



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الإدارة و الاقتصاد
قسم الإحصاء

إستعمال الأساليب اللامعلمية في دراسة وتحليل السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة

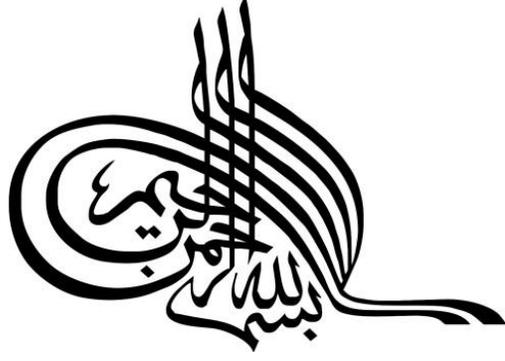
إطروحة مقدمة الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة دكتوراه فلسفة في علوم الإحصاء

من قبل

ميثم عبد الوهاب صالح

إشراف

أ.د. جاسم ناصر حسين



﴿ ن وَالْقَلَمِ وَمَا يَسْطُرُونَ ﴾ (١)

مَا أَنْتَ بِنِعْمَةٍ رَبِّكَ بِمَجْنُونٍ
(٢) وَإِنَّ لَكَ لَأَجْرًا غَيْرَ

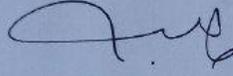
مَمْنُونٍ ﴿٣﴾

صدق الله العلي العظيم

(القلم : الايات ١-٣)

إقرار المشرف

أشهد بأن إعداد هذه الأطروحة الموسومة (استعمال الاساليب اللامعلمية في دراسة وتحليل السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة) والتي تقدم بها الطالب " ميثم عبد الوهاب صالح" قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة الدكتوراه فلسفة في علوم الاحصاء.

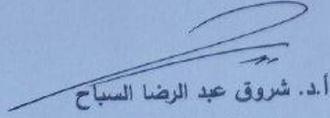


أ.د. جاسم ناصر حسين

التاريخ: / / 2022

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناء على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الأطروحة للمناقشة.



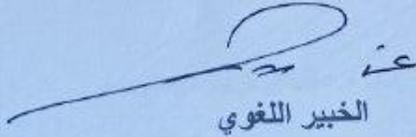
أ.د. شروق عبد الرضا السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2022

إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الأطروحة الموسومة (استعمال الاساليب اللامعلمية في دراسة وتحليل السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة) قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت اشرافي اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت .



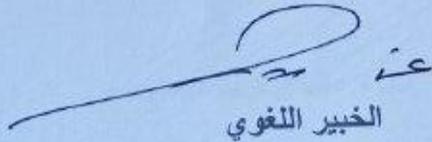
الخبير اللغوي

أ.م.د بشرى حنون

جامعة كربلاء - كلية العلوم الاسلامية

إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الاطروحة الموسومة (استعمال الاساليب اللامعلمية في دراسة وتحليل السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة) قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت اشرافي اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت .



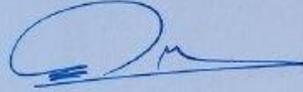
الخبير اللغوي

أ.م.د بشرى حنون

جامعة كربلاء - كلية العلوم الاسلامية

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الأطروحة الموسومة
(استعمال الاساليب اللامعلمية في دراسة وتحليل السلاسل الزمنية ذات الذاكرة
الطويلة) والمقدمة من قبل الطالب "ميثم عبد الوهاب صالح" وناقشنا الطالب في
محتوياتها وفيما له علاقة بها، وجدنا بأنها جديرة بنيل درجة الدكتوراه فلسفة في علوم
الإحصاء بتقدير (جيد جداً).



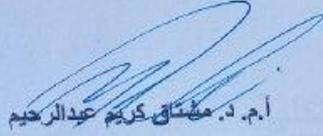
أ.د. مهدي وهاب نصر الله
عضواً

2022 / /



أ.د. عبد الحسين حسن حبيب
رئيساً

2022 / /



أ.م. د. مهتاق كريم عبدالرحيم
عضواً

2022 / /



الخبير د. ضياء عواد كاظم
عضواً

2022 / /



أ.د. جاسم ناصر حسين
عضواً ومشرفاً

2022 / /



أ.م.د. ايناس عبدالحافظ محمد
عضواً

2022 / /

اقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على اقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على اطروحة الدكتوراه/ قسم /
الاحصاء للطالب (ميثم عبد الوهاب صالح) الموسومة بـ
(استعمال الاساليب الالاعلمية في دراسة وتحليل السلاسل الزمنية ذات الذاكرة
الطويلة) ارشح هذه الاطروحة للمناقشة.

أ. د. محمد حسين كاظم الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا
معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة

أ. د. محمد حسين كاظم الجبوري

عميد كلية الادارة والاقتصاد / وكالة

الإهداء ...

الى

متمم النعمة ومكارم الاخلاق الى من أرسله الله رحمة
للعالمين ..

رسول الله محمد (صلى الله عليه وآله وسلم) وأهل بيته
الأطهار .

عزي وعنوان الصبر روح والدي طيب الله ثراه.....

طوق الحنان وأكف الدعاء والدي حفظها الله.....

شموع الدرب والارواح الخالدة إخوتي الشهداء.....

عزيزتي والروح المعطاء زوجتي.....

سعادتي وبلسم الروح أولادي.....

.....كل أحبتي وخاصتي ومن وقف بجانبتي

عونا وسنداً.....

الباحث

شكر وإمتنان ...

الحمد لله رب العالمين والصلاة و السلام على سيدنا محمد صلى الله عليه وعلى آله الطيبين الطاهرين.
اللهم لك الحمد حمدا كثيرا طيبا مباركا فيه، ملء السموات وملء الأرض، وملء ما شئت من شيء بعد، أشكرك ربي على نعمك التي لا تعد، وآلائك التي لا تحد، أحمذك ربي وأشكرك على أن يسرت لي إتمام هذا البحث على الوجه الذي أرجو أن ترضى به عني.

ثم أتوجه بالشكر إلى من رعاني طالبا فلا يسعني بعد أن انتهيت من كتابة هذه الإطروحة إلا أن أتقدم بشكري وتقديري الى الاستاذ الدكتور جاسم ناصر حسين لاشرافه على الإطروحة و لما بذله من جهود مخلصه ومتابعة مستمرة في مدة اشرافه على إعداد الإطروحة.

كذلك أوجه شكري وتقديري للأساتذة الأفاضل رئيس وأعضاء لجنة المناقشة لقبولهم مناقشة إطروحتي وما سيبدوه من توصيات ونصائح وملاحظات علمية من شأنها دعم هذه الإطروحة وتقويمها ووضعها في مسارها الصحيح وإظهارها بالشكل المناسب فهم أهل لسد خللها وتقويم معوجها .
وأتقدم بجزيل الشكر والتقدير إلى أساتذتي الأجلاء في قسم الإحصاء الذين لم يألوا جهدا في إمدادنا بالعلم والمعرفة وإخلاصهم ووفائهم وحرصهم وجهودهم طوال مدة الدراسة .

كما أتقدم بشكري الجزيل الى موظفي المكتبة في كلية الإدارة والاقتصاد لما أبدوه من تعاون في تزويدي بالبحوث والكتب والمصادر .
ولا يفوتني أن أتقدم بالشكر والتقدير إلى جميع زملائي في الدراسات العليا .
وختاماً أتقدم بالشكر والتقدير إلى كل من ساعدني وأعانني على إنجاز هذا البحث، فلهم في النفس منزلة وإن لم يسعف المقام لذكرهم، فهم أهل للفضل والخير والشكر ومن الله التوفيق.....

قائمة المحتويات

الصفحة	العنوان	التسلسل
أ	الآية	
ب	الاهداء	
ج	شكر وتقدير	
د - و	قائمة المحتويات	
و - ز	قائمة الجداول	
ز - ح	قائمة الأشكال	
ح - ط	قائمة المختصرات	
ي	المستخلص	
١٠-١	الفصل الاول/ منهجية الدراسة	
٢-١	مقدمة	1-1
٢	مشكلة الاطروحة	2-1
2	هدف الاطروحة	3-1
١٠-٣	الاستعراض المرجعي	٤-1
50-١١	الفصل الثاني/ الجانب النظري	
١٢-١١	تمهيد	١-٢
١٣-١٢	تعريف السلاسل الزمنية	٢-٢
20-١٣	نماذج تحليل السلاسل الزمنية	٣-٢
٢٣-20	مفهوم الذاكرة الطويلة	٤-٢
26-٢٣	النماذج المختلطة المتكاملة كسرياً	٥-٢
٢٩-26	الاختبارات اللامعلمية للذاكرة الطويلة	٦-٢
34-30	تقدير المعلمة الكسرية	٧-٢

32-30	طريقة انحدار لوغارتم المخطط الدوري	١-٧-٢
٣٣ - ٣٢	طريقة المخطط الدوري الممهد	٢-٧-٢
٣٤ - ٣٣	طريقة Kashyap and Eom	٣-٧-٢
٤٠ - ٣٤	تقدير العناصر المخفية في السلسلة الزمنية طويلة الذاكرة	٨-٢
٣٦ - ٣٤	التحليل الطيفي	١-٨-٢
٣٧ - ٣٦	دالة الكثافة الطيفية	٢-٨-٢
٤٠ - ٣٨	تحويل فورير	٣-٨-٢
٤٣- ٤٠	مقدرات الدال للبية لتقدير الكثافة الطيفية	٩-٢
٥٠ - ٤٣	الطرق المقترحة للمقدرات للبية لتقدير المركبات المخفية للسلسلة الزمنية طويلة الذاكرة	١٠-٢
٤٦ - ٤٤	مقدر دالة اللب لوماكس	١-١٠-٢
٤٨ - ٤٦	مقدر دالة اللب ديرشليت	٢-١٠-٢
٥٠ - ٤٨	مقدر دالة اللب مقلوب معكوس الطبيعي	٣-١٠-٢
٦٦-٥١	الفصل الثالث / الجانب التجريبي	
٥٢ - ٥١	تمهيد	١-٣
٥٤ - ٥٢	رسم السلسلة الزمنية ودوال الارتباط	٢-٣
٦٠ - ٥٤	رسم مقدرات الطيف	٣-٣
٥٦ - ٥٤	رسم دالة الطيف باستخدام مقدر بيتا كرنل	١-٣-٣
٥٨ - ٥٦	رسم دالة الطيف باستخدام مقدر درشليت كرنل	٢-٣-٣
٥٩ - ٥٨	رسم دالة الطيف باستخدام مقدر لوماكس كيرنل	٣-٣-٣
٦١ - ٦٠	رسم دالة الطيف باستخدام مقدر معكوس مقلوب التوزيع الطبيعي	٤-٣-٣
٦٦ - ٦١	نتائج المقارنة بين المقدرات	٤-٣
٨٢-٦٧	الفصل الرابع / الجانب العملي	
٦٧	تمهيد	١-٤

٦٨ - ٦٧	أمراض الجهاز التنفسي	٢-٤
٦٩ - ٦٨	مصدر البيانات	٣-٤
٧١ - ٦٩	رسم السلسلة الزمنية ودوال الارتباط الذاتي	٤-٤
٧٢ - ٧١	اختبار الذاكرة الطويلة	٥-٤
٧٢	تقدير المعلمة الكسرية	٦-٤
٧٣ - ٧٢	تقدير دالة الكثافة الطيفية	٧-٤
٧٦ - ٧٤	نتائج التحليل الطيفي للسلسلة الزمنية	٨-٤
٩٢ - ٧٧	الفصل الخامس / النتائج والتوصيات	
٧٧	الاستنتاجات	١-٥
٧٨	التوصيات	٢-٥
٨٤ - ٧٩	المصادر والمراجع	
٩٢ - ٨٥	الملحق	
A-B	Abstract	

قائمة الجداول

الصفحة	اسم الجدول	رقم الجدول
٢٧	فترات الثقة لإحصاءة R/S المصححة	١-٢
٢٨	فترات الثقة لإحصاءة DFA	٢-٢
٢٩	فترات الثقة لإحصاءة GPH	٣-٢
٥١	جدول المفاضلة بين النماذج	١ - ٣
٦٢	قيم RMAD وقيم S.D عندما H=0.1	٢ - ٣
٦٣	قيم RMAD وقيم S.D عندما H=0.4	٣ - ٣
٦٤	قيم RMAD وقيم S.D عندما H=0.6	٤ - ٣
٦٥	قيم RMAD وقيم S.D عندما H=0.9	٥ - ٣
٦٨	الإحصاءات الوصفية	٢-٤
٧٢	نتائج اختبارات الذاكرة الطويلة للسلسلة الزمنية	٣-٤
٧٦ - ٧٥	نتائج التحليل الطيفي	٤-٤

