبة الجزئية الاولى عند جميع حجوم العينات (25,50,100,200) لامتلاكها أصغر نسبة مئوية (0.10625) من الرتب الكلية، أي انها حصلت على اقل قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE).

2- ان طريقة الامكان الاعظم (MLE)، جاءت بالمرتبة الجزئية الثانية عند جميع حجوم العينات (25,50,100,200) لامتلاكها ثاني أصغر نسبة مئوية (0.284375) من الرتب الكلية، اي انها حصلت على ثاني اقل قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE).

3- بينما جاءت طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) بالمرتبة الجزئية الثالثة عند جميع حجوم العينات (25,50,100,200) لامتلاكها ثالث أصغر نسبة مئوية (0.4) من الرتب الكلية، اي انها حصلت على ثالث اقل قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE)

4- واخيراً جاءت طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) بالمرتبة الجزئية الرابعة عند جميع حجوم العينات (25,50,100,200) لامتلاكها أكبر نسبة مئوية (0.209375) من الرتب الكلية، اي انها حصلت على أكبر قيمة من قيم المعيار (MSE).

بناءً على ما تقدم من نتائج المحاكاة ومن الجدولين (3-10) و (3-11) نستنتج ان طريقة التقليل المختلطة (shrinkage) هي الطريقة الفضلى في عملية تقدير دالة المعولية عند جميع حجوم العينة، كونها جاءت بالرتبة الجزئية الأولى باقل نسبة مئوية من الرتب الكلية، اي انها حصلت على أصغر قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE)، ثم بعد ذلك لحقتها طريقة الامكان الاعظم (MLE) بالمرتبة الثانية، اما طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS)، وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS)، فجاءتا بالمرتبة الثالثة والرابعة على التوالي في الأفضلية.

ولاختيار أفضل نموذج من النماذج الثمان المفترضة والتي تم التطرق اليها آنفاً وأفضل حجم عينة يلائم والتوزيع المقترح يتم الاعتماد بالمقارنة على اقل قيمة من قيم المعيار (MSE) والمعيار (IMSE) والموضحة في الجدول (3-12).

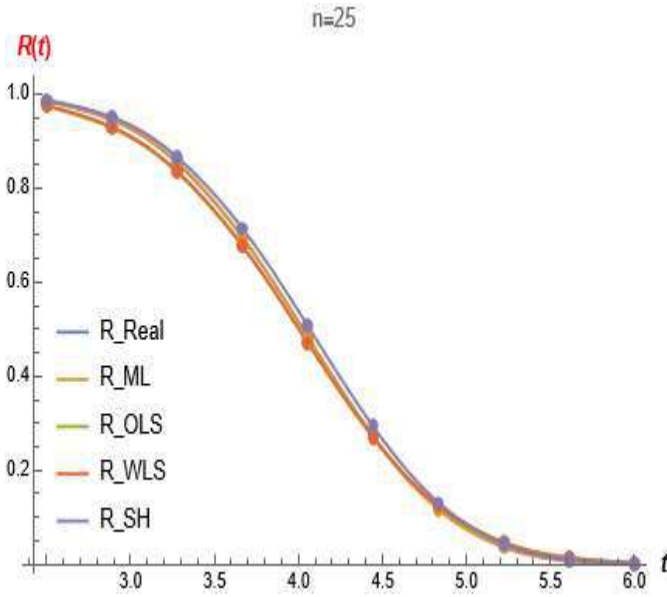
والجدول الآتي (3-12) يوضح قيم المعيار (IMSE) للنماذج الثمان المفترضة وبحسب حجوم العينة المفترضة (25,50,100,200).

جدول (3-12)

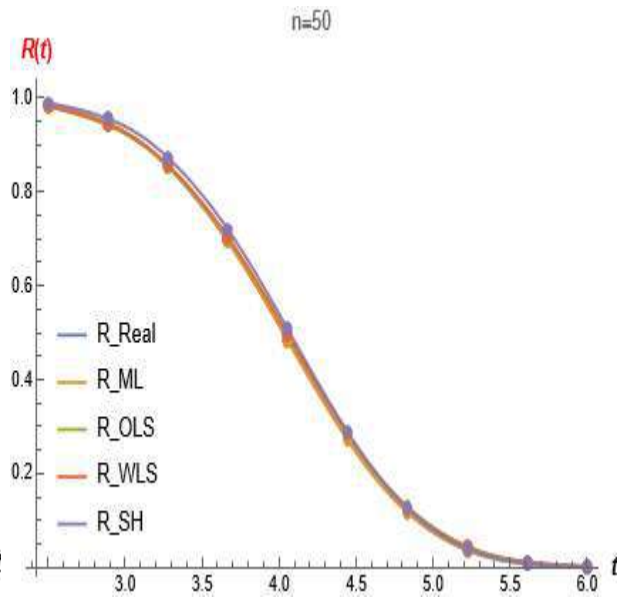
MODEL	25	50	100	200	$\sum mse$
M1	0.015539	0.007147	0.003119	0.001344	0.027149
M2	0.016074	0.006705	0.003473	0.001199	0.027452
M3	0.013977	0.006325	0.002603	0.00121	0.024115
M4	0.018806	0.007609	0.003526	0.001534	0.031475
M5	0.011322	0.007998	0.002018	0.001948	0.023286
M6	0.016349	0.006376	0.00276	0.001499	0.026984
M7	0.013381	0.00866	0.004531	0.001147	0.027719
M8	0.024805	0.006912	0.003669	0.001427	0.036813

نلاحظ من الجدول (3-12) ان الانموذج الخامس (Model 5) حصل على اقل قيمة من قيم المعيار (IMSE)، والبالغة (0.023286) لذا يعد أفضل انموذج مفترض مقارنة بباقي النماذج المفترضة الأخرى، وان أفضل حجم عينة بالنسبة لأفضل انموذج (Model 5) هي العينة (100,200) كون الفرق في حجم الخطأ جداً قليل وهذا يتماشى مع النظرية الإحصائية القائلة (ان حجم الخطأ يقل كلما كبر حجم العينة) وهذا يؤيد ما توصلنا اليه من نتائج وهو ان التوزيع الاحتمالي المقترح يكون فعالاً كلما كان حجم العينة كبير وهذا ينسجم مع حجم العينة المختارة للبيانات الحقيقية والتي سيتم تطبيقها في الجانب العملي من هذا الفصل لتقدير معالم التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) ودالته المعولية $R(x)$.

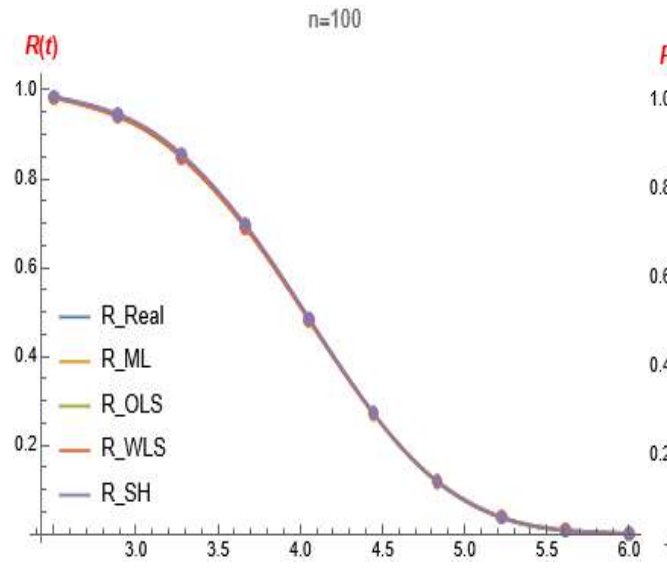
والاشكال الآتية (3-5-1)، (3-5-2)، (3-5-3)، (3-5-4)، تبين الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية (R-Real) مقارنة بباقي دوال المعولية المقدره بطرائق التقدير المستعملة في عملية التقدير لأفضل انموذج من النماذج الثمان المفترضة (Model 5) وعند احجام العينة (25،50،100،200) مع الابقاء على قيم المعالم الافتراضية ($\alpha=3.5, \beta=1.5, \theta=1.5$) كما هي.



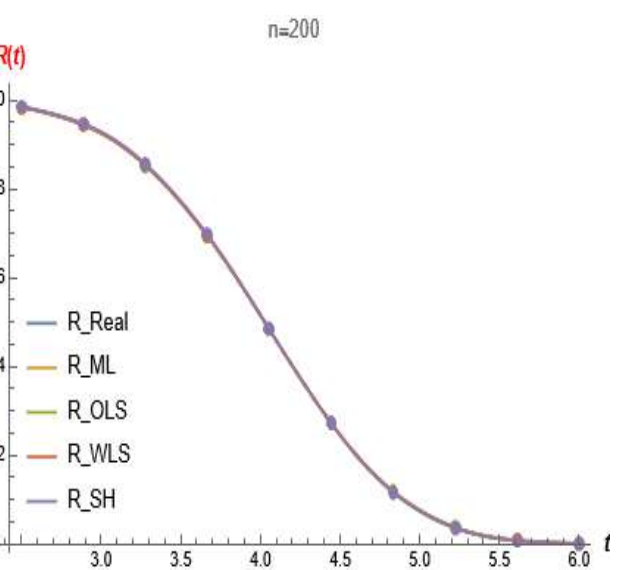
الشكل (3-5-1) يمثل سلوك دالة المعولية الحقيقية بالنسبة لدوال المعولية المقدره لأفضل انموذج (الخامس) وعند حجم عينة (25)



الشكل (3-5-2) يمثل سلوك دالة المعولية الحقيقية بالنسبة لدوال المعولية المقدره لأفضل انموذج (الخامس) وعند حجم عينة (50)



الشكل (3-5-3) يمثل سلوك دالة المعولية الحقيقية بالنسبة لدوال المعولية المقدره لأفضل انموذج (الخامس) وعند حجم عينة (100)



الشكل (3-5-4) يمثل سلوك دالة المعولية الحقيقية بالنسبة لدوال المعولية المقدره لأفضل انموذج (الخامس) وعند حجم عينة (200)

نلاحظ من الاشكال أعلاه ان الرسم البياني لسلوك دوال المعولية المقدره يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية (التجريبية) عند حجم العينة (50,100,200) وهذا يدل على ان حجم الخطأ جداً قليل، ويتعد عند حجم العينة (25)، وهذا ما يؤكد قولنا ان الانموذج الخامس هو أفضل انموذج مقارنة بالنماذج المفترضة الأخرى، وهذا يدل على ان التوزيع المقترح يكون فعال كلما كبر حجم العينة والعكس صحيح.

ويمكن تطبيق طريقة الرتب نفسها التي تم استعمالها مع مقدرات دالة المعولية على مقدرات المعلمات للتوزيع الاحتمالي المقترح وللنماذج الثمانية المفترضة لتحديد افضل طريقة لتقدير المعلمات وبحسب حجوم العينة المختلفة، والجداول من (20-3) الى (27-3) في الملاحق توضح ذلك، حيث يتم ايجاد الرتب الجزئية عن طريق اعطاء رتبة لكل قيمة من قيم المعيار ولكل معلمة على حدة ([معلمة]IMSE) ولجميع طرائق التقدير، ثم تأخذ اقل قيمة من المعيار الاحصائي (IMSE) الرتبة (1) والاكبر منها الرتبة (2) وهكذا، ثم نقوم بعد ذلك بجمع الرتب الجزئية (Partial Rank)، ثم يتم ايجاد الرتب الكلية (Overall Rank) والتي تتم المقارنة على اساسها والمبينة في الجدول الآتي:

الجدول (13-3)

يمثل الرتب الجزئية والكلية لمتوسطات مربعات الخطأ (MSE) لمقدرات معلمات التوزيع المقترح بطرائق التقدير كافة ولكل انموذج من النماذج المفترضة ولجميع حجوم العينات

Model ($\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\theta}$)	Sample Size	Method				Best
		MLE	OLS	WLS	SHR	
M1	25	8 _{2.5}	11 ₃	8 _{2.5}	3 ₁	SHR
	50	8 ₃	12 ₄	7 ₂	3 ₁	
	100	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	
	200	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	
	\sum Ranks	28 ₂	47 ₄	33 ₃	12 ₁	
M2	25	8 _{2.5}	11 ₄	8 _{2.5}	3 ₁	SHR
	50	7 ₂	12 ₄	8 ₃	3 ₁	
	100	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	
	200	8 ₂	10 ₄	9 ₃	3 ₁	
	\sum Ranks	29 ₂	45 ₄	34 ₃	12 ₁	
M3	25	6 ₂	11 ₄	10 ₃	3 ₁	SHR
	50	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	
	100	6 ₂	11 ₄	10 ₃	3 ₁	
	200	9 ₃	11 ₄	7 ₂	3 ₁	
	\sum Ranks	27 ₂	45 ₄	36 ₃	12 ₁	
M4	25	12 ₄	9 ₃	6 ₂	3 ₁	SHR
	50	10 ₄	9 ₃	8 ₂	3 ₁	
	100	10 _{3.5}	10 _{3.5}	7 ₂	3 ₁	
	200	10 _{3.5}	10 _{3.5}	7 ₂	3 ₁	
	\sum Ranks	42 ₄	38 ₃	28 ₂	12 ₁	
M5	25	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	SHR
	50	7 ₂	12 ₄	8 ₃	3 ₁	
	100	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	
	200	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	

