



جامعة كربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة إلى
مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء وهي جزء
من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الإحصاء

كتبت بواسطة
منال موسى عبد اليمية

بإشراف
أ.د. مهدي وهاب نعمة نصر الله

2022م

1443هـ

كربلاء المقدسة

”بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ”

﴿أَمَّنْ يُجِيبُ الْمُضْطَرَّ إِذَا دَعَاهُ وَيَكْشِفُ السُّوءَ وَيَجْعَلُكُمْ

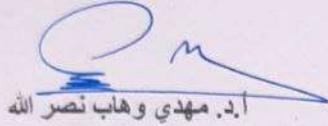
خُلَفَاءَ الْأَرْضِ أُوَّله مَعَ اللّٰهِ قَلِيلًا مَا تَذَكَّرُونَ﴾

صدق الله العلي العظيم

(سورة النمل - الآية 62)

إقرار المشرف

أشهد بأن إعداد هذه الرسالة الموسومة (تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول مع تطبيق عملي) والتي تقدمت بها الطالبة " منال موسى عبد اليمّة " قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.

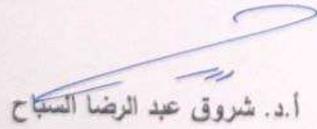


أ.د. مهدي وهاب نصر الله

التاريخ: / / 2022

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أشرح الرسالة للمناقشة.



أ.د. شروق عبد الرضا السنيح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2022

إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الرسالة الموسومة (تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول مع تطبيق عملي) للطالبة (منال موسى عبدالميمه) /كلية الادارة والاقتصاد - قسم الاحصاء قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية والاسلوبية ولأجله وقعت.

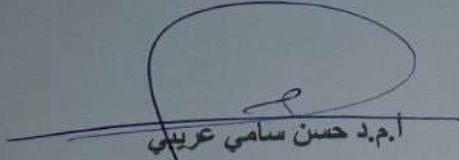
الخبير اللغوي

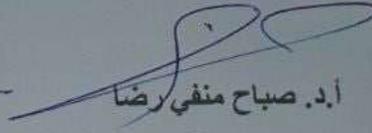
م.صلاح مهدي جابر

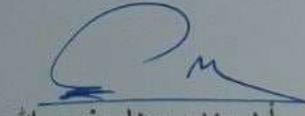
جامعة كربلاء - كلية الادارة والاقتصاد

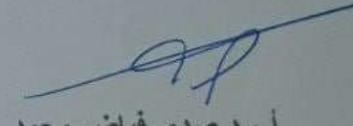
إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول مع تطبيق عملي) والمقدمة من قبل الطالب "منال موسى عبد اليمّة" وناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير () .


أ.م.د حسن سامي عربي
عضواً
2022 / /


أ.د. صباح منفي رضا
رئيساً
2022 / /


أ.د مهدي وهاب نصر الله
عضواً ومشرفاً
2022 / /


أ.م.د صدى فياض محمد
عضواً
2022 / /

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على اقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالب
" منال موسى عبداليمية " الموسومة بـ (تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا
المحول مع تطبيق عملي) ارشح هذه الرسالة للمناقشة.

أ.د محمد حسين كاظم الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.د محمد حسين كاظم الجبوري

عميد كلية الادارة والاقتصاد/ وكالة

2022 / /

الاهداء ...

الى من المته ذنوبنا فخذيت عينه لاجلنا لسيدنا وامانا المنتظر "عج".
الى من سقيت الارض بدمائهم فأثبتت ياسميناً شهدائنا الابرار .
الى ذلك المجتدي الذي ما زال يقف مرغماً عن جراحه عراقنا الحبيب .
الى من امر الرب الجليل بمصاحبتهما بالمعروف والدي ووالدتي الغاليين .
الى من تقدم امامي ليؤمن لي مستقبلاً مزهراً مشر في العزيم .
الى القلوب الطاهرة الرقيقة والنفوس البريئة الى رياحين حياتي أخوتي واخواتي .
الى من لمعوا في قلبي وبقوبجاني صديقاتي العزيمات .
الى كل من التقيت بهم في مسيرتي العلمية اساتذتي الافاضل .. زملائي الكرام
اهدي ثمرة جهدي المتواضع ...



«شكر وتقدير»

اشكر الله عز وجل ان وفقني لإنجاز هذه الرسالة ،وسخر لعبده الممكن والمستحيل .

اتقدم بالشكر الجزيل لعباده الذين ساعدوني لكي يظهر هذا العمل على هذا الشكل ولهذا أتقدم بالشكر الجزيل والتقدير الى الأستاذ الدكتور **مهدي وهاب نعمة** أولاً لأجل قبوله بالإشراف على رسالتي ،وثانياً لما ابداه لي من ملاحظات قيمة ،وحرص على اخراج الرسالة بأفضل فائدة علمية ،طوال مراحل الدراسة فأسأل الله له الخير ودوام الصحة والتوفيق.

اتقدم بالشكر الكبير الى **رئيس وأعضاء لجنة المناقشة** المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة اتمنى أن تنال استحسانهم ورضاهم .

واتقدم بالشكر والتقدير الخالص الى **(أساتذتنا في قسم الإحصاء-كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة كربلاء)** ممن أسدى لي معروفاً، وفقهم الله لكل خير.

بالإضافة واتوجه بالشكر الى **جميع زملائي** متمنية لهم التوفيق والنجاح الدائم.

أقدم شكري الخاص الى افراد عائلتي واخص بالذكر **والدي ووالدتي الغاليين** الذين لم ينفكا من دعائهم لي وكانوا السند والمعين طوال أوقات الدراسة .

أخيراً إلى كل من اسهم بجهدٍ في تمهيد الطريق لإنجاز هذه الرسالة ولم أتمكن من ذكرهم في هذه السطور القليلة وأسأل الله سبحانه وتعالى أن يجزي الجميع عني خير الجزاء ولا يضيع لهم اجرا.

والله ولي التوفيق

قائمة المحتويات

رقم الصفحة	الموضوع
أ	الآية القرآنية
ب	الاهداء
ج	الشكر والامتنان
ح-خ	قائمة المحتويات
د-ذ	قائمة الجداول
ر	قائمة الأشكال والمخططات
ز-س	قائمة الرموز
ش	المستخلص
8-2	الفصل الأول : منهجية البحث والاستعراض المرجعي
2	المقدمة
3	مشكلة الرسالة
3	هدف الرسالة
8-3	الاستعراض المرجعي
50-10	الفصل الثاني : الجانب النظري
10	التمهيد
10	بعض المفاهيم الأساسية
11	دالة البقاء
12	دالة الكثافة التجميعية للفشل
12	دالة الكثافة الاحتمالية للفشل
13-12	دالة المخاطرة
17-14	توزيع كابا
18-17	صيغة تحويل الرتب
25-18	توزيع كابا المحول
40-26	خصائص توزيع كابا المحول
40	طرائق التقدير لتوزيع كابا المحول
43-40	طريقة الأماكن الأعظم
45-44	طريقة كرايمر فون مايسز
47-46	طريقة اندرسون دارلنك
49-48	الطريقة اندرسون دارلنك الذيل الايمن
51-50	طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايسر
117-52	الفصل الثالث: الجانب التجريبي (المحاكاة)
53	التمهيد
53	الجانب التجريبي
54-53	المحاكاة
55-54	وصف مراحل تجربة المحاكاة

117-57	نتائج المحاكاة	3-2-3
132-120	الفصل الرابع: الجانب التطبيقي	
119	التمهيد	1-4
121-119	مرض القلب	2-4
122-121	بيانات الرسالة الحقيقية	3-4
124-123	معايير اختيار افضل نموذج	4-4
79-124	تقدير دالة المخاطرة للبيانات الحقيقية	5-4
132-130	الفصل الخامس : الاستنتاجات والتوصيات	
138-134	المصادر	
134	المصادر العربية	اولا
138-134	المصادر الاجنبية	ثانيا
150-140	الملاحق	
A	Abstract	

قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
17-15	يمثل بعض خصائص توزيع كايا	2-1
55	القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة لتوزيع (TKD)	3-1
58-57	معلمات التوزيع المحول للأنموذج الأول عندما تكون ($\gamma=0.5, \theta=2, \beta=2.5, \alpha=2.7$)	3-2
61-59	القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الاول	3-3
56-64	معلمات التوزيع المحول للأنموذج الثاني عندما تكون ($\gamma=0.3, \theta=3, \beta=2, \alpha=2.5$)	3-4
68-66	القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الثاني	3-5
72-71	معلمات التوزيع المحول للأنموذج الثالث عندما تكون ($\gamma=0.3, \theta=2, \beta=3.5, \alpha=2.6$)	3-6
75-73	القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الثالث	3-7
79-78	معلمات التوزيع المحول للأنموذج الرابع عندما تكون ($\gamma=0.5, \theta=3.5, \beta=4, \alpha=3$)	3-8
82-80	القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الرابع	3-9
86-85	معلمات التوزيع المحول للأنموذج الخامس عندما تكون ($\gamma=0.2, \theta=2.5, \beta=1, \alpha=4.5$)	3-10
89-87	القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الخامس	3-11
93-92	معلمات التوزيع المحول للأنموذج السادس عندما تكون ($\gamma=0.4, \theta=4, \beta=2, \alpha=3$)	3-12

97-95	القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج السادس	3-13
101-100	معلمات التوزيع المحول للأنموذج السابع عندما تكون ($\gamma=0.5, \theta=3.5, \beta=4, \alpha=3$)	3-14
105-103	القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج السابع	3-15
109-108	معلمات التوزيع المحول للأنموذج الثامن عندما تكون ($\gamma=0.2, \theta=3.5, \beta=4.5, \alpha=5$)	3-16
113-111	القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الثامن	3-17
116	نسب الأفضلية لكل طريقة من طرائق التقدير عند كل حجم من احجام العينات	3-18
122	يمثل اوقات دخول مرضى القلب لحين الوفاة متمثلة بالأسابيع ومرتبة تصاعدياً	4-1
122	المؤشرات الاحصائية للعيينة	4-2
124	يبين معايير المفاضلة بين النماذج في تمثيل البيانات الحقيقية	4-4
128-126	يبين قيم دالة البقاء والمخاطرة ودالة (pdf)(cdf) بعد ترتيب البيانات الحقيقية لأوقات المرضى لحين الوفاة (تصاعدياً)	4-5

قائمة الأشكال والمخططات

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
11	شكل بياني يوضح منحى دالة البقاء	1-2
13	شكل بياني يوضح منحى دالة المخاطرة	2-2
24	شكل بياني يوضح شكل دالة التوزيع الاحتمالية لتوزيع كابا المحول	3-2
25	شكل بياني يوضح دالة التوزيع التراكمية لتوزيع كابا المحول	4-2
38	شكل بياني يوضح دالة البقاء للتوزيع المحول	5-2
39	شكل بياني يوضح دالة المخاطرة للتوزيع المحول	6-2
63	توضح تغيير دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير للأنموذج الأول ولحجوم عينات (30,50,100,150)	(4-3) - (1-3)
70	توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الثاني عند حجوم العينات (30,50,100,150).	(8-3) - (5-3)
77	توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الثالث عند حجوم العينات (30,50,100,150).	(12-3) - (9-3)
84	توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الرابع عند حجوم العينات (30,50,100,150).	(16-3) - (13-3)
91	توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الخامس عند حجوم العينات (30,50,100,150).	(20-3) - (17-3)
99	توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج السادس عند حجوم العينات (30,50,100,150).	(24-3) - (21-3)
107	توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج السابع عند حجوم العينات (30,50,100,150).	(28-3) - (25-3)
115	توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الثامن عند حجوم العينات (30,50,100,150).	(32-3) - (29-3)
125	يوضح دالة الكثافة الاحتمالية والتجميعية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة.	1-4

جدول الرموز والمصطلحات المستعملة في هذه الرسالة

Mean	المعنى	الرمز
Cumulative distribution function	دالة التوزيع التراكمية	$F(,)$
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(,)$
Cumulative density function of transformed distribution	الدالة التراكمية للتوزيع المحول	$G(,)$
Probability density function of transformed distribution	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المحول	$g(,)$
First shape parameter	معلمة الشكل الأولى	α
Second shape parameter	معلمة الشكل الثانية	θ
First scale parameter	معلمة القياس الأولى	β
Assumed value	دالة كما	Γ
Transmutation parameter(Second scale parameter)	معلمة القياس الثانية(دالة كما غير تامة)	γ
Survival function	دالة البقاء	$S(,)$
Hazard rate function	دالة المخاطرة	$h(,)$
Expected value	القيمة المتوقعة	$E(,)$
Variance	التباين	σ
Central r moment	العزم المركزي الرائي	μ^r
Coefficients of variation	معامل الاختلاف	C.V
Quadratic ranking transmutation map	خارطة تحويل الرتب التربيعية	QRTM
Coefficients of skewness	معامل الالتواء	S.K
Transmuted Kappa Distribution	توزيع كابا المحول	TKD
Maximum likelihood estimation	مقدر الإمكان الأعظم	MLE
Cramer-Von Mises estimation	مقدر كرايمر فون مايسز	CVM

Anderson- Darling estimation	مقدر اندرسون دارلنك	ANE
Right-Tail Anderson-Darling method)	اندرسون دارلنك الذيل الايمن	RTAN
Left-Tail Anderson- (Darling method)	اندرسون دارلنك الذيل الايسر	LTAN
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Replicate the experiment	تكرار التجربة	R
Anderson darling statistic	إحصاءه اندرسون دارلنك	A_d^*
Chi – Squared Statistic	إحصاءه مربع كاي	χ_c^2

المستخلص :

Abstract

استعمل الباحث توزيع كبا ذو الثلاث معلمات لبناء توزيع احتمالي جديد عن طريق صيغة التحويل التربيعية فيصبح بتوزيع كبا المحول ذو الأربع معلمات ويمتاز بالمرونة والدقة عن التوزيعات الاخرى وتمت دراسة خواص التوزيع واستخراجها وتطبيق التوزيع على خمس من طرائق التقدير التقليدية ومن هذه الطرائق المستعملة هي طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) وطريقة كرايمر فون مايسز (Cramer-Von Mises Minimum) وطريقة اندرسون دارلنك (Anderson-Darling) وطريقة اندرسون دارلنك الذيل الأيمن (Right-Tail Anderson-Darling) ، اندرسون دارلنك الذيل الايسر (Left-Tail Anderson-Darling) ومن اجل إيجاد افضل طريقة من بين طرائق التقدير تم استعمال أسلوب محاكاة مونتني -كارلو (Monty Carlo) باستعمال برنامج (Mathematica12.2) استعمل الباحث ثمانية نماذج لحجوم عينات مختلفة (صغيرة ،متوسطة، كبيرة) تم اختيار قيم مختلفة لمعلمات التوزيع ،وذلك لدراسة سلوك المقاييس باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) كانت الافضلية في تقدير المعلمات طريقة الإمكان الأعظم لحجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.

طبق التوزيع على بيانات حقيقية لمرضى القلب كانت حجم العينة (104) مشاهدة بالأسابيع تمثل أوقات بقاء المريض على قيد الحياة لحين الوفاة باستعمال معايير حسن المطابقة تم اثبات افضلية التوزيع المحول مقارنة مع التوزيع قبل التحويل وتوزيعات أخرى قيد الدراسة .

وأيضاً تم تطبيق تقدير دالة المخاطرة باستعمال افضل الطرائق التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي (طريقة الإمكان الأعظم) وان متوسط أوقات البقاء هو (0.470068) اي ان احتمال بقاء المصاب بمرض القلب على قيد الحياة هو 50 % تقريباً.

الفصل الاول

منهجية الرسالة

(Introduction)**(1-1) المقدمة:-**

تعتمد جودة الإجراءات المستعملة في التحليل الإحصائي بشكل كبير على أنموذج مفترض أو التوزيع الاحتمالي، وبسبب هذا تم بذل جهود كبيرة من الباحثين في تطوير فئات متعددة من التوزيعات الاحتمالية القياسية، جنباً إلى جنب مع المنهجيات الإحصائية ذات الصلة، ومع ذلك لا تزال هناك العديد من المشاكل كعدم اتباع البيانات الحقيقية في توزيعها أيًا من النماذج الاحتمالات الكلاسيكية.

قام الباحثون بمناقشة التوزيعات وفي نطاق واسع وبشكل متكرر في البيانات الإحصائية التجريبية لاختيار الأنموذج المناسب والقضايا ذات الصلة في العلوم التطبيقية مثل البيئة والطب والهندسة ونمذجة وتحليل البيانات التجريبية، هناك العديد من التوزيعات التي يمكن استعمالها في هذا النوع من البيانات التجريبية، ضرورة الإجراءات المستعملة في مثل هذه الإحصائية اعتمد التحليل بشكل كبير على انموذج الاحتمال المفترض أو التوزيع.

في هذه الدراسة نستعمل نهج صيغة التحويل لأنموذج جديد يعمم توزيع كبا ويسمى هذا التوزيع بتوزيع كبا المحول وفقاً لصيغة تحويل الرتب .

فقد قام الباحثين بتطوير فئة جديدة من التوزيعات المحولة ،وهي دالة تحويل الرتب التكميلية ودالة التحويل التربيعية(من الدرجة الثانية)،قدمت هذه العائلة البارامترية الجديدة توزيعات قابلة للحل وقادرة على ملائمة مجموعة من البيانات المعقدة .

تم تقسيم الرسالة الى خمسة فصول تضمن الأول المقدمة، مشكلة الرسالة، هدف الرسالة، الاستعراض المرجعي لأهم المراجع والبحوث ذات العلاقة بالشأن والدراسات السابقة التي استطاع الباحث الاستحصال عليها.

اذ تضمن الثاني دراسة التوزيع المحول بأستعمال صيغة الرتب التربيعية وبإضافة معلمة واحدة الى التوزيع وإيجاد خصائصه وتقدير المعلمات ودالة المخاطرة للتوزيع المحول الجديد وتضمن ايضاً عرضاً لطرائق التقدير المستعملة في تقدير المعلمات هي طريقة الامكان الاعظم (Maximum likelihood) ، طريقة كرايمر فون مايسز طريقة اندرسون دارلنك (Anderson darling) وطريقة اندرسون دارلنك الذيل الأيمن، واندرسون دارلنك الذيل الايسر .

بينما تضمن الثالث الجانب التجريبي مفهوم المحاكاة وتطبيق منهج محاكاة مونت كارلو (Mont Carlo) للمفاضلة بين طرائق التقدير التي تم التطرق اليها في الفصل الثاني باستعمال متوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error).

اما الرابع الجانب التطبيقي اذ تضمن تطبيق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية تتمثل في أوقات البقاء على قيد الحياة لمرضى القلب اذ تم تقدير دالة المخاطرة لهذه البيانات باستعمال أفضل طريقة ظهرت في الجانب التجريبي. و الخامس فقد تم استعراض أبرز ما جاءت به الرسالة من استنتاجات وكذلك التوصيات التي يجب اخذها بنظر الأهمية.

Problem of stetament

(2-1) مشكلة الرسالة :

تكمّن مشكلة الرسالة في كثرة البيانات وتعقيدها وسلوكها الشائك وعدم تجانس البيانات الحقيقية حيث يصعب تمثيلها في توزيعات أحادية كما في التوزيعات المعروفة لذلك لا بد ان يتم الحصول على توزيع يكون اكثر مرونة في تمثيل هذه البيانات وغيرها من التوزيعات الأحادية لذا دعت الحاجة الى إيجاد توزيع جديد بأستخدام صيغة الرتب التربيعية ليكون توزيعا اكثر مرونة ودقة في تمثيل بيانات الدراسة.

Objectives

(3-1) هدف الرسالة :

بناء توزيع احتمالي بأستعمال الصيغة التربيعية وإيجاد افضل مقدر لدالة المخاطرة و اثبات ان التوزيع افضل من التوزيعات المقترحة.

Review of literature

(4-1) الاستعراض المرجعي :

تتضمن هذا الدراسة المعرفة على ما قدمه الباحثون في الدراسات المتعلقة بخرائط تحويل الرتب (Ranking Transmuted Maps).

❖ في عام 2009 استعملوا **Gokarna & Tsokos** صيغة تحويل الرتب التربيعية لعمل مجموعه من توزيعات الاحتمالية اكثر مرونة مثل توزيع القيمة الاساسية عن طريق ادخال معلمة جديدة قدموا اشتقاق للمقاييس الاحصائية للتوزيع المحول وتم تقدير طريقة الامكان الاعظم وقاموا بتطبيقه على بيانات تساقط الثلوج في ولاية إلينويز (Aryal, etl (2009)

❖ في عام 2011 **Aryal & Tsokos** قاموا باستعمال صيغة تحويل الرتب لتوزيع ويبيل ذو المعلمتين قاموا بإدخال معلمة جديدة للتوزيع واعمامه باستعمال صيغة التحويل الرتب التربيعية قدم وصفا شاملا للخصائص الرياضية وبعض طرائق التقدير وقاموا بدراسة دالة المعولية ودالة المخاطرة وتطبيقها على بيانات حقيقة ومقارنة توزيع ويبيل المحول مع ويبيل-الاسي وبيان افضليته. (Aryal, etl(2011)

❖ في عام (2013) **(Faton and Ibrahim)** استعملوا صيغة تحويل الرتب التربيعية (QRTM) وذلك لعمل مجموعة من التوزيعات الاحتمالية المرنة التي تأخذ (Lindley) كتوزيع

الأساسي عن طريق ادخال معلمة جديدة من اجل توفر الكثير من المرونة التوزيعية ويوضح ان النتائج قابلة للتطبيق على انموذج البيانات الحقيقية .

وتّم استخلاص بعض الخصائص الرياضية كالعزم الرائي والدالة المولدة للعزوم وإحصاءات الرتب ولتقدير معالم التوزيع بأستعمال طريقة المربعات الصغرى والمربعات الصغرى الموزونة والامكان الأعظم وقاموا بعمل محاكاة لطرائق التقدير وتبين ان الطريقة الافضل هي الإمكان الأعظم وتم تطبيقه على بيانات حقيقة وتقدير دالة البقاء للتوزيع (Merovci, etl. (2013

❖ **في (2014) قام (Elbatal) وآخرون** بدراسة توزيع (Exponentiated fréchet) المحول وتم استعمال طرائق التقدير لتقدير معالم الانموذج كطريقة الامكان الاعظم والمربعات الصغرى الموزونة وتم تطبيق تحليل البيانات في الوقت الفعلي لهذا التوزيع ووجد ان هذه النوع اكثر مرونة وان توزيع (Exponentiated fréchet) المحول ملائم بشكل افضل للبيانات التي تم جمعها وتحليلها في الاصل باستعمال (fréchet) أو (Exponentiated fréchet).

(Elbatal, etl. (2014).

❖ **في العام نفسه اقترح (Afify) وآخرون** توزيع (Marshall-Olkin Frechet) المحول ، اذ تم اشتقاق الصفات الحسابية بما في ذلك الدالة المولدة ، الكمية ودالة العزم وكذلك يتم اشتقاق ، q-intropies Renyi و احصاءات الرتب وتم استعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معالم التوزيع المقترح ، كذلك نرى براءة الانموذج المعروض على التوزيعات الاخرى الموجودة في المؤلفات في نمذجة مجموعتين من بيانات الحياة الحقيقية.

[Afify etl. (2014)]

***في عام (2015) قام (Anum and Ayesha) بأعمام جديد** لتوزيع Exponentiated (Pareto) المسمى بتوزيع (Exponentiated Pareto) المحول واستنتج خصائص للتوزيع بما فيه الدالة المميزة والانحراف والمتوسط و انتروبيا المعلومات وإحصاءات الرتب للتوزيع الجديد ، وقد تم تقدير المعالم بطريقة الامكان الاعظم ويمكن للتوزيع نمذجة البيانات بمعدل خطير مرتفع او متضائل او مستقر.. (Luguterah, etl. (2015)

❖ **اقترح (Afify) وآخرون في عا(2016) دراسة اعمام جديد** لتوزيع (Weibull-Pareto) يسمى توزيع (Weibull-Pareto) المحول ، وتم اشتقاق الخصائص الرياضية المختلفة بما في ذلك دالة العزوم العادية، الدالة الكمية ، الدالة المولدة للعزوم ، منحنيات (Bonferroni) و (Lorenz) وإحصاءات الرتب ، وتم استعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معالم الانموذج ، ويتم

توضيح مرونة انموذج العمر الجديد عن طريق التطبيق لمجموعة بيانات حقيقية.

((Afify),etl (2016))

❖ في العام نفسه تمت دراسة (Muhammad Ahsan ul Haq) وآخرون اشتقاق اعمام لتوزيع (New Weibull-Pareto) وتم استعمال صيغة تحويل الرتبة التربيعية (QRTM Quadratic rank transmutation map) التي تمت تعلمها بواسطة (Shaw and Buckley) عام (2007) لتطويره. يشمل التوزيع المقترح كحالات خاصة مع توزيع (Weibull-Pareto) الجديد (NWP) وتوزيع (Weibull) المحول (TW) وتوزيع (Rayleigh) المحول (TR) والتوزيع (exponential) المحول (TE). ويتم اشتقاق الخصائص للتوزيع كدالة المقدار، والدالة المولدة للعزوم، والانحرافات المتوسطة، وتحليل المعولية، وإحصاءات الرتب، أنتروپيا Renyi وتم عرض طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات الانموذج (TNWP Transmuted New Weibull-Pareto)، فقد تم إظهار فائدة النموذج المشتق باستعمال مجموعتين من البيانات واثبتت ان توزيع (TNWP) هو أفضل من التوزيعات الاخرى فعال على بعض جودة مقاييس الملائمة لذلك نستخلص ان الانموذج الحديث يجذب إجراءات في عدة مجالات مثل الهندسة، بيانات البقاء والاقتصاد وغيرها.

(Afify etl. (2016)).

❖ في عام (2017) اقترح (Venegas) وآخرون دراسة توزيع جديد أحادي المتغير ثلاثي المعلمات ، توزيع Maxwell الأسّي المحول. وان هذا التوزيع أحادي المتغير الجديد هو اعمام لتوزيع ماكسويل والأسّي. وتمت دراسة الصفات الاحتمالية، واشتقاق الوظائف التي يتم استعمالها في دراسات المعولية، وتم تقدير دالة الامكان الأعظم وتقدير بايز للمعلمات تمت دراسة المحماة وتطبيقه على بيانات حقيقية. (Chaudhary etl 2017)

❖ في العام نفسه (2017) قام (Deka) وآخرون باشتقاق توزيع Gumball المحول (TEGD) باستعمال توزيع Gumball الأسّي (EGD) وخريطة تحويل الرتبة التربيعية (QRTM). تمت دراسة التعبيرات والمظاهر التحليلية والاشكال لدالة التوزيع المقترح ودالة الكثافة الاحتمالية ودالة المعدل للمخاطرة ودالة معموليه ويتم تطبيق تقدير معلمات TEGD باستعمال طريقة الامكان الاعظم اذ تم تنفيذ TEGD على مجموعة من البيانات الحقيقية لمعلمة جودة المياه ووجد أنها مناسبة بهيئة أفضل من توزيع Gumbel الأسّي وتوزيع (Gumbel). (Deka etl. (2017)).

- ❖ **اقترح في عام(2018) (Umar and Terna)** توزيعاً حديثاً يسمى توزيع (exponential Lomax) المحول بوصفه ملحقاً لتوزيع (Lomax) المعروف في شكل (exponential Lomax) بأستعمال خارطة التحويل التربيعية التي تمّت دراستها في بحث سابق بأستعمال خارطة التحويل واستخرج دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التراكمي للتوزيع المحول ، إذ تمّت دراسة بعض خصائص التوزيع الجديد بعد الاشتقاق وتمّ تقدير معالم التوزيع بطريقة الامكان الاعظم ، وتمّ مراجعة اداة التوزيع الاحتمالي المقترح بالمفاضلة مع بعض التعميمات الاخرى لتوزيع (Lomax) بأستعمال ثلاث مجموعات من البيانات الواقعية . أشارت النتائج التي تم الاستحصا ل عليها إلى أن فعالية TELD أفضل من التوزيعات الأخرى التي تحتوي على قوة Lomax و Lomax-Exponential . (Abdullahi, etl (2018
- ❖ **وفي العام ذاته قدم(Nofal) وآخرون** اعاماً لتوزيع(Weibull) الملحق بأستعمال صيغة تحويل الرتبة التربيعية او ما يسمى بتوزيع(Exponentiated Additive Weibull) المحول إنه اكثر مرونة وقدرة على تحليل البيانات الاكثر تعقدا ويشمل 27 انموذجا فرعيا كحالات خاصة ، تم إعطاء العديد من الخصائص الحسابية للتوزيع الجديد كهيئات مغلقة للعزم العادي والدالة الكمية ،الدالة المولدة للعزوم وعن استعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معالم الانموذج ويتم تبين النموذج بأستعمال مجموعتين من البيانات الحقيقية.
- (Nofal etl (2018)
- ❖ **وفي عام(2019) اقترح(Khan, M.S)** قام بدراسة توزيع وايبول العكسي المعدل المحول المكون من أربع معالم تمت دراسة الخصائص النظرية لتوزيع وايبول العكسي المعدل المحول. والذي يتضمن الانحرافات الكمية والوسيط والانتروبيا والمتوسط الهندسي والمتوسط التوافقي. يتم الحصول على تقدير المعالم بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم و يتم توفير تطبيق لمجموعة بيانات حقيقية لإظهار التوافق الأفضل لتوزيع Weibull العكسي المعدل المنقولة وتقدير مرونة التوزيع المحول عن طريق تنفيذ البيانات الالية. (Khan, M. S. (2019)

- ❖ في عام 2020 اقترح Ieren امتدادًا جديدًا للتوزيع الطبيعي يسمى "التوزيع الطبيعي المحول". يتم تحديد دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التراكمي للتوزيع الطبيعي المحول بأستعمال خريطة تحويل الترتيب التريبيعي. أيضًا ، يتم توفير دراسة شاملة لبعض خصائص التوزيع الطبيعي المحول في هذه المقالة. تشمل هذه الخصائص لحظاتها ، ووظيفة توليد اللحظة ، ووظيفة الخصائص ، ووظيفة البقاء ، ووظيفة الخطر ، وتوزيع احصاءات الطلب. تمت مناقشة الحد الأقصى لتقدير الاحتمالية للمعاملات غير المعروفة. تم استعمال ثلاث مجموعات بيانات حقيقية لتحديد ما إذا كان التوزيع الطبيعي المحول أفضل من التوزيع الطبيعي أم لا ، وتشير نتائجنا إلى أن الأنموذج الطبيعي المحول على الرغم من المرونة ليس أفضل من التوزيع الطبيعي التقليدي. (Ieren etl. (2020).
- ❖ قام عام (2021) (Urama) وآخرون بتوسيع للتوزيعات الاحتمالية لتحسين مرونتها قاموا بتطوير توزيع باريتو باستعمال طريقة كوماراسوامي وأدت إلى عمل توزيع جديد يسمى توزيع كوماراسوامي-باريتو وهذه الطريقة تدعى طريقة التحويل فقد تم تقديم الخصائص الرياضية للتوزيع المعمم الجديد باستعمال العزوم و الإنتروبيا وإحصاءات الرتب تعني الانحراف وتم تقدير المعلمة باستعمال طريقة الامكان الاعظم . و تطبيق التوزيع الموسع الحديث على بيانات حقيقية عن إفراط فيضان القمم (بالملي ثانية) إذ تمت ملاحظتها أنها متفوقة على نماذجها الفرعية وتمّ اختبار المطابقة مثل معيار معلومات أكايكي (AIC) ومعيار (K-S)(Kolmogorov-Smirnov). (Urama, etl. (2021).
- ❖ في عام 2022 قدم Tanış, توزيعا جديدا لمدى الحياة يسمى توزيع رايلي المعكوس هو من النوع المسجل المنخفض المحول والذي تم توسيع توزيع رايلي المعكوس قام بالحصول على التوزيع الجديد لصيغة الرتب التريبيعية والذي ناقش الاستدلالات الإحصائية والخصائص الرياضية للتوزيع وقدر خمس طرائق للتوزيع المحول وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة المربعات الصغرى الموزونة وطريقة كرايمر فون مايسز، واندرسون دارلنك، لتقدير النقاط للتوزيع المقترح تم إجراء دراسة محاكاة مونت كارلو شاملة لتقييم سلوك المخاطرة للمقشرين الذين تم فحصهم. قدم تطبيقين حقيقيين للبيانات لتوضيح القدرة الملائمة للأنموذج المقترح ، ومقارنة مدى ملاءمته مع التطبيقات المنافسة. على عكس العديد من التوزيعات المقترحة سابقًا ، فإن التوزيع المقدم في هذه الورقة قد وضع انموذجًا لأوقات الشفاء لمرضى Covid-19. (Tanış, C. (2022).

❖ **قدم الباحث (هدير سعدي) عام(2022) بحثاً لتوزيع احتمالي مركب محول (Composite Distribution (Exponential- Fréchet) (TEFD) وتمت دراسة الخصائص لهذا التوزيع كدالة الكثافة الاحتمالية والدالة التجميعية ودالة البقاء والمخاطرة وعمل انموذج احتمالي حديث وتقدير معالم النموذج بطريقة الإمكان الأعظم **Maximum Likelihood** وطريقة المربعات الصغرى الموزونة **Weighted Least square** وطريقة أندرسون - دارلنك **Anderson darling**. وعند اجراء المحاكاة تبين ان طريقة الفضلى هي اندرسون دارلنك عند حجم عينات صغيرة وعند حجم عينات كبيرة طريقة الإمكان الأعظم طبقت على بيانات مرض الفشل الكلوي وتقدير دالة البقاء للمرض. (سعدي، 2022)**

ومن هذه الدراسات التي تم الاطلاع عليها نلاحظ ان أغلب الدراسات والبحوث العربية لا توجد هناك دراسة تشتمل على بناء خارطة تحويل الرتب لتوزيع كبا ومن ثم تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كبا لذا قمنا بتطبيق هذه الخارطة على توزيع كبا ذو الثلاث معالم للحصول على توزيع جديد وهو توزيع كبا المحول ذو اربع معالم (**Transmuted kappa distribution**) ومن ثم تقدير معالم التوزيع وتقدير دالة المخاطرة للتوزيع المحول الجديد.

الفصل الثاني

الجانب النظري

1-2-1 التمهيدي:

في هذا الفصل سوف يتم التطرق الى دالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة التجميعية والبقاء و المخاطرة والدوال المرتبطة بها واستخدام طريقة تحويل الرتب والدوال والمفاهيم المرتبطة بها وكذلك التطرق الى توزيع كبا والتوزيع المقترح كبا المحول وبيان خصائصه المختلفة كالعزوم حول نقطة الاصل ، وكذلك العزوم حول الوسط الحسابي والقوانين الخاصة بحساب معامل (الاختلاف ، الالتواء ، التفلطح) ومن ثم تقدير معلمات هذا التوزيع ، وكذلك تقدير دالة المخاطرة باستعمال بعض طرائق التقدير ((الامكان الاعظم (Mle) ، كرايمر فون مايسز ، اندرسون دارلنك ، اندرسون دارلنك الأيمن و اندرسون دارلنك الذيل الايسر).

2-2 بعض المفاهيم الأساسية

(The Survival Function)

1-2-2 دالة البقاء:

تعرف بأنها احتمال عدم فشل العامل في الفاصل الزمني $(t,0)$ وبمعنى اخر احتمال بقاء الكائن حيا حتى الوقت المحدد (t) ويرمز لها بالرمز $S(t)$ ويستعمل مصطلح دالة البقاء عادة في الدراسات الطبية والحياتية وصيغتها الرياضية كالتالي:- (Hasting ,N & et al, 2000)

$$S(t) = p_r(T > t) = \int_t^{t \max} f(t) dt$$

$$S(t) = 1 - p_r(T \leq t)$$

$$S(t) = 1 - F(t) \quad (1 - 2)$$

T : متغير عشوائي يرمز إلى الفترة الزمنية اللازمة لحدوث الفشل أو هو ذلك المتغير العشوائي الذي يشير إلى وقت البقاء حتى حدوث الموت.

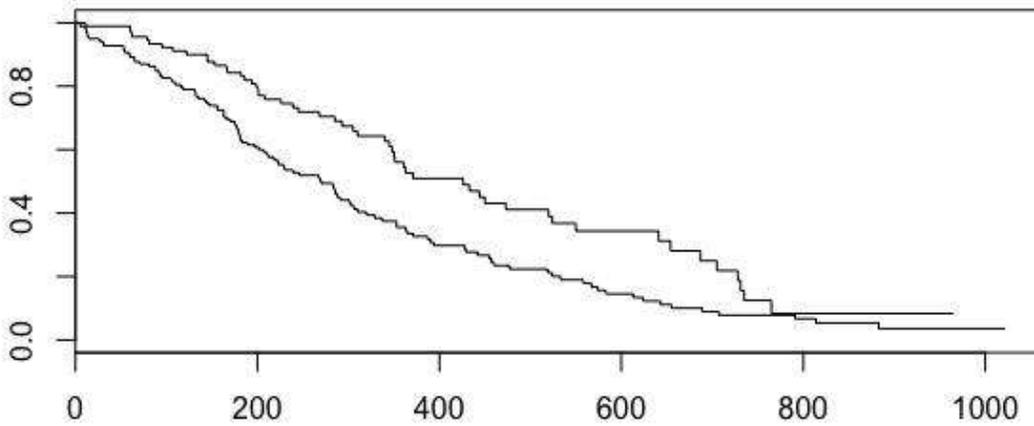
t : فيمثل زمن البقاء الذي يكون أكبر أو يساوي صفر $(t \geq 0)$.

غالبا ما نفترض ان $S(0) = 1$ أي أن احتمال بقاء المصاب على قيد الحياة في الزمن (0) يساوي واحد ،

وكذلك يجب أن تكون دالة البقاء غير متزايدة وكذلك مستمرة من الجانب الايمن.

$$S(u) \leq s(t) \quad \text{if } u > t$$

فاحتمال البقاء عادة يفترض انه يقترب من الصفر كلما ازداد عمر الكائن الحي (الانسان مثلا) اي عندما $(t=0)$ فان دالة البقاء ستكون مساوية للواحد ويعني هذا ان احتمال بقاء الفرد على قيد الحياة عند الوقت $(t=0)$ مساويا للواحد. [Qamruz, Z.; and Karl, P.:(2011)]
 والشكل (1-2) يمثل منحنى دالة البقاء إذ يمثل المحور الافقي الوقت t والمحور العمودي يمثل قيمة دالة البقاء $S(t)$ إذ يتبين من الشكل التناسب العكسي بين قيمة دالة البقاء $S(t)$ والزمن t .