قائمة الاشكال

الصفحة	اسم الشكل	رقم الشكل
١٦	رسم بياني يوضح التغيرات الفصلية	١-٢
١٧	رسم بياني يوضح التغيرات الدورية	٢-٢
٥٣	سلسلة زمنية مولدة	١-٣
٥٣	دالة الارتباط الذاتي التجريبي ACF	٢-٣
٥٤	دالة الارتباط الذاتي التجريبي لوغاريتم القيم	٣-٣
٥٥	دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر كيرنل بيتا	٤-٣
٥٥	دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر كيرنل بيتا	٥-٣
٥٦	دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر Dirichlet Kernel	٦-٣
٥٧	دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر Dirichlet Kernel	٧-٣
٥٨	دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر Lomax kernel	٨-٣
٥٩	دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر Lomax Kernel	٩-٣
٦٠	دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر Reciprocal inverse Gaussian Kernel	١٠-٣
٦١	دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر Reciprocal inverse Gaussian	١١-٣

٦٩	رسم السلسلة الزمنية للبيانات الاصلية	١-٤
٧٠	دالة الارتباط الذاتي للبيانات الاصلية للسلسلة الزمنية	٢-٤
٧٠	رسم السلسلة الزمنية لوغارتم البيانات	٣-٤
٧١	دالة الارتباط الذاتي للوغارتم البيانات للسلسلة الزمنية	٤-٤
٧٣	دالة لوغاريتم الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر لوماكس كرنل	٥-٤

قائمة المختصرات

الرمز	المصطلح	
ARIMA	AutoRegressive Integrated Moving Average	
AR	Auto Regressive	
MA	Moving Average	
ARFIMA	AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average	
RMAD	Relative Mean Absolute Deviation	
H	Hurst معامل	
R / S	Scaled Range Method	
LRD	Long Range Dependence	
SDF	Spectrum Density Function	
DFA	Detrended Fluctuation Analysis	

GPH	(Porter-Hudak) & Geweke	
S	Seasonal Variations	
C	Cyclical Variations	
PDF	Probability density function	
MISE	Integrated Mean squared error	

تعرف السلسلة الزمنية بأنها قيم لظاهرة معينة مرتبة حسب الزمن أو مجموعة القيم التي تأخذها الظاهرة في فترات زمنية متتالية ومتساوية . وهناك اتجاهان في تحليل السلاسل الزمنية الاول تكون فيه السلسلة عبارة عن تركيبة خطية وبتحديد متتابعة من الأخطاء العشوائية ويسمى تحليل في مجال الزمن ، والثاني تكون السلسلة الزمنية مجموع موزون لدوال الجيب والجيب تمام الدورية ويسمى تحليل في مجال التكرار .

يعني مفهوم الذاكرة الطويلة أو الاعتمادية طويلة المدى Long Range Dependence (LRD) ضمناً أن السلسلة الزمنية مكونة من الكثير من الارتباطات الزمنية ، وأن مجموع الارتباطات الذاتية تتناقص ببطء . ونظراً لطول السلسلة الزمنية تنشأ في هذا النوع من السلاسل مركبات موسمية ودورية مخفية لا يمكن الكشف عنها من خلال المنهج الزمني للتحليل وإثماً من خلال المنهج التكراري للتحليل وباستعمال طرق لا معلمية يتم الكشف عن هذه المركبات. نسعى لإستعمال طرائق لامعلمية جديدة لإيجاد مقدرات لا معلمية لتقدير دالة الكثافة الطيفية نتمكن من خلالها الكشف عن هذه المركبات ، لذلك تم اقتراح ثلاث مقدرات لا معلمية هي (مقدر لوماكس ومقدر درشليت ومقدر معكوس مقلوب التوزيع الطبيعي) ومقارنتها مع مقدر بيتا اللامعلمي من خلال احصاءة Relative Mean Absolute (Deviation RMAD). ولتحديد الطريقة الأفضل تم استعمال المحاكاة في الجانب التجريبي وأظهرت النتائج بأن مقدر لوماكس أفضل المقدرات لقابليته على كشف المركبات المخفية كما أنّ له أقل قيمة لإحصاءة RMAD. تم رصد بيانات لسلسلة زمنية تتعلق بالأمراض التنفسية لبيانات من دائرة صحة بابل واختبارها كونها ذات ذاكرة طويلة ومن خلال التحليل الطيفي لمقدر لوماكس تم تقدير دالة الطيف والتي كشفت عن وجود هذه المركبات المخفية وكذلك بيان تكرارها ومدتها الزمنية. تعتبر مقدرات كرنل ذات مميزات جيدة في التحليل الطيفي للسلاسل الزمنية في حال عدم معرفة التوزيع أو لصعوبة الافتراضات في حال التقدير المعلمي . كما تبين أنّ هذه الإصابات تتأثر بشكل كبير بالموسمية والتي تتكرر كل ٨ أشهر تقريباً كما أنّ مدتها تستمر ٣ أشهر تقريباً.

الفصل الأول

منهجية الأطروحة

والإستعراض المرجعي

١-١ مقدمة (Introduction)

يعتبر تحليل السلاسل الزمنية time series من أهم أساليب التقدير والتنبؤ حول المستقبل بناءً على أحداث الماضي والحاضر وذلك من خلال مجموعة من البيانات المرصودة ، وجاءت نتيجة تزايد أهمية الإحصاء وتعدد تطبيقاتها في كافة مجالات الحياة العلمية والعملية مثل الدراسات السكانية والاجتماعية والزراعية والصناعية والتجارية والهندسية والطبية وغيرها . إن الخطوة الأولى في تحليل السلاسل الزمنية يكون من خلال رسم بيانات السلسلة الزمنية والحصول على بعض ملامح السلسلة والتي تتعلق بمكونات السلسلة الأساسية وهي (التغيرات الموسمية والدورية والاتجاه العام) ، كما أنّ الغاية الأساسية من طرائق تحليل السلاسل الزمنية تتمثل بالحصول على نموذج يمكن استخدامه لوصف الظاهرة وتحليلها بالإضافة الى التنبؤ أو التقدير للظاهرة المدروسة.

ويمكن تقسيم طرق تحليل السلاسل الزمنية إلى فئتين: الأولى في المجال الزمني والتي تعد واحدة من الموضوعات المهمة والمستخدمه في تفسير سلوك الظواهر عن طريق دراسة تطورها التاريخي عبر فترة زمنية قد تكون يومية، أسبوعية ، أو شهرية ، فصلية أو سنوية لأغراض تحليلها وبيان أثرها في مستقبل هذه الظواهر . والثانية في مجال التكرار وهو ما سيتم دراسته من خلال اسلوب التحليل الطيفي للسلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة وهو تحليل وصفي يستخدم لمعرفة السلوك الذي تسلكه السلسلة الزمنية وبيان تركيبها وكشف أهم المركبات الدورية والموسمية التي تسهم في تباين السلسلة عن طريق مساهمة الترددات المختلفة الأطوال في التباين.

ومن أجل دراسة بيانات تلك السلاسل الزمنية ، نحاول استخراج الخصائص المختلفة التي تميل إلى تعريفها. ومن بين الطرق لمعرفة خصائص السلسلة الزمنية هي تقدير الكثافة الطيفية ، لأنّ مفهوم الذاكرة الطويلة أو الاعتمادية طويلة المدى Long Range Dependence غالباً ما توصف في مجال التكرار (Frequency Domain) وتركز على دالة التباين المشترك الذاتي ودالة الكثافة الطيفية ولكي نعطي توصيف للذاكرة الطويلة فيستحسن وصف السلسلة المستقرة بحدود دالة كثافة الطيف .

سيتم اختبار السلسلة الزمنية بالاساليب الاحصائية لتشخيصها كونها ذات ذاكرة طويلة ومن ثم إجراء التقدير اللامعلمي لتقدير المعلمة الكسرية (d) لعملية الذاكرة الطويلة وتقدير دالة الكثافة الطيفية.

٢-١ مشكلة الأطروحة (Problem of Thesis)

يعتبر من أولى المعوقات في تحليل السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة هي تأثير المركبات المختلفة (الإتجاه العام والتأثير الموسمي والتغيرات الدورية والتغيرات العرضية أو العشوائية) ويجعلها أكثر صعوبة في التقدير والتنبؤ . وقد تبين للباحث من خلال الدراسات عجز الطرق التقليدية في بيان هذه المركبات بشكل واضح . لذلك نسعى للبحث بطرق لا معلمية جديدة لتقدير الكثافة الطيفية لكونه له القابلية على كشف المركبات المخفية التي تؤثر على السلسلة الزمنية (hidden components) ، وتحديد خصائصها من خلال تقدير دالة الكثافة الطيفية باستعمال المقدرات اللامعلمية .

٣-١ هدف الأطروحة (Aim of thesis)

تهدف الأطروحة الى الكشف عن المركبات المخفية للسلاسل الزمنية عن طريق إيجاد طرائق لا معلمية جديدة ، وللوصول لهذا الهدف تم استعمال ثلاث مقدرات لامعلمية جديدة لدالة الكثافة الطيفية والتي من خلالها يتم تقدير العناصر المخفية في السلسلة الزمنية طويلة الذاكرة إعتماً على توزيعات (Dirichlet , Lomax , Reciprocal inverse Gaussian) لغرض تقدير دالة الكثافة الطيفية للكشف عن وجود المركبات المخفية في السلسلة الزمنية ، وللحصول على أفضل المقدرات تم المقارنة بينها من خلال معيار متوسط الانحراف المطلق النسبي (Relative Mean Absolute RMAD (Deviation باستعمال تجارب محاكاة مونت - كارلو ، والمقترحات هي :

مقدر دريشلت اللبي لدالة الكثافة الطيفية The Dirichlet Kernel estimator of the spectral density.
ومقدر لوماكس اللبي لدالة الكثافة الطيفية The Lomax Kernel estimator of the spectral density.
ومقدر مقلوب معكوس الطبيعي اللبي لدالة الكثافة الطيفية The Reciprocal inverse Gaussian Kernel estimator of the spectral.
المقترحة مع مقدر دالة الكثافة الطيفية لبيتا Kernel estimator of the spectral density . Beta

4-1 الاستعراض المرجعي (Literature Review)

يعد أسلوب تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis من الأساليب الإحصائية الجديرة بالاهتمام لكونه من المواضيع الإحصائية المهمة لتفسير الظواهر التي تحدث خلال فترة زمنية محددة، وتطورت كثيراً خلال السنوات الماضية وبرزها طريقة بوكس جنكيز (Box-Jenkins) عام 1976 والتي أصبحت الطريقة الأكثر استخداماً في اتجاه الزمن التي أثبتت كفاءتها ودقتها في مجالات تطبيقها ، كما جاء التحليل الطيفي في اتجاه التكرار اعتماداً على تحويل فورييه Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) . وعند البحث في الدراسات السابقة عن نمذجة السلاسل الزمنية المتأثرة بعوامل دورية، تبين ان أسلوب التحليل الطيفي (Spectral Analysis) شغل مساحات واسعة في نمذجة هذه السلاسل. نذكر بعضاً من أحدث هذه الدراسات :

في عام (2007) اقترح (Boutahar)^[44] وآخرون العديد من طرائق لتقدير السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة منها الطرائق المعيارية والطرائق شبه المعيارية وطرائق الإمكان الأعظم. وتم استعمال المحاكاة لغرض التحقق من خاصيتين رئيسيتين لعامل الإزاحة d هما الاتساق والحالة الطبيعية المقاربة. وتوصلوا إلى أن الطريقة شبه المعلمية وطريقة الإمكان الأعظم فقط هي التي يمكن أن تعطي تقديرات جيدة. واقتروا أيضاً أن مكون AR في عملية ARFIMA (1, d, 0) له تأثير مهم على خصائص المقدرات المختلفة وأن طريقة Whittle هي الأفضل كونها سجلت على أقل متوسط مربعات خطأ (MSE).

وفي عام (2009) درس (Iyer & Chowdhury)^[33] طريقة بديلة لتحليل المجال الزمني لسلسلة زمنية معينة، إذ تم اجراء التحليلات الطيفية والدورية لسلسلة زمنية معينة للكشف عن الاتجاهات والفصول الموسمية في البيانات، تم اجراء تحليل متعدد الأطياف لمعرفة المكون الدوري / الموسمي الموجود ، وباستعمال التحليل الطيفي لتقدير دالة الكثافة الطيفية المرسومة مقابل الفترة للحصول على قدرة الطيف الذي يحلل التباين في البيانات. وتوصلا الى طريقة كفاءة في تقدير دالة الكثافة الطيفية.

في نفس العام (٢٠٠٩) قدم الباحثان (Bouezmarni & Bellegem)^[24] مقدرًا لامعلمي جديد للكثافة الطيفية في ظل تمهيد المخطط الدوري بكثافة احتمالية لها متغير بيتا العشوائي (نواة بيتا). وتم التوصل الى أن المقدر مقيد لبيانات الذاكرة القصيرة ، ويتباعد عند الأصل لبيانات الذاكرة الطويلة. وأن التقارب في احتمال الخطأ النسبي ومحاكاة مونت كارلو يشيران إلى أن المقدر يتكيف تلقائيًا تبعًا للسلسلة الزمنية فيما إذا كانت طويلة أو قصيرة المدى.