	\sum Ranks	25 ₂	48 ₄	35 ₃	12 ₁	
M6	25	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	SHR
	50	7 ₂	11 ₄	9 ₃	3 ₁	
	100	7 ₂	10 _{3.5}	10 _{3.5}	3 ₁	
	200	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	
	\sum Ranks	26 ₂	45 ₄	37 ₃	12 ₁	
M7	25	6 ₂	11 ₄	10 ₃	3 ₁	SHR
	50	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁	
	100	6 ₂	11 ₄	10 ₃	3 ₁	
	200	6 ₂	11 ₄	10 ₃	3 ₁	
	\sum Ranks	24 ₂	45 ₄	39 ₃	12 ₁	
M8	25	8 ₃	7 ₂	12 ₄	3 ₁	SHR
	50	10 _{3.5}	10 _{3.5}	7 ₂	3 ₁	
	100	9 ₃	11 ₄	7 ₂	3 ₁	
	200	8 _{2.5}	11 ₄	8 _{2.5}	3 ₁	
	\sum Ranks	35 ₃	39 ₄	34 ₂	12 ₁	
$\sum \sum$ Ranks		236 ₂	352 ₄	276 ₃	96 ₁	Sum=960
percentage		0.2458	0.3667	0.2875	0.1	
Best Method		Shrinkage				

الجدول: من اعداد الباحث

الجدول (3-14)

الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع الانظمة المفترضة للقيم التقديرية للمعاملات وحسب حجم العينات

n	Sum of Rank	Method			
		MLE	OLS	WLS	SHR
25	\sum Ranks	60	84	72	24
	Overall Ranks	2	4	3	1
50	\sum Ranks	61	90	65	24
	Overall Ranks	2	4	3	1
100	\sum Ranks	56	89	71	24
	Overall Ranks	2	4	3	1
200	\sum Ranks	59	89	68	24
	Overall Ranks	2	4	3	1
	$\sum \sum$ Ranks	236 ₂	352 ₄	276 ₃	96 ₁

الجدول: من اعداد الباحث

من الجدولين (3-13) و(3-14) وعن طريق المقارنة بقيم المعيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ولحجوم العينات المختلفة (25,50,100,200)، وباستعمال أسلوب الرتب يمكننا الحصول على النتائج والتفسيرات الآتية:-

- 1- جاءت طريقة التقليل المختلطة (shrinkage) بالمرتبة الجزئية الاولى عند جميع حجوم العينات (25,50,100,200) لامتلاكها أصغر قيمة من مجموع الرتب (96₁) من الرتب الكلية، معنى ذلك انها حصلت على اقل قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) لجميع النماذج (Model) المفترضة.
- 2- ان طريقة الامكان الاعظم (MLE)، قد جاءت بالمرتبة الجزئية الثانية عند جميع حجوم العينات (25,50,100,200) لامتلاكها ثاني أصغر قيمة من مجموع الرتب (236₂) من الرتب الكلية، معنى ذلك انها حصلت على ثاني اقل قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE)، لجميع النماذج (Model) المفترضة.
- 3- بينما جاءت طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) بالمرتبة الجزئية الثالثة عند جميع حجوم العينات (25,50,100,200) لامتلاكها ثالث أصغر قيمة من مجموع الرتب (276₃) من الرتب الكلية، معنى ذلك انها حصلت على ثالث اقل قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE)، لجميع النماذج (Model) المفترضة.
- 4- واخيراً جاءت طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS) بالمرتبة الجزئية الرابعة عند جميع حجوم العينات (25,50,100,200) لامتلاكها أكبر قيمة من مجموع الرتب (352₄) من الرتب الكلية، معنى ذلك انها حصلت على أكبر قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE)، لجميع النماذج (Model) المفترضة.

بناءً على ما تقدم نستطيع ان نستخلص من نتائج المحاكاة في الجداول من (3-20) الى (3-27) في الملاحق والمبينة نتائجها بالجدولين (3-20) و (3-21) ان طريقة التقليل المختلطة (shrinkage) هي الطريقة الافضل في عملية تقدير المعلمات (α, β, θ) لجميع النماذج المفترضة من التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR)، عند جميع حجوم العينة بالمجمل، اذ انها امتلكت الرتبة الجزئية والكلية الأولى واقل قيمة من مجموع الرتب من الرتب الكلية، اي حصلت على أصغر قيمة من قيم المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) لجميع النماذج (Models) المفترضة، ثم بعد ذلك لحقتها طريقة الامكان الاعظم (MLE) بالمرتبة الثانية، اما طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS)، وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS)، فجاءتا بالمرتبة الثالثة والرابعة على الترتيب في الأفضلية.

3-3- الجانب التطبيقي (The application aspect)**3-3-1- تمهيد (Preface) :**

يشمل هذا المبحث من الرسالة التطبيق العملي على البيانات الأصلية (الحقيقية) التي حصل عليها الباحث من دائرة البطاقة الوطنية الموحدة في كربلاء المقدسة، إذ تمثل هذه المشاهدات (البيانات) ازمان الاشتغال للطابعات لحين توقفها عن العمل للفترة من (2016) لغاية (2021) والمبينة في الجدول (3-15)، بهدف تطبيقها في التوزيع الاحتمالي المقترح وتقدير دالة المعولية.

3-3-2- نبذة مختصرة عن دائرة البطاقة الوطنية الموحدة :**A brief introduction to the National Card Department**

تعد دائرة البطاقة الوطنية الموحدة في كربلاء المقدسة من اهم الدوائر الحكومية الخدمية، وهي احدى تشكيلات وزارة الداخلية العراقية، إذ استحدثت هذه الدائرة بتاريخ 22 شباط من عام (2016)، وبوشر العمل بها استناداً لقانون البطاقة الوطنية الموحدة رقم (3) لسنة (2016) واعتبرت بديلاً عن دائرة الجنسية والاحوال المدنية، إذ تحولت من دائرة تعمل بنظام ورقي وبألية عمل قديمة ومعقدة تصدر هوية أحوال مدنية وشهادة جنسية عراقية مكتوبة يدوياً بخط اليد ذات كفاءة متدنية قابلة للتزوير سريعة التلف، الى دائرة حكومية الكترونية تعمل بنظام الكتروني حديث متطور تنتج بطاقة وطنية مطبوعة الكترونياً ذات شكل مقبول و كفاءة وجدودة عاليتين غير قابلة للتزوير ومقاومة للتلف يغني استعمالها عن المستمسكين أنفأ، تدعى (البطاقة الوطنية الموحدة)، تحمل هذه البطاقة رقم وطني موحد يختلف من فرد الى آخر ورقم عائلي يختلف من عائلة الى أخرى لا يتشابه مع أي رقم آخر لبطاقة أخرى مطلقاً.

وتهدف دائرة البطاقة الوطنية الى بناء قاعدة بيانات موحدة مركزية تضم بيانات الاحوال المدنية وشهادة الجنسية ومعلومات السكن لجميع المواطنين وستكون مرنة وقابلة للتوسع مستقبلاً، وكذلك اصدار بطاقة وطنية ذات مواصفات امنية عالية ومطابقة للمواصفات القياسية العالمية، باستعمال شبكة اتصالات داخلية مغلقة ومؤمنة خاصة بالمشروع ذات آلية تشفير عالية المستوى.

3-3-2- عينة الرسالة [61] Sample Letter :

تم تسجيل ازمان الاشتغال لحين العطل او العطب لعينة سحبت من دائرة البطاقة الوطنية في محافظة كربلاء المقدسة وهي عبارة عن (100) جهاز من اجهزة الطابعة من نوع (Brother HL)، إذ تستعمل هذه الأجهزة في الطبع والارشفة للمستمسكات الثبوتية والكتب الرسمية للدائرة أنفأ وتم اختيار هذا النوع من الأجهزة لأهميته الكبيرة وكما يمكن ان تطبق هذه الرسالة على الأنواع الخرى

من الأجهزة المستعملة في هذه الدائرة، وتم تسجيل هذه الأزمات من وقت بدء اشتغال المنظومة بتاريخ (2016/2/22) في الدائرة انفاً الى نهاية شهر كانون الأول من عام (2021) وكما هو موضح في الجدول (3-15) الآتي.

الجدول (3-15)

يمثل اوقات تشغيل أجهزة الطابعة لحين العطل للفترة (2016/2/22)-(2021/1/31) ومقاسة بالسنوات

1.5	1.9	2.2	2.4	2.6	2.7	2.9	3.1	3.3	3.6
1.5	1.9	2.2	2.4	2.6	2.8	2.9	3.1	3.3	3.7
1.6	2	2.2	2.4	2.6	2.8	2.9	3.1	3.4	3.7
1.6	2	2.2	2.4	2.6	2.8	3	3.1	3.4	3.8
1.7	2	2.6	2.4	2.6	2.8	3	3.2	3.4	3.9
1.7	2	2.3	2.5	2.7	2.8	3	3.2	3.4	4
1.8	2.1	2.3	2.5	2.7	2.8	3	3.2	3.5	4.1
1.8	2.1	2.3	2.5	2.7	2.9	3	3.2	3.5	4.2
1.8	2.1	2.3	2.5	2.7	2.9	3.1	3.3	3.5	4.2
1.9	2.1	2.3	2.5	2.7	2.9	3.1	3.3	3.6	4.7

الجدول: من اعداد الباحث

يرجع سبب اختيار الباحث لحجم العينة (100) استناداً الى الدراسات السابقة التي تعد حجم العينة (100) من احوام العينة الكبيرة، وظناً منه ان حجم العينة هذا سيكون ملائم للتطبيق والتوزيع المقترح.

والجدول الآتي (3-16) يمثل قيم المؤشرات الإحصائية المتحصل عليها بالاستعانة ببرنامج

جدول رقم (3-16)

(Mathmatica)

Index	Value
Mean	2.748
Variance	0.426696
Skewness	0.241546
Kurtosis	2.6079
Median	2.7
Standard Deviation	0.65322

3-3-3- اختبار حسن المطابقة [25] (Goodness of fit)

يساعدنا هذا الاختبار وكما تطرقنا له بشكل مفصل ضمن الفصل الثاني لمعرفة هل ان البيانات في الجدول (3-16) تتوزع بحسب التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) من عدمه وبحسب الفرضية الآتية:-

H_0 : The data have a (TLG-RR) distribution

H_1 : The data does not have a (TLG-RR) distribution

وان الفرضية أنفأ يتم اختبارها وفق الاختبارات الإحصائية الخاصة باختبار حسن المطابقة والتي تم التطرق إليها بشكل مفصل في الفصل الثاني من الرسالة ضمن الجانب النظري.

الجدول (3-17) يبين قيم إحصاءات الاختبار ونتائج اختبار حسن المطابقة والتي تم الحصول عليها من نتائج المحاكاة.

جدول (3-17)

distributions	Parameters			P-Values		
	α	β	θ	Chi-square Test	Anderson Darling Test	CramerVon Misses Test
TL G-RR	1.68	1.54	1.366	0.729992	0.953842	0.978141
R-Rayleigh	-	1.437	1.511	0.380777	0.449279	0.58389

الجدول: من اعداد الباحث

نلاحظ من الجدول (3-17) ما يلي:

1- ان قيم المعلمات المقدرة الناتجة من تطبيق البيانات الحقيقية لعينة الرسالة متوافقة مع القيم المفترضة للمعلمات والموضحة في تجربة المحاكاة ضمن الجانب التجريبي.

2- ان قيمة (P-Value) في الاختبارات الثلاثة المستعملة في التوزيع المقترح (TLG-RR) هي اكبر من مستوى المعنوية (0.05)، عليه يكون القرار الاحصائي هو اننا لا نرفض فرضية العدم القائلة بان البيانات تتوزع وفقاً للتوزيع الاحتمالي (TLG-RR)، معنى ذلك ان البيانات فعلاً تتبع في توزيعها وفقاً للتوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR).

3- ان قيمة (P-Value) المناظرة للتوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) وللاختبارات الثلاث اكبر من قيمة (P-Value) المناظرة لها في توزيع (Rayleigh Rayleigh)، عليه فان هذا يدل على ان التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) أكثر مطابقة من التوزيع الأصلي (Rayleigh Rayleigh) للبيانات الحقيقية الخاصة بأجهزة الطابعة موضوع الرسالة، علماً ان هذه النتائج من اختبارات حسن المطابقة تم الحصول عليها بالاستعانة ببرنامج (Mathematica 12.2)

4-3-3-3 معايير اختيار افضل توزيع [43]

Criteria for selection of the best

وهي المعايير الإحصائية التي تستعمل في اختيار افضل توزيع احتمالي من بين عدة توزيعات، وتم استعمال المعيارين الآتيين لبيان افضلية التوزيع المقترح توزيع (TLG-RR) مقارنة بتوزيع (Rayleigh Rayleigh)، وتم استخلاص النتائج بواسطة برنامج (Wolfram Mathematica 12.2) المبين في الملاحق.