الشكل (1-2) (منحنى دالة البقاء)

المصدر (https://www.arabicprogrammer.com/article/2003716321/)

2-2-2 دالة الكثافة التجميعية للفشل (Cumulative Density Function)

هي احتمال موت الكائن قبل الوقت t وهي مكملة لدالة البقاء ويرمز لها بالرمز $F(t)$ وتسمى أيضا بدالة توزيع وقت البقاء والصيغة لها كالاتي: - (Rinne.H,(2014))

$$F(t) = p_r(T \leq t) .$$

$$F(t) = \int_0^t f(u)du. \quad (2 - 2)$$

اذ ان : $f(u)$ هي دالة كثافة الفشل للزمن t .
 (T): الوقت حتى حدوث الفشل.

$$F(t) = 1 - S(t) \quad (3 - 2)$$

(Failure Density function)

3-2-2 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل:

وهي احتمال فشل المفردة (موت الانسان) خلال المدة $(t, t + \Delta t)$ وبغض النظر عن صغر Δt حيث ان

$t_2 = t_1 + \Delta t$ ويرمز لها بالرمز $f(t)$ والتعبير الرياضي لها هو : [Rinne.H,(2014)

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pr[t < T < t + \Delta t]}{\Delta t}, \quad t \geq 0 \quad (4 - 2)$$

وان Δt : هو التغير في قيمة المتغير العشوائي T اي بمعنى $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ ولهذه الدالة خصائص هي :

$$(1) f(t) \geq 0, \text{ for all } t.$$

$$(2) \int_0^{\infty} f(t) dt = 1.$$

(The Hazard Function)

4-2-2 دالة المخاطرة:

تسمى كذلك متوسط الفشل وهي احتمال فشل المفردة أو النظام خلال الفترة الزمنية $(t, t + \Delta t)$ علماً أن المفردة والنظام يعمل حتى الزمن t اما بالنسبة للكائن الحي فهي تمثل متوسط الوفيات اللحظية للفرد الذي يسلم من الزمن t او احتمال ان تتم الحالة في الوقت t ويرمز لها بالرمز $h(t)$ أي أن:

(Jelle Goeman , July - 2001)

$$h(t) = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{s(t)} \quad (5 - 2)$$

وعندما $\Delta t \rightarrow 0$ نحصل على دالة المخاطرة $(h(t))$ وبالشكل الآتي:

$$h(t) = \left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{s(t) \cdot \Delta t} \right] \quad (6 - 2)$$

والاحتمال الشرطي عبارة عن الدالة المشتركة (joint) مقسومه على الدالة الحدية (Marjina)

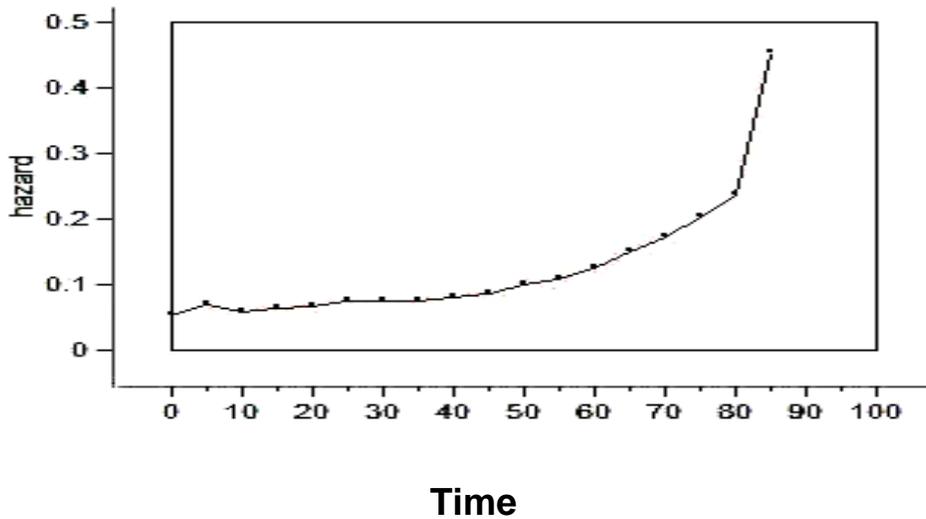
$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{s(t) \cdot \Delta t} \right] \right] \quad (7 - 2)$$

$$h(t) = \frac{1}{S(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{s(t) \cdot \Delta t} \right] \quad (8 - 2)$$

$$h(t) = \frac{dF(t)}{dt} \cdot \frac{1}{S(t)} = \frac{f(t)}{S(t)} \quad (9 - 2)$$

إن دالة الخطورة $h(t)$ تتناسب عكسياً مع دالة البقاء $S(t)$ وطردياً مع دالة الكثافة الاحتمالية $f(t)$ لذلك فإن العلاقة التي تربط هذه المفردات الثلاث والمتمثلة بالمعادلة (9-2) يمكن الإستفادة منها وتطبيقها في الواقع، وإن معرفة أي اثنين من هذه الدوال تمكننا من الحصول على الدالة الثالثة. (Rinne.H, (2014)

و الشكل رقم (2- 2) يوضح منحنى دالة المخاطرة، إذ يمثل المحور الافقي الوقت t والمحور العمودي يمثل قيمة دالة المخاطرة $h(t)$ إذ يتبين من الشكل التناسب الطردي بين قيمة دالة المخاطرة $h(t)$ والزمن t حيث كلما زاد عمر الكائن الحي زادت الخطورة .



شكل (2-2) يوضح منحنى دالة المخاطرة

المصدر:- (عاجل:2019)

2-3 توزيع كابا

Kappa Distribution

هو من التوزيعات الاحتمالية المستمرة يدرس السلوك العشوائي للظواهر المهمة علميا وحياتيا. وقد مرت بتطورات مهمة على يد (Hosking 1994) وآخرين. وقد قاموا على تطوير طرائق التقدير لمعلماته (Hutson 1998) و (Ani shabri& Abdul aziz 2010) و (Samir2011) و (Dhwyia Hassan,Inam) و (Abdulrahman,Layla Nassir) حيث استنتج الباحثين الطريقة الأفضل لدراسة الظاهرة التي تناولوها أي طريقة تكون هي الأفضل في تقدير معلمات التوزيع. بعض الباحثين قاموا بتطوير صيغة التوزيع من معلمتين الى ثلاث معلمات وصولا الى اربع معالم الصيغة الأصعب في الشكل المختصة بدراسة الفضاء الخارجي. حيث ان كثيرا ما تم استخدام هذا التوزيع في ظواهر الفضاء الخارجي والغلاف الجوي مثلا سرعة الجزيئات وخصائصها وبلازما الفضاء ودرجة الحرارة للبلازما، ويدرس درجات الحرارة القصوى وظاهرة الرياح الشمسية والظواهر الحياتية والطبيعية مثل نمذجة السلوك العشوائي للرياح العاصفة والامطار والفيضانات وتغير المناخ، وكذلك التطبيقات الإحصائية والظواهر الجوية وفي هذه الدراسة يكون صيغة التوزيع ناتج عن خلط توزيعين هما توزيع كاما (Gamma distribution) والتوزيع اللوغاريتم الطبيعي (Log-normal distribution) وان هذه الصيغة كانت في الدراسة المنشورة عام 1964 التي قدمها الباحثان (Earl S ; Johson ; Paul W.Milke ,JR) وهناك أيضا صيغة تحتوي على ثلاث معالم ولكن تكون تلك الصيغة هي صيغة قياسية غير ناتجة عن خلط توزيعين مختصة بدراسة ظواهر خارج نطاق اهتمامنا في هذه الدراسة (كريم، 2018)

[A.Monserud etl, (1992)]

دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كابا يمكن كتابتها بالشكل الآتية :-

$$f(x)=\begin{cases} \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} & , \quad (\text{if } x>0) \\ 0 & , \quad \text{otherwise} \end{cases} \quad (10-2)$$

دالة التوزيع التراكمي كالآتي :

$$F(x)=\begin{cases} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}\right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} & , \quad (\text{if } x>0) \\ 0 & , \quad \text{otherwise} \end{cases} \quad (11-2)$$

حيث ان
 (α, θ) : هما معلمتا الشكل لتوزيع كابا
 (β) : معلمة القياس لتوزيع كابا
 وبذلك تكون دالة البقاء لتوزيع كابا بالشكل التالي:

$$S(t) = 1 - F(t)$$

$$S(t) = 1 - \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)} \quad (12 - 2)$$

اما دالة المخاطرة لهذا التوزيع فهي :

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)}$$

$$h(t) = \frac{\left[\frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right]}{\left[1 - \frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right]^{\left(\frac{1}{\alpha}\right)}} \quad (13 - 2)$$

حيث ان

$f(t)$: هي دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كابا

$S(t)$: تمثل دالة البقاء لتوزيع كابا

جدول (1-2) يمثل بعض خصائص توزيع كابا

الخاصية	الصيغة
mean	$\beta\alpha^{\left(\frac{1-\alpha\theta}{\alpha\theta}\right)} \frac{\Gamma\left(2 - \frac{2}{\alpha\theta}\right) \Gamma\left(\frac{2}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} - 1\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}$

المصدر:- (كريم، 2018)

variance	$\left\{ \begin{aligned} & \beta^2 \alpha^{-3+\left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right)^2 \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} \right) \\ & - 2\beta^2 \alpha^{\left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)-2} \left(\frac{\Gamma^2\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right)\Gamma^2\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right) \\ & + \beta^2 \alpha^{\left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)-1} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha\theta}+\frac{1}{\alpha}\right)\Gamma\left(1-\frac{2}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} \right) \end{aligned} \right\}$
skewness	$\left\{ \begin{aligned} & \beta^3 \alpha^{\left(\frac{3}{\alpha\theta}\right)-1} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{3}{\alpha\theta}+\frac{1}{\alpha}\right)\Gamma\left(1-\frac{3}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} \right) \\ & - 3\beta^3 \alpha^{\left(\frac{3}{\alpha\theta}\right)-2} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right) \left(\frac{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha\theta}+\frac{1}{\alpha}\right)\Gamma\left(1-\frac{2}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} \right) \\ & + 3\beta^3 \alpha^{\left(\frac{3}{\alpha\theta}\right)-3} \left(\frac{\Gamma^3\left(\frac{1}{\alpha\theta}+\frac{1}{\alpha}\right)\Gamma^3\left(1-\frac{1}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma^3\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} \right) \\ & - \beta^3 \alpha^{\left(\frac{3}{\alpha\theta}\right)-4} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right)^3 \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} \right) \end{aligned} \right\}$
	$\left\{ \begin{aligned} & \beta^2 \alpha^{\left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)-3} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right)\Gamma\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right)^2 \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} \right) \right\}^3 \\ & - 2\beta^2 \alpha^{\left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)-2} \left(\frac{\Gamma^2\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right)\Gamma^2\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right) \\ & + \beta^2 \alpha^{\left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)-1} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha\theta}+\frac{1}{\alpha}\right)\Gamma\left(1-\frac{2}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)} \right) \end{aligned} \right\}$

Rank Transformation Map

4-2 صيغة تحويل الرتب :

Kurtosis	$\left\{ \begin{aligned} & \beta^4 \alpha \left(\frac{4}{\alpha\theta}\right)^{-1} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{4}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha}\right) \Gamma\left(1 - \frac{4}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \right) \\ & - 4 \beta^4 \alpha \left(\frac{4}{\alpha\theta}\right)^{-2} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right) \Gamma\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right) \left(\frac{\Gamma\left(\frac{3}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha}\right) \Gamma\left(1 - \frac{3}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \right) \\ & + 6 \beta^4 \alpha \left(\frac{4}{\alpha\theta}\right)^{-3} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right) \Gamma\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right) \left(\frac{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha}\right) \Gamma\left(1 - \frac{2}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \right) \\ & - 4 \beta^4 \alpha \left(\frac{4}{\alpha\theta}\right)^{-4} \left(\frac{\Gamma^4\left(\frac{1}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha}\right) \Gamma^4\left(1 - \frac{1}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma^4\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \right) \\ & + \beta^4 \alpha \left(\frac{4}{\alpha\theta}\right)^{-5} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right) \Gamma\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right)^4 \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \right) \end{aligned} \right.$
	$\left\{ \begin{aligned} & \beta^2 \alpha \left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)^{-3} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right) \Gamma\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right)^2 \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \right) \right\}^2 \\ & - 2\beta^2 \alpha \left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)^{-2} \left(\frac{\Gamma^2\left(\frac{1+\theta}{\theta\alpha}\right) \Gamma^2\left(\frac{\alpha\theta-1}{\theta\alpha}\right)}{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right) \\ & + \beta^2 \alpha \left(\frac{2}{\alpha\theta}\right)^{-1} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{2}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha}\right) \Gamma\left(1 - \frac{2}{\alpha\theta}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)} \right) \end{aligned} \right.$

تعد خرائط تحويل الرتب طريقة ملائمة وحديثة لبناء توزيعات جديدة لا سيما توزيعات الفشل أو البقاء على قيد الحياة وهي تشتمل على التركيب الوظيفي لدالة التوزيع التراكمي cdf لتوزيع معين مع دالة التوزيع التراكمي العكسي (الدالة الكمية) لتوزيع اخر.

(Granzotto etl (2017))

حيث تم تقديم صيغة تحويل الرتب التربيعية QRTM من قبل الباحثان [Shaw and Buckley كوسيلة لتمديد التوزيعات المعروفة عن طريق إضافة معلمة إضافية إلى دالة التوزيع الأساس وتحويلها الى توزيعات توفر مجموعة أدوات للسيطرة على التواء و تفلطح التوزيع من أجل ان تناسب البيانات الحقيقية . (Iriarte etl. (2014)

إذا كان للتوزيع الأساس دالة توزيع cdf فإن المتغير العشوائي (x) يكون محول بواسطة خارطة تحويل الرتب الترتيبية إذا كان له $G(x)$ حسب الاتي :-

$$G(x) = (1 + \gamma)F(x) - \gamma[F(x)]^2, \quad -1 < \gamma < 1 \quad (14-2)$$

حيث ان

γ تمثل معلمة التحويل

$F(x)$ هي دالة ال cdf

وباشتقاق الصيغة أعلاه نحصل على pdf للتوزيع كالاتي:

$$g(x) = f(x)[1 + \gamma - 2\gamma F(x)] \quad (15 - 2)$$

و أن التوزيع الناتج يمثل دالة كثافة احتمالية يطلق عليه اسم التوزيع المحول Transformed distribution وكما هو موضح ان التوزيع الأساسي قبل التحويل هو حالة خاصة من التوزيع المحول عندما $\gamma = 0$. (Arshad etl, (2018)) .

Transmuted kappa Distribution

5-2 توزيع كابا المحول

للحصول على دالة الكثافة الاحتمالية pdf لتوزيع كابا المحول بعد تعويض معادلة (10-2) في المعادلة (2-15) التي يمكن التعبير عنها بالصيغة التالية:-

$$f(x, \alpha, \theta, \beta, \gamma) = \frac{\alpha \theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta \alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left(1 + \gamma - 2\gamma \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta \alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta \alpha}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right) \dots (16 - 2)$$

ولإثبات شروط الدالة الاحتمالية لتوزيع كابا المحول:-

$$f(x, \alpha, \theta, \beta, \gamma) = \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left(1 + \gamma - 2\gamma \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right)$$

$$\int_0^{\infty} f(x, \alpha, \theta, \beta, \gamma) \cdot dx = \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot dx \\ + \int_0^{\infty} \gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot dx \\ - 2\gamma \int_0^{\infty} \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \cdot dx \end{array} \right\}$$

$$\text{Let } c_1 = \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \dots \quad (17-2)$$

وبتكامل المعادلة (17-2)

$$\int_0^{\infty} c_1 dx = \int_0^{\infty} \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot dx$$

$$\text{Let } u = \frac{x}{\beta}, x = u\beta, dx = \beta du$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\alpha\theta}{\beta} (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \beta du$$

$$= \alpha\theta \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} du$$

$$\text{Let } z = (u)^{\theta\alpha} u = (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}}, du = \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$= \alpha \theta \int_0^{\infty} z^{-\frac{1}{\theta\alpha}} z^{\frac{1}{\alpha}} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$= \int_0^{\infty} z^{-1+\frac{1}{\alpha}} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dz$$

$$= \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} z^{-1+\frac{1}{\alpha}} \left[1 + \frac{z}{\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dz$$

Let $y = \frac{z}{\alpha}$, $z = y\alpha$, $dz = \alpha dy$

$$= \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} (y\alpha)^{-1+\frac{1}{\alpha}} [1+y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \alpha dy$$

$$= \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} (\alpha)^{-1+\frac{1}{\alpha}} \alpha \int_0^{\infty} (y)^{-1+\frac{1}{\alpha}} [1+y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dy$$

$$= \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} (y)^{-1+\frac{1}{\alpha}} [1+y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dy$$

$$= \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} \frac{(y)^{-1+\frac{1}{\alpha}}}{[1+y]^{\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}} dy$$

وهذا يشابه الصيغة الثانية لتوزيع بيتا

$$\beta(\alpha, \beta) = \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{(1+x)^{\alpha+\beta}} dx = \frac{\Gamma\alpha\Gamma\beta}{\Gamma\alpha+\beta}$$

$$\beta = (\alpha + \beta) - \alpha$$

$$\alpha = \frac{1}{\alpha'}, \beta = 1$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\alpha} \frac{\Gamma \frac{1}{\alpha} \Gamma 1}{\Gamma \frac{1}{\alpha} + 1} \\
 &= \frac{1}{\alpha} \frac{(\frac{1}{\alpha} - 1)! (1 - 1)!}{(\frac{1}{\alpha})!} \\
 &= \frac{1}{\alpha} \frac{(\frac{1}{\alpha} - 1)! (0)!}{(\frac{1}{\alpha})(\frac{1}{\alpha} - 1)!} \\
 &= \frac{1}{\alpha} \frac{1}{(\frac{1}{\alpha})} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\text{Let } c_2 = \gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \longrightarrow c_2 = \gamma c_1$$

$$\text{Let } c_3 = 2\gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \dots \quad (18-2)$$

وبأجراء التكاملات بالنسبة للمعادلة (18-2)

$$= \int_0^{\infty} 2\gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} .dx$$

$$\text{Let } u = \frac{x}{\beta}, x = u\beta, dx = \beta du$$

$$= 2\gamma \int_0^{\infty} \frac{\alpha\theta}{\beta} (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{(u)^{\alpha\theta}}{\alpha + (u)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \beta du$$

$$= 2\gamma\alpha\theta \int_0^{\infty} (u)^{2\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} du$$

$$= \alpha\theta 2\gamma \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{(u)^{\alpha\theta}}{\alpha + (u)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} du$$

$$\text{Let } z = (u)^{\theta\alpha} u = (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}}, du = \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$= \alpha\theta 2\gamma \int_0^{\infty} (z)^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dz$$

$$= 2\gamma \int_0^{\infty} (z)^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dz$$

$$= \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} (z)^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} \left[1 + \frac{z}{\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dz$$

$$\text{Let } y = \frac{z}{\alpha}, z = y\alpha, dz = \alpha dy$$

$$= 2\gamma\alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} (y\alpha)^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} \left[1 + \frac{z}{\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha dy$$

$$= 2\gamma\alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} \alpha \int_0^{\infty} (y)^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha dy$$

$$= 2\gamma \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} (y)^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dy$$

$$= 2\gamma \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} (y)^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dy$$

وهذا يشابه الصيغة الثانية لتوزيع بيتا

$$\beta(\alpha, \beta) = \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{(1+x)^{\alpha+\beta}} dx = \frac{\Gamma\alpha\Gamma\beta}{\Gamma\alpha+\beta}$$

$$\beta = (\alpha + \beta) - \alpha$$

$$\alpha = \frac{2}{\alpha}, \beta = 1$$

$$= \frac{1}{\alpha} \frac{\Gamma \frac{2}{\alpha} \Gamma 1}{\Gamma \frac{2}{\alpha} + 1}$$

$$= 2\gamma \frac{1}{2}$$

$$= \gamma$$

نعوض نواتج التكاملات في المعادلة التالية

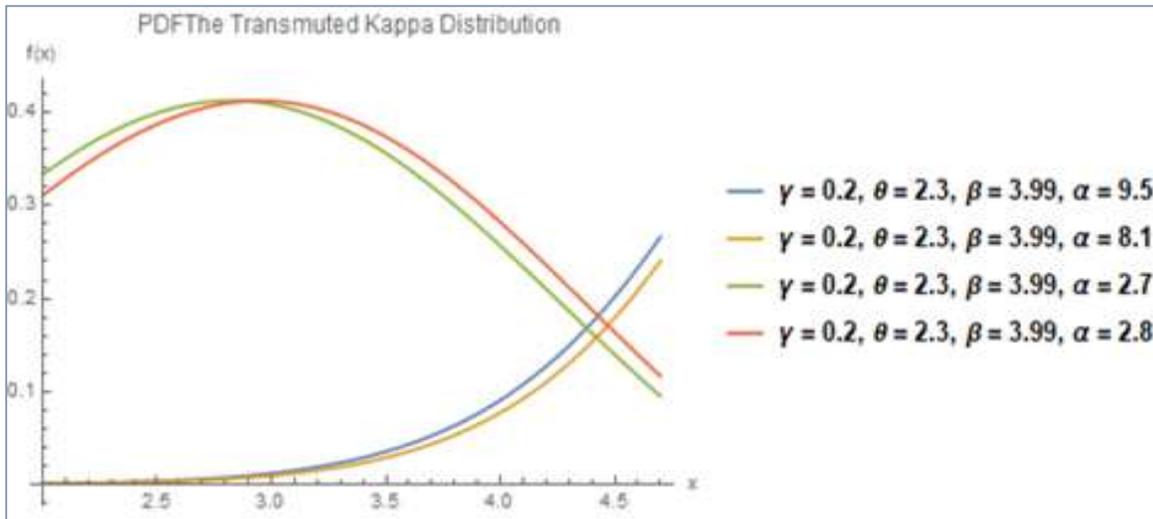
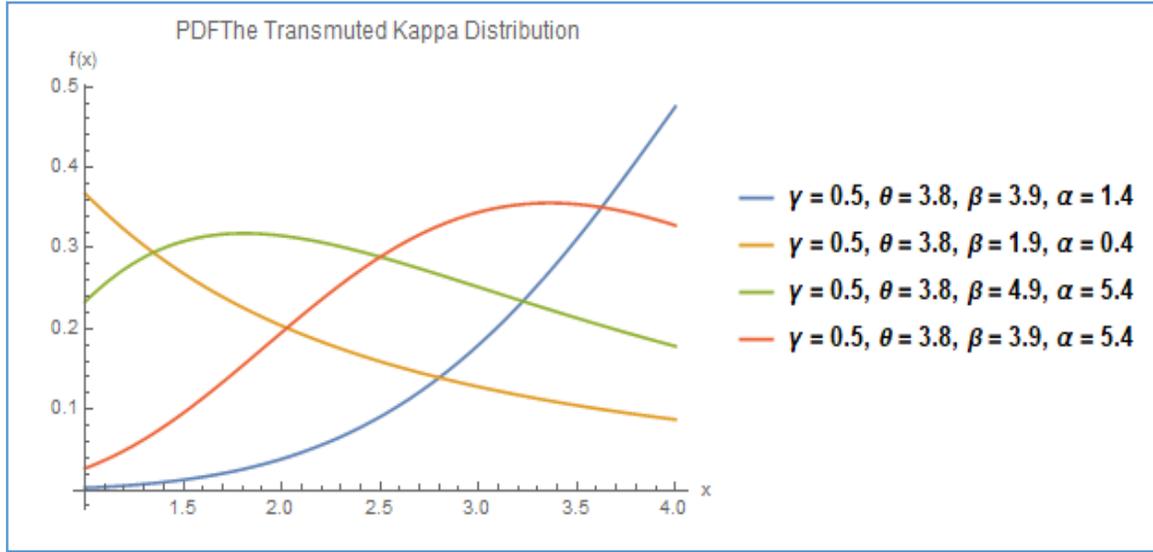
$$\int_0^{\infty} g(x) dx = \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot dx \\ + \int_0^{\infty} \gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot dx \\ - 2\gamma \int_0^{\infty} \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \cdot dx \end{array} \right\}$$

$$\int_0^{\infty} g(x) dx = 1 + \gamma - \gamma$$

$$\therefore \int_0^{\infty} g(x) dx = 1$$

ان دالة التوزيع المقترح هي دالة احتمالية

والرسم البياني يوضح سلوك دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح عند قيم مختلفة للمعلمات



الشكل (3-2) يوضح الرسم البياني لشكل دالة التوزيع الاحتمالية للتوزيع المقترح

المصدر:- من اعداد الباحث

نلاحظ من الشكلين المذكورة انفاً ان قيمة (pdf) تكون متزايدة

دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المقترح

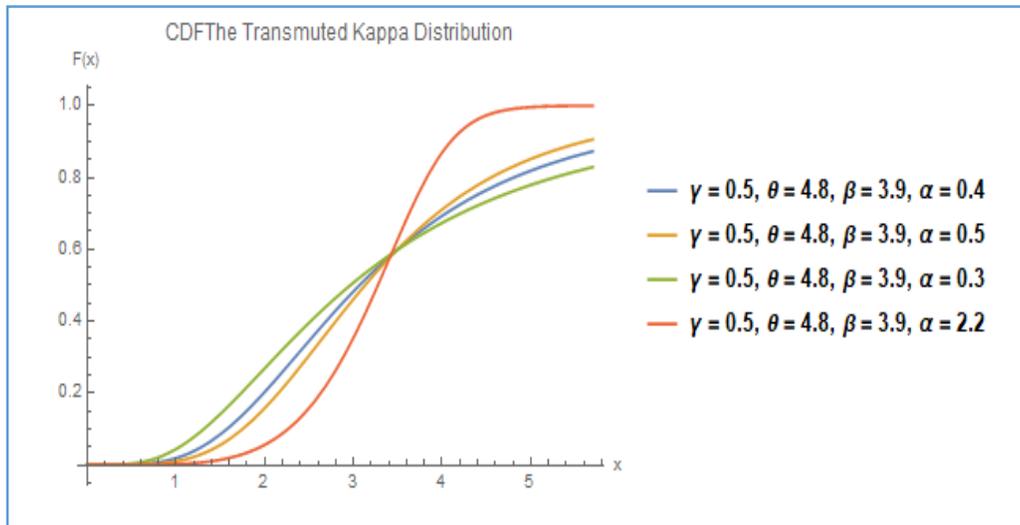
$$F(x, \alpha, \theta, \beta, \gamma) = \int_0^x g(x), dx \quad (19 - 2)$$

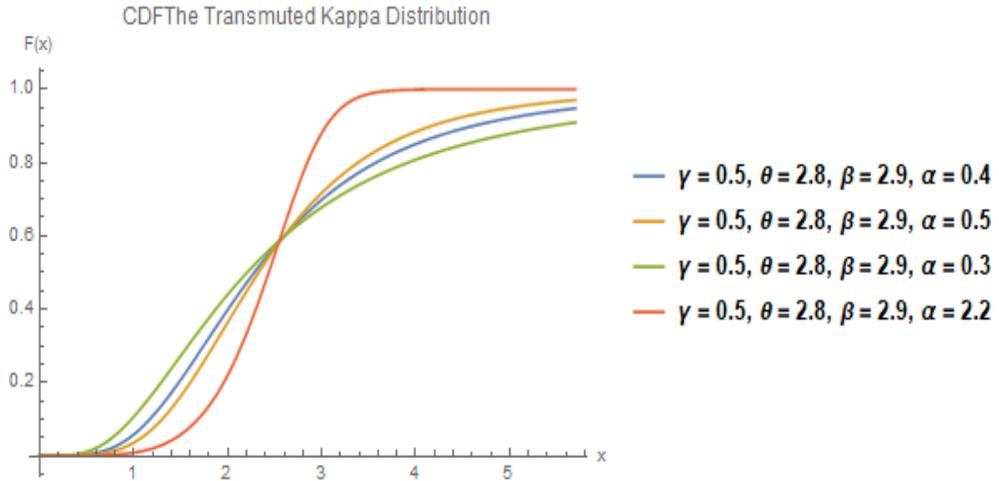
$$\begin{aligned}
 &= \int_0^x \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\frac{(\alpha+1)}{\alpha}} dx + \int_0^x \gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\frac{(\alpha+1)}{\alpha}} - 2\gamma \int_0^x \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\frac{(\alpha+1)}{\alpha}} dx \\
 &= \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} + \gamma \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} - 2\gamma \left[\frac{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right)^{-2/\alpha} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{2\theta}}{2} \right] \\
 &= \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{x}{\beta}\right) + \gamma \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{x}{\beta}\right) - \gamma \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right)^{-2/\alpha} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{2\theta}
 \end{aligned}$$

$$F(x, \alpha, \theta, \beta, \gamma) = \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right)^{-\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{x}{\beta}\right) (1 + \gamma) - \gamma \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right)^{-2/\alpha} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{2\theta} \quad ; x, \alpha, \theta, \beta, \geq 0$$

(20-2)

كذلك يمكن الحصول على دالة الكثافة التجميعية للتوزيع المقترح عن طريق المعادلة (14-2) والرسم البياني يوضح سلوك دالة الكثافة التجميعية عند قيم مخالفة للمعلمات





الشكل (4-2) يوضح الرسم البياني لدالة التوزيع التراكمية لتوزيع كبا المحول

المصدر:- اعداد الباحث

نلاحظ من الشكلين انفاً ان قيمة (cdf) تكون متزايدة وتقع قيمتها بين (0,1)

1-5-2 خصائص توزيع كبا المحول

1-1-5-2 اشتقاق العزم الرائي غير المركزي للتوزيع المحول

$$E x^r c_1 = \int_0^{\infty} c_1 x^r \cdot dx$$

$$E x^r = \int_0^{\infty} x^r \frac{\alpha \theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot dx \quad (21-2)$$

$$\text{Let } u = \frac{x}{\beta}, x = u\beta, dx = \beta du$$

$$E x^r = \frac{\alpha \theta}{\beta} \int_0^{\infty} (u\beta)^r (u)^{\theta-1} \left[\alpha + (u)^{\theta}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \beta \cdot du$$

$$E x^r = \alpha \theta \beta^r \int_0^{\infty} (u)^r (u)^{\theta-1} \left[\alpha + (u)^{\theta}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot du$$

$$\text{Let } z = (u)^{\theta\alpha} u = (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}}, du = \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$Ex^r = \alpha\theta\beta^r \int_0^{\infty} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} \right)^r ((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}})^{\theta-1} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$Ex^r = \beta^r \int_0^{\infty} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} \right)^r ((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}})^{\theta-1} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$Ex^r = \beta^r \int_0^{\infty} z^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot dz$$

$$Ex^r = \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} z^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}} \left[1 + \frac{z}{\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \cdot dz$$

$$\text{Let } y = \frac{z}{\alpha}, z = y\alpha, dz = \alpha dy$$

$$Ex^r = \beta^r \alpha^{\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} (y\alpha)^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \alpha dy$$

$$Ex^r = \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \int_0^{\infty} (y)^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dy$$

$$Ex^r = \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \int_0^{\infty} \frac{(y)^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}}}{[1 + y]^{\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}} dy$$

وهذا يشابه الصيغة الثانية لتوزيع بيتا

$$\beta(\alpha, \beta) = \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{(1+x)^{\alpha+\beta}} dx = \frac{\Gamma\alpha\Gamma\beta}{\Gamma\alpha+\beta}$$

$$\beta = (\alpha + \beta) - \alpha$$

$$\alpha = \frac{r+\theta}{\alpha\theta} \quad , \quad \beta = \frac{\alpha+1}{\alpha} - \frac{r+\theta}{\alpha\theta}$$

$$Ex^r = \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \int_0^\infty \frac{(y)^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}}}{[1+y]^{\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}} dy = \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{r+\theta}{\alpha\theta} \Gamma \frac{\alpha+1}{\alpha} - \frac{r+\theta}{\alpha\theta}}{\Gamma \frac{\alpha+1}{\alpha}} \right]$$

$$= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{r+\theta}{\alpha\theta} \Gamma 1 - \frac{r}{\alpha\theta}}{\Gamma \frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] = \gamma c_2$$

$$Ex^r c_3 = \int_0^\infty c_3 x^r . dx$$

$$Ex^r = \int_0^\infty x^r \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} dx$$

$$= \frac{\alpha\theta}{\beta} \int_0^\infty \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} . dx$$

Let $u = \frac{x}{\beta}$, $x = u\beta$, $dx = \beta du$

$$= \frac{\alpha\theta}{\beta} \int_0^{\frac{x}{\beta}} (u\beta)^r (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{(u)^{\alpha\theta}}{\alpha + (u)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \beta du$$

$$= \alpha\theta\beta^r \int_0^{\frac{x}{\beta}} (u)^r (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{(u)^{\alpha\theta}}{\alpha + (u)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} du$$

$$= \alpha\theta\beta^r \int_0^{\frac{x}{\beta}} (u)^r (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{(u)^{\alpha\theta}}{\alpha + (u)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} du$$

$$= \alpha \theta \beta^r \int_0^{\frac{x}{\beta}} (u)^{r+2\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dz$$

$$\text{Let } z = (u)^{\theta\alpha} u = (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}}, du = \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$= \beta^r \int_0^{\frac{x}{\beta}} \left(u^{\frac{r+2\theta-1}{\alpha\theta}}\right) [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dz$$

$$= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \int_0^{\frac{x}{\beta}} \left(u^{\frac{r+2\theta-1}{\alpha\theta}}\right) \left[1 + \frac{z}{\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dz$$

$$\text{Let } y = \frac{z}{\alpha}, z = y\alpha, dz = \alpha dy$$

$$= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \int_0^{\frac{x}{\beta}} (y\alpha)^{\frac{r+2\theta}{\alpha\theta}-1} \left[1 + \frac{z}{\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dz$$

$$= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha^{\frac{r+2\theta}{\alpha\theta}-1} \int_0^{\frac{x}{\beta}} (y)^{\frac{r+2\theta-1}{\alpha\theta}} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha dy$$

$$= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha^{\frac{r+2\theta}{\alpha\theta}-1} \int_0^{\frac{x}{\beta}} (y)^{\frac{r+2\theta-1}{\alpha\theta}} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha dy$$

$$= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \int_0^{\frac{x}{\beta}} (y)^{\frac{r+2\theta}{\alpha\theta}-1} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dy$$

$$= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \int_0^{\frac{x}{\beta}} \frac{(y)^{\frac{r+2\theta}{\alpha\theta}-1}}{[1 + y]^{\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)}} \cdot dy$$

$$= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma 1 - \frac{r}{\alpha\theta} \Gamma \frac{r+2\theta}{\alpha\theta}}{\Gamma \frac{\alpha+2}{\alpha}} \right]$$

$$g(x) = \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} + \gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} - 2\gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}$$

$$Ex^r = \int_0^{\infty} x^r \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dx + \int_0^{\infty} x^r \gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dx - 2\gamma \int_0^{\infty} x^r \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dx$$

$$Ex^r = \mu'_r = \left(\begin{array}{c} \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}} \Gamma^{1-\frac{r}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}} \right] + \gamma \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}} \Gamma^{1-\frac{r}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}} \right] \\ - 2\gamma \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{1-\frac{r}{\alpha\theta}} \Gamma^{\frac{r+2\theta}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+2}{\alpha}}} \right] \end{array} \right)$$

$$Ex^r = \mu'_r = \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{\frac{r+\theta}{\alpha\theta}} \Gamma^{1-\frac{r}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}} \right] (1+\gamma) - 2\gamma \beta^r \alpha^{\frac{r}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{1-\frac{r}{\alpha\theta}} \Gamma^{\frac{r+2\theta}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+2}{\alpha}}} \right] \quad (22-2)$$

Where r=1

$$Ex^1 = \mu'_1 = \beta^1 \alpha^{\frac{1}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{1+\theta} \Gamma^{1-\frac{1}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}} \right] (1+\gamma) - 2\gamma \beta^1 \alpha^{\frac{1}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{1-\frac{1}{\alpha\theta}} \Gamma^{1+2\theta}}{\Gamma^{\frac{\alpha+2}{\alpha}}} \right] \quad (23-2)$$

Where r=2

$$Ex^2 = \mu'_2 = \beta^2 \alpha^{\frac{2}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{\frac{2+\theta}{\alpha\theta}} \Gamma^{1-\frac{2}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}} \right] (1+\gamma) - 2\gamma \beta^2 \alpha^{\frac{2}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{1-\frac{2}{\alpha\theta}} \Gamma^{\frac{2+2\theta}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+2}{\alpha}}} \right] \quad (24-2)$$

Where r=3

$$Ex^3 = \mu'_3 = \beta^3 \alpha^{\frac{3}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{\frac{3+\theta}{\alpha\theta}} \Gamma^{1-\frac{3}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}} \right] (1+\gamma) - 2\gamma \beta^3 \alpha^{\frac{3}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{1-\frac{3}{\alpha\theta}} \Gamma^{\frac{3+2\theta}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+2}{\alpha}}} \right] \quad (25-2)$$

Where r=4

$$E x^4 = \mu'_4 = \beta^4 \alpha^{\frac{4}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{\frac{4+\theta}{\alpha\theta}} \Gamma^{1-\frac{4}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+1}{\alpha}}} \right] (1+\gamma) - 2\gamma \beta^4 \alpha^{\frac{4}{\alpha\theta}-1} \left[\frac{\Gamma^{1-\frac{4}{\alpha\theta}} \Gamma^{\frac{4+2\theta}{\alpha\theta}}}{\Gamma^{\frac{\alpha+2}{\alpha}}} \right] \quad (26-2)$$

اشتقاق صيغة العزم الرائي عن الوسط الحسابي

$$E(x - \mu)^r = \int_0^{\infty} (x - \mu)^r f(x, \alpha, \theta, \beta, \gamma). dx$$

$$E(x - \mu)^r c_1 = \int_0^{\infty} (x - \mu)^r \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}, dx \quad (17-2)$$

$$\text{Let } u = \frac{x}{\beta}, x = u\beta, dx = \beta du$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\alpha\theta}{\beta} (u\beta - \mu)^r (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \beta du$$

$$= \alpha\theta\beta^r \int_0^{\infty} \left(u - \frac{\mu}{\beta}\right)^r (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} du$$

$$\text{Let } z = (u)^{\theta\alpha} u = (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}}, du = \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$= \alpha\theta\beta^r \int_0^{\infty} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta}\right)^r (z)^{\frac{\theta-1}{\theta\alpha}} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$= \beta^r \int_0^{\infty} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta}\right)^r (z)^{\frac{\theta-1}{\theta\alpha}} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$= \beta^r \int_0^{\infty} (z)^{\frac{\theta-1}{\theta\alpha}} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta}\right)^r [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dz$$

$$= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} z^{\frac{1}{\alpha}-1} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta}\right)^r \left[\alpha + \frac{z}{\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dz$$

$$\text{Let } y = \frac{z}{\alpha}, z = y\alpha, dz = \alpha dy$$

$$\begin{aligned}
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} z^{\frac{1}{\alpha}-1} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r [\alpha + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dz \\
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} y \alpha^{\frac{1}{\alpha}-1} \left((y\alpha)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r [\alpha + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \alpha dy \\
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \alpha^{\frac{1}{\alpha}-1} \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}} \alpha^1 \int_0^{\infty} y^{\frac{1}{\alpha}-1} \left((y)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r [\alpha + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dy \\
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \alpha^{\frac{1}{\alpha}-1} \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}} \alpha^1 \int_0^{\infty} y^{\frac{1}{\alpha}-1} \left((y)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\frac{1}{\alpha\theta\alpha}\beta} \right)^r [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dy \\
 &= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \int_0^{\infty} y^{\frac{1}{\alpha}-1} \left((y)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\frac{1}{\alpha\theta\alpha}\beta} \right)^r [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dy
 \end{aligned}$$

عن طريق القانون الاتي

$$\begin{aligned}
 (a + b)^n &= \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} a^x b^{n-x} \\
 &= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} y^{\frac{1}{\alpha}-1} (y)^{\frac{j}{\theta\alpha}} \left(-\frac{\mu}{\frac{1}{\alpha\theta\alpha}\beta} \right)^{r-j} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dy \\
 &= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \left(-\frac{\mu}{\frac{1}{\alpha\theta\alpha}\beta} \right)^{r-j} \int_0^{\infty} y^{\frac{j}{\theta\alpha}+\frac{1}{\alpha}-1} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} dy \\
 &= \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} \frac{y^{\frac{j}{\theta\alpha}+\frac{1}{\alpha}-1}}{[1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}} dy
 \end{aligned}$$

$$= \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \int_0^{\infty} \frac{y^{\frac{j}{\theta\alpha}+\frac{1}{\alpha}-1}}{[1+y]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)}} dy$$

$$E(x - \mu)^r c_1 = \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] = \gamma c_2$$

$$E(x - \mu)^r c_3 = \int_0^{\infty} (x-\mu)^r \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} .dx$$

$$= \int_0^{\infty} (x-\mu)^r \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} .dx$$

Let $u = \frac{x}{\beta}$, $x = u\beta$, $dx = \beta du$

$$= \int_0^{\infty} (u\beta - \mu)^r \frac{\alpha\theta}{\beta} (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{(u)^{\alpha\theta}}{\alpha + (u)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \beta du$$

$$= \alpha\theta \int_0^{\infty} (u\beta - \mu)^r (u)^{\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[\frac{(u)^{\alpha\theta}}{\alpha + (u)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} du$$

$$= \alpha\theta\beta^r \int_0^{\infty} \left(u - \frac{\mu}{\beta}\right)^r (u)^{2\theta-1} [\alpha + (u)^{\theta\alpha}]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} du$$

Let $z = (u)^{\theta\alpha}$ $u = (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}}$, $du = \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$

$$= \alpha\theta\beta^r \int_0^{\infty} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta}\right)^r (z)^{\frac{2\theta}{\theta\alpha}-1} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \frac{1}{\theta\alpha} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz$$

$$\begin{aligned}
 &= \beta^r \int_0^{\infty} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r (z)^{\frac{2\theta}{\theta\alpha}-1} [\alpha + z]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz \\
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r (z)^{\frac{2\theta}{\theta\alpha}-1} \left[1 + \frac{z}{\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} (z)^{\frac{1}{\theta\alpha}-1} dz \\
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} (z)^{\frac{2}{\alpha}-1} \left((z)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r \left[1 + \frac{z}{\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dz
 \end{aligned}$$

Let $y = \frac{z}{\alpha}, z = y\alpha, dz = \alpha dy$

$$\begin{aligned}
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} (y\alpha)^{\frac{2}{\alpha}-1} \left((y\alpha)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha dy \\
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \int_0^{\infty} (y\alpha)^{\frac{2}{\alpha}-1} \left((y\alpha)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r \left[1 + \frac{z}{\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha dy \\
 &= \beta^r \alpha^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} \alpha^{\frac{2}{\alpha}-1} \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}} \alpha^1 \int_0^{\infty} (y)^{\frac{2}{\alpha}-1} \left((y)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dy \\
 &= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \int_0^{\infty} (y)^{\frac{2}{\alpha}-1} \left((y)^{\frac{1}{\theta\alpha}} - \frac{\mu}{\beta} \right)^r [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dy
 \end{aligned}$$

من خلال القانون الاتي :

$$\begin{aligned}
 (a + b)^n &= \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} a^x b^{n-x} \\
 &= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}} \beta} \right)^{r-j} \int_0^{\infty} (y)^{\frac{j}{\theta\alpha} + \frac{2}{\alpha} - 1} [1 + y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)} dy
 \end{aligned}$$

$$= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}}\beta} \right)^{r-j} \int_0^{\infty} \frac{(y)^{\frac{j}{\theta\alpha} + \frac{2}{\alpha} - 1}}{[1+y]^{-\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right)}} dy$$

$$= \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}}\beta} \right)^{r-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right]$$

وان الصيغة النهائية للعزم للرأي عن الوسط الحسابي تكون بالشكل الاتي :

$$(x-\mu)^r = \int_0^{\infty} (x-\mu)^r f(x, \alpha, \theta, \beta, \gamma) dx$$

$$(x-\mu)^r = \left(\int_0^{\infty} (x-\mu)^r \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} + \int_0^{\infty} (x-\mu)^r \gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} - \int_0^{\infty} (x-\mu)^r 2\gamma \frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha} \right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \right)$$

$$(x-\mu)^r = \left(\beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] + \gamma \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] - 2\gamma \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}}\beta} \right)^{r-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \right)$$

$$(x-\mu)^r = \left(\beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) - 2\gamma \beta^r \alpha^{\frac{r}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}}\beta} \right)^{r-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \right) \quad (27-2)$$

2-1-5-2 صيغة التباين للتوزيع:

$$(x-\mu)^2 = \begin{pmatrix} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) \\ -2\gamma \beta^2 \alpha^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}} \beta} \right)^{2-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \end{pmatrix} \quad (28-2)$$

$$\sigma^2 = \begin{pmatrix} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) \\ -2\gamma \beta^2 \alpha^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}} \beta} \right)^{2-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \end{pmatrix} \quad (29-2)$$

3-1-5-2 والانحراف المعياري للتوزيع المقترح

$$\sigma = \sqrt{\begin{pmatrix} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1 + \gamma) - \\ 2\gamma \beta^2 \alpha^{\frac{2}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}} \beta} \right)^{2-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \end{pmatrix}} \quad (30-2)$$

$$(x-\mu)^3 = \begin{pmatrix} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-\mu)^{3-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) \\ -2\gamma \beta^3 \alpha^{\frac{3}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}} \beta} \right)^{3-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \end{pmatrix} \quad (31-2)$$

$$(x-\mu)^4 = \begin{pmatrix} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} (-\mu)^{4-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta\alpha}-1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) \\ -2\gamma \beta^4 \alpha^{\frac{4}{\theta\alpha}-1} \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta\alpha}} \beta} \right)^{4-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \end{pmatrix} \quad (32-2)$$

4-1-5-2 معامل الاختلاف المركزي (Coefficients of Variation)

هو مقياس لمدى تشتت البيانات، يستعمل للمقارنة بين التوزيعات لبيان أيهما يحتوي على تباين أكثر تجانس ويمثل نسبة الانحراف المعياري الى الوسط الحسابي، وفق الصيغة الآتية:

(Reed, G. F., Lynn, F., & Meade, B. D. (2002))

$$C.V = \frac{\sigma}{\mu_1} \times 100\%$$

$$C.V = \frac{\sqrt{\beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} \right] (1+\gamma) - 2\gamma \beta^2 \alpha^{\frac{2}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha\theta\beta} \right)^{2-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha} \right]}}{\beta^1 \alpha^{\frac{1}{\theta} - 1} \left[\frac{\Gamma \frac{1+\theta}{\alpha\theta} \Gamma 1 - \frac{1}{\alpha\theta}}{\Gamma \frac{\alpha+1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) - 2\gamma \beta^1 \alpha^{\frac{1}{\theta} - 1} \left[\frac{\Gamma 1 - \frac{1}{\alpha\theta} \Gamma \frac{1+2\theta}{\alpha\theta}}{\Gamma \frac{\alpha+2}{\alpha}} \right]} \quad (33-2)$$

5-1-5-2 معامل الالتواء Coefficient of Skewness

هو درجة عدم التماثل والانحراف عن التماثل، فإذا كان منحني توزيع الشكل العام للبيانات له طرف على يمين مركز التوزيع أطول من الطرف الايسر، فان التوزيع يسمى ملتوي لليمين وأن له التواءً موجباً، وإذا حدث العكس يقال إن التوزيع ملتوي لليساار وأنه سالب الالتواء.