في عام ٢٠١٠ استعمل (Ashely & Patterson)^[54] الإنموذج المتكامل جزئيًا لسلسلة زمنية ذات ذاكرة طويلة . وتوصلا الى أن التباين الزمني الكبير في متوسط المجتمع يجعل مخطط الارتباط للعينة (والتقديرات الطيفية ذات الصلة) غير متسق ، لذا فإن الاختلاف الزمني في المتوسط - أي الاتجاه الضعيف - سواء كان عشوائيًا أو غير عشوائي - يؤدي الى ظهور ذاكرة طويلة في السلسلة الزمنية. واستنتج الباحثان الى أن ملاحظة سلوك (الذاكرة الطويلة) في سلسلة زمنية يمكن ان تكون راجعة الى التكامل الجزئي.

في عام (٢٠١١) استعمل (Boutahar & Khalfaoui)^[45] طرائق شبه معلمية معروفة وهي طريقة Geweke ، Porter-Hudak و Gaussian semiparametric و wavelet Ordinary Least-Square و the Local Whittle لتقدير معلمة الذاكرة الطويلة في كلا حالتي الإنموذج المستقر والإنموذج غير المستقر وقارنا بين الطرائق باستعمال محاكاة مونت-كارلو بالاستناد على أحجام عينات مختلفة . وتم التوصل الى طريقة the Local Whittle أفضل من باقي الطرائق لكونها حققت أقل متوسط مربعات خطأ.

في عام (٢٠١٥) قدما (Grzesica & Wiecek)^[27] بحثًا عن طرق تقدير السلاسل الزمنية والتنبؤ باستخدام التحليل الطيفي لتحديد أنماط التباين والتنبؤ. الافتراض الرئيسي هو أن النموذج يتكون من دوال جيبيية يتضمن الترددات التي لها تأثير أكبر على تباين العملية. وتبين أن التحليل الطيفي للسلاسل الزمنية يسمح باكتشاف الطبيعة الموصوفة بخط مراقبة الظاهرة والقدرة على التنبؤ بالقيم المستقبلية. التغيير الديناميكي لقيم السلاسل الزمنية هو نتيجة التعرض للعديد من العوامل التي غالبًا لا يمكن تحديدها وبيان نوع وكمية التأثير. غالبًا ما تتميز هذه المتغيرات بالتغيرات الدورية. وتقلبات

عشوائية والتي يمكن تغييرها أيضاً وفقاً للنمط المحدد في السلسلة الزمنية ، واستخدم لهذا الغرض للتحليل الطيفي كأداة لتحويل السلاسل الزمنية إلى سلسلة في مجال التردد. في تحليل أطيف الكتلة . وتم لوصف النموذج استخدام الدوال المثلثية الجيب وجيب التمام. أي مزيج خطي من الإشارات الدورية الأولية. وتنفيذ التحويل باستخدام تحويل فوريير لتحليل التقلبات الدورية. والذي يتيح هذا الأسلوب تحديد مكونات التردد التي تساهم بشكل كبير في شرح التغييرات في السلاسل الزمنية التي يتم البحث عنها. وبين أنّ من أكثر الطرق دقة هي الطرق التي تستخدم التحليل الطيفي لتحليل السلاسل الزمنية في مجال التردد. بناءً على نتائج متوسط أخطاء التنبؤ. كما أن التنبؤ المبني على نهج التحليل الطيفي أكثر دقة بثلاث مرات من نموذج ARMA. تشير نتائج هذا التحليل إلى دقة أعلى في التحليل الطيفي.

في نفس العام (٢٠١٥) استعملت الباحثة (جمعة)^[3] الأسلوب شبه المعلمي لتقدير انموذج كميات المياه الداخلة لنهر دجلة كصنف من عمليات التكامل الكسري الموسمي وتناولت فيه السلاسل الزمنية طويلة الذاكرة وتحقيق الاستقرار لهذا النمط عند أخذ الفروق الكسرية (d) التي تقع ضمن الفترة المغلقة $[-0.5, 0.5]$ حيث تناول البحث دراسة حالة السلاسل الزمنية المختلطة الموسمية المتكاملة كسرياً من خلال التقدير شبه المعلمي للعمليات ذات المدى الطويل الموسمية باستعمال عدد من مقاطع عرض الحزمة حول التكرارات الموسمية عن طريق محاكاة مونت كارلو، والمقارنة بينهما بالاعتماد على معيار أقل قيمة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) ، طبقت الدراسة على بيانات تخص كميات المياه التي تصب في نهر دجلة للفترة من (٥-٦-٢٠١٢) ولغاية (١٨-٨-٢٠١٢).

وفي ذات العام (٢٠١٥) قارن الباحثان (عبد الرحمن وجاسم)^[14] بين طرائق تقدير معلمة الفروق الكسرية واعتمادها في تقدير أفضل انموذج خطي للسلسلة الزمنية في المجال البيئي إذ تناولوا فيه السلاسل الزمنية التي تنسم اعتماد المدى الطويل (الذاكرة الطويلة) والتي تتحقق الاستقرار بأخذ الفروق الكسرية التي تقع ضمن الفترة المغلقة $[-0.5, 0.5]$ حيث تم التعامل مع الفروق الكسرية للانموذج والتي تقع ضمن الفترة المغلقة، وتم تقدير معلمة الفروقات الكسرية (d) وبثلاثة طرائق تم المقارنة بينها للتوصل الى أفضل طريقة بالاعتماد على معايير المفاضلة وباستعمال بيانات حقيقية من وزارة البيئة والتي تتضمن نسب تلوث الهواء في مدينة بغداد .

في عام (٢٠١٦) استعمل (الدليمي)^[8] التحليل الطيفي لبناء انموذج رياضي للتنبؤ بالمعدلات الشهرية لدرجات الحرارة في مدينة الرمادي ، توصلت هذه الدراسة الى ان السلسلة الزمنية المدروسة لها سلوك دوري، واقترح استعمال إنموذج رياضي يعتمد على مركبة دورية واحدة، إذ يمكن استعمال هذا الإنموذج في التنبؤ بدرجات الحرارة للسنوات اللاحقة. إذ توصف الدالة للسلسلة الزمنية في حدود سلوك دالة الجيب والجيب تمام ولتكرارات مختلفة من خلال تحويل فوريير (Fourier Transform).

في نفس العام (٢٠١٦) اقترح الباحثان (جواد وكاطع)^[4] طريقة لتقدير دوال كثافة الطيف للسلاسل الزمنية غير المستقرة درسا التحليل في مجال التكرار (Frequency Domain) والطرائق المتبعة في تقدير دالة كثافة الطيف للسلاسل الزمنية غير المستقرة كونها تعد دالة غير معلومة، وتم استعمال ثلاث طرائق للتقدير : طريقة الطيف التطوري وطريقة وكنز -فيل وطريقة مخطط الدورية القصير الأمد.

وفي العام ذاته (٢٠١٦) قدر الباحث (Gerolimetto)^[41] معلمة الذاكرة الطويلة في النماذج غير المستقرة باستعمال محاكاة مونت- كارلو لإظهار ومقارنة أداء مجموعة متنوعة من المقدرات ، المصممة تقليدياً للنماذج الثابتة ، لمعامل الذاكرة الطويلة d في حالة عدم الاستقرار. وركز على المقدرين التقليديين ، الذين ينتمون إلى ثلاث مجموعات. (١) المقدرات الاستكشافية ، نأخذ في الاعتبار طريقة (Higuchi , 1988) وطريقة (Lo ,1991). (٢) المقدرات المعلمية ، اخذ بعين الاعتبار طريقة (Whittle (Fox and Taqu), 1986) (٣) طرق شبه معلمية ، أخذ بالاعتبار طريقة GPH بواسطة Geweke و (Porter-Hudak ,1983). تم استعمال كل هذه الطرق في كل من السلاسل الزمنية الأصلية والفرق الأول في السلسلة. أظهرت نتائج تجربة مونت كارلو أن مقدر Whittle لديه أفضل أداء في حالة عدم الاستقرارية ، يليه GPH.

في عام (٢٠١٨) قدر (Chau)^[37] دالة الكثافة الطيفية للسلاسل الزمنية أحادية المتغير ومتعددة المتغيرات في ظل مجال فورير وذات الذاكرة الطويلة والمكررة باستعمال طريقة الرسم البياني ولوغارتم المخطط الدوري ، وقد ركز على الخصائص الطيفية للمجتمع بدلاً من سلوك السلاسل الزمنية الفردية ، وقدم نمذجة لوغارتم الطيف مقارنة بمنحنيات عشوائية تستند إلى تأثيرات مختلطة دالية لاعملمية . وتوصل الى أنّ دالة الكثافة الطيفية تعطي تحسن في تقدير منحني متوسط المجتمع والتنبؤ بواسطة المنحنيات ، وإنّ لوغارتم الطيف أعطى أداء أفضل في التخلص من الضوضاء وتفق على طريقة الرسوم البيانية. وبين أنّ هناك مؤشر واضح على تطور السلوك الطيفي للسلاسل الزمنية المكررة ، وأنّ تكرار السلاسل الزمنية وضع بشكل أكبر سلوك السلسلة الزمنية .

في عام (٢٠١٩) استعمل الباحثون (عبد الرحيم وآخرون)^[15] التحليل في مجال التردد لنمذجة بيانات مبيعات الغاز الطبيعي في الولايات المتحدة الأمريكية بواسطة شكل الدورة وتحليل سلسلة فورير، تناولوا فيه تطبيق المخطط الدوري Periodogram وتحليل سلسلة فورير Fourier Series Analysis إذ تعد من الطرائق اللامعلمية في التحليل في مجال التحليل الطيفي للسلاسل الزمنية وطبقت الدراسة على بيانات مبيعات الغاز في الولايات المتحدة الامريكية في المدة من ١٩٩٣-٢٠١٤ إذ تم تشخيص دورة التقلبات وتقدير الانموذج المناسب للبيانات وإيجاد قيم تنبؤات مستقبلية وتوصل الباحثون الى أنّ دورة التقلبات خلال المدة قيد الدراسة كانت تقريباً ١٣٥ شهراً. واستعملت معايير MAE, RMSE, و MASE للتأكد من كفاءة الانموذج حيث تم استعماله للتنبؤ بأسعار الغاز لمدة ستة أشهر.

في نفس العام (٢٠١٩) تتبأ (Hassler & Pohle)^[59] بالسلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة وغير المستقرة باستعمال الأساليب القائمة على التكامل الجزئي والتي تتفوق بوضوح على الطرائق البديلة التي لا تأخذ في الاعتبار الذاكرة الطويلة ، بما في ذلك الانحدار الذاتي والتمهيد الأسي. واقترحا اختيار معامل تكامل كسري $d = 0.5$ والذي يعطي أفضل النتائج بشكل عام ، ويفسر سلوك الذاكرة الطويلة ، ولكن يتغلب على عيوب الطرائق باستخدام معلمة تقديرية. فيما يتعلق بتنفيذ طرق التنبؤ بناءً على التكامل الجزئي ، وقد تم استخدام عمليات المحاكاة لمقارنة المقدرات شبه المعلمية لمعلمة الذاكرة الطويلة من عائلة Whittle وتقديم نظرية مقارنة مدعومة بالمحاكاة لمقارنة مقدرات المتوسطات المختلفة. يؤدي كلا التحليلين إلى نتائج جديدة .

وفي نفس العام (٢٠١٩) قارن (Zhao & Gui)^[65] الطرائق اللامعلمية لتقدير دالة الكثافة الطيفية وهي طريقة Forward وطريقة Periodogram وطريقة Temporal windowing وطريقة Smoothing method - Lag windowing مع الطرائق المعلمية وهي طريقة Forward وطريقة Yule-Walker وطريق Burg وطريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood باستعمال بيانات تمثل ارتفاع موجة سطح المحيط بالهيرتز وتوصلا بان الطرائق اللامعلمية أفضل أداء من الطرائق المعلمية في تقدير دالة الكثافة الطيفية.