3-3-4-1- معيار معلومات اكاكي

Akaike Information Criteria AIC

يستعمل هذا المعيار لتبيان افضلية توزيع من بين مجموعة توزيعات تطبق على عينة من البيانات، وذلك من امتلاك هذا التوزيع اقل قيمة للمعيار مقارنة بالتوزيعات الأخرى ويكون هو الافضل في تمثيل تلك البيانات وصيغته تعطى بالشكل الآتي:-

$$AIC = -2\log(L) + 2k \quad \dots (81)$$

اذ ان : L : تمثل قيمة دالة الامكان الاعظم.

K : تمثل عدد معلمات التوزيع.

3-3-4-2- معيار معلومات اكاكي المصحح

Akaike Information Correct AICc

يستعمل هذا المعيار في اختيار افضل توزيع من بين مجموعة من التوزيعات، وذلك بالتحقق من امتلاك هذا التوزيع اقل قيمة للمعيار (AICc)، و يكون هذا التوزيع هو الافضل ويحسب وفق الصيغة الآتية:-

$$AICc = AIC + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \quad \dots (82)$$

اذ ان : k : تمثل عدد معالم الأنموذج.

n : تمثل حجم العينة.

الجدول (3-25) يمثل قيم معايير حسن المطابقة بالنسبة للتوزيعين توزيع امتداد رايلي (Rayleigh Rayleigh)، والتوزيع المقترح (TL G-RR)

جدول (3-18)

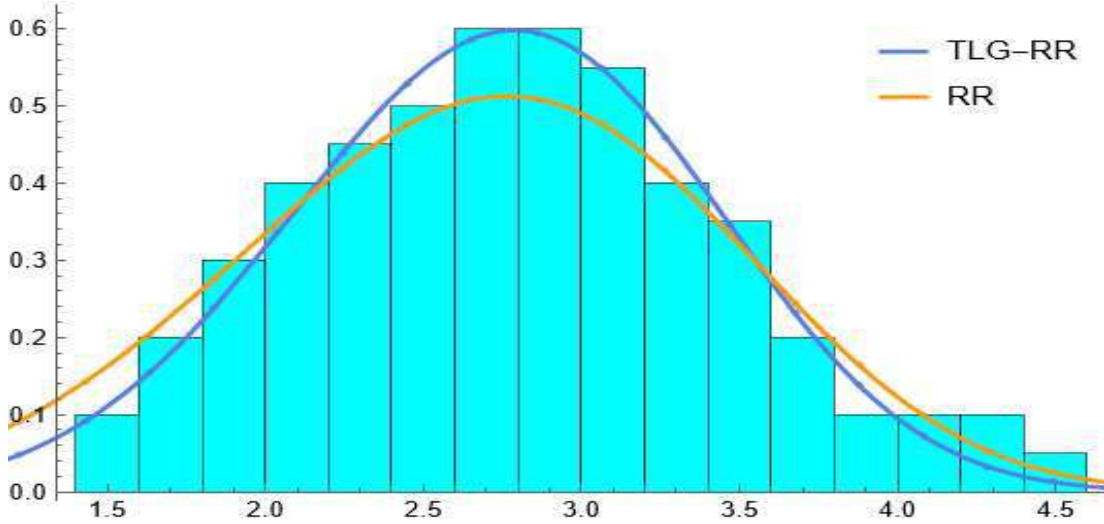
distribution	Parameter estimation			AIC	AICc	BIC
	α	β	θ			
TL G-RR	1.68	1.54	1.336	205.313	205.563	213.128
Rayleigh Rayleigh	1.51096	1.4367	-	208.003	208.127	213.214

الجدول: من اعداد الباحث

نلاحظ من الجدول (3-18) اعلاه ان التوزيع المقترح (TLG-RR)، يمتلك اقل قيمة بالنسبة لمعايير الاختبار (AIC, AICc, BIC) من التوزيع الأصلي (Rayleigh Rayleigh)، وبذلك يعد التوزيع المقترح (TLG-RR)، هو التوزيع الافضل في تمثيل البيانات الحقيقية الخاصة بعينة الرسالة.

والاشكال الآتية (3-9)، (3-10)، (3-11)، تبين مدى ملائمة التوزيع المقترح (TLG-RR)، مقارنة بتوزيع (Rayleigh Rayleigh).

الشكل (3-9) يوضح ملائمة التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) للبيانات الحقيقية مقارنة بتوزيع رايلي رايلي (Rayleigh Rayleigh).

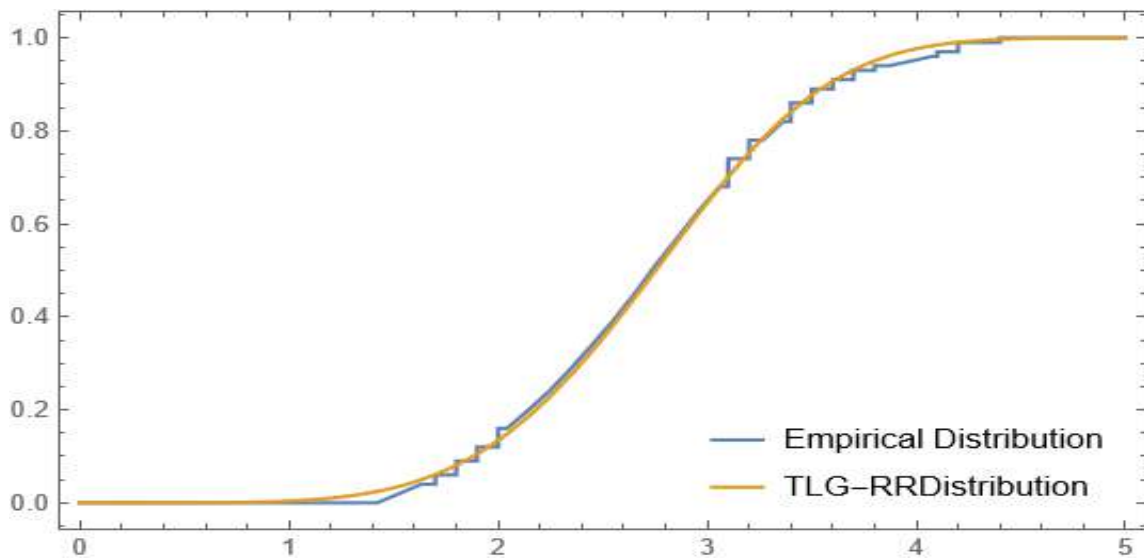


الشكل (3-9)

الشكل من اعداد الباحث

نلاحظ من الشكل (3-9) ان منحنى الدالة للتوزيع (TLG-RR)، قد غطى جميع المدرج التكراري للبيانات على عكس منحنى دالة توزيع (Rayleigh Rayleigh)، اذ انه لم يغطي جميع المدرج التكراري للبيانات وهذا يوضح أفضلية التوزيع الجديد (TLG-RR) في تمثيل بيانات الرسالة الحقيقية.

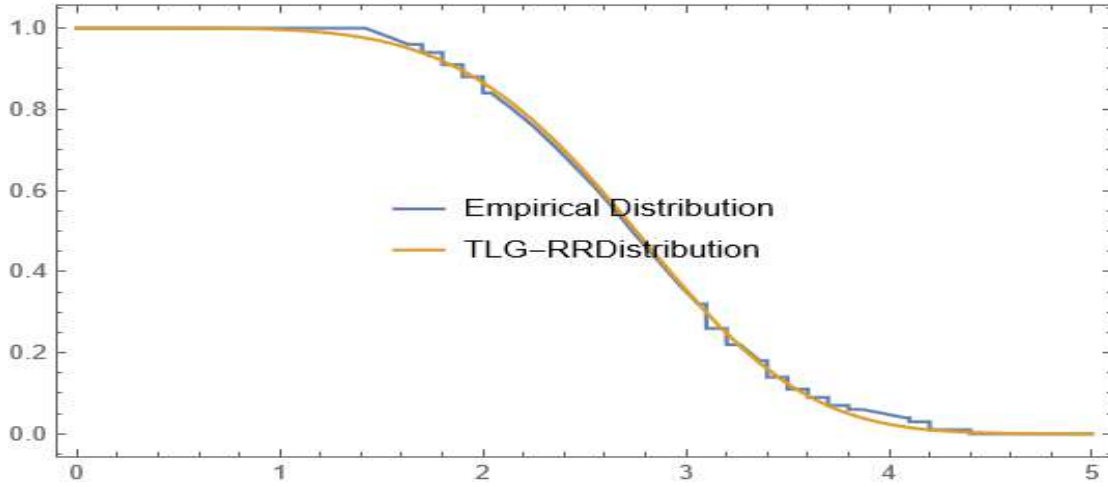
الشكل (3-10) يوضح سلوك دالة التوزيع التجميعية cdf للتوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) مقارنة دالة التوزيع التجميعية للتوزيع التجريبي (Empirical Distribution)



الشكل (3-10)

الشكل من اعداد الباحث

الشكل (3-11) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية $R(x)$ للتوزيع المقترح (TLG-RR) مقارنة مع دالتي التوزيع التجريبي (Empirical Distribution)



الشكل (3-11)

الشكل من اعداد الباحث

5-3-3- تقدير دالة المعولية (Reliability) للبيانات الحقيقية

يتضح من القسم التجريبي ان طريقة التقليل المختلطة (shrinkage) هي الطريقة الفضلى في تقدير دالة المعولية لتوزيع (TLG-RR)، والتي تم استعمالها في تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية، اذ تم الحصول على قيم مقدرات دالة المعولية للبيانات كما في الجدول الآتي:-

الجدول (3-19)

يمثل قيم مقدرات دالة المعولية والدالة التوزيعية ودالة المخاطرة للبيانات الحقيقية

i	x_i	$\hat{F}(x)$	$\hat{R}(x)$	$\hat{h}(x)$
1	1.5	0.031345	0.968655	0.113191
2	1.5	0.031345	0.968655	0.113191
3	1.6	0.043881	0.956119	0.148656
4	1.6	0.043881	0.956119	0.148656
5	1.7	0.059933	0.940067	0.191466
6	1.7	0.059933	0.940067	0.191466
7	1.8	0.080026	0.919974	0.242334
8	1.8	0.080026	0.919974	0.242334
9	1.8	0.080026	0.919974	0.242334
10	1.9	0.104640	0.895360	0.301926
11	1.9	0.104640	0.895360	0.301926
12	1.9	0.104640	0.895360	0.301926

13	2	0.130000	0.870000	0.370000
14	2	0.130000	0.870000	0.370000
15	2	0.130000	0.870000	0.370000
16	2	0.130000	0.870000	0.370000
17	2.1	0.168877	0.831123	0.449649
18	2.1	0.168877	0.831123	0.449649
19	2.1	0.168877	0.831123	0.449649
20	2.1	0.168877	0.831123	0.449649
21	2.2	0.208859	0.791141	0.538798
22	2.2	0.208859	0.791141	0.538798
23	2.2	0.208859	0.791141	0.538798
24	2.2	0.208859	0.791141	0.538798
25	2.6	0.415498	0.584502	1.006030
26	2.3	0.253995	0.746005	0.638702
27	2.3	0.253995	0.746005	0.638702
28	2.3	0.253995	0.746005	0.638702
29	2.3	0.253995	0.746005	0.638702
30	2.3	0.253995	0.746005	0.638702
31	2.4	0.303929	0.696071	0.749702
32	2.4	0.303929	0.696071	0.749702
33	2.4	0.303929	0.696071	0.749702
34	2.4	0.303929	0.696071	0.749702
35	2.4	0.303929	0.696071	0.749702
36	2.5	0.358050	0.641950	0.872071
37	2.5	0.358050	0.641950	0.872071
38	2.5	0.358050	0.641950	0.872071
39	2.5	0.358050	0.641950	0.872071
40	2.5	0.358050	0.641950	0.872071
41	2.6	0.415498	0.584502	1.006030
42	2.6	0.415498	0.584502	1.006030
43	2.6	0.415498	0.584502	1.006030
44	2.6	0.415498	0.584502	1.006030
45	2.6	0.415498	0.584502	1.006030
46	2.7	0.475191	0.524809	1.151730
47	2.7	0.475191	0.524809	1.151730
48	2.7	0.475191	0.524809	1.151730
49	2.7	0.475191	0.524809	1.151730
50	2.7	0.475191	0.524809	1.151730
51	2.7	0.475191	0.524809	1.151730

