



جامعة كربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

بناء توزيع احتمالي - Inverted Topp Leone

exponential مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة إلى

مجلس كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء وهي جزء من

متطلبات نيل درجة ماجستير في علوم الاحصاء

كتبت بواسطة

صفا نجاح عبد الامير

بإشراف

أ.د. شروق عبد الرضا سعيد

2022م

1444هـ

كربلاء المقدسة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
١٤٢٠



﴿ وَيُؤْتِرُونَ عَلَىٰ أَنفُسِهِمْ وَلَوْ كَانَ بِهِمْ خَصَاصَةٌ
وَمَنْ يُوقَ شُحَّ نَفْسِهِ فَأُولَٰئِكَ هُمُ الْمُفْلِحُونَ ﴾

صَدَقَ اللَّهُ الْعَلِيُّ الْعَظِيمُ

سورة الحشر: الآية 9

إقرار المشرف

أشهد بأن إعداد هذه الرسالة الموسومة (بناء توزيع احتمالي Inverted Topp Leone- exponential مع تطبيق عملي) والتي تقدمت بها الطالبة " صفا نجاح عبد الأمير " قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.

أ.د. شروق عبد الرضا السباح

التاريخ: / / 2022

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.

أ.د. شروق عبد الرضا السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2022

إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الرسالة الموسومة (بناء توزيع احتمالي - Inverted Topp Leone-exponential مع تطبيق عملي) قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت إشرافي إذ أصبحت خالية من الأخطاء اللغوية ولأجله وقعت.



الخبير اللغوي

ا.م.د بشرى حنون محسن

جامعة كربلاء – كلية التربية للعلوم الإسلامية

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (بناء توزيع احتمالي Inverted Topp Leone- exponential مع تطبيق عملي) والمقدمة من قبل الطالب "صفا نجاح عبد الامير" وناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير (امتياز).



أ.م.د رواء صالح محمد

عضواً

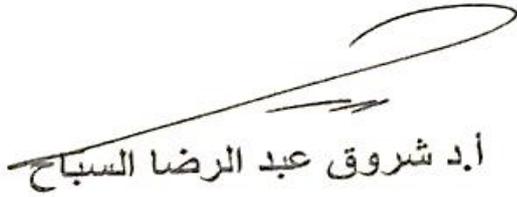
2022 / /



أ.د. نادية هاشم جاسم

رئيساً

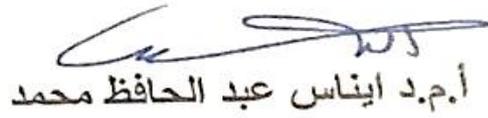
2022 / /



أ.د شروق عبد الرضا السباح

عضواً ومشرفاً

2022 / /



أ.م.د ايناس عبد الحافظ محمد

عضواً

2022 / /

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالب
صفانجاح عبد الامير " الموسومة بـ (بناء توزيع احتمالي Inverted Topp
Leone- exponential مع تطبيق عملي) ارشح هذه الرسالة للمناقشة.

أ.د محمد حسين كاظم الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.د.محمد حسين كاظم الجبوري

عميد كلية الادارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2022 / 11 / 6

الإهداء

الى نقيته القلب ، والتي بدعائها تغير لي

الدرب.....أمي الغالية

الى .. خيمة الرحمة التي هي لي ظلاً بارداً في هجير الحياة أبي الفاضل

الى .. الدعم المسنم والسند الأمين أخي وأخواتي

الى .. الروح الطاهرة ، الدكتور عبد الله عبد الامير (عمي)

إلى .. أساتذتي الذين لم يدخلوا علي بالنوجيه والنصح والارشاد

الى .. كل من ساندني وقدم لي الدعم لإكمال رسالتي ...

اهدي ثمرة جهدي هذا راجية من الله القبول والسداد .

الباحثة

الشكر والامتنان

قال الله تعالى في كتابه الكريم: **بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ ﴿ وَمَنْ شَكَرَ فَإِنَّمَا يَشْكُرُ**

لِنَفْسِهِ ﴿ صدق الله العظيم. (سورة النمل:40)

أحمد الله تعالى حمداً كثيراً طيباً مباركاً ملء السموات والأرض على ما أكرمني به من اتمام هذه الرسالة . كما يقتضي الواجب أن أقدم الشكر والعرفان إلى أستاذتي ومشرفتي الأستاذة الدكتورة شروق عبد الرضا السباح على ما قدمته لي من نصح وأرشاد وتوجيه طيلة فترة الأشراف ودون أن تدخر جهداً إلى حين إنجازها.

كذلك أقدم شكري وتقديري الى الاساتذة الفضلاء، رئيس لجنة المناقشة وأعضائها المحترمين لتفضلهم بالموافقة على مناقشة و تقويم رسالتي وأفادتي بملاحظاتهم القيمة وتوجيهاتهم السديدة .

وأشكر عمادة كلية الإدارة والأقتصاد في جامعة كربلاء المقدسة ورئاسة قسم الأحصاء والاساتذة الكرماء الذين أسدوا لي الجميل بتقديم يد المساعدة العلمية والمعنوية.

وأقدم بالشكر والامتنان الى زملائي وزميلاتي في جامعة ميسان /قسم الدراسات والتخطيط والأحصاء لما منحوني من ثقتهم وتشجيعهم لي بأكمال دراستي .

وأقدم بالشكر إلى زميلاتي نور عامر, زهراء هادي,زهراء ابراهيم وزميلي حسين خليل في مسيرتي الدراسية في مرحلة الماجستير لتعاوننا معاً و وصولنا لهذه المرحلة متمنياً للجميع التوفيق والنجاح الدائم.

وأقدم شكري وأمتناني الى مسؤول شعبة الحماية في قسم الشؤون الفنية /شركة العامة لتوزيع كهرباء بغداد /توزيع كهرباء الرصافة المهندس عمار نجاح عبد الأمير لما قدمه من جهد في توفير البيانات للاستفادة منها في رسالتي .

وليسعني إلا أن أقدم وافر شكري وامتناني للمبرمج أستاذ منتظر جمعة مهدي لما قدمه لي من مساعدة لبرمجة بيانات الرسالة داعية الله له دوام التقدم والنجاح.

وأخيراً فأن الشكر موصول لكل من مد يد العون والمساعدة من أجل اتمام هذا الجهد المتواضع.

قائمة المحتويات

رقم الصفحة	الموضوع	
أ	الآية	
ب	الأهداء	
ج	الشكر والتقدير	
د-و	قائمة المحتويات	
ز-ح	قائمة الجداول	
ط	قائمة الأشكال	
ي	الرموز والمصطلحات العامة	
ك	المستخلص	
الصفحة	الموضوع	الفقرة
الفصل الاول – المقدمة والاستعراض المرجعي		
2	المقدمة	1-1
3	مشكلة الرسالة	2-1
3	أهداف الرسالة	3-1
3	الاستعراض المرجعي	4-1
5-4	البحوث السابقة الخاصة بأستعمال منهجية (Transformed-) Transformer Family و يرمز له ب(T-XFamily)	1-4-1
7-6	البحوث السابقة الخاصة بأستعمال منهجية The odd generalized (exponential family) و يرمز له (”Family “OGE)	2-4-1
8	البحوث السابقة الخاصة بتوزيع (Inverted Topp_leone)	3-4-1
الفصل الثاني – الجانب النظري		
10	تمهيد	1-2
10	التوزيعات المركبة	2-2
11	عائلة توب-ليون	3-2
12	Inverted Topp_leone	1-3-2
13	توزيع الأسي	4-2
14	مفهوم المعوالية	5-2
14	دالة المعوالية	1-5-2

الصفحة	الموضوع	الفقرة
14	دالة المخاطرة	2-5-2
15	منهجيات لبناء التوزيع الجديد	6-2
16	منهجية المحول المتحول (Transformed Transformer Method) ويرمز لها (T-X Family)	1-6-2
21-17	توزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي I.T.L.E	7-2
21	خصائص التوزيع I.T.L.E	8-2
21	العزم اللامركزي الرائي	1-8-2
23	الدالة المعولية للتوزيع I.T.L.E	2-8-2
23	طرائق التقدير	9-2
23	طريقة الإمكان الأعظم	1-9-2
25	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	2-9-2
26	طريقة جرام-شون للتقدير	3-9-2
27	العائلة الأسية المعممة الفردية (The odd generalized exponential family) ويرمز لها ب(OGE)	2-6-2
30-28	توزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي I.T.L.OGE	10-2
30	خصائص التوزيع I.T.L.OGE	11-2
30	العزم اللامركزي الرائي للتوزيع I.T.L.OGE	1-11-2
31	الدالة المعولية للتوزيع I.T.L.OGE	2-11-2
32	طرائق التقدير للتوزيع I.T.L.OGE	12-2
32	طريقة الإمكان الأعظم	1-12-2
33	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	2-12-2
35	طريقة جرام-شون للتقدير	3-12-2
36	معايير المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة	13-2
36	متوسط مربعات الخطأ	1-13-2
36	متوسط مربعات الخطأ التكاملي	2-13-2
37	اختبار حسن المطابقة	14-2

الصفحة	الموضوع	الفقرة
الفصل الثالث الجانب التجريبي والتطبيقي		
39	التمهيد	1-3
39	الجانب التجريبي	2-3
39	مفهوم المحاكاة	1-2-3
40	مراحل بناء تجربة المحاكاة	2-2-3
41	تحليل نتائج عملية المحاكاة	3-2-3
67	الجانب التطبيقي	3-3
67	البيانات الحقيقية	1-3-3
70	تحليل البيانات	2-3-3
الفصل الرابع الاستنتاجات والتوصيات		
75	الاستنتاجات	
76	التوصيات	
85-78	المصادر	
104-87	الملاحق	
A	ABSTRACT	

قائمة الجداول

الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
12	بعض الأعضاء الجدد في العائلة (Topp-Leone Family) من التوزيعات	1-2
40	القيم الافتراضية لمعلمتين Θ و λ توزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	1-3
42	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة و عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للأنموذج الأول هي ($\lambda=0.5$ و $\Theta=0.5$)	2-3
42	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الأول عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين وهي ($\lambda=0.5$ و $\Theta=0.5$)	3-3
44	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة و عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للأنموذج الثاني هي ($\lambda=1.5$ و $\Theta=0.5$)	4-3
44	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الثاني عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين وهي ($\lambda=1.5$ و $\Theta=0.5$)	5-3
46	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدرتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة و عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للأنموذج الثالث هي ($\lambda=4$ و $\Theta=0.5$)	6-3
46	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الثالث عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي ($\lambda=4$ و $\Theta=0.5$)	7-3
48	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة و عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للأنموذج الرابع وهي ($\lambda=0.5$ و $\Theta=1$)	8-3
48	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الرابع عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتي وهي ($\lambda=0.5$ و $\Theta=1$)	9-3
50	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة و احجام العينة المختلفة و عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للأنموذج الخامس هي ($\lambda=0.5$ و $\Theta=2$)	10-3
50	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الخامس عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي ($\lambda=0.5$ و $\Theta=2$)	11-3
52	الرتب الكلية والجزئية لمتوسط المربعات التكاملي وللقيم الافتراضية لمعلمات التوزيع (I.T.L.E) (و لطرائق التقدير كافة مع احجام العينة المختلفة	12-3
53	مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي لطرائق التقدير كافة لقيم الافتراضية للمعلمات حسب أحجام العينة	13-3

الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
55	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للأنموذج الأول هي $\Theta=0.5$ و $\lambda=0.5$	14-3
55	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين و للأنموذج الأول هي $\Theta=0.5$ و $\lambda=0.5$	15-3
57	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للأنموذج الثاني هي $\Theta=0.5$ و $\lambda=1.5$	16-3
57	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الثاني عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي $\Theta=0.5$ و $\lambda=1.5$	17-3
59	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للأنموذج الثالث هي $\Theta=0.5$ و $\lambda=4$	18-3
59	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الثالث عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي $\Theta=0.5$ و $\lambda=4$	19-3
61	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للأنموذج الرابع هي $\Theta=1$ و $\lambda=0.5$	20-3
61	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الرابع عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي $\Theta=1$ و $\lambda=0.5$	21-3
63	القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للأنموذج الخامس هي $\Theta=2$ و $\lambda=0.5$	22-3
63	متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الخامس عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي $\Theta=2$ و $\lambda=0.5$	23-3
65	الرتب الكلية والجزئية لمتوسط المربعات التكاملي وللقيم الافتراضية لمعلمات التوزيع (I.T.L.OGE.D) و لطرائق التقدير كافة مع أحجام العينة المختلفة	24-3
66	مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي لطرائق التقدير كافة لقيم الافتراضية للمعلمات حسب أحجام العينة	25-3
69	متوسط اشتغال المحولة لحين العطل (العطب) مقاسة بالأشهر	26-3
69	احصاءات البيانات الحقيقية	27-3
69	مقدرات المعلمات للبيانات الحقيقية للتوزيع	28-3
70	قيم اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit)	29-3
72	مقدرات لدالة الكثافة الاحتمالية $f(t)$ ودالة التوزيع التراكمية $F(t)$ والدالة المعولية $R(t)$ ودالة المخاطرة $h(t)$ للتوزيع (I.T.L.E)	30-3

قائمة الأشكال

رقم الصفحة	الموضوع	رقم الشكل
19	دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) للتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	1-2
21	دالة التوزيع التراكمية (cdf) للتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	2-2
23	الدالة المعولية ($R(x)$) للتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	3-2
29	دالة التوزيع التراكمي (cdf) للتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام	4-2
30	دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) للتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام	5-2
32	الدالة المعولية ($R(x)$) للتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام	6-2
43	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الاول عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	1-3
45	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الثاني عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	2-3
47	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الثالث عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	3-3
49	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الرابع عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	4-3
51	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الخامس عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي	5-3
56	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الاول عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام	6-3
58	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الثاني عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام	7-3
60	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الثالث عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام	8-3
62	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الرابع عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام	9-3
64	منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الخامس عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام	10-3
71	دالة التوزيع التراكمية (cdf) للتوزيع (I.T.L.E) مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية	11-3
71	الدالة المعولية ($R(x)$) للتوزيع (I.T.L.E) مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية	12-3

الرموز والمختصات المستخدمة في الرسالة

الرمز	مصطلح باللغة العربية	مصطلح باللغة الانكليزية
θ	معلمة الشكل	shape parameter
λ	معلمة القياس	Scale parameter
X	قيمة المتغير العشوائي	The value of the random variable
T-X family	منهجية محول المتحول	Transformed-Transformer Method
OGE	العائلة الأسية العامة المفردة	The odd generalized exponential family
f(x)	دالة كثافة احتمالية pdf لمنهجية OGE	probability density function of Method OGE
F(x)	دالة توزيع تجميعية cdf لمنهجية OGE	Cumulative distribution function of Method OGE
G(x)	دالة توزيع تجميعية cdf لمنهجية T-X	Cumulative distribution function of Method T-X
g(x)	دالة كثافة احتمالية pdf لمنهجية T-X	probability density function of Method T-X
R(t)	دالة معولية	Reliability Function
h(t)	دالة المخاطرة	Hazard function
I.T.L.E.D	توزيع توب-ليون-المعكوس-الاسي	Inverted_Topp_Leone_Exponential Distribution
I.T.L.OGE.D	توزيع توب-ليون-المعكوس المفرد الاسي العام	Inverted_Topp_Leone_Odd Generalized Exponential Distribution
\hat{M}_r	العزم اللامركزي الرائي	Non-central rth moment
C.S	معامل الألتواء	Coefficients of Skewness
C.K	معامل التفلطح	Coefficients of Kurtosis
MSE	متوسط مربعات الخطأ	Mean Square Error
IMSE	متوسط مربعات الخطأ التكاملية	Integral Mean Square Error
MLE	تقدير الإمكان الأعظم	Maximum Likelihood estimation
WLSE	تقدير مربعات الصغرى الموزونة	Weighted least square estimation
CVME	كرامر-فون للتقدير	Cramer-Von-Mises estimation
A_d^*	احصاءة اندرسون درالنك	Anderson-Darling statistic
W_d^*	احصاءة كرامر-فون	Carmer-von mises statistic
D_d^*	احصاءة كولموكروف-سميرنوف	Kolmogorov-Smirnov statistic

المستخلص

تعد عملية تركيب التوزيعات من النمذجة الشائعة و المعروفة لتوليد توزيعات جديدة هي التوزيعات المركبة ، حيث استعمل في هذا الرسالة منهجيتين للتركيب ولتوليد توزيعيين مقترحين جديدين و لنفس التوزيعيين المفردين وهما التوزيع الأسي (Exponential) و (Inverted Topp-leone) بإستعمال منهجيتي التركيب وهما طريقة المحول المتحول ((Transformed-Transformer Method) ويرمز لها ((T-X family) و عائلة الاسي المعممة ((The odd generalized exponential family) ويرمز لها ((OGE) ولتوليد التوزيعين (Inverted Topp-leone- Exponential) ويرمز له ب (I.T.L.E.D) و (InvertedTopp_leone_ odd generalized Exponential Distribution) ويرمز له بـ ((I.T.L.OGE.D) على التوالي ذو المعلمتين (θ و λ)، حيث رمزنا الى التوزيع الأخير بالرمز (I.T.L.OGE.D) لتمييزه عن التوزيع الأول في عملية المقارنة في الجانب التجريبي. ذتمت في هذه الرسالة دراسة خصائص التوزيعين (I.T.L.E.D) و (I.T.L.OGE.D) وتقدير الدالة المعولية بثلاث طرائق وهي طريقة الإمكان الأعظم , طريقة المربعات الصغرى الموزونة وطريقة كرامر_فون ، لغرض المقارنة بين طرائق التقدير للدالة المعولية للتوزيعين حيث استعمل أسلوب محاكاة Monte Carlo و بإستعمال برنامج (Mathematica 12.2) لتنفيذ برمجة البيانات لإجراء المقارنة بين الدالتين المعوليتين و بالاعتماد على المعايير الاحصائية وهي متوسط مربعات الخطأ و بإستعمال أسلوب الرتب (Ranks) ، حيث استعمل 5 نماذج مختلفة لقيم افتراضية للمعلمات ولأحجام عينات مختلفة وأظهرت نتائج المحاكاة ان طريقة الإمكان الأعظم (ML) في حساب مقدرات الدالة المعولية للتوزيعين (I.T.L.E.D) و (I.T.L.OGE.D) أفضل طريقة للتقدير .

وبالاعتماد على نتائج المحاكاة باختيار أفضل طريقة تقدير للدالة المعولية للتوزيعين (I.T.L.E.D) و (I.T.L.OGE.D) هي طريقة الإمكان الأعظم (ML) وخاصة للأحجام الكبيرة حيث اعتمدت هذه الطريقة لتمثيل البيانات الحقيقية تمثلت بأوقات اشتغال المحولات الكهربائية لحين العطل (عطب) والتي بلغ عددها 95 محولة وخلال الفترة 2018 في شهر كانون الثاني الى 2021 في شهر تشرين الثاني .

ومن اختبارات حسن المطابقة (Goodness of Fit Tests) حيث اثبتت ان توزيع (I.T.L.E.D) هو اكثر توزيع يلائم هذه الانواع من البيانات وذلك لان قيم (P-Value) تمثلت قيمها اكبر من قيم المستوى المعنوية $\alpha=0.05$. وقدردت الدالة المعولية للتوزيع (I.T.L.E.D) .

الفصل الأول

المقدمة والاستعراض المرجعي

(1-1) المقدمة (Introduction)

هناك الكثير من التوزيعات الاحتمالية في علم الإحصاء قد تم التعرف عليها ودراستها و دخولها في كثير من مجالات الحياة باستعمال بيانات حقيقية ولكن قد نواجه في بعض البيانات مشاكل لعدم الوصول الى نتائج واقعية وذلك لكون التوزيع الاحتمالي غير قادر على دبلجة البيانات وبذلك نقوم باستعمال طرائق أخرى وهي خلط أو تركيب التوزيعات .

أهتم الباحثون في دراسة التوزيع المركب (Compound distribution) للتوزيعات المستمرة والمنقطعة لنمذجة الكثير من الظواهر الكونية والوصول الى النتائج للبيانات المطلوب دراستها بصورة أكثر مرونة من التوزيعات المفردة ، فأن طريقة تركيب التوزيعات تعتمد على دالتي المعولية والمخاطرة (Reliability and Hazard function) .

هناك كثير من منهجيات لتركيب التوزيعات وفي هذه الرسالة سيتم التركيز على منهجيتين للتركيب الأولى يطلق عليها :

(Transformed-Transformer Method) التي تعتمد على المتغيرين العشوائيين إحداهما معروف باسم المحول (transformed) والأخر باسم المتحول (transformer) لبناء توزيع احتمالي جديد ذات معلمتين مشكل من توزيعيين مختلفين هما (Inverted-Topp-Leone) كتوزيع أساس والتوزيع الداعم له هو التوزيع الأسّي (Exponential) ليكون هذا التوزيع عضواً جديداً للعائلة **Transformed-Transformer Method** ويرمز له (T-X family).

أما المنهجية الثانية فيطلق عليها **(The odd generalized exponential family "OGE")** وتعتمد هذه المنهجية بالدرجة الأساس على دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الأسّي (Exponential) وتعوض دالتي التوزيع التراكمي والدالة المعولية للتوزيع الأخر (Inverted-Topp-Leone) بدلالة المتغير العشوائي للتوزيع الأسّي .

تم تقسيم الرسالة إلى أربعة فصول اذ تضمن الفصل الأول المقدمة والاستعراض المرجعي وتشمل: المقدمة ، مشكلة الرسالة، اهداف الرسالة والاستعراض المرجعي لبعض البحوث والدراسات السابقة، وتضمن الفصل الثاني الجانب النظري للرسالة اذ يتم التعرف على الانموذج المركب (Inverted Topp_leone_) (Exponential) وأيضا استعراض مفاهيم خاصة لدالة المعولية (Reliability Function) ودالة المخاطرة (Hazard Function) و إيجاد الخصائص لهذا التوزيع المركب مثل العزوم المركزية (Central Moments) و بعض مقاييس النزعة المركزية (Measures of Central Tendency) كالوسط الحسابي، التباين ومعامل الالتواء والتفلطح، فضلاً عن إيجاد طرائق التقدير لمعلمات الانموذج وهي

كل من طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method وطريقة المربعات الصغرى الموزونة The weighted least Squares Method وطريقة كرامر-فون Cramér-von-Mises Method وتتم المقارنة بين طرائق التقدير باستعمال معيار للمقارنة هو متوسط مربعات الخطأ Mean Squared Error MSE ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (Integral Mean Squared Error (IMSE) ، الفصل الثالث يتضمن مفهوم المحاكاة وتطبيق اسلوب محاكاة Monte Carlo للمقارنة بين طرائق التقدير و تطبيق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية تمثل فترة تشغيل المحولة الكهربائية لحين العطل (من سنة 2018 الى 2021).

اما الفصل الرابع يمثل الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل إليها من خلال النتائج في الجانب التجريبي والتطبيقي.

(2-1) مشكلة الرسالة (Thesis Problem)

تتلخص مشكلة الرسالة في جانبين النظري والتطبيقي، في الجانب النظري تم تسليط الضوء على المنهجيتين (Transformed-Transformer Method) و (The odd generalized exponential family) ل بناء التوزيع الاحتمالي جديد فضلاً عن مشكلة تمثيل البيانات الحقيقية المتمثلة بأوقات الاشتغال لحين الفشل .

وفي الجانب التطبيقي فإن أغلب الأجهزة عرضة للتوقف (حالات الفشل\العطل) نتيجة العطلات المفاجئة وخاصة في المحولات الكهربائية لذلك نحتاج الى توزيعات تكون اكثر انسجاماً لحل تلك المشاكل.

(3-1) اهداف الرسالة (Thesis objectives)

تهدف الرسالة إلى:

1- اقتراح التوزيعين الاحتماليين من خلال منهجيتي تركيب هما (Transformed-Transformer Method) و (The odd generalized exponential family) لمعرفة ايهما اكثر ملاءمة في تمثيل البيانات الحقيقية.

2- اشتقاق الخصائص الرياضية العامة للتوزيعين الاحتماليين و تقدير معلماتهما و الدالة المعولية لهما بالطرائق وهي Maximum Likelihood Method The Weighted least Squares Method و Cramér-von-Mises Estimator للحصول على أفضل تمثيل للبيانات الحقيقية المتمثلة بأوقات الاشتغال لحين الفشل من خلال أقل تقدير لمؤشر متوسط مربعات الخطأ (MSE).

(4-1) الاستعراض المرجعي (Literature review) :

(1-4-1) البحوث السابقة الخاصة باستعمال Transformed-Transformer Method و يرمز له

بـ (T-X Family) :

تم تطوير الأساليب الإحصائية للتوزيعات الاحتمالية للوصول الى توزيعات احتمالية مركبة جديدة دراسة خصائصها وكذلك طرائق تقدير المعلمات والدالة المعولية وفي مايلي بعض البحوث والدراسات الخاصة بالتوزيعات المركبة باستعمال (T-X Family) (Transformed-Transformer Family) :

- **في عام (2013) قدم الباحث (Alzaatreh وآخرون)**^[19] المحول –المتحول (T-X Family) لتطوير العائلة الاحتمالية للتوزيعات المستمرة مثل (Gamma-X Family, beta-exponential-X Family, and Weibull-X Family) ويكون الناتج توزيعات مستمرة جديدة تم تطبيقها على بيانات حقيقية لأثبت إمكانية مقارنته بالتوزيعات الأساسية .
- **في عام (2014) قدم الباحث (Al-Zaatreh وآخرون)**^[18] نموذج احتمالي جديد (gamma-normal) باستعمال منهجية (T-X Family) ، واشتقت خصائصه الأساسية كما اعتمدوا طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالمته وتم تطبيقه على بيانات حقيقية للأرصاد الجوية واثبت إمكانية أفضل من التوزيعات الأساسية.
- **في عام (2015) قدم الباحث (Alizadeh وآخرون)**^[11] انموذج احتمالي جديد (The beta Marshall-Olkin) باستعمال منهجية (T-X Family) ، وتم دراسة خصائصه الأساسية كما اعتمدوا طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالمته الأربعة وتطبيقه على بيانات حقيقية .
- **في عام (2017) قدم الباحث (Saboore وآخرون)**^[49] انموذج احتمالي جديد (Beta Nadarajah-Haghighi distribution) باستعمال منهجية (T-X Family) ، وتم دراسة خصائصه الأساسية كما اعتمدوا طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالمته واثبت تجريبياً ان لديه اداء فائق مقارنة بالتوزيعات الأساسية للانوذج.
- **وفي العام نفسه أضاف الباحث (Alizadeh وآخرون)**^[12] الى العائلة (Odd Log-Logistic G family) نموذجاً جديداً باستعمال منهجية (T-X Family) للتوزيع Topp-Leone كتوزيع أساس وتوليد عائلة جديدة تعرف odd log-logistic Topp-Leone-G وقدرت معالمات احد أعضاء هذه العائلة وهي Odd log-logistic Topp-Leone Weibull بطريقة الإمكان الأعظم و تطبيقه على بيانات حقيقية فأظهر النتائج بصورة أفضل من التوزيعات الأساسية .
- **في عام (2017) قام الباحثان (Jayakumar,K.Moolath)**^[35] توليد عائلة جديدة تعرف Exponential-transmuted و باستعمال منهجية (T-X Family) لبناء توزيع جديد

Exponential-transmuted exponential و إيجاد خصائصه الأساسية وتقدير معلماته الثلاثة بطريقة الإمكان الأعظم وتم تطبيقه على بيانات حقيقية وبين مرونته في اظهار النتائج .

- في عام (2019) قدم الباحث (Eraikhuemen وآخرون)^[26] انموذج احتمالي جديد باستعمال منهجية (T-X Family) وهو (Gumbel-Dagum) ، واشتقت خصائصه الأساسية كما اعتمدوا طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلماته و تطبيقه على بيانات حقيقية وأثبت أنه أكثر مرونة في تطبيقه على البيانات من التوزيعات الاساسية للانموذج.
- وفي العام نفسه أضاف الباحثان (Jamal and Nasir)^[34] الى العائلة (Jamal Weibull-X family) نموذجاً جديداً باستعمال منهجية (T-X Family) للتوزيع (Lomax) كتوزيع أساس نموذج جديد يعرف (Jamal Weibull-Lomax) قدرت معلماته بطريقة الإمكان الأعظم و تطبيقه على بيانات حقيقية فأظهر النتائج بصورة أفضل من التوزيعات الاساسية.
- في عام (2020) قام الباحث (Huo وآخرون)^[31] بإضافة توزيع جديد الى (T-X Family) وهو نموذج (Exponential-Weibull) حيث تمت دراسة خصائصه الإحصائية وتقدير دالة المخاطرة (hazard function) وتقدير معلماته بأستعمال طريقه الإمكان الأعظم وتم اجراء دراسة المحاكاة (Monte Carlo) لإيجاد أفضل مقدر مع التطبيق على بيانات حقيقية في التطبيقات الهندسية وتبين أنه أفضل نموذج ملائم بالنسبة للتوزيعات الاساسية .
- في عام (2020) قام الباحثان (Chesneau and Jamal)^[24] بتوليد عائلة جديدة باستعمال منهجية (T-X Family) تعرف (New Weibull-X Family) من التوزيع (Weibull) كتوزيع أساس وقدر معلمات النموذج (Weibull Burr III) بطريقة الإمكان الأعظم وتقدير دالة البقاء ودالة المخاطرة و تطبيقه على بيانات حقيقية للحصول على أفضل النتائج مقارنة بالتوزيعات الاساسية .
- في العام نفسه قدم الباحث (Ekum وآخرون)^[25] توليد عائلة جديدة تعرف (T-Dagum{Y} Family) وباستعمال منهجية (T-R{Y} family) المبنية على أساس منهجية (T-X Family) حيث تم بناء توزيع جديد (the exponentiated-exponentialDagum Lomax) واشتقاق خصائصه الأساسية وتقدير معلماته الست بطريقة الإمكان الأعظم وتطبيقه على بيانات حقيقية وتبين أنه يعمل بشكل أفضل من النماذج المختارة الأخرى المستعمله في الدراسة .
- في عام (2021) قدم الباحث (Jeena Joseph and Jose)^[36] انموذج احتمالي جديد هو (Gumbel Pareto) باستعمال منهجية (T-X Family) وتم تقدير معلماته باستخدام طريقة الإمكان الأعظم وطبق على بيانات حقيقية (كوفيد-COVED) واثبت مرونته في استعماله بالنسبة لباقي التوزيعات.

- في عام 2022 قدم الباحث (Rann وآخرون)^[47] عائلة جديدة تعرف (Pareto-X Family) وباستعمال منهجية (T-XFamily) تم بناء توزيع جديد وهو (Pareto-Weibull) وايجاد خصائصه الأساسية وتقدير معلماته الأربعة بطريقة الإمكان الأعظم و تطبيقه على بيانات حقيقية لمرضى سرطان المثانة وتبين انه يعمل بشكل أفضل من النماذج المختارة الأخرى المستعملة في الدراسة .

(2-4-1) البحوث السابقة الخاصة باستعمال (The odd generalized exponential)

family) ويرمز له (”OGE“ Family) :

- في عام (2015) قدم الباحث (Tahir وآخرون)^[51] في اقتراح عائلة جديدة تسمى The odd generalized exponential family للتوزيعات المستمرة والتي تتميز بدالة مخاطرة متزايدة، متناقصة، شكل الحوض وناقش ثلاثة نماذج بهذه الطريقة مثل The OGE-Weibull distribution ، (The OGE-Fréchet distribution) و (The OGE-Normal distribution) وتقدير معلماتهم بطريقة الإمكان الأعظم.
- في عام (2016) قام الباحثان (Luguterah and Nasiru)^[39] بتعميم للتوزيع الأسّي الخطي العام يسمى (the odd generalized exponential distribution) وإيجاد خصائصه والعزوم والإحصاءات المرتبة وتطبيقه على بيانات حقيقية لتقييم أفضليته.
- في عام (2018) قام الباحثان (Badamasi and Singh)^[21] بتوليد نموذج جديد يعرف Odd Generalized Exponential-Exponential distribution وإيجاد خصائصه و دالة البقاء ودالة المخاطر والدالة المولدة للعزوم و تقدير معلماته بطريقة الإمكان الأعظم و تطبيقه على بيانات حقيقية لحصول على أفضل نتائج مقارنة بالتوزيعات الأخرى .
- وفي العام نفسه قام الباحثان (Salwa Mahmoud Assar)^[20] ببناء نموذج جديد من ضمن العائله (OGE) يعرف (On Odds Generalized Exponential-Power Lomax Distribution) وتم إيجاد خصائصه والعزوم والإحصاءات المرتبة وتطبيقه على بيانات حقيقية لتقييم أهمية مقارنة بالتوزيعات المعروفة.
- وفي العام نفسه قدم الباحث (Muhammad)^[42] عائلة جديدة تسمى (Poisson-odd generalized exponential distribution) وناقش حالة خاصة لهذه العائلة وهي (the Poisson odd generalized exponential-half logistic) و (the Poisson odd generalized exponential-

uniform distributions - وقد ر معلماته بطريقة الإمكان الأعظم وتقييم طريقة التقدير من خلال المحاكاة وتطبيقه على بيانات حقيقية وأثبت مرونته في استعماله في البيانات الحقيقية أكثر من التوزيعات الأساسية .