في عام ٢٠٢٠ درس (Sachs)^[56] تحليل الارتباط التلقائي التسلسلي والترابط المتبادل في مجال التردد و البيانات المترابطة تسلسلياً دون الحاجة الى النماذج المعلمية. وأخذ بالطرق اللامعلمية الحديثة في التحليل ودراسة التقدير الطيفي المتغير بمرور الزمن ، مع أنّ قيود التحليل الطيفي الكلاسيكي في ظل الافتراضات المقيد للملاحظات الزمنية . وأكد على تطوير الأساليب التي تعتمد

على تحليل فورييه للسلاسل الزمنية الكلاسيكية (التلقائية والمنقطعة) ، للتحليل الطيفي المعلمي القائم على نمذجة VARMA الذي لا يزال يستخدم كثيراً في مجالات مثل الاقتصاد القياسي ، من خلال تقدير احتمالية Whittle لدراسة النماذج شبه المعلمية في السلاسل الزمنية غير الثابتة و على تقدير الاحتمالية القصوى الشبه معلمية المحلية للسلاسل الزمنية. كما درس مجالاً مهماً لنمذجة البيانات عالية الأبعاد هو مجال النماذج الرسومية للسلسلة الزمنية دون اللجوء الى الدوال التقديرية من خلال تحويل أفكار التحليل الطيفي الى منحنيات يمكن تحليل السلاسل الزمنية من خلالها وتطبيق التحليل الطيفي هو تمييز السلاسل الزمنية في مجال التردد

وفي ذات العام ٢٠٢١ اقترح (Arteche)^[38] تعميم لمقدر Whittle المضبوط لإيجاد تقدير مشترك لجميع معلمات الذاكرة في السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة العامة التي قد تتضمن الموسمية أو التغيرات الدورية . تم إثبات الاتساق والحالة الطبيعية المقاربة للسلسلة الثابتة وغير الثابتة وغير القابلة للتحويل ، وتم الاستدلال عن الاعتدالية للفرضيات المهمة مثل وجود جذور الوحدة والمساواة في معلمات الذاكرة في بعض أو كل الترددات الموسمية.

في عام (٢٠٢١) درسوا (Zhou)^[62] وآخرون معامل النطاق الترددي الأمثل في خوارزمية GPH. الأولى بالطرائق المبسطة للسلاسل الزمنية ، من خلال تكوين تسلسلات ذاكرة طويلة باستعمال عملية ARFIMA (1, d, 1). واستخدموا طريقة مونت كارلو لدراسة تأثير خوارزمية GPH على اختبار كون السلسلة ذات الذاكرة الطويلة والمستقرة ، ودقة تقدير معامل الذاكرة الطويلة. وتوصلوا الى أن دقة العوامل الثلاثة المذكورة أعلاه في اختبار الذاكرة الطويلة وصلت إلى مستوى عالٍ نسبياً ضمن فاصل معلمة النطاق الترددي $0.5 < a < 0.7$. لأطوال مختلفة من السلاسل الزمنية ودقة GPH

تزداد بزيادة طول السلسلة الزمنية ، كما اعتبر معامل النطاق الترددي 0.6 خيار أمثل لتقدير GPH. علاوة على ذلك ، تعطي دقة حساب خوارزمية GPH على وجود الذاكرة الطويلة أو ثباتها أو مقاومتها ، ومعلمة الذاكرة الطويلة d عند $a=0.6$.

نلاحظ من الدراسات السابقة التي تم عرضها بأن الباحثين قد استخدموا طرائق مختلفة لتقدير دالة الكثافة الطيفية باستعمال انموذج التكامل الكسري ARFIMA والمخطط الدوري أو باستعمال دالة الكثافة الطيفية لتوزيع بيتا، وحسب اطلاع الباحث لم يجد دراسة توضح الكشف عن المركبات المخفية وحساب تكرارها ومدتها بصورة دقيقة . وهنا قدمنا اقتراح ثلاث مقدرات لامعلمية جديدة لدالة الكثافة الطيفية باستخدام كثافة النواة (Kernel) وهي : مقدر دريشلت اللبي لدالة الكثافة الطيفية ومقدر لوماكس اللبي لدالة الكثافة الطيفية . ومقدر مقلوب معكوس الطبيعي اللبي لدالة الكثافة الطيفية .

الفصل الثاني

الجانب النظري

١-٢ تمهيد (Preface)

تتمثل السلسلة الزمنية ذات الذاكرة الطويلة بعملية عشوائية طويلة الأمد (Long - term process) لها صفة الاستمرارية في مشاهداتها والتي تجعل سلوك معاملات دالة الارتباط الذاتي لملاحظات السلسلة لا تتناقص أسياً نحو الصفر عند زيادة الازاحات (Lag) فقد تسلك سلوك القطع الزائد وتتناقص ببطء شديد وبمعدل متعدد الحدود (polynomial rate : X, X^2, X^3, \dots) وهذه العملية يشار إليها بالذاكرة الطويلة (Long Memory) ومن الأمثلة على السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة هي كمية المياه المتدفقة ، درجات الحرارة ، سلسلة للاصابات بمرض معين ، التداول المالي ، ... الخ. لذلك يوجد هنالك اتجاهان في تحليل السلاسل الزمنية الأول تكون فيه السلسلة الزمنية عبارة عن تركيبة خطية وبحدود متتابعة من الأخطاء العشوائية المستقلة المتطابقة التوزيع ويسمى بالتحليل في مجال الزمن (Time Domain) ، والثاني تكون السلسلة الزمنية مجموع موزون لدوال الجيب والجيب تمام الدورية، والهدف من هذا التحليل تحديد مدى أهمية الدورية لمختلف التكرارات والتي تحسب لمعرفة سلوك السلسلة ويسمى التحليل في مجال التكرار (Frequency Domain). او التحليل الطيفي (Spectral Analysis).

الهدف الرئيسي هو كشف المركبات المخفية لمعرفة طبيعة السلسلة الزمنية والنمط الذي تعكسه ونوع التغيرات التي تحتويها وهنا يبرز منهجان الاول يرى أن السلسلة الزمنية ناتجة عن أربعة مركبات وهي (الاتجاه العام والموسمية والدورية والعرضية) ، ويهدف التحليل لعزل وقياس هذه التغيرات . والمنهج الثاني يعتبر السلسلة ناتجة عن موجات جيب خفية ذات أطوال وتكرارات مختلفة ويهدف هذا التحليل لاكتشاف الموجات ذات التأثير الأكبر على السلسلة الزمنية وتحديد أطوالها وتكرارها ويتحقق ذلك من خلال التحليل الطيفي Spectral Analysis .

سيحدد عملنا من خلال المنهج الثاني واستعمال الأسلوب اللامعالي في تحليل السلسلة الزمنية ذات الاعتمادية الطويلة المدى والتي سنبحثها بشيء من التفصيل ومن خلال أسلوب التحليل الطيفي لمقدرات كرنل المقترحة لغرض استخدامها في التقدير اللامعالي لدالة الكثافة الطيفية المبين في المباحث القادمة والهدف منه هو ايجاد المركبات المخفية للسلسلة الزمنية ومعرفة السلوك الذي تسلكه

السلاسل الزمنية وبيان تركيبها وتوضيح أهم المركبات التي تساهم في تباين السلسلة ، كما تطرقنا الى الجانب المعلمي من خلال النماذج المختلطة المتكاملة كسريا لما احتواه الفصل التجريبي من مقارنة بين النماذج لمعرفة المقدر الأكفأ من خلال احصاءة RMAD .

٢-٢ تعريف السلاسل الزمنية (Time Series definition)

السلسلة الزمنية هي مجموعة من المشاهدات خلال الزمن X_t ، وتسجل كل مشاهدة في وقت محدد t . وتسمى السلاسل الزمنية مستمرة عندما يتم تسجيل المشاهدات بشكل مستمر على مدى فترة زمنية معينة (continuous time series) وتكون السلاسل الزمنية منفصلة عندما تأخذ لفرات أو لأوقات محددة متباعدة بالتساوي (discrete time series) [50] .

كما تعرف السلسلة الزمنية بأنها قيم ظاهرة مرتبة حسب الزمن أو مجموعة القيم التي تأخذها الظاهرة في فترات زمنية متتالية ومتساوية وتحليل السلسلة الزمنية يعني تحديد مكوناتها الرئيسية وهي (الإتجاه العام والإتجاه الموسمي والتغيرات الدورية والتغيرات العرضية أو العشوائية) .

وتعرف السلسلة الزمنية X_t ، بأنها سلسلة من القيم المرتبطة مع بعضها لظاهرة معينة ويمكن أن تكتب بصيغة معادلة فروق تمثل القيم الحالية والقيم السابقة والأخطاء الحالية والأخطاء السابقة في سلسلة مستقلة يمكن كتابتها بالصيغة الآتية: [10]

$$\phi_p(B)X_t = \theta_q a_t \quad (2-1)$$

ϕ_p : معلمة نموذج الانحدار الذاتي .

B : عامل الازاحة الخلفي .

X_t : مشاهدات السلسلة الزمنية .

θ_q : معلمة المتوسطات المتحركة .

$$a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$$

كما تصنف السلاسل إلى سلاسل ذات ذاكرة قصيرة وسلاسل ذات ذاكرة طويلة أو ما تسمى بالاعتمادية طويلة المدى (LRD) Long Range Dependence نسبة إلى اعتماد بياناتها على بعض للمدى البعيد . تتميز السلسلة ذات الذاكرة القصيرة بأنها تكون مستقرة في حالة أخذ الفرق الأول أو الثاني بأعداد صحيحة، وللتخلص من مشكلة عدم الاستقرارية نقوم بعملية التفاضل (أخذ الفرق) differencing للسلسلة الزمنية من خلال طرح قيم X_t من X_{t-1} و X_{t-1} من X_{t-2} وهكذا حتى نحصل على سلسلة زمنية جديدة ثم نقوم باختبارها (مثلا باختبار جذر الوحدة) فإذا كانت مستقرة تكون درجة الفرق $d=1$ أي تم أخذ الفرق الأول وإذا كانت السلسلة لازالت تعاني من عدم الاستقرارية نكرر العملية مرة ثانية وهكذا حتى نصل إلى سلسلة زمنية مستقرة . أما السلسلة طويلة المدى فإنها تكون مستقرة عند أخذ الفروق الكسرية بين $[-0.5, 0.5]$ ، فإذا كانت $0 < d < 0.5$ فإن العملية مستقرة بذاكرة طويلة .

٢-٣ نماذج تحليل السلاسل الزمنية Time Series Analysis models

لدينا نموذجين في تحليل السلاسل الزمنية الأول تحت مجال الزمن والثاني تحت مجال التكرار وكالاتي:

٢-٣-١ : نماذج تحليل السلاسل الزمنية تحت مجال الزمن [51].[51] :

ويشمل عدة نماذج وهي : نماذج الانحدار الذاتي Auto Regressive. AR(P)

يرمز له بالرمز AR(p) حيث يشير الرمز p إلى رتبة الإنموذج ويمكن التعبير عنه كما يأتي :

$$X_t = \theta_0 + \Phi_1 X_{t-1} + \Phi_2 X_{t-2} + \dots + \Phi_p X_{t-p} + a_t \quad \dots\dots\dots(2-2)$$

θ_0 : متوسط البيانات

$\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_p$: معالم نموذج الانحدار الذاتي

$a_t \sim N(0, \sigma^2)$: المتغير العشوائي .

أ- نماذج المتوسطات المتحركة MA(q) Moving Average

يرمز لها بالرمز MA(q) حيث يشير الرمز q الى درجة الانموذج ويعبر عنها بالآتي :

$$X_t = \theta_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad \dots\dots\dots(2-3)$$

θ_0 : متوسط البيانات

θ_1 : معلمة نموذج المتوسطات المتحركة

ب- نماذج الإنحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة ARMA(p,q)

ويرمز لها بالرمز ARMA(p,q) حيث تشير p إلى رتبة نموذج الإنحدار الذاتي و q الى رتبة

إنموذج المتوسطات المتحركة ويعبر عنه كما يأتي :

$$X_t - \Phi_1 X_{t-1} - \Phi_2 X_{t-2} - \dots - \Phi_p X_{t-p} = \theta_0 + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad \dots\dots\dots(2-4)$$

أو

$$\Phi_p(B)X_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t$$

θ_0 : متوسط البيانات

Φ_p : معلمة انموذج الانحدار الذاتي .

θ_q : معلمة المتوسطات المتحركة .

X_t : مشاهدات السلسلة الزمنية .

B : عامل الإزاحة إلى الخلف (Back operator shift) .