52	2.8	0.535876	0.464124	1.309290
53	2.8	0.535876	0.464124	1.309290
54	2.8	0.535876	0.464124	1.309290
55	2.8	0.535876	0.464124	1.309290
56	2.8	0.535876	0.464124	1.309290
57	2.8	0.535876	0.464124	1.309290
58	2.9	0.596201	0.403799	1.478790
59	2.9	0.596201	0.403799	1.478790
60	2.9	0.596201	0.403799	1.478790
61	2.9	0.596201	0.403799	1.478790
62	2.9	0.596201	0.403799	1.478790
63	2.9	0.596201	0.403799	1.478790
64	3	0.650000	0.350000	1.700000
65	3	0.650000	0.350000	1.700000
66	3	0.650000	0.350000	1.700000
67	3	0.650000	0.350000	1.700000
68	3	0.650000	0.350000	1.700000
69	3.1	0.710366	0.289634	1.853660
70	3.1	0.710366	0.289634	1.853660
71	3.1	0.710366	0.289634	1.853660
72	3.1	0.710366	0.289634	1.853660
73	3.1	0.710366	0.289634	1.853660
74	3.1	0.710366	0.289634	1.853660
75	3.2	0.761790	0.238210	2.059000
76	3.2	0.761790	0.238210	2.059000
77	3.2	0.761790	0.238210	2.059000
78	3.2	0.761790	0.238210	2.059000
79	3.3	0.808181	0.191819	2.276190
80	3.3	0.808181	0.191819	2.276190
81	3.3	0.808181	0.191819	2.276190
82	3.3	0.808181	0.191819	2.276190
83	3.4	0.848947	0.151053	2.505100
84	3.4	0.848947	0.151053	2.505100
85	3.4	0.848947	0.151053	2.505100
86	3.4	0.848947	0.151053	2.505100
87	3.5	0.883810	0.116190	2.745490
88	3.5	0.883810	0.116190	2.745490
89	3.5	0.883810	0.116190	2.745490
90	3.6	0.912800	0.087201	2.996930

91	3.6	0.912800	0.087201	2.996930
92	3.7	0.936217	0.063783	3.258650
93	3.7	0.936217	0.063783	3.258650
94	3.8	0.954573	0.045427	3.529200
95	3.9	0.968522	0.031478	3.805880
96	4	0.980000	0.020000	4.000000
97	4.1	0.986092	0.013908	4.352950
98	4.2	0.991115	0.008885	4.596230
99	4.2	0.991115	0.008885	4.596230
100	4.4	0.996575	0.003425	4.852250
Sum	274.8	49.9770494	50.0229503	146.414099
Mean	2.748	0.497107	0.502893	1.46414099

الجدول: من اعداد الباحث

نلاحظ من الجدول أعلاه ما يلي:-

- 1- ان قيمة دالة المعولية $R(xi)$ تكون كبيرة عندما تكون قيمة الزمن (x) أصغر وتقل عندما تكون قيمة الزمن (x) أكبر، وهذا يتماشى مع النظرية الإحصائية القائلة (أن دالة المعولية دالة متناقصة مع الزمن (x))، وهذا يتوافق بشكل كبير مع السلوك الاحصائي للدالة، وان متوسط قيمها يبلغ (0.502893) اي اننا نعول على أجهزة الطابعة بنسبة (0.502893) لكل سنة .
 - 2- قيمة دالة التوزيع التجميعية $F(x)$ للعطل تكون متزايدة مع ازدياد الزمن (t) ، وتتناقص من تناقص الزمن (t) وهذا يتوافق مع السلوك الاحصائي لهذه الدالة وان متوسط قيمها يبلغ (0.497107) اي اننا لا نعول على نفس أجهزة الطابعة بنسبة (0.497107) لكل سنة تقريبا .
 - 3- ان دالة المخاطرة $h(x)$ هي دالة متزايدة مع الزمن، اذ انه كلما زادت مدة عمل الجهاز كلما زاد احتمال المخاطرة، وهذا يتناسب مع خصائص هذه الدالة.
 - 4- عندما نقوم بجمع قيم دالة المعولية ودالة ال cdf نحصل على نتيجة الواحد الصحيح وهو الحد الأعلى للاحتمال اي ان أحدهما متمم للآخر.
 - 5- ان متوسط اوقات الاشتغال لحين العطل يبلغ (2.748) سنة، أي ان جهاز الطابعة اقصى طاقته للعمل حتى يعطل هي سنتان وسبعة أشهر تقريباً وهو وقت جيد نوعاً ما لعمل الجهاز .
- وبما ان قيمة دالة المعولية $R(ti)$ أكبر من قيمة دالة التوزيع التراكمية، أي ان احتمالية ان نعول على أجهزة الطابعة أكبر من احتمال ان لا نعول على أجهزة الطابعة، وبما ان متوسط اوقات الاشتغال هي (2.748) سنة وهو وقت جيد نوعاً ما لعمل أي جهاز معين دون توقف او عطل، عليه نستطيع القول انه يمكننا ان نعول على أجهزة الطابعة للعمل في دائرة البطاقة الوطنية في كربلاء المقدسة.

الفصل الرابع

الاستنتاجات

و

التوصيات

4- الاستنتاجات والتوصيات

سنقوم بهذا الفصل باستعراض أبرز الاستنتاجات توصل اليها الباحث والتوصيات التي يوصي بها:

4-1-1- الاستنتاجات

1- يستنتج من الجانب التجريبي وعن طريق المقارنة بقيم المعيارين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) بالنسبة لتقدير المعلمات ومقدرات دالة المعولية ما يلي:

- ان طريقة التقليل المختلطة (shrinkage) حصلت على المرتبة الاولى في الافضلية عند حساب قيم مقدرات المعلمات ودالة المعولية عند جميع احجام العينات المفترضة (25,50,100,200) ولجميع النماذج المفترضة بالمجمل.
- ان طريقة الامكان الاعظم (MIE) جاءت في المرتبة الثانية في عدد مرات الافضلية عند حساب قيم مقدرات المعلمات ودالة المعولية عند احجام العينات المفترضة (25,50,100,200) ولجميع النماذج المفترضة بالمجمل.
- اخيراً جاءت طريقة (WLS) وطريقة (OLS) في المرتبة الثالثة والرابعة على التوالي في الأفضلية عند احجام العينات المفترضة (25,50,100,200) ولجميع النماذج المفترضة بالمجمل.

2- كلما كان حجم العينة كبيراً اقتربت القيم المقدرة لدالة المعولية من القيم دالة المعولية التجريبية بالنسبة لجميع طرائق التقدير المستعملة في عمليات التقدير، وهذا يتطابق مع النظرية الإحصائية، اي انه كلما ازداد حجم العينة قل حجم متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل تجربة من المحاكاة.

3- أفضل نموذج مفترض المحاكاة هو الانموذج السادس وذلك الاعتماد على قيم المعيار (mse)

4- أفضل حجم عينة يلائم للتطبيق هو الحجم (100) فأكثر، أي ان التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) يكون فعال في حجوم العينة الكبيرة ولا يكون فعال في الحجوم الصغيرة.

5- عند التغيير في قيم المعلمات المفترضة للنماذج الثمان فان طرائق التقدير تتأثر بهذا التغيير من حيث الافضلية من انموذج لآخر ولا تبقى ثابتة.

6- ان قيم دالة المعولية متناقصة مع الزمن أي تناسبها عكسياً مع الزمن، وقيم دالة الكثافة التجميعية تقع بين الصفر والواحد الصحيح، وهي في تزايد وتناسب طرديا مع الزمن.

7- اثبتت الرسالة من خلال نتائج الاختبار التي حصلت عليها ان التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR)، هو التوزيع الافضل في تمثيل البيات الحقيقية مقارنة مع توزيع (Rayleigh)، وذلك بالاعتماد على المعياريين الاحصائيين (AIC,AICc).

2-4-التوصيات

ان أبرز التوصيات التي يوص بها الباحث يمكن اجمالها بالنقاط الآتية:

- 1- اوصي الباحثين تطبيق التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR)، في جوانب ومجالات علمية وعملية مثل الجانب الطبي والجانب الهندسي وغيرها، وكذلك إمكانية تطبيقه في الدراسات والبحوث العلمية التي تهتم بتقدير دوال الحياة والمعولية وحساب اعمار الاجهزة.
- 2- اوصي الباحثين استعمال طريقة التقليل المختلطة (shrinkage)، لتقدير المعلمات ودالة المعولية كونها الطريقة الفضلى في عملية التقدير لأي حجم عينة.
- 3- اوصي الباحثين التعمق بتعميم وتمديد التوزيعات الإحصائية الأحادية او المفردة او المركبة كتوزيع (odd chen- Fréchet) وتوزيع (kappa) وتوزيع (Exponentiated kappa) وتوزيع (inverted gamm)، وذلك باستعمال قاعدة (Topp Leone G-family)، اذ اثبتت هذه الطريقة ان التوزيعات الاحتمالية الناتجة عنها تمتاز بدرجة عالية من المرونة والليونة في تمثيل ووصف البيانات الحقيقية الخاصة بالأجهزة والمكائن.
- 4- بإمكان الجهات الحكومية وغير الحكومية والتي تعتمد بعملها على الأجهزة والمكائن ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الرسالة، للاستفادة منها في مجال المعولية وصيانة الاجهزة وحساب عمرها التشغيلي واختبار كفاءة الشركات المصنعة للأجهزة وغيرها من المجالات.
- 5- استعمال طرائق تقدير اخرى لتقدير معلمات ودالة المعولية كطريقة أقصر مسافة للتقدير والطرائق البيزية ومقارنتها مع طرائق التقدير التي اعتمدت في هذه الرسالة.
- 6- اوصي الباحثين استعمال احجام عينات كبيرة (100,200,300,..) لتحليل دوال البقاء على قيد الحياة ودوال المعولية عند تطبيق التوزيع الاحتمالي المقترح (TLG-RR) كونه اثبتت فعالية عالية في حجوم العينة الكبيرة.

المصادر

المصادر:

المصادر العربية:

القرآن الكريم

- 1- أبو عمه، عبد الرحمن محمد، هندي، محمود إبراهيم، "الإحصاء التطبيقي" الرياض، العبيكان للطباعة والنشر، 2007، ص: 118.
- 2- خميس، احمد جاسم، (2016) "مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية لتوزيع رايلي الاسي، باستعمال المحاكاة" مجلة كلية التربية، الإصدار: (5)، الصفحة: (289-318).
- 3- علي، بشار خالد، (2018) "اختيار افضل تقدير للمعولية الضبابية لتوزيع فريجت"، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.
- 4- كاظم، اسامة عبد العزيز (2018) "تقدير الدالة المعولية لبيانات مراقبة تخضع لتوزيع ويبيل" رسالة ماجستير في علوم الاحصاء، جامعة كربلاء، كلية الادارة والاقتصاد، قسم الإحصاء.
- 5- ماجد، شهد شوكت، "مقارنة بعض طرائق تقدير معولية توزيع فريجت باستعمال معاينة المجموعات المرتبة (مع تطبيق عملي)"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
- 6- مسلم باسم شليبية، كاظم اموري هادي، "القياس الاقتصادي المتقدم، النظرية والتطبيق" العراق، جامعة بغداد، مطبعة الطيف، 2002، ص: 107.
- 7- نصر الله، مهدي وهاب" بناء توزيع احتمالي اس-باريتو الموزون مع تطبيق عملي" أطروحة دكتوراه في علم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد، 2015.
- 8- نعيم، حيدر رسول، "تقدير دالة معولية توزيع (Topp-Leone) مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير، جامعة كربلاء، كلية الإدارة والاقتصاد، 2021.
- 9- هرمز، امير حنا، "الإحصاء الرياضي" دار الكتب للطباعة والنشر، 1990 ص: 134-137.