(Chauveau, D. (1995), (محمد، 2007))

$$S.K = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$S.K = \frac{\left[\beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-\mu)^{3-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) \right.}{\left. - 2\gamma \beta^3 \alpha^{\frac{3}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta}} \beta} \right)^{3-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \right]}{\left[\beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) \right.}{\left. - 2\gamma \beta^2 \alpha^{\frac{2}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta}} \beta} \right)^{2-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \right]}^{\frac{3}{2}} \quad (34-2)$$

6-1-5-2 معامل التفرطح (Coefficient of Kurtosis)

التفرطح ويسمى أيضا معامل التسطیح أو درجة التقوس ، وهو مؤشر لقياس درجة تحذب أو تقوس دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي حقيقي، وهو إلى جانب التجانس، من أهم معالم أشكال توزيع المتغيرات العشوائية، ويمكن من وصف شكل توزيع الاحتمالات في جوار القيمة المتوقعة

(Tadjiri S. (2019))

$$C.K = \left(\frac{(x - \mu)^4}{\sigma^4} \right)$$

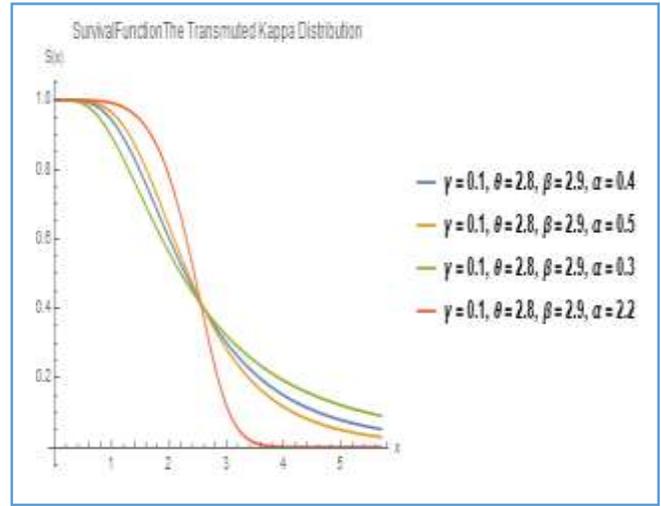
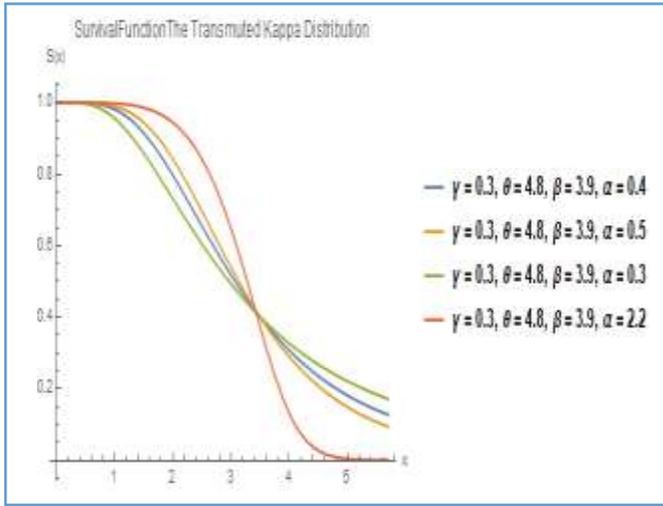
$$C.K = \frac{(x - \mu)^4}{((x - \mu)^2)^2}$$

$$C.K = \frac{\left(\beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} (-\mu)^{4-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1 + \gamma) \right.}{\left. - 2\gamma \beta^4 \alpha^{\frac{4}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta}} \beta} \right)^{4-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \right)}{\left(\beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \beta^j \alpha^{\frac{j}{\theta} - 1} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{1}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] (1+\gamma) \right.}{\left. - 2\gamma \beta^2 \alpha^{\frac{2}{\theta} - 1} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} \left(-\frac{\mu}{\alpha^{\frac{1}{\theta}} \beta} \right)^{2-j} \left[\frac{\Gamma \frac{j}{\alpha\theta} + \frac{2}{\alpha} \Gamma 1 - \frac{j}{\alpha\theta} - \frac{1}{\alpha}}{\Gamma 1 + \frac{1}{\alpha}} \right] \right)}^2 \quad (35-2)$$

7-1-5-2 دالة البقاء للتوزيع المحول كالاتي:-

$$S(x) = 1 - F(x)$$

$$S(x, \beta, \alpha, \theta, \gamma) = 1 - \left[\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \alpha} \right)^{-\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{x}{\beta} \right) (1 + \gamma) - \gamma \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \alpha} \right)^{-2/\alpha} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{2\theta} \right] \quad (36 - 2)$$



شكل (5-4) يوضح دالة البقاء لتوزيع كابا المحول

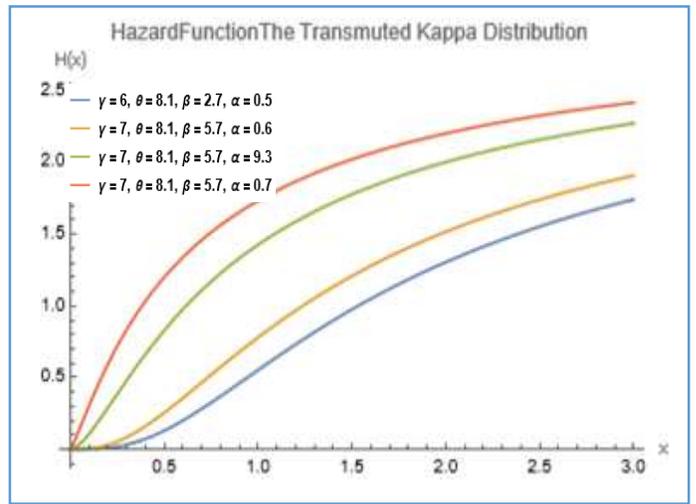
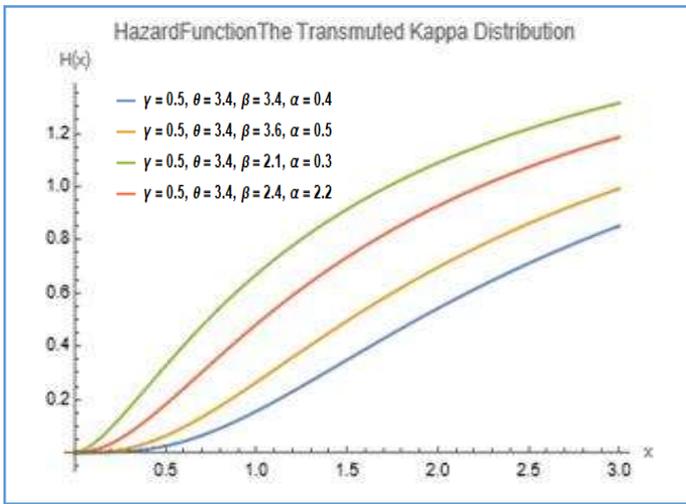
المصدر: - من اعداد الباحث

نلاحظ من الشكلين المذكور انفاً تبين ان دالة البقاء تكون متناقصة مع الزمن أي تناسب عكسياً.

8-1-5-2 دالة المخاطرة

$$h(x) = \frac{f(x)}{S(t)}$$

$$h(x,\beta,\alpha,\theta,\gamma) = \frac{\left[\frac{\alpha\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha} \right]^{-\frac{(\alpha+1)}{\alpha}} \left\{ 1 + \gamma - 2\gamma \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \right\} \right]}{1 - \left[\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha} \right)^{-\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{(1+\gamma) - \gamma \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha} \right)^{-2/\alpha}} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{2\theta} \right]} \quad (37-2)$$



شكل (6-4) يوضح دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول

المصدر: من اعداد الباحث

نلاحظ من الشكلين انفاً ان دالة المخاطرة تكون متزايدة مع الزمن أي تتناسب طردياً.

طرائق التقدير لتوزيع كابا المحول Estimation Methods (6-2)

1-6-2- طريقة الإمكان الأعظم (MLE) Maximum Likelihood Method

تعد طريقة الإمكان الأعظم من طرائق التقدير التقليدية الجيدة في عملية التقدير تكون اكثر دقة عندما يكون حجم العينة كبيراً واكثرها استعمالاً كونها تمتاز هذه الطريقة بخصائص جيدة منها الكفاية والثبات والاتساق

وعدم التحيز وتملك اقل تباين، واحدة من بين طرائق الاستدلال الاحصائي التي لها استعمالات واسعة ، وأول من صاغ هذه الطريقة هو (S. A. Fisher) وقام بتطبيقها لأول مرة العالم (C. F. Gauss) وان مبدأ وهدف هذه الطريقة هو إيجاد قيم تقديرية للمعطيات التي نريد تقديرها وذلك بجعل دالة الأماكن في نهايتها العظمى. (Coit, etl (2000)، (حافظ، 2020)

لتكن x_1, x_2, \dots, x_n مشاهدات عشوائية بحجم n تتبع توزيع كبا المحول ذي الأربع معلمات فان دالة الأماكن للمشاهدات يمكن صياغتها بالشكل الآتي:

$$f(x, \beta, \alpha, \theta, \gamma) = \frac{\alpha^\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right]; x > 0, \beta, \alpha, \theta \geq 0, -1 < |\gamma| < 1$$

... (38-2)

$$Lf(x_1, x_2, \dots, x_n, \beta, \alpha, \theta, \gamma) = \prod_{i=1}^n f(x, \beta, \alpha, \theta, \gamma)$$

$$Lf(x_i, \beta, \alpha, \theta, \gamma) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{\alpha^\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right] \right] \dots (39-2)$$

$$Lf(x_i, \beta, \alpha, \theta, \gamma) = \frac{\alpha^n \theta^n}{\beta^n} \prod_{i=1}^n \left[\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}\right]^{-\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}}\right] \right]$$

وبأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة نحصل على:

$$LnLf(x_i, \beta, \alpha, \theta, \gamma) = \left(\begin{aligned} & nLn\alpha + nLn\theta - nLn\beta + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n Ln\left(\frac{x_i}{\beta}\right) - \left(\frac{\alpha + 1}{\alpha}\right) \sum_{i=1}^n Ln\left(\alpha + \left(\frac{x_i}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\right) \\ & + \sum_{i=1}^n Ln \left[1 + \gamma - 2\gamma \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}\right]^{\frac{1}{\alpha}} \right] \end{aligned} \right)$$

$$\frac{\partial \text{LnLf}(xi, \beta, \alpha, \theta, \gamma)}{\partial \beta} = \left(\begin{array}{c} -\frac{n}{\beta} - \frac{n(-1+\theta)}{\beta} + \frac{nx(1+\alpha)\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-1+\alpha\theta}}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\right)\beta^2} - \\ 2n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right)^{-1+\frac{1}{\alpha}} \left(-\frac{x\alpha\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-1+\alpha\theta}}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\right)\beta^2} + \frac{x\alpha\left(\frac{x}{\beta}\right)^{-1+2\alpha\theta}}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\right)^2\beta^2} \right) \gamma \\ \alpha \left(1 + \gamma - 2 \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \gamma \right) \end{array} \right) \dots(40-2)$$

)

$$\frac{\partial \text{LnLf}(xi, \beta, \alpha, \theta, \gamma)}{\partial \theta} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{n}{\theta} + n \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right] - \frac{n(1+\alpha)\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta} \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \\ 2n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right)^{-1+\frac{1}{\alpha}} \gamma \left(\frac{\alpha\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta} \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} - \frac{\alpha\left(\frac{x}{\beta}\right)^{2\alpha\theta} \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}\right)^2} \right) \\ \alpha \left(1 + \gamma - 2 \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha\theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \gamma \right) \end{array} \right\} = 0 \quad (41-2)$$

$$\frac{\partial \text{LnLf}(xi, \beta, \alpha, \theta, \gamma)}{\partial \alpha} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{n}{\alpha} - \frac{n \text{Log} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \right]}{\alpha} + \frac{n(1+\alpha) \text{Log} \left[\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \right]}{\alpha^2} - \frac{n(1+\alpha) \left(1 + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \theta \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right] \right)}{\alpha \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \right)} \\ \frac{2n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \gamma \left(\frac{\text{Log} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}} \right]}{\alpha^2} \right)}{1 + \gamma - 2 \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \gamma} \\ \frac{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \right) \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-\alpha\theta} \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \theta \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}} - \frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \left(1 + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \theta \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right] \right)}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta} \right)^2} \right)}{\alpha} \\ \frac{1 + \gamma - 2 \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \gamma}{1 + \gamma - 2 \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \gamma} \end{array} \right\} = 0 \quad (43-2)$$

$$\frac{\partial \text{LnLf}(xi, \beta, \alpha, \theta, \gamma)}{\partial \gamma} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{n \left(1 - 2 \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right)}{1 + \gamma - 2 \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha\theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \gamma} \end{array} \right\} = 0 \quad (44-2)$$

المعادلات (2-41) (2-42) (2-43) (2-44) غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية للحصول على مقدرات طريقة الإمكان الأعظم $(\hat{\gamma}_{MLE}, \hat{\alpha}_{MLE}, \hat{\theta}_{MLE})$ ويتم تعويض المقدرات بالمعادلة (2-37) للحصول على المخاطرة المقدر.

2-6-2 طريقة كرايمر فون مايسز Method of Cramer-Von Mises Minimum

تعتمد طريقة كرايمر فون مايسز على مقدرات الحد الأدنى للمسافة اذ يمكننا الحصول على تقديرات المسافة الدنيا لطريقة *Cramer-Von Mises Minimum* وذلك بتقليل المسافة بين الدالة $c(\gamma, \theta, \beta, \alpha, x)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ويمكننا الحصول على المقدرات وذلك بالاشتقاق الجزئي $c(\gamma, \theta, \beta, \alpha, x)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ومساواتها للصفر وكالاتي .

[Al-Mofleh, etl (2020)]

$$c(\gamma, \theta, \beta, x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(\gamma, \theta, \beta, x) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (45-2)$$

اذ ان $F(\gamma, \theta, \beta, x)$ تمثل الدالة التجميعية لتوزيع كبا المحول وتطبيق المعادلة رقم (45-2) نحصل على:

$$c(\gamma, \theta, \beta, x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} - \frac{2i-1}{2n} \right]^2$$

ولتصغير المسافة الدنيا يتم اشتقاق جزئي بالنسبة للصيغة السابقة ومساواتها للصفر وحسب ما يأتي :

الاشتقاق بالنسبة γ للحصول على المقدر $\hat{\gamma}_{cvm}$ وكالاتي :

$$\frac{c(\gamma, \theta, \beta, x)}{\partial \gamma} = 2 \sum_{i=2}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \left[\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} - \frac{2i-1}{2n} \right] = 0 \quad (46-2)$$

الاشتقاق بالنسبة β للحصول على المقدر $\hat{\alpha}_{cvm}$ وكالاتي :

$$\frac{\partial c(\gamma, \theta, \beta, x)}{\partial \alpha} = \left\{ \frac{2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \alpha} - \frac{2i-1}{2n}}{\left(1 - \frac{\alpha}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \left((-1 + (-1 + 2 \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}) \gamma) \left(-\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \right) \text{Log} \left[1 - \frac{\alpha}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} \right] + \alpha (-1 + \alpha \theta \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]) \right)}{\alpha^2 \left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \right)} \right\} = 0 \quad (47-2)$$

الاشتقاق بالنسبة θ للحصول على المقدر $\hat{\theta}_{Cvm}$ وكالاتي :

$$\frac{\partial c(\gamma, \theta, \beta, x)}{\partial \theta} = \left\{ \frac{2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \alpha} - \frac{2i-1}{2n}}{2 \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \frac{-1+\frac{2}{\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} \gamma \left(\frac{\alpha \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} - \frac{\alpha \left(\frac{x}{\beta} \right)^{2\alpha \theta} \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \right)^2} \right) + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \frac{-1+\frac{1}{\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} (1+\gamma) \left(\frac{\alpha \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} - \frac{\alpha \left(\frac{x}{\beta} \right)^{2\alpha \theta} \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \right)^2} \right)}{\alpha} \right\} = 0 \quad (48-2)$$

الاشتقاق بالنسبة β للحصول على المقدر $\hat{\beta}_{Cvm}$ وكالاتي :

$$\frac{\partial c(\gamma, \theta, \beta, x)}{\partial \beta} = \left\{ \frac{2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \alpha} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \alpha} - \frac{2i-1}{2n}}{2 \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \frac{-1+\frac{2}{\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} \gamma \left(-\frac{x \alpha \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-1+\alpha \theta} \theta}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \right) \beta^2} + \frac{x \alpha \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-1+2\alpha \theta} \theta}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \right)^2 \beta^2} \right) + \frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \frac{-1+\frac{1}{\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta}} (1+\gamma) \left(-\frac{x \alpha \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-1+\alpha \theta} \theta}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \right) \beta^2} + \frac{x \alpha \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-1+2\alpha \theta} \theta}{\left(\alpha + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha \theta} \right)^2 \beta^2} \right)}{\alpha} \right\} = 0 \quad (49-2)$$

المعادلات (2-46) (2-47) (25-48) (2-49) غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية للحصول على مقدرات طريقة

كرايمر فون مايسز $(\hat{\gamma}_{CVM}, \hat{\beta}_{CVM}, \hat{\alpha}_{CVM}, \hat{\theta}_{CVM})$ ويتم تعويض المقدرات بالمعادلة (37-2) للحصول على المخاطرة المقدرة.

3-6-2 طريقة اندرسون دارلنك Anderson- Darling method

تم تقديم هذه الطريقة بواسطة Anderson and Darling كبديل الى الاختبارات الإحصائية ، يمكن تحديد تقديرات Anderson Darling (ADEs) ل $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ من خلال تقليل دالة Anderson- Darling فيما يتعلق ب $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ ويتم تحديد الدالة بواسطة :-

[Sebastian, etl (2021)], [Al-Mofleh, etl (2020)]

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) [\log F(x) + \log(1 - F(x))]$$

$$AD = \left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) \left[\log \left[\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] + \right. \right.$$

$$\left. \left[\log \left\{ 1 - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right\} \right] \right\}$$

يمكن الحصول على تقديرات *Anderson Darling* عن طريق اشتقاق معادلة أولاً- الاشتقاق للمعلمة α

$$\frac{\partial AD}{\partial \alpha} = \left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) \left[\log \left[\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] + \right. \right.$$

$$\left. \left[\log \left\{ 1 - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right\} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} \right\} = 0 \dots (50 - 2)$$

ثانياً- الاشتقاق للمعلمة β

$$\frac{\partial AD}{\partial \beta} = \left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i-1) \left[\log \left[\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] + \right. \\ \left. \left[\log \left\{ 1 - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right\} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} \right\} = 0 \dots (51-2)$$

ثالثا- الاشتقاق للمعلمة γ

$$\frac{\partial AD}{\partial \gamma} = \left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i-1) \left[\log \left[\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] + \right. \\ \left. \left[\log \left\{ 1 - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right\} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} \right\} = 0 \dots (52-2)$$

أولاً- الاشتقاق للمعلمة θ

$$\frac{\partial AD}{\partial \theta} = \left\{ -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i-1) \left[\log \left[\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] + \right. \\ \left. \left[\log \left\{ 1 - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right\} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \theta} \right\} = 0 \dots (53-2)$$

وعند حل المعادلات السابقة نحصل على القيم التقديرية $(\hat{\alpha}_{AD}, \hat{\beta}_{AD}, \hat{\gamma}_{AD}, \hat{\theta}_{AD})$ ويتم تعويض المقدرات بالمعادلة (37-2) للحصول على المخاطرة المقدر.

4-6-2 طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايمن (Right-Tail Anderson- Darling method)

يمكن تحديد تقديرات Anderson Darling (ADEs) لـ $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ من خلال تقليل دالة Right-Tail Anderson- Darling method فيما يتعلق بـ $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ ويتم تحديد الدالة بواسطة

(Dey etl. (2018)) (Al-Moflehetl. (2020))

$$RAD = \frac{n}{2} - 2 \sum_{i=1}^n F(x) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \log(1 - F(x))$$

$$RAD = \left\{ \begin{array}{l} \frac{n}{2} - 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \\ - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \end{array} \right\} \dots(54-2)$$

يمكن الحصول على تقديرات Anderson Darling عن طريق اشتقاق معادلة

أولاً- الاشتقاق للمعلمة α

$$\frac{\partial AD}{\partial \alpha} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{n}{2} - 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \\ - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \end{array} \right\} \frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha} = 0 \dots (55 - 2)$$

ثانياً- الاشتقاق للمعلمة β

$$\frac{\partial AD}{\partial \beta} = \left\{ \frac{n}{2} - 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) 1 - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta} \right\} = 0 \quad (56 - 2)$$

ثالثا- الاشتقاق للمعلمة γ

$$\frac{\partial AD}{\partial \gamma} = \left\{ \frac{n}{2} - 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) 1 - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \gamma} \right\} = 0 \quad \dots (57 - 2)$$

رابعا- الاشتقاق للمعلمة θ

$$\frac{\partial AD}{\partial \theta} = \left\{ \frac{n}{2} - 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) 1 - \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \theta} \right\} = 0 \quad (58 - 2)$$

وعند حل المعادلات السابقة نحصل على القيم التقديرية $\hat{\alpha}_{RTAD}, \hat{\beta}_{RTAD}, \hat{\gamma}_{RTAD}, \hat{\theta}_{RTAD}$ ويتم تعويض المقدرات بالمعادلة (37-2) للحصول على المخاطرة المقدرة.

5-6-2 طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايسر (Left-Tail Anderson- Darling method)

يمكن تحديد تقديرات Anderson Darling (ADE) لـ $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ من خلال تقليل دالة Left-Tail

Anderson- Darling method فيما يتعلق بـ $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ ويتم تحديد الدالة بواسطة :-

(Sinclair, etl. (1988))

$$LAD = \frac{-3n}{2} + 2 \sum_{i=1}^n F(x) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \log(F(x))$$

$$LAD = \left\{ \frac{-3n}{2} + 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \log \left(\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right\} \dots(59-2)$$

يمكن الحصول على تقديرات Anderson Darling عن طريق اشتقاق معادلة

أولاً:- الاشتقاق للمعلمة α

$$\frac{\partial AD}{\partial \alpha} = \left(\begin{array}{c} \frac{-3n}{2} + 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \\ - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \log \left(\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1+\gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \end{array} \right) \frac{\partial F(x_i)}{\partial \alpha}$$

$$= 0 \dots (60_2)$$

ثانياً- الاشتقاق للمعلمة β

$$\frac{\partial AD}{\partial \beta} = \left[\begin{array}{l} \frac{-3n}{2} + 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \\ - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \log \left(\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \end{array} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \beta}$$

= 0 ... (61 - 2)

ثالثا- الاشتقاق للمعلمة γ

$$\frac{\partial AD}{\partial \gamma} = \left[\begin{array}{l} \frac{-3n}{2} + 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \\ - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \log \left(\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \end{array} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \gamma}$$

= 0 ... (62 - 2)

رابعا- الاشتقاق للمعلمة θ

$$\frac{\partial AD}{\partial \theta} = \left[\begin{array}{l} \frac{-3n}{2} + 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \\ - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \log \left(\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} (1 + \gamma) - \gamma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}}{\alpha + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\alpha}} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \end{array} \right] \frac{\partial F(x_i)}{\partial \theta}$$

= 0 ... (63 - 2)

وعند حل المعادلات السابقة بواسطة طريقة نيوتن رافسون Newton Raphson التكرارية نحصل على القيم التقديرية $(\hat{\alpha}_{LTAD}, \hat{\beta}_{LTAD}, \hat{\gamma}_{LTAD}, \hat{\theta}_{LTAD})$ للمعلمات المجهولة ويتم تعويض المقدرات بالمعادلة (37-2) للحصول على المخاطرة المقدرة.

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

Introduction**(1-3) التمهيد**

في هذا الفصل سنتطرق بشكل موجز الى ما تم التطرق اليها في الجانب النظري لذلك فقد تضمن هذا الفصل، القسم الذي يمثل الجانب التجريبي (Experimental section)، اذ نقوم فيه بتطبيق أسلوب المحاكاة (Simulation)، على بيانات غير حقيقية يتم إحداثها آلياً، وباستعمال منهج محاكاة (Monte-Carlo). يتم المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كبا المحول، اذ يتم اختيار الطريقة الافضل للتقدير بالاعتماد على اقل قيمة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE). وبيان نسب الأفضلية لكل طريقة من طرائق التقدير عند كل حجم من احجام العينات.

Experimental section**(2-3) الجانب التجريبي****Simulation****(1-2-3) المحاكاة**

وهي أسلوب او منهج تعليمي يستعمل عادةً لتمثيل الواقع الحقيقي الذي يصعب الوصول اليه بواقع ادعائي تصوري يشبهه لحد ما، أي تقديم نسخة فرضية تكون طبق الأصل من الواقع الحقيقي او العالم الفعلي لنظام معين او نموذج محدد، من دون الإشارة لهذا الانموذج والانضباط بشكل مباشر.

هناك عدة طرائق في المحاكاة كالطريقة المختلطة والطريقة التناظرية وطريقة مونت كارلو وقد تم اعتماد طريقة مونت كارلو لكونها اشهر الطرائق وأكثرها استعمالاً، تمتاز بمرونتها العالية في توليد بيانات عشوائية مختلفة في كل تجربة اذ تكون سلسلة الأرقام العشوائية في كل تجربة مستقلة عن الأخرى، فضلاً عن تكرارها اكثر من مرة مع تغيير قيم المدخلات وتقليل الجهد والوقت والمال للباحث. (نصر الله: 2015)

ويتم استعمال أسلوب المحاكاة التجريبي نتيجة لدرجة التعقيد الكبيرة في اغلب النظريات الإحصائية الرياضية والعمليات الهندسية والتجارب الطبية والحياتية، والصعوبة الكبيرة التي يواجهها الباحثون في تحليلها واثباتها، لذا يلجأ الباحثون الى استعمال أسلوب المحاكاة لتمثيلها في مجتمعات فرضية وهمية تشابه لحد ما النماذج الحقيقية الأصلية، تحقق لنا قدرأ كافيأ من الإدراك والفهم للواقع الأصلي، وذلك بسحب عينات عشوائية مختلفة الاحجام بهدف الوصول للحلول المثلى لهذه المفاهيم والإشكاليات (Casals,etl(1986))

يتم في نظرية المحاكاة خلق بيانات على شكل نماذج بأحجام مختلفة منفصلة الواحدة عن الأخرى مسحوبة من مجتمع فرضي ممثلاً للظاهرة المبحوثة دون اللجوء لسحبها من المجتمع الحقيقي، بعدها يتم استعمال الأساليب الإحصائية والطرائق الحسابية المناسبة بهدف الحصول على التأثيرات المطلوبة.

وتوجد هنالك طرائق متعددة ومختلفة من أنماط المحاكاة وان أفضلها وأكثرها شيوعاً واستعمالاً هي طريقة محاكاة (Monte-Carlo)، ويتم استعمالها لتوليد مشاهدات (بيانات) لعدد كبير من التوزيعات الاحتمالية وبعده طرائق منها (التحويل المعكوس) وطريقة الرفض والقبول . اذ تمتاز هذه الطريقة بدرجة عالية من المرونة في تكرار العملية التجريبية لمرات متعددة يتم عن طريقها توليد عينات عشوائية من المشاهدات مختلفة الاحجام مستقلة بعضها عن البعض الآخر.

حيث سنقوم بأجراء أسلوب المحاكاة باختيار أفضل تقدير لدالة المخاطرة للتوزيع المقترح عن طريق اجراء المقارنات بالاعتماد على المعايير التي تم شرحها في الفصل الثاني سابقاً، وذلك عبر ملاحظة التأثير الذي يحدث على سلوك أساليب التقدير المستعملة نتيجة للتغيير في حجم العينات وقيم المعلمات المقدرة للأنموذج المقترح (Silva & et al, 2010)

Describe the stages of the simulation (2-2-3) وصف مراحل تجربة المحاكاة experiment

شملت تجارب المحاكاة مراحل عدّة لتقدير دالة المخاطرة للأنموذج الاحتمالي، كابا المحول (TKD) وكما يأتي:-

تم اعتماد طريقة مونت كارلو (Mont- Carlo) لهدف توليد بيانات بأحجام مختلفة تستعمل لتقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول وذلك باستعمال برنامج (Wolfram Mathematica 12.2) وبحسب المراحل الآتية:-

1-2-2-3) المرحلة الأولى The first stage

وهي من اهم مراحل تجربة المحاكاة وهي المبدأ الأساسي في بناء المحاكاة، ويعتمد عليها المراحل الاخرى بشكل كبير ويعتمد عليها تطبيق البرنامج وعملياته ، اذ يتم فيها اختيار قيم افتراضية وتتكون هذه المرحلة من الخطوات الآتية:

1- تحديد قيم افتراضية لمعلمات التوزيع المقترح (TKD)

يتم في هذه الخطوة اختيار عدة عينات مختلفة من القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع المقترح (TKD)، وفي ثمان نماذج مختلفة مفترضة من التوزيع الاحتمالي المحول، ويرجع سبب اختيارنا لهذه القيم بالنسبة للمعلمات

الى رأينا بأن التغيير الحاصل في قيم المعلمات واحجام العينة المختلفة تعطينا فكرة وتأويل عن سلوك دالة المخاطرة وقيم المقدرات تلقاء كل طريقة من طرائق التقدير ووفقا لحجوم العينات الموضحة في الجدول الاتي:

جدول (1-3)

القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة لتوزيع (TKD)

Experiment	θ	α	β	γ
1	2	2.7	2.5	0.5
2	3	2.5	2	0.3
3	2	2.6	3.5	0.3
4	3.5	3	4	0.5
5	2.5	4.5	1	0.2
6	4	3	2	0.4
7	3.5	3	4	0.5
8	3.5	5	4.5	0.2

الجدول: من اعداد الباحث

chooses a sample size**2- اختيار حجوم مختلفة للعينة**

يتم في هذه الخطوة من المرحلة الأولى اختيار اربع حجوم مختلفة من العينة اذ تم اختيار الحجوم (30,50,100,150)، بهدف معرفة مدى تأثير هذا التغير في حجم العينة على دقة نتائج التقدير.

Repeat the experiment**3-تكرار التجربة**

في هذه الخطوة قمنا بتكرار التجربة (1000) مرة بهدف الحصول على اعلى تجانس ممكن بين البيانات.

The second stage**3-2-2-2-المرحلة الثانية:**

في هذه المرحلة من مراحل المحاكاة التي يتم فيها توليد البيانات عشوائية بما ينسجم مع التوزيع الاحتمالي المقترح (Transmuted Kappa Disdtribution TKD) باستعمال البرنامج الإحصائي (Wolfram Mathematica 12) وذلك بأستعمال طريقة الرفض والقبول وكما يأتي:

The third stage**3-2-2-3-المرحلة الثالثة:**

هي مرحلة التقدير والتي فيها يتم الحصول على مقدرات المعلمات دالة المخاطرة لتوزيع (TKD) وذلك باستعمال الطرائق المبينة في الجانب النظري التي هي:-

1- طريقة الامكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) ويرمز لها بالجدول بالرمز MLE.

2- طريقة كرامر فون مايسز (Cramer-Von Mises Minimum) ويرمز لها بالجدول بالرمز CVM.

3- طريقة اندرسون دارلنك (Anderson- Darling) ويرمز لها بالجدول بالرمز AN.

4- طريقة اندرسون دارلنك الذيل الأيمن (Right-Tail Anderson- Darling) ويرمز لها بالجدول بالرمز RTAN.

5- طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايسر (Left-Tail Anderson- Darling) ويرمز لها بالجدول بالرمز LTAN.

The fourth stage**4-2-2-3-المرحلة الرابعة:**

في هذه المرحلة نقوم بتقدير دالة المخاطرة (Hazard function) ($h(x)$) للأنموذج الاحتمالي (TKD) (Transmuted Kappa Disdtribution) ولطرائق التقدير كافة المذكورة في الفصل الثاني.

The five stage

3-2-2-3- المرحلة الخامسة :

وهي المرحلة النهائية من مراحل المحاكاة يتم فيها المقارنة بين طرائق التقدير المختلفة المستعملة في عملية التقدير، وذلك بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) كما في الصيغة الاتية :

$$MSE = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{h}t_j - ht_j)^2 \quad j = 1, 2, \dots, k$$

ht_j : القيم الحقيقية لدالة المخاطرة .

$\hat{h}t_j$: القيم المقدرة لدالة المخاطرة للتوزيع المقترح حسب الطريقة المستعملة .

R: عدد تكرار التجربة والمساوي الى 1000 تكرار.

k: عدد المشاهدات التجربة قيم (t_j) .

Simulation Results

3-2-3- نتائج المحاكاة:

بعد القيام بتنفيذ عملية المحاكاة تم التوصل الى النتائج التي تمثل قيم مقدرة لمعاملات التوزيع المقترح ((Transmuted Kappa Disdtribution (TKD))، ومتوسط مربعات الخطأ (MSE)، للنماذج الثمان المفترضة وبأربعة حجوم عينة مختلفة، و تظهر نتائج المحاكاة القيم المقدرة لدالة المخاطرة للنماذج المفترضة بالنسبة للتوزيع المقترح (TKD)، ومتوسط مربعات الخطأ (MSE)، اذ يتم احتسابه لكل فترة من الزمن (t_j) ، وكما موضح في الجداول من (2-3) الى (3-17) وبيان افضلية نتائج المحاكاة وافضل طريقة من خلال جدول (3-18) والتي سيرد ذكرها في هذا الفصل، وأيضاً تظهر نتائج المحاكاة سلوك دالة المخاطرة المقدرة حسب حجوم العينة المفترضة للنماذج الثمانية من التوزيع المقترح (TKD) في الاشكال من (3-1) الى (3-32)، والتي ستذكر في هذا الفصل كذلك، وللوصول الى افضل مقدر لدالة المخاطرة وللمعاملات حسب التوزيع المقترح (Transmuted Kappa Disdtribution TKD)، من بين طرائق التقدير الخمسة بالاعتماد على قيمة المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ، والنسبة المئوية بالنسبة متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالمجمل. اذ سنقوم باستعمال الاسلوب الاحصائي حسب حجم كل عينة للمقارنة بين هذه الطرائق. t_i :- تمثل أوقات البقاء لحين الفشل والتي تمثل توزيع كبا المحول (Transmuted Kappa Disdtribution) ذي الأربع معاملات.

$\hat{h}(t)_{ML}$:- تمثل دالة المخاطرة المقدرة بطريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method).

$\hat{h}(t)_{AN}$: تمثل دالة المخاطرة بطريقة اندرسون دارلنك (Anderson- Darling).

Right-TailAnderson- $\hat{h}(t)_{RTAN}$ تمثل دالة المخاطرة بطريقة اندرسون دارلنك الذيل الأيمن (Darling).

Left-TailAnderson- $\hat{h}(t)_{LTAN}$: تمثل دالة المخاطرة بطريقة اندرسون دارلنك الذيل الأيسر (Darling).

$\hat{h}(t)_{CVM}$: تمثل دالة المخاطرة بطريقة كريمر فون مايسز (Cramer-Von Mises Minimum).