د- نماذج الإنحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA(p,d,q)

بما أن معظم السلاسل الزمنية الفعلية التي تنشأ في التطبيقات العملية غير ساكنة لذلك يجب أخذ فروق السلسلة المتتالية لتسكين السلاسل، وسنفترض إن d هو الحد الأدنى للفروق التي يجب أن تأخذ لتسكين السلسلة. ويطلق على النماذج التي تصف مثل هذه العمليات بنماذج

ARIMA تميزها لها عن ARMA المستقرة . لذلك يقال إن x_t نموذج انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة تكاملية ويشار إليها بالرمز $ARIMA(p,d,q)$ وتكتب بالصورة الآتية :

$$\Phi(B)\Delta^d x_t = \theta(B)\varepsilon_t \quad \dots\dots(2-5)$$

إذ إن :

$$\Phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

$$\Delta^d = (1 - B)^d$$

$$y_t \sim ARIMA(p, d, q)$$

٢-٣-٢ نماذج تحليل السلاسل الزمنية تحت مجال التكرار:

وأبرز طرق هذا التحليل هو التحليل الطيفي وهي طريقة لمعالجة البيانات بناءً على التردد أو الطيف. يتم الحصول على الطيف من تحليل الوظيفة الأصلية ، المعتمدة على الزمن (السلاسل الزمنية) إلى أساس الدورية وتتم هذه المعالجة الطيفية من خلال تحويل فوريير والمعنى الرئيس للتحويل هو أن الوظيفة الأصلية غير الدورية ، والتي يصعب معالجتها وتحليلها ، يتم تمثيلها كمجموعة من الجيب أو جيب التمام بترددات وسعات مختلفة المراحل.^[2] ويشار إلى هذه العملية بقوة الطيف $p(w)$ فهي عبارة عن تحويل فوريير لدالة التغيرات المشترك الذاتي وهو أسلوب لتحويل أي دالة تكون بدلالة الزمن $g(t)$ إلى دالة أخرى $f(w)$ بدلالة التكرار ، حيث يعطي لقيم الدالة المحولة صفة الإستقلالية في قيمها . وقوة الطيف لسلسلة زمنية X_t هي دالة $p(w)$ المعرفة بالصيغة الآتية :

$$p(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-iwk}$$

$$e^{iwk} = \text{Cos}(wk) - i\text{Sin}(wj)$$

$$\gamma_k = E(y_t - \mu)(y_{t-1} - \mu)$$

حيث إن $w = 2\pi f$ تمثل عدد الزوايا النصف قطرية في وحدة الزمن وإما التكرار $f = k/n$.

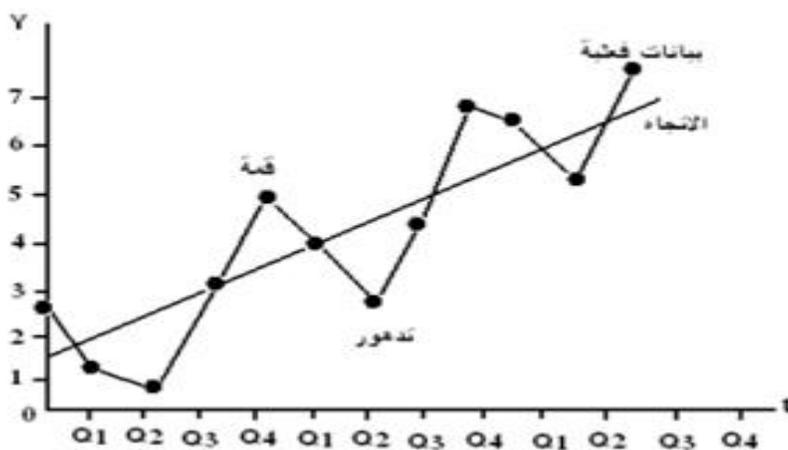
يقصد بتحليل السلسلة الزمنية أن يتم فصل مركباتها بعضها عن بعض الآخر بهدف تحديد تأثير كل مركبة في قيم الظاهرة المدروسة والغرض من تحليل السلاسل الزمنية هو فهم ونمذجة عشوائية الظاهرة المشاهدة والتنبؤ عن القيم المستقبلية للظاهرة العشوائية والتحكم بالظاهرة إذا أمكن^[13]. تبحث هذه الدراسة في امكانية التحليل الطيفي للسلاسل الزمنية لعمليات الذاكرة الطويلة لبيان المركبات الموسمية

والدورية للسلاسل الزمنية . نقوم بدراسة إمكانية استخدام دوال لا معلمية لبيانات لا تخضع للتوزيع الطبيعي لتحويلها الى موجات جيبية من خلال تحويل فورير لغرض اكتشاف التردد المخفي للتحليل الطيفي لعملية الذاكرة الطويلة وبالتالي التوصل إلى تحديد أهم مكونات السلسلة الزمنية التي تتأثر بها (الموسمية، الدورية) مع تحديد طول الدورة وتكرارها .

أ- التغيرات الفصلية (الموسمية) [71],[91] Seasonal Variations (S)

بجانب الاتجاه ، فإن المصدر الثاني المهيمن تمامًا للتغير في العديد من السلاسل الزمنية الاقتصادية هو الموسمية. ينطبق هذا بشكل أساسي على معظم السلاسل الزمنية إذ تتعرض الى شكلاً من أشكال التباين الموسمي .

هي تغيرات تحدث في تتابع متسق على فترات زمنية محددة. وتعني أي تغير له طبيعة دورية وتكون دوراته المتكررة ذات مدة زمنية قصيرة نسبياً. كثيراً ما تكون التغيرات الفصلية نتيجة عوامل فصلية مثل حالات الجو، العطل الرسمية، الأعياد، عمليات تجارية أو عادات المجتمع. والشكل (٢-١) يوضح التغيرات الموسمية في السلسلة الزمنية .



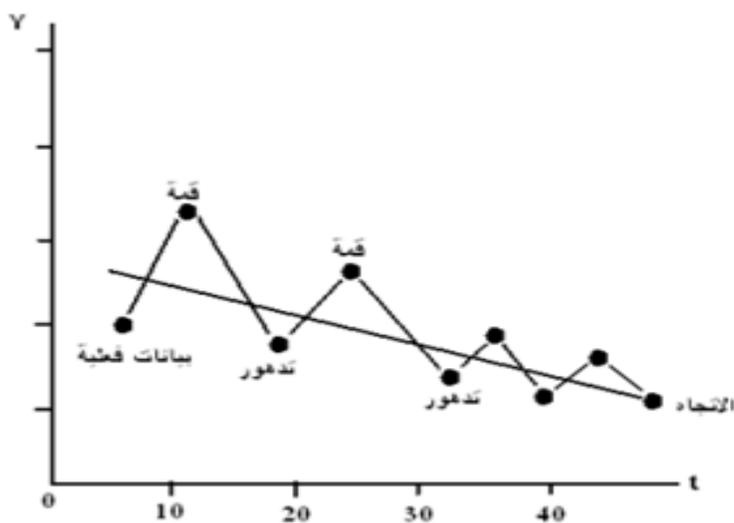
شكل (٢-١) رسم بياني يوضح التغيرات الفصلية (الموسمية) [91]

وهناك أكثر من طريقة من أجل تخليص بيانات السلسلة من أثر الموسم لنحصل على بيانات معدلة (Seasonally Adjusted Data) وهي : (طريقة النسبة إلى المتوسط المتحرك Ratio to Moving

Average Method ، طريقة المتوسطات البسيطة Simple Averages Method ، طريقة النسبة إلى المتوسط العام Ratio to General Average Method ، طريقة النسبة إلى الاتجاه العام (Ratio to Secular Trend Method)

ب- التغيرات الدورية (C) Cyclical Variations

هي حركات طويلة الأمد تمثل الارتفاعات المتكررة والهبوطات المتكررة لنشاط أو ظاهرة ما ، فالتغيرات التي تطرأ على الظواهر من ارتفاع وهبوط بمدة تتجاوز السنة . والتغيرات الدورية تقيس فترة أو دورة التغير للمعطيات وتتكون من دوال تشبه الجيب والجيب تمام ولكن بأطوال وسعات قد تكون مختلفة وتضم خمس مراحل في الدورة الكاملة هي الارتفاع الأولي - التراجع - الركود - الانتعاش - الارتفاع النهائي وترجع لعوامل كثيرة مثل سياسة الحكومة والعلاقات الدولية وغيرها ويقاس طول الدورة بطول الفترة الزمنية بين مرحلتين متتاليتين أو ركود متتاليتين . والشكل (٢-٢) يوضح التغيرات الدورية في السلسلة الزمنية .



شكل (٢-٢) رسم بياني يوضح التغيرات الدورية بالارتفاع والانخفاض الدوري^[9]

وفي حالة التحليل المعلمي فإن التحليل الطيفي يشمل الآتي:

أ- قوة الطيف لنموذج الإنحدار الذاتي من الدرجة الأولى $AR(1)$: [11],[8]

قوة الطيف لهذا النموذج هي:

$$P(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi(1-\hat{\theta}_1 e^{iw})(1-\hat{\theta}_1 e^{-iw})}$$

$$= \frac{\sigma_a^2}{2\pi(1-\hat{\theta}_1 e^{iw}-\hat{\theta}_1 e^{-iw}+\hat{\theta}_1^2)}$$

$$P(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi(1+\hat{\theta}_1-2\hat{\theta}_1 \cos(w))} \dots\dots(2-6)$$

نلاحظ ان قوة الطيف لهذا النموذج تعتمد على قيمة $\hat{\theta}$ ، فعندما تكون $\hat{\theta}_s > 0$ وكبيرة فإن قيمة قوة الطيف تتركز على التكرارات المنخفضة (low frequencies) ، اذا كانت $\hat{\theta}_s < 0$ قوة الطيف تتركز على التكرارات العالية (High frequencies) .

أما دالة كثافة الطيف لهذا النموذج فتعطى بالصيغة الرياضية التالية :

$$f(w) = \frac{1-\hat{\theta}_1^2}{2\pi(1+\hat{\theta}_1^2-2\hat{\theta}_1 \cos(w))} \dots\dots\dots(2-7)$$

ب- قوة الطيف لنموذج الإنحدار الذاتي من الدرجة الثانية $AR(2)$:

قوة الطيف (Power Spectrum) لهذا النموذج :

$$f(w) = \frac{(1+\hat{\theta}_2)((1-\hat{\theta}_2)^2-\hat{\theta}_1^2)}{2\pi(1+\hat{\theta}_2)(1+\hat{\theta}_1^2+\hat{\theta}_2^2-2\hat{\theta}_1(1-\hat{\theta}_2)\cos w-2\hat{\theta}_2^2 \cos 2w)} \dots\dots\dots(2-8)$$

وبصورة عامة فإن قوة الطيف لنموذج الإنحدار الذاتي من الدرجة $AR(p)$:

$$P(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi|1-\hat{\theta}_1 e^{-iw}-\hat{\theta}_2 e^{-2iw} \dots -\hat{\theta}_p e^{-ipw}|^2} \dots\dots\dots(2-9)$$

ج- قوة الطيف لنموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الأولى $MA(1)$:

قوة الطيف لهذا النموذج تعطى بالصيغة التالية :

$$P(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi(1+\hat{\theta}_1^2-2\hat{\theta}_1 \cos(w))} \dots\dots\dots(2-10)$$

وإن دالة الكثافة الطيفية لهذا النموذج هي:

$$f(w) = \frac{(1+\theta_1^2-2\theta_1 \cos(w))}{2\pi(1+\theta_1^2)} \dots\dots\dots(2-11)$$

د- قوة الطيف لنموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الثانية **MA(2)** :

إن نموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة الثانية يعطى بالصيغة التالية:

$$X_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}$$

قوة الطيف لهذا النموذج تعطى بالصيغة التالية:

$$P(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi(1+\theta_1^2+\theta_2^2-2\theta_1(1-\theta_2) \cos(w)-2\theta_2 \cos(2w))} \dots\dots\dots(2-12)$$

وإن دالة الكثافة الطيفية لهذا النموذج هي:

$$f(w) = \frac{1+\theta_1^2+\theta_2^2}{2\pi} [1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 - 2\theta_1(1 - \theta_2) \cos(w) - 2\theta_2 \cos(2w)] \dots\dots\dots(2-13)$$

وبصورة عامة فإن قوة الطيف لنموذج المتوسطات المتحركة من الدرجة $MA(q)$ هو :

$$P(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} |\theta_q(e^{-iw})|^2 \dots\dots\dots(2-14)$$

هـ - قوة الطيف لنموذج الإنحدار الذاتي والمتوسط المتحرك من الدرجة الأولى **ARMA(1,1)** :

نجد أن نموذج الإنحدار الذاتي والمتوسط المتحرك من الدرجة (١, ١) والذي يعرف بالصيغة

الرياضية التالية :

$$\phi_1(B)Z_t = \theta_1(B)a_t$$

من المعادلة أعلاه نجد أن قوة الطيف (Power Spectrum) لهذا النموذج هي:

$$p(w) = \frac{\sigma_a^2(1+\theta_1^2-2\theta_1 \cos(w))}{2\pi(1+\phi_1^2-2\phi_1 \cos(w))} \dots\dots\dots(2-15)$$

وإن دالة الكثافة الطيفية لهذا النموذج هي:

$$f(w) = \frac{(1-\phi_1^2)[1+\theta_1^2-2\theta_1 \cos(w)]}{2\pi(1+\theta_1^2-2\phi_1\theta_1)(1+\phi_1^2-2\phi_1 \cos(w))} \dots\dots\dots(2-16)$$

وبصورة عامة فإن نموذج الإنحدار الذاتي والمتوسط المتحرك من الدرجة (p,q) والذي يعرف بالصيغة الآتية :

$$\phi p(B)Z_t = \theta q(B)a_t$$

فإن قوة الطيف للنموذج أعلاه هي:

$$P(w) = \frac{\sigma_a^2 |\theta_q(e^{-iw})|^2}{2\pi |\phi_p(e^{-iw})|^2} \dots\dots\dots(2-17)$$

٢-٤ مفهوم الذاكرة الطويلة The Concept of Long Memory

بين العالم البريطاني (1951) Hurst وجود الذاكرة الطويلة من خلال بيانات خاصة بالري وبين وجود ارتباطات خاصة في بيانات السلسلة الزمنية قريبة من عدم الاستقرار باعتبار ان القيم الماضية تؤثر على القيم المستقبلية ويتناقص هذا التأثير بوتيرة ضعيفة جدا . ثم طورت نظرية Hurst بناء حركة Brown الكسرية [16].