المصادر الإنكليزية:

- 10- Abushal, T. A., Hassan, A. S., El-Saeed, A. R., & Nassr, S. G. (2021) . ***Power inverted Topp–Leone distribution in acceptance sampling plans***. *Comput. Mater. Contin*, 67, 991-1011.
- 11- Aldahlan, M. A. (2019). ***Classical and Bayesian Estimation for Topp leone Inverse Rayleigh Distribution***. *Pure Mathematical Sciences*, 8(1), 1-10.
- 12- Al-Hussaini, E. K., & Ahsanullah, M. (2015). ***Exponentiated distributions***. *Atlantis Studies in Probability and Statistics*, 21.
- 13- Al-Noor, N. H., & Assi, N. K. (2020, July). ***Rayleigh-Rayleigh distribution: properties and applications***. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1591, No. 1, p. 012038). IOP Publishing.
- 14- Al-obedy, J. A. N. (2019). ***Comparison of Bayes' Estimators for the Pareto Type-I Reliability Function Under Different Double Informative Priors Functions***. *journal of Economics And Administrative Sciences*, 25(113).
- 15- Al-Shomrani, A., Arif, O., Shawky, A., Hanif, S., & Shahbaz, M. Q. (2016). ***Topp–Leone family of distributions: some properties and application***. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 443-451.
- 16- Al-Zahrani, B. (2012). ***Goodness-of-fit for the Topp-Leone distribution with unknown parameters***. *Applied Mathematical Sciences*, 6(128), 6355-6363.
- 17- Aryal, G. R., Ortega, E. M., Hamedani, G. G., & Yousof, H. M. (2017). ***The Topp-Leone generated Weibull distribution: regression***

- model, characterizations and applications. International Journal of Statistics and Probability, 6(1), 126-141.*
- 18- Ateeq, K., Qasim, T. B., & Alvi, A. R. (2019). **An extension of Rayleigh distribution and applications.** *Cogent Mathematics & Statistics, 6(1), 1622191.*
- 19- Birolini Dr. Alessandro "**Reliability Engineering ,Theory and Practice** "the Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich,Italy, 2017,p:2.
- 20- Yousof, H. M., & Korkmaz, M. Ç. (2017). **Topp-leone Nadarajah-haghighi distribution.** *İstatistikçiler Dergisi: İstatistik ve Aktüerya, 10(2), 119-127.*
- 21- Cheng, C. H. (1996). **Fuzzy repairable reliability based on fuzzy GERT.** *Microelectronics Reliability, 36(10), 1557-1563.*
- 22- Davis, D. J. F. (1952). **An analysis of some failure data.** *Journal of the American Statistical Association, 47(258), 113-150.*
- 23- Dey, S., Dey, T., & Kundu, D. (2014). **Two-parameter Rayleigh distribution: different methods of estimation.** *American Journal of Mathematical and Management Sciences, 33(1), 55-74.*
- 24- DOSSOU, F., HONORE, H., & LARDIC, S. "**Skewness et kurtosis des prévisions de bénéfice: impact sur les rendements.** "2017.p:15.
- 25- Famoye, F. (2000). **Goodness-of-fit tests for generalized logarithmic series distribution.** *Computational statistics & data analysis, 33(1), 59-67.*
- 26- Ghitany, M. E., Kotz, S., & Xie, M. (2005). **On some reliability measures and their stochastic orderings for the Topp–Leone distribution.** *Journal of Applied Statistics, 32(7), 715-722.*

- 27- Gupta, R. D., & Kundu, D. (2001). **Generalized exponential distribution: different method of estimations.** *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 69(4), 315-337.
- 28- Hassan, A. S., Elgarhy, M., & Ragab, R. (2020). **Statistical properties and estimation of inverted Topp-Leone distribution.** *J. Stat. Appl. Probab*, 9(2), 319-331.
- 29- Hendry, D. F., & Nielsen, B. (2007). **Econometric modeling: a likelihood approach.** Princeton University Press.
- 30- Hussein, L. K., Hussein, I. H., & Rasheed, H. A. (2021). **An Estimation of Survival and Hazard Rate Functions of Exponential Rayleigh Distribution.** *Ibn AL-Haitham Journal For Pure and Applied Sciences*, 34(4), 93-107.
- 31- Jamal, F., Reyad, H. M., Nasir, M. A., Chesneau, C., Shah, M. A. A., & Ahmed, S. O. (2019). **Topp-Leone Weibull-Lomax distribution: properties, regression model and applications.**
- 32- Kao, John HK. **"A graphical estimation of mixed Weibull parameters in life-testing of electron tubes."** *Technometrics* 1, no. 4 (1959): 389-407.
- 33- Karim, R., Hossain, P., Begum, S., & Hossain, F. (2011). **Rayleigh mixture distribution.** *Journal of Applied Mathematics*.
- 34- Kim, C., & Han, K. (2009). **Estimation of the scale parameter of the Rayleigh distribution with multiply type-II censored sample.** *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 79(8), 965-976.
- 35- Kleiber, C., & Kotz, S. (2003). **Statistical size distributions in economics and actuarial sciences.** John Wiley & Sons.

- 36- Kotz, S., & Seier, E. (2007). ***Kurtosis of the Topp-Leone distributions***. *Interstate*, 1, 1-15.
- 37- Kotz, S., Balakrishnan, N., & Johnson, N. L. (2004). ***Continuous multivariate distributions, Volume 1: Models and applications (Vol. 1)***. John Wiley & Sons.
- 38- Lee, C., Famoye, F., & Alzaatreh, A. Y. (2013). ***Methods for generating families of univariate continuous distributions in the recent decades***. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 5(3), 219-238.
- 39- Reed, G. F., Lynn, F., & Meade, B. D. (2002). ***Use of coefficient of variation in assessing variability of quantitative assays***. *Clinical and Vaccine Immunology*, 9(6), 1235-1239.
- 40- Lehmann, E. L., & Casella, G. (2006). ***Theory of point estimation***. Springer Science & Business Media.
- 41- Merovci, F. (2013). "***Transmuted rayleigh distribution***". *Austrian Journal of statistics*", 42(1), 21-31.
- 42- MirMostafaei, S. M. T. K. (2014). ***On the moments of order statistics coming from the Topp–Leone distribution***. *Statistics & Probability Letters*, 95, 85-91.
- 43- Muntadher J. M. Mushtaq K. (2021). "***Cubic Transformation Burr XII Distribution with Practical Application***". Karbala University, P:43.
- 44- Nadarajah, S., & Kotz, S. (2003). ***Moments of some J-shaped distributions***. *Journal of Applied Statistics*, 30(3), 311-317.
- 45- Nanthaprut, P., Patummasut, M., & Bodhisuwan, W. (2018). ***Topp-Leone generalized Rayleigh distribution and its applications***. *Songklanakarin Journal of Science & Technology*, 40(5).

-
- 46- Neamah, M. W., & Ali, B. K. (2020). **Fuzzy reliability estimation for Frechet distribution by using simulation**. *Periodicals of Engineering and Natural Sciences*, 8(2), 632-646.
- 47- Pandey, M., & Upadhyay, S. K. (1985). **Bayes shrinkage estimators of Weibull parameters**. *IEEE transactions on reliability*, 34(5), 491-494.
- 48- Pourdarvish, A., Mirmostafae, S. M. T. K., & Naderi, K. (2015). **The exponentiated Topp-Leone distribution: Properties and application**. *Journal of Applied Environmental and Biological Sciences*, 5(7), 251-6.
- 49- Rasheed, N. (2019). Topp–Leone compound Rayleigh distribution: properties and applications. *Research Journal of Mathematical and Statistical Sciences*, 7(3), 51-58.
- 50- Rezaei, S., Sadr, B. B., Alizadeh, M., & Nadarajah, S. (2017). **Topp–Leone generated family of distributions: Properties and applications**. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 46(6), 2893-2909.
- 51- Rossi, R. J. (2018). **Mathematical statistics: an introduction to likelihood based inference**. John Wiley & Sons.
- 52- Sangsanit, Y., & Bodhisuwan, W. (2016). **The Topp-Leone generator of distributions: properties and inferences**. *Songklanakarin Journal of Science & Technology*, 38(5).
- 53- Seo, J. I., Jeon, J. W., & Kang, S. B. (2016). **Exact interval inference for the two-parameter Rayleigh distribution based on the upper record values**. *Journal of Probability and Statistics*, 2016.

الملاحق

الملاحق

الجدول (3-20)

يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الاول وبحسب حجوم العينات المفترضة

N	Estimate Parameter	Method			
		MLE	OLS	WLS	SHR
25	parameters α	1.53361	1.560924119	1.554138664	1.53803
	MSE	0.00390936 ₂	0.0128493 ₄	0.00881628 ₃	0.00144664 ₁
	parameters β	1.46008	1.491366506	1.486706027	1.47021
	MSE	0.00938377 ₂	0.010992 ₄	0.0103148 ₃	0.000887342 ₁
	parameters θ	1.69141	1.477492606	1.505140179	1.50419
	MSE	0.393692 ₄	0.307571 ₃	0.292459 ₂	1.75279E-05 ₁
	$\Sigma Ranks$	8 _{2.5}	11 ₃	8 _{2.5}	3 ₁
50	parameters α	1.53166	1.540939909	1.532872901	1.53175
	MSE	0.00214869 ₂	0.0052939 ₄	0.00303386 ₃	0.0010079 ₁
	parameters β	1.49329	1.513424918	1.51033542	1.49314
	MSE	0.00386562 ₃	0.00568074 ₄	0.0033132 ₂	4.70579E-05 ₁
	parameters θ	1.55409	1.455133573	1.470468903	1.55493
	MSE	0.1334 ₃	0.141338 ₄	0.113579 ₂	0.00301739 ₁
	$\Sigma Ranks$	8 ₃	12 ₄	7 ₂	3 ₁
100	parameters α	1.52018	1.520435771	1.516280587	1.51837
	MSE	0.00114719 ₂	0.0020337 ₄	0.00125787 ₃	0.000337536 ₁
	parameters β	1.49411	1.503148633	1.50010175	1.49502
	MSE	0.00205129 ₂	0.00339126 ₄	0.0025562 ₃	2.47874E-05 ₁
	parameters θ	1.51324	1.484623472	1.499772881	1.51361
	MSE	0.0362531 ₂	0.0691369 ₄	0.0513805 ₃	0.000185298 ₁
	$\Sigma Ranks$	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁
200	parameters α	1.51359	1.512262388	1.508556654	1.51134
	MSE	0.000590524 ₂	0.000927211 ₄	0.000663044 ₃	0.000128576 ₁
	parameters β	1.49376	1.499378401	1.49874945	1.49368
	MSE	0.000909977 ₂	0.00151822 ₄	0.00117144 ₃	3.99475E-05 ₁
	parameters θ	1.50264	1.484198287	1.493620111	1.50457
	MSE	0.0174162 ₂	0.0265287 ₄	0.0211221 ₃	2.08904E-05 ₁
	$\Sigma Ranks$	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁
	$\Sigma\Sigma Ranks$	28 ₂	47 ₄	33 ₃	12 ₁

الملاحق

الجدول (3-21)

يبين القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير
للأنموذج الثاني وبحسب حجوم العينات المفترضة

n	Estimate Parameter	Methods			
		MLE	OLS	WLS	SH
25	parameters α	1.52815	1.553391899	1.553046361	1.5297
	MSE	0.00269797 ₂	0.00531089 ₃	0.0087431 ₄	0.000881962 ₁
	parameters β	1.47572	1.503386148	1.491932483	1.47563
	MSE	0.00654099 ₃	0.00819908 ₄	0.00486775 ₂	0.000594007 ₁
	parameters θ	3.40782	2.964571782	3.059045005	3.40971
	MSE	1.63816 ₃	1.8285631 ₄	1.526710288 ₂	0.167862 ₁
	$\sum Ranks$	8_{2.5}	11₄	8_{2.5}	3₁
50	parameters α	1.52371	1.530106638	1.5251949	1.5244
	MSE	0.00189951 ₂	0.00258717 ₄	0.00203603 ₃	0.000595599 ₁
	parameters β	1.48384	1.495087442	1.49300555	1.48792
	MSE	0.00356776 ₂	0.00431666 ₄	0.00369721 ₃	0.000146007 ₁
	parameters θ	3.212	3.030714662	3.066392605	3.12174
	MSE	0.648422 ₃	0.753739714 ₄	0.600344032 ₂	0.0148206 ₁
	$\sum Ranks$	7₂	12₄	8₃	3₁
100	parameters α	1.51787	1.520681873	1.517326046	1.51762
	MSE	0.000895929 ₂	0.00112454 ₄	0.000979998 ₃	0.000310354 ₁
	parameters β	1.48998	1.49600006	1.495147854	1.4916
	MSE	0.00176575 ₂	0.00219884 ₄	0.00190307 ₃	7.06153E-05 ₁
	parameters θ	3.04823	2.984074553	2.992198386	3.03857
	MSE	0.220921 ₂	0.345222024 ₄	0.2536877 ₃	0.00148731 ₁
	$\sum Ranks$	6₂	12₄	9₃	3₁
200	parameters α	1.50864	1.506007423	1.506664085	1.50763
	MSE	0.000441169 ₄	0.000417975 ₂	0.000436544 ₃	5.82772E-05 ₁
	parameters β	1.49122	1.49493552	1.493389341	1.49221
	MSE	0.000832914 ₂	0.000859592 ₄	0.000853198 ₃	6.07252E-05 ₁
	parameters θ	3.09445	3.06998449	3.080032332	3.08848
	MSE	0.135845 ₂	0.158273325 ₄	0.140569298 ₃	0.00782879 ₁
	$\sum Ranks$	8₂	10₄	9₃	3₁
	$\sum \sum Ranks$	29₂	45₄	34₃	12₁

الملاحق

الجدول (3-22)

يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثالث وبحسب حجوم العينات

n	Estimate Parameter	Methods			
		MLE	OLS	WLS	SH
25	parameters α	1.43712	1.476824364	1.468258037	1.44553
	MSE	0.0214764 ₂	0.0272385 ₃	0.027535 ₄	0.00296725 ₁
	parameters β	4.05878	4.137527515	4.118135392	4.07349
	MSE	0.0217914 ₂	0.043955902 ₄	0.038257254 ₃	0.00540034 ₁
	parameters θ	1.73388	1.542933129	1.57402639	1.65513
	MSE	0.406947 ₂	0.473936 ₄	0.410532 ₃	0.0240656 ₁
	$\sum Ranks$	6₂	11₄	10₃	3₁
50	parameters α	1.46569	1.509984809	1.498444808	1.47631
	MSE	0.018577 ₂	0.0240864 ₄	0.0217439 ₃	0.000560984 ₁
	parameters β	4.0732	4.076881152	4.071822336	4.07264
	MSE	0.0150742 ₂	0.022922793 ₄	0.019641628 ₃	0.00527702 ₁
	parameters θ	1.55516	1.464594538	1.480708147	1.48074
	MSE	0.152563 ₂	0.22897 ₄	0.156143 ₃	0.000371125 ₁
	$\sum Ranks$	6₂	12₄	9₃	3₁
100	parameters α	1.47008	1.482069722	1.478118538	1.47002
	MSE	0.00696693 ₂	0.0135087 ₃	0.0137405 ₄	0.000898723 ₁
	parameters β	4.0268	4.044139958	4.036036962	4.03011
	MSE	0.0060193 ₂	0.009550685 ₄	0.009127564 ₃	0.000906788 ₁
	parameters θ	1.54447	1.50807387	1.524890269	1.53876
	MSE	0.0597804 ₂	0.0760235 ₄	0.0649079 ₃	0.00150259 ₁
	$\sum Ranks$	6₂	11₄	10₃	3₁
200	parameters α	1.4708	1.474585777	1.473687051	1.47259
	MSE	0.0061582 ₄	0.00577787 ₃	0.00556366 ₂	0.000751536 ₁
	parameters β	4.03175	4.03056409	4.030527681	4.03113
	MSE	0.00376173 ₃	0.004881166 ₄	0.00370166 ₂	0.000969077 ₁
	parameters θ	1.53041	1.528344979	1.527367616	1.52956
	MSE	0.0175812 ₂	0.0239355 ₄	0.0193689 ₃	0.00087401 ₁
	$\sum Ranks$	9₃	11₄	7₂	3₁
	$\sum \sum Ranks$	27₂	45₄	36₃	12₁

الملاحق

الجدول (3-23)

يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج

الرابع وبحسب حجوم العينات

n	Estimate Parameter	Methods			
		MLE	OLS	WLS	SH
25	parameters α	1.81449	1.471517431	1.4779321	1.52137
	MSE	0.103865 ₄	0.0252958 ₃	0.0219164 ₂	0.00045681 ₁
	parameters β	3.62377	4.110391339	4.091361816	4.03775
	MSE	0.158617 ₄	0.035433661 ₃	0.028971542 ₂	0.00142501 ₁
	parameters θ	3.56227	3.256509068	3.227911087	3.27532
	MSE	2.81703 ₄	2.62378969 ₃	2.109920353 ₂	0.0758034 ₁
	$\sum Ranks$	12 ₄	9 ₃	6 ₂	3 ₁
50	parameters α	1.81034	1.445034946	1.437926442	1.4899
	MSE	0.098357 ₄	0.0194623 ₂	0.0196659 ₃	0.000101969 ₁
	parameters β	3.61356	4.069568718	4.070213366	4.03732
	MSE	0.157655 ₄	0.014391329 ₃	0.01356028 ₂	0.00139251 ₁
	parameters θ	3.27998	3.265478518	3.274045198	3.27938
	MSE	0.77089 ₂	1.313818448 ₄	1.083670867 ₃	0.0780519 ₁
	$\sum Ranks$	10 ₄	9 ₃	8 ₂	3 ₁
100	parameters α	1.8107	1.463899525	1.466300122	1.49319
	MSE	0.0974375 ₄	0.0113819 ₃	0.0103002 ₂	4.63945E-05 ₁
	parameters β	3.61458	4.033715932	4.026441325	4.00975
	MSE	0.151986 ₄	0.00686853 ₃	0.006317216 ₂	9.50578E-05 ₁
	parameters θ	3.25028	3.2339007	3.242784281	3.24911
	MSE	0.384369 ₂	0.688795655 ₄	0.553917806 ₃	0.0620538 ₁
	$\sum Ranks$	10 _{3.5}	10 _{3.5}	7 ₂	3 ₁
150	parameters α	1.82032	1.486061916	1.49089711	1.49909
	MSE	0.092997 ₄	0.00475401 ₃	0.00349489 ₂	8.28963E-07 ₁
	parameters β	3.63662	4.036045558	4.024616962	4.0175
	MSE	0.133563 ₄	0.004057378 ₃	0.002690133 ₂	0.000306248 ₁
	parameters θ	2.99869	2.956158607	2.973679645	2.99622
	MSE	0.0816873 ₂	0.132004884 ₄	0.097211787 ₃	1.42715E-05 ₁
	$\sum Ranks$	10 _{3.5}	10 _{3.5}	7 ₂	3 ₁
$\sum \sum Ranks$		42 ₄	38 ₃	28 ₂	12 ₁

الملاحق

الجدول (3-24)

يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والترتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الخامس وبحسب حجوم العينات.

n	Estimate Parameter	Methods			
		MLE	OLS	WLS	SHR
25	parameters α	3.57736	3.619035047	3.595370657	3.58304
	MSE	0.017608 ₂	0.037506 ₄	0.0301543 ₃	0.00689507 ₁
	parameters β	1.47513	1.508547673	1.50439074	1.48214
	MSE	0.00771399 ₂	0.0100226 ₄	0.00931525 ₃	0.000319055 ₁
	parameters θ	1.66635	1.514880276	1.525345556	1.60486
	MSE	0.293397 ₂	0.442446 ₄	0.320422 ₃	0.0109952 ₁
	$\Sigma Ranks$	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁
50	parameters α	3.57242	3.59295809	3.580936632	3.57599
	MSE	0.0151741 ₂	0.0196074 ₄	0.0182151 ₃	0.0057749 ₁
	parameters β	1.47976	1.490793342	1.488090426	1.4812
	MSE	0.00562731 ₂	0.00684099 ₄	0.00656711 ₃	0.000353268 ₁
	parameters θ	1.59934	1.543248237	1.556378518	1.57685
	MSE	0.149087 ₃	0.165104 ₄	0.147465 ₂	0.00590572 ₁
	$\Sigma Ranks$	7 ₂	12 ₄	8 ₃	3 ₁
100	parameters α	3.54606	3.554456264	3.540538041	3.54337
	MSE	0.00613742 ₂	0.00833591 ₄	0.00634365 ₃	0.00188077 ₁
	parameters β	1.49909	1.500737433	1.502520001	1.49934
	MSE	0.00180255 ₂	0.00293605 ₄	0.0022577 ₃	4.30465E-07 ₁
	parameters θ	1.51004	1.515286753	1.508584378	1.51007
	MSE	0.0378216 ₂	0.0596533 ₄	0.0460058 ₃	0.000101325 ₁
	$\Sigma Ranks$	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁
200	parameters α	3.5258	3.528830889	3.523798485	3.52492
	MSE	0.00246734 ₂	0.00444866 ₄	0.00294664 ₃	0.000621095 ₁
	parameters β	1.49268	1.49407264	1.494278537	1.49278
	MSE	0.000740789 ₂	0.00129684 ₄	0.00103807 ₃	5.21629E-05 ₁
	parameters θ	1.52249	1.51377861	1.516208195	1.5215
	MSE	0.0181826 ₂	0.0257829 ₄	0.0202702 ₃	0.000462122 ₁
	$\Sigma Ranks$	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁
	$\Sigma \Sigma Ranks$	25 ₂	48 ₄	35 ₃	12 ₁

الملاحق

الجدول (3-25)

يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والترتيب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج السادس وبحسب حجوم العينات

n	Estimate Parameter	Mothed			
		MLE	OLS	WLS	SHR
25	parameters α	3.56128	3.61629217	3.612064913	3.57897
	MSE	0.0179776 ₂	0.0329207 ₄	0.0321475 ₃	0.00623566 ₁
	parameters β	1.46521	1.484034296	1.480116173	1.46649
	MSE	0.00657914 ₂	0.0103668 ₄	0.0100427 ₃	0.00112304 ₁
	parameters θ	3.56597	3.379885874	3.332965429	3.47028
	MSE	2.51915 ₂	3.74792354 ₄	2.79287357 ₃	0.221161 ₁
	$\sum Ranks$	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁
50	parameters α	3.54627	3.64965539	3.553471393	3.54979
	MSE	0.00923711 ₂	0.0362978 ₄	0.00980181 ₃	0.00247867 ₁
	parameters β	1.48308	1.480181368	1.49507566	1.48447
	MSE	0.00221704 ₂	0.00313545 ₃	0.00338842 ₄	0.00024115 ₁
	parameters θ	3.24464	3.019859396	3.064450127	3.13506
	MSE	0.74857 ₃	0.810841096 ₄	0.705876888 ₂	0.0182425 ₁
	$\sum Ranks$	7 ₂	11 ₄	9 ₃	3 ₁
100	parameters α	3.55698	3.536013094	3.629973205	3.56249
	MSE	0.0075563 ₃	0.00583329 ₂	0.0255092 ₄	0.00390523 ₁
	parameters β	1.48077	1.494380506	1.470868809	1.48073
	MSE	0.00135941 ₂	0.00208683 ₄	0.00201887 ₃	0.000371405 ₁
	parameters θ	3.14861	3.075381532	3.103196473	3.14859
	MSE	0.257978 ₂	0.390326377 ₄	0.321049433 ₃	0.0220796 ₁
	$\sum Ranks$	7 ₂	10 _{3,5}	10 _{3,5}	3 ₁
150	parameters α	3.56307	3.64280171	3.618436514	3.59791
	MSE	0.00621678 ₂	0.024202 ₄	0.0209607 ₃	0.009586 ₁
	parameters β	1.48201	1.470478093	1.473312116	1.4772
	MSE	0.00107617 ₂	0.00143419 ₄	0.00130495 ₃	0.000519693 ₁
	parameters θ	3.06558	3.004646244	3.028805269	3.0509
	MSE	0.119236 ₂	0.152471986 ₄	0.123033016 ₃	0.00259067 ₁
	$\sum Ranks$	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁
$\sum \sum Ranks$		26 ₂	45 ₄	37 ₃	12 ₁

الملاحق

الجدول (3-26)

يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج السابع وبحسب حجوم العينات

n	Estimate Parameter	Methods			
		MLE	OLS	WLS	SHR
25	parameters α	3.5398	3.619339493	3.595229914	3.55348
	MSE	0.014968 ₂	0.0355844 ₄	0.0297085 ₃	0.00286057 ₁
	parameters β	3.92812	3.970483063	3.969876956	3.93568
	MSE	0.0408511 ₂	0.054453323 ₃	0.056708434 ₄	0.00413716 ₁
	parameters θ	1.74127	1.622576678	1.632514614	1.70288
	MSE	0.315092 ₂	0.430365 ₄	0.375672 ₃	0.0411597 ₁
	$\sum Ranks$	6 ₂	11 ₄	10 ₃	3 ₁
50	parameters α	3.56246	3.58666988	3.575957858	3.5666
	MSE	0.00998456 ₂	0.0195103 ₄	0.0176753 ₃	0.00443494 ₁
	parameters β	3.9331	3.940400482	3.943992741	3.93426
	MSE	0.0323467 ₂	0.048680746 ₄	0.045057469 ₃	0.00432185 ₁
	parameters θ	1.59072	1.563499569	1.552576943	1.5736
	MSE	0.136015 ₂	0.195303 ₄	0.140064 ₃	0.00541696 ₁
	$\sum Ranks$	6 ₂	12 ₄	9 ₃	3 ₁
100	parameters α	3.5383	3.56505083	3.548437875	3.54121
	MSE	0.00578484 ₂	0.0115952 ₄	0.010144 ₃	0.00169788 ₁
	parameters β	3.956	3.965460292	3.966277404	3.95478
	MSE	0.0137568 ₂	0.020840135 ₃	0.024430411 ₄	0.00204492 ₁
	parameters θ	1.56802	1.540182387	1.548333319	1.56237
	MSE	0.0684369 ₂	0.0926907 ₄	0.0766659 ₃	0.00388958 ₁
	$\sum Ranks$	6 ₂	11 ₄	10 ₃	3 ₁
200	parameters α	3.5282	3.527034142	3.516996749	3.52097
	MSE	0.00515018 ₂	0.00312042 ₄	0.00253873 ₃	0.000439665 ₁
	parameters β	3.97886	3.993693283	3.990481204	3.98169
	MSE	0.00418693 ₂	0.005038755 ₃	0.006164095 ₄	0.000335272 ₁
	parameters θ	1.52596	1.498796077	1.514476488	1.52233
	MSE	0.0204117 ₂	0.0260684 ₄	0.0216269 ₃	0.000498718 ₁
	$\sum Ranks$	6 ₂	11 ₄	10 ₃	3 ₁
$\sum \sum Ranks$		24 ₂	45 ₄	39 ₃	12 ₁

الملاحق

الجدول (3-27)