- في عام (2019) قدم الباحثان (Al-kadim and Muhammad)^[43] نموذج احتمالي جديد Odd Generalized Exponential Weibull Exponential Distribution تم دراسة خصائصه الأساسية كما استعمل طريقة الإمكان الأعظم لتقدير المعلمة وتوضيح فائدته بتطبيقه على بيانات حقيقية وبين ملائمته في تمثيله لتلك البيانات.
- وفي العام نفسه قام الباحث (Jamilu Yunusa Falgore)^[27] ببناء انموذج جديد من ضمن العائلة OGE يعرف Odd Generalized Exponential-Inverse Lomax Distribution وإيجاد خصائصه والعزوم والاحصاءات المرتبة وتطبيقها على على البيانات الحقيقية .
- في عام (2020) قام الباحث (Mustafa وآخرون)^[45] بتوليد انموذج جديد يمتلك أربعة معالم يسمى the odd generalized exponential flexible Weibull extension distribution ذات دالة مخاطرة شكل الحوض وإيجاد خصائصه الإحصائية مثل العزوم والمنوال وتقديره بطريقة الإمكان الأعظم وتطبيقه على بيانات حقيقية إذ ظهر التوزيع تناسباً أفضل لها.
- في عام (2021) قام الباحث (Khan وآخرون)^[37] باستعمال Lehmann alternative-II في العائلة الأسية المعممة odd generalized exponential family للحصول على توزيع محول inverse distribution وإيجاد خصائصه وتطبيق الإحصائيات المرتبة وتقدير معلمته باستعمال طريقة الإمكان الأعظم من خلال آلية خاصة طبقت على هذه الطريقة لبناء توزيع يسمى odd generalized exponential 2-Fréche وتم تطبيقه على بيانات حقيقية للمفاضلة بين دوال المخاطرة للتوزيعات الأخرى.
- وفي العام نفسه قدم الباحث (ELBATAL وآخرون)^[23] انموذج احتمالي جديد (alpha power odd generalized exponential family of distributions) بإيجاد خصائصه والعزوم ومتوسط الانحرافات و(Bonferroni and Lorenz curves) وتطبيقه على مجموعات من البيانات الحقيقية لبيان أهمية ومرونة النموذج أعلاه.

(3-4-1) البحوث السابقة الخاصة بتوزيع (Inverted Topp_ leone):

1. في عام (2020) قدم الباحث (Hassan وآخرون)^[30] نموذج احتمالي جديد (Inverted Topp_ leone) باستعمال التحويل للتوزيع (Topp_ leone) ، واشتقت خصائصه الأساسية كما استعمل طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلماته وتطبيقه على بيانات حقيقية وأثبت امكانيته في استخدامه للأبحاث الاحصائية الأخرى.

2. وفي العام نفسه قدم الباحث (Ashour وآخرون)^[33] نموذج احتمالي جديد Inverted Topp_ Leone Exponentiated وتم دراسة خصائصه الأساسية كما استعمل طريقة الإمكان الأعظم وبيز لتقدير المعلمة وحساب دالتي المعولية والمخاطرة و تطبيقه على بيانات حقيقية ومقارنته مع توزيعات أخرى وأثبت أنه أكفاً باستخدامه في هذه البيانات .

3. في عام (2021) قدم الباحث (Abushal1 وآخرون)^[7] نموذج احتمالي جديد Inverted Topp_ Leone power بفرض أن $x = y^{1/\theta}$ وأن y يتبع توزيع (ITL) ، وتم دراسة خصائصه الأساسية كما استعمل طريقة الإمكان الأعظم وبيز لتقدير معلمتي التوزيع وحساب دالتي المعولية المخاطرة و تطبيقه على بيانات حقيقية تبين أنه أفضل نموذج وفق معايير مقارنة النماذج الأخرى التنافسية .

4. في عام (2021) اضاف الباحث (Metwally وآخرون)^[41] الى العائلة (NE-X family) نموذج احتمالي جديد New Exponential Inverted Topp-Leone ، وتم دراسة خصائصه الأساسية كما استعمل طريقة الإمكان الأعظم وبيز وطرائق أخرى لتقدير معلمتي التوزيع وحساب دالتي البقاء و المخاطرة وبعد أن تم تطبيقه على البيانات تبين أنه أفضل بالمقارنة من التوزيعات الأخرى وفق معايير المقارنة .

5. وفي العام نفسه قام الباحثان (Essam Abd Elsalam Hiba Zeyada Muhammedet and Muhammed)^[44] باجراء مقارنة بين طرائق التقدير للنموذج الاحتمالي (Inverted Topp_ leone) باستعمال الطريقة الكلاسيكية وهي الإمكان الأعظم وتقدير بيز لمعلمة التوزيع على بيانات كاملة.

ومما تم الاطلاع عليه من دراسات وأبحاث سابقة أنه لم يتناول أحد الباحثين موضوع استعمال منهجية (T-XFamily) و (The odd generalized exponential family) وتطبيقهم على هذا التوزيع (Inverted Topp-leone) و التوزيع الأسّي لبناء نموذج جديد (Inverted Topp-leone- Exponential) ، لدراسة السلوك العشوائي لعطل المحولات الكهربائية.

الفصل الثاني

الجانب النظري

(1-2) التمهيد (preamble)

في هذا الفصل سوف يتم التركيز بصورة أساسية على استعمال طريقتين للتركيب وهي منهجية محول المتحول (Transformed-Transformer Method) ويرمز لها (T-X family) وثانياً العائلة الأسية العامة المفردة (The odd generalized exponential family) ويرمز لها (OGE) لإيجاد التوزيع الاحتمالي المركب (Inverted Topp- Leone - Exponential). حيث يتضمن هذا الفصل التوزيعات المركبة (Compound distribution)، عائلة-توب-ليون (Topp-Leone Family)، مفهوم توزيع توب-ليون المعكوس (Inverted Topp_ Leone Distribution) والتوزيع الاسي (Exponential Distribution) وأيضا يتناول مفهوم دالة المعولية (Reliability function) ودالة المخاطرة (Hazard Function)، وأخيرا يتم التطرق الى طريقتين لتركيب التوزيعين أعلاه وكيفية بناء انموذج الجديد (Inverted Topp_ Leone _ Exponential Distribution) ويرمز له بـ (I.T.L.E.D) و توزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسى العام (Inverted-Topp_Leone_odd generalized Distribution Exponential) ويرمز له بـ (I.T.L.OGE.D) والتعرف على جميع خصائصهم وتقدير معالمهم باستعمال طرائق التقدير مثل طريقة الإمكان الأعظم " Maximum Likelihood Method " ويرمز لها اختصارا " MLM " و طريقة المربعات الصغرى الموزونة Weighted Least Squares Method " ويرمز لها اختصارا " WLS " وطريقة Cramér-von-Mises-Method of Estimation التي يرمز لها (CVME) وأخيرا يتم تقدير الدالة المعولية للتوزيع .

(2-2) التوزيعات المركبة (Compound distributions) [37][4]

هي التوزيعات التي تنتج من تركيب توزيعين أو أكثر لغرض تسهيل عملية تحليل البيانات بشكل افضل مما تكون التوزيعات مفردة ويمكن تطبيق عملية التركيب على التوزيعات الاحتمالية المتقطعة والمستمره ويمكن تركيبهما مع بعض وفقاً لشروط معينة. هناك عدة أساليب لعملية التركيب ولكن سوف نقتصر على عمليتي التركيب وهي (منهجية المحول المتحول) (TransformedTransformerMethod) ويرمز لها بـ ((T-X Family)) و(العائلة الأسية العامة المفردة (The odd generalized exponential family) ويرمز لها بـ(OGE)).

(3-2) عائلة توب-ليون (Topp-Leone Family) [13][48][46][54][30]

توزيع (Topp_ Leone) هو توزيع بسيط على شكل حرف (J) إذ أنه بديل لتوزيع بيتا (Beta distribution)، وأن دالة التوزيع (pdf) و (cdf) قدمها (Nadarajah and Kotz) in (2003) وهي :

$$f_{TL}(x) = 2\theta x^{\theta-1}(1-x)(2-x)^{\theta-1}; \quad 0 \leq x \leq 1, \theta > 0 \quad (1-2)$$

وباستعمال دالة التوزيع أعلاه اقترح (الشمري و عارف وآخرون في 2016) تكوين عائلة توب-ليون (Topp-Leone Family) وفق الصيغة الآتية :

$$f(x) = 2\theta(G(x))^{\theta-1}(1-(G(x)))(2-(G(x)))^{\theta-1}; \quad \theta > 0 \quad (2-2)$$

$$F(x) = G(x)^{\theta}(2-G(x))^{\theta} = \{1-(\bar{G}(x))^2\}^{\theta}; \quad \theta > 0$$

حيث أن: $G(x)$ تمثل الدالة التجميعية للتوزيع المراد تكوينه ضمن العائلة .

$$\bar{G}(x) = 1 - G(x) \quad \text{وان :}$$

الجدول (1-2) بعض الأعضاء الجدد في العائلة (Topp-Leone Family) من التوزيعات :

اسم العضو للعائلة	الفترة للتوزيع والمعلمات	دالة التجميعية للتوزيع الجديد بأستعمال العائلة	التسلسل
Topp-Leone-Exponential distribution (Al-Shammari et.al 2016) ^[17]	$x, \alpha, \lambda > 0$	$F(x) = (1 - e^{-2\lambda x})^{\alpha}$	1
Fréchet-Topp Leone-G family (Reyad, Korkmaz et.al 2019) ^[48]	$x \in R$ $\alpha, \beta, \lambda, \theta > 0$	$F(x; \alpha, \beta, \lambda, \theta) = \exp\left\{-\beta^{\alpha}\left(\frac{1-[1-(G(x;\theta)^2]^{\lambda}}{[1-(G(x;\theta)^2]^{\lambda}}\right)^{\lambda}\right\}$	2
The Topp-Leone Lomax Distribution (Oguntunde, et.al, 2019) ^[46]	$x, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 > 0$	$F(x, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \left[1 - \left(1 + \frac{z}{\alpha_3}\right)^{-2\alpha_2}\right]^{\alpha_1}$	3
The Topp-Weibull Distribution (Tuoyo, et.al 2021) ^[52]	$x, \alpha, \lambda, \theta > 0$	$F(x) = (1 - e^{-2\theta x^{\alpha}})^{\lambda}$	4

[30] (Inverted Topp_ Leone Distribution) (1-3-2)

يعد توزيع توب-ليون (المعكوس) من ضمن التوزيعات المحولة التي تستعمل في العديد من المجالات و التطبيقات بما في ذلك (العلوم البيولوجية ، مشاكل اختبار الحياة ، أخذ عينات المسح إلخ. ولإيجاد توزيع (Inverted Topp_ Leone Distribution) لنفرض أن Z

متغير عشوائي يتبع توزيع (TL) (Distribution Topp_ Leone) :

$$f_{TL}(z) = 2\theta z^{\theta-1}(1-z)(2-z)^{\theta-1} ; 0 \leq z \leq 1, \theta > 0$$

$$F_{TL}(z) = z^{\theta}(2-z)^{\theta} ; 0 \leq z \leq 1, \theta > 0$$

وباعتبار $T = \frac{1}{Z}$ وتم التوصل الى دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f)

أي أن :

$$T \sim ITP(\theta)$$

$$f(t) = 2\theta t(1+t)^{-1-2\theta}(1+2t)^{-1+\theta} \quad t \geq 0, \theta > 0 \quad (3-2)$$

حيث أن :

T: يمثل متغير عشوائي

θ : يمثل معلمة الشكل للتوزيع

دالة التوزيع التراكمي (CDF) تكتب بالشكل الآتي :

$$F(t) = 1 - \frac{(1+2t)^{\theta}}{(1+t)^{2\theta}} \quad t \geq 0, \theta \geq 0 \quad (4-2)$$

(4-2) التوزيع الاسي (Exponential Distribution)

يعد التوزيع الأسّي من التوزيعات الإحصائية المستمرة ذات الأهمية الكبيرة في نظرية الاحتمالات ،و له تطبيقات إحصائية كثيرة وخاصة في مجالات صفوف الانتظار، النظرية المعولية و العمليات العشوائية... إلخ ، و السبب في هذه التسمية أنّ التوزيع يعتمد على معادلة رياضية أسية. وأن الصيغة الرياضية الخاصة به :

$$X \sim E(\lambda)$$

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} ; x \in (0, \infty), \lambda > 0 \quad (5-2)$$

حيث أن :

X : متغير عشوائي

λ : معلمة القياس للتوزيع

و إن دالة التوزيع التراكمي (CDF) هي :

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad (2-6)$$

(5-2) مفهوم الموثوقية (The Concept of Reliability) [51][1][15]

الموثوقية هي إمكانية قدرة جهاز ما أو منتج على إنجاز عمل معين يتم تقديمه بشكل صحيح لفترة زمنية محددة (عمر التصميم) بموجب الظروف (درجة الحرارة ، الحمل ، الفولت ...) دون فشل ومن الناحية الإحصائية هو احتمال تشغيل الجهاز او المنتج خلال فترة زمنية معينة لحين وصول الجهاز الى العطل . حيث تلعب الموثوقية دورا مهما في قطاع الخدمات .

(1-5-2) دالة الموثوقية (Reliability function) [10][16]

تعريف الدالة الموثوقية على أنها احتمال عدم فشل ماكنة الى وقت t حيث $t > 0$. وأن المعنى الواسع لدالة الموثوقية هو مقياس لأداء عمل الماكنة. ويرمز لها بالرمز $R(t)$.
نفرض T متغير عشوائي وله توزيع احتمالي $F(t)$ ويشير الى وقت الفشل ، ويمكن لدالة الموثوقية التعبير عنها رياضيا :

$$R(t) = P (T > t) \quad (7-2)$$

وان الدالة التجميعية :

$$R(t) = 1 - F (t) \quad (8-2)$$

(2-5-2) الدالة المخاطرة (Hazard Function)

تعرف دالة المخاطرة بأنها المعدل الفوري (Instantaneous Rate) لحدوث الفشل عندما $T=t$ و يرمز لها بالرمز $h(t)$ وأن الصيغة الرياضية تكون :

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (9-2)$$

(6-2) منهجيات لبناء التوزيع الجديد (Approaches to building a new)**(distribution)**

سوف نتطرق الى منهجيتين لبناء توزيع جديد: أولاً منهجية المحول المتحول (Transformed Transformer Method) ويرمز لها (T-X Family) لبناء توزيع جديد يسمى (توب-ليون-المعكوس-الاسي) (Inverted Topp_ Leone _Exponential Distribution) ويرمز له بـ (I.T.L.E.D) وثانياً منهجية أخرى تسمى (العائلة الأسية المعممة الفردية) (The odd generalized exponential family) أيضاً لبناء توزيع جديد يسمى (توب-ليون-المعكوس-الأسّي) (InvertedTopp_ Leone Exponential) ويرمز له بـ (I.T.L. OGE D).

(1-6-2) منهجية المحول المتحول (TransformedTransformerMethod) ويرمز لها بـ)**(T-X Family)**

تعد منهجية المحول المتحول (TransformedTransformerMethod) ويرمز لها (T-X Family) المستعمله على كافة التوزيعات دون قيود او شروط وتعتمد بالدرجة الأساسية على دالة المخاطرة (معدل الفشل) لتوليد العائلات التوزيعات .

لنفرض أنّ (X) يمثل المتغير العشوائي ويسمى المحول (Transformer) والذي يحول المتغير عشوائي آخر هو (T) والذي يسمى المتحول (Transformed) فيولد دالة كثافة احتمالية جديدة (p.d.f) وبذلك تسمى منهجية (T-X Family) حيث توفر هذه المنهجية بناء التوزيعات باستعمال دالة الوزن (Weight function) W(F(x)).

وللحصول على دالة التوزيع التراكمية الجديدة لنفترض أنّ (X) متغير عشوائي له دالة كثافة احتمالية f(x) ودالة التوزيع التراكمي F(x)، وأنّ المتغير العشوائي (T) له دالة كثافة احتمالية f(t) والفترة [a < t < b]، فإنّ الدالة التراكمية G(x) للعائلة الناتجة الجديدة تكون بالشكل الآتي :

$$G(x) = \int_0^{W(F(x))} Z(t)dt \quad (10-2)$$

ويمكن كتابة المعادلة أعلاه بالصيغة الآتية :

$$G(x)=Z[W(F(x))] \quad (11-2)$$

وإنّ دالة الكثافة الاحتمالية g(x) للعائلة الناتجة الجديدة يمكن ايجادها وفق الصيغة الآتية :

$$g(x) = Z\{W(F(X))\}\left\{\frac{\partial}{\partial x} W(F(X))\right\} \quad (12-2)$$

إذ أن :

$Z(t)$: دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للمتغير العشوائي (T)

$W(F(x))$: تمثل دالة المتغير العشوائي (X) والتي لها نفس خصائص دالة الوزن التي

تفي بالشروط الآتية :

$$1- W(F(X)) \in [a, b].$$

2- $W(F(X))$ قابلة للاشتقاق وغير متناقص بشكل رتيب

$$3- W(F(X)) \rightarrow a \text{ as } X \rightarrow -\infty \text{ and } ((x)) \rightarrow b \text{ as } X \rightarrow \infty.$$

وإن $W(F(x))$ تعطي عائلة جديدة من التوزيعات وتعتمد على مجال المتغير العشوائي (T) فإذا كان

المتغير العشوائي (T) محدودا بالفترة $a \geq 0$; أي أنه ضمن الفترة $[a, \infty)$ ، ستعرف $W(F(x))$ بالشكل

التالي :

في حالة $a > 0$ فان :

$$W(F(x)) = \{-\log(1 - F^\infty(x))\}$$

$$= \frac{F^\infty(x)}{1 - F^\infty(x)}$$

وبذلك تكون دالة التوزيع التجميعية $G(x)$ في المعادلة (10-2) و(11-2) بالشكل الآتي :

$$G(x) = \int_0^{-\log(1-F(x))} Z(t) dt$$

$$G(x) = Z[-\log(1 - F(x))] \quad (13-2)$$

وإن دالة الكثافة الاحتمالية $g(x)$ للعائلة الجديدة للمعادلة أعلاه تحسب بالشكل الآتي:

$$g(x) = \frac{d}{dx} G(x) = \frac{d}{dx} \{Z(-\log(1 - F(x)))\}$$

$$g(x) = \frac{f(x)}{1-f(x)} z(-\log(1 - F(x)))$$

$$g(x) = h(x)z(-\log(1 - F(x))) \quad (14-2)$$

إذ أن :

$h(x)$ تمثل دالة المخاطرة للمتغير العشوائي (X) .

وبذلك يمكن كتابة دالة الكثافة الاحتمالية بدلالة دالة المخاطرة في الصيغة (14-2) بالصيغة الآتية :

$$g(x) = h(x)z(H(x)) \quad (15-2)$$

إذ أن :

$H(x)$: تمثل دالة المخاطرة التراكمية للمتغير العشوائي (x) تمثل $(-\log(1-F(x)))$.

فإن دالة التوزيع التراكمي في الصيغة (13-2) تكتب بالشكل الآتي :

$$G(x)=Z(H(x)) \quad (16-2)$$

(InvertedTopp Leone Exponential Distribution (I.T.L.E.D))(7-2)

سيتم بناء توزيع احتمالي جديد بالاعتماد على المتغيرين العشوائيين (x) و (T) وباستعمال طريقة التركيب (Transformed-Transformer Method) حيث يمثل المتغير العشوائي (x) هو المحول يتبع التوزيع الأسّي بمعلمة القياس (λ) والذي يحول المتغير العشوائي (T) وهو المتحول الذي يتبع التوزيع توب ليون المعكوس (I.T.L) بمعلمة الشكل (Θ) . وبذلك فإن دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الجديد (p.d.f) بعد التعويض في صيغة رقم (12-2) فتكون بالشكل الآتي :

$$g(x) = h(x)z(H(x))$$

$$g(x) = h(x)z(-\log(1 - F(x)))$$

$$g(x) = \lambda[2\theta(-\log(1 - (1 - e^{-\lambda x})))]^{-2\theta-1}[1 - e^{-\lambda x}][1 + (-\log(1 - (1 - e^{-\lambda x})))]^{\theta-1} + 2(-\log(1 - (1 - e^{-\lambda x})))^{\theta-1}$$

إذ أن:

$$-\log(1 - (1 - e^{-\lambda x})) = -\log(1 - 1 + e^{-\lambda x})$$

$$-\log(e^{-\lambda x}) = \lambda x$$

نعوض في المعادلة فتكون :

$$g(x) = 2\theta\lambda^2 x(1 + \lambda x)^{-2\theta-1}(1 + 2\lambda x)^{\theta-1}; \quad 0 < x < \infty, \theta, \lambda < 0 \quad (17-2)$$

تمثل الصيغة رقم (17-2) الدالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للتوزيع (I.T.L.E) فتحقق الشروط الآتية :

$$1-g(x) \geq 0; \text{ for all } x$$

$$2-\int_0^{\infty} g(x) = 1$$

ولإثبات ذلك نتبع الخطوات الآتية :

$$\int_0^{\infty} 2\theta\lambda^2 x(1 + \lambda x)^{-2\theta-1}(1 + 2\lambda x)^{\theta-1} dx = 1$$

لتكن:

$$I = \int_0^{\infty} 2\theta\lambda^2 x(1 + \lambda x)^{-2\theta-1}(1 + 2\lambda x)^{\theta-1} dx$$

نفرض أن :

$$\lambda x = y \quad \longrightarrow \quad x = \frac{y}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad dx = \frac{dy}{\lambda}$$

نعوض بالدالة :

$$I = \int_0^{\infty} 2\theta \frac{y}{2} \left(1 + \frac{y}{2}\right)^{-2\theta-1} \left(1 + 2\frac{y}{2}\right)^{\theta-1} \frac{dy}{2}$$

إذن :

$$I = \int_0^{\infty} 2\theta y (1+y)^{-2\theta-1} (1+2y)^{\theta-1} dy$$

$$\frac{I}{2\theta} = \int_0^{\infty} y (1+y)^{-2\theta-1} (1+2y)^{\theta-1} dy$$

و باستعمال التكامل بالتجزئة نفرض أن :

$$u = y(1+2y)^{\theta-1} \longrightarrow \dot{u} = (1+2y)^{\theta-1} + 2y(\theta-1)(1+2y)^{\theta-2}$$

$$\longrightarrow \dot{u} = (1+2y)^{\theta-2} (1+2y+2y(\theta-1))$$

$$\longrightarrow \dot{u} = (1+2y)^{\theta-2} (1+2\theta y)$$

$$\dot{v} = (1+y)^{-2\theta-1} \quad v = \frac{(1+y)^{-2\theta}}{-2\theta}$$

$$\frac{I}{2\theta} = u \cdot v - \int_0^{\infty} v \dot{u}$$

$$\frac{I}{2\theta} = y(1+2y)^{\theta-1} \frac{(1+y)^{-2\theta}}{-2\theta} - I_1$$

إذ أن :

$$I_1 = \int_0^{\infty} (1+2y)^{\theta-2} (1+2\theta y) \frac{(1+y)^{-2\theta}}{-2\theta} dy$$

نكمل الحل بالتجزئة أيضا فنفرض أن :

$$z = (1+2\theta y) \frac{(1+y)^{-2\theta}}{-2\theta}$$

$$\dot{z} = -(1+y)^{-2\theta} + (1+2\theta y)(1+y)^{-2\theta-1}$$

$$\dot{z} = -(1+y)^{-2\theta-1} (1+y-1-2\theta y)$$

$$\dot{z} = y(2\theta-1)(1+y)^{-2\theta-1}$$

$$\dot{w} = (1+2y)^{\theta-2} \quad w = \frac{(1+2y)^{\theta-1}}{2(\theta-1)}$$

إذن :

$$I_1 = z \cdot w - \int_0^{\infty} \dot{z} w dy$$

$$I_1 = (1+2\theta y) \frac{(1+y)^{-2\theta}}{-2\theta} \frac{(1+2y)^{\theta-1}}{2(\theta-1)} - \int_0^{\infty} y(2\theta-1)(1+y)^{-2\theta-1} \frac{(1+2y)^{\theta-1}}{2(\theta-1)} dy$$

$$I_1 = \frac{-1}{2\theta 2(\theta-1)} (1+2\theta y)(1+y)^{-2\theta} (1+2y)^{\theta-1} - \frac{(2\theta-1)}{2(\theta-1)} \int_0^{\infty} y(1+y)^{-2\theta-1} (1+2y)^{\theta-1} dy$$

$$I_1 = \frac{-1}{2\theta 2(\theta-1)} (1+2\theta y)(1+y)^{-2\theta} (1+2y)^{\theta-1} - \frac{(2\theta-1)}{2(\theta-1)} \frac{I}{2\theta}$$

$$\frac{I}{2\theta} = y(1+2y)^{\theta-1} \frac{(1+y)^{-2\theta}}{-2\theta} - I_1$$

$$\frac{I}{2\theta} = y(1+2y)^{\theta-1} \frac{(1+y)^{-2\theta}}{-2\theta} + \frac{1}{2\theta * 2(\theta-1)} (1+2\theta y)(1+y)^{-2\theta} (1+2y)^{\theta-1} + \frac{(2\theta-1)}{2(\theta-1)} \frac{I}{2\theta}$$

نضرب طرفي المعادلة ب (2θ):

$$I = -y(1+2y)^{\theta-1}(1+y)^{-2\theta} + \frac{1}{2(\theta-1)} (1+2\theta y)(1+y)^{-2\theta} (1+2y)^{\theta-1} + \frac{(2\theta-1)}{2(\theta-1)} I$$

$$I - \frac{(2\theta-1)}{2(\theta-1)} I = -y(1+2y)^{\theta-1}(1+y)^{-2\theta} + \frac{1}{2(\theta-1)} (1+2\theta y)(1+y)^{-2\theta} (1+2y)^{\theta-1}$$

$$\frac{(2\theta - 2 - 2\theta + 1)}{2(\theta - 1)} I = (1+2y)^{\theta-1}(1+y)^{-2\theta} \left(-y + \frac{(1+2\theta y)}{2(\theta-1)} \right)$$

$$\frac{-1}{2(\theta-1)} I = (1+2y)^{\theta-1}(1+y)^{-2\theta} \left(\frac{-2\theta y + 2y + 1 + 2\theta y}{2(\theta-1)} \right)$$

نضرب طرفي المعادلة ب (2(θ - 1)):

$$-I = (1+2y)^{\theta-1}(1+y)^{-2\theta} (2y+1)$$

$$-I = (1+2y)^{\theta} (1+y)^{-2\theta}$$

$$I = -(1+2y)^{\theta} (1+y)^{-2\theta}$$

$$I = -(1+2y)^{\theta-1}(1+y)^{-2\theta} (1+2y) \Big|_0^{\infty}$$

$$= -(1+2y)^{\theta} (1+y)^{-2\theta} \Big|_0^{\infty}$$

$$I = \lim_{y \rightarrow 0} (1+2y)^{\theta} (1+y)^{-2\theta} - \lim_{y \rightarrow \infty} (1+2y)^{\theta-1} (1+y)^{-2\theta} (1+2y)$$

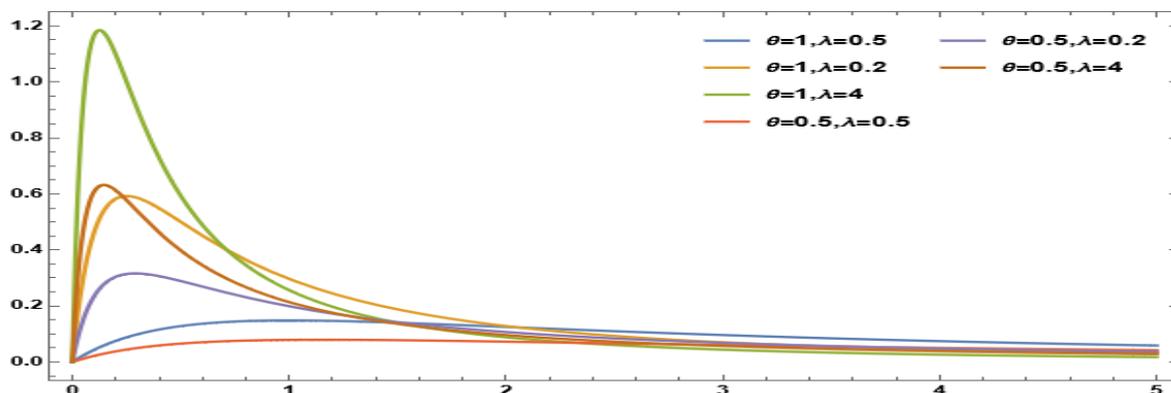
$$= \lim_{y \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1+y} \right)^{\theta} \left(\frac{1+2y}{1+y} \right)^{\theta} - \lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+y} \right)^{\theta} \left(\frac{1+2y}{1+y} \right)^{\theta}$$

$$= 1 - \left[\lim_{y \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1+y} \right)^{\theta} \cdot \lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2y}{1+y} \right)^{\theta} \right]$$

$$= 1 - (0 * 2^{\theta})$$

$$= 1 - 0$$

$$= 1$$



شكل (1-2) دالة الكثافة الاحتمالية pdf للتوزيع I.T.L.E ولقيم مختلفة مبينة أعلاه لمعلمة الشكل (θ) ومعلمة القياس (λ). من عمل الباحثه

اما الدالة التجميعية للتوزيع المركب (I.T.L.E) فيمكن ايجاده باتباع الخطوات الآتية :

$$G(x) = \int_0^x g(u)du \quad (18-2)$$

وبتعويض معادلة (17-2) في (18-2) فتصبح:

$$G(x) = \int_0^x 2\theta\lambda^2 u(1 + \lambda u)^{-2\theta-1}(1 + 2\lambda u)^{\theta-1} du = K$$

نفرض أنّ :

$$\lambda u = q \quad \longrightarrow \quad u = \frac{q}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad du = \frac{dq}{\lambda}$$

نعوض بالدالة :

$$K = \int_0^x 2\theta \frac{\cancel{\lambda}^2 q}{\cancel{\lambda}} \left(1 + \frac{\cancel{\lambda} q}{\cancel{\lambda}}\right)^{-2\theta-1} \left(1 + 2 \frac{\cancel{\lambda} q}{\cancel{\lambda}}\right)^{\theta-1} \frac{dq}{\cancel{\lambda}}$$

$$K = \int_0^x 2\theta q (1 + q)^{-2\theta-1} (1 + 2q)^{\theta-1} dq$$

$$\frac{K}{2\theta} = \int_0^\infty q (1 + q)^{-2\theta-1} (1 + 2q)^{\theta-1} dq$$

و بأستعمال التكامل بالتجزئة نفرض أنّ :

$$w = q(1 + 2q)^{\theta-1}$$

$$\longrightarrow \dot{w} = (1 + 2q)^{\theta-1} + 2q(\theta - 1)(1 + 2q)^{\theta-2}$$

$$\longrightarrow \dot{w} = (1 + 2q)^{\theta-2}(1 + 2q + 2q(\theta - 1))$$

$$\longrightarrow \dot{w} = (1 + 2q)^{\theta-2}(1 + 2\theta q)$$

$$\dot{m} = (1 + q)^{-2\theta-1} \quad m = \frac{(1 + q)^{-2\theta}}{-2\theta}$$

$$\frac{K}{2\theta} = w.m - \int_0^x m\dot{w}$$

$$\frac{K}{2\theta} = q(1+2q)^{\theta-1} \frac{(1+q)^{-2\theta}}{-2\theta} - K_1$$

$$K_1 = \int_0^x (1+2q)^{\theta-2} (1+2\theta q) \frac{(1+q)^{-2\theta}}{-2\theta} dq$$

وأيضاً نستمر بالتكامل بالتجزئة فننتوصل الى :

$$K = (1+q)^{-2\theta} (1+2q)^\theta \Big|_0^x$$

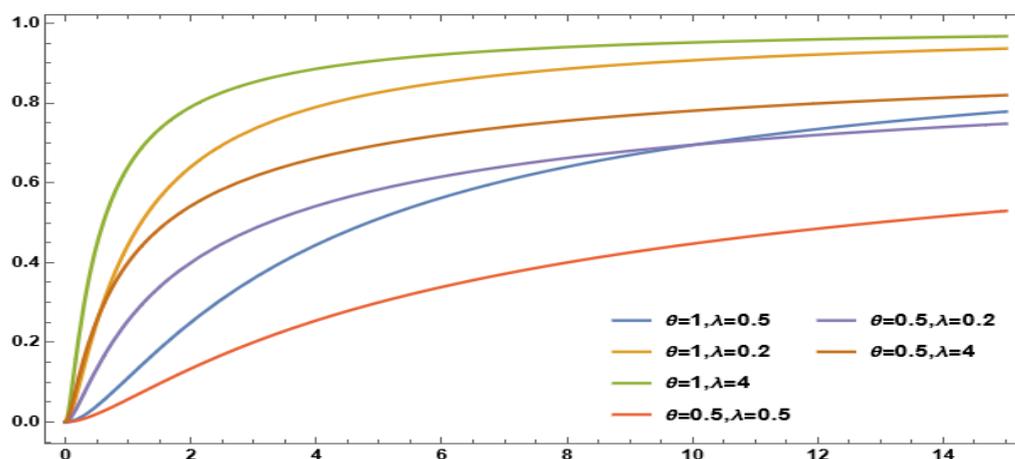
$$K = (1+\lambda u)^{-2\theta} (1+2\lambda u)^\theta \Big|_0^x$$

$$G(x) = 1 - (1+\lambda x)^{-2\theta} (1+2\lambda x)^\theta ; \quad 0 < x < \infty, \theta, \lambda < 0 \quad (19-2)$$

وكذلك بنفس النتيجة أعلاه يمكن أن نحصل عليها بأستعمال صيغة (10-2)

$$G(x) = Z(H(x))$$

$$G(x) = 1 - ((1+2(\lambda x))^\theta (1+(\lambda x))^{-2\theta})$$



شكل (2-2) دالة التوزيع التراكمية cdf للتوزيع I.T.L.E ولقيم مختلفة مبينة أعلاه لمعلمة الشكل (θ) ومعلمة القياس (λ). من عمل الباحثه

(8-2) خصائص التوزيع المركب (I.T.L.E) (Some properties of the)

(1-8-2) العزم اللامركزي الرائي (Non-central r^{th} moment)

يمكن إيجاد العزم حول نقطة الأصل حسب المعادلة الآتية :

$$M_r = E(X^r) = \int_0^\infty x^r g(x) dx = \int_0^\infty x^r 2\theta\lambda^2 x(1+\lambda x)^{-2\theta-1} (1+2\lambda x)^{\theta-1} dx$$

$$= \int_0^\infty x^{r+1} 2\theta\lambda^2 (1+\lambda x)^{-2\theta-1} (1+2\lambda x)^{\theta-1} dx$$

باستعمال مفكوك ثنائي الحدين : $(1 + y)^m = \sum_{j=0}^m \binom{m}{j} y^j$

نفرض أنّ :

$$(1 + 2\lambda x)^{\theta-1} = \sum_{j=0}^{\theta-1} \binom{\theta-1}{j} (2\lambda x)^j$$

$$(1 + \lambda x)^{-2\theta-1} = \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{-2\theta-1}{k} (\lambda x)^k$$