توجد عدة تعاريف لمفهوم الذاكرة الطويلة أو الاعتمادية طويلة المدى (LRD) ، فهي توصف في مجال الزمن (Time Domain) وفي مجال التكرار (Frequency Domain) وأغلب هذه التعاريف تركز على دالة التباين المشترك الذاتي ودالة الكثافة الطيفية ولكي نعطي توصيف للذاكرة الطويلة فيستحسن وصف السلسلة المستقرة بحدود دالة كثافة الطيف [48].

توجد الذاكرة طويلة المدى على نطاق واسع في مجالات البيولوجيا والطب والجيولوجيا والمناخ والعلوم الاجتماعية وتشير إلى حقيقة أن المشاهدات تعتمد على بعضها بعض على المدى الطويل وأن دالة الارتباط الذاتي تتحلل ببطء. وتؤثر بعض الأحداث التاريخية المهمة على المستقبل في فترات زمنية طويلة مما يساهم في تكوين ذاكرة طويلة وأنه من الصعب توصيفها بنماذج الذاكرة القصيرة [62].

لتكن X_t عملية مستقرة في حقل التكرار بدالة الكثافة الطيفية $f(\lambda)$ فإن الذاكرة الطويلة تظهر إذا كانت $f(0) = \infty$ ، لذا فإن $f(\lambda)$ تكون لها نقطة ثابتة عندما يكون التكرار مساوياً للصفر ، في حين لو كانت $f(0) = 0$ يقال إن X_t ذات ذاكرة متوسطة ، وتكون X_t عملية ذاكرة قصيرة أو اعتماد المدى القصير عندما $0 < f(0) < \infty$ إذا ان [49] :

$$f(0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma_j = 0$$

وبهذا نرى أن ذاكرة السلاسل الزمنية ذات أهمية لقياس الاعتماد بين كل المتغيرات في السلسلة الزمنية وكذلك تأثير جمع الارتباط في آن واحد .

وقد عرفت في حقل التكرار أن العملية المستقرة X_t ذات ذاكرة طويلة بدالة كثافة الطيف وتكتب بالصيغة الآتية :

$$f(\lambda) \sim C_1 |\lambda|^{-\alpha} \quad ; \quad 0 < \alpha < 1 \quad ; \quad C_1 > 0$$

وتكون بذاكرة قصيرة في حال $\alpha = 0$ ، وذاكرة متوسطة في حال $\alpha < 0$.

أما في حقل الزمن فان العملية المستقرة تعتبر ذات ذاكرة طويلة إذا كان :

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} |\gamma_j| = \infty$$

حيث تمثل التباين والتباين المشترك الذاتي للسلسلة إضافة الى أن التباين المشترك الذاتي تتناقص بشكل بطيء جدا وتتبع القطع الزائد [49].

كما عرف [22] مفهوم الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية وحيدة المتغير، بفرض أن X_t هي عملية زمنية متقطعة بمعامل ارتباط ρ_j على الفجوات j ، لذلك يمكن القول أن العملية تحتوي على ذاكرة طويلة إذا كان:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=-n}^n |\rho_j| = \infty$$

حيث القيم المطلقة للارتباطات تكون غير تجميعية (non-summable) ، تشير إلى أن الارتباطات الذاتية العددية لا يمكن تجميعها يمكن القول بأن وجود عمليات الذاكرة الطويلة تعني ضمناً أن العملية مكونة من الكثير من الارتباطات الزمنية [55].

كما تعرف بكونها مجموع الارتباطات الذاتية المطلقة لانها أي أن دالة الارتباط الذاتي تتناقص إلى الصفر ببطء حيث ناتج مجموعها لا نهائي (not converge) [23].

كما يتم وصف الذاكرة الطويلة من حيث التباين الذاتي أو بنية الكثافة الطيفية ، في حالة التغيرات المتسلسل الزمني الثابت ، لتكن X_t سلسلة زمنية ذات تغاير ثابت (covariance stationary) وهذا يعني $E(x_t) = \mu$ و $cov(x_t, x_{t+j}) = \gamma_j$ وغير معتمدة على الزمن t وكان لدى x_t دالة توزيع طيفي مستمرة تماماً ، فإن لها كثافة طيفية تُعطى بالصيغة الآتية : [48]

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma(j) e^{-ij\lambda}, \quad -\pi \leq \lambda \leq \pi; \quad f(\lambda) \text{ is non-negative}$$

فنفقول إن X_t لها ذاكرة طويلة إذا تحقق الآتي :

$$f(0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \gamma(j) = \infty$$

وذاكرة قصيرة اذا كانت $0 < f(0) < \infty$

في حين فسر^[54] (Ashley and Patterson, 2009) الذاكرة الطويلة الظاهرية على أنها ناتجة بشكل عام عن التباين الزمني في متوسط مجتمع السلسلة الزمنية . وأنها ناتجة عن الاختلافات المفاجئة في المتوسط ، والتي تستمر لفترة طويلة من الزمن وهذه الاختلافات تسمى بـ(الفواصل الهيكلية) ناتجة عن تباين طويل في المتوسط . وبافتراض أن (X_t) عملية ثابتة^[43] يوجد $d \in (0, 0.5)$ والتباين المشترك لـ (X_t) غير قابل للجمع اطلاقاً بمعنى : $\sum_{j \in \mathbb{Z}} |\gamma(j)| = \infty$

والكثافة الطيفية لـ (X_t) يمكن كتابتها بالشكل الآتي :

$$f(\lambda) = |\lambda|^{-2d} L(|\lambda|^{-1}), \quad 0 < d < 0.5$$

حيث L هي دالة متغيرة ببطء $L(at)/L(t) \rightarrow 1$ if $t \rightarrow \infty$ $(\forall a > 0)$ مقيد في كل فترة زمنية محدودة .

تتميز سلسلة الذاكرة الطويلة بالتحلل البطيء للارتباطات الذاتية وذلك تجعل النمذجة والتقدير صعباً لهذه السلسلة. لذلك يعتبر التكامل الكسري (Fractional integration) من الترتيب d هو النموذج الأكثر استخداماً للحصول على الاستقرارية والثبات لهذا جاء مفهوم "الذاكرة الطويلة" في السلسلة الزمنية ، مقترناً عادةً بالتكامل الكسري^[59] .

كما أنّ الذاكرة الطويلة في مجال التكرار (Frequency Domain) تتحى منحى الذاكرة الطويلة في مجال الزمن وتكون معرفة عندما نقوم بتقدير دالة كثافة الطيف (Spectral density) عند تكرارات تقرب من الصفر^{[29],[48],[49]} .

وعادة ما يرتبط مفهوم الذاكرة الطويلة بمفهوم التكامل الجزئي

$$X_t \sim I(d) \text{ if } (1 - L)^d X_t = u_t$$

حيث L تشير الى عامل التباطؤ $(L^k y_t = X_{t-k})$ وان $u_t \sim I(0)$ محدد موجب .

الحالة الأخرى إذا كانت u_t مستقرة وقابلة للانعكاس فإن $ARFIMA(p, d, q)$ تعرف :

$$\phi_p(L)(1-L)^d X_t = \theta_q(L)\varepsilon_t \quad \dots (2-18)$$

حيث $\phi_p(L)$ و $\theta_q(L)$ متعدد حدود من الرتبة p و q بالتتابع وأن جميع الجذور هي خارج دائرة الوحدة . ولا يوجد جذور مشتركة . في هذه الحالة يكون :

$$X_t \sim I(d) \rightarrow ARMA(p, q)$$

في حالة ذاكرة طويلة غير مستقرة ($d \geq 0.5$) تعد المعلمات والمعالجة الرياضية لعمليات $I(d)$ أكثر تعقيداً. وأبرز آثارها هي $\sum_{j=0}^{\infty} a_j^2 = \infty$ بحيث لا يكون تباين العملية محدوداً ولم يعد (SDF) موجوداً ، لذا فإن العلاقة في (18-2) يمكن اعتبارها دالة كثافة طيفية زائفة (Pseudo Spectral function). ونمذجة سلسلة الذاكرة الطويلة غير الثابتة تتحرك في اتجاهين مختلفين. يعرف النوع الأول^[59]:

$$X_t = (1-L)^q u_t \quad (t \geq 1)$$

q هو عدد صحيح موجب، وإن X_t هي $ARFIMA(p, d, q)$ مستقرة ومعرفة بـ $(X_t \sim I(d))$. أما النوع الثاني من الذاكرة الطويلة يعرف :

$$X_t = (1-L)^{-d} u_t \quad (t \geq 1)$$

$$u_t \sim I(0)$$

حيث يُفترض أن العملية قد بدأت عند $\gamma_0 = 0$ وهذا النوع من السلسلة غير مستقرة ، فقط عندما $d < 0.5$ تكون مستقرة تقريباً .

من خلال التعاريف السابقة يتبين أن الذاكرة الطويلة لسلسلة زمنية معينة هي التي تتصف بالارتباط والاعتمادية العالية بين قيم السلسلة وسببها هو التباين الزمني في متوسط مجتمع السلسلة الزمنية وأن دالة التغاير تتناقص ببطئ ولكنها لا تتوّل الى الصفر وان عملية التكامل الكسري هو ما يحقق الاستقرار والثبات للسلسلة كذلك فإن التحليل الطيفي هو ما يتناسب مع تفسير سلوك هذا النوع من السلاسل .

٢-٥ النماذج المختلطة المتكاملة كسرياً $ARFIMA$ ^[39]

Autoregressive Fractional Integrated Moving Average Models

لكي تتحقق الاستقرارية في العمليات العشوائية والتي تسمى عمليات الإنحدار الذاتي للأوساط المتحركة والتي يرمز لها $ARMA(p,q)$ يجب أن تكون جذور المعادلة لهذا النموذج خارج دائرة الوحدة بمعنى أن تكون $\theta_p(B) = 0, \phi_q(B) = 0$ ومع ذلك قد تكون هذه النماذج غير مستقرة وتصبح

مستقرة بعد العديد من التحويلات والفروق ، إن هذه النماذج الجديدة تدعى بعمليات الانحدار الذاتي للأوساط المتحركة التكاملية وذلك بتطبيق النموذج المختلط المتكامل كسرياً ويرمز له $ARFIMA(p,d,q)$ وقد تكون هذ الفروق أعداداً صحيحة أو كسرية . والجدير بالذكر أن السلاسل الزمنية التي تتسم إعتقاد المدى الطويل (ذاكرة طويلة) فإن الاستقرارية تتحقق بأخذ الفروق الكسرية التي تقع ضمن الفترة المغلقة $[0.5, -0.5]$ ويشار لها اختصاراً $ARFIMA(p,d,q)$ والتي تتطرق للاستمرارية في البيانات وتسمح بأن تكون قيمة معلمة الفروق قيمة كسرية وهي جزء من النماذج الموسعة للسلاسل الزمنية بالمقارنة مع نماذج الذاكرة القصيرة (ARIMA) التي تكون فيها قيمة d متمثلة بمعلمة الفروق الصحيحة . يقدم التكامل الكسري دقة عالية لوصف السلاسل الزمنية لكونه يحقق استقراراً أكثر دقة للسلاسل الزمنية [55].

تم تقديم نموذج ARFIMA بواسطة Granger و Joyeux (١٩٨٠) و Hosking (١٩٨١). أثبت هذا النموذج أنه أكثر نجاحاً من نموذج الانحدار الذاتي والمتوسط المتحرك المتكامل (ARIMA). وجد أن نموذج ARFIMA متفوق على نموذج الإنحدار الذاتي وأكثر نجاحاً بشكل ملحوظ في توقع بيانات السلاسل الزمنية. تُستخدم عمليات $ARFIMA(p,d,q)$ على نطاق واسع في نمذجة السلاسل الزمنية LRD، حيث p هو ترتيب الإنحدار الذاتي ، q هو ترتيب المتوسط المتحرك ، و d هو قيمة الفرق الكسري وكلما كانت قيمة d أكبر ، كلما اقتربت أكثر من سلسلة متكاملة بسيطة ARMA [42].