يبين القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثامن وبحسب حجوم العينات

n	Estimate Parameter	Methods			
		MLE	OLS	WLS	SHR
25	parameters α	3.15074	3.614585299	3.547891963	3.34097
	MSE	0.134326 ₃	0.0351554 ₂	0.145727 ₄	0.0252908 ₁
	parameters β	4.17562	4.024564851	4.095965315	4.17349
	MSE	0.0585519 ₂	0.058773463 ₃	0.836722586 ₄	0.0300975 ₁
	parameters θ	3.54103	2.951486074	2.574031096	3.54085
	MSE	2.62938 ₃	2.423790848 ₂	25.68485589 ₄	0.29252 ₁
	$\Sigma Ranks$	8 ₃	7 ₂	12 ₄	3 ₁
50	parameters α	4.22839	3.582972681	3.564360627	3.57819
	MSE	0.040301 ₄	0.0156011 ₃	0.0115398 ₂	0.00611308 ₁
	parameters β	3.6193	3.95770899	3.961097266	3.93046
	MSE	0.051782 ₄	0.028737344 ₃	0.024491926 ₂	0.00483647 ₁
	parameters θ	3.16867	3.084418563	3.082805711	3.12858
	MSE	0.575317 ₂	0.729285546 ₄	0.588628745 ₃	0.0165328 ₁
	$\Sigma Ranks$	10 _{3.5}	10 _{3.5}	7 ₂	3 ₁
100	parameters α	3.55961	3.546711703	3.541309061	3.54884
	MSE	0.00925338 ₄	0.00675946 ₃	0.0060186 ₂	0.00238579 ₁
	parameters β	3.94897	3.975866198	3.973152596	3.95742
	MSE	0.0121878 ₂	0.016514782 ₄	0.014868554 ₃	0.00181339 ₁
	parameters θ	3.17699	3.090148355	3.106900802	3.14068
	MSE	0.252987 ₃	0.336475871 ₄	0.249159098 ₂	0.0197915 ₁
	$\Sigma Ranks$	9 ₃	11 ₄	7 ₂	3 ₁
200	parameters α	3.56435	3.526570343	3.523558054	3.53573
	MSE	0.00614913 ₂	0.00279928 ₄	0.00241252 ₃	0.00127674 ₁
	parameters β	3.96437	4.00310299	3.996127905	3.98576
	MSE	0.00657874 ₄	0.006115051 ₃	0.005471088 ₂	0.000202843 ₁
	parameters θ	3.04252	2.96642235	3.003920372	3.02435
	MSE	0.0926375 ₂	0.113479133 ₄	0.093730021 ₃	0.000593047 ₁
	$\Sigma Ranks$	8 _{2.5}	11 ₄	8 _{2.5}	3 ₁
$\Sigma \Sigma Ranks$		35 ₃	39 ₄	34 ₂	12 ₁

Simulation of ((TLG-RR Distribution))

```

Clear[all]
<<Optimization`UnconstrainedProblems`

dist[α_,β_,θ_]:=ProbabilityDistribution[(θ x³)/(α² β⁴) e- $\frac{x^4}{4\alpha^2\beta^4}$  (1-e- $\frac{x^4}{4\alpha^2\beta^4}$ )θ-1,{x,0,∞}];
F[x_]:= (1-e- $\frac{x^4}{4\alpha^2\beta^4}$ )θ;
S[x_]:=1-(1-e- $\frac{x^4}{4\alpha^2\beta^4}$ )θ;
r=1000;n1=25;n2=50;n3=100;n4=200;
α1=1.5;α2=3.5;β1=1.5;β2=4;θ1=1.5;θ2=3;
(**defin the models of generating random samples for α={1.5,3.5},β={1.5,4},θ={1.5,3}**)
distGen1=dist[α1,β1,θ1];
distGen2=dist[α1,β1,θ2];
distGen3=dist[α1,β2,θ1];
distGen4=dist[α1,β2,θ2];
distGen5=dist[α2,β1,θ1];
distGen6=dist[α2,β1,θ2];
distGen7=dist[α2,β2,θ1];
distGen8=dist[α2,β2,θ2];
target1 := distGen1
□1 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target1, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];target2 := distGen2
□2 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target2, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];target3 := distGen3
□3 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target3, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];target4 := distGen4
□4 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target4, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];target5 := distGen5
□5 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target5, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];target6 := distGen6
□6 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target6, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];target7 := distGen7
□7 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target7, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];target8 := distGen8
□8 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target8, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
BlockRandom[
{data1=RandomVariate[distGen1,{r,n1}];
data2=RandomVariate[distGen1,{r,n2}];
data3=RandomVariate[distGen1,{r,n3}];

```

```
data4=RandomVariate[distGen1,{r,n4}];
data5=RandomVariate[distGen2,{r,n1}];
data6=RandomVariate[distGen2,{r,n2}];
data7=RandomVariate[distGen2,{r,n3}];
data8=RandomVariate[distGen2,{r,n4}];
data9=RandomVariate[distGen3,{r,n1}];
data10=RandomVariate[distGen3,{r,n2}];
data11=RandomVariate[distGen3,{r,n3}];
data12=RandomVariate[distGen3,{r,n4}];
data13=RandomVariate[distGen4,{r,n1}];
data14=RandomVariate[distGen4,{r,n2}];
data15=RandomVariate[distGen4,{r,n3}];
data16=RandomVariate[distGen4,{r,n4}];
data17=RandomVariate[distGen5,{r,n1}];
data18=RandomVariate[distGen5,{r,n2}];
data19=RandomVariate[distGen5,{r,n3}];
data20=RandomVariate[distGen5,{r,n4}];
data21=RandomVariate[distGen6,{r,n1}];
data22=RandomVariate[distGen6,{r,n2}];
data23=RandomVariate[distGen6,{r,n3}];
data24=RandomVariate[distGen6,{r,n4}];
data25=RandomVariate[distGen7,{r,n1}];
data26=RandomVariate[distGen7,{r,n2}];
data27=RandomVariate[distGen7,{r,n3}];
data28=RandomVariate[distGen7,{r,n4}];
data29=RandomVariate[distGen8,{r,n1}];
data30=RandomVariate[distGen8,{r,n2}];
data31=RandomVariate[distGen8,{r,n3}];
data32=RandomVariate[distGen8,{r,n4}]];
sdata1= ConstantArray[{} ,r];
sdata2= ConstantArray[{} ,r];
sdata3= ConstantArray[{} ,r];
sdata4= ConstantArray[{} ,r];
sdata5= ConstantArray[{} ,r];
sdata6= ConstantArray[{} ,r];
sdata7= ConstantArray[{} ,r];
sdata8= ConstantArray[{} ,r];
sdata9= ConstantArray[{} ,r];
sdata10= ConstantArray[{} ,r];
sdata11= ConstantArray[{} ,r];
sdata12= ConstantArray[{} ,r];
sdata13= ConstantArray[{} ,r];
sdata14= ConstantArray[{} ,r];
```

```
sdata15= ConstantArray[{} ,r];
sdata16= ConstantArray[{} ,r];
sdata17= ConstantArray[{} ,r];
sdata18= ConstantArray[{} ,r];
sdata19= ConstantArray[{} ,r];
sdata20= ConstantArray[{} ,r];
sdata21= ConstantArray[{} ,r];
sdata22= ConstantArray[{} ,r];
sdata23= ConstantArray[{} ,r];
sdata24= ConstantArray[{} ,r];
sdata25= ConstantArray[{} ,r];
sdata26= ConstantArray[{} ,r];
sdata27= ConstantArray[{} ,r];
sdata28= ConstantArray[{} ,r];
sdata29= ConstantArray[{} ,r];
sdata30= ConstantArray[{} ,r];
sdata31= ConstantArray[{} ,r];
sdata32= ConstantArray[{} ,r];
@@@ @@@ @@@ @@@ MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD @@@ @@@ @@@
mlm1=Table[res=
FindDistributionParameters[data1[[i]],dist[α,β,θ],{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.4}},ParameterEstimat
or->{"MaximumLikelihood","Method"->"Newton"}],{i,1,r}];
mlm2=Table[res=
FindDistributionParameters[data2[[i]],dist[α,β,θ],{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}},ParameterEstimat
or->{"MaximumLikelihood","Method"->"Newton"}],{i,1,r}];
mlm3=Table[res=
FindDistributionParameters[data3[[i]],dist[α,β,θ],{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}},ParameterEstimat
or->{"MaximumLikelihood","Method"->"Newton"}],{i,1,r}];
mlm4=Table[res=
FindDistributionParameters[data4[[i]],dist[α,β,θ],{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}},ParameterEstimat
or->{"MaximumLikelihood","Method"->"Newton"}],{i,1,r}];
```

\$\$\$\$\$\$\$\$LEAST SQUARE
METHOD\$\$\$\$\$\$\$\$

$$\sum_{i=1}^{n_1} (F[sdata1[[j]][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

```
ols1=Last/@Table[res=FindMinimum[
,{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}],Method->"Newton",WorkingPrecision->10],{j,1,r}];//Quiet
```

$$\sum_{i=1}^{n_2} (F[sdata2[[j]][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

```
ols2=Last/@Table[res=FindMinimum[
,{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}],Method->"Newton",WorkingPrecision->10],{j,1,r}];//Quiet
```

$$\sum_{i=1}^{n_3} (F[sdata3[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

ols3=Last/@Table[res=FindMinimum[
 ,{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,{j,1,r}];//Quiet

$$\sum_{i=1}^{n_4} (F[sdata4[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

ols4=Last/@Table[res=FindMinimum[
 ,{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,{j,1,r}];//Quiet

**\$\$\$\$\$\$\$\$WEIGHTED LEAST SQUARE
 METHOD\$\$\$\$\$\$\$\$**

wls1=Last/@Table[res=FindMinimum[

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(\frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata1[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,{j,1,r}];//Quiet
 wls2=Last/@Table[res=FindMinimum[

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(\frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata2[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.4}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,{j,1,r}];//Quiet;
 wls3=Last/@Table[res=FindMinimum[

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(\frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata3[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,{j,1,r}];//Quiet;
 wls4=Last/@Table[res=FindMinimum[

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(\frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata4[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,{{α,1.5},{β,1.5},{θ,1.5}},Method->"Newton",WorkingPrecision->10,{j,1,r}];//Quiet;

**\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$Shirnkage
 METHOD\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$\$**

p11=(Mean[(Subscript[α, 1]-α)²/.wls1]-Covariance[α/.wls1,α/.mlm1])/(Mean[(Subscript[α, 1]-α)²/.mlm1]+Mean[(Subscript[α, 1]-α)²/.wls1]-2Covariance[α/.wls1,α/.mlm1]);

p12=(Mean[(Subscript[β, 1]-β)²/.wls1]-Covariance[β/.wls1,β/.mlm1])/(Mean[(Subscript[β, 1]-β)²/.mlm1]+Mean[(Subscript[β, 1]-β)²/.wls1]-2Covariance[β/.wls1,β/.mlm1]);

p13=(Mean[(Subscript[θ, 1]-θ)²/.wls1]-Covariance[θ/.wls1,θ/.mlm1])/(Mean[(Subscript[θ, 1]-θ)²/.mlm1]+Mean[(Subscript[θ, 1]-θ)²/.wls1]-2Covariance[θ/.wls1,θ/.mlm1]);

p21=(Mean[(Subscript[α, 1]-α)²/.wls2]-Covariance[α/.wls2,α/.mlm2])/(Mean[(Subscript[α, 1]-α)²/.mlm2]+Mean[(Subscript[α, 1]-α)²/.wls2]-2Covariance[α/.wls2,α/.mlm2]);

$$p22=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.wls2]-\text{Covariance}[\beta/.wls2,\beta/.mlm2])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.mlm2]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.wls2]-2\text{Covariance}[\beta/.wls2,\beta/.mlm2]);$$

$$p23=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.wls2]-\text{Covariance}[\theta/.wls2,\theta/.mlm2])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.mlm2]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.wls2]-2\text{Covariance}[\theta/.wls2,\theta/.mlm2]);$$

$$p31=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.wls3]-\text{Covariance}[\alpha/.wls3,\alpha/.mlm3])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.mlm3]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.wls3]-2\text{Covariance}[\alpha/.wls3,\alpha/.mlm3]);$$

$$p32=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.wls3]-\text{Covariance}[\beta/.wls3,\beta/.mlm3])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.mlm3]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.wls3]-2\text{Covariance}[\beta/.wls3,\beta/.mlm3]);$$

$$p33=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.wls3]-\text{Covariance}[\theta/.wls3,\theta/.mlm3])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.mlm3]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.wls3]-2\text{Covariance}[\theta/.wls3,\theta/.mlm3]);$$

$$p41=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.wls4]-\text{Covariance}[\alpha/.wls4,\alpha/.mlm4])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.mlm4]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.wls4]-2\text{Covariance}[\alpha/.wls4,\alpha/.mlm4]);$$

$$p42=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.wls4]-\text{Covariance}[\beta/.wls4,\beta/.mlm4])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.mlm4]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.wls4]-2\text{Covariance}[\beta/.wls4,\beta/.mlm4]);$$

$$p43=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.wls4]-\text{Covariance}[\theta/.wls4,\theta/.mlm4])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.mlm4]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.wls4]-2\text{Covariance}[\theta/.wls4,\theta/.mlm4]);$$