إذن العزم الرائي يكون :

$$\begin{aligned} E(X^r) &= \int_0^{\infty} 2\theta\lambda^2 x^{r+1} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{\theta-1}{j} \binom{-2\theta-1}{k} 2^j (\lambda)^{j+k} x^{j+k} dx \\ &= 2^{j+1}\theta(\lambda)^{2+j+k} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{\theta-1}{j} \binom{-2\theta-1}{k} \int_0^{\infty} x^{r+j+k+1} dx \\ &= 2^{j+1}\theta(\lambda)^{2+j+k} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{\theta-1}{j} \binom{-2\theta-1}{k} \frac{x^{r+j+k+2}}{r+j+k+2} \Big|_0^{\infty} \end{aligned}$$

نتيجة التكامل يتم حلها عددياً، وبذلك فإن الصيغة النهائية للعزم الرائي هي :

$$\hat{\mu}_r = E(X^r) = \frac{2^{j+1}\theta\lambda^{2+j+k}}{r+j+k+2} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{\theta-1}{j} \binom{-2\theta-1}{k} \int_0^{\infty} x^{r+j+k+2} dx \quad (20-2)$$

عندما $r=1$ نحصل على العزم الرائي الأول ويمثل الوسط الحسابي $E(X)$:

$$\hat{\mu}_1 = E(X) = \int_0^{\infty} x^1 g(X) dx = \frac{2^{j+1}\theta\lambda^{2+j+k}}{3+j+k} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{\theta-1}{j} \binom{-2\theta-1}{k} \int_0^{\infty} x^{3+j+k} dx \quad (21-2)$$

عندما $r=2$ نحصل على العزم الرائي الثاني ويمثل $E(X^2)$:

$$\hat{\mu}_2 = E(X^2) = \int_0^{\infty} x^2 g(x) dx = \frac{2^{j+1}\theta\lambda^{2+j+k}}{4+j+k} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{\theta-1}{j} \binom{-2\theta-1}{k} \int_0^{\infty} x^{4+j+k} dx \quad (22-2)$$

يمكن إيجاد التباين بأخذ العزم الأول والثاني حسب الصيغة الآتية :

$$var(X) = [E(X^2) - (E(X))^2]$$

عندما $r=3$ نحصل على العزم الرائي الثالث ويمثل $E(X^3)$:

$$\hat{\mu}_3 = E(X^3) = \int_0^{\infty} x^3 g(x) dx = \frac{2^{j+1}\theta\lambda^{2+j+k}}{5+j+k} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{\theta-1}{j} \binom{-2\theta-1}{k} \int_0^{\infty} x^{5+j+k} dx \quad (23-2)$$

حيث يمكن إيجاد معامل الالتواء (Coefficients of Skewness) حسب الصيغة

الآتية :

$$C.S = \frac{\hat{\mu}_3}{(\hat{\mu}_2)^{\frac{3}{2}}}$$

عندما $r=4$ نحصل على العزم الرائي الرابع ويمثل $E(X^4)$:

$$\hat{\mu}_4 = E(X^4) = \int_0^{\infty} x^4 g(x) dx = \frac{2^{j+1}\theta\lambda^{2+j+k}}{6+j+k} \sum_{j=0}^{\theta-1} \sum_{k=0}^{-2\theta-1} \binom{\theta-1}{j} \binom{-2\theta-1}{k} \int_0^{\infty} x^{6+j+k} dx \quad (24-2)$$

حيث يمكن إيجاد معامل التفلطح (Coefficients of Kurtosis) حسب الصيغة الآتية :

$$C.k = \frac{\hat{\mu}_4}{(\hat{\mu}_2)^2}$$

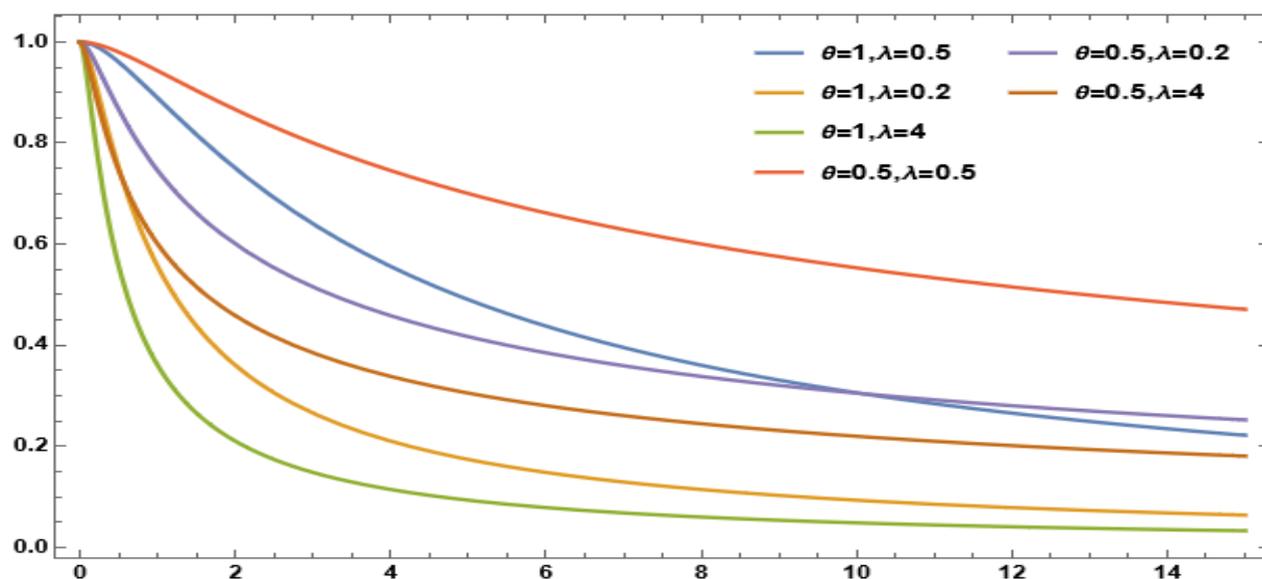
(2-8-2) الدالة المعولية للتوزيع المركب (I.T.L.E) Reliability function R(x)

لإيجاد الدالة المعولية للتوزيع تكون :

$$R(x) = 1 - G(x) \quad (25-2)$$

وبتعويض صيغة رقم (17-2) في صيغة رقم (25-2) تكون النتيجة :

$$R(x) = (1 + \lambda x)^{-2\theta} (1 + 2\lambda x)^{\theta} \quad (26-2)$$



شكل (3-2) الدالة المعولية $R(x)$ للتوزيع I.T.L.E ولقيم مختلفة مبيته أعلاه لمعلمة الشكل (θ) ومعلمة القياس (λ) . من عمل الباحث

(9-2) طرائق التقدير (Estimation Methods) [39][22][55]

بعد أن تم بناء انموذج مركب (I.T.L.E) بأستعمال طريقة (Transformed-Transformer

Method) بعد ذلك مرحلة تقدير معالم انموذج حيث تُقدر المعالم ببعض طرائق التقدير المتمثلة بطريقة

الإمكان الأعظم (MLE)، طريقة المربعات الصغرى الموزونة " WLS " و طريقة كرامر-قون للتقدير (CVME). ليتم الدالة المعولية للنموذج المركب .

Maximum likelihood Method (MLE) طريقة الإمكان الأعظم (1-9-2)

تعد طريقة الإمكان الأعظم من الطرائق الكلاسيكية واسعة الاستعمال لتقدير معالم أي دالة توزيع وتتمتع بخصائص مميزة مثل الاتساق (consistency) والاستقرار (inversion) وليست دائما خاصة عدم التحيز (unbiased) فيمكن تقدير معالم التوزيع بالطريقة الآتية :

لنفرض أنّ ($x_1, x_2, \dots, \dots, x_n$) عينة عشوائية بحجم n مأخوذة من التوزيع (I.T.L.E) فإنّ دالة الإمكان الأعظم يرمز لها بالرمز (L) فإن الدالة الاحتمالية المشتركة للعينة العشوائية تكون :

$$L(x_1, x_2, \dots, \dots, x_n, \lambda, \theta) = g(x_1, \lambda, \theta), g(x_2, \lambda, \theta) \dots \dots \dots g(x_n, \lambda, \theta)$$

$$L(x_i, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n g(x_i, \lambda, \theta)$$

وبتعويض دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع (I.T.L.E) في الصيغة أعلاه فتكون :

$$L(x_i, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n [2\theta\lambda^2 x_i (1 + \lambda x_i)^{-2\theta-1} (1 + 2\lambda x_i)^{\theta-1}]$$

$$= (2\theta\lambda^2)^n \prod_{i=1}^n x_i (1 + \lambda x_i)^{-2\theta-1} (1 + 2\lambda x_i)^{\theta-1}$$

ناخذ اللوغارتم لطرفي المعادلة أعلاه فتكون :

$$\log L(x_i, \lambda, \theta) = \log[(2\theta\lambda^2)^n \prod_{i=1}^n x_i (1 + \lambda x_i)^{-2\theta-1} (1 + 2\lambda x_i)^{\theta-1}]$$

$$\log L = n \log(2\theta\lambda^2) + \sum_{i=1}^n \log x_i + (-2\theta - 1) \sum_{i=1}^n \log(1 + \lambda x_i) + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \log(1 + 2\lambda x_i)$$

$$= n(\log(2) + \log(\theta) + \log(\lambda^2)) \sum_{i=1}^n \log x_i$$

$$- 2\theta \sum_{i=1}^n \log(1 + \lambda x_i) - \sum_{i=1}^n \log(1 + \lambda x_i)$$

$$+ \theta \sum_{i=1}^n (1 + 2\lambda x_i) - \sum_{i=1}^n (1 + 2\lambda x_i)$$

ثم يأخذ المشتقة الجزئية الأولى للمعادلة أعلاه للمعاملات (λ و θ) و نساويها للصفر فتصبح:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \theta} = \frac{n}{\theta} - 2 \sum_{i=1}^n \log(1 + \lambda x_i) + \sum_{i=1}^n \log(1 + 2\lambda x_i) = 0 \quad (27-2)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \lambda} = \frac{2n}{\lambda} - \frac{2\theta \sum_{i=1}^n x_i}{(1+\lambda x_i)} + \frac{2\theta \sum_{i=1}^n x_i}{(1+2\lambda x_i)} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{(1+\lambda x_i)} - \frac{2 \sum_{i=1}^n x_i}{(1+2\lambda x_i)} = 0 \quad (28-2)$$

إذن القيم التقديرية للمعلمات (λ و θ) على التوالي تكون :

$$\hat{\theta}_{ML} = \frac{n}{2 \sum_{i=1}^n \log(1 + \lambda x_i) - \sum_{i=1}^n \log(1 + 2\lambda x_i)}$$

$$\hat{\lambda}_{ML} = \frac{3 + \sqrt{16\theta + 9}}{4\theta \sum_{i=1}^n x_i}$$

يمكن الحصول على مقدر الإمكان الأعظم للدالة المعولية بتعويض المقدرات فتكون الصيغة كالآتي :

$$R(x) = (1 + \hat{\lambda}_{ML}x)^{-2\hat{\theta}_{ML}}(1 + 2\hat{\lambda}_{ML}x)^{\hat{\theta}_{ML}}$$

(2-9-2) طريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Squares Method)

(WLS)

تبنى المربعات الصغرى الموزونة على تقليل مجموع مربعات الخطأ اقل مايمكن، وتعرف صيغتها

بالشكل الآتي :

$$T_w = \sum_{i=1}^n w_i \left\{ G(x_i) - \frac{i}{n+1} \right\}^2 \quad (29-2)$$

حيث ان :

$G(x_i)$ تمثل دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المركب (I.T.L.E)

وان w_i يمثل الوزن وصيغته هي :

$$w_i = \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)}$$

وبالتعويض بالمعادلة (29-2) بدالة التوزيع التراكمي تصبح :

$$T_w = \sum_{i=1}^n w_i \left\{ (1 - (1 + \lambda x)^{-2\theta} (1 + 2\lambda x)^\theta) - \frac{i}{n+1} \right\}^2 \quad (30-2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (30-2) بالنسبة للمعلمة (θ) ومساواتها للصفر تم الحصول على المعادلة

التالية فتكتب بالشكل الآتي :

$$\sum_{i=1}^n w_i \left(-\frac{4i(1+2\lambda x)^{\hat{\theta}}(1+\lambda x)^{-2\hat{\theta}} \log(1+\lambda x)}{n+1} + \frac{2i(1+2\lambda x)^{\hat{\theta}}(1+\lambda x)^{-2\hat{\theta}} \log(1+2\lambda x)}{n+1} - \right. \\ \left. 4(1+2\lambda x)^{2\hat{\theta}}(1+\lambda x)^{-4\hat{\theta}} \log(1+\lambda x) + 2(1+2\lambda x)^{2\hat{\theta}}(1+\lambda x)^{-4\hat{\theta}} \log(1+2\lambda x) + 4(1+2\lambda x)^{\hat{\theta}}(1+\lambda x)^{-2\hat{\theta}} \log(1+\lambda x) - 2(1+2\lambda x)^{\hat{\theta}}(1+\lambda x)^{-2\hat{\theta}} \log(1+2\lambda x) \right) = 0 \quad (31-2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (30-2) بالنسبة للمعلمة (λ) ومساواتها للصفر تم الحصول على المعادلة التالية فتكتب بالشكل الآتي :

$$\sum_{i=1}^n w_i \left(-\frac{4\theta i x (1+2\hat{\lambda} x)^{\theta} (1+\hat{\lambda} x)^{-2\theta-1}}{n+1} + \frac{4\theta i x (1+2\hat{\lambda} x)^{\theta-1} (1+\hat{\lambda} x)^{-2\theta}}{n+1} - 4\theta x (1+2\hat{\lambda} x)^{2\theta} (1+\hat{\lambda} x)^{-4\theta-1} + \right. \\ \left. 4\theta x (1+2\hat{\lambda} x)^{\theta} (1+\hat{\lambda} x)^{-2\theta-1} + 4\theta x (1+2\hat{\lambda} x)^{2\theta-1} (1+\hat{\lambda} x)^{-4\theta} - 4\theta x (1+2\hat{\lambda} x)^{\theta-1} (1+\hat{\lambda} x)^{-2\theta} \right) = 0 \quad (32-2)$$

نلاحظ من المعادلات (31-2) و (32-2) تمثل منظومة معادلات لاخطية يصعب حلها الا باستعمال الطرائق العددية فقد استعمل في هذه الرسالة طريقة (Nelder-Mead) للحصول على المقدرات بطريقة المربعات الصغرى الموزونة ($\hat{\lambda}_{WLS}, \hat{\theta}_{WLS}$)، ويمكن الحصول على مقدر الدالة المعولية بالشكل الآتي :

$$R(x) = (1 + \hat{\lambda}_{WLS} x)^{-2\hat{\theta}_{WLS}} (1 + 2\hat{\lambda}_{WLS} x)^{\hat{\theta}_{WLS}}$$

3-9-2) طريقة كرامرفون (CVME) Cramér-von-Mises-Method

قدم (Donald) (1971) دليلاً تجريبياً على أنّ المقدر المتحيز أصغر من الحد الأدنى للمقدرات الأخرى وذلك من خلال استعمال طريقة (CVME) وبالاعتماد على المقدرات الموجودة في الدالة التجميعية (cdf)، ويمكن تقدير معالم التوزيع بالطريقة الآتية :

$$c(\theta, \lambda) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[G(x_i; \theta, \lambda) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (33-2)$$

وبتعويض معادلة رقم (17-2) في معادلة (33-2) يصبح:

$$c(\theta, \lambda) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[(1 - (1 + \lambda x_i)^{-2\theta} (1 + 2\lambda x_i)^{\theta}) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (34-2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة الأولى (34-2) بالنسبة للمعلمة (θ) ومساواتها للصفر تم الحصول على المعادلة التالية فتكتب بالشكل الآتي :

$$2 \sum_{i=1}^n \left[(1 - (1 + \lambda x_i)^{-2\hat{\theta}} (1 + 2\lambda x_i)^{\hat{\theta}}) - \frac{2i-1}{2n} \right] (1 + \lambda x_i)^{-2\hat{\theta}} (1 + 2\lambda x_i)^{\hat{\theta}} (2 \log(1 + \lambda x_i) - \log(1 + 2\lambda x_i)) = 0$$

وبعد التبسيط نحصل على:

$$(1 + \lambda x)^{-4\hat{\theta}}(1 + 2\lambda x)^{\hat{\theta}}(2\log(1 + \lambda x) - \log(1 + 2\lambda x))(2n(1 + \lambda x)^{2\hat{\theta}} - (1 + 2\lambda x)^{\hat{\theta}}) + (1 - 2i)(1 + \lambda x)^{2\hat{\theta}} = 0 \quad (35 - 2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (34-2) بالنسبة للمعلمة (λ) ومساواتها للصفر تم الحصول على أن المقدر للمعلمة (λ) و يساوي:

$$2 \sum_{i=1}^n \left[\left(1 - (1 + \hat{\lambda}x)^{-2\hat{\theta}}(1 + 2\hat{\lambda}x)^{\hat{\theta}} \right) - \frac{2i-1}{2n} \right] (-2\theta \hat{\lambda}x^2(1 + \hat{\lambda}x)^{-2\hat{\theta}-1}(1 + 2\hat{\lambda}x)^{\hat{\theta}-1}) = 0$$

وبعد التبسيط نحصل على:

$$(2\theta \hat{\lambda})^n \sum_{i=1}^n x^2(1 + \hat{\lambda}x)^{-4\hat{\theta}-1}(1 + 2\hat{\lambda}x)^{\hat{\theta}-1}(2n(1 + \hat{\lambda}x)^{2\hat{\theta}} - \sum_{i=1}^n (1 + 2\hat{\lambda}x)^{\hat{\theta}} + \sum_{i=1}^n (1 - 2i)(1 + \hat{\lambda}x)^{2\hat{\theta}}) = 0 \quad (36-2)$$

من المعادلات (35-2) و (36-2) تمثل منظومة معادلات لاخطية يصعب حلها الا باستعمال الطرائق العددية فقد استعمل في هذه الرسالة طريقة (Nelder-Mead) للحصول على المقدرات بطريقة (CVME) $(\hat{\lambda}_{CVM}, \hat{\theta}_{CVM})$. وبذلك يمكن تقدير المعولية بطريقة (CVME) فتكون :

$$R(x) = (1 + \hat{\lambda}_{CVM}x)^{-2\hat{\theta}_{CVM}}(1 + 2\hat{\lambda}_{CVM}x)^{\hat{\theta}_{CVM}}$$

The odd generalized exponential (2-6-2) العائلة الأسية المعممة الفردية

family ويرمز لها ب(OGE) [23][14][37]

تعتمد منهجية ((The odd generalized exponential family)) ويرمز لها ب(OGE) بالدرجة الأساس على دالة التوزيع التراكمي فتكتب صيغتها بالشكل الآتي :

$$F(x; \alpha, \lambda) = (1 - e^{-\lambda x})^\alpha$$

حيث أن : $x, \alpha, \lambda > 0$

ولنفرض أن (x) يمثل متغير عشوائي ذو دالة توزيع احتمالية pdf $g(x, \gamma)$ و γ تمثل معلمة التوزيع $(\gamma > 0)$ و أن دالة التوزيع التراكمي cdf $G(x, \gamma)$ وبذلك تكون الدالة المعولية لها هي :

$$\bar{G}(x, \gamma) = 1 - G(x, \gamma).$$

ولإيجاد دالة التوزيع التراكمي للتوزيع المقترح للعائلة تكون الصيغة :

$$F(x) = F(x; \alpha, \lambda, \gamma) = (1 - e^{-\lambda \frac{G(x, \gamma)}{\bar{G}(x, \gamma)}})^\alpha$$

أما دالة الكثافة الاحتمالية فتكون بالصيغة الآتية :

$$f(x) = f(x; \alpha, \lambda, \gamma) = \frac{\lambda \alpha g(x, \gamma)}{(\bar{G}(x, \gamma))^2} e^{-\lambda \left(\frac{G(x, \gamma)}{\bar{G}(x, \gamma)}\right)} \left(1 - e^{-\lambda \left(\frac{G(x, \gamma)}{\bar{G}(x, \gamma)}\right)}\right)^{\alpha-1}$$

$$x; \alpha, \lambda, \gamma > 0$$

حيث افترض الباحثون (Muhammad H Tahir et al. (2021)) عندما تكون $\alpha = 1$ فتصبح الصيغة الأساسية تشابه دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الأسّي أي أنّ :

$$F(x; \lambda) = 1 - e^{-\lambda x}$$

وبالتالي فإنّ الصيغتين أعلاه يمكن كتابتهما بالشكل الآتي :

$$F(x) = F(x; \lambda, \gamma) = 1 - e^{-\lambda \left(\frac{G(x, \gamma)}{\bar{G}(x, \gamma)}\right)} \quad (37-2)$$

و

$$f(x) = f(x; \lambda, \gamma) = \frac{\lambda \alpha g(x, \gamma)}{(\bar{G}(x, \gamma))^2} e^{-\lambda \left(\frac{G(x, \gamma)}{\bar{G}(x, \gamma)}\right)} \quad (38-2)$$

Inverted Topp_ Leone _ Exponential Distribution (I.T.L.E) (10-2)

سيتم بناء توزيع احتمالي جديد بالاعتماد على الصيغتين (35-2) و(36-2)، حيث يمثل التوزيع الأسّي هو توزيع الأساس ويتم تعويض دالة التوزيع التراكمي للتوزيع توب ليون المعكوس بدلالة ال (X) و الدالة المعولية وبذلك يمكن أن يسمى وفق هذه المنهجية بالتوزيع (توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام Inverted_Topp_Leone_Odd_Generalized Exponential Distribution) ويرمز له بـ (I.T.L.OGE) للتمييز عن المنهجية السابقة يضاف الى العائلة الأسية المعممة المفردة كما في الصيغة الآتية :

صيغة دالة التوزيع التراكمي cdf:

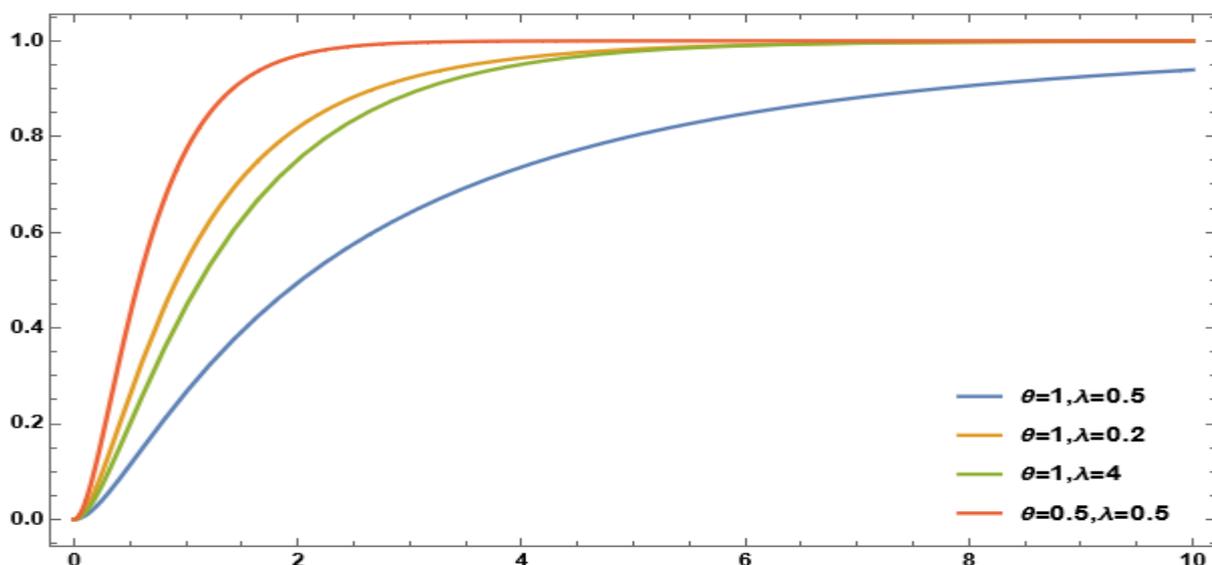
$$F(x) = F(x; \lambda, \theta) = 1 - e^{-\lambda \left(\frac{G(x, \theta)}{\bar{G}(x, \theta)}\right)}$$

وبالتعويض دالة التوزيع التراكمي للتوزيع (I.T.L) والدالة المعولية بالصيغة أعلاه تكون دالة التراكمية للتوزيع المقترح هي :

$$F(x) = F(x; \lambda, \theta) = 1 - e^{-\lambda \left(\frac{1 - (1+2x)^\theta (1+x)^{-2\theta}}{(1+2x)^\theta (1+x)^{-2\theta}}\right)} \quad (39-2)$$

وبصيغة أخرى :

$$F(x) = F(x; \lambda, \theta) = 1 - e^{-\lambda ((1+2x)^{-\theta} (1+x)^{2\theta} - 1)} \quad (40-2)$$



شكل (4-2) دالة التوزيع التراكمي cdf للتوزيع I.T.L.OGE ولقيم مختلفة كما مبينة أعلاه لمعلمة الشكل (θ) ومعلمة القياس (λ). من عمل الباحثه

أما صيغة دالة الكثافة الاحتمالية pdf هي :

$$f(x) = f(x; \lambda, \theta) = \frac{\lambda g(x, \theta)}{G(x, \theta)^2} e^{-\lambda \left(\frac{G(x, \theta)}{G(x, \theta)} \right)}$$

بالتعويض عن دالة الكثافة الاحتمالية ودالتي التراكمية والمعولية للتوزيع (I.T.L.OGE) في الصيغة

أعلاه لتكون دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح pdf هي :

$$f(x) = f(x; \lambda, \theta) = \frac{2\lambda\theta x(1+x)^{-1-2\theta}(1+2x)^{-1+\theta}}{((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^\theta)^2} e^{-\lambda \left(\frac{1 - ((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^\theta)}{(1+x)^{-2\theta}(1+2x)^\theta} \right)} \quad (41-2)$$

$$f(x) = f(x; \lambda, \theta) = 2\lambda\theta x(1+x)^{2\theta-1}(1+2x)^{-\theta-1} e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta-1})}; \quad 0 < x < \infty, \\ \theta, \lambda < 0 \quad (42-2)$$

ويمكن أثبات معادلة رقم (48-2) أنها دالة احتمالية بالخطوات الآتية :

$$f(x) = \int_0^\infty 2\lambda\theta x(1+x)^{2\theta-1}(1+2x)^{-\theta-1} e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta-1})} dx$$

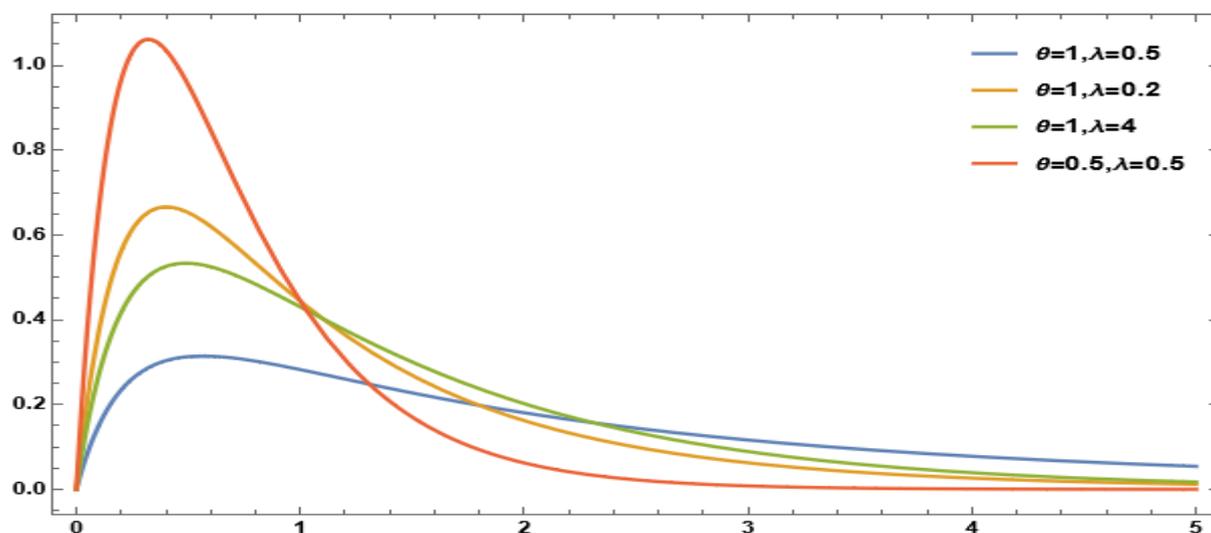
$$f(x) = e^\lambda \int_0^\infty 2\lambda\theta x(1+x)^{2\theta-1}(1+2x)^{-\theta-1} e^{-\lambda(1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}} dx$$

نلاحظ من المعادلة أعلاه بأن مشتقة الأس للدالة الأسية متوفرة فقط نحتاج الى إشارة سالبة ليكون

التكامل عبارة عن الدالة الأسية نفسها .

$$f(x) = e^\lambda \left(-e^{-\lambda(1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}} \Big|_0^\infty \right) \\ = e^\lambda [0 + e^{-\lambda}]$$

=1



شكل (5-2) دالة الكثافة الاحتمالية pdf للتوزيع I.T.L.OGE ولقيم مختلفة لمعلمة الشكل (θ) ومعلمة القياس (λ). من عمل الباحثه

(11-2) خصائص التوزيع المركب (Some properties of I.T.L.OGE)

(1-11-2) العزم اللامركزي الرائي (Non-central r^{th} moment)

يمكن إيجاد العزم حول نقطة الأصل حسب المعادلة التالية باستعمال معادلة رقم (2-42):

$$M_r = E(X^r) = \int_0^{\infty} x^r f(X) dx$$

$$= \int_0^{\infty} x^r \frac{2\lambda\theta x(1+x)^{-1-2\theta}(1+2x)^{-1+\theta}}{((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^\theta)^2} e^{-\lambda\left(\frac{1-((1+x)^{-2\theta}(1+2x)^\theta)}{(1+x)^{-2\theta}(1+2x)^\theta}\right)} dx$$

لغرض الحصول على مفكوك ثنائي الحدين نفرض أن ($\theta(h+1)$) تمثل معلمة التوزيع

(I.T.L.OGE) فيكون التوزيع بالشكل الآتي :

$$M_r = \int_0^{\infty} x^r \frac{2\lambda\theta x(1+x)^{-1-2\theta(h+1)}(1+2x)^{-1+\theta(h+1)}}{((1+x)^{-2\theta(h+1)}(1+2x)^{\theta(h+1)})^2} e^{-\lambda\left(\frac{1-((1+x)^{-2\theta(h+1)}(1+2x)^{\theta(h+1)})}{(1+x)^{-2\theta(h+1)}(1+2x)^{\theta(h+1)}}\right)} dx$$

نفرض أن :

$$V_{j,k,h} = \frac{\lambda^{j-1}}{(h+1)} \frac{(-1)^{j+k+h}}{j!} \binom{j+k+1}{k} \binom{j+k}{h}$$

إذن العزم الرائي يكون :

$$E(X^r) = 2\theta \sum_{j,k,h=0}^{\infty} \gamma_{j,k,h} (h+1)\beta(j+r+2, \theta(h+1) - r) \quad (43-2)$$

إذ أنّ :

$$\beta(j+r+2, \theta(h+1)) \quad \text{دالة بيتا}$$

وإنّ نتيجة التكامل يتم حلها عددياً:

عندما $r=1$ نحصل على العزم الرائي الأول ويمثل الوسط الحسابي $E(X)$:

$$\hat{\mu}_1 = E(X) = 2\theta \sum_{j,k,h=0}^{\infty} \gamma_{j,k,h} (h+1)\beta(j+r+2, \theta(h+1) - 1) \quad (44-2)$$

عندما $r=2$ نحصل على العزم الرائي الثاني ويمثل $E(X^2)$:

$$\hat{\mu}_2 = E(X^2) = 2\theta \sum_{j,k,h=0}^{\infty} \gamma_{j,k,h} (h+1)\beta(j+r+2, \theta(h+1) - 2) \quad (45-2)$$

يمكن إيجاد التباين بأخذ العزم الأول والثاني حسب الصيغة الآتية :

$$var(X) = [E(X^2) - (E(X))^2]$$

عندما $r=3$ نحصل على العزم الرائي الثالث ويمثل $E(X^3)$:

$$\hat{\mu}_3 = E(X^3) = 2\theta \sum_{j,k,h=0}^{\infty} \gamma_{j,k,h} (h+1)\beta(j+r+2, \theta(h+1) - 3) \quad (46-2)$$

حيث يمكن إيجاد معامل الألتواء (Coefficients of Skewness) حسب الصيغة الآتية :

$$C.S = \frac{\hat{\mu}_3}{(\hat{\mu}_2)^{\frac{3}{2}}}$$

عندما $r=4$ نحصل على العزم الرائي الرابع ويمثل $E(X^4)$:

$$\hat{\mu}_4 = E(X^4) = 2\theta \sum_{j,k,h=0}^{\infty} \gamma_{j,k,h} (h+1)\beta(j+r+2, \theta(h+1) - 4) \quad (47-2)$$

حيث يمكن إيجاد معامل التفلطح (Coefficients of Kurtosis) حسب الصيغة الآتية :

$$C.k = \frac{\hat{\mu}_4}{(\hat{\mu}_2)^2}$$

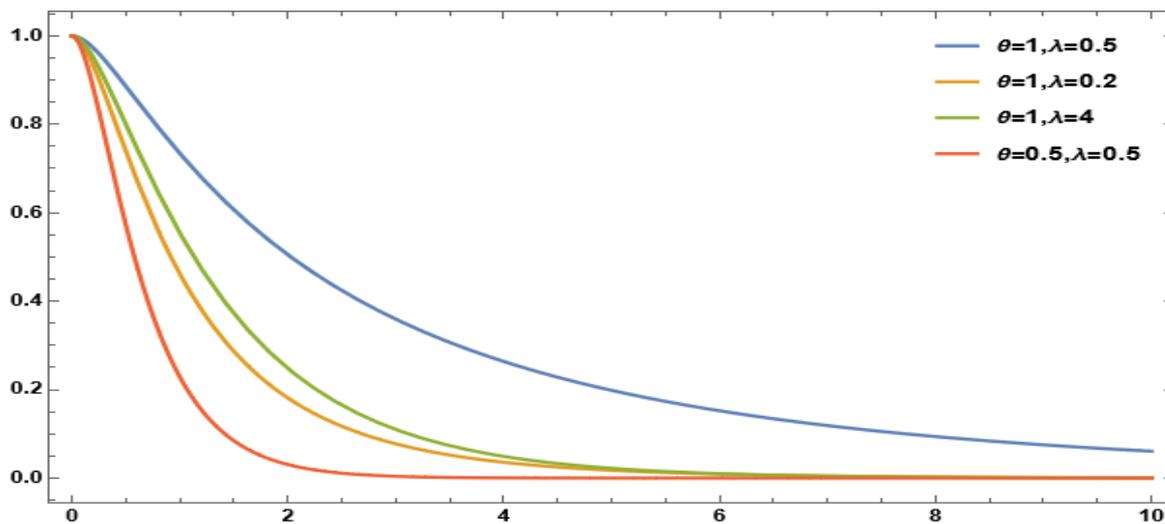
Reliability function (I.T.L.OGE) المركب (2-11-2) الدالة المعولية للتوزيع

R(x)

لإيجاد الدالة المعولية للتوزيع تكون :

$$R(x) = 1 - G(x) \quad (48-2)$$

$$R(x) = e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)} \quad (49-2)$$



شكل (6-2) الدالة المعولية $R(x)$ للتوزيع I.T.L.OGE ولقيم مختلفة لمعلمة الشكل (θ) ومعلمة القياس (λ) . من عمل الباحثه

(12-2) طرائق التقدير (Estimation Methods)

بعد أن تم بناء انموذج مركب توزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسى العام (I.T.L.OGE) InvertedTopp_leone_ odd generalized Exponential Distribution بأستعمال العائلة الأسية المعممة الفردية (The odd generalized exponential family) بعد ذلك تاتي مرحلة تقدير معالم انموذج حيث قدرت المعالم طرائق التقدير بنفس طرائق التقدير للتوزيع (I.T.L.E) المتمثلة بطريقة الإمكان الأعظم (MLE) ، طريقة المربعات الصغرى الموزونة " WLS " و طريقة كرامرفون للتقدير (CVME).و كذلك تقدير الدالة المعولية للنموذج المركب .