جدول (2-3)

معلومات التوزيع المحول للنموذج الأول عندما تكون $(\gamma = 0.5, \theta = 2, \beta = 2.5, \alpha = 2.7)$

n	Method		Model 1				Best		
			$\gamma = 0.5$	$\theta = 2$	$\beta = 2.5$	$\alpha = 2.7$			
30	MLE	parameter	0.567768	2.862434	2.556756	2.767096	MLE		
		MSE-MLE	0.0663094	0.0273836	0.0576113	0.0773094			
	AN	parameter	0.589466	2.257443	2.557585	2.767925			
		MSE - AN	0.0602528	0.0355294	0.0444689	0.072252			
	RTAN	parameter	0.67445	2.187978	2.542655	2.652992			
		MSE - RTAN	0.0652533	0.023089	0.0434939	0.065335			
	LTAN	parameter	0.534356	2.7066533	2.59865	2.708924			
		MSE - LTAN	0.0667426	0.0293675	0.0522152	0.06747426			
	CVM	parameter	0.534356	2.143115	2.594604	2.6049413			
		MSE - CVM	0.0666595	0.0272281	0.043432	0.064683			
	50	MLE	parameter	0.6646342	2.133994	2.530671		2.6310146	MLE
			MSE - MLE	0.06621853	0.02728471	0.0553108		0.062143	
AN		parameter	0.5634256	2.36755	2.630224	2.6405644			
		MSE - AN	0.06013112	0.03453324	0.0321179	0.0683558			
RTAN		parameter	0.532326	2.143546	2.581098	2.7914367			
		MSE - RTAN	0.06406769	0.02215071	0.0423773	0.0616378			
LTAN		parameter	0.657688	2.10186	2.542601	2.75294973			
		MSE - LTAN	0.05372683	0.02786967	0.0521736	0.06604318			
CVM		parameter	0.512655	2.1043319	2.564355	2.6497364			
		MSE - CVM	0.06476804	0.02473796	0.0395265	0.0610342			
100		MLE	parameter	0.545642	2.179484	2.504844	2.7151853		

150	AN	MSE -MLE	0.06110434	0.02123179	0.0525764	0.0259612	RTAN	
		parameter	0.557542	2.067784	2.535104	2.7154021		
	RTAN	MSE - AN	0.06011212	0.02220935	0.0224349	0.0520068		
		parameter	0.522467	2.332568	2.554373	2.7647182		
	LTAN	MSE - RTAN	0.050447	0.0208784	0.0418096	0.0495953		
		parameter	0.592188	2.254369	2.514359	2.7246938		
	CVM	MSE - LTAN	0.0513523	0.0218811	0.0516858	0.0613108		
		parameter	0.554647	2.00859	2.984123	2.7026531		
	MLE	MSE - CVM	0.061405	0.0236567	0.0367213	0.060057		MLE
		parameter	0.5322449	2.056675	2.579453	2.7896792		
	AN	MSE -MLE	0.06004461	0.02011216	0.04150585	0.00524731		
		parameter	0.507564	2.052355	2.679541	2.609885		
RTAN	MSE - AN	0.05016543	0.002238066	0.00407718	0.0619152			
	parameter	0.661454	2.0465455	2.527861	2.8382541			
LTAN	MSE - RTAN	0.00510442	0.02141811	0.0217858	0.0613108			
	parameter	0.556199	2.055623	2.633566	0.01034			
CVM	MSE - LTAN	0.0503117	0.02061136	0.0419027	0.0558465			
	parameter	0.443487	2.045665	2.567115	2.66792502			
MLE	MSE - CVM	0.05044514	0.02047672	0.04431728	0.0609709			
	parameter	0.5322449	2.056675	2.579453	2.7896792			

ويتضح من الجدول (2-3) إن مجموعة القيم الأولية كانت ($\gamma = 0.5, \theta = 2, \beta = 2.5, \alpha = 2.7$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات المقدره ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة $n=30$:

كانت طريقة لإمكان الأعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي :-

$$(\hat{\gamma} = 0.567768, \hat{\theta} = 2.862434, \hat{\beta} = 2.556756, \hat{\alpha} = 2.76709627)$$

2- عند حجم عينة $n=50$:

كانت طريقة لإمكان الأعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي

$$(\hat{\gamma} = 0.6646342, \hat{\theta} = 2.133994, \hat{\beta} = 2.530671, \hat{\alpha} = 2.6310146)$$

3- عند حجم عينة $n=100$:

كانت طريقة اندرسون دارلنك ذو الذيل الايمن (RTAN) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.522467, \hat{\theta} = 2.332568, \hat{\beta} = 2.554373, \hat{\alpha} = 2.7647182)$$

4- عند حجم عينة $n=150$:

كانت طريقة لإمكان الأعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.5322449, \hat{\theta} = 2.056675, \hat{\beta} = 2.579453, \hat{\alpha} = 2.7896792)$$

جدول (3-3)

القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الاول

Model 1					$\gamma = 0.5, \theta = 2, \beta = 2.5, \alpha = 2.7$							
n	t _i	Real(h(t))	$\hat{h}(t)_{ML}$	$\hat{h}(t)_{AN}$	$\hat{h}(t)_{RTAN}$	$\hat{h}(t)_{LTAN}$	$\hat{h}(t)_{CVM}$	MSE(ML)	MSE(AN)	MSE(RTAN)	MSE(LTAN)	MSE(CVM)
30	0.1	0.187837	0.323327	0.321054	0.317398	0.310232	0.284118	3.40913E-05	4.12519E-05	0.000445474	0.000155015	0.000875565
	0.2	0.224278	0.342525	0.341294	0.338841	0.333302	0.308202	3.41935E-05	4.08093E-05	0.000419106	0.00014266	0.000839797
	0.3	0.256687	0.359815	0.35949	0.358085	0.353981	0.329821	3.43264E-05	4.03756E-05	0.000396398	0.000131803	0.000805992
	0.4	0.285697	0.375481	0.37595	0.375465	0.372638	0.349351	3.44896E-05	3.99507E-05	0.00037693	0.000122275	0.000774029
	0.5	0.311817	0.389751	0.39092	0.39125	0.389568	0.367091	0.000034683	3.95345E-05	0.000360335	0.000113925	0.000743795
	0.6	0.335458	0.402811	0.404602	0.405659	0.40501	0.383286	3.49061E-05	3.91268E-05	0.000346288	0.000106622	0.000715187
	0.7	0.356957	0.414814	0.41716	0.41887	0.41916	0.398137	3.51586E-05	3.87275E-05	0.000334502	0.00010025	0.000688107
	0.8	0.376592	0.425887	0.428734	0.431032	0.43218	0.411811	3.54402E-05	3.83364E-05	0.000324724	9.47066E-05	0.000662464
	0.9	0.394596	0.43614	0.439437	0.44227	0.444204	0.424447	3.57505E-05	3.79534E-05	0.000316731	8.99015E-05	0.000638175
	1	0.411164	0.445663	0.449369	0.452688	0.455348	0.436162	3.60893E-05	3.75785E-05	0.000310323	8.57548E-05	0.00061516
Best MSE								0.000349129	0.000394	0.003631	0.001143	0.007358
ML												
50	0.1	0.187837	0.156276	0.15426	0.151823	0.14891	0.136072	0.00016508	8.45133E-05	0.00155015	2.27703E-05	0.00155015

	0.2	0.224278	0.197906	0.197154	0.196049	0.194548	0.180458	1.63594E-05	8.40169E-05	0.00014266	2.13746E-05	0.0014266
	0.3	0.256687	0.234388	0.234685	0.234681	0.234345	0.219248	1.62128E-05	8.35806E-05	0.000131803	0.000020083	0.00131803
	0.4	0.285697	0.26664	0.267817	0.268735	0.269371	0.253453	1.60684E-05	8.32038E-05	0.000122275	1.88873E-05	0.00122275
	0.5	0.311817	0.29537	0.297294	0.298992	0.300449	0.283854	1.59261E-05	8.28859E-06	0.000113925	1.77801E-05	0.000113925
	0.6	0.335458	0.321133	0.323697	0.326063	0.328221	0.311059	1.57859E-05	8.26263E-06	0.000106622	1.67547E-05	0.000106622
	0.7	0.356957	0.344375	0.347491	0.350433	0.353194	0.335554	1.56477E-05	8.24244E-06	0.00010025	0.000915805	0.00010025
	0.8	0.376592	0.365453	0.369051	0.372493	0.375776	0.35773	1.55116E-05	8.22798E-07	0.000094706	0.000014925	9.47066E-05
	0.9	0.394596	0.38466	0.38868	0.39256	0.396301	0.377905	1.53774E-05	8.21917E-06	0.000089901	1.41099E-05	8.99015E-05
	1	0.411164	0.402239	0.406631	0.410896	0.415039	0.396342	1.52452E-05	8.21597E-07	0.000085754	1.33547E-05	8.57548E-05
Best MSE								0.000307215	0.00037	0.002538	0.001076	0.006109
ML												
100	0.1	0.187837	0.183868	0.181124	0.177978	0.174383	0.159858	1.08643E-05	0.000137638	8.70012E-05	0.00011979	0.000870012
	0.2	0.224278	0.219509	0.21813	0.216414	0.214328	0.199042	1.07122E-05	0.00013683	7.74202E-05	0.000109774	0.000774202
	0.3	0.256687	0.251094	0.250857	0.250334	0.249502	0.233594	1.05625E-05	0.000013603	6.91451E-05	0.000100661	6.91451E-05
	0.4	0.285697	0.27929	0.280019	0.280502	0.280725	0.264302	1.04152E-05	0.000013524	6.20236E-06	9.23746E-05	6.20236E-05
	0.5	0.311817	0.304624	0.306177	0.307517	0.308636	0.291783	1.02702E-05	1.34458E-05	5.59221E-06	0.000084843	5.59221E-05
	0.6	0.335458	0.327516	0.329779	0.331855	0.333743	0.316525	1.01276E-05	1.33685E-05	5.07232E-06	7.80029E-05	5.07232E-05
	0.7	0.356957	0.348308	0.351187	0.353901	0.356453	0.338923	9.98723E-05	1.32921E-05	4.63237E-06	7.17962E-05	4.63237E-05

	0.8	0.376592	0.36728	0.370697	0.373968	0.377098	0.3593	9.84915E-05	1.32165E-05	4.26326E-06	6.61702E-05	4.26326E-05
	0.9	0.394596	0.384664	0.388554	0.392313	0.395951	0.377919	6.02453E-05	1.38941E-05	6.92264E-06	6.02453E-05	3.957E-05
	1	0.411164	0.400654	0.404962	0.409152	0.413236	0.395002	5.49922E-06	1.37196E-05	6.44057E-06	5.49922E-05	3.706E-05
Best MSE								0.00032706	0.000383	0.000273	0.000839	0.002048
RTAN												
150	0.1	0.187837	0.178507	0.17587	0.172812	0.169273	0.155453	0.00011141	0.000092627	0.00006892	3.12633E-05	0.000232983
	0.2	0.224278	0.21685	0.215603	0.214004	0.212007	0.197147	0.000010975	0.000089173	0.00006676	3.15526E-05	0.000228567
	0.3	0.256687	0.250645	0.250553	0.250163	0.24944	0.233741	0.000010813	0.000085873	0.00006469	3.19236E-05	0.00022425
	0.4	0.285697	0.280675	0.281554	0.282178	0.28252	0.266133	0.000010653	8.2721E-06	0.00000627	3.23737E-05	0.000220031
	0.5	0.311817	0.307549	0.309254	0.310738	0.31198	0.295021	0.000010496	0.000007971	0.000006077	3.29004E-05	2.15907E-05
	0.6	0.335458	0.33175	0.334162	0.336382	0.338394	0.320955	1.0342E-06	7.6836E-06	0.000005892	3.35012E-05	2.11876E-05
	0.7	0.356957	0.353664	0.356688	0.359543	0.362217	0.344371	0.000010191	7.4093E-06	0.000005714	3.41737E-05	2.07937E-05
	0.8	0.376592	0.373607	0.377164	0.380571	0.38382	0.365625	1.0043E-06	7.1477E-06	0.000005543	3.49156E-05	2.04088E-05
	0.9	0.394596	0.391836	0.395861	0.399752	0.403503	0.385006	0.000009898	6.8981E-06	0.000005378	3.57246E-05	2.00327E-05
	1	0.411164	0.408568	0.413005	0.417321	0.421514	0.402756	0.000009755	6.6602E-06	0.000005219	3.65985E-05	1.96652E-05
Best MSE								0.00018623	0.00032	0.00024	0.000335	0.00103
ML												

ويتضح من الجدول (3-3) إنَّ مجموعة القيم الأولية للانموذج الاول كانت $(\gamma = 0.5, \theta = 2, \beta = 2.7, \alpha = 2.5)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة المخاطرة من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
MSE=0.000349129 .

2- عند حجم عينة n=50 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
MSE=0.000307215 .

3- عند حجم عينة n=100 :

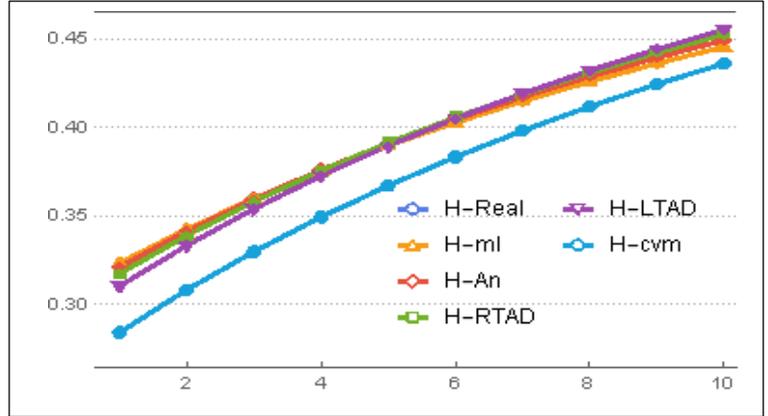
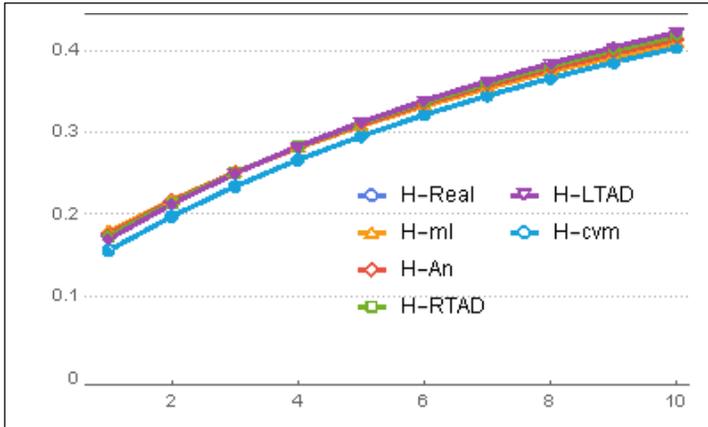
كانت طريقة اندرسون دارلنك ذو الذيل الايمن (RTAN) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
MSE=0.000307215 .

4- عند حجم عينة n=150 :

كانت طريقة المكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
MSE=0.000307215

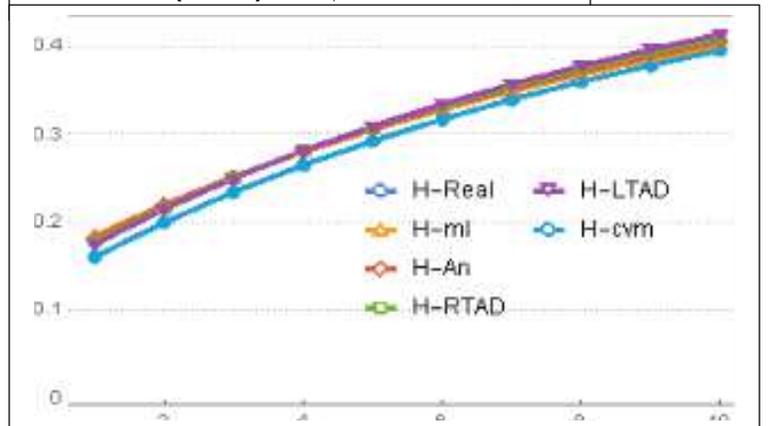
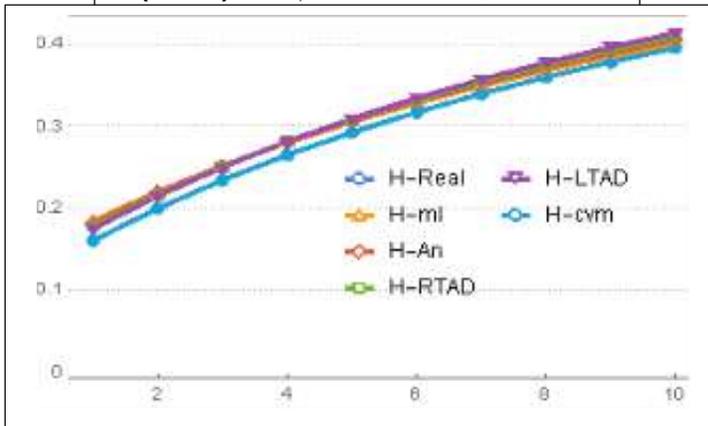
ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة الامكان الاعظم (ML) كانت طريقة لتقدير دالة المخاطرة عند حجوم العينات (30,50,150) الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ وطريقة اندرسون -دارلنك ذو الذيل الايمن (RTAN) عند حجم (100) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية لدالة المخاطرة متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

الأشكال البيانية (1-3) ولغاية (3-4) توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الاول عند حجم العينات (30,50,100,150)



شكل (1-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=30)

شكل (2-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=50)



شكل (3-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=100)

شكل (4-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=150)

جدول (4-3)

معلومات التوزيع المحول للأنموذج الثاني عندما تكون $(\gamma = 0.3, \theta = 3, \beta = 2, \alpha = 2.5)$

n	Method		Model 2				Best		
			$\gamma = 0.3$	$\theta = 3$	$\beta = 2$	$\alpha = 2.5$			
30	MLE	parameter	0.421923	3.121923	2.135848	2.521541	MLE		
		MSE - MLE	0.017594	0.0140995	0.0148854	0.0257043			
	AN	parameter	0.422181	3.122181	2.135766	2.520529			
		MSE - AN	0.0140262	0.0139019	0.0139445	0.0141107			
	RTAN	parameter	0.47264	3.07264	2.187267	2.571207			
		MSE - RTAN	0.027532	0.01386541	0.023175312	0.0139506			
	LTAN	parameter	0.435583	3.135583	2.149789	2.535162			
		MSE - LTAN	0.013559	0.002152899	0.0133521	0.01396			
	CVM	parameter	0.397045	3.197045	2.110669	2.496268			
		MSE - CVM	0.0440262	0.0139019	0.0139445	0.0141107			
	50	MLE	parameter	0.396832	3.296832	2.111497		2.495566	MLE
			MSE - MLE	0.01361239	0.01340426	0.0125605		0.0228742	
AN		parameter	0.444865	3.144865	2.159526	2.547506			
		MSE - AN	0.01204072	0.0112812	0.0128642	0.0135037			
RTAN		parameter	0.408352	3.508352	2.122184	2.508162			
		MSE - RTAN	0.0122357	0.0114651	0.0128485	0.0135021			
LTAN		parameter	0.371957	3.371957	2.085743	2.571394			
		MSE - LTAN	0.01368199	0.00150434	0.0127871	0.0132218			
CVM		parameter	0.37267	3.27267	2.085614	2.671053			
		MSE - CVM	0.0113606	0.01031464	0.0129612	0.0136392			
100		MLE	parameter	0.421865	3.021865	2.137876	2.519896	MLE	
			MSE - MLE	0.0177258	0.0126043	0.0121024	0.0122285		
	AN	parameter	0.381357	3.181357	2.095441	2.5458068			
		MSE - AN	0.01344181	0.0130235	0.0124544	0.0127567			
	RTAN	parameter	0.346942	3.146942	2.06067	2.524353			
		MSE - RTAN	0.0142327	0.01293178	0.0122368	0.0125358			
	LTAN	parameter	0.3464785	3.246485	2.060728	2.645423			
		MSE - LTAN	0.0127804	0.0126416	0.012173928	0.0122655			
	CVM	parameter	0.3956799	3.29599	2.111223	2.553014			
		MSE - CVM	0.0127894	0.0126757	0.012180946	0.0123275			
	150	MLE	parameter	0.3767527	3.152544	2.067187	2.453593		MLE
			MSE - MLE	0.01239633	0.01231488	0.011188041	0.0101189		
AN		parameter	0.4436647	3.23455	2.039887	2.521541			

RTAN	MSE - AN	0.01273777	0.01258538	0.012082	0.0121755
	parameter	0.4435481	3.223441	2.038766	2.520529
LTAN	MSE - RTAN	0.01247448	0.01254168	0.01202681	0.0120249
	parameter	0.4183533	3.23344	2.55445	2.571207
CVM	MSE - LTAN	0.01247142	0.01233842	0.0015386	0.0115435
	parameter	0.42947523	3.545355	2.249734	2.535162
	MSE - CVM	0.0125656	0.01257334	0.010205674	0.0121075

ويتضح من الجدول (3-4)، إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت ($\gamma=0.3, \theta =3, \beta =2, \alpha=2.5$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي:

1- عند حجم عينة n=30 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة.

$$(\hat{\gamma} = 0.421923, \hat{\theta} = 3.121923, \hat{\beta} = 2.135848, \hat{\alpha} = 2.521541)$$

2- عند حجم عينة n=50 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة.

$$(\hat{\gamma} = 0.396832, \hat{\theta} = 3.296832, \hat{\beta} = 2.111497, \hat{\alpha} = 2.495566)$$

3- عند حجم عينة n=100 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي.

$$(\hat{\gamma} = 0.421865, \hat{\theta} = 3.021865, \hat{\beta} = 2.137876, \hat{\alpha} = 2.519896)$$

4- عند حجم عينة n=150 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة.

$$(\hat{\gamma} = 0.376752, \hat{\theta} = 3.152544, \hat{\beta} = 2.067187, \hat{\alpha} = 2.453593)$$

جدول (5-3)

القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الثاني

Model 2					$\beta = 2, \gamma = 0.3, \theta = 3, \alpha = 2.5$							
n	t _i	Real(h(t))	$\hat{h}(t)_{ML}$	$\hat{h}(t)_{AN}$	$\hat{h}(t)_{RTAN}$	$\hat{h}(t)_{LTAN}$	$\hat{h}(t)_{CVM}$	MSE(ML)	MSE(AN)	MSE(RTAN)	MSE(LTAN)	MSE(CVM)
30	0.1	0.165525	0.284777	0.226629	0.000269555	1.73385E-05	0.24899	1.73385E-05	0.000206165	0.000090279	0.00039064	1.73385E-05
	0.2	0.213168	0.316318	0.254875	0.000267023	1.70511E-05	0.284601	1.70511E-05	0.000204389	8.9037E-06	0.00038684	1.70511E-05
	0.3	0.254855	0.344305	0.280137	0.000264527	1.67737E-05	0.31605	1.67737E-05	0.000202642	8.7828E-06	3.83111E-05	1.67737E-05
	0.4	0.291636	0.369326	0.302879	0.000262068	1.65059E-05	0.344044	1.65059E-05	0.000200924	8.6653E-06	3.79452E-05	1.65059E-05
	0.5	0.32433	0.391844	0.323468	0.000259644	1.62474E-05	0.369138	1.62474E-05	0.000199234	8.5511E-06	3.75862E-05	1.62474E-05
	0.6	0.353581	0.412227	0.342206	2.57255E-05	1.59981E-05	0.39177	1.59981E-05	0.000197571	0.00000844	3.7234E-06	1.59981E-05
	0.7	0.379907	0.430775	0.359337	0.000002549	1.57576E-05	0.412294	1.57576E-05	0.000195935	8.3321E-06	3.68886E-06	1.57576E-05
	0.8	0.403725	0.44773	0.375064	0.000025258	1.55257E-05	0.430997	1.55257E-05	0.000194326	8.2272E-06	3.65497E-06	1.55257E-05
	0.9	0.425378	0.463295	0.389557	2.50293E-05	1.53022E-05	0.448117	1.53022E-05	0.000192743	8.1253E-06	3.62173E-06	1.53022E-05
	1	0.445147	0.477638	0.402959	2.48038E-06	1.50869E-05	0.46385	1.50869E-05	0.000191185	8.0263E-06	3.58913E-06	1.50869E-05
Best MSE								0.000162	0.001803	0.000166	0.000915	0.001404
ML												
50	0.1	0.165525	0.143114	0.113939	0.134097	0.131874	0.130342	7.08373E-05	0.000077066	0.000035326	1.53971E-05	0.000672325
	0.2	0.213168	0.194982	0.156029	0.185206	0.183096	0.181645	6.98355E-06	0.000075945	0.000034848	1.52579E-05	0.000065063
	0.3	0.254855	0.239874	0.192985	0.229512	0.2275	0.226121	6.88519E-06	0.000074845	0.00003438	1.51207E-05	6.39253E-05
	0.4	0.291636	0.279128	0.225707	0.268304	0.266379	0.265062	6.78861E-06	0.000073765	0.000033922	1.49854E-05	6.28187E-05

	0.5	0.32433	0.313757	0.25489	0.302564	0.300715	0.299453	6.69377E-06	0.000072706	3.3473E-06	0.000014852	6.17424E-05
	0.6	0.353581	0.344542	0.281085	0.333051	0.33127	0.330056	6.60066E-06	7.1666E-06	3.3034E-06	1.47205E-05	6.06955E-05
	0.7	0.379907	0.372097	0.304735	0.360362	0.358641	0.35747	6.50923E-06	0.000070645	3.2604E-06	1.45908E-05	5.96773E-05
	0.8	0.403725	0.39691	0.326197	0.384974	0.383306	0.382173	6.41945E-06	0.000069644	3.2183E-06	0.000014463	5.86871E-05
	0.9	0.425378	0.419375	0.345764	0.407271	0.405651	0.404553	6.3313E-06	0.000068661	3.1771E-06	0.000014337	5.77242E-05
	1	0.445147	0.439814	0.363678	0.427568	0.425992	0.424924	6.24475E-06	0.000067696	3.1368E-06	1.42128E-05	5.67878E-05
Best MSE								0.000130294	0.000658	0.000158	0.000148	0.001219
ML												
100	0.1	0.165525	0.163359	0.127859	0.315681	0.146396	0.143977	1.44464E-05	0.000060768	0.000030807	5.93418E-05	6.14218E-05
	0.2	0.213168	0.210482	0.167059	0.149958	0.194291	0.192165	1.42727E-05	0.000059701	0.000030254	5.83352E-06	5.99705E-06
	0.3	0.254855	0.251567	0.201645	0.197421	0.236017	0.234132	1.41013E-06	0.000058654	0.000029713	5.73466E-06	5.85563E-06
	0.4	0.291636	0.287719	0.232396	0.238793	0.272708	0.271023	1.39321E-05	0.000057626	0.000029182	5.63758E-06	5.71783E-06
	0.5	0.32433	0.319788	0.259924	0.275189	0.305234	0.303716	1.37651E-05	0.000056617	2.8662E-06	5.54224E-06	5.58357E-06
	0.6	0.353581	0.348435	0.284716	0.307467	0.334273	0.332897	1.36003E-05	5.5627E-06	2.8152E-06	5.4486E-06	5.45276E-06
	0.7	0.379907	0.374186	0.307165	0.336295	0.360362	0.359109	1.34377E-05	5.4655E-06	2.7652E-06	5.35664E-06	5.32531E-06
	0.8	0.403725	0.397464	0.32759	0.362204	0.383934	0.382786	1.32771E-05	0.000053701	2.7161E-06	5.26633E-06	5.20113E-06
	0.9	0.425378	0.418611	0.346257	0.385619	0.405339	0.404283	1.31187E-06	5.2765E-06	2.6681E-06	5.17764E-06	5.08016E-06
	1	0.445147	0.43791	0.363385	0.406888	0.424864	0.423889	1.29624E-06	5.1846E-06	0.000002621	5.09053E-06	4.96231E-06
Best MSE								0.00010075	0.000369	0.000136	0.000108	0.000111
ML												

150	0.1	0.148759	0.148759	0.148759	0.148759	0.145654	0.14389	0.000019356	0.000042883	0.000039295	0.00000837	3.70054E-05
	0.2	0.198182	0.198182	0.198182	0.198182	0.195392	0.193755	0.000018983	0.000042052	0.000038557	8.2616E-06	1.70614E-05
	0.3	0.241132	0.241132	0.241132	0.241132	0.238602	0.237074	0.000018619	0.000041238	3.7835E-06	8.1548E-06	3.51465E-06
	0.4	0.27882	0.27882	0.27882	0.27882	0.276509	0.275075	0.000018263	0.000040442	3.7127E-06	8.0498E-06	3.42596E-06
	0.5	0.312172	0.312172	0.312172	0.312172	0.310045	0.308692	0.000016916	0.000039663	3.6435E-06	7.9464E-06	3.34001E-06
	0.6	0.341903	0.341903	0.341903	0.341903	0.339935	0.338652	1.7577E-06	0.000038901	3.5756E-06	7.8446E-06	3.25673E-06
	0.7	0.368579	0.368579	0.368579	0.368579	0.366748	0.365527	1.7246E-06	0.000038155	3.5092E-06	7.7445E-06	3.17605E-06
	0.8	0.392654	0.392654	0.392654	0.392654	0.390941	0.389774	1.6923E-06	0.000037425	3.4442E-06	0.000007646	3.09789E-05
	0.9	0.414493	0.414493	0.414493	0.414493	0.412883	0.411765	1.6608E-06	3.6711E-06	3.3805E-06	7.549E-07	3.02219E-06
	1	0.434397	0.434397	0.434397	0.434397	0.432878	0.431802	0.00000163	3.6012E-06	3.3182E-06	3.65985E-05	2.94889E-06
								0.000100602	0.000328	0.000106	0.000101	0.000108
Best MSE								ML				

ويتضح من الجدول (5-3) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت ($\gamma = 0.3, \theta = 3, \beta = 2, \alpha = 2.5$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة المخاطرة من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ (MSE =0.000162).

2- عند حجم عينة n=50 :

كانت طريقة المكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ MSE=0.000130294 .

3- عند حجم عينة n=100 :

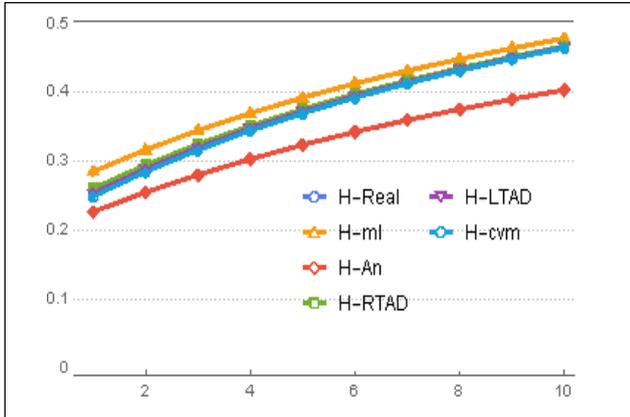
كانت طريقة المكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ . MSE=0.00010075 .

4- عند حجم عينة n=150 :

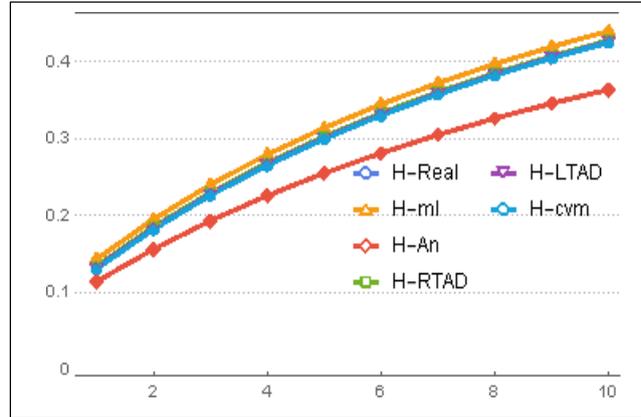
كانت طريقة المكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ . MSE=0.000100602 .

ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة الامكان الاعظم (ML) كانت طريقة لتقدير دالة المخاطرة عند كافة حجوم العينات (30,50,100,150) الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعلمت قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية لدالة المخاطرة متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

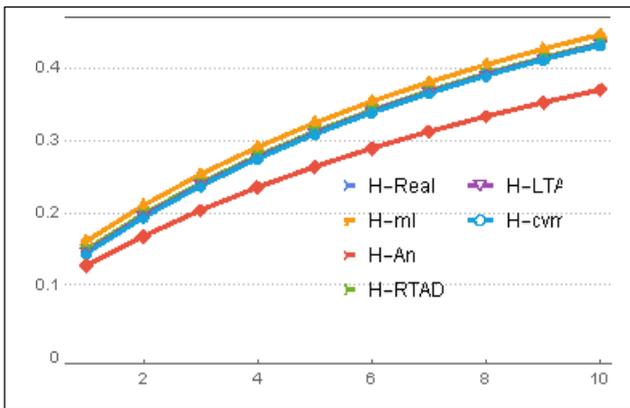
الأشكال البيانية (3-5) ولغاية (3-8) توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الثاني عند حجم العينات (30,50,100,150).



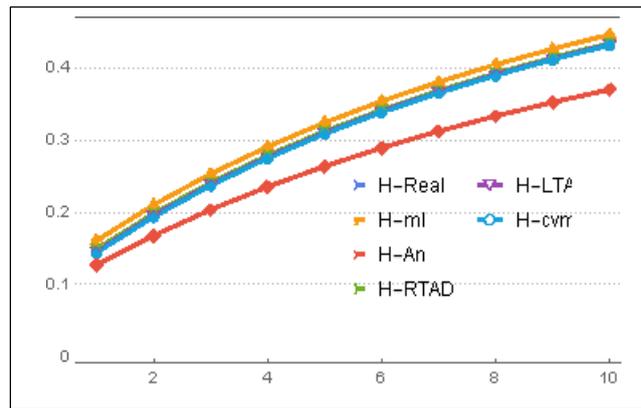
شكل(3-5) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=30)



شكل(3-6) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n= 50)



شكل(3-7) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=100)



شكل(3-8) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=1 50)

جدول (6-3)

معلمات التوزيع المحول للأنموذج الثالث عندما تكون $(\gamma = 0.3, \theta = 2, \beta = 3.5, \alpha = 2.6)$

n	Method		Model 3				Best		
			$\gamma = 0.3$	$\theta = 2$	$\beta = 3.5$	$\alpha = 2.6$			
30	MLE	parameter	0.319312	2.019628	3.327523	2.6213341	AN		
		Mse-MLE	0.01471967	0.0149401	0.0126164	0.0346926			
	AN	parameter	0.518576	2.019546	3.72892	2.625525			
		Mse - AN	0.0240307	0.0138099	0.0439612	0.004241			
	RTAN	parameter	0.47264667	3.07264	3.487267	2.671437			
		Mse - RTAN	0.014129	0.0139304	0.01417474	0.00442144			
	LTAN	parameter	0.969807	2.071047	3.778702	2.525132			
		Mse- LTAN	0.06443403	0.02450023	0.04498387	0.0302413			
	CVM	parameter	0.935228	2.033569	3.741231	2.622264			
		Mse- CVM	0.06414554	0.014106963	0.01494864	0.0092413			
	50	MLE	parameter	0.895283	1.994449	3.703634		2.698561	MLE
			Mse-MLE	0.0132327	0.0130235	0.0233521		0.00334795	
AN		parameter	0.694335	2.295277	3.703597	2.647516			
		Mse - AN	0.03204072	0.0012812	0.0028642	0.0035037			
RTAN		parameter	0.4452983	2.043306	3.754161	2.796763			
		Mse - RTAN	0.0133747	0.00317437	0.05388358	0.003731			
LTAN		parameter	0.344557	3.4671957	3.085747	2.676391			
		Mse- LTAN	0.00344305	0.0136416	0.0039322	0.0042285			
CVM		parameter	0.317467	2.245267	3.085616	2.611454			
		Mse- CVM	0.00343592	0.02329599	0.01392192	0.0038755			
100		MLE	parameter	0.121865	2.0341865	3.137878	2.719491	RTAN	
			Mse-MLE	0.00273777	0.0026819	0.01306973	0.0031107		
	AN	parameter	0.881357	2.1456357	3.095445	2.54584 61			
		Mse - AN	0.05278866	0.002858	0.0131028	0.00312308			

	RTAN	parameter	0.046942	2.123942	3.06057	2.794329	MLE
		Mse RTAN	0.0227348	0.0252899	0.0305572	0.0301346	
	LTAN	parameter	0.715348	2.907455	3.475961	2.715343	
		Mse- LTAN	0.0129235	0.029019	0.0321734	0.031962	
	CVM	parameter	0.868788	2.369523	3.677921	2.743051	
		Mse- CVM	0.0131312	0.029229	0.033231	0.032993	
150	MLE	parameter	0.86921	1.969394	3.678813	2.652557	
		Mse-MLE	0.0121493	0.021031	0.0212036	0.00237	
	AN	parameter	0.919372	2.021656	3.729514	2.623241	
		Mse - AN	0.0024564	0.025204	0.028642	0.030105	
	RTAN	parameter	0.478461	2.973221	3.687211	2.531522	
		Mse - RTAN	0.022038	0.0235758	0.024971	0.022319	
	LTAN	parameter	0.443664	3.945445	3.653012	2.531418	
		Mse- LTAN	0.0247142	0.0233842	0.015386	0.015435	
	CVM	parameter	0.5644808	2.934508	3.652725	2.635461	
		Mse- CVM	0.022357	0.024176	0.02861	0.030043	

ويتضح من الجدول (3-6)، إن مجموعة القيم الأولية كانت $(\gamma = 0.3, \theta = 2, \beta = 3.5, \alpha = 2.652557)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات المقدره ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالتالي :

1- عند حجم عينة n=30 :

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN) هي الأفضل عند المعلمات المقدره .

$$(\hat{\gamma} = 0.318576, \hat{\theta} = 2.019546, \hat{\beta} = 3.72892, \hat{\alpha} = 2.625525)$$

2- عند حجم عينة n=50 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدره .

$$(\hat{\gamma} = 0.694335, \hat{\theta} = 2.295277, \hat{\beta} = 3.703597, \hat{\alpha} = 2.647516)$$

3- عند حجم عينة n=100 :

كانت طريقة اندرسون دارلنك ذو الذيل الايمن (RTAN) هي الأفضل عند المعلمات المقدره .

$$(\hat{\gamma} = 0.046942, \hat{\theta} = 2.123942, \hat{\beta} = 23.06057, \hat{\alpha} = 2.794329)$$

4- عند حجم عينة n=150 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي عند المعلمات المقدره .

$$(\hat{\gamma} = 0.86921, \hat{\theta} = 1.969394, \hat{\beta} = 3.678813, \hat{\alpha} = 2.652557)$$

جدول (7-3)

القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الثالث

Model 3					$\theta=2, \alpha=2.6, \beta=3.5, \gamma=0.3$							
n	t_i	Real(h(t))	$\hat{h}(t)_{ML}$	$\hat{h}(t)_{AN}$	$\hat{h}(t)_{RTAN}$	$\hat{h}(t)_{LTAN}$	$\hat{h}(t)_{CVM}$	MSE(ML)	MSE(AN)	MSE(RTAN)	MSE(LTAN)	MSE(CVM)
30	0.1	0.165014	0.275611	0.285096	0.274212	0.276696	0.277534	0.000620622	1.79295E-05	0.000216858	0.000260711	7.66301E-05
	0.2	0.227887	0.322921	0.330735	0.321774	0.323815	0.32308	0.000605603	1.77757E-05	0.000214775	2.59169E-05	0.000076091
	0.3	0.281856	0.363977	0.370422	0.363036	0.364717	0.362699	0.000591019	1.76245E-05	2.12725E-05	0.000257639	7.55588E-05
	0.4	0.328686	0.399971	0.405278	0.399202	0.400584	0.397505	0.000576853	1.74759E-05	2.10708E-05	2.56119E-05	7.50333E-05
	0.5	0.369707	0.431805	0.436155	0.431182	0.432312	0.428345	0.000563094	1.73297E-05	2.08724E-05	2.54611E-05	7.45145E-05
	0.6	0.405936	0.460177	0.463712	0.459677	0.460595	0.455873	0.000549727	0.000017186	2.06772E-05	2.53114E-05	7.40023E-06
	0.7	0.438167	0.485633	0.488468	0.485238	0.485974	0.480608	0.000536739	1.70447E-05	2.04851E-05	2.51627E-05	7.34965E-05
	0.8	0.467026	0.508608	0.510838	0.508306	0.508884	0.502962	0.000524118	1.69058E-05	2.02961E-05	2.50152E-05	7.29972E-05
	0.9	0.493017	0.529455	0.531157	0.529233	0.529674	0.523269	0.000511852	1.67692E-05	2.01101E-05	2.48687E-05	7.25042E-05
	1	0.516547	0.548462	0.5497	0.54831	0.548631	0.541803	0.000499929	1.66349E-05	1.99271E-05	2.47232E-05	7.20175E-05
Best MSE								0.00558	0.000173	0.000596	0.00072	0.000676
AN												
50	0.1	0.165014	0.152264	0.15548	0.151834	0.152702	0.151823	2.86285E-05	0.000068477	0.000060288	7.15028E-05	0.000187504
	0.2	0.227887	0.217039	0.220045	0.216638	0.217447	0.215334	2.83512E-06	6.7502E-06	0.000059412	7.08472E-05	0.000179966
	0.3	0.281856	0.272271	0.2751	0.271895	0.272654	0.269563	2.80774E-06	6.6544E-06	0.000058553	7.01987E-05	0.000172774
	0.4	0.328686	0.319948	0.322626	0.319593	0.32031	0.316429	2.7807E-06	6.5604E-06	5.7711E-06	0.000069557	1.65909E-05

	0.5	0.369707	0.361536	0.364085	0.361199	0.36188	0.357352	0.00002754	6.4682E-06	0.000056884	6.89222E-05	1.59355E-05
	0.6	0.405936	0.398143	0.400579	0.397821	0.398471	0.393405	2.72763E-05	6.3776E-06	0.000056073	6.82941E-05	1.53098E-05
	0.7	0.438167	0.43062	0.432958	0.430311	0.430934	0.425417	2.7016E-06	6.2887E-06	0.000055277	6.76727E-05	1.47122E-05
	0.8	0.467026	0.459634	0.461887	0.459337	0.459937	0.454036	2.67588E-06	6.2014E-06	0.000054497	6.70579E-05	1.41414E-05
	0.9	0.493017	0.485715	0.487893	0.485429	0.486008	0.479779	2.6505E-06	6.1158E-06	0.000053731	6.64496E-05	1.35962E-05
	1	0.516547	0.509291	0.511401	0.509013	0.509573	0.503062	2.62543E-06	6.0316E-06	0.00005298	6.58478E-05	1.30753E-05
Best MSE								0.000102522	0.000126	0.000513	0.000686	0.000644
ML												
100	0.1	0.165014	0.164563	0.169619	0.163888	0.165249	0.165062	2.03163E-05	0.000059092	5.2766E-06	3.04253E-05	5.68261E-05
	0.2	0.227887	0.226288	0.230552	0.22562	0.226789	0.225215	2.00948E-05	5.8097E-06	5.1858E-06	3.00913E-05	5.42207E-05
	0.3	0.281856	0.278965	0.282754	0.278461	0.279477	0.276801	1.98759E-05	0.000005712	5.0967E-06	2.97612E-05	5.17426E-05
	0.4	0.328686	0.324665	0.327996	0.324223	0.325115	0.321548	1.96598E-05	5.6161E-06	5.0093E-06	2.94348E-06	4.93857E-05
	0.5	0.369707	0.364645	0.367599	0.364254	0.365044	0.360744	1.94463E-06	5.5218E-06	4.9234E-06	2.91121E-06	4.71441E-05
	0.6	0.405936	0.399926	0.402564	0.399577	0.400281	0.395372	1.92354E-06	5.4293E-06	4.8391E-06	2.87932E-06	4.50125E-05
	0.7	0.438167	0.431296	0.433667	0.430982	0.431615	0.426194	1.90271E-06	5.3384E-06	4.7563E-06	2.8478E-06	4.29856E-05
	0.8	0.467026	0.459376	0.461521	0.459094	0.459664	0.453809	1.88214E-06	5.2491E-06	4.6751E-06	2.81663E-06	4.10586E-05
	0.9	0.493017	0.484663	0.486613	0.484407	0.484924	0.478697	1.86182E-06	5.1615E-06	4.5953E-06	2.78583E-06	3.92267E-05
	1	0.516547	0.507556	0.509337	0.507322	0.507794	0.501245	1.84174E-06	5.0754E-06	0.000004517	2.75537E-06	3.74855E-05
Best MSE								9.13034E-05	0.000108	0.000048678	0.00011	0.000465
RTAN												
150	0.1	0.165014	0.166827	0.170476	0.166341	0.167321	0.166503	3.7994E-06	0.000033757	7.49795E-06	1.58659E-05	3.35581E-05

0.2	0.227887	0.229949	0.233293	0.229505	0.230401	0.22833	3.72804E-06	0.000033334	7.10406E-06	1.56662E-05	3.29265E-05
0.3	0.281856	0.283891	0.28698	0.283482	0.284309	0.281241	3.65817E-06	3.2916E-06	6.73224E-06	1.54692E-05	3.23081E-05
0.4	0.328686	0.330545	0.333419	0.330164	0.330933	0.327058	3.58974E-06	3.2505E-06	6.3813E-06	1.52751E-05	3.17029E-06
0.5	0.369707	0.371309	0.374002	0.370952	0.371672	0.367134	3.52274E-06	3.2098E-06	6.05008E-06	1.50836E-05	3.11104E-06
0.6	0.405936	0.407243	0.409781	0.406908	0.407585	0.402496	3.45714E-06	3.1697E-06	5.73752E-06	1.48948E-05	0.000003053
0.7	0.438167	0.439166	0.44157	0.438849	0.43949	0.433936	3.39291E-06	3.1302E-06	5.44261E-06	1.47087E-06	2.9963E-06
0.8	0.467026	0.467719	0.470006	0.467417	0.468026	0.462078	3.33003E-06	3.0911E-06	5.1644E-07	1.45252E-06	2.9407E-06
0.9	0.493017	0.493412	0.495598	0.493124	0.493706	0.48742	3.26847E-06	3.0526E-06	4.902E-07	1.43443E-06	2.8864E-06
1	0.516547	0.516658	0.518755	0.516381	0.51694	0.510361	3.20819E-06	3.0146E-06	4.65456E-07	1.4166E-06	2.8332E-06
Best MSE							0.0000349548	0.0000923	0.00004.6487	0.00009876	0.00012
ML											

ويتضح من الجدول (7-3) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت $(\gamma = 0.3, \theta = 2, \beta = 3.5, \alpha = 0.000173)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة المخاطرة من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.000173$.