(*Estimate maen of the parameters and the mean of MSE for the parameters model with all samples*)

$$p41=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.wls4]-\text{Covariance}[\alpha/.wls4,\alpha/.mlm4])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.mlm4]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2/.wls4]-2\text{Covariance}[\alpha/.wls4,\alpha/.mlm4]);$$

$$p42=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.wls4]-\text{Covariance}[\beta/.wls4,\beta/.mlm4])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.mlm4]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2/.wls4]-2\text{Covariance}[\beta/.wls4,\beta/.mlm4]);$$

$$p43=(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.wls4]-\text{Covariance}[\theta/.wls4,\theta/.mlm4])/(\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.mlm4]+\text{Mean}[(\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2/.wls4]-2\text{Covariance}[\theta/.wls4,\theta/.mlm4]);$$

(*Estimate maen of the parameters and the mean of MSE for the parameters model with all samples*)

(*MLM*)

TableForm[{Mean[{ {α}, {(Subscript[α, 1]-α)²}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)²}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)²}} /. mlm1, Mean[{ {α}, {(Subscript[α, 1]-α)²}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)²}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)²}} /. mlm2],

Mean[{ {α}, {(Subscript[α, 1]-α)²}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)²}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)²}} /. mlm3, Mean[{ {α}, {(Subscript[α, 1]-α)²}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)²}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)²}} /. mlm4]],

TableHeadings->{ {"25", "50", "100", "200"}, { "α", "MSE(α)", "β", "MSE(β)", "θ", "MSE(θ)"} }

(*OLS*)

TableForm[{Mean[{ {α}, {(Subscript[α, 1]-α)²}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)²}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)²}} /. ols1, Mean[{ {α}, {(Subscript[α, 1]-α)²}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)²}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)²}} /. ols2],

Mean[{ {α}, {(Subscript[α, 1]-α)²}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)²}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)²}} /. ols3, Mean[{ {α}, {(Subscript[α, 1]-α)²}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)²}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)²}} /. ols4]],

TableHeadings->{ {"25", "50", "100", "200"}, { "α", "MSE(α)", "β", "MSE(β)", "θ", "MSE(θ)"} }

]

(*WLS*)

```
TableForm[ {Mean[ { {α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)2}} /. wls1], Mean[ { {α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)2}} /. wls2], Mean[ { {α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)2}} /. wls3], Mean[ { {α}, {(Subscript[α, 1]-α)2}, {β}, {(Subscript[β, 1]-β)2}, {θ}, {(Subscript[θ, 1]-θ)2}} /. wls4] },
TableHeadings->{ {"25", "50", "100", "200"}, { "α", "MSE(α)", "β", "MSE(β)", "θ", "MSE(θ)"} }
]
```

(*Shirnkage*)

```
TableForm[ { { (s11=p11*Mean[α/. mlm1]+(1-p11)Mean[α/.wls1]), {(Subscript[α, 1]-s11)2}, { (s12=p12*Mean[β/. mlm1]+(1-p12)Mean[β/.wls1]), {(Subscript[β, 1]-s12)2}, { (s13=p13*Mean[θ/. mlm1]+(1-p13)Mean[θ/.wls1]), {(Subscript[θ, 1]-s13)2}, { (s21=p21*Mean[α/. mlm2]+(1-p21)Mean[α/.wls2]), {(Subscript[α, 1]-s21)2}, { (s22=p22*Mean[β/. mlm2]+(1-p22)Mean[β/.wls2]), {(Subscript[β, 1]-s22)2}, { (s23=p23*Mean[θ/. mlm2]+(1-p23)Mean[θ/.wls2]), {(Subscript[θ, 1]-s23)2}, { (s31=p31*Mean[α/. mlm3]+(1-p31)Mean[α/.wls3]), {(Subscript[α, 1]-s31)2}, { (s32=p32*Mean[β/. mlm3]+(1-p32)Mean[β/.wls3]), {(Subscript[β, 1]-s32)2}, { (s33=p33*Mean[θ/. mlm3]+(1-p33)Mean[θ/.wls3]), {(Subscript[θ, 1]-s33)2}, { (s41=p41*Mean[α/. mlm4]+(1-p41)Mean[α/.wls4]), {(Subscript[α, 1]-s41)2}, { (s42=p42*Mean[β/. mlm4]+(1-p42)Mean[β/.wls4]), {(Subscript[β, 1]-s42)2}, { (s43=p43*Mean[θ/. mlm4]+(1-p43)Mean[θ/.wls4]), {(Subscript[θ, 1]-s43)2},
TableHeadings->{ {"25", "50", "100", "200"}, { "α", "MSE(α)", "β", "MSE(β)", "θ", "MSE(θ)"} }
]//AccountingForm
```

Reliability

```
{ TableForm[ { Table[SurvivalFunction[distGen1,t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. mlm1], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. mlm2], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. mlm3], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. mlm4] },
TableHeadings->{ {"R_real", "25", "50", "100", "200"},
Sort[Take[data2[[2]],10]], TableDirections->Row
], TableForm[ { Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. ols 1], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. ols2], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. ols3], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. ols4] },
TableHeadings->{ {"25", "50", "100", "200"}, Sort[Take[data2[[2]],10]], TableDirections->Row
], TableForm[ { Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t], {t,Sort[Take[data2[[2]],10]]} /. wls 1],
```



```

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.wls2],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.wls3],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.wls4}],
TableHeadings->{"25","50","100","200"},Sort[Take[data2[[2]],10]],TableDirections-
>Row
],TableForm[{Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/. {α-
>s11,β->s12,θ->s13},
Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/. {α->s21,β->s22,θ-
>s23},
Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/. {α->s31,β->s32,θ-
>s33},
Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/. {α->s41,β->s42,θ-
>s43}],
TableHeadings->{"25","50","100","200"},Sort[Take[data2[[2]],10]],TableDirections-
>Row
]}
{TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.mlm1],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.mlm2],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.mlm3],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.mlm4}],
TableHeadings->{"25","50","100","200"},Sort[Take[data2[[2]],10]]
,TableDirections-
>Row],TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]
})^2/.ols1],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.ols2],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.ols3],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.ols4}],
TableHeadings->{"25","50","100","200"},Sort[Take[data2[[2]],10]]
,TableDirections-
>Row],TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]
})^2/.wls1],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.wls2],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/.wls3],

```

```

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2/. wls4],
TableHeadings->{"25","50","100","200"},Sort[Take[data2[[2]],10]]
,TableDirections->Row],TableForm[{{(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ]/. {α->s11,β-
>s12,θ->s13},t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2,
(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ]/. {α->s21,β->s22,θ-
>s23},t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2,
(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ]/. {α->s31,β->s32,θ-
>s33},t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2,
(Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ]/. {α->s41,β->s42,θ-
>s43},t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]})^2},
TableHeadings->{"25","50","100","200"},Sort[Take[data2[[2]],10]]
,TableDirections->Row]}//AccountingForm
{ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.mlm1],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.ols1],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.wls1],
Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ]/. {α->s11,β->s12,θ-
>s13},t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}],
{AxesLabel->{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Red,Bold,Medium]},PlotLabel-
>"n=25",PlotLegends-
>Placed[{"R_Real","R_ML","R_OLS","R_WLS","R_SH"},Center],DataRange-
>{1.5,3},Mesh->Full,InterpolationOrder->5,ImageSize->400}],
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.mlm2],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.ols2],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.wls2],
Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ]/. {α->s21,β->s22,θ-
>s23},t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}],{AxesLabel-
>{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Red,Bold,Medium]},PlotLabel-
>"n=50",PlotLegends-
>Placed[{"R_Real","R_ML","R_OLS","R_WLS","R_SH"},Center],DataRange-
>{1.5,3},Mesh->Full,InterpolationOrder->5,ImageSize->400}],
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.mlm3],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.ols3],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}]/.wls3],
Table[SurvivalFunction[dist[α,β,θ]/. {α->s31,β->s32,θ-
>s33},t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]]}],{AxesLabel-

```

```
>{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Red,Bold,Medium]},PlotLabel-  
>"n=100",PlotLegends-  
>Placed[{"R_Real","R_ML","R_OLS","R_WLS","R_SH"},Center],DataRange-  
>{1.5,3},Mesh->Full,InterpolationOrder->5,ImageSize->400}},  
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]}]},  
  Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\theta$ ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]}]}/.mlm4],  
  Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\theta$ ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]}]}/.ols4],  
  Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\theta$ ],t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]}]}/.wls4],  
  Table[SurvivalFunction[dist[ $\alpha$ , $\beta$ , $\theta$ ]/.{ $\alpha$ ->s41, $\beta$ ->s42, $\theta$ -  
>s43},t],{t,Sort[Take[data2[[2]],10]}]}, { AxesLabel-  
>{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Red,Bold,Medium]},PlotLabel-  
>"n=200",PlotLegends-  
>Placed[{"R_Real","R_ML","R_OLS","R_WLS","R_SH"},Center],DataRange-  
>{1.5,3},Mesh->Full,InterpolationOrder->5,ImageSize->400}}}
```

Ministry of Higher Education
and Scientific Research
University of Kerbala
College of Administration & Economics
Graduate Studies



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء / كلية الإدارة والاقتصاد
الدراسات العليا

التاريخ: ٢٠٢٢ / ١ / ٢٠٢٢

العدد د 6: 186

إلى / دائرة البطاقة الوطنية الموحدة / كربلاء المقدسة م / تسهيل مهمة

اطيب تحية ...

يرجى تسهيل مهمة طالب الدراسات العليا **كنعبان مدنان احمد** / ماجستير / قسم الاحصاء وذلك لتزويده بالبيانات والمعلومات الخاصة بموضوع الرسالة ... شاكرين تعاونكم معنا.

... مع التقدير ...

أ. د. محمد حسين الجبوري

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

٢٠٢٢ / ١ / ٢٠٢٢

صوره عنه الى //

الدراسات العليا / الاشراف الشخصية .

كربلاء المقدسة - جامعة كربلاء - المدينة الجامعية

graduates@business.uokerbala.edu.iq

تاليا

http://business.uokerbala.edu.iq

Abstract

Abstract

The (Topp Leone dist.), which was discovered by (C.W. Topp and F.C. Leone), as well as the (Rayleigh dist.), by the English scientist (The Lord Rayleigh), are among the continuous statistical distributions, that are widely used in the analysis of survival functions on Life and failure functions, and reliability function. The reliability function is one of the important statistical indicators that has increased significantly in recent times due to its suitability for most practical applications related to maintenance and repairable equipment and devices.

Because of the inefficiency of probability distributions in representing most of the real data. The Researcher using the (Topp Leone distribution) as a base called the (Topp Leone generator family (TLG-F)) it used to build probability distributions. To propose new probability distribution called the (Topp Leon G-Rayleigh Rayleigh (TLG-RR)). It has three parameters. To be a generalized extension of the (Rayleigh) distribution. By adding a new parameter ($\vartheta > 0$) to the original distribution (Rayleigh Rayleigh distribution), the new probability distribution (TLG-RR) is characterized by high flexibility and accuracy in representing the real data of the investigated sample.

The researcher extracted some of the basic characteristics of the distribution, and he estimate that parameters and reliability function estimated by four different estimation methods, which are (the MLE method, the least squares method, OLS, the weighted least squares method, WLS. And by using the experimental simulation method on hypothetical data, with several experiments and with different sample sizes (25,50,100,200), And based on the value of the two statistical indicators, the mean squared error (MSE) and the mean square error of the integral (IMSE). A comparison made between the estimation methods used in the estimation process. The results of the study showed the advantage of the Shrinkage method in estimating the parameters and calculating the reliability function estimator for the proposed distribution at all sample sizes, followed by the greatest possibility method, the weighted least squares method, and the ordinary least squares method in the last rank .

This study was applied to a sample of real data represented in the working times until holidays for (100) printers from the National Card Department in the Holy Karbala. On the practical side, the study was able to prove that the proposed probability distribution (TLG-RR) is better and more flexible in representing this data compared to the (Rayleigh Rayleigh) distribution, using the approved good-matching tests using Approved good-matching tests. The reliability function of the real data was also estimated using the best method (the Shrinkage method), for the best sample size that was reached on the experimental side. Reliability and average uptime for printers.





Karbala University
College of Administration and Economics
Department of Statistics

**Building a probability distribution
the rule (Topp Leone G-Family) using
To estimate the reliability function with
practical application**

Letter submitted to
The Council of the College of Administration and
Economics at the University of Karbala, which is part of
Requirements for obtaining a master's degree in statistics

Written by
Kanaan Adnan Ahmad Al-Quraishy

Supervised by
Prof. Dr. Shrook A. S. Al-Sabbah

M 2022

Holy Karbala

H 1443