(1-12-2) طريقة الإمكان الأعظم (MLE) Maximum likelihood Method

يمكن تقدير معالم التوزيع بالطريقة الآتية :

لنفرض أن (x_1, x_2, \dots, x_n) عينة عشوائية بجم n مأخوذه من التوزيع (I.T.L.OGE) فإن دالة الإمكان الأعظم يرمز لها بالرمز (L) فإن الدالة الاحتمالية المشتركة للعينة العشوائية تكون :

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda, \theta) = f(x_1, \lambda, \theta), f(x_2, \lambda, \theta) \dots \dots f(x_n, \lambda, \theta)$$

$$L(x_i, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \lambda, \theta)$$

وبتعويض دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع (I.T.L.E) في الصيغة أعلاه فتكون :

$$L(x_i, \lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n \left[2\lambda\theta x_i (1+x_i)^{2\theta-1} (1+2x_i)^{-\theta-1} e^{-\lambda((1+2x_i)^{-\theta}(1+x_i)^{2\theta}-1)} \right]$$

$$L(x_i, \lambda, \theta) = (2\lambda\theta)^n \prod_{i=1}^n \left[x_i (1+x_i)^{2\theta-1} (1+2x_i)^{-\theta-1} e^{-\lambda((1+2x_i)^{-\theta}(1+x_i)^{2\theta}-1)} \right]$$

ناخذ اللوغارتم لطرفي المعادلة أعلاه فتكون :

$$\log L(x_i, \lambda, \theta) = \log \left\{ (2\lambda\theta)^n \prod_{i=1}^n \left[x_i (1+x_i)^{2\theta-1} (1+2x_i)^{-\theta-1} e^{-\lambda((1+2x_i)^{-\theta}(1+x_i)^{2\theta}-1)} \right] \right\}$$

$$\begin{aligned} \log L &= n \log(2\lambda\theta) + \sum_{i=1}^n \log x_i + (2\theta - 1) \sum_{i=1}^n \log(1+x_i) - (\theta + 1) \sum_{i=1}^n \log(1+2x_i) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \log(e^{-\lambda((1+2x_i)^{-\theta}(1+x_i)^{2\theta}-1)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= n(\log(2) + \log(\theta) + \log(\lambda)) + \sum_{i=1}^n \log x_i + 2\theta \sum_{i=1}^n \log(1+x_i) - \sum_{i=1}^n \log(1+x_i) - \\ &\quad \theta \sum_{i=1}^n (1+2x_i) - \sum_{i=1}^n (1+2x_i) + \sum_{i=1}^n (-\lambda((1+2x_i)^{-\theta}(1+x_i)^{2\theta}-1)) \end{aligned} \quad (49-2)$$

ثم نأخذ المشتقة الجزئية الأولى للمعادلة أعلاه للمعاملات (λ و θ) و نساويها للصفر فتصبح:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \log L}{\partial \theta} &= \frac{n}{\theta} + 2 \sum_{i=1}^n \text{Log}[1+x_i] - \sum_{i=1}^n \text{Log}[1+2x_i] - \lambda \sum_{i=1}^n (2\text{Log}1+x_i^{2\hat{\theta}}(1+ \\ &\quad 2x_i)^{-\hat{\theta}} - \text{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\hat{\theta}}(1+2x_i)^{-\hat{\theta}}) = 0 \end{aligned} \quad (50-2)$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \lambda} = n + \frac{n}{\lambda} - \sum_{i=1}^n (1+x_i)^{2\theta} (1+2x_i)^{-\theta} = 0 \quad (51-2)$$

من المعادلات (50-2) و (51-2) تمثل منظومة المعادلات اللاخطية يصعب حلها الا باستعمال الطرائق العددية فقد استعمل في هذه الرسالة طريقة (Nelder-Mead) للحصول على المقدرات بطريقة

(MLE) $(\hat{\lambda}_{ML}, \hat{\theta}_{ML})$

يمكن الحصول على مقدر الإمكان الأعظم للدالة المعولية بتعويض المقدرات فتكون الصيغة كالاتي :

$$R(x) = e^{-\hat{\lambda}_{ML}((1+2x)^{-\hat{\theta}_{ML}}(1+x)^{2\hat{\theta}_{ML}}-1)}$$

(2-12-2) طريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least Squares Method)

(WLS)

تكون صيغتها بالشكل الآتي :

$$T_w = \sum_{i=1}^n w_i \left\{ F(x_i) - \frac{i}{n+1} \right\}^2 \quad (52-2)$$

إذ أنّ :

 $F(x_i)$ تمثل دالة التوزيع التراكمية للتوزيع المركب (I.T.L.OGE)

وأنّ :

 w_i يمثل الوزن وصيغته هي :

$$w_i = \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)}$$

$$T_w = \sum_{i=1}^n w_i \left\{ (1 - e^{-\lambda((1+2x_i)^{-\theta}(1+x_i)^{2\theta}-1)}) - \frac{i}{n+1} \right\}^2 \quad (51-2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (51-2) بالنسبة للمعلمة (θ) ومساواتها للصفر وباستعمال برنامج

(Mathematica) تم الحصول على المعادلة التالية فتكتب بالشكل الآتي :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Log} L}{\partial \theta} = & \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(1-i+n)} (1+n)^2 (2+n) (-4e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}[1 + \\ & x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + 4e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}1+x_i^{2\theta}(1+ \\ & 2x_i)^{-\theta} - \frac{4e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i \lambda \text{Log}1+x_i^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{1+n} + \\ & 2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} - \\ & 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + \\ & \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i \lambda \text{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{1+n}) = 0 \end{aligned} \quad (52-2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (51-2) بالنسبة للمعلمة (λ) ومساواتها للصفر وباستعمال برنامج

(Mathematica) تم الحصول على المعادلة التالية فتكتب بالشكل الآتي :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Log} L}{\partial \lambda} = & \sum_{i=1}^n \frac{1}{i(1-i+n)} (1+n)^2 (2+n) \left(2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} - \right. \\ & 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} + \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i}{1+n} - 2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} (1 + \\ & x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} (1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} - \\ & \left. \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{1+n} \right) = 0 \end{aligned} \quad (53-2)$$

المعادلات (52-2) و (53-2) تمثل منظومة معادلات لاخطية يصعب حلها الا باستعمال الطرائق العددية فقد استعمل في هذه الرسالة طريقة (Nelder-Mead) للحصول على المقدرات بطريقة المربعات الصغرى الموزونة $(\hat{\lambda}_{WLS}, \hat{\theta}_{WLS})$ ، ويمكن الحصول على مقدر الدالة المعولية بالشكل الآتي :

$$R(x) = e^{-\hat{\lambda}_{WLS}((1+2x)^{-\hat{\theta}_{WLS}}(1+x)^{2\hat{\theta}_{WLS}-1})}$$

(3-12-2) طريقة كرامر- فون للتقدير (Cramér-von-Mises-Method of

Estimation (CVME))

بالاعتماد على المقدرات الموجودة في الدالة التجميعية (cdf) ، ويمكن تقدير معالم التوزيع بالطريقة الآتية :

$$c(\theta, \lambda) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(x_i; \theta, \lambda) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (54-2)$$

وبتعويض معادلة رقم (44-2) في معادلة (54-2) يصبح:

$$c(\theta, \lambda) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[(1 - e^{-\lambda((1+2x)^{-\theta}(1+x)^{2\theta}-1)}) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (55-2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة الأولى (55-2) بالنسبة للمعلمة (θ) ومساواتها للصفر وبأستعمال برنامج (Mathematica) تم الحصول على المعادلة التالية فتكتب بالشكل الآتي :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Log}L}{\partial \theta} = & \sum_{i=1}^n (-4e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}1+x_i^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + \\ & 4e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}1+x_i^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + \\ & \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}1+x_i^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n} - \\ & \frac{4e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i \lambda \text{Log}1+x_i^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n} + 2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}[1+ \\ & 2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} - 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}[1+2x_i](1+ \\ & x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} - \frac{e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} \lambda \text{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n} + \\ & \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} i \lambda \text{Log}[1+2x_i](1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n}) = 0 \end{aligned} \quad (56-2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (55-2) بالنسبة للمعلمة (λ) ومساواتها للصفر وبأستعمال برنامج (Mathematica) تم الحصول على ان المقدر للمعلمة (λ) و يساوي:

$$\frac{\partial \text{Log} L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^n (2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} - 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}} - \frac{e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}}{n} + \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}}{n} - 2e^{2\lambda-2\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + 2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta} + \frac{e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n} - \frac{2e^{\lambda-\lambda(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}(1+x_i)^{2\theta}(1+2x_i)^{-\theta}}{n}) = 0 \quad (57-2)$$

من المعادلات (56-2) و (57-2) تمثل منظومة معادلات لاخطية يصعب حلها الا باستعمال الطرائق العددية فقد استعمل في هذه الرسالة طريقة (Nelder-Mead) للحصول على المقدرات بطريقة (CVME) $(\hat{\lambda}_{CVME}, \hat{\theta}_{CVME})$.

وبذلك يمكن تقدير المعولية بطريقة (CVME) فتكون :

$$R(x) = e^{-\hat{\lambda}_{CVME}((1+2x)^{-\hat{\theta}_{CVME}}(1+x)^{2\hat{\theta}_{CVME}-1})}$$

(13-2) معايير المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة (Comparison Criterion) [2][3] (Between Used Estimation Methods)

لغرض معرفة أفضل طريقة من طرائق التقدير المستعملة في كل من التوزيعين (I.T.L. E.D) و (I.T.L.OGE) عن طريق إحدى هذه المعايير التالية :

(1-31-2) متوسط مربعات الخطأ (Mean square error (MSE))

بالنسبة لدالة المعولية للتوزيعين (I.T.L. E.D) و (I.T.L.OGE) وصيغته كما يأتي:

$$MSE(\hat{R}(t_j)) = \frac{1}{R^*} \sum_{j=1}^R (\hat{R}(t_j) - R(t_j))^2 ; j = 1, 2, \dots, R^* \quad (58-2)$$

(2-13-2) متوسط مربعات الخطأ التكاملي (Integral Mean Squared Error) (IMSE)

لكون (MSE) يحسب لكل (t_j) من الزمن فإن (IMSE) يمثل بمثابة التكامل للمساحة الكلية ل (t_j) واختزالها بقيمة واحدة تعتبر عامة للزمن ، أو معبرة عن الزمن الكلي وصيغة هذا المقياس كما يلي:

$$IMSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \left\{ \frac{1}{R^*} \sum_{j=1}^R (\hat{R}(t_j) - R(t_j))^2 \right\} \quad (59-2)$$

$$IMSE(\hat{R}(t)) = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K MSE(\hat{R}(t_j))$$

حيث أن:

R^* : تمثل عدد تكرارات التجربة مساوياً الى (1000) تجربة.

K : تمثل ع مشاهدات التجربة (قيم t_j)

$\hat{R}(t_j)$: تمثل القيم المقدرة لمعاملات حسب الطريقة المستعملة للتقدير.

$R(t_j)$ تمثل القيم الافتراضية لمعاملات للتوزيعين (I.T.L. E.D) و (I.T.L.OGE) .

(14-2) اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit tests)^[6]

تم اختبار البيانات باستعمال برنامج (Mathematica) لبيان ملائمتها للتوزيعين (I.T.L. E.D) و (I.T.L.OGE). وقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit tests) باستعمال اختبارات (Kolmogorov-Smirnov و Cramér-von Mises, Anderson-Darling) وصيغهم كالآتي :

1. Anderson-Darling statistic:

$$A_d^* = n \sum_{i=0}^n \frac{[F_n(x) - F(x)]f(x)}{F(x)[1 - F(x)]} \quad (69-2)$$

2. Cramér-von Mises statistic :

$$W_d^* = n \sum_{i=0}^n [F_n(x) - F(x)]f(x) \quad (70-2)$$

3. Kolmogorov-Smirnov statistic:

$$D_d^* = \sum_{i=0}^n |F_n(x) - F(x)| \quad (71-2)$$

إذ أن:

$F_n(x)$: تمثل دالة التوزيع التجريبي

وحسب الفرضية التالية ولجميع الاختبارات المذكورة أعلاه .

H_0 : the data are distributed I.T.L. E.D or I.T.L.OGE

H_1 : the data are not distributed I.T.L. E.D or I.T.L.OGE

الفصل الثالث

الجانب التجريبي والتطبيقي

(1-3) التمهيد (preamble)

يروم هذا الفصل استعراض جانبين الأول هو التجريبي ويتضمن فيه تطبيق تجربة المحاكاة على بيانات مولدة باستخدام أسلوب مونت-كارلو (Monte-Carlo) لغرض المقارنة بين طرائق تقدير الفضلى لدالة المعولية للتوزيعين (I.T.L.E) و (I.T.L.OGE) أفضل توزيع عن طريق المعيار الإحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) بهدف الاستفادة منه في الجانب التطبيقي والذي يتضمن بيانات تطبيقية .

(2-3) الجانب التجريبي (Empirical part)**(1-2-3) مفهوم المحاكاة (Simulation Concept) [2][6]**

إنّ هناك عمليات تكون معقدة الفهم ولاسيما في بعض المشكلات أو النظريات الإحصائية والهندسية والتي يكون تحليلها تحليلاً منطقياً بأستعمال البراهين الرياضية في غاية الصعوبة ما يؤدي الى ترجمة هذه النظريات الى مجتمعات حقيقية، ثم سحب عدد من العينات العشوائية منها للوصول الى الحلول المثلى لهذه المشكلات .

يمكن تعريف مفهوم المحاكاة على أنه عملية تمثيل أو تقليد للواقع الحقيقي وذلك بأستعمال أساليب وطرائق ونماذج معينة، وتوجد طرائق مختلفة للمحاكاة هي الطريقة التناظرية (Analog Procedure)، والطريقة المختلطة (Shed Procedure)، وطريقة مونت كارلو (Monte Carlo Procedure)، وقد تم اعتماد طريقة مونت كارلو التي تعد من أشهر طرائق المحاكاة وأكثرها استعمالاً والتي تقوم على فكرة توليد البيانات العشوائية من المجتمع النظري المفترض المماثل للمجتمع الحقيقي إذ يتم بأستعمال الحاسبة وبعد تحديد توزيع المجتمع المدروس إذ تولّد أرقاماً عشوائية لتكوين عينة تمثل هذا المجتمع .

عملية المحاكاة تمتاز بالمرونة : لأنها تعطي القدرة على التجريب والاختبار عن طريق تكرار عملية المحاكاة مرات متعددة بتغيير مدخلات عملية التقدير في كل مرة وإن أهمية المحاكاة تأتي عن طريق توليد أرقاماً عشوائية في التجربة رقماً واحداً وتكون هذه الأرقام العشوائية مستقلة عن الأرقام العشوائية في التجربة التالية وهكذا.

إن تطور أسلوب المحاكاة مع تطور الحاسبات ساعد الباحثين في توفير الوقت والجهد والمال وذلك عن طريق الاستعانة بالحاسبات الألكترونية لتكوين البيانات (المشاهدات) المطلوبة دون اللجوء الى العمل الميداني للحصول عليها وبدون الإخلال بالنتائج المطلوبة ودقتها .

(2-2-3) مراحل بناء تجربة المحاكاة (Stages of Building Simulation Experiment)

تتضمن مراحل بناء تجربة المحاكاة أربع مراحل وهي كالآتي:

المرحلة الأولى- تحديد القيم الافتراضية:

تعد هذه المرحلة من أهم المراحل التي تعتمد عليها بقية المراحل وقد تم اختيار القيم الافتراضية تجريبياً عبر اجراء تجارب عدة واختبار القيم التي استقرت عندها التقديرات واعطت افضل النتائج وحسب الخطوات التالية:

1- اختيار حجم العينة الكلي n :

وقد تم اختيار أربعة أحجام مختلفة من العينات وهي (n=20,50,80,100) إذ تمثل (n=20) العينات الصغيرة، (n=50) العينة المتوسطة، (n=80,100) العينة الكبيرة.

2- اختيار قيم المعلمتين الافتراضية:

تم اختيار قيم افتراضية لمعلمة الشكل θ ومعلمة القياس λ لكلا التوزيعين (I.T.L.E) و (I.T.L.OGE) ويرجع السبب في اختيارنا لهذه القيم المختلفة للمعلمات (θ و λ) الى اعتقادنا بأن التغير في قيم المعلمات يعطينا فكرة وتفسير عن سلوك دالة المعولية للنماذج الخمسة المفترضة وكما في الجدول ادناه :

جدول (1-3)

القيم الافتراضية لمعلمتين θ و λ توزيع توب-ليون-المعكوس-الاسي

Model	θ	λ
1	0.5	0.5
2	0.5	1.5
3	0.5	4
4	1	0.5
5	2	0.5

المرحلة الثانية- توليد البيانات:

في هذه المرحلة تم استعمال طريقة القبول والرفض لتوليد البيانات ولصعوبة استخراج قيمة x بسبب تعقيد الدوال التراكمية لكلا التوزيعين (I.T.L.E) و (I.T.L.OGE) .

المرحلة الثالثة- إيجاد التقديرات:

في هذه المرحلة تجري عملية تقدير لدالة المعولية التوزيعين (I.T.L.E) و (I.T.L.OGE) ذي المعلمتين في حالة البيانات المفقودة باستعمال طرائق التقدير التي تم ذكرها في الفصل الثاني (الجانبي النظري) للرسالة :

1- طريقة الإمكان الأعظم (MLE) Maximum Likelihood Method .

2- طريقة المربعات الصغرى الموزونة " WLS " .

3- طريقة كرامر-قون للتقدير ((CVME).

المرحلة الرابعة- المقارنة بين معولية طرائق التقدير (0):

بعد إيجاد المقدرات في المرحلة الثالثة، يتم في هذه المرحلة المقارنة ما بين طرائق التقدير وذلك باستعمال معيارين متوسط مربعات الخطأ (MSE) و متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) حسب الصيغ المبينة في الفصل الثاني .

(3-2-3) تحليل نتائج عملية المحاكاة (Analysis of Simulation Results)

في هذا الفصل سيتم عرض نتائج عملية المحاكاة وتحليلها للوصول الى أفضل الطرائق لتقدير الدالة المعولية للتوزيعين (I.T.L) و (I.T.L.OGE.D) باستعمال حزم البرنامج (-MATHMATICA 12.2) و بالاعتماد على المؤشرين الإحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE) و متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE).

المرحلة الأولى: للأنموذج الأول (I.T.L.E) بطريقة (T-X):

النتائج مبينة كما في الجداول من (2-3) الى (11-3)، أما في ما يخص تقدير معلمات التوزيع ونتائجها فمبينة بالتفصيل في ملحق A من جدول رقم 1 الى 5.

بعد استعراض نتائج عملية المحاكاة لتقدير الدالة المعولية نستعمل أسلوب الرتب (Ranks) بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ لاختيار أفضل طريقة تقدير وذلك بوضع رتبة 1 لأقل قيمة من قيم معيار الخطأ التكاملي (IMSE) للدالة المقدر صغرى الى رتبة 3 التي تقابل أعلى مقدر للدالة ويسمى رقم الرتبة بالرتب الجزئية (Partial Rank) ، ثم نقوم بجمع الرتب الجزئية لكافة أحجام العينة ولطرائق التقدير المختلفة فتسمى الرتب بهذه الحالة بالرتب الكلية (Overall Rank) وبذلك فإن أقل رتبة تقابل أفضل طريقة تقدير للدالة للنماذج التسعة المفترضة كما مبينة في جدول (12-3) :

جدول (2-3)

القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة و عندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للأنموذج الأول هي $\Theta=0.5$ و $\lambda=0.5$

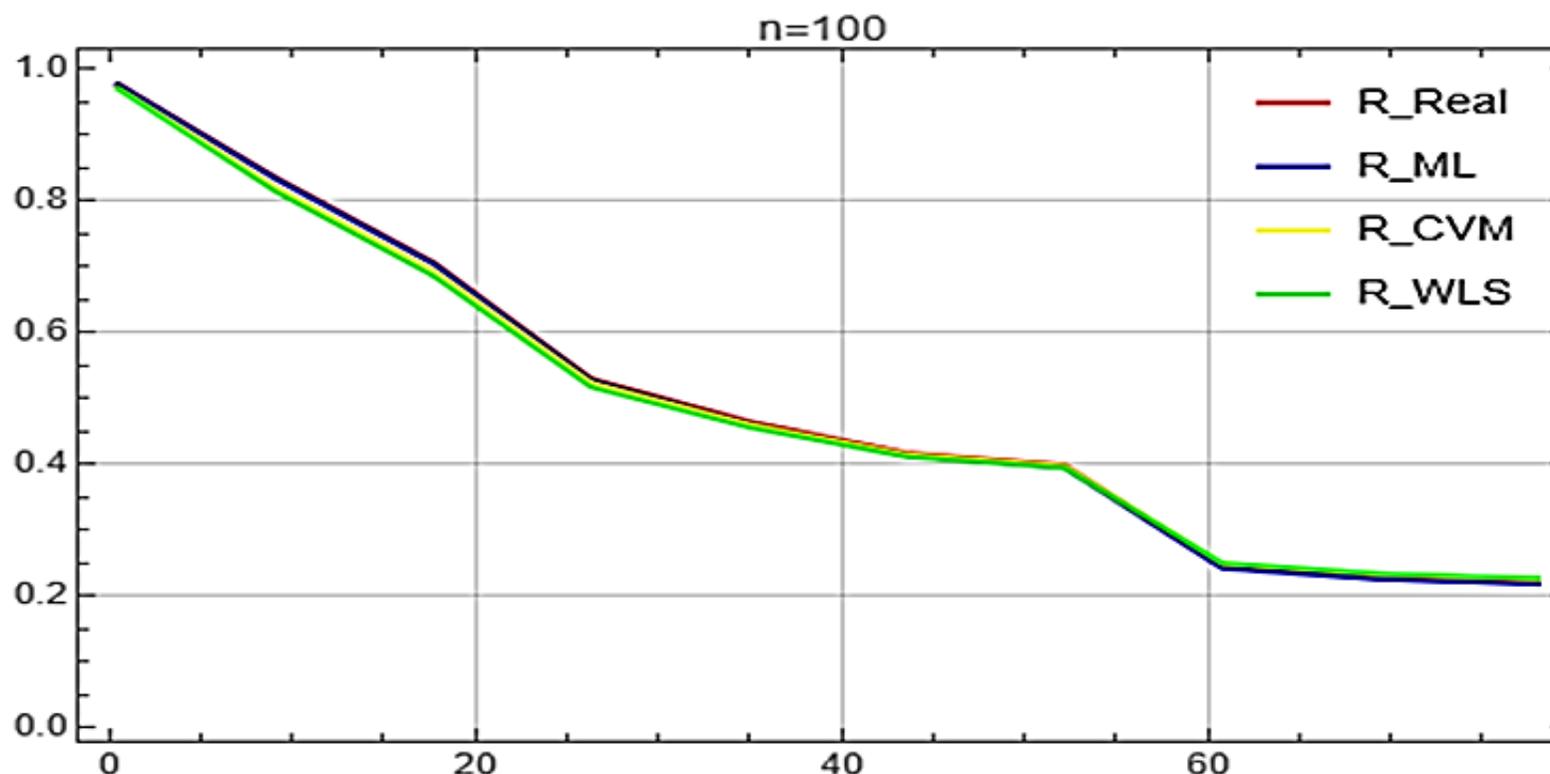
t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.55092	0.97640	0.97353	0.97785	0.97519	0.97533	0.96706	0.97389	0.96969	0.97042	0.96269	0.96871	0.96734	0.96877
2.44913	0.83485	0.83523	0.84544	0.83268	0.83242	0.81530	0.83501	0.81831	0.82052	0.80401	0.81783	0.81016	0.81350
4.85143	0.70612	0.71050	0.72013	0.70384	0.70360	0.69048	0.71115	0.69199	0.69378	0.68027	0.69352	0.68279	0.68558
11.19040	0.52940	0.53293	0.54072	0.52587	0.52634	0.52091	0.53759	0.52319	0.52306	0.51697	0.52759	0.51578	0.51685
15.47560	0.46454	0.46622	0.47336	0.46037	0.46118	0.45841	0.47274	0.46164	0.46061	0.45745	0.46702	0.45548	0.45580
19.96140	0.41695	0.41701	0.42365	0.41235	0.41338	0.41253	0.42486	0.41649	0.41477	0.41377	0.42253	0.41137	0.41114
22.09790	0.39888	0.39831	0.40474	0.39413	0.39524	0.39512	0.40663	0.39933	0.39736	0.39717	0.40562	0.39463	0.39419
63.18460	0.24581	0.24126	0.24507	0.24073	0.24211	0.24842	0.25176	0.25337	0.24949	0.25620	0.26131	0.25229	0.25022
73.30800	0.22893	0.22428	0.22764	0.22396	0.22531	0.23234	0.23471	0.23714	0.23311	0.24056	0.24520	0.23644	0.23423
78.42270	0.22163	0.21696	0.22012	0.21672	0.21805	0.22539	0.22733	0.23011	0.22602	0.23378	0.23821	0.22957	0.22730
mean	0.50235	0.50162	0.50787	0.49858	0.49930	0.49660	0.50757	0.50013	0.49891	0.49629	0.50475	0.49558	0.49576

جدول (3-3)

متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الأول عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين وهي $\Theta=0.5$ و $\lambda=0.5$

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00035	0.00012	0.00007	0.00005	0.00056	0.00023	0.00018	0.00017	0.00071	0.00025	0.00020	0.00016
0.00475	0.00216	0.00099	0.00089	0.00637	0.00299	0.00171	0.00167	0.00651	0.00245	0.00167	0.00151
0.00784	0.00375	0.00141	0.00142	0.00959	0.00474	0.00201	0.00231	0.00874	0.00339	0.00180	0.00174
0.00954	0.00442	0.00144	0.00155	0.01065	0.00529	0.00164	0.00151	0.00869	0.00386	0.00138	0.00127
0.00947	0.00429	0.00141	0.00149	0.01039	0.00507	0.00152	0.00141	0.00831	0.00399	0.00131	0.00120
0.00920	0.00411	0.00139	0.00142	0.01001	0.00482	0.00147	0.00138	0.00800	0.00407	0.00131	0.00127
0.00905	0.00402	0.00139	0.00140	0.00982	0.00471	0.00146	0.00144	0.00788	0.00410	0.00132	0.00127
0.00666	0.00299	0.00128	0.00108	0.00710	0.00347	0.00148	0.00130	0.00651	0.00400	0.00153	0.00145
0.00629	0.00284	0.00125	0.00103	0.00668	0.00330	0.00147	0.00127	0.00629	0.00392	0.00155	0.00154
0.00612	0.00277	0.00123	0.00101	0.00650	0.00322	0.00147	0.00125	0.00618	0.00388	0.00155	0.00153
0.00693	0.00315	0.00119	0.00113	0.00777	0.00378	0.00144	0.00137	0.00678	0.00339	0.00136	0.00129

- من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) افضل طريقة تقدير هي MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.E بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملية لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.00113476573) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.49930)



شكل (1-3)

منحني الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللانموذج الأول عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-الاسي من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للانموذج الأول للقيم الافتراضية للمعلمات ($\Theta=0.5$ و $\lambda=0.5$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على أقل متوسط مربعات التكامل في جدول رقم (3-3)

جدول (4-3)

القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للأنموذج الثاني هي ($\theta=0.5$ و $\lambda=1.5$)

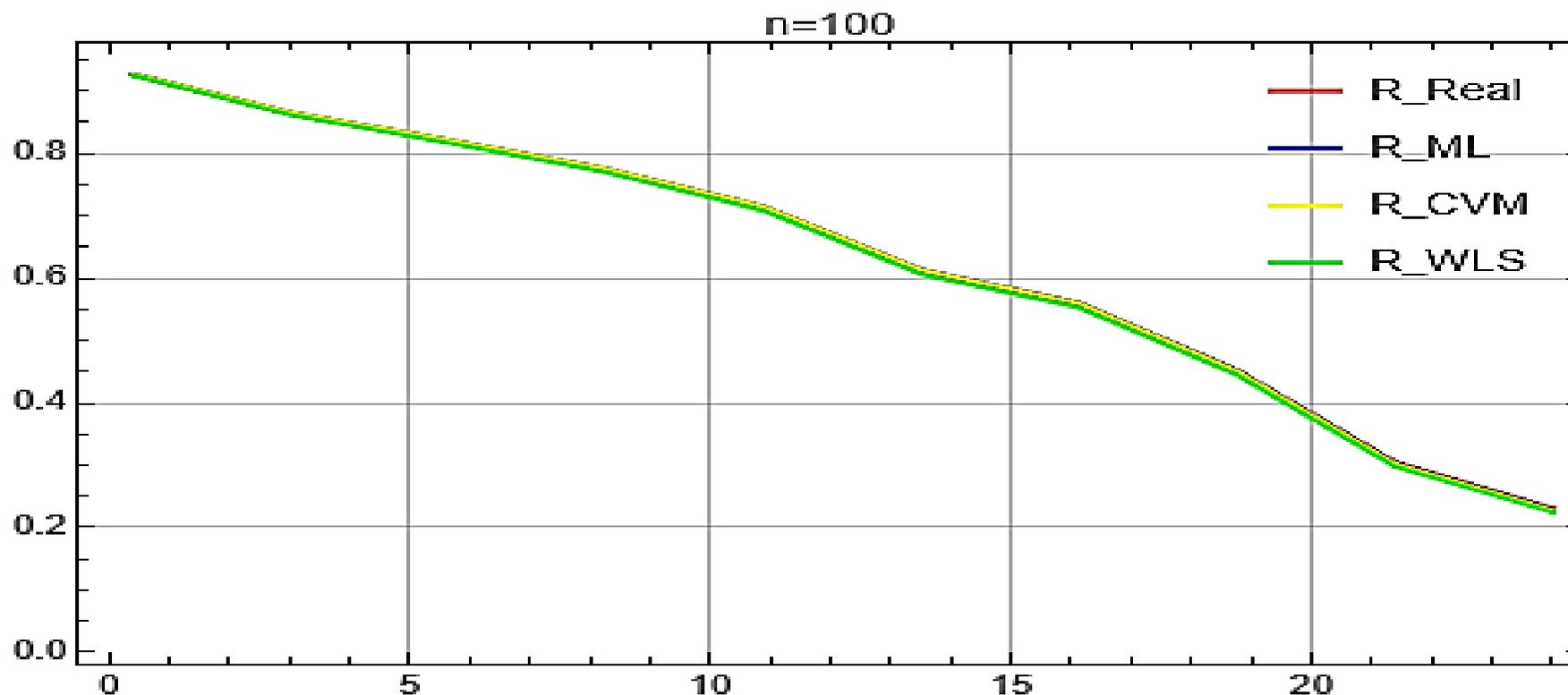
t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.40299	0.92632	0.92264	0.92527	0.92697	0.92721	0.92007	0.92445	0.92669	0.92717	0.91167	0.92205	0.92408	0.92492
0.67903	0.86336	0.86425	0.86337	0.86483	0.86533	0.86057	0.86257	0.86450	0.86533	0.85013	0.85901	0.86001	0.86156
0.89806	0.81890	0.82344	0.81981	0.82080	0.82147	0.81907	0.81912	0.82045	0.82147	0.80838	0.81507	0.81478	0.81680
1.16161	0.77222	0.78031	0.77400	0.77440	0.77522	0.77525	0.77347	0.77401	0.77519	0.76507	0.76915	0.76726	0.76974
1.57662	0.71137	0.72319	0.71407	0.71363	0.71462	0.71728	0.71372	0.71318	0.71450	0.70872	0.70941	0.70524	0.70826
2.54072	0.61033	0.62526	0.61381	0.61205	0.61324	0.61825	0.61373	0.61146	0.61285	0.61411	0.61014	0.60222	0.60594
3.25791	0.55757	0.57244	0.56110	0.55874	0.55999	0.56510	0.56113	0.55807	0.55943	0.56388	0.55819	0.54851	0.55247
5.53201	0.45115	0.46260	0.45419	0.45088	0.45216	0.45547	0.45441	0.45011	0.45126	0.46057	0.45321	0.44068	0.44483
13.34740	0.30476	0.30713	0.30659	0.30260	0.30369	0.30257	0.30727	0.30190	0.30253	0.31512	0.30863	0.29442	0.29803
24.06060	0.23064	0.22885	0.23206	0.22800	0.22887	0.22644	0.23314	0.22749	0.22778	0.24100	0.23549	0.22171	0.22464
mean	0.624661	0.631012	0.626425	0.625289	0.626178	0.626006	0.626301	0.624787	0.62575	0.623865	0.624033	0.61789	0.620718

جدول (5-3)

متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الثاني عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي ($\theta=0.5$ و $\lambda=1.5$)

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00258	0.00068	0.00033	0.00029	0.00267	0.00080	0.00036	0.00034	0.00305	0.00073	0.00034	0.00030
0.00508	0.00154	0.00078	0.00065	0.00507	0.00176	0.00082	0.00074	0.00541	0.00159	0.00081	0.00067
0.00666	0.00211	0.00108	0.00086	0.00649	0.00239	0.00113	0.00098	0.00669	0.00216	0.00116	0.00092
0.00807	0.00263	0.00137	0.00103	0.00770	0.00297	0.00141	0.00118	0.00771	0.00268	0.00153	0.00116
0.00942	0.00316	0.00166	0.00118	0.00881	0.00357	0.00171	0.00135	0.00859	0.00323	0.00203	0.00146
0.01034	0.00363	0.00196	0.00125	0.00958	0.00416	0.00203	0.00145	0.00904	0.00384	0.00282	0.00189
0.01017	0.00371	0.00203	0.00122	0.00953	0.00431	0.00213	0.00146	0.00886	0.00403	0.00319	0.00209
0.00877	0.00360	0.00205	0.00114	0.00881	0.00435	0.00225	0.00145	0.00789	0.00415	0.00373	0.00238
0.00602	0.00303	0.00183	0.00100	0.00717	0.00390	0.00217	0.00140	0.00608	0.00375	0.00363	0.00233
0.00481	0.00255	0.00159	0.00090	0.00611	0.00337	0.00194	0.00129	0.00521	0.00322	0.00307	0.00199
0.00719	0.00266	0.00147	0.00095	0.00719	0.00316	0.00159	0.00116	0.00685	0.00294	0.00223	0.00152

- من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقديري MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.E بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملي لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.0009518277) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.626178)



شكل (2-3) منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللانموذج الثاني عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس - الأسي

من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للانموذج الثاني للقيم الافتراضية للمعلمات ($\Theta=0.5$ و $\lambda=1.5$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على

أقل متوسط مربعات التكامل في جدول رقم (5-3)

جدول (3-6) القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدرتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للانموذج الثالث هي ($\lambda=4$ و $\theta=0.5$)

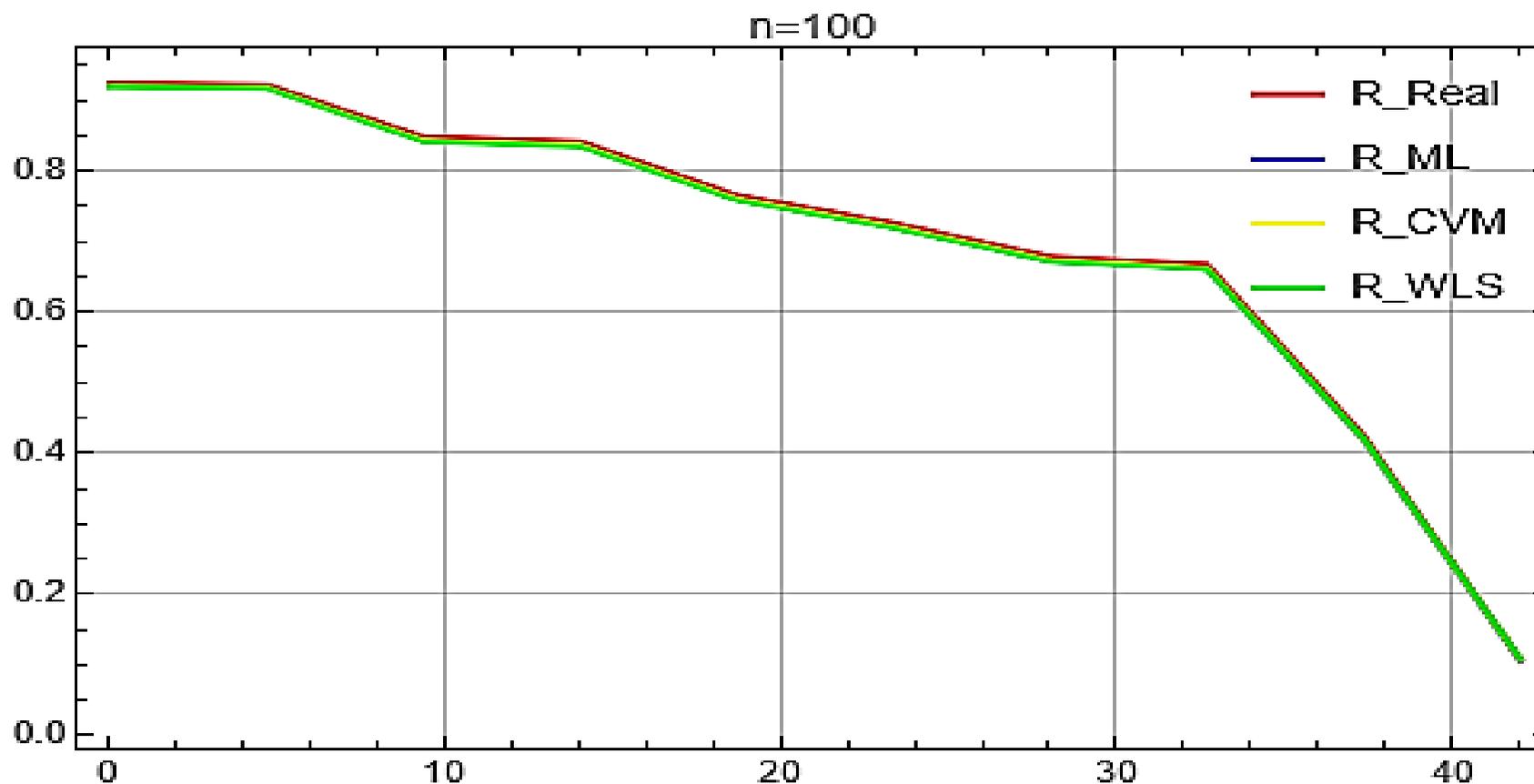
t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.15306	0.92509	0.91235	0.92319	0.92293	0.92097	0.91188	0.92293	0.92140	0.92094	0.90122	0.91988	0.92022	0.91944
0.15708	0.92255	0.90966	0.92067	0.92037	0.91836	0.90919	0.92042	0.91882	0.91834	0.89837	0.91731	0.91761	0.91680
0.28068	0.84868	0.83364	0.84807	0.84655	0.84327	0.83310	0.84820	0.84440	0.84359	0.81971	0.84390	0.84284	0.84141
0.29296	0.84195	0.82682	0.84147	0.83984	0.83647	0.82627	0.84165	0.83765	0.83683	0.81281	0.83728	0.83608	0.83461
0.45037	0.76583	0.75017	0.76683	0.76401	0.75992	0.74936	0.76745	0.76152	0.76058	0.73652	0.76286	0.76008	0.75827
0.54972	0.72629	0.71039	0.72788	0.72457	0.72027	0.70940	0.72870	0.72197	0.72105	0.69770	0.72427	0.72074	0.71885
0.69129	0.67871	0.66237	0.68079	0.67700	0.67263	0.66114	0.68181	0.67432	0.67352	0.65142	0.67777	0.67344	0.67156
0.72823	0.66769	0.65122	0.66985	0.66598	0.66161	0.64994	0.67090	0.66328	0.66251	0.64075	0.66699	0.66249	0.66063
2.38471	0.42517	0.40401	0.42596	0.42205	0.41930	0.40205	0.42673	0.41939	0.42027	0.40880	0.42738	0.42130	0.42080
42.53420	0.10795	0.09886	0.10764	0.10586	0.10578	0.10176	0.10778	0.10518	0.10682	0.11514	0.11200	0.10815	0.10880
mean	0.69099	0.67595	0.69123	0.68891	0.68586	0.67541	0.69166	0.68679	0.68645	0.66824	0.68896	0.68629	0.68512

جدول (3-7)

متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للانموذج الثالث عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي ($\lambda=4$ و $\theta=0.5$)

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00256	0.00077	0.00050	0.00043	0.00255	0.00088	0.00058	0.00051	0.00315	0.00089	0.00056	0.00048
0.00266	0.00080	0.00052	0.00045	0.00264	0.00092	0.00060	0.00053	0.00325	0.00093	0.00059	0.00050
0.00528	0.00178	0.00118	0.00097	0.00511	0.00203	0.00131	0.00109	0.00571	0.00194	0.00127	0.00104
0.00550	0.00186	0.00123	0.00101	0.00531	0.00212	0.00137	0.00113	0.00589	0.00202	0.00132	0.00108
0.00759	0.00260	0.00173	0.00138	0.00736	0.00296	0.00189	0.00149	0.00752	0.00274	0.00181	0.00142
0.00840	0.00286	0.00190	0.00149	0.00822	0.00326	0.00206	0.00160	0.00810	0.00297	0.00197	0.00153
0.00915	0.00306	0.00204	0.00158	0.00908	0.00347	0.00219	0.00168	0.00860	0.00313	0.00209	0.00160
0.00928	0.00309	0.00206	0.00159	0.00926	0.00350	0.00221	0.00169	0.00869	0.00315	0.00210	0.00161
0.00996	0.00280	0.00191	0.00139	0.01124	0.00303	0.00206	0.00159	0.00914	0.00269	0.00195	0.00144
0.00304	0.00122	0.00078	0.00052	0.00389	0.00150	0.00095	0.00077	0.00370	0.00135	0.00088	0.00063
0.00634	0.00209	0.00138	0.00108	0.00647	0.00237	0.00152	0.00121	0.00638	0.00218	0.00145	0.00113

من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقدير هي MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.E بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملي لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.0010834092) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.68586)



شكل (3-3)

منحني الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الثالث عند جم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون- المعكوس-الأسّي من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للأنموذج الثالث للقيم الافتراضية للمعلمات ($\Theta=0.5$ و $\lambda=4$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على أقل متوسط مربعات التكاملي في جدول رقم (7-3)

جدول (8-3)

القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للأنموذج الرابع وهي ($\theta=1$ و $\lambda=0.5$)

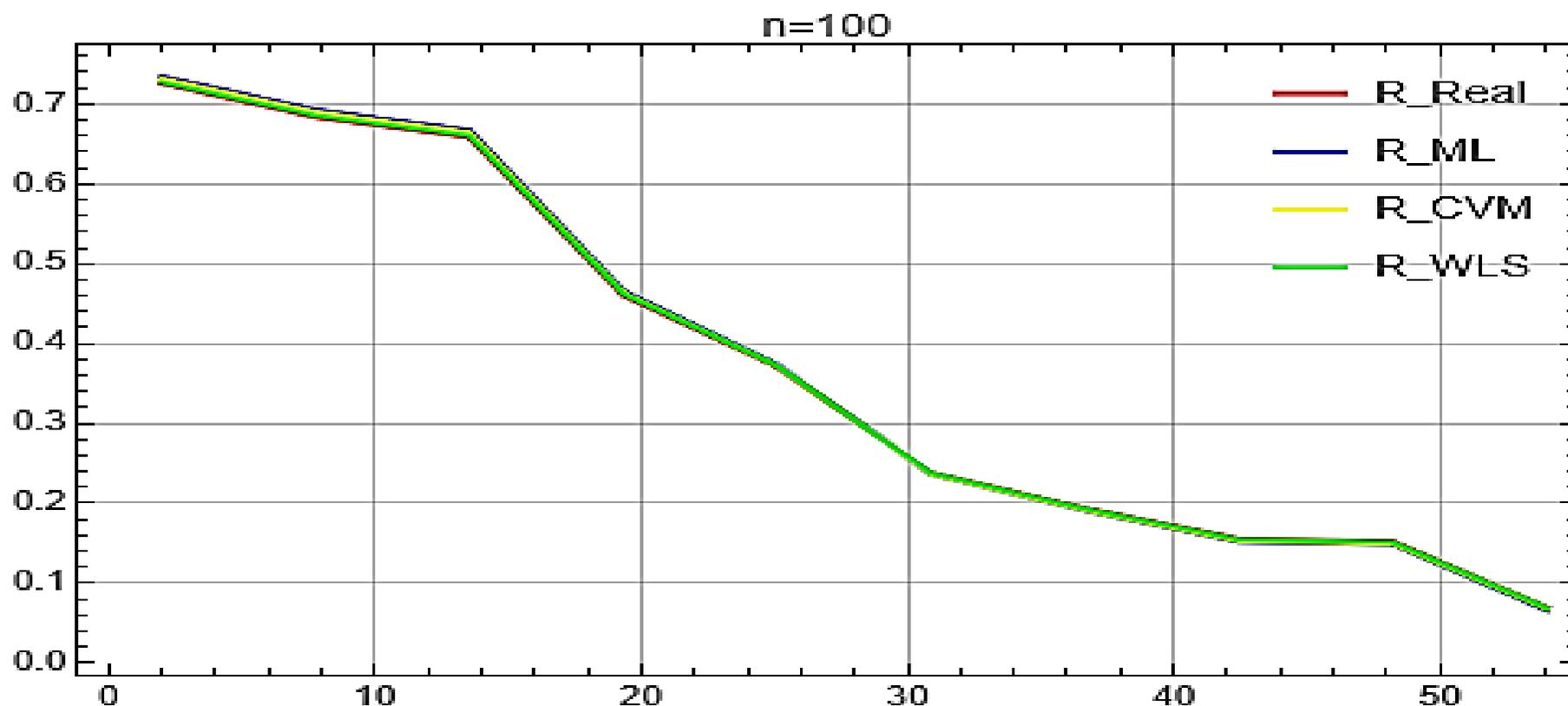
t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
2.20232	0.72535	0.73524	0.72717	0.72759	0.73439	0.72071	0.72342	0.72634	0.73178	0.70855	0.71501	0.72214	0.72726
2.57366	0.68335	0.69299	0.68613	0.68614	0.69262	0.67907	0.68279	0.68506	0.69001	0.66778	0.67461	0.68081	0.68571
2.81844	0.65786	0.66704	0.66117	0.66094	0.66711	0.65366	0.65813	0.65996	0.66452	0.64316	0.65019	0.65574	0.66043
5.54265	0.46001	0.45874	0.46584	0.46404	0.46585	0.45285	0.46558	0.46368	0.46395	0.45425	0.46153	0.46101	0.46239
7.67762	0.37062	0.36204	0.37649	0.37431	0.37351	0.36111	0.37762	0.37411	0.37220	0.36966	0.37595	0.37266	0.37201
13.71860	0.23829	0.22067	0.24328	0.24090	0.23655	0.22928	0.24653	0.24092	0.23645	0.24516	0.24803	0.24137	0.23794
17.58360	0.19382	0.17504	0.19841	0.19603	0.19085	0.18690	0.20239	0.19618	0.19124	0.20339	0.20457	0.19714	0.19305
22.65730	0.15565	0.13721	0.15990	0.15754	0.15193	0.15129	0.16450	0.15785	0.15276	0.16741	0.16700	0.15912	0.15470
23.22480	0.15229	0.13395	0.15652	0.15416	0.14852	0.14819	0.16117	0.15449	0.14939	0.16424	0.16368	0.15578	0.15134
54.56650	0.06946	0.05802	0.07318	0.07093	0.06601	0.07291	0.07869	0.07180	0.06771	0.08432	0.08054	0.07305	0.06915
mean	0.37067	0.36409	0.37481	0.37326	0.37273	0.36560	0.37608	0.37304	0.37200	0.37079	0.37411	0.37188	0.37140

جدول (9-3)

متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية وأحجام العينة المختلفة للأنموذج الرابع عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين وهي ($\theta=1$ و $\lambda=0.5$)

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00628	0.00330	0.00159	0.00155	0.00615	0.00342	0.00198	0.00145	0.00543	0.00443	0.00187	0.00174
0.00704	0.00363	0.00172	0.00168	0.00675	0.00370	0.00209	0.00156	0.00591	0.00471	0.00199	0.00186
0.00740	0.00379	0.00177	0.00174	0.00703	0.00382	0.00213	0.00160	0.00614	0.00481	0.00203	0.00199
0.00810	0.00387	0.00160	0.00152	0.00798	0.00379	0.00178	0.00158	0.00697	0.00434	0.00175	0.00161
0.00757	0.00341	0.00135	0.00130	0.00834	0.00352	0.00148	0.00151	0.00685	0.00371	0.00145	0.00130
0.00606	0.00247	0.00096	0.00089	0.00767	0.00308	0.00115	0.00145	0.00586	0.00274	0.00105	0.00091
0.00522	0.00210	0.00084	0.00078	0.00675	0.00288	0.00106	0.00138	0.00522	0.00241	0.00094	0.00089
0.00429	0.00176	0.00072	0.00066	0.00571	0.00263	0.00097	0.00127	0.00453	0.00210	0.00083	0.00077
0.00419	0.00173	0.00071	0.00065	0.00561	0.00260	0.00096	0.00126	0.00446	0.00208	0.00082	0.00076
0.00163	0.00085	0.00038	0.00034	0.00270	0.00156	0.00057	0.00072	0.00238	0.00120	0.00047	0.00043
0.00578	0.00269	0.00116	0.00111	0.00647	0.00310	0.00142	0.00138	0.00537	0.00325	0.00132	0.00123

- من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقدير هي MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.E بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملي لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.0011098545) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.37273)



شكل (3-4)

منحني الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللانموذج الرابع عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون- المعكوس-الاسي من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للانموذج الرابع للقيم الافتراضية للمعلمات ($\Theta=1$ و $\lambda=0.5$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على أقل متوسط مربعات التكامل في جدول رقم (3-9).

جدول (10-3)

القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.E) للامتداد الخامس هي ($\lambda=0.5$ و $\theta=2$)

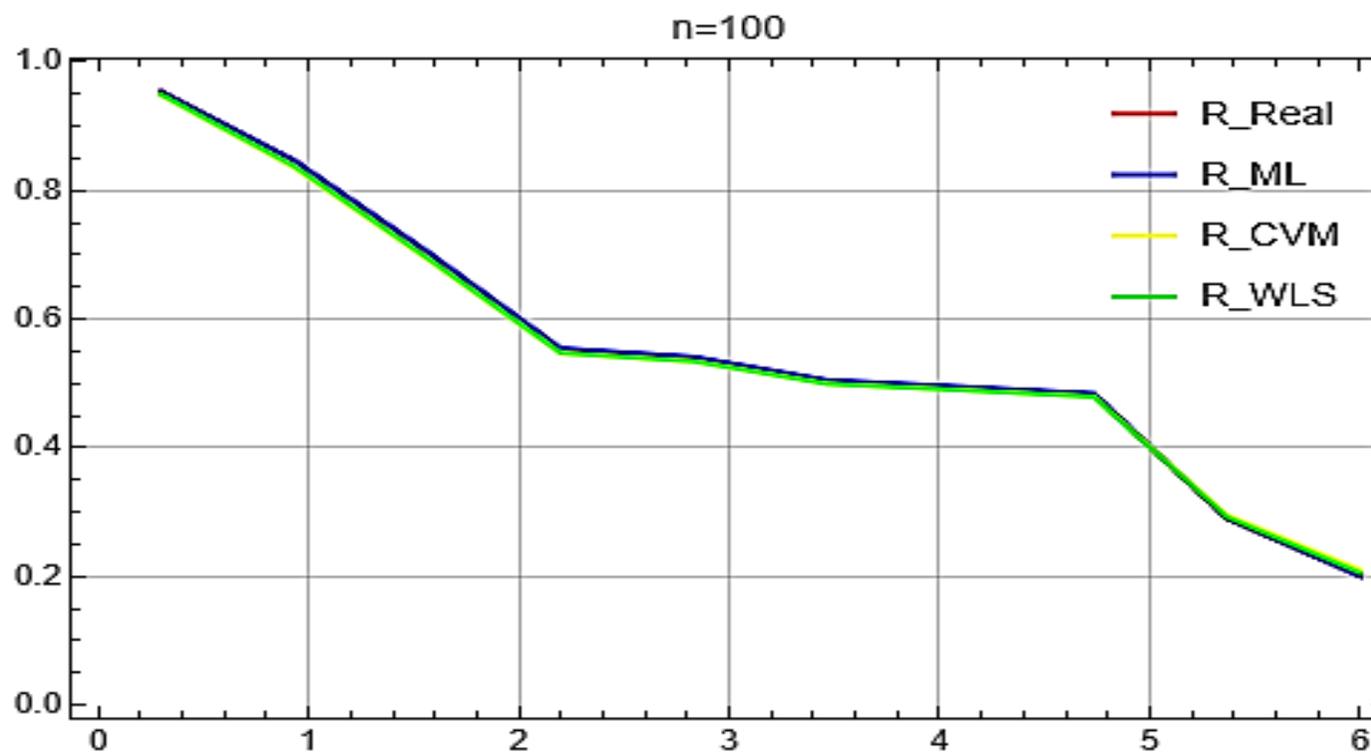
t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.36177	0.95362	0.95330	0.95330	0.95320	0.95378	0.94571	0.94793	0.94853	0.94775	0.94109	0.94563	0.94708	0.94925
0.79173	0.84561	0.84910	0.84910	0.84631	0.84685	0.83389	0.83500	0.83748	0.83489	0.82451	0.83063	0.83388	0.83757
1.34557	0.70265	0.71101	0.71101	0.70578	0.70498	0.69365	0.69152	0.69668	0.69245	0.68393	0.68737	0.69202	0.69475
2.05442	0.55241	0.56186	0.56186	0.55767	0.55480	0.54713	0.54372	0.55138	0.54657	0.54241	0.54164	0.54733	0.54730
2.12834	0.53907	0.54836	0.54836	0.54447	0.54141	0.53405	0.53068	0.53853	0.53373	0.53000	0.52884	0.53461	0.53428
2.33978	0.50314	0.51179	0.51179	0.50886	0.50528	0.49874	0.49562	0.50393	0.49919	0.49663	0.49444	0.50039	0.49924
2.40224	0.49312	0.50155	0.50155	0.49893	0.49521	0.48888	0.48587	0.49429	0.48959	0.48735	0.48488	0.49088	0.48949
2.47037	0.48250	0.49066	0.49066	0.48839	0.48451	0.47842	0.47554	0.48407	0.47940	0.47751	0.47474	0.48079	0.47914
4.23688	0.29000	0.28971	0.28971	0.29613	0.29003	0.28994	0.28982	0.29875	0.29565	0.30044	0.29241	0.29843	0.29216
5.78209	0.20066	0.19620	0.19620	0.20621	0.19980	0.20595	0.20504	0.21251	0.21049	0.21884	0.20846	0.21349	0.20548
mean	0.55628	0.56135	0.56135	0.56060	0.55766	0.55163	0.55007	0.55661	0.55297	0.55027	0.54890	0.55389	0.55287

جدول (11-3)

متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية و أحجام العينة المختلفة للامتداد الخامس عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي ($\lambda=0.5$ و $\theta=2$)

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00053	0.00022	0.00014	0.00011	0.00063	0.00025	0.00024	0.00018	0.00076	0.00032	0.00016	0.00016
0.00305	0.00134	0.00088	0.00066	0.00291	0.00123	0.00110	0.00075	0.00306	0.00146	0.00074	0.00074
0.00611	0.00271	0.00181	0.00132	0.00508	0.00221	0.00179	0.00108	0.00458	0.00238	0.00114	0.00114
0.00762	0.00342	0.00228	0.00161	0.00635	0.00292	0.00206	0.00117	0.00502	0.00272	0.00119	0.00119
0.00765	0.00344	0.00230	0.00162	0.00646	0.00298	0.00208	0.00119	0.00504	0.00274	0.00119	0.00119
0.00767	0.00348	0.00232	0.00162	0.00677	0.00316	0.00213	0.00124	0.00512	0.00280	0.00118	0.00118
0.00766	0.00348	0.00232	0.00162	0.00687	0.00321	0.00215	0.00126	0.00515	0.00281	0.00118	0.00118
0.00763	0.00348	0.00231	0.00161	0.00697	0.00326	0.00216	0.00128	0.00518	0.00283	0.00118	0.00118
0.00585	0.00295	0.00191	0.00134	0.00874	0.00420	0.00265	0.00193	0.00593	0.00321	0.00130	0.00130
0.00446	0.00237	0.00151	0.00110	0.00809	0.00417	0.00278	0.00221	0.00590	0.00316	0.00139	0.00139
0.00582	0.00269	0.00178	0.00126	0.00589	0.00276	0.00191	0.00123	0.00457	0.00245	0.00106	0.00106

- من الجداول اعلاه تبين عند حجم عينة (100) افضل طريقة تقدير هي WLSE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.E باقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملي لجميع اوقات التجربة اذ بلغ متوسطها (0.0010634476) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.55287)



شكل (3-5)

منحني الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللانموذج الخامس عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-الأسّي

- من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للانموذج السابع للقيم الافتراضية للمعلمات ($\theta=2$ و $\lambda=0.5$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على أقل متوسط مربعات التكامل في جدول رقم (3-10)

يمكن تلخيص نتائج المحاكاة في الجدول (2-3) الى (3-11) بأستعمال أسلوب الرتب لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) في الجدولين الآتيين:

جدول (3-12)

الرتب الكلية والجزئية لمتوسط المربعات التكاملي وللقيم الافتراضية لمعاملات التوزيع (I.T.L.E) و لطرائق التقدير كافة مع أحجام العينة المختلفة .

Model	N	Method			Best
		MLE	CVE	WLS	
M1 $\theta=0.5 \lambda=0.5$	20	2	3	1	WLS
	50	1	3	2	MLE
	80	1	3	2	MLE
	100	1	3	2	MLE
\sum Ranks		5	12	7	MLE
Partial Rank		1	3	2	
M2 $\theta=0.5 \lambda=1.5$	20	2	3	1	WLS
	50	1	3	2	MLE
	80	1	2	3	MLE
	100	1	2	3	MLE
\sum Ranks		5	10	9	MLE
Partial Rank		1	3	2	
M3 $\theta=0.5 \lambda=4$	20	1	3	2	MLE
	50	1	3	2	MLE
	80	1	3	2	MLE
	100	1	3	2	MLE
\sum Ranks		4	12	8	MLE
Partial Rank		1	3	2	
M4 $\theta=1 \lambda=0.5$	20	2	3	1	WLS
	50	1	3	2	MLE
	80	1	3	2	MLE
	100	1	3	2	MLE
\sum Ranks		5	12	7	MLE
Partial Rank		1	3	2	
M5 $\theta=2 \lambda=0.5$	20	2	3	1	WLS
	50	2	3	1	WLS
	80	2	3	1	WLS
	100	2	3	1	WLS
\sum Ranks		8	12	4	WLS
Partial Rank		1.5	3	1.5	
$\sum \sum$ Ranks		27	58	35	MLE
Overall Rank		1	3	2	

(13-3)

مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي لطرائق التقدير كافة للقيم الافتراضية للمعلمات حسب أحجام العينة

n	Sum of Rank	MLE	CVME	WLSE
20	\sum Ranks	9	15	6
	Overall Ranks	2	3	1
50	\sum Ranks	6	15	9
	Overall Ranks	1	3	2
80	\sum Ranks	6	14	10
	Overall Ranks	1	3	2
100	\sum Ranks	6	14	10
	Overall Ranks	1	3	2

نلاحظ من الجداول أنفياً أن :

- 1- في الأنموذج الأول عند تساوي المعلمات ($\theta=0.5 \lambda=0.5$) تمثلت بالمرتبة الاولى (WLS) عند حجم عينة (20) ثم تليها (MLE) عند أحجام العينة (50,80,100) تمثلت بالمرتبة الاولى وهذا يدل على ملاءمتها في أحجام العينات الكبيرة في النماذج المذكوره أنفياً و (CVME) تمثلت بالمرتبة الثالثة وعند كافة الاحجام .
- 2- في الأنموذج الثاني عندما تكون قيمة المعلمة ($\theta=0.5$) اصغر من المعلمة ($\lambda=1.5$) فتمثلت بالمرتبة الاولى (WLS) عند حجم عينة (20) وعند حجم العينة (50 و80 و100) تمثلت المرتبة الاولى (MLE) وفي كل الأحجام العينات في نفس النموذج تمثلت المرتبة الثالثة (CVME) اما في الانموذج الثالث فتمثلت (MLE) ولجميع أحجام العينة بالمرتبة الاولى .
- 3- في الانموذج الرابع عندما تكون قيمة المعلمه ($\theta=1$) اكبر من المعلمة ($\lambda=0.5$) تمثلت بالمرتبة الاولى (WLS) عند حجم عينة (20) ثم تليها (MLE) عند أحجام العينة (50,80,100) تمثلت بالمرتبة الاولى وهذا يدل على ملاءمتها في أحجام العينات الكبيرة في النماذج المذكوره أنفياً و (CVME) تمثلت بالمرتبة الثالثة وعند كافة الأحجام .
- 4- واخيراً في الأنموذج الخامس تمثلت (WLS) بالمرتبة الاولى ولكافة أحجام العينة ولقيم المعلمات المفترضة ($\theta=2 \lambda=0.5$) ثم الثانية والثالثة (MLE) و (CVME) على التوالي.

ومن الجدول (12-3) نلاحظ أن:

(WLS) هي الطريقة الفضلى لتقدير الدالة المعولية للتوزيع (I.T.L.E) ولأمتلاكها اصغر متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) في النماذج الخمسة عند حجم عينة 20 وان (MLE) بالنسبة لدالة المعولية تمثلت كأفضل طريقة للتقدير وعند أحجام العينات الكبيرة (50,80,100). وبذلك سنقوم بتطبيق (MLE) لتقدير الدالة المعولية للتوزيع الانموذج الاول (I.T.L.E) على بيانات الحقيقية ولحجم العينة الحقيقية هي 95 في الجانب التطبيقي لاحقاً.