يعتبر التكامل الكسري [17] (Fractional Integration) جزء من تصنيف أوسع للسلاسل الزمنية المشار إليها عموماً بنماذج (الذاكرة الطويلة) Long Memory . إن نماذج الذاكرة الطويلة تتطرق إلى الاستمرارية في البيانات ويتطرق التكامل الكسري إلى العجز في تطبيق نماذج (ARIMA) الشائعة الاستعمال عند عمل نماذج لدرجة ونوع الاستمرارية في سلسلة زمنية، إن لنماذج ARIMA ثلاث معلمات (p, d, q) ، إن المعلمة التي تتطابق مع عدد الارتدادات المشتركة في نسبة الإنحدار الذاتي للسلسلة هي p ، معلمة ارتدادات المتوسطات المتحركة هي q ، وأخيراً d هي المتغير الذي يدل على ما إذا كانت السلسلة متكاملة أم لا. إن كانت السلسلة متكاملة فإن (d) تتخذ على الأقل قيمة (١) ، وبالعكس ذلك فإن (d) تساوي (٠) ويشار إلى الإنموذج كإنموذج (ARMA).

إن نماذج ARFIMA يسمح إلى (d) باتخاذ أي قيمة كسرية بين (0) أو (1) أن السلاسل المتكاملة كسريا وضعت بمقتضى انموذج (ARFIMA) وفق الصيغة^[39]:

$$\phi(B)(1-B)^d x_t = \theta(B) a_t \quad \dots (2-19)$$

إذ إن:

(d) : معلمة تمثل عدد حقيقي

a_t : يتم توزيعه توزيع طبيعي بمتوسط يساوي (صفر) وتباين ثابت (σ_a^2) .

$\theta(B), \phi(B)$: يمثلان مركبات AR و MA مع الارتداد (B) على التوالي^{[34],[47]}.

وتعرف عملية Xt على أنها عملية ARFIMA(p,d,q) إذ إن $\theta(B), \phi(B)$ متعدد الحدود للانحدار الذاتي (Autoregressive) والمتوسطات المتحركة (Moving Average) على التوالي، ذات جذور خارج دائرة الوحدة .

$(1 - B)^d$: عامل الارتداد للفروقات الكسرية يتم تعريفه على غرار مفكوك ثنائي الحدين للعدد الصحيح d .

$$(1 - B)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d) B^k}{\Gamma(k+1) \Gamma(-d)}$$

$$= 1 - d(B) + \frac{d(d-1)}{2!} B^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!} B^3 + \dots \quad \dots (2-$$

20)

إذ إن $\Gamma(\cdot)$ دالة الكاما^{[29],[48],[49]} (Gamma Function) من المعادلة (20 - 2)

معامل عامل ارتداد الفروقات يوفر نسبة متناقصة ، إن عملية (ARFIMA) يقال إنها عملية مستقرة عندما $(-0.5 < d < 0.5)$ مع هذا بإمكاننا تقسيم هذه الفترة إلى قسمين^[12]:

١. بالنسبة إلى $(0 < d < 0.5)$ تسمى عملية ذاكرة طويلة مستقرة.

٢. بالنسبة إلى $(-0.5 < d < 0)$ تسمى عملية ذاكرة متوسطة (غير دائمة).

وعندما $d \geq 1$ العملية تعد غير انعكاسية (Non – Inevitability). بمعنى اذا كان $|\theta| \geq 1$ فان \hat{X}_t (التي تعتمد على القيم السابقة ل \hat{X}) ستكون لا نهائية لان اوزان $\hat{X}_{t-1}, \hat{X}_{t-2}, \hat{X}_{t-3} \dots$ تتزايد كلما زاد الابطاء ولكي نتفادى هذه الحالة نضع الشرط $|\theta| \geq 1$ ليجعل السلسلة $(1 - \theta B)^{-1}$ تتقارب ، فنصف السلسلة بانها تتميز بالقابلية للعكس وهي مستقلة عن خاصية الاستقرارية^[59] .

٦-٢ الاختبارات اللامعلمية للذاكرة الطويلة^[43] Non-Parametric test

لاختبار السلسلة الزمنية يجب التحقق من الفرضية الآتية :

H_0 : السلسلة تحتوي على اعتمادية طويلة المدى (ذاكرة طويلة) .

H_1 : السلسلة تحتوي على اعتمادية قصيرة المدى (ذاكرة قصيرة) .

يعتبر معامل هورست (Hurst exponent) والذي يرمز له عادةً بالرمز (H) مقياساً للذاكرة طويلة الأمد للسلاسل الزمنية، وذلك من خلال ما يتعلق بالإرتباطات الذاتية للسلسلة الزمنية ، ولقد تم اقتراح العديد من المقدرات لمعامل هورست لتحليل (LRD) في السلاسل الزمنية من خلال عدة دراسات ، وفيما يلي نستعرض عدد من هذه الأساليب التي من خلالها يمكن تقدير معامل هورست (H) الذي بدوره يحدد ظاهرة الذاكرة الطويلة لبيانات السلسلة الزمنية.

١- إحصاءة هورست المعدلة : The modified Hurst statistic

الهدف من إحصاءة R/S هي حساب معامل هيرست الذي يسمح بترتيب السلاسل الزمنية بدلالة طبيعة ذاكرتها. إن الفكرة الأساسية لإحصائية R/S هي مقارنة القيم الدنيا والقصى للمجاميع الجزئية للانحرافات بين السلسلة الزمنية ومتوسطها الحسابي مقسوما على انحرافها المعياري، وفي عمليات الذاكرة الطويلة تكون الانحرافات أكبر من عمليات الذاكرة القصيرة . إذا كانت السلسلة الزمنية X_t حيث $t=1,2,\dots,n$ ومتوسطها \bar{X}_n فإن الإحصاءة R/S والتي يرمز لها Q_n تحسب على النحو الآتي :

$$m R/S = \frac{R(n)}{\hat{\sigma}_y}$$

$$R(n) = \max_{0 < k < n} S_k - \min_{0 < k < n} S_k$$

$$R_n/S_n = Q_n = \frac{\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n)}{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n)^2 \right]^{1/2}} \quad \dots (2-21)$$

R : Range تعبر عن المدى .

S : Standard Deviation تعبر عن الانحراف المعياري .

K : Lags تعبر عن الفجوات عبر الزمن .

حيث H عبارة عن ثابت يسمى معامل Hurst وهو محصور بين $0 < H < 1$ ويمكن حسابه انطلاقاً من العلاقة السابقة كما يلي :

$$H = \frac{\log Q_n}{\log n}$$

والعلاقة بين معامل Hurst ومعامل درجة التكامل الكسري d هي :

$$d = H - \frac{1}{2}$$

إذا كان $0.5 < H < 1$ فإن قيمة $0 < d < 0.5$ يكون النموذج بذاكرة طويلة .

ومن خلال العلاقة السابقة نستطيع معرفة قيمة d ومعرفة فيما إذا كانت السلسلة ذات ذاكرة طويلة .

كما حدد (Weron, 2002)^[53] فترات ثقة ورأى أن تقع قيمة H هيرست بين الفترات الآتية في

الجدول الآتي لتحديد الذاكرة الطويلة :

جدول (٢-١) فترات الثقة لإحصاءة R / S المصححة

Confidence intervals for the corrected R/S statistics

Level	Lower bound	Upper bound
90%	$0.5 - \exp(-7.35 \log(\log N) + 4.06)$	$\exp(-7.07 \log(\log N) + 3.75) + 0.5$
95%	$0.5 - \exp(-7.33 \log(\log N) + 4.21)$	$\exp(-7.20 \log(\log N) + 4.04) + 0.5$
99%	$0.5 - \exp(-7.19 \log(\log N) + 4.34)$	$\exp(-7.51 \log(\log N) + 4.58) + 0.5$

٢- تحليل التقلبات المنفصلة (DFA) Detrended Fluctuation Analysis [40]

في هذه الطريقة تنقسم السلسلة الزمنية إلى مجموعة من العينات بحجم m ، داخل كل عينة يتم

حساب المجاميع الجزئية للسلسلة ومن ثم توفيق خط المربعات الصغرى $(a+bt)$ داخل كل عينة

وحساب تباين العينة للبواقي كما يأتي :

على فرض ان $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ تمثل عينة من عملية ذاكرة طويلة مستقرة ، نقسم العينة إلى

k من القطاعات وحجم كل قطاع يساوي $(m = \frac{n}{k})$ داخل كل قطاع يتم حساب المجاميع الجزئية

لـ (y_t) أي أن :

$$X_t = \sum_{j=1}^t y_j \quad t = 1, 2, \dots, m$$

في كل قطاع يتم مطابقة إنموذج الإنحدار البسيط لـ (X_t) مقابل $t=1, 2, \dots, m$ وحساب (σ_k^2) الذي يمثل تباين البواقي المقدر من الإنحدار داخل القطاع ويحسب كما يأتي :

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (X_t - \hat{\alpha}_k - \hat{\beta}_k t)^2$$

إذ أنّ $\hat{\alpha}_k$ و $\hat{\beta}_k$ هي مقدرات المربعات الصغرى للميل والحد الثابت لخط الإنحدار للمجموعة k . ثم نجد $\bar{F}(k)$ والتي تمثل المعدل لهذه التباينات وتحسب كما يأتي :

$$\bar{F}(k) = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^k \sigma_j^2$$

$F(K)$ في المدى البعيد يأخذ التقريب الآتي :

$$F(K) \sim CK^{d+0.5}$$

ويأخذ اللوغارتم للطرفين يكون :

$$\log F(K) \sim \log C + (d + 0.5) \log K$$

وبمطابقة المربعات الصغرى للإنموذج الخطي البسيط يمكن الحصول على مقدر المعلمة الكسرية التي تمثل ميل الانحدار \hat{B} فيكون :

$$d_{DFA} = \hat{B} - 0.5 \quad \dots\dots(2-22)$$

ويجب أن تقع قيمة \hat{B} والتي تساوي قيمة H بين فترات الثقة الآتية في الجدول الآتي ونرفض فرضية العدم في الحالات الأخرى [53].

جدول (٢-٢) فترات الثقة لإحصاءة DFA

Confidence intervals for the DFA statistics

Level	Lower bound	Upper bound
90%	$0.5 - \exp(-2.99 \log N + 4.45)$	$\exp(-3.09 \log N) + 4.57) + 0.5$

95%	$0.5 - \exp(-2.93 \log N + 4.45)$	$\exp(-3.10 \log N) + 4.77) + 0.5$
99%	$0.5 - \exp(-2.67 \log N + 4.06)$	$\exp(-3.19 \log N) + 5.28) + 0.5$

٣- إندار المخطط الدوري [52] Periodogram regression (GPH)

وهو إجراء شبه معلمي للحصول على تقدير للمعلمة الكسرية d . هذه التقنية التي اقترحها Geweke و Porter-Hudak و (GPH)، وهي من الطرق الأكثر شيوعاً لتقدير واختبار معلمة التكامل الكسري d لنموذج ARFIMA. تعتمد هذه الطريقة على معادلة إندار تقريبية تم الحصول عليها من لوغاريتم دالة الكثافة الطيفية. وتعتمد هذه الطريقة على إندار المربعات الصغرى في المجال الطيفي وكذلك دالة الكثافة الطيفية $\lambda \rightarrow \infty$ ، $\hat{f}(\lambda) \sim \lambda^{-2d}$ ، ويمكن كتابة دالة الكثافة الطيفية بالصيغة الآتية:

$$\hat{f}(\lambda) = \left[4 \sin^2 \left(\frac{\lambda}{2} \right) \right]^{-d} f_{\varepsilon}(\lambda) \quad \dots\dots\dots(2-23)$$

إن $\hat{f}(\lambda)$ دالة الكثافة الطيفية. ثم من خلال تقدير المربعات الصغرى نحصل على معامل الفرق الكسري d من خلال العلاقة $d = \hat{d}$. حيث $H = \hat{d} + 0.5$. وتقبل فرضية العدم في حالة كون قيمة H تقع بين فترات الثقة الآتية ونرفض فرضية العدم في الحالات الأخرى وكما في الجدول الآتي:

جدول (٢-٣) فترات الثقة لإحصاءة GPH

Confidence intervals for the GPH statistics

Level	Lower bound	Upper bound
90%	$0.5 - \exp(-0.71 N^{2/3} + 1.87)$	$\exp(-0.68 N^{2/3} + 1.62) + 0.5$
95%	$0.5 - \exp(-0.71 N^{2/3} + 2.04)$	$\exp(-0.68 N^{2/3} + 1.78) + 0.5$
99%	$0.5 - \exp(-0.73 N^{2/3} + 2.45)$	$\exp(-0.65 N^{2/3} + 1.92) + 0.5$

٧-٢ تقدير المعلمة الكسرية (Fractional parameter Estimation)

هنالك عدة طرائق يمكن إستعمالها في تقدير معلمة الفروق (d) وسنتطرق الى الطرائق الثلاثة

الآتية:

Log – Periodogram Regression [6] ١-٧-٢ طريقة انحدار لوغاريتم المخطط الدوري

Method

اقتُرحت هذه الطريقة من قبل , Geweke and Porter-Hudak, 1983 [52] وبين الباحثان إن هذه الطريقة والتي اطلق عليها تسمية GPH يمكن استعمالها في حالة العينات الصغيرة أيضا .