2- عند حجم عينة n=50 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.000102522$.

3- عند حجم عينة n=100 :

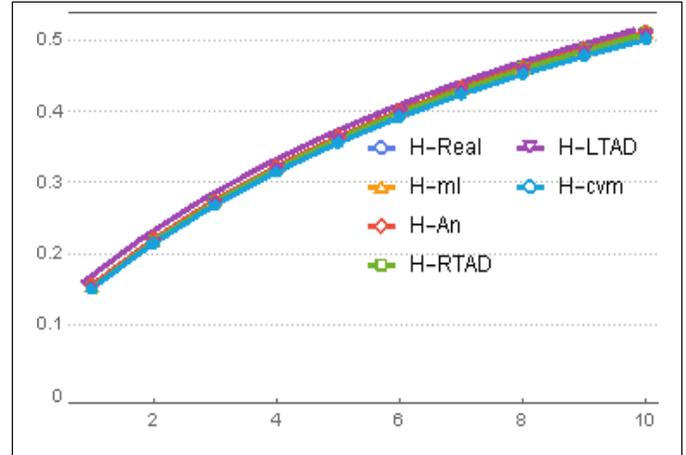
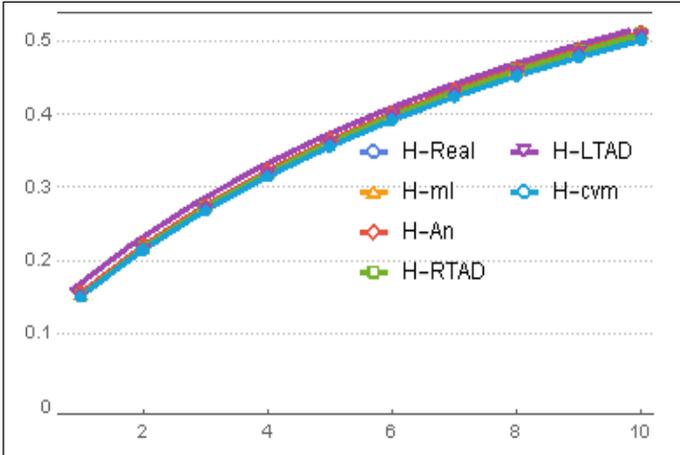
كانت طريقة اندرسون دارلنك ذو الذيل الايمن (RTAN) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.000048678$.

4- عند حجم عينة n=150 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.0000349548$.

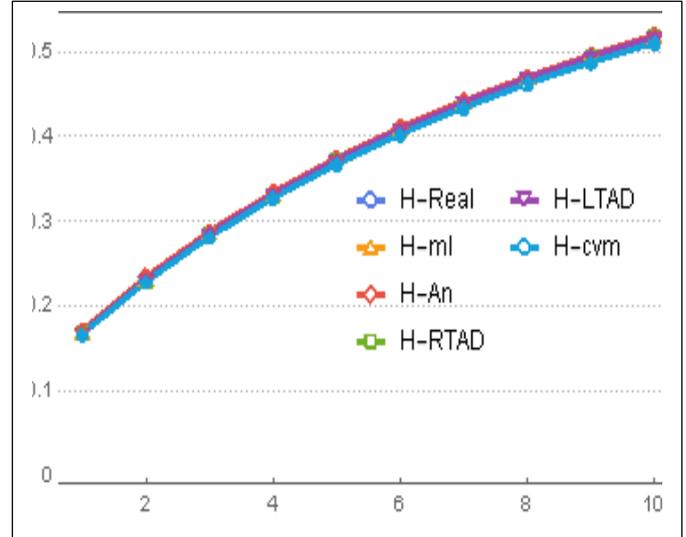
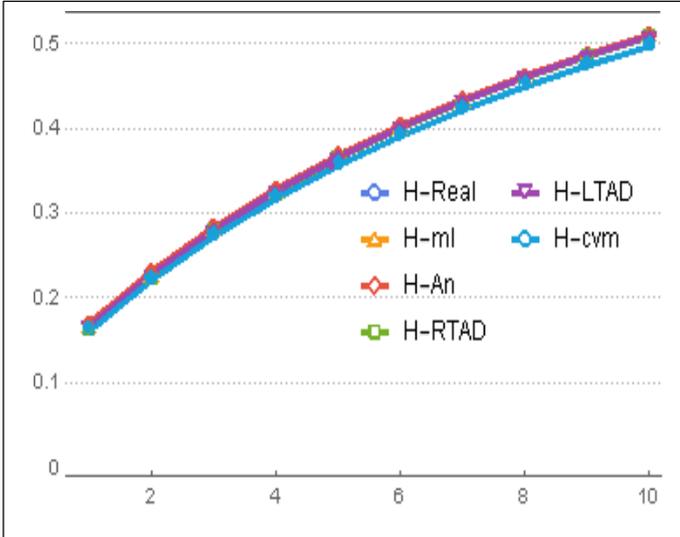
ويتضح من النتائج اعلاه إنَّ طريقة اندرسون دارلنك هي الأفضل عند حجم عينة (30) لأنها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ لتقدير دالة المخاطرة وان طريقة الامكان الاعظم (ML) كانت طريقة لتقدير دالة المخاطرة عند حجوم العينات (50,150) الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ وطريقة اندرسون دارلنك ذو الذيل الايمن (RTAN) عند حجم (100) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية لدالة المخاطرة متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

الأشكال البيانية (9-3) ولغاية (12-3) توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الثالث عند
حجوم العينات (30,50,100,150)



شكل (9-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=30)

شكل (10-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=50)



شكل (11-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=100)

شكل (12-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=150)

جدول (8-3)

معلومات التوزيع المحول للأنموذج الرابع عندما تكون $(\gamma = 0.5, \theta = 3.5, \beta = 4, \alpha = 3)$

n	Method		Model 4				Best		
			$\gamma = 0.5$	$\theta = 3.5$	$\beta = 4$	$\alpha = 3$			
30	MLE	parameter	0.521295	3.523341	4.089996	3.093026	AN		
		Mse-MLE	0.061312	0.059229	0.084971	0.048755			
	AN	parameter	0.520498	3.522329	4.091603	3.093446			
		Mse - AN	0.0443403	0.049019	0.0605572	0.0447757			
	RTAN	parameter	0.569214	3.573007	4.140244	3.144252			
		Mse - RTAN	0.069235	0.065204	0.0494864	0.05731			
	LTAN	parameter	0.534509	3.536962	4.103753	3.106806			
		Mse- LTAN	0.052357	0.049401	0.071734	0.046392			
	CVM	parameter	0.496535	3.498068	4.066291	3.067693			
		Mse- CVM	0.0671967	0.0650023	0.0492192	0.051107			
	50	MLE	parameter	0.495445	3.497366	4.065464		3.067888	AN
			Mse-MLE	0.040307	0.039304	0.0053521		0.0442147	
AN		parameter	0.545642	3.549306	4.114658	3.119616			
		Mse - AN	0.0343592	0.0329599	0.05114	0.0401			
RTAN		parameter	0.508328	3.509962	4.077824	3.079712			
		Mse - RTAN	0.04129	0.0406963	0.0588358	0.0446926			
LTAN		parameter	0.470299	3.473194	4.039815	3.042586			
		Mse- LTAN	0.0344305	0.038099	0.0512036	0.0412308			
CVM		parameter	0.043195	3.700604	3.472853	1.471399			
		Mse- CVM	0.038866	0.03858	0.053231	0.041962			
100		MLE	parameter	0.489995	3.492041	4.058696	3.061726	MLE	
			Mse-MLE	0.024564	0.0252899	0.0393215	0.0301346		
	AN	parameter	0.489198	3.491029	4.060303	3.062146			
		Mse - AN	0.0273777	0.026819	0.0402772	0.0324128			
	RTAN	parameter	0.459198	3.464029	4.0656303	3.0626146			
		Mse RTAN	0.033747	0.0317437	0.0506164	0.0334795			
	LTAN	parameter	0.485148	3.432029	4.093203	3.33246			
		Mse- LTAN	0.032327	0.0313728	0.0498387	0.0329931			
	CVM	parameter	0.329198	3.421029	4.05303	3.053246			
		Mse- CVM	0.0314554	0.030235	0.046973	0.032413			
	150	MLE	parameter	0.537914	3.541707	4.108944	3.112952		MLE

AN	Mse-MLE	0.017348	0.0016416	0.019612	0.030043
	parameter	0.503209	3.505662	4.072453	3.075506
RTAN	Mse - AN	0.0220377	0.0214176	0.0028642	0.022319
	parameter	0.465235	3.466768	4.034991	3.036393
LTAN	Mse - RTAN	0.023382	0.023728	0.038098	0.030105
	parameter	0.464145	3.466066	4.034164	3.036588
CVM	Mse- LTAN	0.0220895	0.0235758	0.0317474	0.023698
	parameter	0.514342	3.518006	4.083358	3.088316
	Mse- CVM	0.021493	0.0210307	0.028485	0.022285

ويتضح من الجدول (8-3) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت $(\gamma = 0.5, \theta = 3.5, \beta = 4, \alpha = 3)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات المقدره ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN) هي عند المعلمات المقدره كالآتي:-

$$(\hat{\gamma} = 0.520498, \hat{\theta} = 3.522329, \hat{\beta} = 4.091603, \hat{\alpha} = 3.093446)$$

2- عند حجم عينة n=50 :

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي:-

$$(\hat{\gamma} = 0.545642, \hat{\theta} = 3.549306, \hat{\beta} = 4.114658, \hat{\alpha} = 3.119616)$$

3- عند حجم عينة n=100 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الافضل عند المعلمات المقدره كالآتي:-

$$(\hat{\gamma} = 0.489995, \hat{\theta} = 3.492041, \hat{\beta} = 4.058696, \hat{\alpha} = 3.061726)$$

4- عند حجم عينة n=150 :

كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي:-

$$(\hat{\gamma} = 0.537914, \hat{\theta} = 3.541707, \hat{\beta} = 4.108944, \hat{\alpha} = 3.112952)$$

جدول (9-3)

القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الرابع

Model 4				$\theta = 3.5$, $\alpha = 3$, $\beta = 4$, $\gamma = 0.5$								
n	t _i	Real(h(t))	$\hat{h}(t)_{ML}$	$\hat{h}(t)_{AN}$	$\hat{h}(t)_{RTAN}$	$\hat{h}(t)_{LTAN}$	$\hat{h}(t)_{CVM}$	MSE(ML)	MSE(AN)	MSE(RTAN)	MSE(LTAN)	MSE(CVM)
30	0.1	0.206173	0.361951	0.355434	0.355888	0.34669	0.286829	0.000272743	4.12519E-05	0.00688323	7.62755E-05	0.000875565
	0.2	0.246299	0.384416	0.377638	0.378048	0.368845	0.30962	0.000262762	4.08093E-05	0.00589061	7.31098E-05	0.000839797
	0.3	0.281784	0.404474	0.397481	0.397854	0.388658	0.330113	0.000253471	4.03756E-06	0.00521856	7.02103E-05	0.000805992
	0.4	0.31339	0.42251	0.415336	0.415676	0.406497	0.348654	0.000244824	3.99507E-06	0.00477363	6.75598E-05	0.000774029
	0.5	0.34172	0.438825	0.4315	0.431811	0.422655	0.365519	0.000236778	3.95345E-06	0.0044909	6.51424E-05	0.000743795
	0.6	0.367257	0.453666	0.446211	0.446496	0.437367	0.380936	0.000229293	3.91268E-06	0.00432461	6.29432E-05	0.000715187
	0.7	0.390397	0.46723	0.459665	0.459926	0.450826	0.39509	0.000222332	3.87275E-06	0.00424216	6.09484E-05	0.000688107
	0.8	0.41146	0.479681	0.472021	0.47226	0.463192	0.408137	0.000215861	3.83364E-06	0.00422007	0.000059145	0.000662464
	0.9	0.430715	0.491156	0.483413	0.483633	0.474596	0.420205	0.000209848	3.79534E-06	0.00424128	5.75209E-05	0.000638175
	1	0.448385	0.501769	0.493954	0.494156	0.485151	0.431406	0.000204264	3.75785E-06	0.00429333	5.60648E-05	0.00061516
Best MSE								0.002352	0.000113	0.048578	0.000649	0.007358
AN												
50	0.1	0.206173	0.179635	0.175479	0.175795	0.169796	0.136774	0.00016508	2.27703E-05	0.0018521	0.000302502	8.07846E-05
	0.2	0.246299	0.22879	0.223757	0.22405	0.217311	0.17993	0.000163593	2.13746E-05	0.0143767	2.90716E-05	7.63574E-05
	0.3	0.281784	0.271391	0.265654	0.265928	0.2586	0.217709	0.000162128	0.000020083	0.00117013	0.000027966	7.22643E-05

	0.4	0.31339	0.308691	0.30238	0.302637	0.294832	0.251071	0.000160684	1.88873E-05	0.00100298	2.69293E-05	6.84807E-05
	0.5	0.34172	0.341637	0.334851	0.335093	0.326898	0.28076	0.000159261	1.77801E-05	0.000905028	2.59576E-05	6.49841E-05
	0.6	0.367257	0.370961	0.363779	0.364008	0.355488	0.307359	0.000157858	1.67547E-06	8.54997E-05	0.000025047	6.17537E-05
	0.7	0.390397	0.39724	0.389721	0.38994	0.381147	0.331333	0.000156476	1.58049E-06	0.000838207	2.41941E-05	5.87702E-05
	0.8	0.41146	0.420931	0.413125	0.413334	0.40431	0.353058	1.55115E-05	1.4925E-06	8.44406E-05	2.33958E-05	5.60161E-05
	0.9	0.430715	0.442403	0.434351	0.434551	0.425329	0.372839	1.53773E-06	1.41099E-06	0.000866371	2.26487E-05	5.34751E-05
	1	0.448385	0.439814	0.453693	0.453885	0.444493	0.39093	1.52451E-06	1.33547E-06	0.000898976	2.19502E-05	5.11321E-05
								0.001143654	0.000108	0.02208	0.00053	0.000644
Best MSE			AN									
100	0.1	0.206173	0.209909	0.205157	0.205548	0.198531	0.160827	1.53811E-06	2.79885E-05	0.0152847	0.000126227	7.09571E-05
	0.2	0.246299	0.25188	0.246468	0.246818	0.239384	0.198787	1.51861E-06	2.65133E-05	0.00107449	0.0001169	6.61942E-05
	0.3	0.281784	0.288707	0.282753	0.283069	0.275295	0.232321	1.49937E-06	2.51231E-05	0.000774722	0.000108304	6.17739E-05
	0.4	0.31339	0.321297	0.314892	0.315179	0.307124	0.262172	1.4804E-06	2.38134E-06	0.00058217	0.000100382	5.76723E-05
	0.5	0.34172	0.350351	0.343568	0.34383	0.33554	0.288924	1.46169E-06	2.25796E-06	0.00046475	9.30831E-05	5.38672E-05
	0.6	0.367257	0.376425	0.369319	0.36956	0.361072	0.313041	1.44324E-06	2.14178E-06	0.00040025	8.63596E-06	5.03381E-05
	0.7	0.390397	0.399959	0.392578	0.3928	0.384142	0.334899	1.42505E-06	2.03239E-06	0.000373094	8.01683E-06	0.000047066
	0.8	0.41146	0.421313	0.413693	0.4139	0.405096	0.354806	1.40711E-06	1.92944E-06	0.000372254	7.44694E-06	4.40334E-05
	0.9	0.430715	0.44078	0.432952	0.433145	0.424215	0.373013	1.38941E-06	1.83258E-06	0.000389847	6.92264E-06	4.12241E-05

	1	0.448385	0.458602	0.450592	0.450773	0.441732	0.389732	1.37196E-06	1.74149E-06	0.000420203	6.44057E-06	3.86229E-05
Best MSE								0.00001415.	0.00009391	0.020136	0.000582	0.000532
ML												
150	0.1	0.206173	0.204239	0.199564	0.199949	0.193069	0.155964	1.64846E-06	9.50911E-06	0.00011979	4.52301E-05	1.64846E-06
	0.2	0.246299	0.249405	0.243997	0.244342	0.236958	0.196499	1.5564E-06	6.68535E-06	0.000109774	4.19549E-05	1.5564E-06
	0.3	0.281784	0.288802	0.282798	0.283111	0.27532	0.232129	1.47076E-06	5.04104E-06	0.000100661	3.89554E-05	1.47076E-06
	0.4	0.31339	0.323495	0.316999	0.317284	0.309159	0.263713	1.39119E-06	4.1884E-06	9.23746E-05	3.62107E-05	1.39119E-06
	0.5	0.34172	0.354295	0.347389	0.347651	0.339248	0.291915	1.31731E-06	3.86891E-06	0.000084843	3.37018E-05	1.31731E-06
	0.6	0.367257	0.381836	0.374582	0.374824	0.366188	0.317261	1.24879E-06	3.90779E-06	7.80029E-06	3.14112E-05	1.24879E-06
	0.7	0.390397	0.406617	0.399067	0.399292	0.390458	0.34017	1.18533E-06	4.18559E-06	7.17962E-06	2.93227E-05	1.18533E-06
	0.8	0.41146	0.429041	0.421236	0.421446	0.412441	0.360983	1.12661E-06	4.61995E-06	6.61702E-06	2.74214E-05	1.12661E-06
	0.9	0.430715	0.449432	0.441406	0.441603	0.432452	0.379978	1.07238E-06	5.1537E-06	6.10769E-06	2.56935E-05	1.07238E-06
	1	0.445256	0.468059	0.45984	0.460026	0.450747	0.397387	1.02237E-06	5.74702E-06	5.64726E-06	2.41263E-05	1.02237E-06
Best MSE								1.30396E-05	5.29E-05	0.000541	0.000334	1.30396E-05
ML												

ويتضح من الجدول (3-9) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت $(\gamma = 0.5, \theta = 3.5, \beta = 4, \alpha = 3)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة المخاطرة من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.000113$.

2- عند حجم عينة n=50 :

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.000108$.

3- عند حجم عينة n=100 :

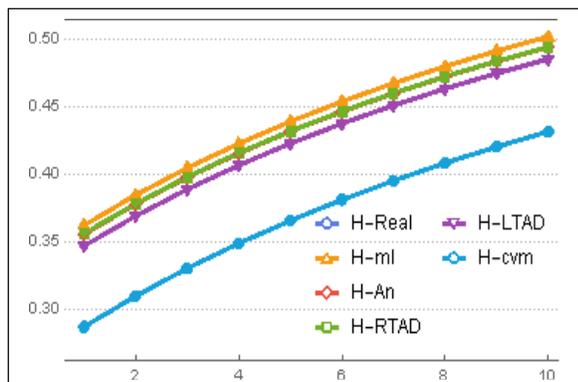
كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.00001415$.

4- عند حجم عينة n=150 :

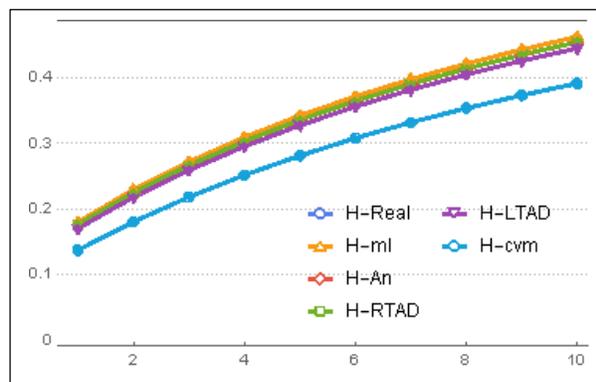
كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=1.30396E-05$.

ويتضح من النتائج اعلاه إن طريقة الامكان الاعظم (ML) كانت طريقة لتقدير دالة المخاطرة عند حجوم العينات (100,150) الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ وطريقة اندرسون دارلنك الافضل عند حجم (30,50) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ ، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعلمت قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية لدالة المخاطرة متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

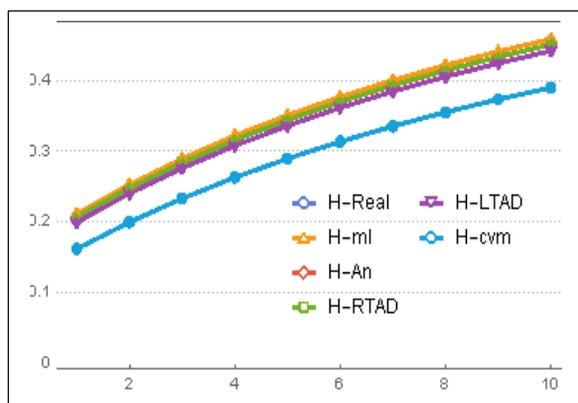
الأشكال البيانية (13-3) ولغاية (16-3) توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الرابع عند حجم العينات (30,50,100,150)



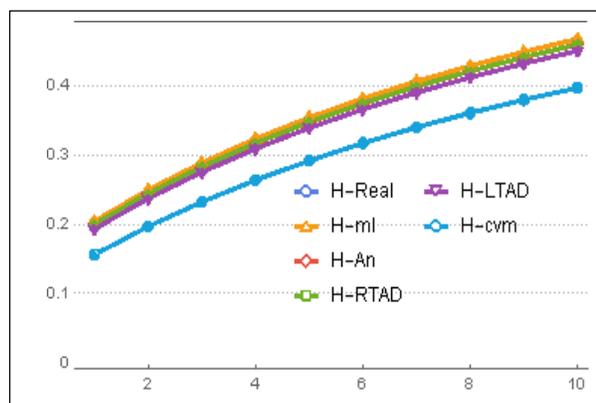
شكل(3-13) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n= 30)



شكل (3-14) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n= 50)



شكل(3-15) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=100)



شكل(3-16) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=150)

الجدول: من اعداد الباحث

جدول (10-3)

معلمات التوزيع المحول للأنموذج الخامس عندما تكون $(\gamma = 0.2, \theta = 2.5, \beta = 1, \alpha = 4.5)$

n	Method		Model 5				Best
			$\gamma = 0.2$	$\theta = 2.5$	$\beta = 1$	$\alpha = 4.5$	
30	MLE	parameter	0.0627862	2.562723	1.575455	4.527034	MLE
		Mse-MLE	0.0375597	0.04949152	0.076704	0.0540549	
	AN	parameter	0.124467	2.587423	1.054592	4.517981	
		Mse - AN	0.04270117	0.0502621	0.06700164	0.0587904	
	RTAN	parameter	0.0744648	2.16861	1.347652	4.562968	
		Mse - RTAN	0.04705	0.05105144	0.06706387	0.0613583	
	LTAN	parameter	0.134393	2.2024525	1.394675	4.208321	
		Mse- LTAN	0.0410299	0.049696	0.0812685	0.0561393	
	CVM	parameter	0.345606	2.147316	1.523637	4.113441	
		Mse- CVM	0.05818858	0.06463474	0.06714366	0.0678033	
50	MLE	parameter	0.23446344	2.7424784	1.030658	4.7316554	LTAN
		Mse-MLE	0.02776802	0.04246331	0.06408517	0.0492864	
	AN	parameter	0.42344257	2.528756	1.3830268	4.1605621	
		Mse - AN	0.0318238	0.04782157	0.06714011	0.0507955	
	RTAN	parameter	0.513357	2.178853	1.3481587	4.3914365	
		Mse - RTAN	0.02938733	0.0440863	0.06577348	0.0497348	
	LTAN	parameter	0.4332324	2.20246	2.5454646	4.5529453	
		Mse- LTAN	0.0273829	0.04026421	0.06371693	0.046085	
	CVM	parameter	0.202638	2.6011337	2.660334	4.6497322	
		Mse- CVM	0.0338348	0.04879188	0.0676737	0.0530861	
100	MLE	parameter	0.375629	2.719436	2.814817	4.4751811	CVM
		Mse-MLE	0.02285046	0.0343881	0.0435291	0.040149	
	AN	parameter	0.747512	2.547781	2.533104	4.4154029	
		Mse - AN	0.02523592	0.0396762	0.0590659	0.04355416	
	RTAN	parameter	0.518463	2.632517	2.564355	4.1847186	
		Mse RTAN	0.02432768	0.003652282	0.05286632	0.0429885	
	LTAN	parameter	0.792149	2.554348	2.527348	4.6946288	
		Mse- LTAN	0.02277627	0.03265344	0.04352555	0.0401464	
	CVM	parameter	0.554647	2.240856	2.574123	4.7526524	
		Mse- CVM	0.02250012	0.02717168	0.0394402	0.0399397	
150	MLE	parameter	0.5346415	2.926639	2.489418	4.1896728	MLE
		Mse-MLE	0.02003843	0.02067485	0.00492905	0.0233288	
	AN	parameter	0.177694	2.922338	2.579517	4.189829	

	Mse - AN	0.02193805	0.02335285	0.0393952	0.0380791
RTAN	parameter	0.161481	2.4965416	2.697819	4.1682549
	Mse - RTAN	0.02141796	0.02209693	0.0382731	0.037748
LTAN	parameter	0.716119	2.695629	2.671519	4.680372
	Mse- LTAN	0.0212302	0.02208672	0.0375874	0.0362482
CVM	parameter	0.173487	2.625665	2.737128	4.47792569
	Mse- CVM	0.02024256	0.02132687	0.0365143	0.03534774

ويتضح من الجدول (10-3) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت $(\gamma = 0.2, \theta = 2.5, \beta = 1, \alpha = 4.5)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات المقدرة ولأحجام عينات مختلفة $(30, 50, 100, 150)$ كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :-

كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 3.0627862, \hat{\theta} = 2.562723, \hat{\beta} = 1.575455, \hat{\alpha} = 4.527034)$$

2- عند حجم عينة n=50 :-

كانت طريقة اندرسون دارلنك ذو الذيل الايسر (LTAN) هي الأفضل وعند المعلمات المقدرة كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 3.4332324, \hat{\theta} = 2.20246, \hat{\beta} = 2.20246, \hat{\alpha} = 4.5529453)$$

3- عند حجم عينة n=100 :-

كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.554647, \hat{\theta} = 2.240856, \hat{\beta} = 2.574123, \hat{\alpha} = 4.7526524)$$

4- عند حجم عينة n=150 :-

كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.534615, \hat{\theta} = 2.926639, \hat{\beta} = 2.489418, \hat{\alpha} = 4.1896728)$$

جدول (11-3)

القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الخامس

model 5					$\theta = 2.5$, $\alpha = 4.5$, $\beta = 1$, $\gamma = 0.2$							
n	t_i	Real(h(t))	$\hat{h}(t)_{ML}$	$\hat{h}(t)_{AN}$	$\hat{h}(t)_{RTAN}$	$\hat{h}(t)_{LTAN}$	$\hat{h}(t)_{CVM}$	MSE(ML)	MSE(AN)	MSE(RTAN)	MSE(LTAN)	MSE(CVM)
30	0.1	0.229071	0.384384	0.415017	0.387976	0.392908	0.400847	4.57262E-05	5.59545E-05	7.93163E-05	4.92165E-05	0.000454117
	0.2	0.282878	0.415117	0.442365	0.418299	0.422675	0.429706	4.50005E-05	5.50664E-05	7.61716E-05	4.84309E-05	0.000445946
	0.3	0.329578	0.442172	0.466498	0.444995	0.448888	0.455138	4.42967E-05	5.42028E-05	7.32844E-05	4.76681E-05	0.000437972
	0.4	0.370491	0.466197	0.487976	0.468702	0.47217	0.477741	4.36141E-05	5.33628E-05	7.06386E-05	4.69277E-05	0.000430189
	0.5	0.406632	0.487695	0.507231	0.489915	0.493006	0.497982	4.29522E-05	5.25459E-05	6.82189E-05	4.62088E-05	0.00042259
	0.6	0.438788	0.507058	0.524604	0.509021	0.511775	0.516224	4.23103E-05	5.17514E-05	6.60111E-05	4.55109E-05	0.000415171
	0.7	0.467584	0.524602	0.540369	0.52633	0.52878	0.53276	4.16879E-05	5.09787E-05	5.66711E-05	4.48335E-05	0.000407925
	0.8	0.493521	0.540579	0.554746	0.542094	0.544268	0.547827	4.10844E-05	5.02271E-05	5.51792E-05	4.41758E-05	0.000400848
	0.9	0.517004	0.555199	0.567917	0.556517	0.558439	0.561618	4.04993E-05	4.94962E-05	5.40331E-05	4.35375E-05	0.000393935
	1	0.538366	0.568633	0.580033	0.569769	0.571459	0.574294	3.99321E-05	4.87852E-05	5.30467E-05	4.29178E-05	0.000387181
Best MSE								0.000427	0.000522	0.000679	0.000459	0.004196
(ML)												
50	0.1	0.229071	0.192787	0.212761	0.194615	0.19746	0.202492	1.40211E-05	1.5932 E-04	5.12504E-05	1.46852E-05	0.000347768
	0.2	0.282878	0.254782	0.273012	0.256439	0.259021	0.26361	1.36911E-05	1.55506 E-04	4.00305E-05	1.43374E-05	0.000334809
	0.3	0.329578	0.307677	0.324463	0.309192	0.31156	0.315782	1.33719E-05	1.51812 E-04	3.88855E-05	1.40008E-05	0.000322371
	0.4	0.370491	0.353367	0.368945	0.354765	0.356953	0.360869	1.30629E-05	1.48236E-05	3.27811E-05	0.000013675	0.000310431

	0.5	0.406632	0.393253	0.407806	0.394552	0.396589	0.400244	1.27639E-05	1.44773E-05	2.68034E-05	1.33596E-05	0.000298968
	0.6	0.438788	0.428388	0.442066	0.429603	0.431511	0.434945	1.24746E-05	1.4142 E-05	2.58586E-05	1.30543E-05	0.000287959
	0.7	0.467584	0.459585	0.472508	0.460727	0.462525	0.465767	1.21946E-05	1.38173E-05	2.4973E-06	1.27589E-05	0.000277386
	0.8	0.493521	0.487479	0.499745	0.488558	0.490259	0.493336	1.19238E-05	1.35029E-05	2.41433E-06	1.24729E-06	0.000267229
	0.9	0.517004	0.512573	0.524265	0.513598	0.515215	0.518146	1.16617E-05	1.31986E-05	2.33665E-06	1.21962E-06	0.000257472
	1	0.538366	0.535274	0.54646	0.536251	0.537794	0.540597	1.14081E-05	1.29039E-05	2.26394E-06	1.19283E-06	0.000248096
Best MSE								0.000127	0.00042	0.000225	0.00009895	0.002952
LTAN												
100	0.1	0.229071	0.222422	0.246307	0.224567	0.227921	0.233922	3.45649E-05	1.29187E-06	2.88243E-05	0.000012967	1.21639E-05
	0.2	0.282878	0.276603	0.297664	0.278489	0.281443	0.286732	3.33456E-05	1.25494E-06	2.73116E-05	1.25965E-05	1.1827 E-05
	0.3	0.329578	0.323362	0.342129	0.325039	0.327668	0.332379	3.21764E-05	1.21913E-06	2.58856E-05	1.22368E-05	1.15002E-05
	0.4	0.370491	0.364148	0.381023	0.365653	0.368014	0.372249	3.10556E-06	1.18441E-06	2.45416E-05	1.1888 E-05	1.11832E-05
	0.5	0.406632	0.400053	0.415347	0.401413	0.403552	0.407389	2.99814E-06	1.15076E-06	2.32751E-05	1.15499E-05	1.08758E-05
	0.6	0.438788	0.431913	0.445872	0.433152	0.435103	0.438604	2.89519E-06	1.11812E-06	2.20818E-05	1.12221E-05	1.05776E-05
	0.7	0.467584	0.460383	0.473205	0.461519	0.463309	0.466525	2.79655E-06	1.08649E-07	2.0958 E-05	1.09044E-05	1.02885E-05
	0.8	0.493521	0.485983	0.497826	0.487031	0.488683	0.491652	2.70207E-06	1.05582E-07	1.98998E-05	1.05964E-06	1.0008E-06
	0.9	0.517004	0.50913	0.520125	0.510101	0.511634	0.51439	2.31159E-07	1.29187E-06	1.89038E-05	1.02979E-06	9.73609E-07
	1	0.538366	0.530164	0.540419	0.531068	0.532497	0.535067	2.22496E-07	1.25494E-06	1.79666E-05	1.00085E-06	9.47237E-07
								0.000115	0.000364	0.00023	0.00008.6455	0.00008.1305

(CVM)												
150	0.1	0.229071	0.216978	0.240272	0.219093	0.222389	0.228272	7.80003E-06	8.86857 E-04	0.000169283	8.2897E-06	9.09111E-06
	0.2	0.282878	0.274906	0.295564	0.276773	0.27969	0.284898	7.55753E-06	859268 E-04	0.000159827	8.03158E-06	8.7201E-06
	0.3	0.329578	0.324603	0.343126	0.326269	0.328879	0.333543	7.32372E-06	8.3266 E-04	0.000151028	7.78263E-06	8.36532E-06
	0.4	0.370491	0.36774	0.38451	0.369242	0.371601	0.375817	7.09834E-06	8.06977E-06	0.000142846	7.54257E-06	8.02606E-06
	0.5	0.406632	0.40556	0.420868	0.406925	0.409075	0.412919	6.88111E-06	7.8227 E-06	0.000135246	7.31111E-06	5.70167E-05
	0.6	0.438788	0.439003	0.453081	0.440254	0.442228	0.445758	6.67175E-06	7.5831E-06	0.000128194	7.08796E-06	5.39152E-07
	0.7	0.467584	0.468799	0.48183	0.469952	0.471777	0.47504	6.47003E-06	7.3527E-06	0.000121657	6.87286E-06	5.29499E-07
	0.8	0.493521	0.495521	0.507653	0.496591	0.498288	0.501322	6.27569E-06	7.1306E-06	0.000115605	6.66555E-06	5.17152E-07
	0.9	0.517004	0.519627	0.530981	0.520625	0.522212	0.525048	6.08851E-06	6.9164E-06	0.000110012	6.46579E-06	5.16056E-07
	1	0.538366	0.541488	0.552164	0.542423	0.543914	0.546577	5.90824E-06	6.7164 E-06	0.000104849	6.27333E-06	5.14158E-07
Best MSE								0.0000.68156	0.000309	0.001339	0.0000.72346	0.0000.93327
(CVM)												

ويتضح من الجدول (3-11) إن مجموعة القيم الأولية كانت $(\gamma = 0.2, \theta = 2.5, \beta = 1, \alpha = 4.5)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة المخاطرة من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :-

كانت طريقة الامكان الاعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ

MSE=0.000427

2- عند حجم عينة n=50 :-

كانت طريقة اندرسون دارلنك ذو الذيل الايسر (LTAN) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ

MSE=0.00009895

3- عند حجم عينة n=100 :-

كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ

MSE=0.000081305

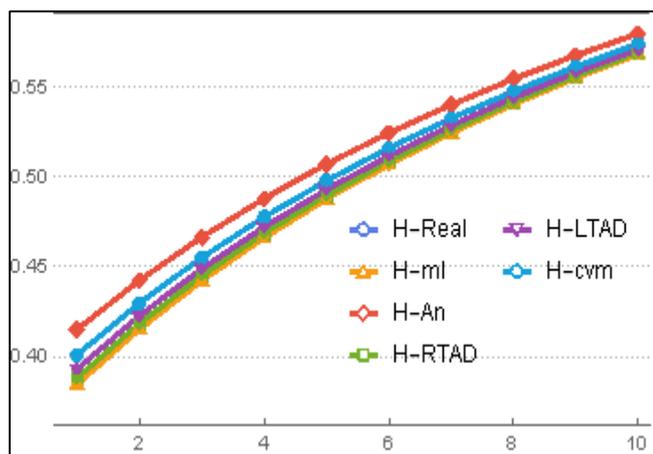
4- عند حجم عينة n=150 :-

كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ

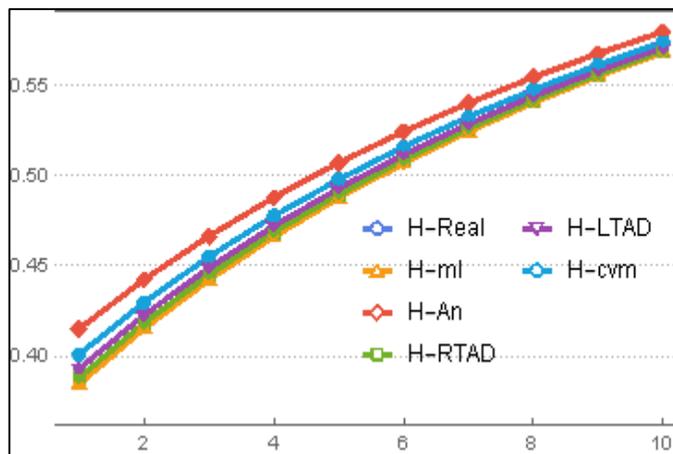
MSE=0.0000.93327

ويتضح من النتائج اعلاه ان كرايمر فون مايسز (CVM) كانت افضل طريقة لتقدير دالة المخاطرة عند حجوم العينات (100,150) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ وطريقة اندرسون دارلنك ذو الذيل الاير الافضل عند حجم (50) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ، وطريقة الامكان الأعظم عند حجم عينة (30) حيث نلاحظ ان القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول البيانية ادناه ان القيم التقديرية لدالة المخاطرة متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