المرحلة الثانية: للانموذج الثاني (I.T.L.OGE.D) بطريقة (OGE):

النتائج مبينة كما في الجداول من (14-3) الى (23-3)، أما في ما يخص تقدير معلمات التوزيع ونتائجها فمبينة بالتفصيل في ملحق A من جدول رقم 6 الى 10. وبنفس اسلوب الرتب المستعمل للانموذج الأول نستعمله بهذا الانموذج وكما مبين في جدول (24-3):

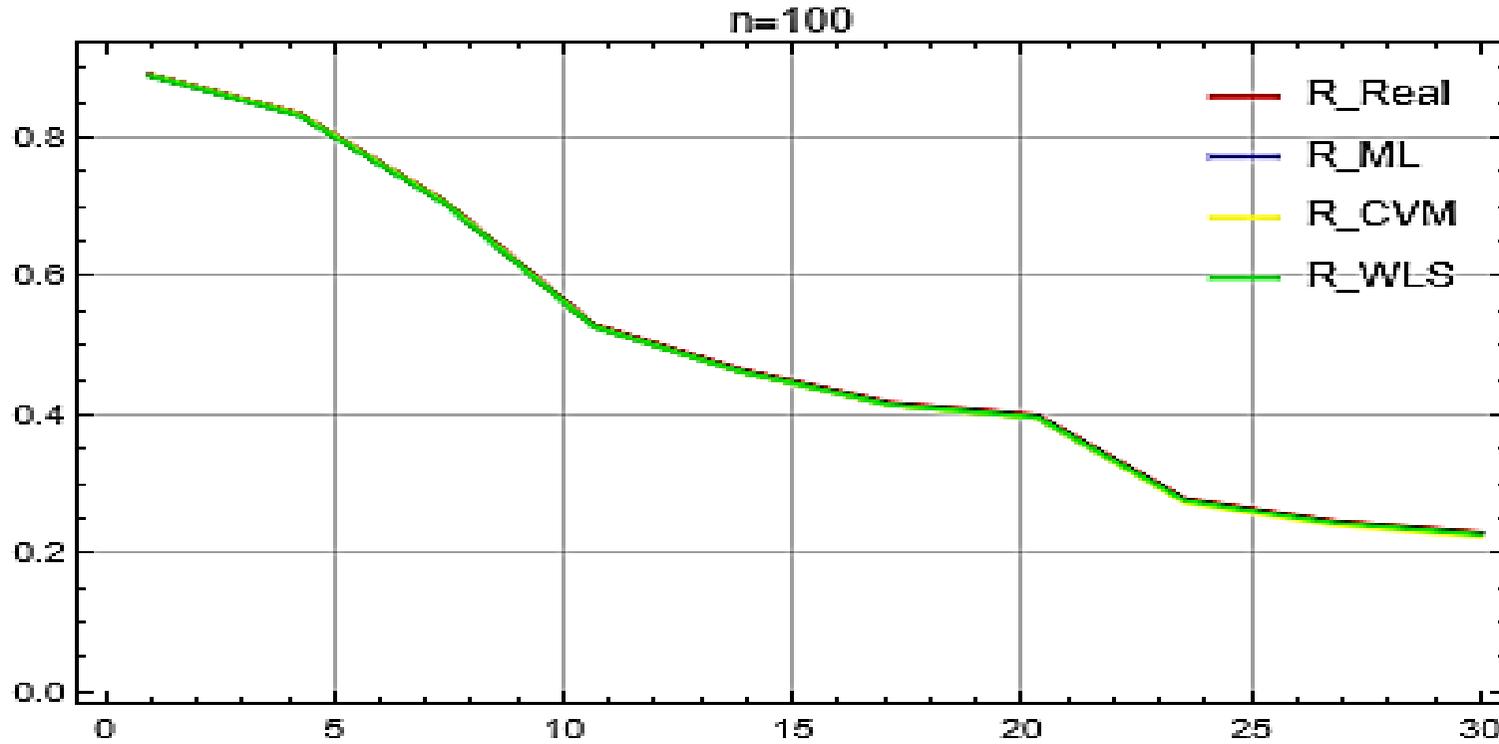
جدول (14-3) يمثل القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للأنموذج الأول هي $\Theta=0.5$ و $(\lambda=0.5)$

t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
1.40347	0.89055	0.89305	0.89670	0.89127	0.88962	0.89166	0.89590	0.88826	0.89005	0.88465	0.89376	0.88784	0.88869
2.10891	0.83485	0.83873	0.84358	0.83584	0.83360	0.83706	0.84253	0.83193	0.83419	0.82799	0.83977	0.83136	0.83244
4.20044	0.70606	0.71230	0.71894	0.70725	0.70429	0.71007	0.71736	0.70252	0.70496	0.69994	0.71435	0.70181	0.70305
8.80082	0.52930	0.53470	0.54285	0.52942	0.52697	0.53042	0.54019	0.52573	0.52687	0.52635	0.53932	0.52538	0.52628
11.32060	0.46442	0.46799	0.47664	0.46374	0.46187	0.46263	0.47345	0.46091	0.46123	0.46250	0.47397	0.46083	0.46151
13.60940	0.41682	0.41856	0.42755	0.41545	0.41411	0.41249	0.42397	0.41338	0.41301	0.41559	0.42564	0.41353	0.41400
14.60190	0.39874	0.39970	0.40880	0.39708	0.39596	0.39340	0.40507	0.39533	0.39468	0.39776	0.40720	0.39557	0.39596
23.86530	0.27776	0.27299	0.28204	0.27410	0.27462	0.26653	0.27782	0.27486	0.27218	0.27883	0.28295	0.27566	0.27537
27.47170	0.24578	0.23970	0.24831	0.24165	0.24260	0.23373	0.24422	0.24318	0.23994	0.24766	0.25000	0.24407	0.24357
29.68320	0.22888	0.22222	0.23048	0.22453	0.22570	0.21663	0.22652	0.22648	0.22294	0.23126	0.23259	0.22740	0.22677
mean	0.49932	0.49999	0.50759	0.49803	0.49693	0.49546	0.50470	0.49626	0.49600	0.49725	0.50595	0.49635	0.49676

جدول (15-3) يمثل متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية و أحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين و للأنموذج الأول هي $(\lambda=0.5$ و $\Theta=0.5)$

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00147	0.00076	0.00035	0.00028	0.00183	0.00088	0.00045	0.00036	0.00180	0.00083	0.00041	0.00033
0.00286	0.00148	0.00069	0.00055	0.00346	0.00170	0.00084	0.00070	0.00333	0.00159	0.00078	0.00064
0.00617	0.00321	0.00148	0.00120	0.00702	0.00353	0.00165	0.00143	0.00649	0.00331	0.00156	0.00134
0.00871	0.00449	0.00205	0.00170	0.00953	0.00475	0.00212	0.00189	0.00832	0.00446	0.00203	0.00180
0.00883	0.00450	0.00206	0.00171	0.00978	0.00476	0.00212	0.00188	0.00831	0.00445	0.00201	0.00179
0.00867	0.00435	0.00201	0.00166	0.00974	0.00465	0.00208	0.00183	0.00812	0.00432	0.00196	0.00172
0.00856	0.00426	0.00198	0.00163	0.00968	0.00459	0.00207	0.00180	0.00800	0.00425	0.00193	0.00169
0.00729	0.00335	0.00163	0.00130	0.00845	0.00396	0.00192	0.00155	0.00675	0.00354	0.00167	0.00137
0.00680	0.00304	0.00151	0.00118	0.00788	0.00373	0.00187	0.00147	0.00628	0.00329	0.00158	0.00127
0.00650	0.00287	0.00144	0.00112	0.00754	0.00360	0.00183	0.00143	0.00602	0.00315	0.00153	0.00121
0.00659	0.00323	0.00152	0.00123	0.00749	0.00361	0.00169	0.00143	0.00634	0.00332	0.00155	0.00131

من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقدير هي MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.OGE.D بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملي لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.0012335077) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.49693)



شكل (3-6)

منحني الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللأنموذج الأول عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الآسي العام

من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للأنموذج الأول للقيم الافتراضية للمعاملات ($\lambda=0.5$ و $\Theta=0.5$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على أقل متوسط مربعات التكامل في جدول رقم (3-15)

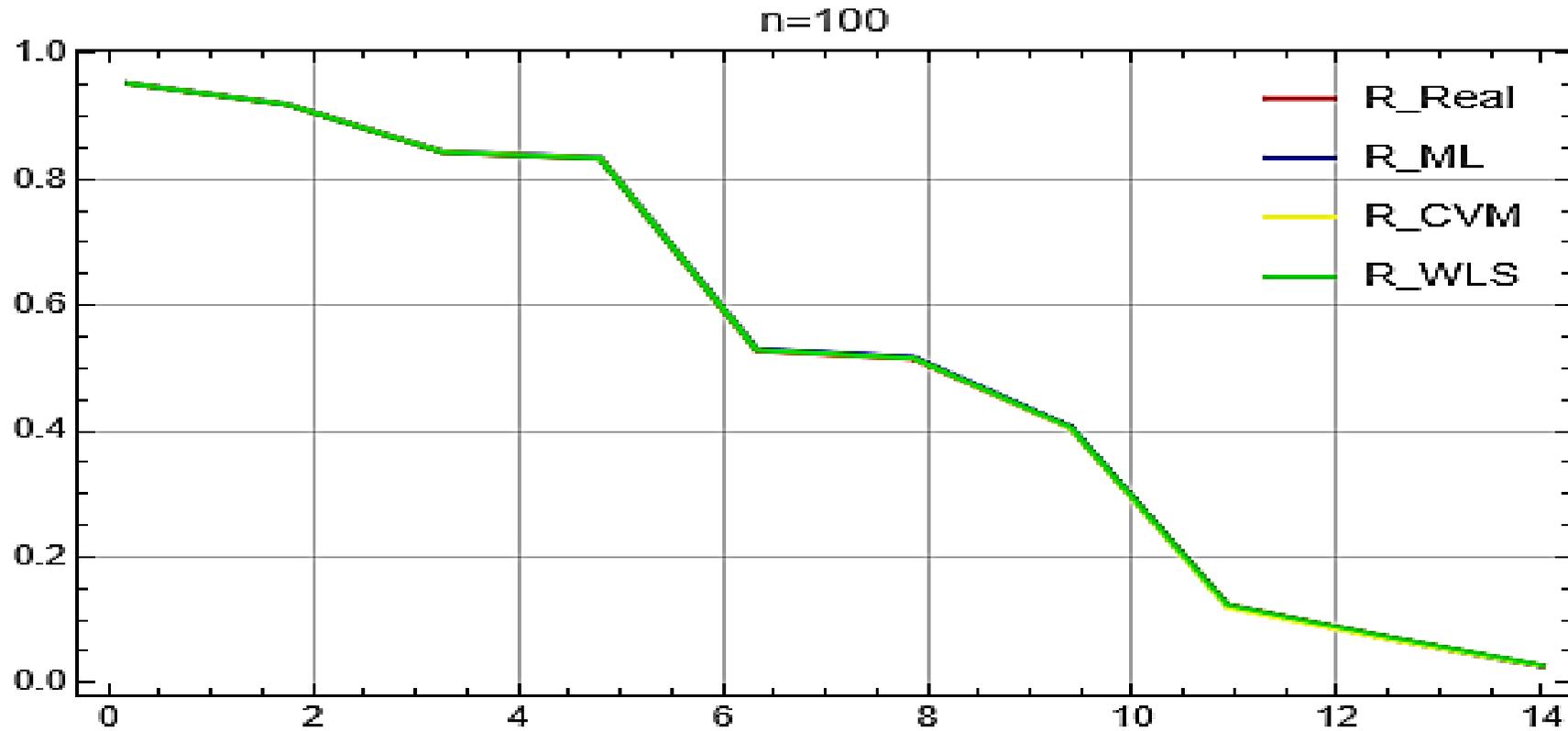
جدول (16-3) يمثل القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للامودج الثاني هي $\theta=0.5$ و $\lambda=1.5$

t	R _{real}	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.27817	0.95207	0.95595	0.95323	0.95296	0.95283	0.95462	0.95264	0.95257	0.95261	0.95330	0.95190	0.95206	0.95213
0.39180	0.91917	0.92557	0.92111	0.92062	0.92040	0.92337	0.92017	0.92000	0.92004	0.92131	0.91900	0.91919	0.91929
0.63808	0.84238	0.85411	0.84606	0.84501	0.84458	0.85002	0.84451	0.84391	0.84393	0.84679	0.84257	0.84261	0.84274
0.66930	0.83263	0.84498	0.83651	0.83539	0.83494	0.84065	0.83490	0.83424	0.83425	0.83733	0.83290	0.83289	0.83302
1.87975	0.52729	0.54873	0.53510	0.53172	0.53058	0.53722	0.53263	0.52925	0.52878	0.53825	0.53160	0.52900	0.52857
1.94997	0.51410	0.53536	0.52192	0.51847	0.51731	0.52354	0.51943	0.51595	0.51546	0.52508	0.51859	0.51585	0.51538
2.63914	0.40464	0.42204	0.41180	0.40804	0.40679	0.40798	0.40910	0.40513	0.40449	0.41446	0.41031	0.40657	0.40580
6.83622	0.12350	0.11734	0.12378	0.12144	0.12091	0.10963	0.12124	0.11907	0.11877	0.12391	0.12826	0.12438	0.12342
9.09822	0.07356	0.06707	0.07309	0.07115	0.07092	0.06435	0.07173	0.06995	0.06975	0.07596	0.07802	0.07457	0.07382
14.19690	0.02716	0.02492	0.02722	0.02583	0.02583	0.02606	0.02780	0.02638	0.02620	0.03277	0.03150	0.02887	0.02838
mean	0.521651	0.529606	0.524981	0.52306	0.522508	0.523745	0.523415	0.521646	0.521429	0.526916	0.524464	0.522598	0.522255

جدول (17-3) يمثل متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية و أحجام العينة المختلفة للامودج الثاني عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي $\theta=0.5$ و $\lambda=1.5$

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00027	0.00011	0.00006	0.00004	0.00032	0.00015	0.00007	0.00005	0.00028	0.00013	0.00007	0.00005
0.00072	0.00030	0.00016	0.00011	0.00086	0.00039	0.00020	0.00013	0.00076	0.00034	0.00018	0.00012
0.00242	0.00099	0.00054	0.00036	0.00285	0.00128	0.00064	0.00042	0.00251	0.00112	0.00058	0.00039
0.00268	0.00109	0.00060	0.00040	0.00315	0.00141	0.00070	0.00047	0.00278	0.00124	0.00064	0.00043
0.01045	0.00404	0.00225	0.00136	0.01214	0.00481	0.00241	0.00146	0.01064	0.00433	0.00227	0.00137
0.01059	0.00409	0.00228	0.00138	0.01233	0.00484	0.00243	0.00147	0.01080	0.00437	0.00230	0.00138
0.01066	0.00410	0.00233	0.00136	0.01277	0.00463	0.00242	0.00143	0.01103	0.00427	0.00231	0.00134
0.00375	0.00156	0.00095	0.00060	0.00470	0.00172	0.00120	0.00086	0.00431	0.00156	0.00102	0.00065
0.00206	0.00086	0.00056	0.00038	0.00254	0.00104	0.00079	0.00061	0.00250	0.00094	0.00065	0.00045
0.00059	0.00025	0.00018	0.00013	0.00079	0.00036	0.00029	0.00024	0.00087	0.00035	0.00025	0.00018
0.00442	0.00174	0.00099	0.00061	0.00525	0.00206	0.00111	0.00072	0.00465	0.00186	0.00103	0.00064

من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقدير هي MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.OGE.D بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملي لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.00061094962) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.522508)



شكل (3-7) منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللانموذج الثاني عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام

من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للانموذج الثاني للقيم الافتراضية للمعلمات ($\Theta=0.5$ و $\lambda=1.5$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على أقل متوسط مربعات التكامل في جدول رقم (3-17)

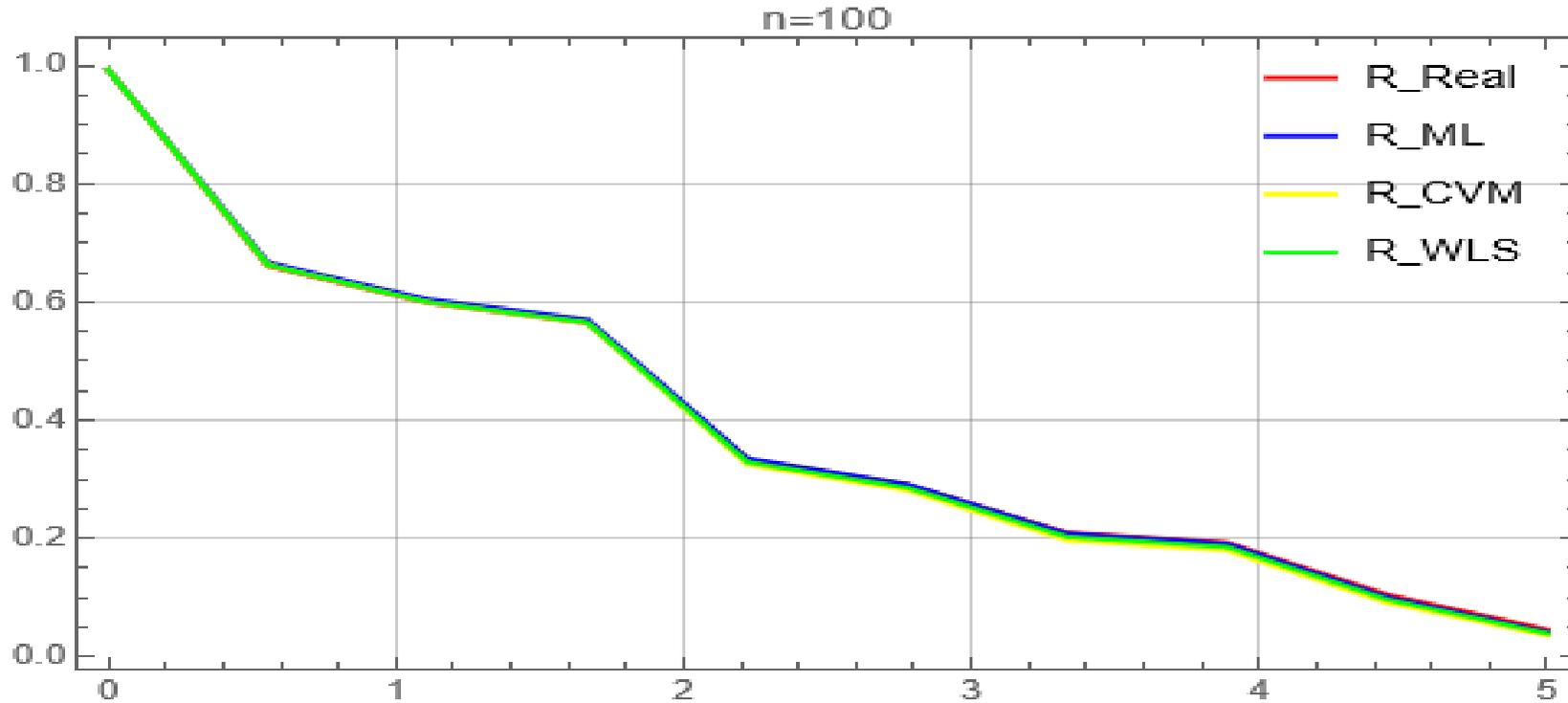
جدول (18-3) يمثل القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للاموزج الثالث هي ($\lambda=4$ و $\theta=0.5$)

t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.06506	0.99254	0.99300	0.99306	0.99284	0.99277	0.99263	0.99303	0.99269	0.99272	0.99251	0.99295	0.99266	0.99266
0.73340	0.66060	0.67112	0.67619	0.66893	0.66651	0.65476	0.67215	0.66187	0.66261	0.65445	0.67120	0.66264	0.66253
0.86280	0.59851	0.60832	0.61497	0.60708	0.60450	0.58892	0.60936	0.59875	0.59952	0.59004	0.60905	0.60010	0.59996
0.93965	0.56420	0.57321	0.58082	0.57271	0.57007	0.55214	0.57422	0.56368	0.56446	0.55426	0.57439	0.56541	0.56525
1.63455	0.33276	0.32941	0.34437	0.33741	0.33515	0.29949	0.32923	0.32433	0.32503	0.31139	0.33480	0.32942	0.32923
1.81897	0.29058	0.28402	0.30009	0.29390	0.29185	0.25417	0.28344	0.28041	0.28106	0.26764	0.29019	0.28613	0.28595
2.27819	0.20954	0.19713	0.21416	0.20996	0.20836	0.17104	0.19571	0.19641	0.19687	0.18584	0.20429	0.20305	0.20284
2.39733	0.19296	0.17958	0.19649	0.19277	0.19127	0.15495	0.17802	0.17939	0.17979	0.16968	0.18680	0.18613	0.18590
3.31747	0.10539	0.09024	0.10349	0.10236	0.10133	0.07613	0.08851	0.09174	0.09158	0.08847	0.09652	0.09791	0.09738
4.70990	0.04617	0.03625	0.04284	0.04289	0.04205	0.03015	0.03514	0.03680	0.03636	0.03790	0.04007	0.04083	0.03997
mean	0.39932	0.39623	0.40665	0.40208	0.40039	0.37744	0.39588	0.39261	0.39300	0.38522	0.40003	0.39643	0.39617

جدول (19-3) يمثل متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي لدالة المعولية و أحجام العينة المختلفة للاموزج الثالث عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي ($\lambda=4$ و $\theta=0.5$)

	MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
	20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.06506	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.73340	0.00465	0.00225	0.00113	0.00113	0.00722	0.00318	0.00161	0.00121	0.00603	0.00269	0.00146	0.00107
0.86280	0.00573	0.00273	0.00139	0.00139	0.00881	0.00378	0.00194	0.00146	0.00742	0.00323	0.00177	0.00130
0.93965	0.00626	0.00295	0.00152	0.00152	0.00957	0.00403	0.00210	0.00158	0.00810	0.00348	0.00192	0.00141
1.63455	0.00770	0.00315	0.00181	0.00181	0.01207	0.00430	0.00242	0.00186	0.01001	0.00378	0.00220	0.00160
1.81897	0.00743	0.00292	0.00173	0.00173	0.01183	0.00414	0.00235	0.00181	0.00972	0.00359	0.00210	0.00152
2.27819	0.00627	0.00233	0.00144	0.00144	0.00984	0.00367	0.00208	0.00161	0.00819	0.00306	0.00177	0.00125
2.39733	0.00591	0.00218	0.00136	0.00136	0.00913	0.00353	0.00199	0.00155	0.00767	0.00292	0.00168	0.00117
3.31747	0.00328	0.00129	0.00082	0.00082	0.00433	0.00221	0.00124	0.00104	0.00390	0.00186	0.00101	0.00070
4.70990	0.00115	0.00053	0.00033	0.00033	0.00128	0.00073	0.00046	0.00044	0.00128	0.00071	0.00037	0.00029
1.87573	0.00484	0.00203	0.00115	0.00115	0.00741	0.00296	0.00162	0.00126	0.00623	0.00253	0.00143	0.00103

من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقدير هي WLS في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.OGE.D بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملي لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.0010317658813) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.39617).



شكل (3-8) منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللانموذج الثالث عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام

من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للانموذج الثالث للقيم الافتراضية للمعاملات ($\Theta=0.5$ و $\lambda=4$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على اقل متوسط مربعات التكاملي في جدول رقم (3-19)

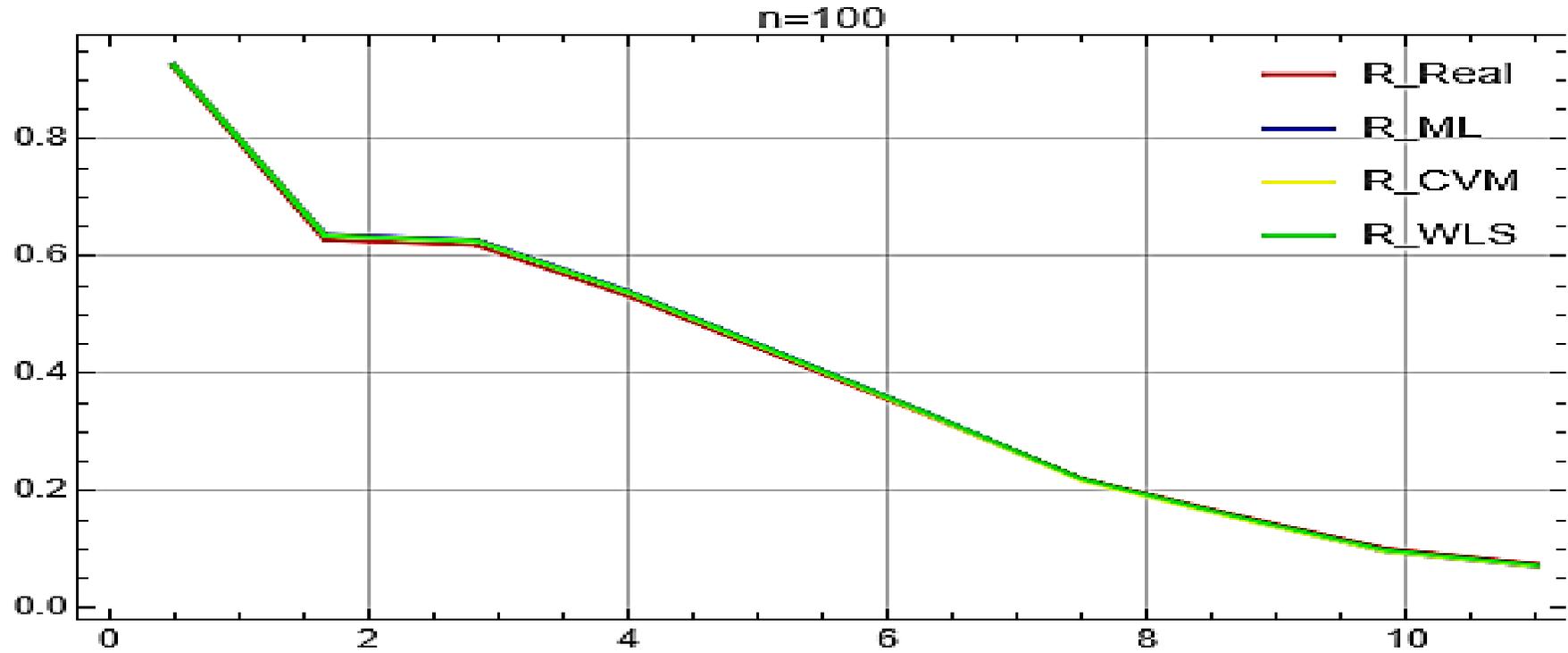
جدول (20-3) القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للانموذج الرابع هي ($\lambda=0.5$ و $\theta=1$)

t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.59406	0.92252	0.92723	0.92409	0.92335	0.92571	0.92574	0.92261	0.92248	0.92514	0.92061	0.92094	0.92153	0.92457
2.27332	0.62759	0.63872	0.63507	0.63122	0.63631	0.63244	0.63275	0.62964	0.63484	0.62555	0.62951	0.62797	0.63412
2.33207	0.61873	0.62965	0.62631	0.62240	0.62744	0.62316	0.62402	0.62083	0.62595	0.61663	0.62086	0.61920	0.62527
2.94942	0.53234	0.53990	0.54058	0.53619	0.54035	0.53118	0.53863	0.53465	0.53870	0.52916	0.53642	0.53373	0.53862
3.82699	0.42905	0.42941	0.43704	0.43254	0.43493	0.41882	0.43557	0.43103	0.43307	0.42402	0.43518	0.43139	0.43397
4.92827	0.32674	0.31761	0.33332	0.32930	0.32934	0.30783	0.33243	0.32782	0.32735	0.32033	0.33432	0.32969	0.32934
6.51895	0.22011	0.20187	0.22425	0.22124	0.21865	0.19654	0.22430	0.22002	0.21688	0.21362	0.22846	0.22331	0.21975
7.82627	0.15896	0.13857	0.16163	0.15932	0.15548	0.13699	0.16258	0.15855	0.15419	0.15415	0.16753	0.16223	0.15716
9.63839	0.10119	0.08318	0.10289	0.10116	0.09668	0.08491	0.10507	0.10125	0.09626	0.10003	0.10990	0.10462	0.09878
10.83120	0.07515	0.06017	0.07672	0.07518	0.07075	0.06306	0.07956	0.07584	0.07088	0.07638	0.08389	0.07872	0.07294
mean	0.40124	0.39663	0.40619	0.40319	0.40356	0.39207	0.40575	0.40221	0.40232	0.39805	0.40670	0.40324	0.40345

جدول (21-3) متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية لدالة المعولية و أحجام العينة المختلفة للانموذج الرابع عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي ($\lambda=0.5$ و $\theta=1$)

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00082	0.00042	0.00017	0.00016	0.00096	0.00054	0.00025	0.00022	0.00093	0.00052	0.00022	0.00020
0.00789	0.00414	0.00144	0.00136	0.00857	0.00456	0.00178	0.00175	0.00760	0.00432	0.00169	0.00174
0.00802	0.00422	0.00146	0.00138	0.00873	0.00462	0.00179	0.00177	0.00772	0.00438	0.00170	0.00176
0.00881	0.00468	0.00153	0.00150	0.01010	0.00494	0.00177	0.00181	0.00869	0.00469	0.00172	0.00183
0.00868	0.00461	0.00141	0.00168	0.01095	0.00470	0.00150	0.00163	0.00895	0.00448	0.00149	0.00166
0.00776	0.00396	0.00113	0.00109	0.01031	0.00400	0.00117	0.00139	0.00777	0.00382	0.00112	0.00135
0.00622	0.00289	0.00082	0.00010	0.00792	0.00307	0.00096	0.00121	0.00585	0.00288	0.00079	0.00102
0.00482	0.00217	0.00066	0.00073	0.00573	0.00248	0.00091	0.00110	0.00447	0.00227	0.00066	0.00086
0.00295	0.00143	0.00050	0.00060	0.00339	0.00181	0.00082	0.00089	0.00291	0.00162	0.00056	0.00066
0.00199	0.00106	0.00041	0.00037	0.00234	0.00144	0.00072	0.00072	0.00214	0.00128	0.00049	0.00053
0.00579	0.00296	0.00095	0.00090	0.00690	0.00322	0.00117	0.00125	0.00570	0.00302	0.00104	0.00116

من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقدير هي MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.OGE.D بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملية لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.0008979721) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.40356)



شكل (3-9) يمثل منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللانموذج الرابع عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام

من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للانموذج الرابع للقيم الافتراضية للمعاملات ($\lambda=0.5$ و $\Theta=1$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على أقل متوسط مربعات التكامل في جدول رقم (3-21)

جدول (22-3)

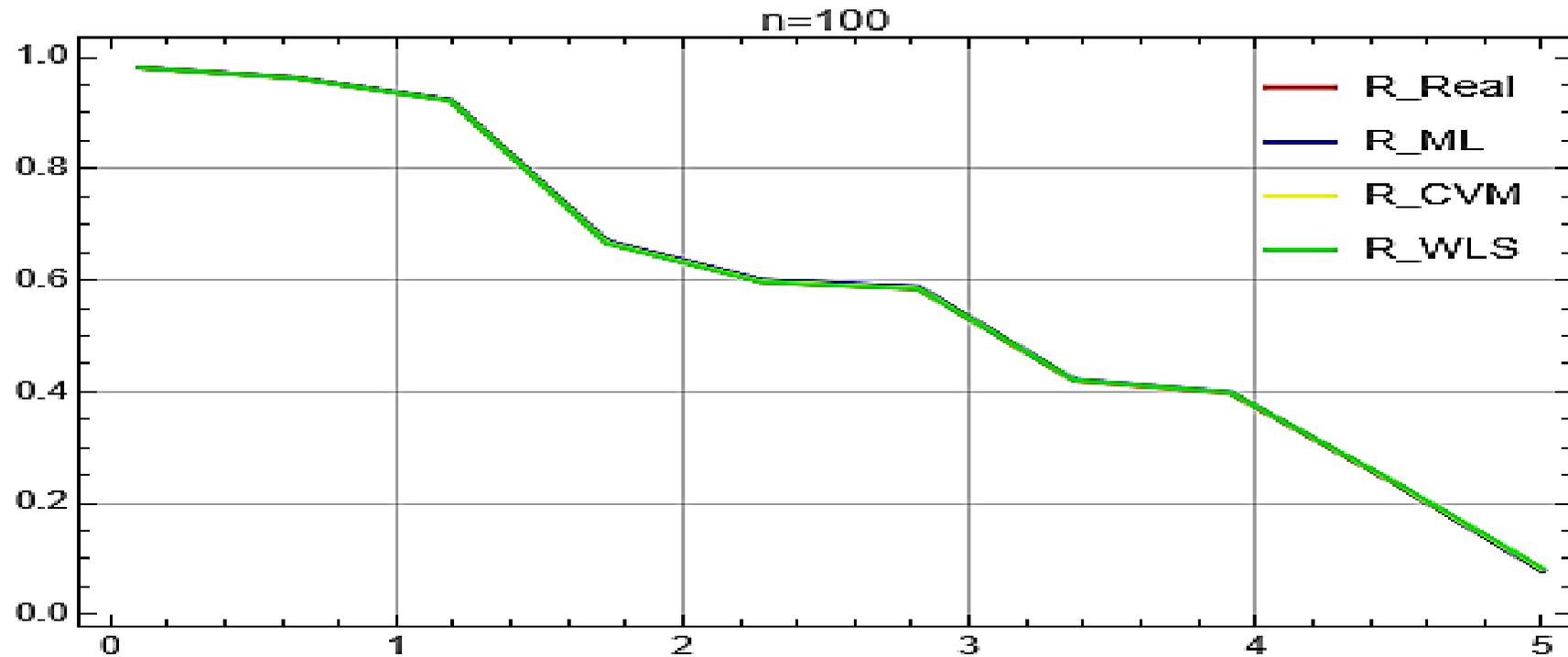
القيم الحقيقية لدالة المعولية ومقدراتها بطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة وعندما تكون القيم الافتراضية لمعلمتي التوزيع (I.T.L.OGE.D) للأنموذج الخامس هي ($\theta=2$ و $\lambda=0.5$)

t	R_real	ML				CVM				WLS			
		20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.18383	0.98153	0.98203	0.98203	0.98177	0.98184	0.98133	0.98139	0.98167	0.98149	0.98000	0.98096	0.98140	0.98126
0.27722	0.96316	0.96419	0.96419	0.96365	0.96378	0.96288	0.96292	0.96348	0.96311	0.96034	0.96210	0.96295	0.96267
0.44546	0.92244	0.92469	0.92469	0.92351	0.92369	0.92229	0.92206	0.92325	0.92243	0.91746	0.92051	0.92221	0.92156
1.33359	0.66712	0.67539	0.67539	0.67198	0.67078	0.67020	0.66666	0.67183	0.66825	0.66193	0.66461	0.66967	0.66646
1.58906	0.59686	0.60528	0.60528	0.60252	0.60054	0.59963	0.59607	0.60222	0.59820	0.59338	0.59494	0.60047	0.59668
1.63468	0.58474	0.59308	0.59308	0.59052	0.58838	0.58735	0.58386	0.59017	0.58610	0.58156	0.58293	0.58853	0.58464
2.32501	0.41954	0.42405	0.42405	0.42626	0.42189	0.41716	0.41685	0.42486	0.42071	0.42023	0.41944	0.42537	0.42067
2.43270	0.39703	0.40063	0.40063	0.40376	0.39907	0.39371	0.39403	0.40216	0.39810	0.39821	0.39718	0.40305	0.39831
3.31537	0.24507	0.24156	0.24156	0.25109	0.24458	0.23755	0.24052	0.24835	0.24524	0.25066	0.24712	0.25178	0.24721
5.08639	0.08057	0.07558	0.07558	0.08444	0.07856	0.08077	0.07977	0.08372	0.08122	0.09496	0.08608	0.08696	0.08350
mean	0.58581	0.58865	0.58865	0.58995	0.58731	0.58529	0.58441	0.58917	0.58648	0.58587	0.58559	0.58924	0.58630

جدول (23-3) متوسط مربعات الخطأ ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية لدالة المعولية و أحجام العينة المختلفة للأنموذج الخامس عندما تكون القيم الافتراضية للمعلمتين هي ($\theta=2$ و $\lambda=0.5$)

MSE ML				MSE CVM				MSE WLS			
20	50	80	100	20	50	80	100	20	50	80	100
0.00005	0.00002	0.00001	0.00001	0.00007	0.00002	0.00002	0.00001	0.00007	0.00002	0.00001	0.00001
0.00021	0.00008	0.00005	0.00004	0.00026	0.00009	0.00008	0.00005	0.00026	0.00009	0.00004	0.00004
0.00082	0.00033	0.00019	0.00014	0.00102	0.00037	0.00031	0.00018	0.00100	0.00036	0.00016	0.00016
0.00708	0.00281	0.00182	0.00122	0.00801	0.00303	0.00229	0.00135	0.00712	0.00285	0.00124	0.00124
0.00822	0.00328	0.00218	0.00140	0.00915	0.00351	0.00255	0.00150	0.00795	0.00327	0.00140	0.00140
0.00836	0.00334	0.00223	0.00142	0.00929	0.00357	0.00258	0.00152	0.00804	0.00332	0.00142	0.00142
0.00874	0.00356	0.00252	0.00141	0.00991	0.00391	0.00258	0.00146	0.00816	0.00352	0.00138	0.00138
0.00858	0.00350	0.00249	0.00137	0.00985	0.00389	0.00254	0.00142	0.00807	0.00348	0.00134	0.00134
0.00638	0.00268	0.00194	0.00099	0.00805	0.00336	0.00218	0.00114	0.00673	0.00288	0.00099	0.00099
0.00194	0.00100	0.00069	0.00044	0.00289	0.00145	0.00119	0.00067	0.00289	0.00126	0.00049	0.00049
0.00504	0.00206	0.00141	0.00084	0.00585	0.00232	0.00163	0.00093	0.00503	0.00211	0.00085	0.00085

من الجداول أعلاه تبين عند حجم عينة (100) أفضل طريقة تقدير هي MLE في تقدير دالة المعولية لتوزيع I.T.L.OGE.D بأقل متوسط لمربعات الخطأ التكاملية لجميع أوقات التجربة إذ بلغ متوسطها (0.000842489486) عند متوسط مقدر معولية التوزيع (0.58731)



شكل (3-10) يمثل منحنى الدالة المعولية لتجربة المحاكاة والمقدرة وفق طرائق التقدير كافة وللانموذج الخامس عند حجم عينة (100) وللتوزيع توب-ليون-المعكوس-المفرد الأسّي العام

من الشكل أعلاه يبين أفضل حجم عينة (100) للانموذج الخامس للقيم الافتراضية للمعاملات ($\Theta=2$ و $\lambda=0.5$) لكافة طرائق التقدير وذلك بالاعتماد على أقل متوسط مربعات التكامل في جدول رقم (3-23)

يمكن تلخيص نتائج المحاكاة في الجدول (3-13) الى (3-23) بأستعمال أسلوب الرتب لمتوسط مربعات الخطأ التكالمي (IMSE) في الجدولين الآتيين:

جدول (3-24)

يمثل الرتب الكلية والجزئية لمتوسط المربعات التكالمي وللقيم الافتراضية لمعاملات التوزيع (I.T.L.OGE.D) و لطرائق التقدير كافة مع أحجام العينة المختلفة

Model	N	Method			Best
		MLE	CVE	WLS	
M1 $\theta=0.5$ $\lambda=0.5$	20	2	3	1	WLS
	50	1	3	2	MLE
	80	1	3	2	MLE
	100	1	3	2	MLE
\sum Ranks		5	12	7	MLE
Partial Rank		1	3	2	
M2 $\theta=0.5$ $\lambda=1.5$	20	1	3	2	MLE
	50	1	3	2	MLE
	80	1	3	2	MLE
	100	1	2	3	MLE
\sum Ranks		4	11	9	MLE
Partial Rank		1	3	2	
M3 $\theta=0.5$ $\lambda=4$	20	3	2	1	WLS
	50	3	2	1	WLS
	80	3	2	1	WLS
	100	2	3	1	WLS
\sum Ranks		11	9	4	WLS
Partial Rank		3	2	1	
M4 $\theta=1$ $\lambda=0.5$	20	2	3	1	WLS
	50	1	3	2	MLE
	80	1	3	2	MLE
	100	1	3	2	MLE
\sum Ranks		5	12	7	MLE
Partial Rank		1	3	2	
M5 $\theta=2$ $\lambda=0.5$	20	2	3	1	WLS
	50	1	3	2	MLE
	80	2	3	1	WLS
	100	1	3	2	MLE
\sum Ranks		6	12	6	WLS
Partial Rank		1.5	3	1.5	
$\sum \sum$ Ranks		26	56	33	MLE
Overall Rank		1	3	2	

(25-3) يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي لطرائق التقدير كافة للقيم الافتراضية للمعلمات حسب أحجام العينة.

n	Sum of Rank	MLE	CVME	WLSE
20	\sum Ranks	10	14	6
	Overall Ranks	2	3	1
50	\sum Ranks	7	14	9
	Overall Ranks	1	3	2
80	\sum Ranks	8	14	8
	Overall Ranks	1.5	3	1.5
100	\sum Ranks	6	14	10
	Overall Ranks	1	3	2

نلاحظ من الجداول آنفاً أن :

1- في الانموذج الأول عند تساوي المعلمات ($\theta=0.5 \lambda=0.5$) تمثلت بالمرتبة الاولى (WLS) عند حجم عينة (20) ثم تليها (MLE) عند أحجام العينة (50,80,100) تمثلت بالمرتبة الثاني وهذا يدل على ملاءمتها في أحجام العينات الكبيرة في النماذج المذكوره آنفاً و (CVME) تمثلت بالمرتبة الثالثة.