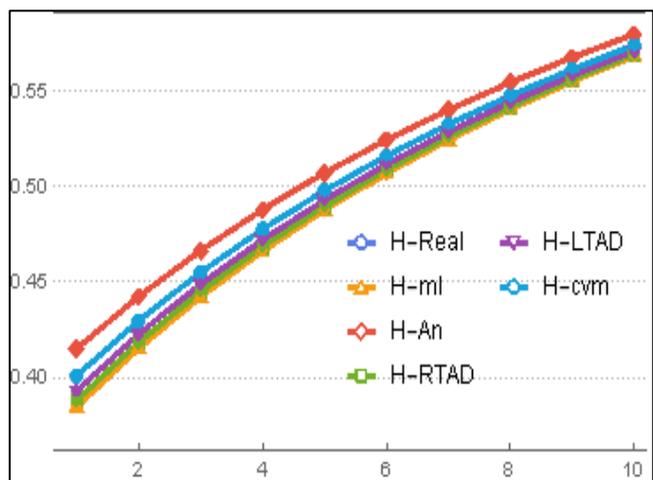
الأشكال البيانية (3-17) ولغاية (3-20) توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الخامس عند
حجوم العينات (30,50,100,150)



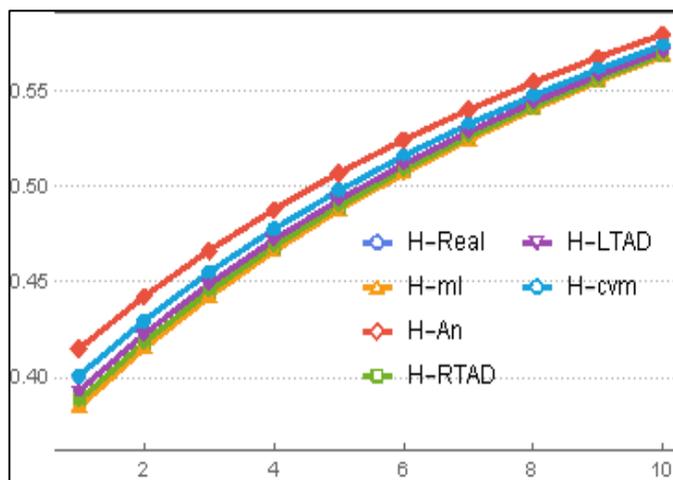
شكل (3-17) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=30)



شكل (3-18) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=50)



شكل (3-19) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=100)



شكل (3-20) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=150)

الجدول: من اعداد الباحث

جدول (14-3)

معلومات التوزيع المحول للأنموذج السادس عندما تكون $(\gamma = 0.4, \theta = 4, \beta = 2, \alpha = 3)$

n	Method		Model 6				Best		
			$\gamma = 0.4$	$\theta = 4$	$\beta = 2$	$\alpha = 3$			
30	MLE	parameter	0.7302517	4.7714331	2.5147348	3.5442955	AN		
		Mse-MLE	0.05267182	0.0318105	0.03934142	0.0443136			
	AN	parameter	0.5971133	4.6347188	2.4978517	3.5896393			
		Mse - AN	0.0518105	0.03023139	0.03740463	0.039635			
	RTAN	parameter	0.5465168	4.5803285	2.4941693	3.573649			
		Mse - RTAN	0.05519194	0.03241249	0.039635	0.04649585			
	LTAN	parameter	0.4851258	4.5250157	2.4922555	3.5622904			
		Mse- LTAN	0.05696989	0.03519194	0.0402514	0.04988399			
	CVM	parameter	0.5226205	4.5535485	2.4856632	3.664361			
		Mse- CVM	0.06844176	0.0369321	0.0596848	0.0596848			
	50	MLE	parameter	0.4174196	4.4573144	2.4382685		3.6013033	MLE
			Mse-MLE	0.04980461	0.0272592	0.0320569		0.0320569	
AN		parameter	0.3906229	4.4311881	2.433704	3.5827864			
		Mse - AN	0.05005647	0.02813645	0.03304464	0.0340121			
RTAN		parameter	0.3644702	4.406496	2.4246737	3.5697482			
		Mse - RTAN	0.05023639	0.02842334	0.0340121	0.03460499			
LTAN		parameter	0.641588	4.6733344	3.0284011	3.6690416			
		Mse- LTAN	0.05135214	0.02980461	0.03649585	0.03778769			
CVM		parameter	0.5036243	4.5417152	3.0284366	3.6064885			
		Mse- CVM	0.0505916	0.0289447	0.03460499	0.03495218			
100		MLE	parameter	0.4555992	4.4931474	3.0270164	3.5875549		

	AN	Mse-MLE	0.04410802	0.02266638	0.02664154	0.028159	MLE		
		parameter	0.4056656	4.4464762	3.0276387	3.5715791			
	RTAN	Mse - AN	0.04671547	0.0239959	0.02778769	0.02934142			
		parameter	0.713539	4.7494421	2.5160659	3.6352748			
	LTAN	Mse RTAN	0.04872592	0.02671547	0.02992182	0.03100738			
		parameter	0.5809202	4.6185168	2.5005291	3.5948583			
	CVM	Mse- LTAN	0.0469321	0.02410803	0.02818225	0.03008652			
		parameter	0.5317446	4.5676672	2.4964402	3.5832348			
		MLE	Mse- CVM	0.04951913	0.02697757	0.03050745		0.03118873	LTAN
			parameter	0.4707997	4.5120282	2.4945874		3.579585	
150	AN	Mse-MLE	0.03813645	0.02135214	0.02196343	0.02196335			
		parameter	0.5310027	4.5600687	2.4863952	3.6869774			
	RTAN	Mse - AN	0.03329465	0.0212123	0.02100738	0.02071468			
		parameter	0.4282412	4.4677693	2.4552731	3.666788			
	LTAN	Mse - RTAN	0.0412123	0.02166549	0.02320567	0.02320567			
		parameter	0.40029	4.4408863	2.4462905	3.6736464			
		CVM	Mse- LTAN	0.03243711	0.02058199	0.02077878	0.0202514		
			parameter	0.573567	4.456025	2.247124	3.8279244		
		CVM	Mse- CVM	0.04159477	0.02243711	0.0243136	0.02664043		
			parameter						

ويتضح من الجدول (12-3) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت ($\gamma = 0.4, \theta = 4, \beta = 2, \alpha = 3$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة $n=30$:-

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.5971133, \hat{\theta} = 4.6347188, \hat{\beta} = 2.4978517, \hat{\alpha} = 3.5896393)$$

2- عند حجم عينة $n=50$:-

كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE)، هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي

$$(\hat{\gamma} = 0.4174196, \hat{\theta} = 4.4573144, \hat{\beta} = 2.4382685, \hat{\alpha} = 3.6013033)$$

3- عند حجم عينة $n=100$:-

كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE)، هي الأفضل لكونها عند المعلمات المقدرة كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.4555992, \hat{\theta} = 4.4931474, \hat{\beta} = 3.0270164, \hat{\alpha} = 3.5875549)$$

4- عند حجم عينة $n=150$:-

كانت طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايسر (LTAN) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.40029, \hat{\theta} = 4.4408863, \hat{\beta} = 2.4462905, \hat{\alpha} = 3.6736464)$$

جدول (13-3)

القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للنموذج السادس

Model 6					$\theta=4, \alpha=3, \beta=2, \gamma=0.4$							
n	t _i	Real(h(t))	$\hat{h}(t)_{ML}$	$\hat{h}(t)_{AN}$	$\hat{h}(t)_{RTAN}$	$\hat{h}(t)_{LTAN}$	$\hat{h}(t)_{CVM}$	MSE(ML)	MSE(AN)	MSE(RTAN)	MSE(LTAN)	MSE(CVM)
30	0.1	0.289091	0.22821	0.235055	0.21336	0.284672	0.242547	0.000345846	0.000119539	0.000411251	0.000559545	0.000468089
	0.2	0.210714	0.258496	0.264384	0.245796	0.318597	0.270852	0.000339914	0.000116798	0.00040461	0.000550664	0.000460643
	0.3	0.211504	0.285488	0.290559	0.274614	0.348592	0.296148	0.000334196	0.000114147	0.000398182	5.42028E-05	0.00045342
	0.4	0.312280	0.30971	0.314077	0.300403	0.375324	0.318907	3.28685E-05	1.11585E-05	3.91962E-05	5.33628E-05	4.46413E-05
	0.5	0.313043	0.33158	0.335333	0.323626	0.399312	0.339502	3.23374E-05	1.09108E-05	3.85942E-05	5.25459E-05	4.39616E-05
	0.6	0.313793	0.351431	0.354649	0.344658	0.42097	0.358236	3.18257E-05	1.06713E-05	3.80118E-05	5.17514E-05	4.33022E-05
	0.7	0.314529	0.369539	0.372284	0.363801	0.440632	0.375358	3.13327E-05	1.04397E-05	3.74482E-05	5.09787E-05	4.26626E-05
	0.8	0.325254	0.386127	0.388454	0.381305	0.458567	0.391072	0.000030858	1.02159E-05	0.000036903	5.02271E-05	4.20423E-05
	0.9	0.426666	0.401385	0.403338	0.397374	0.474999	0.405548	0.000030401	9.9996E-06	3.63755E-05	4.94962E-05	4.14405E-05
	1	0.426766	0.415468	0.417087	0.412182	0.490113	0.418932	0.000029961	9.7905E-06	3.58654E-05	4.87852E-05	0.000040857
Best MSE								0.00124	0.000424	0.001476	0.001522	0.001681
AN												
50	0.1	0.289091	0.116393	0.111593	0.118622	0.145245	0.121066	4.39009E-05	4.38271E-05	4.38349E-05	5.31825E-05	4.06246E-05
	0.2	0.210714	0.160524	0.155979	0.162645	0.199321	0.16498	4.33065E-05	4.32333E-05	0.000043241	5.11507E-05	4.09834E-05

	0.3	0.211504	0.199161	0.19484	0.201188	0.245999	0.203426	4.27242E-05	4.26515E-05	4.26591E-05	4.91867E-05	4.13794E-05
	0.4	0.312280	0.233285	0.229159	0.235228	0.286719	0.237379	4.21536E-05	4.20814E-05	4.20889E-05	4.72883E-05	4.18101E-05
	0.5	0.313043	0.263651	0.259698	0.26552	0.322566	0.267594	4.15943E-05	4.15226E-05	4.15301E-05	4.54535E-05	4.22729E-05
	0.6	0.313793	0.290854	0.287054	0.292657	0.354377	0.294662	4.10461E-05	4.09749E-05	4.09823E-05	4.36802E-05	4.27656E-05
	0.7	0.314529	0.31537	0.311706	0.317113	0.382803	0.319056	4.05087E-05	0.000040438	4.04453E-05	4.19666E-05	4.32861E-05
	0.8	0.325254	0.337582	0.334039	0.339271	0.408364	0.341158	3.99818E-05	3.99116E-05	3.99188E-05	4.03107E-05	4.38322E-05
	0.9	0.426666	0.357802	0.354369	0.359444	0.431475	0.361279	3.94652E-05	3.93955E-05	3.94026E-05	3.87107E-05	4.44021E-05
	1	0.426766	0.37629	0.372955	0.377888	0.452476	0.379678	3.89585E-05	3.88893E-05	3.88963E-05	0.000037165	4.49941E-05
Best MSE								0.000414	0.000413	0.000453	0.000448	0.000477
ML												
100	0.1	0.289091	0.129578	0.133177	0.121901	0.164316	0.137133	4.19804E-05	4.19647E-05	5.19692E-05	5.14429E-05	0.000519804
	0.2	0.210714	0.170914	0.174103	0.164128	0.213841	0.177618	4.13947E-05	4.13792E-05	5.13837E-05	5.94031E-05	0.000526642
	0.3	0.211504	0.207267	0.210116	0.201221	0.256881	0.213264	0.000040821	4.08056E-05	5.08101E-05	5.74313E-05	0.000533583
	0.4	0.312280	0.239498	0.242061	0.234075	0.294648	0.244899	4.02588E-05	4.07435E-05	0.000040248	4.55252E-05	0.000540615
	0.5	0.313043	0.26828	0.270599	0.263384	0.328066	0.273174	3.97079E-05	3.96927E-05	3.88872E-05	4.36827E-05	0.00044773
	0.6	0.313793	0.294143	0.296254	0.2897	0.357852	0.298602	0.000039168	3.97529E-05	3.91587E-05	4.19019E-05	0.00046217
	0.7	0.314529	0.317514	0.319445	0.313462	0.384575	0.321598	3.86387E-05	3.86838E-05	3.86282E-05	4.01808E-05	0.00036948
	0.8	0.325254	0.338741	0.340515	0.335028	0.408688	0.342497	3.81199E-05	3.81051E-05	3.81694E-05	3.85176E-05	0.000376839
	0.9	0.426666	0.358108	0.359744	0.354693	0.43056	0.361577	3.76112E-05	3.75964E-05	3.76008E-05	3.69104E-05	0.000384241

	1	0.426766	0.375851	0.377366	0.372698	0.45049	0.379067	3.71123E-05	3.70977E-05	0.000037102	3.53575E-05	0.000394241
Best MSE								0.0003095	0.000396	0.000404	0.0003545	0.00044525
ML												
150	0.1	0.289091	0.129092	0.13203	0.19320	0.162216	0.135474	4.18728E-05	4.18775E-05	4.18861E-05	0.000 0886874	4.30199E-05
	0.2	0.210714	0.171944	0.174628	0.184928	0.214064	0.177753	4.12873E-05	4.12919E-05	4.13005E-05	8.59282E-05	0.00004 04359
	0.3	0.211504	0.209537	0.212007	0.266007	0.258961	0.214864	4.07137E-05	4.07183E-05	4.07268E-05	8.32661E-05	4.79438E-05
	0.4	0.312280	0.242798	0.245085	0.253085	0.298239	0.247715	4.01516E-05	4.01562E-05	4.01647E-05	8.06979E-06	4.55406E-05
	0.5	0.313043	0.272445	0.274575	0.244575	0.332905	0.277009	3.96008E-05	3.96054E-05	3.96138E-05	7.82207E-06	4.32233E-05
	0.6	0.313793	0.299044	0.301038	0.351238	0.363737	0.303303	0.000039061	3.90655E-05	3.90739E-05	7.58316E-06	4.30989E-05
	0.7	0.314529	0.323048	0.324922	0.341922	0.391345	0.327041	3.85318E-05	3.85363E-05	3.85446E-05	7.35277E-06	4.88359E-05
	0.8	0.325254	0.344822	0.346592	0.333592	0.416214	0.348582	3.80131E-05	3.80175E-05	3.80258E-05	7.13062E-06	4.67605E-05
	0.9	0.426666	0.364666	0.366344	0.327344	0.438738	0.368221	3.75045E-05	3.75089E-05	3.75171E-05	6.91647E-06	4.47605E-05
	1	0.426766	0.382828	0.384424	0.312442	0.459236	0.386201	3.70057E-05	3.70101E-05	3.70182E-05	6.71004E-06	4.28336E-05
Best MSE								0.0000994	0.00003354	0.000394	0.00002421	0.0004306
LTAN												

ويتضح من الجدول (3-13) إن مجموعة القيم الأولية كانت ($\gamma = 0.4, \theta = 4, \beta = 2, \alpha = 3$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة المخاطرة من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :-

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
 . MSE=0.000424

2- عند حجم عينة n=50 :-

كانت طريقة الإمكان الأعظم (ML)، هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
 . MSE=0.000413

3- عند حجم عينة n=100 :-

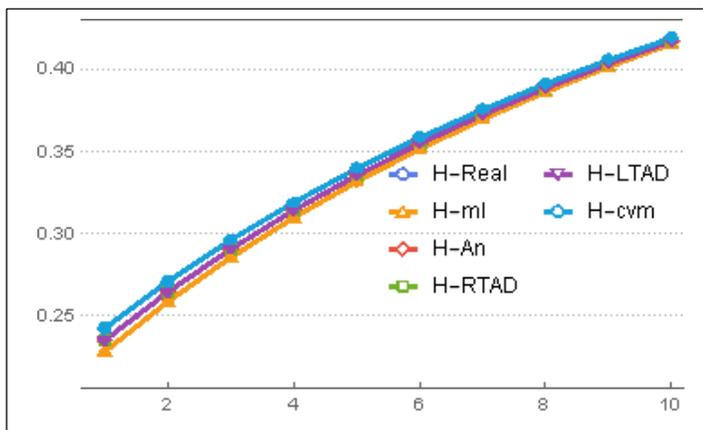
كانت طريقة الإمكان الأعظم (ML)، هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
 . MSE=0.0003095

4- عند حجم عينة n=150 :-

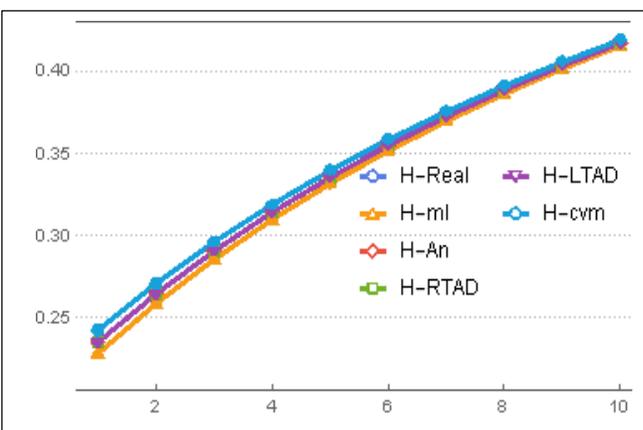
كانت طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايسر (LTAN) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
 . MSE=0.00002421

ويتضح من النتائج اعلاه ان طريقة المكان الاعظم (ML) كانت طريقة لتقدير دالة المخاطرة عند حجوم العينات (50,100) الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ وطريقة اندرسون دارلنك الافضل عند حجم (30) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ ، وطريقة اندرسون دارلنك الذيل الايسر (LTAN) عند حجم عينة (150) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعا الخطأ، حيث نلاحظ إن القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية ، وأيضا توضح الجداول البيانية ادناه إن القيم التقديرية لدالة المخاطرة متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية) .

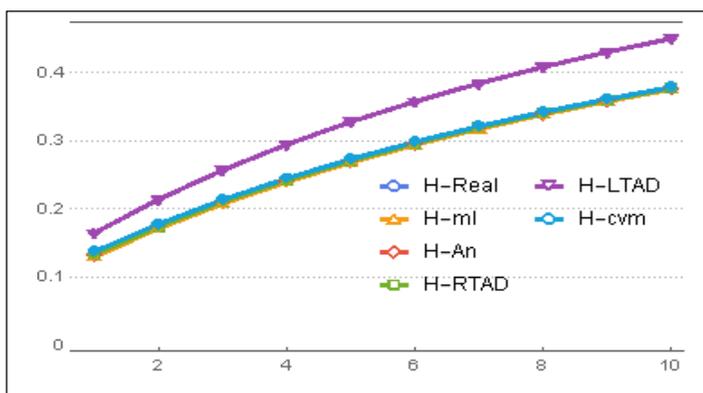
الأشكال البيانية (21-3) ولغاية (24-3) توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج السادس عند حجوم العينات (30,50,100,150)



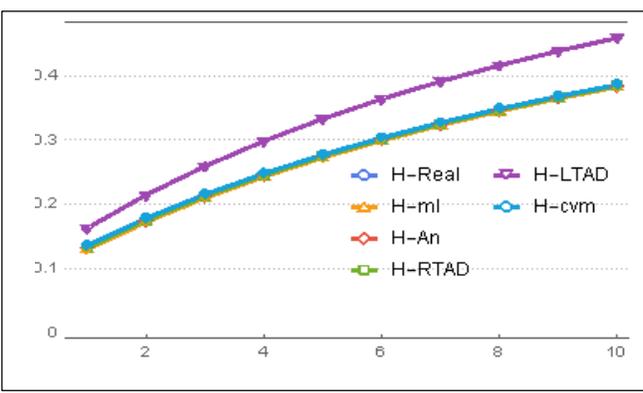
شكل (21-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=30)



شكل (22-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=50)



شكل (23-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=100)



شكل (24-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=150)

جدول (14-3)

معلومات التوزيع المحول للأنموذج السابع عندما تكون $(\gamma = 0.5, \theta = 3.5, \beta = 4, \alpha = 3)$

n	Method		Model 7				Best		
			$\gamma = 0.5$	$\theta = 3.5$	$\beta = 4$	$\alpha = 3$			
30	MLE	parameter	0.6342465	3.7105249	4.6084463	3.3859718	CVM		
		Mse-MLE	0.0617696	0.0570917	0.0592905	0.0534774			
	AN	parameter	0.5857176	3.6706334	4.5162225	3.31804			
		Mse - AN	0.0318238	0.05962701	0.07293952	0.05966693			
	RTAN	parameter	0.5423802	3.6274803	4.4664567	3.2685067			
		Mse - RTAN	0.0617647	0.05460846	0.05872357	0.04980112			
	LTAN	parameter	0.4826645	3.5677645	4.4122769	3.2143269			
		Mse- LTAN	0.04 705	0.0502621	0.0782731	0.06101862			
	CVM	parameter	0.507216	3.5922199	4.4336182	3.2352899			
		Mse- CVM	0.05721626	0.05357386	0.05855103	0.04975592			
	50	MLE	parameter	0.4148214	3.4999214	4.3444738		3.1465238	RTAN
			Mse-MLE	0.04524455	0.0515078	0.0572002		0.04647273	
AN		parameter	0.3885592	3.4736592	4.3187136	3.1207636			
		Mse - AN	0.05277627	0.05190813	0.05836322	0.04919455			
RTAN		parameter	0.3625123	3.4476123	4.2940848	3.0961348			
		Mse - RTAN	0.0450012	0.05081874	0.0565143	0.04024945			
LTAN		parameter	0.6018647	3.686359	4.5394745	3.3373152			
		Mse- LTAN	0.05550797	0.05337731	0.05846814	0.04925867			
CVM		parameter	0.4993461	3.5844461	4.4278142	3.2298642			
		Mse- CVM	0.04505424	0.05145231	0.0570463	0.04201398			
100		MLE	parameter	0.4532194	3.5383194	4.3804499	3.1824999		

	AN	Mse-MLE	0.04142782	0.04647997	0.04896865	0.0399397	CVM		
		parameter	0.4036639	3.4887139	4.334035	3.136085			
	RTAN	Mse - AN	0.04416237	0.0502864	0.05250871	0.0401464			
		parameter	0.5964913	3.675847	4.5648464	3.3483373			
	LTAN	Mse RTAN	0.03955644	0.0459956	0.04896605	0.03962569			
		parameter	0.5709989	3.6561757	4.5008154	3.3028543			
	CVM	Mse- LTAN	0.0419269	0.04906187	0.0492653	0.04010951			
		parameter	0.5280182	3.6130638	4.4540343	3.2560835			
		MLE	Mse- CVM	0.0385395	0.041408	0.04874361		0.03887379	CVM
			parameter	0.4684547	3.5535547	4.3993585		3.2014085	
150	AN	Mse-MLE	0.03281575	0.03209693	0.003679329	0.0729337			
		parameter	0.5172477	3.6030549	4.4421878	3.2435968			
	RTAN	Mse - AN	0.03429138	0.0352737	0.0401897	0.0780592			
		parameter	0.4256711	3.5107711	4.354969	3.157019			
	LTAN	Mse - RTAN	0.03601075	0.03768218	0.0412077	0.033288			
		parameter	0.3982321	3.4833321	4.3284121	3.1304621			
	CVM	Mse- LTAN	0.0324567	0.026654	0.02456	0.020566			
		parameter	0.3731105	3.4582105	4.3046514	3.1067014			
		CVM	Mse- CVM	0.02013856	0.03132687	0.0225054	0.0704866		
			parameter	0.3731105	3.4582105	4.3046514	3.1067014		

ويتضح من الجدول (3-14) إن مجموعة القيم الأولية كانت $(\gamma = 0.5, \theta = 3.5, \beta = 4, \alpha = 3)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات المقدره ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي:

1- عند حجم عينة n=30 :-

كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.507216, \hat{\theta} = 3.5922199, \hat{\beta} = 4.4336182, \hat{\alpha} = 3.2352899)$$

2- عند حجم عينة n=50 :-

كانت طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايمن (RTAN)، هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.3625123, \hat{\theta} = 3.4476123, \hat{\beta} = 4.2940848, \hat{\alpha} = 3.0961348)$$

3- عند حجم عينة n=100 :-

كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.5280182, \hat{\theta} = 3.6130638, \hat{\beta} = 4.4540343, \hat{\alpha} = 3.2560835)$$

4- عند حجم عينة n=150 :-

كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل عند المعلمات المقدره كالآتي:

$$(\hat{\gamma} = 0.3731105, \hat{\theta} = 3.4582105, \hat{\beta} = 4.3046514, \hat{\alpha} = 3.1067014)$$

جدول (15-3)

القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج السابع

Model 7					$\theta = 3.5$, $\alpha = 3$, $\beta = 4$, $\gamma = 0.5$							
n	t _i	Real(h(t))	$\hat{h}(t)_{ML}$	$\hat{h}(t)_{AN}$	$\hat{h}(t)_{RTAN}$	$\hat{h}(t)_{LTAN}$	$\hat{h}(t)_{CVM}$	MSE(ML)	MSE(AN)	MSE(RTAN)	MSE(LTAN)	MSE(CVM)
30	0.1	0.331353	0.481398	0.492118	0.484374	0.360375	0.490317	3.45846E-05	4.48578E-05	0.000052043	0.000161137	1.18707E-05
	0.2	0.372054	0.502902	0.51287	0.505662	0.375898	0.510449	3.39914E-05	4.38929E-05	0.000051462	0.000158134	1.17365E-05
	0.3	0.408017	0.521943	0.531243	0.524512	0.389936	0.528293	3.34196E-05	4.29728E-05	5.0893E-06	1.55241E-05	1.16053E-05
	0.4	0.440025	0.538947	0.547654	0.541347	0.402705	0.544245	3.28685E-05	4.20957E-05	5.0336E-06	1.52455E-05	1.14772E-05
	0.5	0.468696	0.554245	0.56242	0.556493	0.414379	0.558611	3.23374E-05	0.00004126	4.9792E-06	1.49771E-05	1.13519E-05
	0.6	0.494525	0.568095	0.575792	0.570207	0.425099	0.571632	3.18257E-05	0.000040464	4.9259E-06	1.47188E-05	1.12296E-05
	0.7	0.517915	0.580704	0.587969	0.582693	0.434986	0.583498	3.13327E-05	3.97063E-05	4.8737E-06	1.44703E-05	0.00001111
	0.8	0.539197	0.592241	0.599115	0.594119	0.444135	0.594365	0.000030858	3.89852E-05	4.8228E-06	1.42312E-05	1.09933E-05
	0.9	0.558643	0.602843	0.60936	0.60462	0.452632	0.604362	0.000030401	3.82995E-05	4.7729E-06	1.40013E-05	1.08792E-05
	1	0.57648	0.481398	0.618817	0.614309	0.460546	0.613593	0.000029961	3.76478E-05	4.7242E-06	1.37803E-05	1.07678E-05
Best MSE								0.000322	0.000419	0.000143	0.000436	0.0001137
CVM												
50	0.1	0.331353	0.267151	0.276293	0.269664	0.186498	0.275797	0.00002057	0.000161464	1.19539E-05	6.32983E-05	0.000040585
	0.2	0.372054	0.323116	0.331726	0.325484	0.224874	0.330087	0.000020355	0.000157095	1.16798E-05	6.21658E-05	3.00276E-05

	0.3	0.408017	0.370989	0.379139	0.373232	0.258602	0.37658	0.000020143	1.52902E-05	1.14147E-05	5.10647E-05	3.94815E-05
	0.4	0.440025	0.412448	0.420199	0.414583	0.288498	0.416888	0.000019934	1.48876E-05	1.11585E-05	5.99941E-05	3.89464E-06
	0.5	0.468696	0.448731	0.456134	0.450772	0.315193	0.452198	0.000019729	1.45013E-05	1.09108E-05	5.89531E-05	3.84221E-06
	0.6	0.494525	0.480771	0.487869	0.48273	0.339187	0.483408	1.9528E-06	1.41306E-05	1.06713E-05	5.79412E-05	3.79085E-06
	0.7	0.517915	0.509287	0.516115	0.511172	0.360878	0.511207	1.9329E-06	1.37748E-05	1.04397E-05	5.69574E-05	3.74053E-06
	0.8	0.539197	0.534841	0.54143	0.536662	0.380589	0.536139	1.9134E-06	1.34334E-05	1.02159E-05	5.60011E-06	3.69124E-06
	0.9	0.558643	0.55788	0.564257	0.559644	0.398584	0.558634	1.8942E-06	1.31059E-05	9.9996E-06	5.50715E-06	3.64295E-06
	1	0.57648	0.578765	0.584952	0.580478	0.415081	0.57904	1.8753E-06	1.27918E-06	9.79052E-06	5.4168E-06	3.59564E-06
Best MSE								0.00011	0.000418	0.000108	0.000427	0.000106
RTAN												
100	0.1	0.331353	0.312397	0.324372	0.315681	0.2202	0.324479	0.000108173	0.000147495	0.000019161	0.000065858	3.73191E-05
	0.2	0.372054	0.356261	0.366923	0.359185	0.251311	0.365844	1.05032E-05	0.000142348	0.000018896	6.43433E-05	3.66604E-05
	0.3	0.408017	0.394593	0.404171	0.397219	0.279072	0.402118	1.01989E-05	0.000137395	0.000018636	6.28665E-05	3.60142E-06
	0.4	0.440025	0.428397	0.437072	0.430776	0.304007	0.434206	5.90408E-06	1.32629E-05	0.000018379	6.14266E-06	3.53803E-06
	0.5	0.468696	0.458447	0.466358	0.460616	0.326535	0.462808	4.61852E-06	1.28042E-06	0.000018127	6.00228E-06	3.47585E-06
	0.6	0.494525	0.485344	0.492605	0.487335	0.346994	0.488471	8.3419E-07	1.2363E-06	1.7878E-06	5.86542E-06	3.41486E-06
	0.7	0.517915	0.509569	0.516271	0.511407	0.365661	0.511636	7.07397E-07	1.19385E-06	1.7632E-06	5.73199E-05	3.35502E-06
	0.8	0.539197	0.531508	0.537724	0.533213	0.382766	0.532655	6.81446E-07	1.15301E-06	1.7391E-06	5.60191E-06	3.29633E-06
	0.9	0.558643	0.551472	0.557265	0.553062	0.3985	0.551818	5.56312E-07	1.11373E-06	1.7153E-06	5.4751E-06	3.23876E-06

	1	0.57648	0.569722	0.575143	0.57121	0.413024	0.569363	4.31971E-07	1.07595E-06	1.6919E-06	5.35148E-06	3.18229E-06
Best MSE								0.000104269	0.0003	0.000102	0.000285	0.000101
CVM												
150	0.1	0.331353	0.302507	0.313595	0.305553	0.212872	0.313456	0.0000011141	0.0000092627	0.0000068920	0.00000312633	0.00000232983
	0.2	0.372054	0.351443	0.361474	0.354196	0.2471	0.360147	0.0000010975	0.0000089173	0.0000066769	0.00000315526	0.00000228567
	0.3	0.408017	0.393803	0.402964	0.396315	0.277431	0.40067	0.0000010813	0.0000085873	0.0000064696	0.00000319236	0.0000022425
	0.4	0.440025	0.430869	0.439301	0.43318	0.304514	0.436209	0.0000010653	0.0000082721	0.0000062701	0.00000323737	0.00000220031
	0.5	0.468696	0.4636	0.471417	0.465741	0.328857	0.467656	0.0000010496	0.0000079710	0.0000060779	0.00000329004	0.00000215907
	0.6	0.494525	0.492733	0.500023	0.494728	0.350866	0.495697	0.0000010342	0.0000076836	0.0000058928	0.00000335012	0.00000211876
	0.7	0.517915	0.518843	0.52568	0.520713	0.370869	0.52087	0.0000010191	0.0000074093	0.0000057147	0.00000341737	0.00000207937
	0.8	0.539197	0.542386	0.54883	0.544147	0.389134	0.543602	0.0000010043	0.0000071477	0.0000055433	0.00000349156	0.00000204088
	0.9	0.558643	0.56373	0.56983	0.565397	0.405882	0.56424	0.0000009898	0.0000068981	0.0000053783	0.00000357246	0.00000200327
	1	0.57648	0.583175	0.588973	0.584758	0.421299	0.583065	0.0000009755	0.0000066602	0.0000052197	0.00000365985	0.00000196652
							0.0000104307	0.0000788093	0.0000601353	0.00003349272	0.00002142618	
Best MSE			ML									

ويتضح من الجدول (3-15) إن مجموعة القيم الأولية كانت ($\gamma = 0.5, \theta = 3.5, \beta = 4, \alpha = 3$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة المخاطرة من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :-

كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
 . MSE=0.0001137

2- عند حجم عينة n=50 :-

كانت طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايمن (RTAN)، هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
 . MSE=0.000108

3- عند حجم عينة n=100 :-

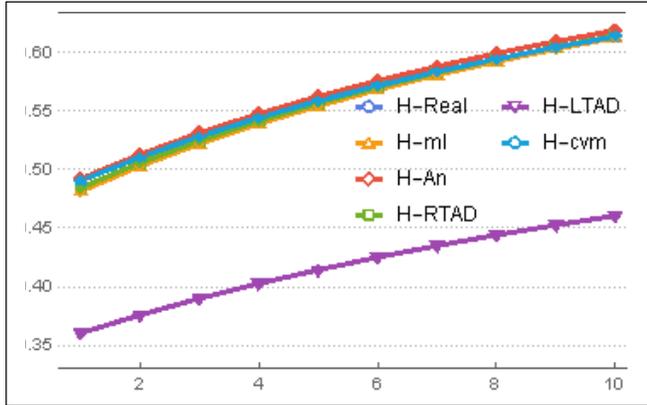
كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
 . MSE=0.000101

4- عند حجم عينة n=150 :-

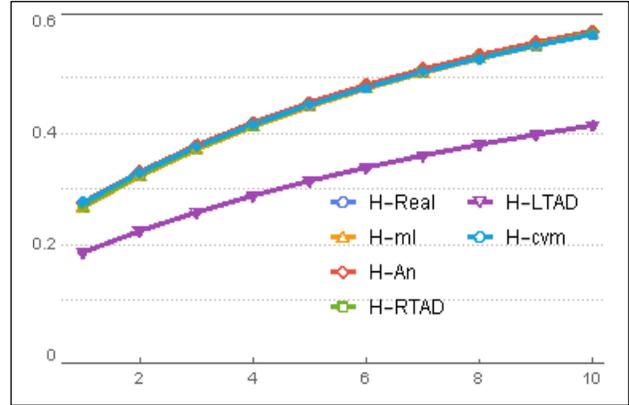
كانت طريقة الإمكان الأعظم (ML) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ
 . MSE=0.00002421

ويتضح من النتائج اعلاه إن طريقة المكان الاعظم (ML) كانت طريقة لتقدير دالة المخاطرة عند حجوم العينات (150) الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ وطريقة اندرسن دارلنك الذيل الأيمن الافضل عند حجم (50) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ ، وطريقة كرايمر فون مايسز (CVM) عند حجم عينة (30،100) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعا الخطأ، حيث نلاحظ إن القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية.

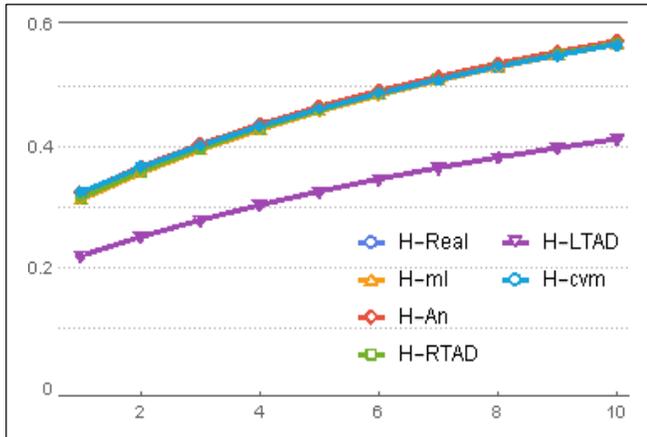
وأيضاً توضح الجداول البيانية ادناه توضح القيم التقديرية لدالة المخاطرة متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية).