2- في الانموذج الثاني عندما تكون المعلمة ($\theta=0.5$) أصغر من المعلمة ($\lambda=1.5$) تمثلت (MLE) بالمرتبة الاولى ولكافة أحجام العينة ثم الثانية والثالثة (WLS) و (CVME) على التوالي.

3- في الانموذج الثالث تمثلت بالمرتبة الاولى (WLS) عند كافة الأحجام ولقيم المعلمات ($\theta=0.5$) ($\lambda=4$) ثم الثانية والثالثة (MLE) و (CVME) على التوالي.

4- في الأنموذج الرابع عندما تكون قيمة المعلمة ($\theta=1$) أكبر من المعلمة ($\lambda=0.5$) تمثلت بالمرتبة الاولى (WLS) عند حجم عينة (20) ثم تليها (MLE) عند أحجام العينة (50,80,100) تمثلت

بالمرتبة الثاني وهذا يدل على ملاءمتها في أحجام العينات الكبيرة في النماذج المذكوره انفاً و (CVME) تمثلت بالمرتبة الثالثة .

5- واخيراً في الأنموذج الخامس اكد لنا عنما تكون قيم المعلمات متساويه او قيمة معلمة (θ) أكبر من معلمة (λ) فإن (WLS) تأتي في المرتبة الاولى عند حجم عينة (20)، ونلاحظ أيضاً عند حجم العينة 80 ان (WLS) اتت في المرتبة الاولى، أما في حجم العينة 50 و 100 لنفس الأنموذج فتمثلت (MLE) بالمرتبة الاولى

ومن الجدول (24-3) نلاحظ أن:

(WLS) هي الطريقة الفضلى لتقدير الدالة المعولية للتوزيع (I.T.L.OGE.D) ولامتلاكها أصغر متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) في النماذج الخمسة عند حجم عينة 20، وأن (MLE) بالنسبة لدالة المعولية تمثلت بافضلية طريقة تقدير وعند احجام العينات الكبيرة (50,80,100).

(3-3) الجانِب التطبيقي (Practical part)

بعد إجراء عملية المحاكاة واختيار طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كأفضل طريقة تقدير يمكننا الان في هذا الجانِب تطبيق توزيع (I.T.L.E.D)لانه يمثل البيانات، وتم تطبيقه على برنامج (Mathematica) وكما مبين في ملحق B .

(1-3-3) البيانات الحقيقية (Real Data)

تم اختبار البيانات ولاحظنا انها تلائم المنهجية الاولى وتم تطبيق البيانات عليها متمثلة بأوقات الاشتغال لحين العطل لمحولات الكهربائية الخاصة في منطقة الرصافة في محافظة بغداد.

تعد الكهرباء عنصراً أساسياً في حياتنا اليومية، ولا يمكن لنا الاستغناء عنها. عندما ننظر من حولك ستجد كل مكان يكاد لا يخلو من آلة كهربائية أو جهاز كهربائي.

يتم نقل الطاقة الكهربائية من خلال خطوط النقل ومحطات التوزيع وتم دخولها الى المدن ووصولها الى المشترك من خلال محولات التوزيع الكهربائي والتي تختلف سعتها حسب المناطق والكثافة السكانية فيها، حيث تبلغ سعة المحولات قيد الدراسة (KVA400). وأن مصادر الطاقة الكهربائية يتم الحصول عليها من:

محطات التوليد البخارية، محطات التوليد النووية، محطات التوليد المائية، محطات التوليد ذات الاحتراق الداخلي، محطات التوليد بالطاقة الشمسية وأخيراً محطات طاقة الرياح .

تعتبر المحولات من المكونات الأساسية للشبكات والأجهزة الكهربائية والألكترونية، ويجب أن يكون فني الصيانة أو فني الألكترونيات قادراً على فحصها وتحديد أعطالها بكفاءة، يمكن تقسيم أعطال المحولات إلى فئتين وهما:

الأعطال الكلية هي الأعطال التي لا يعمل فيها المحول نهائياً، رغم تزويد ملفه الابتدائي بفولتية التغذية المقررة، والأسباب المتوقعة هي :

- حرق الملف الابتدائي نتيجة ارتفاع فولتية المصدر عن تلك المقررة للمحول.
- حرق الملف الثانوي نتيجة سحب الحمل تيار أعلى من المقرر، بسبب وجود قصر (شورت) في الحمل، أو وصل حمل أكبر من الحمل المقرر للمحول.

الأعطال الجزئية وفي هذه الحالة لا يؤدي المحول عمله بالشكل المطلوب، كأن تتدنى فولتية الطرف الثانوي، أو يسحب الطرف الابتدائي تياراً أعلى من المقرر، أو ترتفع درجة حرارة المحول بشكل ملحوظ، والأسباب المتوقعة هي :

- ❖ حدوث قصر (شورت) جزئي في أحد ملفي المحول أو كلاهما.
- ❖ حدوث قصر (شورت) جزئي بين بعض لفات أحد ملفي المحول وقلبه.
- ❖ حدوث قصر (شورت) كلي في أحد ملفي المحول أو كلاهما، في هذه الحالة تعدم فولتية الطرف الثانوي وترتفع درجة حرارة المحول بشكل ملحوظ، وقياس مقاومة الملف الثانوي يظهر مقاومة منخفضة جداً (صفر تقريباً).

ومن أجل إيجاد حل لهذه المشكلة (عطل المحولات الكهربائية) تم تسجيل (95) محولة خلال فترة الاشتغال لحين العطل (عطب) من الشركة العامة لتوزيع كهرباء بغداد /توزيع كهرباء الرصافة من قبل الكادر الفني في قسم الشؤون الفنية حيث تمثلت البيانات من شهر كانون الثاني 2018 لغاية شهر آب 2021 لمناطق متفرقة في الرصافة ولغرض معرفة قدرات تحمل المحولات دون حدوث أي عطل.

والجدول التالي يوضح البيانات الحقيقية للمحولات لحين العطل :

جدول (26-3)

متوسط أوقات اشتغال المحولة لحين العطل (العطب) مقاسة بالأشهر

t_i									
0.10	0.10	0.14	0.23	0.29	0.32	0.40	0.40	0.48	0.52
0.55	0.61	0.64	0.69	0.70	0.73	0.74	0.74	0.75	0.76
0.77	0.79	0.80	0.80	0.87	0.89	0.94	0.98	1.00	1.00
1.00	1.10	1.10	1.20	1.20	1.20	1.20	1.30	1.40	1.45
1.47	1.57	1.60	1.70	1.78	1.78	1.80	1.80	1.86	1.90
2.10	2.10	1.16	1.28	1.30	2.30	2.30	2.30	1.40	2.47
2.50	2.56	2.57	2.58	2.68	2.69	2.70	3.10	3.40	3.45
3.50	3.75	3.82	3.80	4.00	4.20	4.26	4.40	4.60	4.90
5.40	5.40	5.44	5.86	6.23	6.40	6.65	7.30	7.80	10.70
12.30	14.89	20.85	23.60	25.90					

والجدول التالي يبين احصائيات للبيانات الحقيقية أعلاه:

(27-3) احصائيات البيانات الحقيقية

Coefficients	Value
mean	3.16874
Variance	20.0538
skewness	3.31628
kurtosis	14.9421
median	1.7
StandardDeviation	4.47815
Min	0.10
Max	25.90

الجدول التالي يبين مقدرات المعلمات للبيانات الحقيقية للتوزيعان (ITL.E) و(I.T.L.OGE.D):

(28-3) مقدرات المعلمات للبيانات الحقيقية للتوزيعات

dist	θ	λ
ITL.E	2.12928	0.642077
I.T.L.OGE.D	0.28765	4.3942

(2-3-3) تحليل البيانات (Data Analysis)

سيتم تحليل نتائج البيانات الحقيقية بأستعمال الطريقة الافضل (MLE) لقياس معولية المحولات الكهربائية ولبيان اي من التوزيعين تكون اكثر ملاءمة لهذه البيانات ليتم تمثيلها لاحقاً على بيانات حقيقية أخرى بالاعتماد على اختبار حسن المطابقة (*Goodness of Fit*) عن طريق ثلاث اختبارات (Kolmogorov-Smirnov و Cramér-von Mises, Anderson-Darling) وحسب الفرضية (لكافة التوزيعات ضمن الاختبار) أدناه :

H_0 : the data are distributed ITL.E or I.T.L.OGE.D

H_1 : the data are not distributed ITL.E or I.T.L.OGE.D

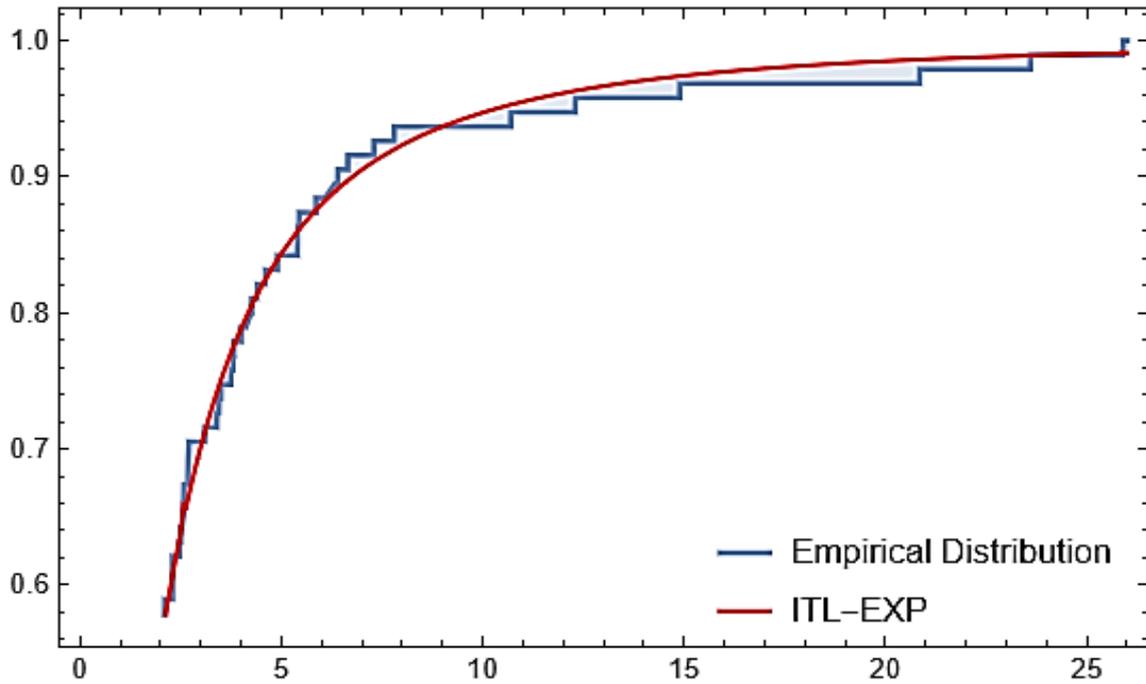
(29-3) قيم اختبار حسن المطابقة (*Goodness of fit*)

Dist	I.T.L.E		I.T.L.OGE.D	
	Statistic	P-Value	Statistic	P-Value
Anderson-Darling	0.23428	0.978047	0.45711	0.91245
Cramér-von Mises	0.032654	0.966656	0.07845	0.9231
Kolmogorov-Smirnov	0.0532228	0.937438	0.06614	0.88547

يتبين من الجدول اعلاه :

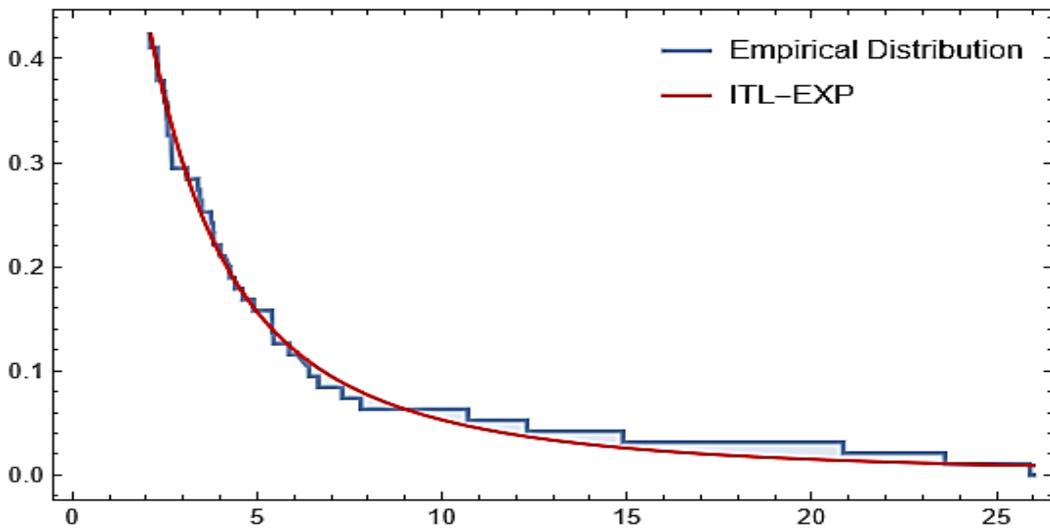
ان قيمة ال P-Value للاختبارات الثلاثة و للتوزيع (I.T.L.E) ظهرت أكبر من مستوى المعنوية 0.05 و من قيم التوزيع الاخر I.T.L.OGE.D وبذلك يؤدي الى عدم رفض فرضية العدم أي أنّ يعتبر توزيع (I.T.L.E) هو الامثل لتمثيل البيانات الحقيقية للمحولات الكهربائية..

والاشكال التالية تمثل مدى ملاءمة التوزيع (I.T.L.E) بطريقة (T-X):



شكل (11-3)

يبين دالة التوزيع التراكمية (cdf) للتوزيع (I.T.L.E) مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية



شكل (12-3)

يبين الدالة المعولية (R(x)) للتوزيع (I.T.L.E) مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية

في الجدول التالي نبين نتائج تحليل البيانات حسب مقدرات لدالة الكثافة الاحتمالية $f(t)$ ودالة

التوزيع التراكمية $F(t)$ والدالة المعولية $R(t)$ لتوزيع (I.T.L.E)

(30-3) مقدرات لدالة الكثافة الاحتمالية $f(t)$ ودالة التوزيع التراكمية $F(t)$ والدالة المعولية $R(t)$

للتوزيع (I.T.L.E)

i	t_i	$f(t)$	$F(t)$	$R(t)$	i	t_i	$f(t)$	$F(t)$	$R(t)$
1	0.10	0.145067	0.007735	0.992265	38	1.30	0.284412	0.389696	0.610304
2	0.10	0.145067	0.007735	0.992265	39	1.40	0.269538	0.417391	0.582609
3	0.14	0.188395	0.014429	0.985571	40	1.45	0.262240	0.430685	0.569315
4	0.23	0.262130	0.034926	0.965074	41	1.47	0.259354	0.435900	0.564100
5	0.29	0.296567	0.051738	0.948262	42	1.57	0.245244	0.461126	0.538874
6	0.32	0.310216	0.060845	0.939155	43	1.60	0.241124	0.468421	0.531579
7	0.40	0.337091	0.086822	0.913178	44	1.70	0.227802	0.491862	0.508138
8	0.40	0.337091	0.086822	0.913178	45	1.78	0.217620	0.509676	0.490324
9	0.48	0.352902	0.114485	0.885515	46	1.78	0.217620	0.509676	0.490324
10	0.52	0.357567	0.128701	0.871299	47	1.80	0.215142	0.514004	0.485996
11	0.55	0.359893	0.139465	0.860535	48	1.80	0.215142	0.514004	0.485996
12	0.61	0.361984	0.161137	0.838863	49	1.86	0.207871	0.526693	0.473307
13	0.64	0.361933	0.171998	0.828002	50	1.90	0.203160	0.534913	0.465087
14	0.69	0.360498	0.190065	0.809935	51	2.10	0.181214	0.573306	0.426694
15	0.70	0.360032	0.193668	0.806332	52	2.10	0.181214	0.573306	0.426694
16	0.73	0.358316	0.204444	0.795556	53	1.16	0.305488	0.651598	0.348402
17	0.74	0.357646	0.208024	0.791976	54	1.28	0.287418	0.616023	0.383977
18	0.74	0.357646	0.208024	0.791976	55	1.30	0.284412	0.610304	0.389696
19	0.75	0.356929	0.211597	0.788403	56	2.30	0.161828	0.607569	0.392431
20	0.76	0.356169	0.215162	0.784838	57	2.30	0.161828	0.607569	0.392431
21	0.77	0.355367	0.218720	0.781280	58	2.30	0.161828	0.607569	0.392431
22	0.79	0.353643	0.225810	0.774190	59	1.40	0.269538	0.417391	0.582609
23	0.80	0.352725	0.229342	0.770658	60	2.47	0.147194	0.633813	0.366187
24	0.80	0.352725	0.229342	0.770658	61	2.50	0.144775	0.638193	0.361807
25	0.87	0.345397	0.253785	0.746215	62	2.56	0.140075	0.646737	0.353263
26	0.89	0.343055	0.260670	0.739330	63	2.57	0.139310	0.648134	0.351866
27	0.94	0.336818	0.277669	0.722331	64	2.58	0.138549	0.649524	0.350476
28	0.98	0.331504	0.291036	0.708964	65	2.68	0.131210	0.663008	0.336992
29	1.00	0.328760	0.297639	0.702361	66	2.69	0.130502	0.664316	0.335684
30	1.00	0.328760	0.297639	0.702361	67	2.70	0.129799	0.665618	0.334382
31	1.00	0.328760	0.297639	0.702361	68	3.10	0.105092	0.712383	0.287617
32	1.10	0.314412	0.329805	0.670195	69	3.40	0.090296	0.741622	0.258378
33	1.10	0.314412	0.329805	0.670195	70	3.45	0.088089	0.746081	0.253919
34	1.20	0.299476	0.360502	0.639498	71	3.50	0.085950	0.750432	0.249568
35	1.20	0.299476	0.360502	0.639498	72	3.75	0.076185	0.770667	0.229333
36	1.20	0.299476	0.360502	0.639498	73	3.82	0.073705	0.775913	0.224087
37	1.20	0.299476	0.360502	0.639498	74	3.80	0.074403	0.774432	0.225568

	ti	f(t)	F(t)	R(t)
75	4.00	0.067785	0.788638	0.211362
76	4.20	0.061900	0.801595	0.198405
77	4.26	0.060262	0.805259	0.194741
78	4.40	0.056653	0.813440	0.186560
79	4.60	0.051964	0.824293	0.175707
80	4.90	0.045826	0.838937	0.161063
81	5.40	0.037530	0.859686	0.140314
82	5.40	0.037530	0.859686	0.140314
83	5.44	0.036954	0.861176	0.138824
84	5.86	0.031542	0.875521	0.124479
85	6.23	0.027600	0.886441	0.113559
86	6.40	0.026004	0.890996	0.109004
87	6.65	0.023868	0.897225	0.102775
88	7.30	0.019293	0.911183	0.088817
89	7.80	0.016528	0.920115	0.079885
90	10.70	0.007617	0.952959	0.047041
91	12.30	0.005323	0.963167	0.036833
92	14.89	0.003209	0.973914	0.026086
93	20.85	0.001272	0.986113	0.013887
94	23.60	0.000897	0.989056	0.010944
95	25.90	0.000688	0.990864	0.009136
Sum	301.03	19.283795	47.362699	47.637300
Mean	3.168	0.2029873	0.4985547	0.5014453

نلاحظ من الجدول أعلاه :

- 1- الدالة المعولية تمثلت في العامود الخامس حيث تتناقص قيمتها مع الزمن (تناسب عكسي) وهذا مايتناسب مع النظرية الاحصائية أي أنه (كلما زادت فترة اشتغال المحولة قلت معوليتها) و بلغ متوسط الدالة المعولية (0.5014453) أي أنّ نعول بالمحولة تقارب 50% في الشهر.
- 2- بما ان دالة التوزيع التراكمي هي متمم للدالة المعولية نلاحظ ان قيمها تتزايد مع الزمن (تناسب طردي) وبلغ متوسط دالة التوزيع التراكمي (0.4985547) ان لانعول المحولة 50% تقريباً .
- 3- متوسط اشتغال المحولة لحين العطل بلغ (3.168) شهراً اي يمكن ان تبقى المحولات ذات سعة KVA400 وضمن الرقعة الجغرافية لمدة ثلاثة اشهر و 17 يوم من أصل 47 شهر وتعتبر هذه النسبة ضعيفة جداً أي يمكن أن نعول على المحولة بنسبة 50% لكل شهر.

الفصل الرابع

الاستنتاجات والتوصيات

الاستنتاجات والنوصيات

سنقوم بتوضيح أهم الاستنتاجات والتوصيات التي توصل إليها الباحث في هذا الفصل.

1-4 . الاستنتاجات (Conclusions):

❖ من نتائج الجانب التجريبي نستنتج مايلي:

1. بالاعتماد على معايير المقارنة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) أثبتت أفضلية طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كأفضل طريقة تقدير لدالة المعولية للتوزيعين (I.T.L.E) و (I.T.L.OGE) حيث تمثلت بالمرتبة الاولى لاغلب النماذج المستعملة بالقيم الافتراضية للمعلمات.

2. عند أحجام العينات الصغيرة احتلت المرتبة الاولى طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) بأفضل طريقة تقدير وعند النماذج الخمسة وأثبتت افضليتها طريقة تقدير الإمكان الأعظم (MLE) لتقدير الدالة المعولية وللتوزيعين (I.T.L.E) و (I.T.L.OGE) لأحجام العينات الكبيرة وكما مبينة في جداول الرتب الخاصة بأحجام العينات في الجانب التجريبي.

3. عند تساوي قيم المعلمات وللتوزيعين (I.T.L.E) و (I.T.L.OGE) تبين ان طريقة (WLS) هي أفضل طريقة لتقدير الدالة عند حجم العينة 20 وطريقة (MLE) عندما تكون المعلمة (θ) أكبر من المعلمة (λ) عند أحجام العينات الكبيرة هي افضل طريقة لتقدير الدالة.

4. ان قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) و متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لتقدير الدالة المعولية لتجربة المحاكاة للتوزيع (I.T.L.E) تتناقص بزيادة حجم العينة أكثر مما في توزيع (I.T.L.OGE) وهذا ما يطابق النظرية الإحصائية وبذلك يكون التوزيع (I.T.L.E) هو الأفضل لتمثيل البيانات الحقيقية في الجانب التطبيقي.

❖ من نتائج الجانب التطبيقي نستنتج مايلي:

1. ان تقديرات الدالة المعولية للتوزيع (I.T.L.E) للبيانات الحقيقية تكون متقاربة مع القيم الحقيقية لدالة المعولية في الجانب التجريبي.

2. بالاعتماد على نتائج جدول اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit) وحسب معايير الاختبار (Kolmogorov-Smirnov و Cramér-von Mises, Anderson-Darling)

للبيانات الحقيقية تبين ان التوزيع يلاءم هذه البيانات هو توزيع (I.T.L.E) Inverted Topp- Exponential ((leone- Exponential)) باستخدام طريقة (T-X Family).
 3. قيم الدالة المعولية للتوزيع (I.T.L.E) تتناقص مع زيادة الزمن اي تتناسب عكسي مع الزمن وهذا ماينطبق عليه النظرية الاحصائية .

(2-4) التوصيات (Recommendations) :

من خلال الاستنتاجات التي توصل اليها الباحث نوصي بما يلي :

1. استعمال طريقة الإمكان الأعظم لتقدير المعلمات و الدالة المعولية لتوزيع (I.T.L.E) Inverted Topp-leone- Exponential) لاجام العينات المتوسطة والكبيرة وطريقة المربعات الصغرى الموزونة لاجام العينات الصغيرة .
2. استعمال طريقة التركيب (Transformed-Transformer Method) ويرمز لها (T-X family) لتركيب توزيعين وبأستعمال التوزيع الاسي (Exponential) مع توزيع اخر وأستعمال التوزيع (Inverted Topp-leone) مع توزيع اخر يكون من ضمن العائلة الاسية .
3. استعمال طريقة التركيب (The odd generalized exponential family) ويرمز لها (OGE) مع توزيع اخر للحصول على توزيع جديد لتمثيله البيانات.
4. نوصي الشركة العامة لتوزيع الكهرباء /كهرباء الرصافة وبالاعتماد على نتائج الدالة المعولية بأستعمال محولات ذات ساعات اكبر من KVA400 للرقعة الجغرافية المختاره في البحث لكون معدل اشتغال المحولة لحين العطب قليل جدا مايقارب كل ثلاث اشهر و17 يوم من 47 شهر.
5. استعمال برنامج (Mathematica) في ملحق B لتقدير المعلمات والدوال المعولية والمخاطرة للتوزيعات اخرى ولاي بيانات مستعملة .

المصادر

المصادر

- القرآن الكريم

المصادر العربية:

1. الباقر، زينب محمد باقر صادق، (2017) "تقديرات دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
2. معاني أحمد الحكيم، (2019)، "مقارنة بعض طرائق تقدير دالة المعولية لتوزيع واييل ذي المعلمتين باستخدام المحاكاة"، قسم الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة البصرة.
3. وعبودي، عماد حازم، (2011)، "تقديرات المعولية للتوزيع الاسي بمعلمتين" مجلة المنصور/العدد 15.
4. نعيمه، علي بندر، (2016) "مقارنة طريقتي (LSD&MLE) لتقدير معلمات توزيع فريشيتبواسون ليندلي المركب (دراسة محاكاة)"، قسم الرياضيات، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
5. عمار كارص حسين ، (2021)، "بناء نموذج احتمالي (Maxwell-Rayleigh) بأستعمال طريقة (T-X family) مع التطبيق" رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.
6. منتظر جمعة مهدي، (2021) "التحويل التكميبي لتوزيع Burr XII مع تطبيق عملي، رسالة ماجستير في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.

المصادر الأجنبية:

7. Abushal, T.A. Hassan, A.S. El-Saeed, A.R. & Nassr, G.S. (2021). "Power Inverted Topp-Leone Distribution in Acceptance Sampling Plans". Tech Science Press, 67(1), 991–1011.

8. Afify, A. Z., Alizadeh, M., Zayed, M., Ramires, T. G., & Louzada, F. (2018). "The Odd Log-Logistic Exponentiated Weibull Distribution: Regression Modeling, Properties, and Applications". *Iranian Journal of Science and Technology, Transaction A: Science*, 42(4), 2273–2288. doi: 10.1007/s40995-018-0524-x
9. Aldahlan, M. A. D., & Afify, A. Z. (2020). "The odd exponentiated half-logistic exponential distribution: Estimation methods and application to engineering data". *Mathematics*, 8(10), 1–26. doi: 10.3390/math8101684
10. Al-hemyari, Z. A. (2009). "Reliability Function Estimator with Exponential Failure Model for Engineering Data". *Proceedings of the World Congress on Engineering Vol II*, 1 - 3, London, U.K.
11. Alizadeh, M., Cordeiro, G. M., Brito, E. de, & Clarice, C. G. (2015). "The beta Marshall-Olkin family of distributions". *Journal of Statistical Distributions and Applications*, 2(1). doi: 10.1186/s40488-015-0027-7
12. Alizadeh, M., Lak, F., Rasekhi, M., Ramires, T. G., Yousof, H. M., & Altun, E. (2018). "The odd log-logistic Topp–Leone G family of distributions: heteroscedastic regression models and applications". *Computational Statistics*, 33(3), 1217–1244. doi: 10.1007/s00180-017-0780-9.
13. Aljarrah, M. A., Lee, C., & Famoye, F. (2014). "On generating TX family of distributions using quantile functions. *Journal of Statistical Distributions and Applications*", 1(1), 1–17.
14. Almetwally, E. M. (2022). "The Odd Weibull Inverse Topp–Leone Distribution with Applications to COVID-19 Data". *Annals of Data Science*, 9(1), 121–140. doi: 10.1007/s40745-021-00329-w.

15. Al-Mofleh, H., Afify, A. Z., & Ibrahim, N. A. (2020). "A new extended two-parameter distribution: Properties, estimation methods, and applications in medicine and geology". *Mathematics*, 8(9), 1–20. doi: 10.3390/math8091578.
16. Al-Saffawy, D. S., & Al-Jammal, Z. (2006)." The Use of Maximum Likelihood and Kaplan-Meir Method to Estimate the Reliability Function An Application on Babylon Tires Factory. *Tanmiyat Al-Rafidain*", 28(82), 9–20. doi: 10.33899/tanra.2006.161648
17. Al-Shomrani, A., & Arif, O. "Topp – Leone Family of Distributions: Some Properties and Application". 3, 443–451.
18. Alzaatreh, A., Famoye, F., & Lee, C. (2014)." The gamma-normal distribution: Properties and applications". *Computational Statistics and Data Analysis*, 67–80. doi: 10.1016/j.csda.2013.07.035
19. Alzaatreh, A., Lee, C., & Famoye, F. (2013). "A new method for generating families of continuous distributions". *Metron*, 71(1), 63–79. doi: 10.1007/s40300-013-0007-y.
20. Assar, S. M. (2018)." On Odds Generalized Exponential-Power Lomax Distribution. *Journal of Mathematics and Statistics*", 14(1), 167–174. doi: 10.3844/jmssp.2018.
21. Badamasi Abba and Singh VV ,(2018)." New Odd Generalized Exponential - Exponential Distribution": Its Properties and Application. *Biostatistics and Biometrics Open Access Journal*, 6(3), 1–6. doi: 10.19080/bboaj.2018.06.555686
22. Based, S. R. (2009). "Straight-Line Regression Based Consider the straight linear regression model". *Computing*, 115–123.doi:

- 10.1007/978-0-387-09608-7
23. Çaknakyapan, S., Elbatal, I., & ÖZEL, G. (2021). "Alpha Power Odd Generalized Exponential Family of Distributions: Model, Properties and Applications". *Gazi University Journal of Science*, 35(3), 1171–1188. doi: 10.35378/gujs.868555
24. Chesneau, C., & Jamal, F. (2020). "On a new special member of the Weibull-X family of distributions". 3(2), 56–72.
25. Ekum, M. I., Adamu, M. O., & Akarawak, E. E. "T-Dagum: A Way of Generalizing Dagum Distribution Using Lomax Quantile Function. *Journal of Probability and Statistics*" Volume 2020, Article ID 1641207, 17 pages. doi: 10.1155/2020/1641207.
26. Eraikhuemen, I. B., Mbegbu, J. I., & Ewere, F. (2019). "The Gumbel-Dagum distribution: a new member of the T-X family of distributions". *Benin Journal of Statistics*, 2, 33–46.
27. Falgore, J. Y. (2019). "Odd Generalized Exponential-Inverse Lomax Distribution" *Journal of the Nigerian Association of Mathematical Physics* Volume 47, pp147-156.
28. Handique, L., Shah, M. A. A., Mohsin, M., & Jamal, F. (2021). "Properties and applications of a new member of the T-X family of distributions". *Thailand Statistician*, 19(2), 248–260.
29. Hassan, A. S., Elgarhy, M., & Ahmad, Z. (2019). "Type II Generalized Topp-Leone Family". *Journal of Data Science*, 17(4). P. 638 - 659 , doi: 10.6339/JDS.201910
30. Hassan, A. S., Elgarhy, M., & Ragab, R. (2020). "Statistical properties and estimation of inverted topp-leone distribution. *Journal of Statistics Applications and Probability*", *Journal of Statistics Applications &*

- Probability, 9(2), 319–331. doi: 10.18576/jsap/090212
31. Huo, X., Khosa, S. K., Ahmad, Z., Almaspoor, Z., Ilyas, M., & Aamir, M." A New Lifetime Exponential-X Family of Distributions with Applications to Reliability Data". Mathematical Problems in Engineering. Volume 2020, Article ID 1316345, 16 pages doi: 10.1155/2020/1316345
 32. Hussain, Z., Aslam, M., & Asghar, Z. (2019)." On Exponential Negative-Binomial-X Family of Distributions". Annals of Data Science, 6(4), 651–672. doi: 10.1007/s40745-019-00194-8
 33. Ashour, E. Y., Albadwy, A., AL-Dayian, G. R. and EL-Helbawy, A. A.(2022)." Exponentiated Inverted Topp-Leone Distribution". The 32nd Annual International Conference on Statistics and Modeling in the Humanities and Social Sciences, 1(1), 1–25.
 34. Jamal, F., Nasir, M.A, (2019). " Some new members of the T-X family of distributions ", 17th International Conference on Statistical Sciences Lahore, Pakistan – January 21-23, Vol. 33, pp1-7.
 35. Jayakumar, K. Moolath, B(2017). "T-Transmuted X Family of Distributions" STATISTICA, anno LXXVII, n. 3.252-276
 36. Joseph, J., & Jose, K. K. (2021)." Gumbel - Pareto distribution and it ' s applications in modeling COVID data". Biometrics & Biostatistics International Journal,10(3),125–128.doi: 10.15406/bbij.2021.10.00338
 37. Khan, S., Balogun, O. S., Tahir, M. H., Almutiry, W., & Alahmadi, A. A. (2021)." An alternate generalized odd generalized exponential family with applications to premium data" Symmetry, 13(11), 1–26. doi: 10.3390/sym13112064
 38. Least, W. "Square method to estimate of Survival function (exponential – second)" , The 2019 Conference on Fundamental and

- Applied Science for Advanced Technology.
39. Luguterah, A., & Nasiru, S. (2016). "The Odd Generalized Exponential Generalized Linear Exponential Distribution" , Journal of Statistics Applications & Probability. Pro. 6, No. 1, 139-148.
 40. Malik, A. S., & Ahmad, S. P. (2019). "Bayesian Analysis and Reliability Estimation of Generalized Probability Distributions. ", Aijr Books, 81–94. doi: 10.21467/books.44
 41. Metwally, A. S. M., Hassan, A. S., Almetwally, E. M., Kibria, B. M. G., & Almongy, H. M. (2021). "Reliability analysis of the new exponential inverted topp–leone distribution with applications". Entropy, 23(12). doi: 10.3390/e23121662
 42. Muhammad, M. (2018). "Poisson-odd generalized exponential family of distributions: Theory and applications". Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics, 47(6), 1652–1670. doi: 10.15672/HJMS.2016.393
 43. Muhammad, S., & AL-Kadim, K. A. (2019). "Odd Generalized Exponential Weibull Exponential Distribution". Arpn Journal of Engineering and Applied Sciences, 14(Special Issue 8), 10360–10368. doi: 10.36478/JEASCI.2019.10360.10368
 44. Muhammed, H. Z., & Muhammed, E. A. E. (2021). "Inverted Topp-Leone Distribution: Contribution to a Family of J-Shaped Frequency Functions in Presence of Random Censoring. Journal of Reliability and Statistical Studies", Journal of Reliability and Statistical Studies, Vol. 14, Issue 2, 615–650.. doi: 10.13052/jrss0974-8024.14212
 45. Mustafa, A., El-Desouky, Beih S. 2020." Odd Generalized

- Exponential Flexible Weibull Extension Distribution", Journal of Statistical Theory and Applications, Vol. 17,77–90.
46. Oguntunde, P. E., Khaleel, M. A., & Okagbue, H. I. "The Topp – Leone Lomax (TLLo) Distribution with Applications". Wireless Personal Communications (2019) 109:349–360.
 47. Rana, M. S., Shahbaz, S. H., Shahbaz, M. Q., & Rahman, M. M. (2022). "Pareto-Weibull Distribution with Properties and Applications: A Member of Pareto-X Family". Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, 18(1), 121–132. doi: 10.18187/pjsor.v18i1.3821
 48. Reyad, H., Korkmaz, M. Ç., Afify, A. Z., & Othman, G. G. H. S. (2019). "The Fréchet Topp Leone-G Family of Distributions: Properties , Characterizations and Applications". Annals of Data Science. doi: 10.1007/s40745-019-00212-9
 49. Saboor, A., Elbatal, I., Khan, M. N., Cordeiro, G., (2017)." The Beta Exponentiated Nadarajah-Haghighi Distribution: Theory and Applications , Mathematica Slovaca,1-17 .
 50. Sage, A. P., Sage, A. P., Palmer, J. D., & Rouse, W. B. (2019). " System engineering management Evaluating Decision Support and Expert System Technology Human Factors in Systems Engineering". Books, 248 pages.
 51. Tahir, M. H., Cordeiro, G. M., Alizadeh, M., Mansoor, M., Zubair, M., & Hamedani, G. G. (2015). "The odd generalized exponential family of distributions with applications". Journal of Statistical Distributions and Applications, 2(1), 1–28. doi: 10.1186/s40488-014-0024-2

52. Tuoyo, D. O., & Opone, F. C. and N. E. (2021). "Topp-Leone Weibull Distribution". Earthline Journal of Mathematical Sciences ,Volume 7, Number 2, Pages 381-401.
53. Yadav, A. S., Goual, H., Alotaibi, R. M., Rezk, H., Ali, M. M., & Yousof, H. M. (2020). Validation of the Topp-Leone-Lomax Model via a Modified Nikulin-Rao-Robson Goodness-of-Fit Test with Different Methods of Estimation. *Symmetry*12(57), 1–29. doi: 10.3390/sym12010057
54. Yadav, A. S., Maiti, S. S., & Saha, M. (2021). " The Inverse Xgamma Distribution: Statistical Properties and Different Methods of Estimation". *Annals of Data Science*, 8(2), 275–293. doi: 10.1007/s40745-019-00211-w
55. Zeineldin, R. A., Chesneau, C., Jamal, F., & Elgarhy, M. (2019). " Statistical properties and different methods of estimation for type I half logistic inverted kumaraswamy distribution". *Mathematics*, 7(10), 1–24. doi: 10.3390/MATH7101002

الملاحق

ملحق (A)

جدول (1) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الأول التوزيع (I.T.L.E.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الأول هي ($\theta=0.5$ و $\lambda=0.5$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	0.5836	0.0657	0.5234	0.0901	0.5461	0.1062	0.6343	0.1264	0.5461	0.1062	0.6343	0.1264
50	0.5439	0.0141	0.4648	0.033	0.5195	0.0165	0.5401	0.0667	0.5195	0.0165	0.5401	0.0667
80	0.5201	0.0081	0.5141	0.0217	0.4755	0.0094	0.6268	0.0626	0.4755	0.0094	0.6268	0.0626
100	0.5134	0.0045	0.5103	0.0138	0.4868	0.0085	0.6069	0.0612	0.4868	0.0085	0.6069	0.0612

جدول (2) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الثاني التوزيع (I.T.L.E.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الثاني هي ($\theta=0.5$ و $\lambda=1.5$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	0.5802	0.0505	1.6988	2.0732	0.5853	0.059	1.779	2.1313	0.5239	0.0382	2.0741	2.7793
50	0.5177	0.0097	1.5296	0.2601	0.5237	0.0199	1.5623	0.3327	0.5093	0.0158	1.6199	0.3138
80	0.5202	0.0064	1.4759	0.1198	0.5233	0.0086	1.4862	0.1492	0.5391	0.0212	1.5108	0.1509
100	0.5159	0.0049	1.4845	0.1001	0.5214	0.0076	1.4852	0.1587	0.5281	0.0151	1.5138	0.1513

جدول (3) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الثالث التوزيع (I.T.L.E.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الثالث هي ($\theta=0.5$ و $\lambda=4$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	0.608	0.1426	4.8019	3.0691	0.6644	0.5946	5.0554	4.1682	0.5381	0.0774	6.0334	4.8641
50	0.5242	0.013	4.1704	2.7148	0.5306	0.019	4.2192	3.2954	0.5101	0.0136	4.4446	3.6242
80	0.5185	0.0073	4.1151	1.5554	0.5226	0.0108	4.2099	2.1123	0.5106	0.0081	4.3072	2.0138
100	0.5105	0.0043	4.2043	1.3222	0.5119	0.0065	4.2475	1.8059	0.502	0.0047	4.3436	1.6766

جدول (4) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الرابع التوزيع (I.T.L.E.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الرابع هي ($\theta=1$ و $\lambda=0.5$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	1.4301	0.8909	0.4442	0.0481	8.8308	5580.9	0.5452	0.0794	1.0659	0.5432	0.622	0.0859
50	1.0431	0.0667	0.5207	0.0317	1.0382	0.1423	0.5624	0.0539	0.9715	0.0711	0.5964	0.061
80	1.0244	0.0297	0.5094	0.0187	1.0352	0.0586	0.524	0.0295	1.0034	0.0364	0.5368	0.0266
100	1.089	0.0223	0.4722	0.0162	1.0893	0.0781	0.4883	0.0239	1.0538	0.0534	0.5096	0.0283

جدول (5) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الخامس التوزيع (I.T.L.E.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الخامس هي ($\theta=2$ و $\lambda=0.5$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	4.5054	1.597	0.4914	0.0774	108.43	645999	0.6343	0.1602	2.2875	6.391	0.7103	0.1832
50	2.2838	0.8151	0.4979	0.0274	2.3189	5.7745	0.5875	0.0619	2.1029	3.3171	0.622	0.0737
80	2.0914	0.3827	0.5103	0.0182	2.0465	1.2174	0.5948	0.0633	1.8814	0.5506	0.6132	0.0582
100	2.1605	0.3264	0.4952	0.0155	1.9345	0.635	0.602	0.0546	1.9808	0.3824	0.5693	0.0404

جدول (6) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الأول التوزيع (I.T.L.OGE.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الأول هي ($\theta=0.5$ و $\lambda=0.5$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	0.5782	0.0599	0.5911	0.336	0.5931	0.1114	0.7891	1.113	0.5054	0.0751	0.9578	1.4291
50	0.5612	0.0232	0.4899	0.1209	0.5673	0.041	0.5349	0.1958	0.5382	0.0315	0.574	0.2559
80	0.5242	0.0109	0.5082	0.0398	0.5012	0.0182	0.5874	0.1145	0.4958	0.0141	0.5799	0.0856
100	0.5088	0.0064	0.5198	0.0266	0.5191	0.0153	0.5351	0.0585	0.5014	0.0106	0.5481	0.0447

جدول (7) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الثاني التوزيع (I.T.L.OGE.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الثاني هي ($\theta=0.5$ و $\lambda=1.5$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	0.768	0.3105	1.9062	2.212	0.8253	0.55	2.224	3.023	0.6728	0.3458	2.5705	3.2996
50	0.5762	0.0707	2.1327	1.426	0.5826	0.1281	2.465	2.5034	0.5193	0.0866	2.6674	2.708
80	0.5596	0.0361	2.0318	0.9816	0.5649	0.0678	2.2588	1.6736	0.5205	0.0437	2.3683	1.6497
100	0.5496	0.0328	2.0554	0.8747	0.5575	0.0568	2.2384	1.5872	0.5183	0.0397	2.326	1.4215

جدول (8) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الثالث التوزيع (I.T.L.OGE.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الثالث هي ($\theta=0.5$ و $\lambda=4$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	0.9419	0.5602	2.8973	3.7328	1.1502	1.4696	2.9157	4.1272	0.9054	0.8034	3.363	2.9668
50	0.7267	0.1679	3.1278	2.5819	0.9138	0.5559	2.9242	3.553	0.7852	0.323	3.196	2.7398
80	0.6475	0.0851	3.3742	1.6906	0.7213	0.1943	3.3061	2.1877	0.6478	0.1156	3.5195	1.6415
100	0.6243	0.059	3.4493	1.4842	0.7162	0.1554	3.3044	2.2671	0.6384	0.0773	3.5106	1.6916

جدول (9) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الرابع التوزيع (I.T.L.OGE.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الرابع هي ($\theta=1$ و $\lambda=0.5$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	1.2577	0.2903	0.5046	0.2327	1.291	0.5397	0.6287	0.606	1.1056	0.3559	0.7839	0.9373
50	1.0607	0.0803	0.5291	0.0875	1.0429	0.1419	0.6422	0.3666	0.9929	0.106	0.6531	0.2799
80	1.0276	0.042	0.519	0.0433	1.0228	0.0819	0.5717	0.1096	0.9916	0.0583	0.5732	0.0757
100	1.0812	0.0415	0.4725	0.0319	1.0805	0.0758	0.4974	0.0531	1.0585	0.0572	0.5016	0.0433

جدول (10) يمثل القيم التقديرية لمعلمتي الانموذج الخامس التوزيع (I.T.L.OGE.D) و متوسط مربعات الخطأ (MSE) وطرائق التقدير كافة وأحجام العينة المختلفة للانموذج الخامس هي ($\theta=2$ و $\lambda=0.5$).

n	MLE				CVM				WLS			
	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)	θ	MSE(θ)	λ	MSE(λ)
20	1.734	0.4445	0.5633	0.2999	1.7347	0.9516	0.7511	0.7734	1.4889	0.661	0.9258	1.1854
50	1.5641	0.1188	0.5303	0.0765	1.5794	0.2297	0.5686	0.136	1.4925	0.1759	0.6065	0.1497
80	1.5308	0.0741	0.5139	0.035	1.551	0.2067	0.5763	0.1456	1.4967	0.131	0.5707	0.0948
100	1.5619	0.0741	0.4973	0.0258	1.5267	0.1154	0.5417	0.0582	1.4886	0.0806	0.5477	0.0428

(B) ملحق

```

<<Optimization`UnconstrainedProblems`
Dist1[θ_,λ_]:= ProbabilityDistribution[(2 x θ λ2 (1+2 x λ)-1+θ)/(1+x λ)2 θ+1
,{x,0,∞},Assumptions->θ>0&&λ>0];
F1[x_]:=1-(1+x λ)-2 θ (1+2 x λ)θ;
S2[x_]:= (1+x λ)-2 θ (1+2 x λ)θ;

Dist2[θ_,λ_]:= ProbabilityDistribution[(2 θ λ x (1+x)-1+2 θ eλ (1 - (1+x)2 θ / (1+2 x)θ))/(1+2 x)1+θ
,{x,0,∞},Assumptions->θ>0&&λ>0];
F2[x_]:=1-eλ (1 - (1+x)2 θ / (1+2 x)θ);
S2[x_]:= eλ - (1+x)2 θ (1+2 x)-θ λ;
r=1000;n1=20;n2=50;n3=80;n4=100;
θ1=.5;θ2=1;θ3=1.5;λ1=.5;λ2=2;λ3=4;
distGen1=dist[θ1,λ1];
distGen2=dist[θ1,λ2];
distGen3=dist[θ1,λ3];
distGen4=dist[θ2,λ1];
distGen5=dist[θ2,λ2];
distGen6=dist[θ2,λ3];
distGen7=dist[θ3,λ1];
distGen8=dist[θ3,λ2];
distGen9=dist[θ3,λ3];
target1 := distGen1
□1 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target1, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
target2 := distGen2
□2 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target2, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
target3 := distGen3
□3 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target3, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
target4 := distGen4
□4 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target4, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
target5 := distGen5
□5 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target5, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
target6 := distGen6
□6 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target6, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
target7 := distGen7
□7 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target7, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
target8 := distGen8

```

```

.....
□8 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target8, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
target9 := distGen9
□9 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[target9, p], 0 <= p <= 1], p □
UniformDistribution[]];
BlockRandom[SeedRandom[2];
{data1=RandomVariate[□1,{r,n1}];
data2=RandomVariate[□1,{r,n2}];
data3=RandomVariate[□1,{r,n3}];
data4=RandomVariate[□1,{r,n4}];
data5=RandomVariate[□2,{r,n1}];
data6=RandomVariate[□2,{r,n2}];
data7=RandomVariate[□2,{r,n3}];
data8=RandomVariate[□2,{r,n4}];
data9=RandomVariate[□3,{r,n1}];
data10=RandomVariate[□3,{r,n2}];
data11=RandomVariate[□3,{r,n3}];
data12=RandomVariate[□3,{r,n4}];
data13=RandomVariate[□4,{r,n1}];
data14=RandomVariate[□4,{r,n2}];
data15=RandomVariate[□4,{r,n3}];
data16=RandomVariate[□4,{r,n4}];
data17=RandomVariate[□5,{r,n1}];
data18=RandomVariate[□5,{r,n2}];
data19=RandomVariate[□5,{r,n3}];
data20=RandomVariate[□5,{r,n4}];
data21=RandomVariate[□6,{r,n1}];
data22=RandomVariate[□6,{r,n2}];
data23=RandomVariate[□6,{r,n3}];
data24=RandomVariate[□6,{r,n4}];
data25=RandomVariate[□7,{r,n1}];
data26=RandomVariate[□7,{r,n2}];
data27=RandomVariate[□7,{r,n3}];
data28=RandomVariate[□7,{r,n4}];
data29=RandomVariate[□8,{r,n1}];
data30=RandomVariate[□8,{r,n2}];
data31=RandomVariate[□8,{r,n3}];
data32=RandomVariate[□8,{r,n4}];
data33=RandomVariate[□9,{r,n1}];
data34=RandomVariate[□9,{r,n2}];
data35=RandomVariate[□9,{r,n3}];
data36=RandomVariate[□9,{r,n4}]}];
sdata1= ConstantArray[{} ,r];
sdata2= ConstantArray[{} ,r];
sdata3= ConstantArray[{} ,r];
sdata4= ConstantArray[{} ,r];
sdata5= ConstantArray[{} ,r];
sdata6= ConstantArray[{} ,r];
sdata7= ConstantArray[{} ,r];

```

```

sdata8= ConstantArray[{ },r];
sdata9= ConstantArray[{ },r];
sdata10= ConstantArray[{ },r];
sdata11= ConstantArray[{ },r];
sdata12= ConstantArray[{ },r];
sdata13= ConstantArray[{ },r];
sdata14= ConstantArray[{ },r];
sdata15= ConstantArray[{ },r];
sdata16= ConstantArray[{ },r];
sdata17= ConstantArray[{ },r];
sdata18= ConstantArray[{ },r];
sdata19= ConstantArray[{ },r];
sdata20= ConstantArray[{ },r];
sdata21= ConstantArray[{ },r];
sdata22= ConstantArray[{ },r];
sdata23= ConstantArray[{ },r];
sdata24= ConstantArray[{ },r];
sdata25= ConstantArray[{ },r];
sdata26= ConstantArray[{ },r];
sdata27= ConstantArray[{ },r];
sdata28= ConstantArray[{ },r];
sdata29= ConstantArray[{ },r];
sdata30= ConstantArray[{ },r];
sdata31= ConstantArray[{ },r];
sdata32= ConstantArray[{ },r]; sdata33= ConstantArray[{ },r];
sdata34= ConstantArray[{ },r];
sdata35= ConstantArray[{ },r];
sdata36= ConstantArray[{ },r];
For[j=1,j<=r,j++,sdata1[[j]]=Sort[data1[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata2[[j]]=Sort[data2[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata3[[j]]=Sort[data3[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata4[[j]]=Sort[data4[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata5[[j]]=Sort[data5[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata6[[j]]=Sort[data6[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata7[[j]]=Sort[data7[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata8[[j]]=Sort[data8[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata9[[j]]=Sort[data9[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata10[[j]]=Sort[data10[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata11[[j]]=Sort[data11[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata12[[j]]=Sort[data12[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata13[[j]]=Sort[data13[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata14[[j]]=Sort[data14[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata15[[j]]=Sort[data15[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata16[[j]]=Sort[data16[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata17[[j]]=Sort[data17[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata18[[j]]=Sort[data18[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata19[[j]]=Sort[data19[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata20[[j]]=Sort[data20[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata21[[j]]=Sort[data21[[j]]];

```

```

For[j=1,j<=r,j++,sdata22[[j]]=Sort[data22[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata23[[j]]=Sort[data23[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata24[[j]]=Sort[data24[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata25[[j]]=Sort[data25[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata26[[j]]=Sort[data26[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata27[[j]]=Sort[data27[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata28[[j]]=Sort[data28[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata29[[j]]=Sort[data29[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata30[[j]]=Sort[data30[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata31[[j]]=Sort[data31[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata32[[j]]=Sort[data32[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata33[[j]]=Sort[data33[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata34[[j]]=Sort[data34[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata35[[j]]=Sort[data35[[j]]];
For[j=1,j<=r,j++,sdata36[[j]]=Sort[data36[[j]]];

```

MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD

```

mlm1=Table[res=
  FindDistributionParameters[data1[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm2=Table[res=
  FindDistributionParameters[data2[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm3=Table[res=
  FindDistributionParameters[data3[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm4=Table[res=
  FindDistributionParameters[data4[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm5=Table[res=
  FindDistributionParameters[data5[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm6=Table[res=
  FindDistributionParameters[data6[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm7=Table[res=
  FindDistributionParameters[data7[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm8=Table[res=
  FindDistributionParameters[data8[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm9=Table[res=
  FindDistributionParameters[data9[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm10=Table[res=
  FindDistributionParameters[data10[[i]],dist[ $\theta,\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}],{i,1,r}];
mlm11=Table[res=

```

```

FindDistributionParameters[data11[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm12=Table[res=
  FindDistributionParameters[data12[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm13=Table[res=
  FindDistributionParameters[data13[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm14=Table[res=
  FindDistributionParameters[data14[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm15=Table[res=
  FindDistributionParameters[data15[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm16=Table[res=
  FindDistributionParameters[data16[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm17=Table[res=
  FindDistributionParameters[data17[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm18=Table[res=
  FindDistributionParameters[data18[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm19=Table[res=
  FindDistributionParameters[data19[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm20=Table[res=
  FindDistributionParameters[data20[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm21=Table[res=
  FindDistributionParameters[data21[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm22=Table[res=
  FindDistributionParameters[data22[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm23=Table[res=
  FindDistributionParameters[data23[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm24=Table[res=
  FindDistributionParameters[data24[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm25=Table[res=
  FindDistributionParameters[data25[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm26=Table[res=
  FindDistributionParameters[data26[[i]],dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm27=Table[res=

```

```

FindDistributionParameters[data27[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm28=Table[res=
FindDistributionParameters[data28[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm29=Table[res=
FindDistributionParameters[data29[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
NMaximize::cvdiv: Failed to converge to a solution. The function may be unbounded.
mlm30=Table[res=
FindDistributionParameters[data30[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm31=Table[res=
FindDistributionParameters[data31[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm32=Table[res=
FindDistributionParameters[data32[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm33=Table[res=
FindDistributionParameters[data33[[i]],dist[θ,λ],{{θ,2},{λ,4}},ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize",Method->"FindMaximum"}},{i,1,r}];
mlm34=Table[res=
FindDistributionParameters[data34[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm35=Table[res=
FindDistributionParameters[data35[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];
mlm36=Table[res=
FindDistributionParameters[data36[[i]],dist[θ,λ],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood",Method->"NMaximize"}},{i,1,r}];

```

LEAST SQUARE METHOD

```

CVM1=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n1))+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left( F[sdata1[j][i]] - \left( \frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
CVM2=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n2))+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left( F[sdata2[j][i]] - \left( \frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
CVM3=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n3))+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left( F[sdata3[j][i]] - \left( \frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
CVM4=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n4))+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left( F[sdata4[j][i]] - \left( \frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

```

CVM5=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₁))+
 $\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[sdata5[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM6=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₂))+
 $\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[sdata6[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM7=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₃))+
 $\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[sdata7[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM8=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₄))+
 $\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[sdata8[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM9=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₁))+
 $\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[sdata9[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM10=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₂))+
 $\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[sdata10[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM11=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₃))+
 $\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[sdata11[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM12=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₄))+
 $\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[sdata12[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM13=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₁))+
 $\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[sdata13[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM14=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₂))+
 $\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[sdata14[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM15=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₃))+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[sdata15[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM16=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₄))+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[sdata16[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

NMinimize::cvmit: Failed to converge to the requested accuracy or precision within 100 iterations.

CVM17=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₁))+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[sdata17[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM18=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₂))+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[sdata18[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM19=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₃))+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[sdata19[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM20=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₄))+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[sdata20[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM21=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₁))+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[sdata21[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM22=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₂))+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[sdata22[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM23=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₃))+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[sdata23[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

NMinimize::cvmit: Failed to converge to the requested accuracy or precision within 100 iterations.

CVM24=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₄))+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[sdata24[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM25=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₁))+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[sdata25[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM26=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₂))+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[sdata26[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM27=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₃))+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[sdata27[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM28=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₄))+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[sdata28[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM29=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₁))+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[sdata29[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM30=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₂))+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[sdata30[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM31=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₃))+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[sdata31[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM32=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₄))+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[sdata32[j][i]] - \left(\frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>= λ >0},{ θ,λ },Method->"Newton"],{j,1,r}];

CVM33=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₁))+

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(F[\text{sdata33}[\text{j}][\text{i}]] - \left(\frac{2i-1}{2n_1} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
NMinimize::cvmit: Failed to converge to the requested accuracy or precision within 100 iterations.
CVM34=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₂))+

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(F[\text{sdata34}[\text{j}][\text{i}]] - \left(\frac{2i-1}{2n_2} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
NMinimize::cvmit: Failed to converge to the requested accuracy or precision within 100 iterations.
CVM35=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₃))+

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(F[\text{sdata35}[\text{j}][\text{i}]] - \left(\frac{2i-1}{2n_3} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
CVM36=Last/@Table[res=Minimize[{(1/(12 n₄))+

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(F[\text{sdata36}[\text{j}][\text{i}]] - \left(\frac{2i-1}{2n_4} \right)^2 \right)^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

WEIGHTED LEAST SQUARE METHOD

wls1=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(\frac{(n_1+1)^2 (n_1+2)}{i (n_1-i+1)} \right) (F[\text{sdata1}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_1+1))^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls2=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(\frac{(n_2+1)^2 (n_2+2)}{i (n_2-i+1)} \right) (F[\text{sdata2}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_2+1))^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls3=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(\frac{(n_3+1)^2 (n_3+2)}{i (n_3-i+1)} \right) (F[\text{sdata3}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_3+1))^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls4=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(\frac{(n_4+1)^2 (n_4+2)}{i (n_4-i+1)} \right) (F[\text{sdata4}[\text{j}][\text{i}]] - i / (n_4+1))^2$$
,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

```

wls5=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left( \frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata5[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls6=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left( \frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata6[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls7=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left( \frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata7[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls8=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left( \frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata8[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls9=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left( \frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata9[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls10=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left( \frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata10[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls11=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left( \frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata11[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls12=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left( \frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata12[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls13=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left( \frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata13[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

```

wls14=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(\frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata14[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

wls15=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(\frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata15[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

wls16=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(\frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata16[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

wls17=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(\frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata17[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

NMinimize::cvmit: Failed to converge to the requested accuracy or precision within 100 iterations.

wls18=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(\frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata18[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

wls19=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left(\frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata19[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

wls20=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left(\frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata20[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

wls21=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left(\frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata21[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

wls22=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left(\frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata22[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

```

wls23=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left( \frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata23[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls24=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left( \frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata24[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls25=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left( \frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata25[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls26=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left( \frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata26[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls27=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left( \frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata27[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls28=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left( \frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata28[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls29=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left( \frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata29[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls30=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left( \frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata30[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls31=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left( \frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata31[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];

```

```

wls32=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left( \frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata32[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
NMinimize::cvmit: Failed to converge to the requested accuracy or precision within 100
iterations.
wls33=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_1} \left( \frac{(n_1 + 1)^2 (n_1 + 2)}{i (n_1 - i + 1)} \right) (F[sdata33[j][i]] - i / (n_1 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls34=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_2} \left( \frac{(n_2 + 1)^2 (n_2 + 2)}{i (n_2 - i + 1)} \right) (F[sdata34[j][i]] - i / (n_2 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls35=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_3} \left( \frac{(n_3 + 1)^2 (n_3 + 2)}{i (n_3 - i + 1)} \right) (F[sdata35[j][i]] - i / (n_3 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
wls36=Last/@Table[res=Minimize[{

$$\sum_{i=1}^{n_4} \left( \frac{(n_4 + 1)^2 (n_4 + 2)}{i (n_4 - i + 1)} \right) (F[sdata36[j][i]] - i / (n_4 + 1))^2$$

,4.5>=λ>0},{θ,λ},Method->"Newton"],{j,1,r}];
TableForm[{Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/.
m1m1],Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/. m1m2],
Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/.
m1m3],Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/. m1m4}],
TableHeadings->{"20","50","80","100",{ "θ","MSE(θ)","λ","MSE(λ)"}
]
{
TableForm[{Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}]/.CVM1],Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/.CVM2],
Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}]/.CVM3],Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/. CVM4}],
TableHeadings->{"20","50","80","100",{ "θ","MSE(θ)","λ","MSE(λ)"}
]
TableForm[{Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-
λ)2}]/.w1s1],Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/.w1s2],
Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/.
w1s3}],Mean[{θ},{(Subscript[θ, 1]-θ)2},{λ},{(Subscript[λ, 1]-λ)2}]/. w1s4}],
TableHeadings->{"20","50","80","100",{ "θ","MSE(θ)","λ","MSE(λ)"}
]
{TableForm[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/.m1m1],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/. m1m2],

```

```

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. mlm3],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.mlm4}},
TableHeadings->{"R_real","20","50","100","150"},
Sort[Take[data1[[1]],10]],TableDirections->Row

],TableForm[{Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.C
VM1],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. CVM2],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. CVM3],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.CVM4}},
TableHeadings->{"20","50","80","100"}, Sort[Take[data1[[1]],10]],TableDirections-
>Row

],TableForm[{Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.wl
s1],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. wls2],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. wls3],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.wls4}},
TableHeadings->{"20","50","80","100"}, Sort[Take[data1[[1]],10]],TableDirections-
>Row
}}
{TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.mlm1],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.mlm2],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.mlm3],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/. mlm4}},
TableHeadings->{"20","50","80","100"}, Sort[Take[data1[[1]],10]]
,TableDirections-
>Row],TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]
})]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.CVM1],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.CVM2],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.CVM3],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.CVM4}},
TableHeadings->{"20","50","80","100"}, Sort[Take[data1[[1]],10]]
,TableDirections-
>Row],TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]
})]-Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.wls1],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.wls2],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/.wls3],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[θ,λ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2]/. wls4}},

```

```

.....
TableHeadings->{{"20","50","80","100"}, Sort[Take[data1[[1]],10]]}
,TableDirections->Row} //AccountingForm
{ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.mlm1],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.CVM1],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.wls1}],DataRange->{1,30},PlotLabel->"n=20",PlotStyle->{Red,Blue, Yellow,Green},{Frame->True,PlotRange->Automatic, PlotLegends->Placed[{"R_Real","R_ML","R_CVM","R_WLS"},Center],ImageSize->400},GridLines->Automatic],ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.mlm2],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.CVM2],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.wls2}],DataRange->{1,30},PlotLabel->"n=50",{Frame->True,PlotRange->Automatic, PlotLegends->Placed[{"R_Real","R_ML","R_CVM","R_WLS"},Center],ImageSize->400,GridLines->Automatic},PlotStyle->{Red,Blue, Yellow,Green}],ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.mlm3],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.CVM3],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.wls3}],DataRange->{1,30},PlotLabel->"n=80",{Frame->True,PlotRange->Automatic, PlotLegends->Placed[{"R_Real","R_ML","R_CVM","R_WLS"},Center],ImageSize->400,GridLines->Automatic},PlotStyle->{Red,Blue, Yellow,Green}],ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.mlm4],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.CVM4],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[ $\theta$ , $\lambda$ ],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.wls4}],DataRange->{1,30},PlotLabel->"n=100",{Frame->True,PlotRange->Automatic, PlotLegends->Placed[{"R_Real","R_ML","R_CVM","R_WLS"},Center],ImageSize->400,GridLines->Automatic},PlotStyle->{Red,Blue, Yellow,Green}}]

```

Abstract

The process of fitting distributions is one of the common and well-known models for generating new distributions, which are the complex distributions. In this thesis, two methodologies were used for synthesis and to generate two new proposed distributions, and for the same single distributions, namely, the exponential distribution and (Inverted Topp-leone) using the two installation methodologies, which are the transformer method. (Transformed-Transformer Method (T-X family)) and the odd generalized exponential family (OGE)) and to generate the two distributions (Inverted Topp-leone-Exponential) and symbolized by (I.T.L.E.D) and (InvertedTopp_leone_ odd generalized Exponential Distribution) and symbolized by (I.T.L.OGE.D)) respectively with two parameters (θ and λ), where we symbolized the last distribution with the symbol (I.T.L.OGE.D) to distinguish it from the first distribution in the comparison process on the experimental side. In this thesis, a study of the properties of the two distributions (I.T.L.E.D) and (I.T.L.OGE.D) and the estimation of the reliability function in three ways, namely, the method of greatest possibility, the method of weighted least squares and the method of Kramer-Von, for the purpose of comparing the methods of estimation of the dependency function of the distribution In which he used the Monte Carlo simulation method and using the (Mathematica 12.2) program to implement the data programming to make a comparison between the two dependency functions and based on the statistical criteria which are the mean of error squares and using the Ranks method, where he used 5 different models for default values of parameters and sample sizes The simulation results showed that the method of the greatest possibility (ML) in calculating the estimation of the reliability function of the two distributions (I.T.L.E.D) and (I.T.L.OGE.D) is the best method of estimation.

Depending on the simulation results, by choosing the best method for estimating the reliability function of the two distributions (I.T.L.E.D) and (I.T.L.OGE.D) it is the method of greatest possibility (ML), especially for large volumes, as this method was adopted to represent the real data represented by the operating times of electrical transformers until failure, which amounted to The number of transfers was 95, during the period from January 2018 to 2021 in November.

Among the Goodness of Fit Tests, it proved that the I.T.L.E.D distribution is the most suitable distribution for these types of data, because the P-Value values were greater than the significance level $\alpha = 0.05$. The reliability function of the distribution (I.T.L.E.D) was estimated.



**Karbala University
College of Administration and Economics
Department of Statistics**

***Building an Inverted Topp-Leone-
Exponential Probability Distribution
with Practical Application***

**A Thesis Submitted to
Council of The Administration and Economics/ Karbala
University as Partial fulfillment of the Requirements for the
Degree of Master of Science in Statistics written by**

**Safa Najah Abdul-Ameer
Supervised By**

Prof.Dr. Shrook A.S.AL-Sabbah

1444 AH

Holy Karbala

2022 AD