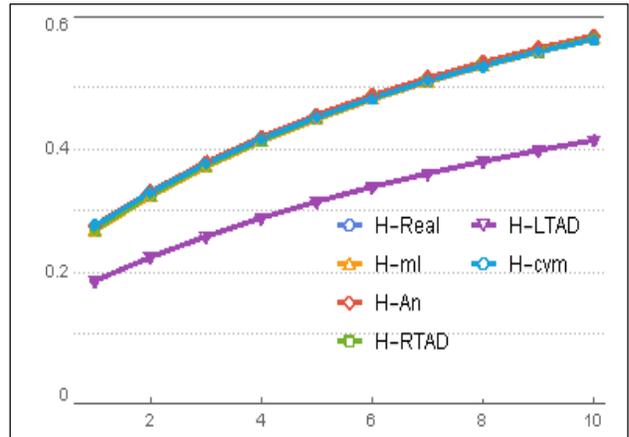
شكل (25-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=30)



شكل (26-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=50)



شكل (27-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=100)



شكل (28-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب طرائق التقدير عند حجم عينة (n=150)

جدول (16-3)
 معلمات التوزيع المحول للأنموذج الثامن عندما تكون $(\gamma = 0.2, \theta = 3.5, \beta = 4.5, \alpha = 5)$

n	Method		Model 8				Best		
			$\gamma = 0.2$	$\theta = 3.5$	$\beta = 4.5$	$\alpha = 5$			
30	MLE	parameter	0.6407703	3.5577044	4.614399	5.5068865	RTAN		
		Mse-MLE	0.05883534	0.0623164	0.06717517	0.0617748			
	AN	parameter	0.6318018	3.5387012	4.6071684	5.4237721			
		Mse - AN	0.0648819	0.0680956	0.06722987	0.0691217			
	RTAN	parameter	0.6273052	3.4986063	4.5665154	5.3849883			
		Mse - RTAN	0.0534015	0.0594518	0.06706491	0.0604171			
	LTAN	parameter	0.6241698	3.441062	4.5090702	5.3237395			
		Mse- LTAN	0.0722593	0.0702936	0.0674787	0.0713793			
	CVM	parameter	0.591064	3.4581725	4.5309231	5.3538964			
		Mse- CVM	0.079901	0.0598363	0.0749513	0.075587			
	50	MLE	parameter	0.5637236	3.3669026	4.4349292		5.2530099	AN
			Mse-MLE	0.0388801	0.0493335	0.0583544		0.053117	
AN		parameter	0.5524499	3.3420709	4.4100709	5.2291077			
		Mse - AN	0.0343892	0.04870804	0.055695	0.0519789			
RTAN		parameter	0.5429514	3.3145499	4.3825499	5.2031284			
		Mse - RTAN	0.04925719	0.05876	0.06701913	0.0555845			
LTAN		parameter	0.1753524	3.5734203	4.6424309	5.4781936			
		Mse- LTAN	0.04285837	0.05198233	0.064689	0.0546561			
CVM		parameter	0.178535	3.4431959	4.5111611	5.3295995			
		Mse- CVM	0.0410299	0.0507635	0.0599659	0.0542816			
100		MLE	parameter	0.1773964	3.4061315	4.4741315	5.29226		

	AN	Mse-MLE	0.03141366	0.044781	0.0519237	0.0496241	CVM		
		parameter	0.4036639	3.4887139	4.334035	3.136085			
	RTAN	Mse - AN	0.02871675	0.04026421	0.041555	0.0434486			
		parameter	0.177606	3.3555616	4.4235616	5.2427045			
	LTAN	Mse RTAN	0.03023349	0.04269012	0.0452682	0.0449663			
		parameter	0.6375156	3.5636282	4.6210033	5.5171202			
	CVM	Mse- LTAN	0.02976386	0.041007	0.0419144	0.0439755			
		parameter	0.6286229	3.5300546	4.5977498	5.4182028			
	150	MLE	Mse- CVM	0.0248602	0.03435261	0.0405869		0.04285361	MLE
			parameter	0.6276986	3.4734671	4.5408334		5.3604599	
		AN	Mse-MLE	0.0612746	0.02096817	0.0348761		0.0363748	
			parameter	0.6246166	3.4176368	4.4856368		5.3052635	
RTAN		Mse - AN	0.02177992	0.02186351	0.0369658	0.0364941			
		parameter	0.6566784	3.4708398	4.5416928	5.3652651			
LTAN		Mse - RTAN	0.02265731	0.02815411	0.038081	0.0380699			
		parameter	0.660252	3.351257	4.419257	5.2381077			
CVM		Mse- LTAN	0.02217402	0.02209319	0.037639	0.0367389			
		parameter	0.6663714	3.325548	4.394248	5.2135993			
		CVM	Mse- CVM	0.02482487	0.03367207	0.0405103	0.0386744		
			parameter						

ويتضح من الجدول (3-16) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت $\alpha = 4.5, \beta = 3.5, \theta = 0.2, \gamma = 0.2$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر للمعلمات ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 :-

كانت طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايمن (RTAN)، هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:
 $(\hat{\gamma} = 0.6273052, \hat{\theta} = 3.4986063, \hat{\beta} = 4.5665154, \hat{\alpha} = 5.3849883)$

2- عند حجم عينة n=50 :-

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN)، هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:
 $(\hat{\gamma} = 0.5524499, \hat{\theta} = 3.3420709, \hat{\beta} = 4.4100709, \hat{\alpha} = 5.2291077)$

3- عند حجم عينة n=100 :-

كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:
 $(\hat{\gamma} = 0.6286229, \hat{\theta} = 3.5300546, \hat{\beta} = 4.5977498, \hat{\alpha} = 5.4182028)$

4- عند حجم عينة n=150 :-

كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE)، هي الأفضل عند المعلمات المقدرة كالآتي:
 $(\hat{\gamma} = 0.6276986, \hat{\theta} = 3.4734671, \hat{\beta} = 4.5408334, \hat{\alpha} = 5.3604599)$

جدول (17-3)

القيم الحقيقية والتقديرية لدالة المخاطرة لطرائق التقدير وقيمة متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة عند احجام العينات المختلفة والمفترضة للأنموذج الثامن

Model 8					$\theta=3.5$, $\alpha=5$, $\beta=4.5$, $\gamma=0.2$							
n	t _i	Real(h(t))	$\hat{h}(t)_{ML}$	$\hat{h}(t)_{AN}$	$\hat{h}(t)_{RTAN}$	$\hat{h}(t)_{LTAN}$	$\hat{h}(t)_{CVM}$	MSE(ML)	MSE(AN)	MSE(RTAN)	MSE(LTAN)	MSE(CVM)
30	0.1	0.647573	0.665835	0.675889	0.686628	0.698158	0.710573	2.45683E-05	2.78465E-05	2.52493E-05	3.04532E-05	6.52616E-05
	0.2	0.649862	0.675902	0.686155	0.697115	0.70888	0.721559	2.39842E-05	2.72886E-05	2.46778E-05	2.98925E-05	6.42226E-05
	0.3	0.652083	0.684405	0.694805	0.705926	0.717865	0.73074	0.000023427	2.67542E-05	2.41321E-05	0.000029354	6.32104E-05
	0.4	0.654239	0.6917	0.702209	0.713453	0.725523	0.738546	2.28958E-05	2.62424E-05	2.36112E-05	2.88369E-05	6.22243E-05
	0.5	0.656333	0.69804	0.708634	0.71997	0.732141	0.745279	2.23896E-05	2.57525E-05	2.31143E-05	2.83405E-05	6.12635E-05
	0.6	0.658367	0.703614	0.714272	0.725681	0.737929	0.751157	2.19074E-05	2.52837E-05	2.26406E-05	2.78641E-05	6.03275E-05
	0.7	0.660345	0.708561	0.719269	0.730734	0.743044	0.756344	2.14485E-05	2.48354E-05	2.21892E-05	0.000027407	5.94156E-05
	0.8	0.662269	0.712989	0.723736	0.735246	0.747605	0.760961	0.000021012	2.44068E-05	2.17594E-05	2.69687E-05	5.77612E-05
	0.9	0.66414	0.716982	0.727759	0.739304	0.751702	0.765105	2.05972E-05	2.39973E-05	2.13503E-05	2.65485E-05	5.76612E-05
	1	0.665961	0.720605	0.731406	0.742979	0.755409	0.76885	2.02031E-05	2.36062E-05	2.09613E-05	2.61458E-05	5.68175E-05
Best MSE								0.000222	0.000256	0.00023	0.000282	0.000609
RTAN												
50	0.1	0.647573	0.519499	0.530025	0.541146	0.552828	0.565109	1.11448E-05	3.06154E-05	0.00099066	0.000969645	0.000177938

	0.2	0.649862	0.546149	0.556819	0.568124	0.580068	0.592699	1.08927E-05	3.03784E-05	0.000096862	9.48084E-05	0.000173622
	0.3	0.652083	0.569155	0.57992	0.591351	0.603484	0.616375	0.000010649	3.01494E-05	0.000094734	9.27271E-05	0.000016944
	0.4	0.654239	0.58927	0.600097	0.611614	0.623884	0.636973	1.04136E-05	3.01484E-05	0.000092679	9.27271E-05	0.000016539
	0.5	0.656333	0.607043	0.617909	0.629484	0.641854	0.655096	1.04136E-05	9.7143E-06	0.000090696	8.87788E-05	1.61466E-05
	0.6	0.658367	0.622888	0.633776	0.645389	0.657833	0.671194	9.96618E-05	9.5078E-06	0.000088781	8.69072E-05	1.57665E-05
	0.7	0.660345	0.637124	0.648022	0.659658	0.672154	0.685607	9.75374E-06	9.5178E-06	0.000086933	8.51011E-05	1.53983E-05
	0.8	0.662269	0.649997	0.660897	0.672544	0.685079	0.698605	9.54849E-06	9.1158E-06	0.00008515	8.33584E-05	1.50416E-05
	0.9	0.66414	0.661708	0.672602	0.684253	0.696813	0.710397	9.3502E-06	8.9298E-06	0.000083428	8.16769E-06	0.000014696
	1	0.665961	0.672415	0.683299	0.694947	0.707524	0.721152	9.15865E-06	8.7502E-06	0.000081767	8.00548E-05	1.43613E-05
								0.000191	0.000137	0.001792	0.00168	0.000476
Best MSE			AN									
100	0.1	0.647573	0.608631	0.620425	0.632803	0.645774	0.659587	1.01927E-05	9.7568 E-06	3.4801 E-05	9.2184 E-05	1.51378E-05
	0.2	0.649862	0.615367	0.626912	0.639058	0.651833	0.665377	9.89481E-05	9.4703E-06	3.3667 E-05	8.9459E-06	1.47069E-05
	0.3	0.652083	0.621633	0.632946	0.644874	0.657465	0.670834	9.60636E-06	9.193 E-06	3.2578 E-05	8.6821E-06	1.42888E-05
	0.4	0.654239	0.627484	0.63858	0.650304	0.662721	0.675923	9.32703E-06	8.9245E-06	3.1534E-06	8.4267E-06	1.38834E-05
	0.5	0.656333	0.632967	0.643859	0.655391	0.667642	0.680686	9.05652E-06	8.6645E-06	3.0533E-06	8.1796E-06	1.34902E-05
	0.6	0.658367	0.638121	0.648821	0.660172	0.672267	0.68516	8.79458E-06	8.4128E-06	2.9573E-06	7.9405E-06	1.31088E-05
	0.7	0.660345	0.642978	0.653498	0.664677	0.676624	0.689374	8.54094E-06	8.1692E-06	2.8652E-06	7.7091E-06	1.27389E-05

	0.8	0.662269	0.647567	0.657918	0.668934	0.680741	0.693353	8.29536E-06	7.9333E-06	2.7771E-06	7.4852E-06	1.23802E-05
	0.9	0.66414	0.651912	0.662103	0.672966	0.684639	0.697121	8.05759E-06	7.7051E-07	2.6926E-06	7.2685E-06	1.20323E-05
	1	0.665961	0.656035	0.666074	0.676793	0.688339	0.700696	7.8274E-06	7.4841E-07	2.6118E-06	7.0589E-06	1.16949E-05
Best MSE									0.000178647	0.00015133	0.00012116	0.000164
CVM												
150	0.1	0.647573	0.576549	0.588318	0.600492	0.613268	0.6267	6.34789E-05	0.000059412	0.000054238	5.25013E-05	9.73113E-05
	0.2	0.649862	0.591538	0.603118	0.61515	0.627826	0.641217	6.14945E-06	5.7545E-06	0.00005252	5.08329E-05	9.42872E-06
	0.3	0.652083	0.605115	0.616522	0.628426	0.64101	0.65436	5.95842E-07	5.5749E-06	5.0868E-06	4.92297E-06	9.13681E-06
	0.4	0.654239	0.617482	0.628733	0.64052	0.653017	0.666327	5.77455E-07	5.4022E-06	4.9281E-06	4.76894E-06	8.85508E-06
	0.5	0.656333	0.628806	0.639913	0.651594	0.66401	0.67728	5.59762E-07	0.000005236	4.7756E-06	0.000004621	8.58319E-06
	0.6	0.658367	0.639221	0.650196	0.661778	0.67412	0.687352	5.42738E-07	5.0763E-06	4.6291E-06	4.47894E-06	8.32083E-06
	0.7	0.660345	0.64884	0.659692	0.671184	0.683456	0.69665	5.26363E-07	4.9227E-06	4.4884E-06	4.34257E-06	8.0677E-06
	0.8	0.662269	0.657756	0.668495	0.679902	0.692109	0.705267	5.10615E-07	4.7751E-06	4.3533E-06	4.2117E-06	7.8235E-06
	0.9	0.66414	0.666047	0.676681	0.68801	0.700157	0.71328	4.95474E-07	4.6334E-06	4.2236E-06	4.08615E-06	7.58794E-06
	1	0.665961	0.673782	0.684317	0.695574	0.707663	0.720753	4.8092E-07	4.4972E-06	4.0992E-06	3.96574E-06	7.36076E-06
Best MSE								0.000073918	0.000105284	0.000143	0.000109	0.000172

ML

ويتضح من الجدول (17-3) إنَّ مجموعة القيم الأولية كانت $(\gamma = 0.2, \theta = 3.5, \beta = 5)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة المخاطرة من خلال المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (30,50,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=30 -

كانت طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايمن (RTAN)، هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ إذ بلغ $MSE=0.00023$.

2- عند حجم عينة n=50 :-

كانت طريقة اندرسون دارلنك (AN)، هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ إذ بلغ $MSE=0.000137$.

3- عند حجم عينة n=100 :-

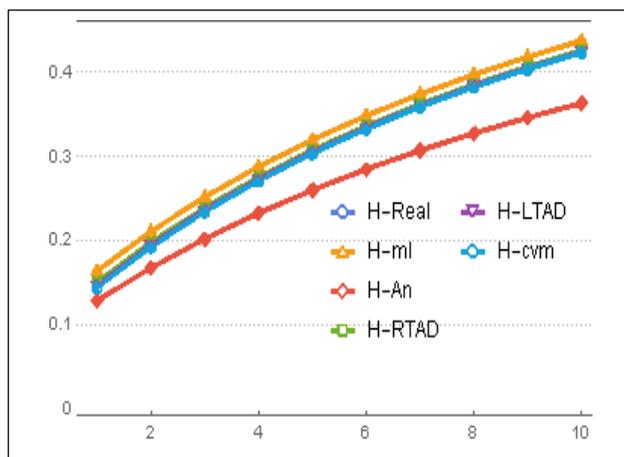
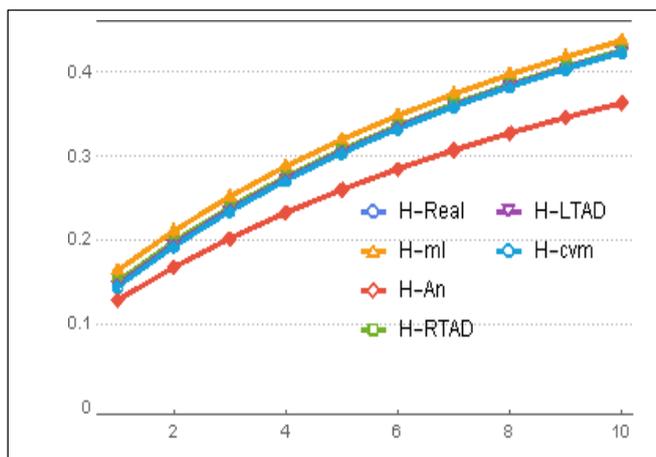
كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ إذ بلغ $MSE=0.00012116$.

4- عند حجم عينة n=150 :-

كانت طريقة الإمكان الأعظم (ML)، هي الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ إذ بلغ $MSE=0.000073918$.

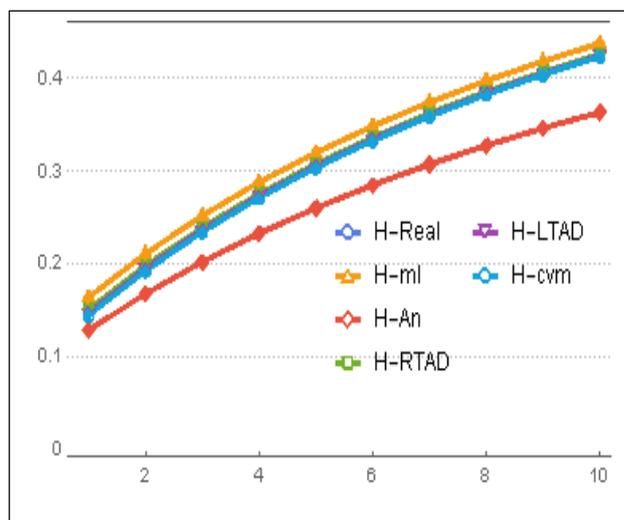
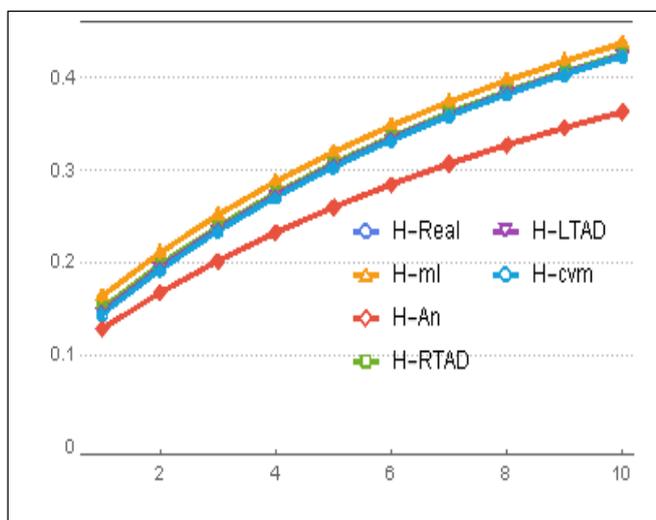
ويتضح من النتائج اعلاه إن طريقة الأمكان الاعظم (ML) كانت طريقة لتقدير دالة المخاطرة عند حجوم العينات (150) الأفضل لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ وطريقة اندرسون دارلنك الافضل عند حجم (50) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ، وطريقة اندرسون دارلنك الذيل الايمن (RTAN) عند حجم عينة (30) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعا الخطأ، وطريقة كرايمر فون مايسز (CVM) عند حجم عينة (100) لكونها سجلت اقل متوسط، حيث نلاحظ إنَّ القيم التقديرية للمعلمات قريبة جداً ومتوافقة مع القيم الافتراضية، وأيضاً توضح الجداول البيانية ادناه إنَّ القيم التقديرية لدالة المخاطرة متقاربة من القيم الحقيقية (الافتراضية).

الأشكال البيانية (29-3) ولغاية (32-3) توضح تغيير دالة المخاطرة مع الزمن للأنموذج الثامن عند
حجوم العينات (30,50,100,150)



شكل (29-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب
طرائق التقدير عند حجم عينة (n=30)

شكل (30-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب
طرائق التقدير عند حجم عينة (n=50)



شكل (31-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب
طرائق التقدير عند حجم عينة (n=100)

شكل (32-3) دالة المخاطرة الحقيقية والمقدرة بموجب
طرائق التقدير عند حجم عينة (n=150)

جدول (18-3)

نسب الأفضلية لكل طريقة من طرائق التقدير عند كل حجم من احجام العينات

	الطريقة				عدد مرات	نسبة
	$n_1 = 30$	$n_2 = 50$	$n_3 = 100$	$n_4 = 150$	الافضلية	الافضلية
ML	3	4	3	5	15	47%
AN	3	2	1	0	6	19%
RTAN	1	1	2	0	4	12%
LTAN	0	1	0	1	2	6%
CVM	1	0	2	2	5	16%

من الجدول (18-3) يتضح ما يلي:-

- ❖ من الجداول السابقة بأن قيم دالة المخاطرة المقدرة تقترب من قيم دالة المخاطرة الحقيقية وتزداد اقترابا كلما زاد حجم العينة (n) ولجميع طرائق التقدير.
- ❖ نلاحظ ان القيم المقدرة لدالة المخاطرة تتزايد كلما زاد الزمن (t) وهذا ما يطابق الجانب النظري عن سلوك دالة المخاطرة كونها دالة متزايدة .
- ❖ الرسوم البيانية توضح تقارب بين طرائق التقدير المستعملة لتقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول والقيم الحقيقية وهذا ما يدل على الملائمة لطرائق التقدير كافة.
- ❖ ان تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر.
- ❖ عند حجم العينة (30) تساوى في الأفضلية كل من طريقة الامكان الاعظم وطريقة اندرسون دارلنك لأنها تمتلك اقل قيمة (MSE).
- ❖ عدم ظهور نسب الافضلية بالنسبة لطريقة طريقة اندرسون دارلنك وطريقة اندرسون دارلنك الذيل الايمن بالنسبة لحجوم العينات (150) يدل على عدم ملائمة الطريقتان عند احجام العينات الكبيرة.
- ❖ عدم ظهور نسب الافضلية بالنسبة لطريقة طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايسر بالنسبة لحجوم العينات (30) يدل على عدم ملائمة الطريقة عند احجام العينات الصغيرة.
- ❖ عدم ظهور نسب الافضلية بالنسبة لطريقة كرايمر فون مايسز بالنسبة لحجوم العينات (50) يدل على عدم ملائمة الطريقة عند احجام العينات المتوسطة .

- ❖ عند حجم العينة (30) تساوى في الأفضلية كل من طريقة الامكان الاعظم وطريقة اندرسون دارلنك لأنها تمتلك اقل قيمة (MSE).
- ❖ عند حجم العينة (50,100,150) كانت طريقة الامكان الاعظم هي الافضل لتقدير دالة المخاطرة لأنها تمتلك اقل قيمة (MSE) وسجلت اعلى نسب افضلية عن الطرائق الباقية يدل على ملائمة طريقة الامكان الاعظم بالنسبة لحجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة .
- ❖ عند المقارنة بين طرائق التقدير في ضوء نسب الأفضلية تبين لنا ان طريقة الإمكان الأعظم جاءت بالمرتبة الأولى لامتلاكها اكبر نسبة حيث بلغت 47% وجاءت بعدها طريقة اندرسون دارلنك بالمرتبة الثانية وبلغت 19% وجاءت بعدها طريقة كرايمر فون مايسز بالمرتبة الثالثة وسجلت 16% وجاءت بعدها طريقة اندرسون دارلنك الذيل الأيمن بالمرتبة الرابعة حيث بلغت 12% وتبين ان في المرتبة الخامسة واول نسبة هي طريقة اندرسون دارلنك الذيل الايسر حيث بلغت 6% .

الفصل الرابع

الجانب التطبيقي

4-1 التمهيدي :

تم في هذا الفصل التطبيق على بيانات حقيقية تمثل اوقات البقاء للأشخاص المصابين بمرض القلب لحين الوفاة في محافظة كربلاء المقدسة والتي تم جمعها من سجلات الراقدين بالمستشفى دائرة مستشفى الحسين التعليمي للمدة 2020/6/2 ولغاية 2020/8/12، وذلك بتطبيق هذه البيانات على التوزيع المحول لتقدير دالة المخاطرة باستعمال طريقة الإمكان الأعظم (MLE) التي تم التوصل الي أنها الافضل من بين طرائق التقدير المستعملة في حساب دالة المخاطرة وحسب مخرجات الجانب التجريبي، وذلك بالاعتماد على برنامج (Mathematica-12).

4-2 مرض القلب

4-2-1 نبذة عن مرض القلب:

أمراض القلب أو اعتلال القلب هو مصطلح شامل يشير إلى مجموعة مختلفة ومتنوعة من الأمراض التي تصيب القلب أو الأوعية الدموية (الشرايين والاوردة). بينما يشير المصطلح تقنياً إلى أي مرض يؤثر في الجهاز القلبي الدوراني كما هو مستعمل في عناوين الموضوعات الطبية ، هو الذي يستعمل عادة للإشارة إلى أمراض الشرايين، مثل (مرض تصلب الشرايين) هذه الشروط لها الأسباب نفسها ، والآليات، والعلاجات. في الممارسة العملية، وأمراض القلب والأوعية الدموية وتعامل بها القلب، وجراحي الصدر، وجراحي الأوعية الدموية، وأطباء الأعصاب، وتدخلات أطباء الطب الإشعاعي، ويعتمد ذلك على نظام الجهاز. وهناك تداخل في الاختصاصات، والشائع أن بعض الإجراءات التي يتعين على أنواع مختلفة من المتخصصين في المستشفى نفسها.

(Fitzpatrick etl, (2018))

4-2-2 انواع امراض القلب :

- هناك عدة أمراض قلبية تصيب الأوعية الدموية، تُعرَف بالأمراض الوعائية وهي:
- مرض الشريان الإكليلي أو التاجي (يُعرَف أيضاً بمرض القلب التاجي ومرض نقص التروية القلبية).
 - المرض الشرياني المحيطي .
 - المرض الوعائي الدماغى: مرض الأوعية الدماغية المغذية للدماغ (تتضمن السكتة الدماغية).
 - تضيق الشريان الكلوي.
 - أم الدم الأبهرية .
- كذلك هناك أيضاً عدة أمراض قلبية وعائية تصيب القلب هي:
- اعتلال العضلة القلبية: مرض العضلة القلبية .
 - المرض القلبي الضغطي: أمراض القلب الثانوية لارتفاع ضغط الدم أو فرط الضغط الشرياني.

- قصور القلب: متلازمة سريرية ناتجة عن عدم قدرة القلب على تأمين تروية دموية كافية للأنسجة تكفي لحاجاتها الاستقلابية.
- المرض القلبي الرئوي: قصور في الجانب الأيمن من القلب متعلق بالجهاز التنفسي.
- اضطراب نظم القلب: إيقاع قلبي غير منتظم.
- الداء القلبي الالتهابي:
- التهاب الشغاف: التهاب الطبقة الداخلية للقلب التي تدعى بالشغاف. أكثر البنى المرافقة إصابة هي صمامات القلب
- ضخامة القلب الالتهابية:
- التهاب العضلة القلبية: التهاب الجزء العضلي من القلب، غالبًا ما ينتج عن بعض الأدوية، والسموم، والاضطرابات المناعية.
- التهاب العضلة القلبية بالحمضيات: التهاب العضلة القلبية ناتج عن الكريات البيضاء الحمضة المُفَعَّلة مرضيًا، يختلف هذه الاضطراب عن التهاب العضلة القلبية بأسبابه وعلاجه.
- الداء القلبي الصمامي.
- مرض القلب الخلقى: تشوه في بنية القلب موجود منذ الولادة.
- مرض القلب الروماتيزمي: أذية قلبية عضلية وصمامية ناتجة عن الحمى الروماتيزمية تسببها الجراثيم المكورة العنقودية المقيحة ومجموعة من الجراثيم المكورة.

[Ahmed AL-Bawi&etl(2014)]

3-2-4 اعراض مرض القلب:

تشمل أمراض القلب ما يلي:

- أمراض الأوعية الدموية، مثل مرض الشريان التاجي
 - مشكلات نظم القلب (عدم انتظام القلب)
 - بعض عيوب القلب التي يولد بها الشخص (عيوب خلقية في القلب)
 - مرض صمام القلب
 - اعتلال عضلة القلب
 - عدوى القلب
- يمكن الوقاية من العديد من أشكال أمراض القلب أو علاجها من خلال اتباع خيارات نمط حياة صحي.

4-2-4 أسباب الالتهاب القلبي:

تحدث عدوى القلب مثل التهاب الشغاف عندما تصل الجراثيم إلى عضلة القلب. وتشمل الأسباب الأكثر شيوعًا لعدوى القلب ما يلي:

- البكتيريا
- الفيروسات
- الطفيليات

4-2-5 الوقاية من مرض القلب:

هناك أنواع معينة من أمراض القلب لا يمكن الوقاية منها مثل عيوب القلب. ولكن ذات تغييرات نمط الحياة التي يمكنها أن تحسن أمراض القلب قد تساعدك في الوقاية منها، ومنها:

- الامتناع عن التدخين.
- السيطرة على المشاكل الصحية الأخرى مثل ارتفاع ضغط الدم وارتفاع نسبة الكوليسترول وداء السكري.
- ممارسة التمارين الرياضية لمدة 30 دقيقة على الأقل يوميًا معظم أيام الأسبوع.
- اتباع نظام غذائي منخفض الأملاح والدهون المشبعة.
- الحفاظ على وزن صحي.
- التقليل من التوتر والسيطرة عليه.
- ممارسة العادات الصحية الجيدة.

[Rea etl. (2021)]

4-3 بيانات البحث الحقيقية:

البيانات حقيقية تمثل اوقات البقاء للأشخاص المصابين بمرض القلب لحين الوفاة في محافظة كربلاء المقدسة والتي تم جمعها من سجلات الراقدين بالمستشفى دائرة مستشفى الحسين التعليمي، وكانت حجم العينة (n= 104 مشاهدة) ، وان مشاهدات العينة تمثل اوقات دخول المريض الى حين الوفاة بالأسابيع كما موضح في الجدول (1-4) .

الجدول (1-4)

يمثل اوقات دخول مرضى القلب لحين الوفاة متمثلة بالاسابيع ومرتبة تصاعديا

| x_i |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.1 | 0.3 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 2 | 2.6 | 3 | 3.5 | 4.1 | 4.8 |
| 0.1 | 0.3 | 1.2 | 1.4 | 1.7 | 2.1 | 2.7 | 3.1 | 3.6 | 4.3 | 4.8 |
| 0.1 | 0.4 | 1.2 | 1.5 | 1.7 | 2.2 | 2.7 | 3.1 | 3.6 | 4.4 | 4.9 |
| 0.2 | 0.4 | 1.3 | 1.5 | 1.7 | 2.4 | 2.8 | 3.1 | 3.6 | 4.4 | 4.9 |
| 0.2 | 0.4 | 1.3 | 1.5 | 1.7 | 2.4 | 2.8 | 3.1 | 3.7 | 4.4 | |
| 0.2 | 0.4 | 1.3 | 1.5 | 1.8 | 2.4 | 2.9 | 3.2 | 3.8 | 4.5 | |
| 0.2 | 0.4 | 1.3 | 1.5 | 1.8 | 2.5 | 2.9 | 3.2 | 3.9 | 4.5 | |
| 0.3 | 1 | 1.3 | 1.6 | 1.9 | 2.6 | 2.9 | 3.2 | 4 | 4.6 | |
| 0.3 | 1 | 1.4 | 1.6 | 2 | 2.6 | 2.9 | 3.3 | 4 | 4.6 | |
| 0.3 | 1.2 | 1.4 | 1.6 | 2 | 2.6 | 3 | 3.4 | 4 | 4.7 | |

الجدول (4-2) المؤشرات الاحصائية للعينة

Index	Value
Mean	2.2980769
Min	0.1
Median	2.15
Skewness	0.16056
Standard Deviation	1.392000779
Variance	1.93767
Kurtosis	2.1504
Maximum	4.9

الجدول :- من اعداد الباحث

4-4 معايير اختيار افضل نموذج :

سيتم استعمال معيار معلومات اكايكي (AIC) ومعيار معلومات بيز اكايكي (BIC) ومعيار معلومات اكايكي المصحح (AICc) الذي تم الإشارة إليها في الفصل الثاني في المعادلة (2-30) و (2-31) لغرض تحديد أفضل توزيع يمثل ويصف البيانات الحقيقية لعينة الدراسة وحصلنا على قيم المعايير الموضحة في الجدول (4-4) أدناه باستعمال برنامج (Mathematica 12) وفق المعادلات الآتية:-

$$AIC = -2\text{Log}(L) + 2r$$

L: قيمة دالة الإمكان الأعظم

r: عدد معلمات التوزيع

$$BIC = -2\text{Log}(L) + r \text{Log}(n)$$

$$AIC_c = AIC + \frac{2(r + 1)}{n - r - 1}$$

جدول (4-4)

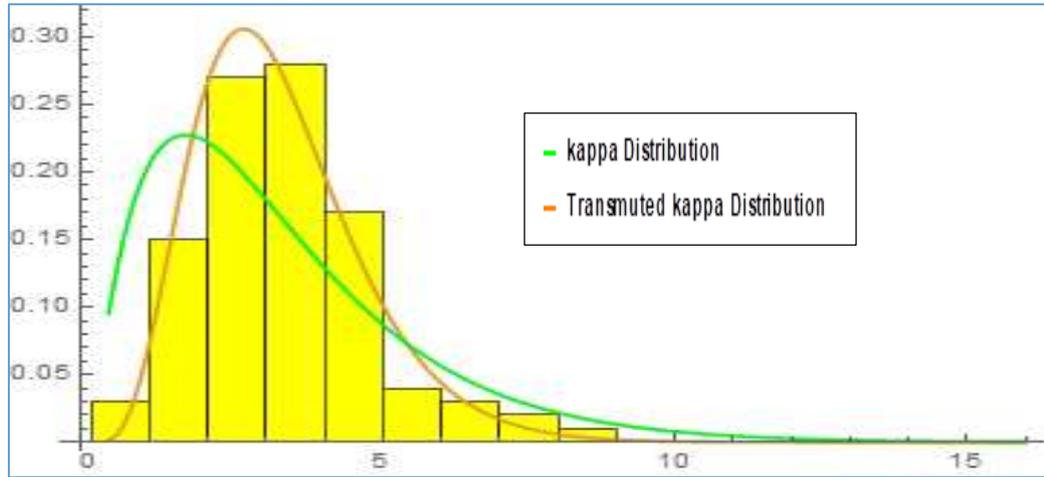
يبين معايير المفاضلة بين النماذج في تمثيل البيانات الحقيقية

Distributions	MLE	AIC	AIC _c	BIC
Transmuted kappa Distribution	$\hat{\alpha} = 3.42777$ $\hat{\beta} = 2.285$ $\hat{\theta} = 4.95419$ $\hat{\gamma} = 0.471$	299.399	299.8030	299.662
kappa Distribution	$\hat{\alpha} = 2.4532$ $\hat{\beta} = 4.8333$ $\hat{\theta} = 0.9309$	578.204	578.444	578.255

الجدول:- من اعداد الباحث

يتضح من الجدول (4-4) أعلاه افضلية توزيع (Transmuted kappa Distribution) مقارنة بالتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة نتيجة امتلاكه أقل قيمة للمعايير (AIC, BIC, AICc)، وبذلك يعد هو التوزيع الأفضل في تمثيل تنفيذ ووصف عينة الدراسة المتمثلة ببيانات المخاطرة لعينة من المرضى المصابين بأمراض القلب ومضاعفته من تاريخ دخولهم المستشفى لحين الوفاة مقاسة بالأسابيع في محافظة كربلاء المقدسة .

والشكل الاتي يبين مدى ملائمة التوزيع (TKD) مقارنة بالتوزيعات الأخرى



والشكل (1-4) يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة.

نلاحظ من الشكل المذكور انفاً ان التوزيع المحول يكون ذا قمة والأفضل مقارنة من بين التوزيعات الأخرى للبيانات الحقيقية.

5-4 تقدير دالة المخاطرة للبيانات الحقيقية:

بالاعتماد على ما توصلنا اليه في الجانب التجريبي وبيان افضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كبا المحول من بين طرائق التقدير الأخرى ، فقد تم استعمالها لتقدير دالة المخاطرة بالنسبة للبيانات الحقيقية وباستعمال برنامج (wolfram mathematica) والجدول (5-4) يوضح قيم مقدرات دالة المخاطرة ودالة البقاء و(pdf) و(cdf).

جدول (5-4)

يبين قيم دالة البقاء والمخاطرة ودالة (pdf)(cdf) بعد ترتيب البيانات الحقيقية لأوقات المرضى لحين الوفاة (تصاعدياً)

i	ti	f(ti)	F(ti)	S(ti)	H(ti)
1	0.1	0.170365	0.0151385	0.984861	0.172984
2	0.1	0.170365	0.0151385	0.984861	0.172984
3	0.1	0.170365	0.0151385	0.984861	0.172984
4	0.2	0.202742	0.0338469	0.966153	0.209844
5	0.2	0.202742	0.0338469	0.966153	0.209844
6	0.2	0.202742	0.0338469	0.966153	0.209844
7	0.2	0.202742	0.0338469	0.966153	0.209844
8	0.3	0.229143	0.0554878	0.944512	0.242605
9	0.3	0.229143	0.0554878	0.944512	0.242605
10	0.3	0.229143	0.0554878	0.944512	0.242605
11	0.3	0.229143	0.0554878	0.944512	0.242605
12	0.3	0.229143	0.0554878	0.944512	0.242605
13	0.4	0.250295	0.0795006	0.920499	0.271912
14	0.4	0.250295	0.0795006	0.920499	0.271912
15	0.4	0.250295	0.0795006	0.920499	0.271912

16	0.4	0.250295	0.0795006	0.920499	0.271912
17	0.4	0.250295	0.0795006	0.920499	0.271912
18	1	0.298936	0.249807	0.750193	0.398479
19	1	0.298936	0.249807	0.750193	0.398479
20	1.2	0.295695	0.309379	0.690621	0.428158
21	1.2	0.295695	0.309379	0.690621	0.428158
22	1.2	0.295695	0.309379	0.690621	0.428158
23	1.2	0.295695	0.309379	0.690621	0.428158
24	1.3	0.291872	0.338768	0.661232	0.441406
25	1.3	0.291872	0.338768	0.661232	0.441406
26	1.3	0.291872	0.338768	0.661232	0.441406
27	1.3	0.291872	0.338768	0.661232	0.441406
28	1.3	0.291872	0.338768	0.661232	0.441406
29	1.4	0.286893	0.367715	0.632285	0.45374
30	1.4	0.286893	0.367715	0.632285	0.45374
31	1.4	0.286893	0.367715	0.632285	0.45374
32	1.4	0.286893	0.367715	0.632285	0.45374
33	1.5	0.280958	0.396115	0.603885	0.465251
34	1.5	0.280958	0.396115	0.603885	0.465251
35	1.5	0.280958	0.396115	0.603885	0.465251
36	1.5	0.280958	0.396115	0.603885	0.465251
37	1.5	0.280958	0.396115	0.603885	0.465251
38	1.6	0.274244	0.423881	0.576119	0.476019
39	1.6	0.274244	0.423881	0.576119	0.476019
40	1.6	0.274244	0.423881	0.576119	0.476019
41	1.6	0.274244	0.423881	0.576119	0.476019
42	1.7	0.266904	0.450943	0.549057	0.486113
43	1.7	0.266904	0.450943	0.549057	0.486113
44	1.7	0.266904	0.450943	0.549057	0.486113
45	1.7	0.266904	0.450943	0.549057	0.486113
46	1.8	0.259075	0.477245	0.522755	0.495595
47	1.8	0.259075	0.477245	0.522755	0.495595
48	1.9	0.250875	0.502745	0.497255	0.50452
49	2	0.242406	0.527411	0.472589	0.512933
50	2	0.242406	0.527411	0.472589	0.512933
51	2	0.242406	0.527411	0.472589	0.512933
52	2.1	0.23376	0.551221	0.448779	0.520879
53	2.2	0.225012	0.57416	0.42584	0.528396
54	2.4	0.207469	0.617407	0.382593	0.542272
55	2.4	0.207469	0.617407	0.382593	0.542272
56	2.4	0.207469	0.617407	0.382593	0.542272
57	2.5	0.19878	0.637718	0.362282	0.548689
58	2.6	0.190202	0.657166	0.342834	0.554793
59	2.6	0.190202	0.657166	0.342834	0.554793
60	2.6	0.190202	0.657166	0.342834	0.554793
61	2.6	0.190202	0.657166	0.342834	0.554793
62	2.7	0.181769	0.675764	0.324236	0.560606
63	2.7	0.181769	0.675764	0.324236	0.560606

64	2.8	0.17351	0.693526	0.306474	0.566149
65	2.8	0.17351	0.693526	0.306474	0.566149
66	2.9	0.165448	0.710472	0.289528	0.571439
67	2.9	0.165448	0.710472	0.289528	0.571439
68	2.9	0.165448	0.710472	0.289528	0.571439
69	2.9	0.165448	0.710472	0.289528	0.571439
70	3	0.157601	0.726623	0.273377	0.576495
71	3	0.157601	0.726623	0.273377	0.576495
72	3.1	0.149983	0.742	0.258	0.58133
73	3.1	0.149983	0.742	0.258	0.58133
74	3.1	0.149983	0.742	0.258	0.58133
75	3.1	0.149983	0.742	0.258	0.58133
76	3.2	0.142607	0.756627	0.243373	0.58596
77	3.2	0.142607	0.756627	0.243373	0.58596
78	3.2	0.142607	0.756627	0.243373	0.58596
79	3.3	0.135479	0.770529	0.229471	0.590396
80	3.4	0.128604	0.783731	0.216269	0.594652
81	3.5	0.121987	0.796259	0.203741	0.598737
82	3.6	0.115628	0.808138	0.191862	0.602662
83	3.6	0.115628	0.808138	0.191862	0.602662
84	3.6	0.115628	0.808138	0.191862	0.602662
85	3.7	0.109526	0.819393	0.180607	0.606436
86	3.8	0.10368	0.830051	0.169949	0.610067
87	3.9	0.0980858	0.840138	0.159862	0.613564
88	4	0.0927395	0.849677	0.150323	0.616934
89	4	0.0927395	0.849677	0.150323	0.616934
90	4	0.0927395	0.849677	0.150323	0.616934
91	4.1	0.0876359	0.858694	0.141306	0.620183
92	4.3	0.0781334	0.875255	0.124745	0.626345
93	4.4	0.0737215	0.882846	0.117154	0.62927
94	4.4	0.0737215	0.882846	0.117154	0.62927
95	4.4	0.0737215	0.882846	0.117154	0.62927
96	4.5	0.0695264	0.890007	0.109993	0.632097
97	4.5	0.0695264	0.890007	0.109993	0.632097
98	4.6	0.065541	0.896758	0.103242	0.634831
99	4.6	0.065541	0.896758	0.103242	0.634831
100	4.7	0.0617577	0.903122	0.0968784	0.637477
101	4.8	0.0581691	0.909116	0.0908837	0.640039
102	4.8	0.0581691	0.909116	0.0908837	0.640039
103	4.9	0.0547674	0.914762	0.0852384	0.64252
104	4.9	0.0547674	0.914762	0.0852384	0.64252
Sum	239	20.1957	55.11293	48.88706	51.03462
mean	2.298077	0.194189	0.529932	0.470068	0.490718

الجدول :- من اعداد الباحث

نلاحظ من الجدول(4-5) ما يلي :

- 1- ان العلاقة بين دالة البقاء $S(t)$ والزمن علاقة عكسية ، كلما زاد الزمن قلت قيمة دالة البقاء وهذا ما نلاحظه بصورة واضحة في العمود الذي يمثل دالة البقاء ، وان هذا السلوك يطابق سلوك دالة البقاء لكونها متناقصة مع الزمن .
- 2- ان العلاقة بين دالة المخاطرة $h(t)$ والزمن علاقة طردية اي كلما زاد الزمن زادت قيمة دالة المخاطرة وهذا ما نلاحظه في العمود الذي يمثل دالة المخاطرة ان هذا السلوك يطابق سلوك دالة المخاطرة لكونها متزايدة مع الزمن.
- 3- ان قيم pdf و cdf للفشل تكون متزايدة مع الزمن اي ان العلاقة بينهما تكون طردية وهذا ما نلاحظه في العمود الذي يمثل $f(t)$ و $F(t)$.
- 4-متوسط أوقات البقاء هو(0.470068)اي ان احتمال بقاء المصاب بمرض القلب على قيد الحياة هو 50 % تقريبا.
- 5-قيم دالة الكثافة التجميعية $F(t)$ تقع قيمها بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتناسب طرديا مع الزمن.
- 6-إن مجموع قيم دالة البقاء $S(t)$ وقيم دالة الكثافة التجميعية CDF يساوي واحداً أي إن أحدهما متمم للآخر.
- 7-متوسط قيم دالة البقاء هو (0.5) أي أن متوسط احتمال بقاء المريض يساوي 50% لكل 4ايام تقريبا.
- 8- بلغ متوسط الوقت للوفاة MTTF (2.3)تقريبا أي أن متوسط وقت وفاة المريض يبلغ 16يوم تقريبا.
- 9- دالة البقاء تتناسب عكسيا مع معامل الخطورة .
- 10-ان دالة البقاء $S(t)$ كانت ما يقارب 98% ولكن بمرور الوقت فأن عدد الذين فارقوا الحياة قد ازداد بالتالي فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من 8% عندما حصلت الوفاة رقم (104).
- 11-ان دالة المخاطرة تكون متفاوتة اذ تبء بالتزايد خلال الاسابيع الاولى من دخول المريض للمستشفى ثم تستقر وبعدها تبء بالارتفاع لتصل قيمتها القصوى اي ان المريض يكون معرض لخطر الوفاة خلال الاسابيع الاخيرة من دخول المستشفى .
- 12-بالامكان احتمال الحصول على احتمال بقاء المريض على قيد الحياة بعد مده محدد من الزمن على سبيل المثال احتمال البقاء على قيد الحياة بعد الاسبوع الاول $P(t>1)= 0.295695$.
على سبيل المثال احتمال البقاء على قيد الحياة بعد الاسبوع الرابع $P(t>4)= 0.0876359$.

الفصل الخامس

الاستنتاجات والتوصيات

أولاً:- الاستنتاجات:

Conclusion

استنادا الى النتائج المستحصلة من الجانبى التجريبي و التطبيقى (الحقيقى) يمكن تلخيصها الاستنتاجات كما يلي:

- 1- طريقة الأماكن الأعظم قد اخذت المرتبه الاولى في الافضلية عند حساب مقدرات دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة (50,100,150) وهذا يعنى انها تلائم حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.
- 2- عند المقارنة بين طرائق التقدير في ضوء نسب الأفضلية تبين لنا ان طريقة الإمكان الأعظم جاءت بالمرتبة الأولى لامتلاكها اكبر نسبة حيث بلغت 47% .
- 3-دالة المخاطرة متزايدة وهذا يتناسب طرديا مع الزمن ولجميع طرائق التقدير وهذا يتوافق مع مآتم عرضة في الجانب النظرى.
- 4-ان قيم متوسط مربعات الخطأ MSE لتقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول تتناقص بزيادة حجم العينة ولجميع طرائق التقدير وهذا ما ينسجم مع النظرية الإحصائية الخاصة بهذا المؤشر.
- 5-اظهر الجانب التجريبي ان تقديرات دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول للبيانات الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الحقيقية لدالة المخاطرة في الجانب التطبيقى .
- 6-من نتائج التطبيق العملي وعن طريق اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit) وجد أن التوزيع الاحتمالي المقترح (كابا المحول) يصف البيانات الحقيقية افضل من توزيع كابا، وهذا يعكس أهمية التوزيع الاحتمالي المحول مقارنة بالتوزيع الاحتمالي الاصلي.
- 7-ان قيم pdf و cdf للفشل تكون متزايدة مع الزمن اي ان العلاقة بينهما تكون طردية.

ثانياً :- التوصيات :

Recommendations

- 1- استعمال طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معلمات ودالة المخاطرة لاي توزيع محول.
- 2- تطبيق توزيع كبا المحول في دراسات تتعلق بتقدير دالة البقاء والمخاطرة لانه يعد اكثر دقه ومرونة في وصف البيانات.
- 3- يمكن اجراء مقارنة بين توزيع كبا المحول وتوزيعات أخرى .
- 4- استعمال طريقة اندرسون دارلنك واندرسون دارلنك واندرسون دارلنك الأيمن عند حجوم عينات الصغيرة لانها تعطي نتائج افضل لتقدير المعلمات.
- 5- استعمال طريقة كرايمر فون مايسز عند حجم عينات الصغيرة لانها تعطي نتائج افضل.
- 6- استعمال طرائق أخرى لتقدير توزيع كبا المحول وبالخصوص الطرائق اللامعلمية عند حجوم عينات مختلفة .
- 7- يمكن استعمال طريقة اندرسون دارلنك واندرسون دارلنك الأيمن والايير وكرايمر فون مايسز لتقدير معلمات لتوزيعات أخرى .
- 8- بإمكان الجهات ذات العلاقة ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة للاستفادة منها في مجال المخاطرة او مجالات أخرى.
- 9- يوصي الباحث بتطوير استخدام توزيع نموذج كبا المحول ذي الأربع معالم لكي يصبح بالإمكان ان يستخدم في دراسات أخرى.
- 10- بإمكان الجهات ذات العلاقة أن تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة لتوظيفها منها في مجالات اخرى.
- 11- التوسع في استعمال نظرية التوزيعات المحولة للحصول على توزيعات جديدة تمتاز بالمرونة العالية في تمثيل ووصف البيانات.
- 12- تطبيق توزيع كبا المحول في مجالات اخرى غير الجانب الطبي مثل الجانب الزراعي والهندسي والصناعي.
- 13 - القيام بدراسات اخرى حتى يؤدي الى تقليل المضاعفات للمرضى.
- 14 - يوصي الباحث بتنظيم برنامج إرشادي وتوعوي لتخفيض مستوى الموت لدى الفئات العمرية الاكثر احتمال الاصابة بمرض القلب ومضاعفاته.

المصادر

المصادر العربية

القران الكريم

- [1] حافظ، علي ماضي، (2020). "بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط (الاسي -فريجت) لتقدير دالة المعولية الضبابية"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء.
- [2] صاحب، هدير سعدي 2022 "التحويل التربيعي للتوزيع المركب اسي فريجت"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة كربلاء
- [3] فهد، باقر كريم،2018"اختيار افضل طريقة لتقدير معالم توزيع كابا الاحتمالي مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة كربلاء
- [4] مجلي ، احمد عاجل. (2019). "تقدير دالة البقاء لتوزيع احتمالي مركب (ويبل – رايلي) مع تطبيق عملي ". رسالة ماجستير. كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء.
- [5] محمد،اماني موسى،2007"التحليل الاحصائي للبيانات" معهد الدراسات والبحوث الإحصائية، القاهرة.
- [6] نصر الله، مهدي وهاب،2015 "بناء توزيع أسي-باريتو الموزون" أطروحة دكتوراه ،كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

المصادر الاجنبية

- [7] Abdullahi, U. K., & Ieren, T. G. (2018). On the inferences and applications of transmuted exponential Lomax distribution. *International Journal of Advanced Statistics and Probability*, 6(1), 30-36.
- [8] Afify, A. Z., Hamedani, G., Ghosh, I., & Mead, M. E. (2014). The transmuted Marshall-Olkin Fréchet distribution: properties and applications. *International Journal of Statistics and Probability*.
- [9] Ahmed AL-Bawi, H., Abood AL-Maliki, A., & Mohammed AL-Rubaye, H. (2014). Validity of exercise treadmill test in diagnosis of coronary artery disease. *The Medical Journal of Basrah University*, 32(2), 101-105.
- [10] Al-Mofleh, H., Afify, A. Z., & Ibrahim, N. A. (2020). A new extended two-parameter distribution: Properties, estimation

methods, and applications in medicine and geology. *Mathematics*, 8(9), 1578.

- [11] Arshad, M. Z., Iqbal, M. Z., & Ahmad, M. (2018). Transmuted exponentiated moment pareto distribution. *Open Journal of Statistics*, 8(6), 939-961.
- [12] Aryal, G. R., & Tsokos, C. P. (2009). On the transmuted extreme value distribution with application. *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, 71(12), e1401-e1407.
- [13] Aryal, G. R., & Tsokos, C. P. (2011). Transmuted Weibull distribution: A generalization of the Weibull probability distribution. *European Journal of pure and applied mathematics*, 4(2), 89-102.
- [14] Casals, M. R., Gil, M. A., & Gil, P. (1986). On the use of Zadeh's probabilistic definition for testing statistical hypotheses from fuzzy information. *Fuzzy Sets and Systems*, 20(2), 175-190.
- [15] Chaudhary, S., Panwar, M. S., Bundel, R., & Tomer, S. K. ANALYSIS OF TRANSMUTED MAXWELL DISTRIBUTION.
- [16] Chauveau, D. (1995). Statistiques descriptives. *Notes du cours. Université D'Orléans*. <http://thebear45.free.fr/miage/Master>, 201.
- [17] Coit, D. W., & Jin, T. (2000). Gamma distribution parameter estimation for field reliability data with missing failure times. *Iie Transactions*, 32(12), 1161-1166.
- [18] Deka, D., Das, B., & Baruah, B. K. (2017). Transmuted exponentiated Gumbel distribution (TEGD) and its application to water quality data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 115-126.

- [19] Dey, S., Mazucheli, J., & Nadarajah, S. (2018). Kumaraswamy distribution: different methods of estimation. *Computational and Applied Mathematics*, 37(2), 2094-2111.
- [20] Elbatal, I., Asha, G., & Raja, A. V. (2014). Transmuted exponentiated Fréchet distribution: Properties and applications. *Journal of Statistics Applications & Probability*, 3(3), 379.
- [21] Evans, M., Hastings, N., Peacock, B., & Forbes, C. (2011). *Statistical distributions*. John Wiley & Sons.
- [22] Fitzpatrick, J. J., Hickman, R., & Alfes, C. M. (Eds.). (2018). *Handbook of Clinical Nursing: Medical-surgical Nursing*. Springer Publishing Company
- [23] Goeman, J. (2001). Using survival to predict survival.
- [24] Granzotto, D. C. T., Louzada, F., & Balakrishnan, N. (2017). Cubic rank transmuted distributions: inferential issues and applications. *Journal of statistical Computation and Simulation*, 87(14), 2760-2778.
- [25] Hassan, D. S., Albadri, F. F., Ibrahim, N. A., & Ameen, H. A. (2012). Proposed methods for estimating parameters of the generalized Rayleigh distribution in the presence of one outlier. *American Journal of mathematics and statistics*, 2(6), 178-183.
- [26] J.R.M Hosking , (1994), The four parameter kappa distribution , IBM J.RES. DEVELP. VOL 38, NO3 MAY 1994.
- [27] Ieren, T. G., & Abdullahi, J. (2020). A transmuted Normal distribution: properties and applications. *Equity journal of science and technology*, 7(1), 16-16.
- [28] Luguterah, A., & Nasiru, S. (2015). Transmuted exponential Pareto distribution. *Far East Journal of Theoretical Statistics*, 50(1), 31.

- [29] Iriarte, Y. A., & Astorga, J. M. (2014). Distribución de probabilidad de Maxwell transmutada. *Revista Integración*, 32(2), 211-221.
- [30] Khan, M. S. (2019). Transmuted Modified Inverse Weibull distribution: Properties and application. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 667-677.
- [31] Merovci, F., & Elbatal, I. (2013). The McDonald modified Weibull distribution: properties and applications. *arXiv preprint arXiv:1309.2961*.
- [32] Monserud, R. A., & Leemans, R. (1992). Comparing global vegetation maps with the Kappa statistic. *Ecological modelling*, 62(4), 275-29.
- [33] Nofal, Z. M., Afify, A. Z., Yousof, H. M., Granzotto, D. C. T., & Louzada, F. (2018). The transmuted exponentiated additive
- [34] weibull distribution: properties and applications. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 17(1), 4.
- [35] Rea, K., Jadallah, J., & Nadpara, P. (2021). Evaluation of the impact of a community-based, pharmacist-led weight loss program focused on a high-protein diet on risk factors for cardiovascular disease. *Journal of the American Pharmacists Association*, 61(4), S147-S153.
- [36] Reed, G. F., Lynn, F., & Meade, B. D. (2002). Use of coefficient of variation in assessing variability of quantitative assays. *Clinical and Vaccine Immunology*, 9(6), 1235-1239.
- [37] Rinne, H. (2014). The Hazard Rate. *Theory and Inference, With supplementary MATLAB-Programs*, Justus-Liebig University..

- [38] Sebastian, N., & Rajitha, V. R. (2021). Different Estimation Procedures For Topp Leone Exponential And Topp Leone q Exponential Distribution. *arXiv preprint arXiv:2103.03723*.
- [39] Shabri Ani ; Abdul Aziz Jemain, (2010), LQ-moments: Parameter Estimation for Kappa Distribution, *Sains Malaysiana* 39(5)(2010):P845-850
- [40] Sinclair, C. D., & Spurr, B. D. (1988). Approximations to the distribution function of the anderson—darling test statistic. *Journal of the American Statistical Association*, 83(404), 1190-1191.
- [41] Tadjiri Ahamada, S. (2019). Etude comparative de modèle d'évaluation d'actifs financiers: cas du MEDAF et du MEDAF baissier sur la BRVM.
- [42] Tanış, C. (2022). Transmuted lower record type inverse rayleigh distribution: estimation, characterizations and applications. *Ricerche di Matematica*, 1-25.
- [43] Urama, K. U., Onyeagu, S. I., & Eze, F. C. (2021). The Transmuted Kumaraswamy Pareto Distribution. *Earthline Journal of Mathematical Sciences*, 6(2), 325-358.
- [44] Zaman, Q., & Pfeiffer, K. P. (2011). Survival analysis in medical research. *Interstat*, 17(4), 1-36.
<https://www.mayoclinic.org/ar/diseases-conditions/heart-disease/in-depth/heart-disease-prevention/art-2004650>

الملاحق

(محاكاة الجانب التجريبي)

Simulation of ((Transformed Kappa Distribution))

("define PDF Transformed Kappa distribution")

PDF Transformed Kappa $[\alpha, \theta, \beta, \gamma] =$

ProbabilityDistribution . $D[(((\alpha\theta)/\beta))(x/\beta)^{\theta-1}(\alpha + (x/\beta)^{\theta\alpha})^{((- \alpha - 1)/\alpha)}(1 + \gamma - 2\gamma((x/\beta)^{\theta\alpha}/(\alpha + (x/\beta)^{\theta\alpha}))^{1/\alpha}), \{x, 0, \infty\}, Assumptions \rightarrow \beta > 0 \& \theta > 0 \& \alpha > 0 \& \gamma > 0]$

(*define CDF Transformed Kappa distribution*)

CDF Transformed Kappa $[\alpha, \theta, \beta, \gamma] = x^\theta \beta^{-2\theta} (\alpha + x^{\alpha\theta} \beta^{-\alpha\theta})^{-2/\alpha} (-\beta^\theta (\alpha + x^{\alpha\theta} \beta^{-\alpha\theta})^{\frac{1}{\alpha}} + x^\theta \gamma - \beta^\theta (\alpha + x^{\alpha\theta} \beta^{-\alpha\theta})^{\frac{1}{\alpha}} \gamma$

$r=1000; n1=30; n2=50; n3=100; n4=150;$

$\theta_1=2; \alpha_1=2.7; \beta_1=2.5, \gamma_1=0.5;$

distGen1= PDF Transformed Kappa $[\alpha, \theta, \beta, \gamma];$

(***Generating 1000 random samples of size N***)

{SeedRandom[11]; {data1=RandomVariate[distGen1, {r, n1}];

data2=RandomVariate[distGen1, {r, n2}];

data3=RandomVariate[distGen1, {r, n3}];

data4=RandomVariate[distGen1, {r, n4}];

}//Chop;

sdata1= ConstantArray[{} ,r];

sdata2= ConstantArray[{} ,r];

sdata3= ConstantArray[{} ,r];

sdata4= ConstantArray[{} ,r];

For[j=1, j<=r, j++, sdata1[[j]]=Sort[data1[[j]]];

For[j=1, j<=r, j++, sdata2[[j]]=Sort[data2[[j]]];

For[j=1, j<=r, j++, sdata3[[j]]=Sort[data3[[j]]];

For[j=1, j<=r, j++, sdata4[[j]]=Sort[data4[[j]]];

<<Optimization`UnconstrainedProblems`

(" MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD ")

$$\prod_{i=1}^{n1} (f[sdata1[j][i]])$$

MLE1=Last/@Table[res=Maximize[{ $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

$$\prod_{i=1}^{n2} (f[sdata2[j][i]])$$

MLE2=Last/@Table[res=Maximize[{ $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

$$\prod_{i=1}^{n3} (f[sdata3[j][i]])$$

MLE3=Last/@Table[res=Maximize[{ $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

$$\prod_{i=1}^{n4} (f[sdata4[j][i]])$$

MLE4=Last/@Table[res=Maximize[{ $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

("**Anderson- Darling method**")

AN1=Last/@Table[res=Minimize[{-n1 - $\frac{1}{n1} \sum_{i=0}^{n1} (2i - 1) [\log(F(sdata1[j][i])) + \log(1 - F(sdata1[j][i]))]$, $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

AN2=Last/@Table[res=Minimize[{-n2 - $\frac{1}{n2} \sum_{i=0}^{n2} (2i - 1) [\log(F(sdata2[j][i])) + \log(1 - F(sdata2[j][i]))]$, $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

AN3=Last/@Table[res=Minimize[{-n3 - $\frac{1}{n3} \sum_{i=0}^{n3} (2i - 1) [\log(F(sdata3[j][i])) + \log(1 - F(sdata3[j][i]))]$, $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

AN4=Last/@Table[res=Minimize[{-n4 - $\frac{1}{n4} \sum_{i=0}^{n4} (2i - 1) [\log(F(sdata4[j][i])) + \log(1 - F(sdata4[j][i]))]$, $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

("**Cramer-Von Mises Minimum**")

CVM1=Last/@Table[res=Minimize[$\left\{ \frac{1}{12n1} + \sum_{i=1}^{n1} \left[F(sdata1[j][i]) - \frac{2i-1}{2n1} \right]^2 \right\}$, $\alpha > 0$ & $\theta > 0$ & $\beta > 0$ & $\gamma > 0$ },{ $\alpha, \theta, \beta, \gamma$ },Method->"NealderMead"],{j,1,r}];

$$\text{CVM2}=\text{Last}/@\text{Table}[\text{res}=\text{Minimize}[\{\frac{1}{12n_2} + \sum_{i=1}^{n_2} [F(\text{sdata2}[j][i]) - \frac{2i-1}{2n_2}]^2, \alpha>0 \& \& \theta>0 \& \& \beta>0 \& \& \gamma>0\}, \{\alpha, \theta, \beta, \gamma, \text{Method} \rightarrow "NealderMead"\}, \{j, 1, r\}];$$

$$\text{CVM3}=\text{Last}/@\text{Table}[\text{res}=\text{Minimize}[\{\frac{1}{12n_3} + \sum_{i=1}^{n_3} [F(\text{sdata3}[j][i]) - \frac{2i-1}{2n_3}]^2, \alpha>0 \& \& \theta>0 \& \& \beta>0 \& \& \gamma>0\}, \{\alpha, \theta, \beta, \gamma, \text{Method} \rightarrow "NealderMead"\}, \{j, 1, r\}];$$

$$\text{A CVM4}=\text{Last}/@\text{Table}[\text{res}=\text{Minimize}[\{\frac{1}{12n_4} + \sum_{i=1}^{n_4} [F(\text{sdata4}[j][i]) - \frac{2i-1}{2n_4}]^2, \alpha>0 \& \& \theta>0 \& \& \beta>0 \& \& \gamma>0\}, \{\alpha, \theta, \beta, \gamma, \text{Method} \rightarrow "NealderMead"\}, \{j, 1, r\}]; ("$$

Right-Tail Anderson- Darling method"

$$\text{RTAD1}=\text{Last}/@\text{Table}[\text{res}=\text{Minimize}[\{\frac{n_1}{2} - 2 \sum_{i=1}^{n_1} F(\text{sdata1}[j][i]) - \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (2i-1) \log(1 - F(\text{sdata1}[j][i])), \alpha>0 \& \& \theta>0 \& \& \beta>0 \& \& \gamma>0\}, \{\alpha, \theta, \beta, \gamma, \text{Method} \rightarrow "NealderMead"\}, \{j, 1, r\}];$$

$$\text{RTAD2}=\text{Last}/@\text{Table}[\text{res}=\text{Minimize}[\{\frac{n_2}{2} - 2 \sum_{i=1}^{n_2} F(\text{sdata2}[j][i]) - \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} (2i-1) \log(1 - F(\text{sdata2}[j][i])), \alpha>0 \& \& \theta>0 \& \& \beta>0 \& \& \gamma>0\}, \{\alpha, \theta, \beta, \gamma, \text{Method} \rightarrow "NealderMead"\}, \{j, 1, r\}];$$

$$\text{RTAD3}=\text{Last}/@\text{Table}[\text{res}=\text{Minimize}[\{\frac{n_3}{2} - 2 \sum_{i=1}^{n_3} F(\text{sdata3}[j][i]) - \frac{1}{n_3} \sum_{i=1}^{n_3} (2i-1) \log(1 - F(\text{sdata3}[j][i])), \alpha>0 \& \& \theta>0 \& \& \beta>0 \& \& \gamma>0\}, \{\alpha, \theta, \beta, \gamma, \text{Method} \rightarrow "NealderMead"\}, \{j, 1, r\}];$$

$$\text{RTAD4}=\text{Last}/@\text{Table}[\text{res}=\text{Minimize}[\{\frac{n_4}{2} - 2 \sum_{i=1}^{n_4} F(\text{sdata4}[j][i]) - \frac{1}{n_4} \sum_{i=1}^{n_4} (2i-1) \log(1 - F(\text{sdata4}[j][i])), \alpha>0 \& \& \theta>0 \& \& \beta>0 \& \& \gamma>0\}, \{\alpha, \theta, \beta, \gamma, \text{Method} \rightarrow "NealderMead"\}, \{j, 1, r\}];$$

("Left-Tail Anderson- Darling method"

$$\text{LTAD1}=\text{Last}/@\text{Table}[\text{res}=\text{Minimize}[\{\frac{-3n_1}{2} + 2 \sum_{i=1}^{n_1} F(\text{sdata1}[j][i]) - \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} (2i-1) \log(F(\text{sdata1}[j][i])), \alpha>0 \& \& \theta>0 \& \& \beta>0 \& \& \gamma>0\}, \{\alpha, \theta, \beta, \gamma, \text{Method} \rightarrow "NealderMead"\}, \{j, 1, r\}];$$

LTAD2=Last/@Table[res=Minimize[$\{-\frac{3n_2}{2} + 2\sum_{i=1}^{n_2} F(sdata2[j][i]) - \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} (2i-1)\log(F(sdata2[j][i]))\}$, $\alpha>0\&\&\theta>0\&\&\beta>0\&\&\gamma>0$], $\{\alpha, \theta, \beta, \gamma\}$, Method->"NelderMead"], {j, 1, r}];

LTAD3=Last/@Table[res=Minimize[$\{-\frac{3n_3}{2} + 2\sum_{i=1}^{n_3} F(sdata3[j][i]) - \frac{1}{n_3}\sum_{i=1}^{n_3} (2i-1)\log(F(sdata3[j][i]))\}$, $\alpha>0\&\&\theta>0\&\&\beta>0\&\&\gamma>0$], $\{\alpha, \theta, \beta, \gamma\}$, Method->"NelderMead"], {j, 1, r}];

LTAD4=Last/@Table[res=Minimize[$\{-\frac{3n_4}{2} + 2\sum_{i=1}^{n_4} F(sdata4[j][i]) - \frac{1}{n_4}\sum_{i=1}^{n_4} (2i-1)\log(F(sdata4[j][i]))\}$, $\alpha>0\&\&\theta>0\&\&\beta>0\&\&\gamma>0$], $\{\alpha, \theta, \beta, \gamma\}$, Method->"NelderMead"], {j, 1, r}];

("MODEL")

("MLE")

("Estimate maen of the parameters for the model with all samples")

TableForm[{Mean[$\{\{\alpha\}, \{\beta\}, \{\theta\}, \{\gamma\}\}$]/. MLE1], Mean[$\{\{\alpha\}, \{\beta\}, \{\theta\}, \{\gamma\}\}$]/. MLE2], Mean[$\{\{\alpha\}, \{\beta\}, \{\theta\}, \{\gamma\}\}$]/. MLE3], Mean[$\{\{\alpha\}, \{\beta\}, \{\theta\}, \{\gamma\}\}$]/. MLE4}], TableHeadings->{"30", "50", "100", "150"}, {" α ", " θ ", " β ", " γ " }]

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

TableForm[{Mean[$\{((\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2), ((\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2), ((\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2), ((\text{Subscript}[\gamma, 1]-\gamma)^2)\}$]/. MLE1], Mean[$\{((\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2), ((\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2), ((\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2), ((\text{Subscript}[\gamma, 1]-\gamma)^2)\}$]/. MLE2], Mean[$\{((\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2), ((\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2), ((\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2), ((\text{Subscript}[\gamma, 1]-\gamma)^2)\}$]/. MLE3], Mean[$\{((\text{Subscript}[\alpha, 1]-\alpha)^2), ((\text{Subscript}[\theta, 1]-\theta)^2), ((\text{Subscript}[\beta, 1]-\beta)^2), ((\text{Subscript}[\gamma, 1]-\gamma)^2)\}$]/. MLE4}], TableHeadings->{"30", "50", "100", "150"}, {" α ", " θ ", " β ", " γ " }]

("Real Hazard Function for the model")

TableForm[{Table[Hazard Function [distGen1,t], {t, 0.1, 1, 0.1}], TableHeadings->{"R_real"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}]

("Estimate Hazard Function for the model")

TableForm[{Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α, θ, β], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]/. MLE1], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α, θ, β], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]/. MLE2], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [$\alpha, \theta, \beta, \gamma$], t], {t, 0.1, 1, 0.1}]/. MLE3], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α

```
,θ , β γ ] ,t},{t,0.1,1,0.1}]/. MLE4}],TableHeadings->{{"30","50","100","150"},  
{"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"}  
]
```

("MSE Relibility function for the model")

```
TableForm[{Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α ,θ , β  
γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])2/.  
MLE1],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α ,θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-  
Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])2/. MLE2],Mean[(Table[Hazard Function  
[PDF Transformed Kappa [α ,θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function  
[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])2/. MLE3],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed  
Kappa [α ,θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])2/.  
MLE4}],TableHeadings->{{"15","25","50","100"},  
{"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"}  
]
```

("Anderson- Darling method ")

(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

```
TableForm[{Mean[{{(Subscript[α , 1]-α)2},{(Subscript[θ , 1]-θ)2},{(Subscript[β , 1]-  
β)2},{(Subscript[γ , 1]- γ)2}}/. AN1], Mean[{{(Subscript[α , 1]-α)2},{(Subscript[θ , 1]-  
θ)2},{(Subscript[β , 1]- β)2},{(Subscript[γ , 1]- γ)2}}/. AN2], Mean[{{(Subscript[α , 1]-  
α)2},{(Subscript[θ , 1]-θ)2},{(Subscript[β , 1]- β)2},{(Subscript[γ , 1]- γ)2}}/. AN3],  
Mean[{{(Subscript[α , 1]-α)2},{(Subscript[θ , 1]-θ)2},{(Subscript[β , 1]- β)2},{(Subscript[γ , 1]-  
γ)2}}/. AN4}],TableHeadings->{{"30","50","100","150"},{ α ,"θ "," β "," γ " } ]
```

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

```
TableForm[{Mean[{{(Subscript[α , 1]-α)2},{(Subscript[θ , 1]-θ)2},{(Subscript[β , 1]-  
β)2},{(Subscript[γ , 1]- γ)2}}/. AN1], Mean[{{(Subscript[α , 1]-α)2},{(Subscript[θ , 1]-  
θ)2},{(Subscript[β , 1]- β)2},{(Subscript[γ , 1]- γ)2}}/. AN2], Mean[{{(Subscript[α , 1]-  
α)2},{(Subscript[θ , 1]-θ)2},{(Subscript[β , 1]- β)2},{(Subscript[γ , 1]- γ)2}}/. AN3],  
Mean[{{(Subscript[α , 1]-α)2},{(Subscript[θ , 1]-θ)2},{(Subscript[β , 1]- β)2},{(Subscript[γ , 1]-  
γ)2}}/. AN4}],TableHeadings->{{"30","50","100","150"},{ α ,"θ "," β "," γ " } ]
```

("Real Hazard Function for the model")

```
TableForm[{Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}],TableHeadings-  
>{{"R_real"}, {"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"} }
```

]

(Estimate Hazard Function for the model)

```
TableForm[{Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$  , $\theta$  ,  $\beta$   $\gamma$  ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. AN1], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$  , $\theta$  ,  $\beta$   $\gamma$  ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. AN2], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$  , $\theta$  ,  $\beta$   $\gamma$  ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. AN3], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$  , $\theta$  ,  $\beta$   $\gamma$  ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. AN4}],TableHeadings->{{"30","50","100","150"}, {"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"}}
```

]

```
("MSE Hazard Function for the model") TableForm[{Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$  , $\theta$  ,  $\beta$   $\gamma$  ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])2/. AN1],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$  , $\theta$  ,  $\beta$   $\gamma$  ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])2/. AN2],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$  , $\theta$  ,  $\beta$   $\gamma$  ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])2/. AN3],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$  , $\theta$  ,  $\beta$   $\gamma$  ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])2/. AN4}],TableHeadings->{{"15","25","50","100"}, {"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"}}
```

]

("Right-Tail Anderson- Darling method")

")

(*Estimate mean of the parameters for the model with all samples*)

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

```
TableForm[{Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2},{(Subscript[ $\theta$ , 1]- $\theta$ )2},{(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2},{(Subscript[ $\gamma$ , 1]- $\gamma$ )2}}/. RTAD1], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2},{(Subscript[ $\theta$ , 1]- $\theta$ )2},{(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2},{(Subscript[ $\gamma$ , 1]- $\gamma$ )2}}/. RTAD2], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2},{(Subscript[ $\theta$ , 1]- $\theta$ )2},{(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2},{(Subscript[ $\gamma$ , 1]- $\gamma$ )2}}/. RTAD3], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2},{(Subscript[ $\theta$ , 1]- $\theta$ )2},{(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2},{(Subscript[ $\gamma$ , 1]- $\gamma$ )2}}/. RTAD4}],TableHeadings->{{"30","50","100","150"}, {" $\alpha$ "," $\theta$ "," $\beta$ "," $\gamma$ "}}
```

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

```
TableForm[{Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2},{(Subscript[ $\theta$ , 1]- $\theta$ )2},{(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2},{(Subscript[ $\gamma$ , 1]- $\gamma$ )2}}/. RTAD1], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2},{(Subscript[ $\theta$ , 1]- $\theta$ )2},{(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2},{(Subscript[ $\gamma$ , 1]- $\gamma$ )2}}/. RTAD2], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2},{(Subscript[ $\theta$ , 1]- $\theta$ )2},{(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2},{(Subscript[ $\gamma$ , 1]- $\gamma$ )2}}/. RTAD3], Mean[{{(Subscript[ $\alpha$ , 1]- $\alpha$ )2},{(Subscript[ $\theta$ , 1]- $\theta$ )2},{(Subscript[ $\beta$ , 1]- $\beta$ )2},{(Subscript[ $\gamma$ , 1]- $\gamma$ )2}}/. RTAD4}],TableHeadings->{{"30","50","100","150"}, {" $\alpha$ "," $\theta$ "," $\beta$ "," $\gamma$ "}}
```

$\alpha)^2$ }, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. RTAD3],
Mean[{{(Subscript[α , 1]- α)²}, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]-
 γ)²}}/. RTAD4]], TableHeadings->{{"30", "50", "100", "150"}, { α , " θ ", β , " γ "}}]

("Real Hazard Function for the model")

TableForm[{Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}],TableHeadings->{{"R_real"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"} }]

(Estimate Hazard Function for the model)

TableForm[{Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β , γ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. RTAD1], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β , γ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. RTAD2], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β , γ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. RTAD3], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β , γ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. RTAD4]], TableHeadings->{{"30", "50", "100", "150"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"} }]

("MSE Hazard Function for the model") TableForm[{Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β , γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])²]/. RTAD1],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β , γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])²]/. RTAD2],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β , γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])²]/. RTAD3],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β , γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])²]/. RTAD4]], TableHeadings->{{"15", "25", "50", "100"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"} }]

("Left-Tail Anderson- Darling method")

(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

TableForm[{Mean[{{(Subscript[α , 1]- α)²}, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]-
 β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. LTAD1], Mean[{{(Subscript[α , 1]- α)²}, {(Subscript[θ , 1]-
 θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. LTAD2], Mean[{{(Subscript[α , 1]-

$\alpha)^2$ }, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. LTAD3],
Mean[{{(Subscript[α , 1]- α)²}, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. LTAD4}], TableHeadings->{{"30", "50", "100", "150"}, { α , " θ ", β , " γ "}}]

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

TableForm[{Mean[{{(Subscript[α , 1]- α)²}, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. LTAD1], Mean[{{(Subscript[α , 1]- α)²}, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. LTAD2], Mean[{{(Subscript[α , 1]- α)²}, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. LTAD3], Mean[{{(Subscript[α , 1]- α)²}, {(Subscript[θ , 1]- θ)²}, {(Subscript[β , 1]- β)²}, {(Subscript[γ , 1]- γ)²}}/. LTAD4}], TableHeadings->{{"30", "50", "100", "150"}, { α , " θ ", β , " γ "}}]

("Real Hazard Function for the model")

TableForm[{Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}], TableHeadings->{{"R_real"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}}

(Estimate Hazard Function for the model)

TableForm[{Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. LTAD1], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. LTAD2], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. LTAD3], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. LTAD4}], TableHeadings->{{"30", "50", "100", "150"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}}

("MSE Hazard Function for the model") TableForm[{Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])²/. LTAD1], Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])²/. LTAD2], Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])²/. LTAD3], Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α , θ , β γ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])²/. LTAD4}], TableHeadings->{{"15", "25", "50", "100"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"}}

("Cramer-Von Mises Minimum")

(*Estimate maen of the parameters for the model with all samples*)

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

```
TableForm[ {Mean[ { (Subscript[α, 1]-α)2, (Subscript[θ, 1]-θ)2, (Subscript[β, 1]-β)2, (Subscript[γ, 1]-γ)2 } /. CVM1], Mean[ { (Subscript[α, 1]-α)2, (Subscript[θ, 1]-θ)2, (Subscript[β, 1]-β)2, (Subscript[γ, 1]-γ)2 } /. CVM 2], Mean[ { (Subscript[α, 1]-α)2, (Subscript[θ, 1]-θ)2, (Subscript[β, 1]-β)2, (Subscript[γ, 1]-γ)2 } /. CVM 3], Mean[ { (Subscript[α, 1]-α)2, (Subscript[θ, 1]-θ)2, (Subscript[β, 1]-β)2, (Subscript[γ, 1]-γ)2 } /. CVM 4]], TableHeadings-> { {"30", "50", "100", "150"}, { α, "θ", " β ", " γ " } } ]
```

("Estimate the mean of MSE for the model with all samples")

```
TableForm[ {Mean[ { (Subscript[α, 1]-α)2, (Subscript[θ, 1]-θ)2, (Subscript[β, 1]-β)2, (Subscript[γ, 1]-γ)2 } /. CVM 1], Mean[ { (Subscript[α, 1]-α)2, (Subscript[θ, 1]-θ)2, (Subscript[β, 1]-β)2, (Subscript[γ, 1]-γ)2 } /. CVM 2], Mean[ { (Subscript[α, 1]-α)2, (Subscript[θ, 1]-θ)2, (Subscript[β, 1]-β)2, (Subscript[γ, 1]-γ)2 } /. CVM 3], Mean[ { (Subscript[α, 1]-α)2, (Subscript[θ, 1]-θ)2, (Subscript[β, 1]-β)2, (Subscript[γ, 1]-γ)2 } /. CVM 4]], TableHeadings-> { {"30", "50", "100", "150"}, { α, "θ", " β ", " γ " } } ]
```

("Real Hazard Function for the model")

```
TableForm[ {Table[Hazard Function [distGen1,t], {t,0.1,1,0.1}], TableHeadings-> { {"R_real"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"} } ]
```

(Estimate Hazard Function for the model)

```
TableForm[ {Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α ,θ , β γ],t], {t,0.1,1,0.1}]/. CVM 1], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α ,θ , β γ],t], {t,0.1,1,0.1}]/. CVM 2], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α ,θ , β γ],t], {t,0.1,1,0.1}]/. CVM 3], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [α ,θ , β γ],t], {t,0.1,1,0.1}]/. CVM 4]], TableHeadings-> { {"30", "50", "100", "150"}, {"0.1", "0.2", "0.3", "0.4", "0.5", "0.6", "0.7", "0.8", "0.9", "1"} } ]
```

```
("MSE Hazard Function for the model") TableForm[{Mean[(Table[Hazard Function
[PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function
[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])^2/. CVM 1],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed
Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])^2/. CVM
2],Mean[(Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]-
Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])^2/. CVM 3],Mean[(Table[Hazard Function
[PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]-Table[Hazard Function
[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}])^2/. CVM 4}],TableHeadings->{"15","25","50","100"},
{"0.1","0.2","0.3","0.4","0.5","0.6","0.7","0.8","0.9","1"} ]
```

```
{ListLinePlot[{Table[Hazard Function
[distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,
 $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/.MLE1],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,
 $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. AN1],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,
 $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. RTAD1],Mean[Table[Hazard Function PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,
 $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. LTAD1}], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,
 $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. CVM1],{Frame->True,PlotRange->Automatic,PlotLegends-
>Placed[{"H_real","H-ml","H-An","H-RTAD"," H-LTAD "," H-cvm "},Center],Mesh-
>Full},PlotStyle->Thick,PlotLabel->Style["Sample size(n=30)",15],LabelStyle-
>Directive[Bold,Black],Background->Lighter[Gray, 0.95]], ListLinePlot[{Table[Hazard
Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa
[ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/.MLE2],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa
[ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. AN2],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa
[ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. RTAD2],Mean[Table[Hazard Function PDF Transformed
Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. LTAD2}], Mean[Table[Hazard Function [PDF
Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. CVM2],{Frame->True,PlotRange-
>Automatic,PlotLegends->Placed[{"H_real","H-ml","H-An","H-RTAD"," H-LTAD "," H-
cvm "},Center],Mesh->Full},PlotStyle->Thick,PlotLabel->Style["Sample
size(n=50)",15],LabelStyle->Directive[Bold,Black],Background->Lighter[Gray, 0.95]],
ListLinePlot[{Table[Hazard Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}],Mean[Table[Hazard
Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/.MLE3],Mean[Table[Hazard
Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. AN3],Mean[Table[Hazard
Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/.
```

```

RTAD3],Mean[Table[Hazard Function PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$ 
 $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. LTAD3]], Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ 
,  $\beta$   $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. CVM3],{Frame->True,PlotRange->Automatic,PlotLegends-
>Placed[{"H_real","H-ml","H-An","H-RTAD"," H-LTAD "," H-cvm "},Center],Mesh-
>Full}},PlotStyle->Thick,PlotLabel->Style["Sample size(n=100)",15],LabelStyle-
>Directive[Bold,Black],Background->Lighter[Gray, 0.95]], ListLinePlot[{Table[Hazard
Function [distGen1,t],{t,0.1,1,0.1}],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa
[ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$   $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/.MLE4],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa
[ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$   $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. AN4],Mean[Table[Hazard Function [PDF Transformed Kappa
[ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$   $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. RTAD4],Mean[Table[Hazard Function PDF Transformed
Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$   $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. LTAD4]], Mean[Table[Hazard Function [PDF
Transformed Kappa [ $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\beta$   $\gamma$ ],t],{t,0.1,1,0.1}]/. CVM4],{Frame->True,PlotRange-
>Automatic,PlotLegends->Placed[{"H_real","H-ml","H-An","H-RTAD"," H-LTAD "," H-
cvm "},Center],Mesh->Full}},PlotStyle->Thick,PlotLabel->Style["Sample
size(n=150)",15],LabelStyle->Directive[Bold,Black],Background->Lighter[Gray, 0.95]]]}

```

Abstract

In this thesis, we discuss the three-parameter kappa distribution and work on a new study of the distribution through the quadratic transformation map. Thus, the kappa distribution becomes a transformer with four parameters and is characterized by flexibility and accuracy over other distributions. The properties of the distribution have been studied and extracted, and the distribution has been applied to five of the traditional estimation methods. This is the method used in the thesis (Maximum Likelihood Method, Cramer-Von Mises Minimum, Anderson-Darling, Right-Tail Anderson-Darling, Left-Tail Anderson-Darling). In order to find the best method among the estimation methods, the Monte-Carlo simulation method was used. Using the (Mathematica 12.2) program, eight models for different sample sizes (small, medium, large) were used and different values were selected for the distribution parameters, and the aim of it is to study the behavior of the measures using mean squares of error (MSE), medium and large. The distribution was applied to real data for heart patients. The sample size was 104 observations, representing the patient's survival times until death, using good-match criteria. The preference of the transferred distribution was proven compared to the distribution before transfer and other distributions under study. Also, the estimation of the risk function was applied using the best methods that were reached on the experimental side (the method of greatest possibility) and that the average survival times is (0.470068), meaning that the probability of survival of the patient with heart disease is approximately 50%.



**Karbala University
College of Administration and Economics
Department of Statistics**

Estimating the Hazard Function of a Transformed Kappa Distribution with Practical Application

**A Thesis Submitted to
The Council of the College of Administration and
Economics at the University of Karbala, which is part of
Requirements for obtaining a master's degree in statistics**

**Written by
Manal mousa abd al-ema**

**Supervised by
Prof.Dr Mahdi Wahab Neama Naser Allah**

M 2022

Holy Karbala

H 1443