لتكن العملية X_t تخضع للعملية $ARIMA(p, d, q)$ وكما يأتي:

$$\Phi(B) (1 - B)^d x_t = \theta(B) \epsilon_t$$

$$(1 - B)^d x_t = u_t$$

$$\therefore u_t = \Phi^{-1}(B) \theta(B) \epsilon_t \quad \dots (2-24)$$

إذ أن $\Phi(B), \theta(B)$ هما متعددتا الحدود لمعاملات الأنحدار الذاتي والمتوسط المتحرك على التوالي ,

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B_1 - \theta_2 B_2 - \dots - \theta_q B_q$$

وإن $(1 - B)^d$ عامل الفرق الكسري

$$(1 - B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(j-d)}{\Gamma(j+1)\Gamma(-d)} B^j$$

وإن (d) هي معلمة الفروق الكسرية

ϵ_t عملية التشويش الأبيض بمتغيرات مستقلة متماثلة i.i.d. وتتبع التوزيع الطبيعي $(0, \sigma_u^2)$. حيث

إن $\{u_t\}$ تمثل عملية مستقرة بمتوسط 0 وتباين σ_u^2 وله كثافة طيف $f_u(w)$ عندما

$(0 < w < \pi)$ وبذلك فإن دالة كثافة الطيف للعملية X_t يمكن كتابتها بالصيغة الآتية :

$$f(w_j) = f_u(w) \{2 \sin(w/2)\}^{-2d} \quad \dots (2-25)$$

وبأخذ اللوغاريتم لدالة كثافة الطيف $f(w_j)$

$$\ln\{f(w_j)\} = \ln\{f_u(w_j)\} - d \ln\{2 \sin(\frac{w_j}{2})\}^2 \quad \dots (2-26)$$

لتكن $w_j = 2\pi j/n$, $j = 0, 1, \dots, n/2$. تمثل مجموعة من تكرارات فورير Fourier المتناسقة

harmonic و n يمثل حجم العينة.

وبإضافة وطرح المقدار $\ln\{f_u(0)\}$ إلى الطرف الأيمن من المعادلة (2-26) يصبح لدينا:

$$\ln\{f(w_j)\} = \ln\{f_u(0)\} - d \ln \left\{ 2 \sin \left(\frac{w_j}{2} \right) \right\}^2 + \ln\{f_u(w_j)\} - \ln\{f_u(0)\}$$

$$\ln\{f(w_j)\} = \ln\{f_u(0)\} - d \ln \left\{ 2 \sin \left(\frac{w_j}{2} \right) \right\}^2 + \ln \left\{ \frac{f_u(w_j)}{f_u(0)} \right\} \quad \dots (2-27)$$

وبعدها نضيف $\ln\{I_X(w_j)\}$ إلى طرفي المعادلة السابقة حيث ان $I_X(w)$ يعرف بالمخطط الدوري للعينة بحيث أن :

$$I_X(w) = 1/2\pi \{R(0) + 2 \sum_{s=1}^{n-1} R(s) \cos (sw)\} \quad \dots (2-28)$$

وإن $R(s)$ يعرف بدالة التباين الذاتي للعينة

$$R(s) = 1/n \sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})(x_{i+s} - \bar{x}) \quad s = 0, \bar{1}, \dots, \bar{(n-1)} \quad (2-29)$$

وبتعويض المخطط الدور للعينة المعادلة (2-28) في المعادلة (2-29) نحصل على

$$\ln\{I(w_j)\} + \ln\{f(w_j)\} = \ln\{f_u(0)\} - d \ln \left\{ 2 \sin \left(\frac{w_j}{2} \right) \right\}^2 + \ln\{f_u(w_j)/f_u(0)\} + \ln\{I(w_j)\} \quad \dots (2-30)$$

$$\ln\{I(w_j)\} = \ln\{f_u(0)\} - d \ln \left\{ 2 \sin \left(\frac{w_j}{2} \right) \right\}^2 + \ln\{f_u(w_j)/f_u(0)\} + \ln\{I(w_j)\} - \ln\{f(w_j)\} \quad \dots (2-31)$$

$$\ln\{I(w_j)\} = \ln\{f_u(0)\} - d \ln \left\{ 2 \sin \left(\frac{w_j}{2} \right) \right\}^2 + \ln\{f_u(w_j)/f_u(0)\} + \ln\{I(w_j)/f(w_j)\} \quad \dots (2-32)$$

وإذا كان الحد الأعلى لـ z وليكن $g(n)$ فان $g(n)/n \rightarrow 0$ عندما $n \rightarrow \infty$ وإذا كان W_j قريباً من الصفر أي أن $W_j \leq W_{g(n)}$ بحيث ان $W_{g(n)}$ تكون صغيرة اذن فإن الحد $\ln\{f_u(w_j)/f_u(0)\}$ سيكون صغير جداً بالمقارنة بالحدود الأخرى الموجودة في الجانب الأيمن من المعادلة لذا فإن المعادلة تقترب إلى مايلي:

$$\ln\{I(w_j)\} \approx \ln\{f_u(0)\} - d \ln \left\{ 2 \sin \left(\frac{w_j}{2} \right) \right\}^2 + \ln\{I(w_j)/f(w_j)\} \quad \dots (2-33)$$

ومن المعروف بأن صيغة معادلة الإنحدار الخطي البسيط هي:

$$y_j = a + bx_j + e_j \quad j=1, 2, \dots, g(n) \quad \dots (2-34)$$

وبمقارنة المعادلة رقم (2-33) مع المعادلة رقم (2-34) التي تم الحصول عليها نلاحظ الاتي:

$$y_j = \ln\{I(w_j)\}, \quad x_j = \ln \left\{ 2 \sin \left(\frac{w_j}{2} \right) \right\}^2, \quad b = -d, \quad e_j = \ln\{I(w_j)/f(w_j)\} + C$$

$$a = \ln\{f_u(0)\} - C \quad , \quad C = E[-\ln\{I(w_j)/f(w_j)\}]$$

عندما $d \in (-0.5, 0.0)$ فإن العناصر المتسلسلة

$$\{\ln[I(w_j)/f(w_j)]\}$$

وكما بين الباحثان (Geweke and Porter-Hudak)^[52] تتوزع كمتغيرات عشوائية مستقلة لتوزيع

كامبل (Gumbel) وبوسط حسابي يساوي -0.577216 وتباين $\pi^2/6$ لذا فإن عناصر المتسلسلة

$\{e_j\}$ تتوزع كمتغيرات عشوائية مستقلة لتوزيع (Gumbel) وبوسط حسابي يساوي صفر وتباين $\pi^2/6$

وباستعمال طريقة المربعات الصغرى (OLS) فإن:

$$\hat{d} = - \frac{\sum_{j=1}^{g(n)} (x_j - \bar{x}) y_j}{\sum_{j=1}^{g(n)} (x_j - \bar{x})^2} \quad \dots (2-35)$$

$$\text{var } \hat{d} = - \frac{\pi^2}{6 \sum_{j=1}^{g(n)} (x_j - \bar{x})} \quad \dots (2-36)$$

٢-٧-٢ طريقة المخطط الدوري الممهّد (smoothed Periodogram)^[14]

سوف نستخدم في هذه الطريقة مقدر متسق لدالة الطيف وهو المخطط الدوري الممهّد بإستعمال نافذة

بارزين للتباطؤ (Parzen lag window) لتقدير معلمة الفروقات الرئيسية (d) في معادلة الإنحدار

وبالإستناد إلى المخطط الدوري الممهّد والتي تكون بالشكل التالي:

$$\ln\{f_s(w_j)\} = \ln\{f_u(0)\} - d \ln \left\{ 2 \sin \left(\frac{w_j}{2} \right) \right\}^2 + \ln\{f_s(w_j)/f(w_j)\} + \ln\{f_u(w_j)/f_u(0)\} \quad \dots (2-37)$$

حيث إن $f_s(w_j)$ يعرف بالمخطط الدوري الممهّد ويكون بالشكل :

$$f_s(W_j) = \frac{1}{2\pi} \sum_{s=-m}^m K \left(\frac{s}{m} \right) R(s) \text{Cos}(sW_j) \quad \dots (2-38)$$

وإن $k(u) = k(s/m)$ تمثل نافذة التباطؤ وهي دالة مستمرة وزوجية في المدى $-1 < u < 1$:

$k(0) = 1$ و $k(-u) = k(u)$ والمعلمة m والتي يشار إليها عادة بنقطة البتر هي دالة لـ n

(حجم العينة) وتختار بحيث إن $(m/n) \rightarrow 0, m \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$ ، و $0 < \beta < 1$ ،

n^B

ويحدد المدى لـ (j) $1 \leq j \leq g(n)$ واختيار $g(n)$ كما في الطريقة الأولى ستكون معادلة الانحدار بالشكل التالي:

$$\ln\{f_s(w_j)\} \approx \ln\{fu(0)\} - d \ln\left\{2 \sin\left(\frac{w_j}{2}\right)\right\}^2 + \ln\{f_s(w_j)/f(w_j)\} \dots (2-39)$$

وبمقارنة المعادلة (2-39) بمعادلة الانحدار الخطي البسيط المبينة بالصيغة (2-34) نجد أن:

$$y_j = \ln\{f_s(w_j)\}, \quad x_j = \ln\left\{2 \sin\left(\frac{w_j}{2}\right)\right\}^2, \quad b = -d, \quad e_j = \ln\{f_s(w_j)/f(w_j)\}$$

$$a = \ln\{fu(0)\}$$

وباستعمال طريقة المربعات الصغرى (OLS) فإن الصيغة المقدر لمعلمة الفروق \hat{d} يمكن أن نحصل عليها كما في الصيغة (2-35)

٣-٧-٢ طريقة (Kashyap and Eom) [58]

إذا كان لدينا معادلة الانحدار التالية :

$$\ln I_x(w_j) = \ln \sigma^2 - d \ln\left\{4 \sin^2\left(\frac{w_j}{2}\right)\right\} + \ln \frac{I_u(w_j)}{\sigma^2} \dots (2-40)$$

حيث إن $\ln I_u(w_j)$ يمثل المخطط الدوري لحد الخطأ وبمشابهة هذه المعادلة بنفس معادلة الانحدار البسيطة السابقة (2-34) ، وعند مقارنة المعادلتين نحصل على:

$$y_j = \ln I_x(w_j), \quad a = \ln \sigma^2, \quad x_j = \ln\left\{4 \sin^2\left(\frac{w_j}{2}\right)\right\}, \quad b = -d$$

ويتم استخراج المقدر \hat{d} بطريقة الـ (OLS) وفق الصيغة (2-35) بفرض أن X_t هي عملية زمنية

متقطعة بمعامل ارتباط ρ على الفجوات ، لذلك يمكن القول أن العملية تحتوي على ذاكرة طويلة إذا

كان [14] :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n |\rho_i| = \infty$$

حيث القيم المطلقة للارتباطات تكون غير تجميعية (non-summable) . ويمكن القول بأن وجود

عمليات الذاكرة الطويلة تعني ضمناً أن العملية مكونة من الكثير من الارتباطات الزمنية [55] ، وعلى

عكس هذا الموقف عندما تكون:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=-n}^n |\rho_i| = K$$

ρ_i : دالة الارتباط الذاتي عند فترة التخلف i .

في هذه الحالة، نستطيع القول أن العملية تتميز بخاصية الذاكرة القصيرة^[58] ، وتعتبر طريقة إحداد مخطط الدوري الممهّد (smoothed periodogram regression) أفضل طرائق التقدير الثلاثة في تقدير معلمة الفروق الكسرية (d) لكونها أقل MSE من باقي الطرق . كما أنّ الإنحراف المعياري ومتوسط مربعات الخطأ في هذه الطريقة أقل من الإنحراف المعياري ومتوسط مربعات الخطأ في الطرق الأخرى ، كما إنّها أعطت أقل قيمة لمعيار التحيز المطلق ومعيار الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ مقارنةً بالطرق الأخرى^[6] .

٢-٨ تقدير العناصر المخفية في السلسلة الزمنية طويلة الذاكرة

يتم تقدير العناصر أو المركبات المخفية في السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة من خلال أسلوب التحليل الطيفي . فمن أحد طرق تحليل السلاسل الزمنية هو التحليل في مجال التكرار وهو ما سيتم دراسته من خلال أسلوب التحليل الطيفي للسلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة وهو تحليل وصفي يستخدم لمعرفة السلوك الذي تسلكه السلسلة الزمنية وبيان تركيبها وكشف أهم المركبات الدورية والموسمية التي تسهم في تباين السلسلة عن طريق مساهمة الترددات المختلفة الأطوال في التباين .

٢-٨-١ التحليل الطيفي (Spectral Analysis)^[64]

وهو تقنية لتحليل التباين (σ_x^2) عبر ترددات مختلفة وهو من أكثر الطرق المستخدمة على نطاق واسع لتحليل البيانات المستخدمة مع السلاسل الزمنية^[28] . كما يعرف بأنه وصف الظاهرة المدروسة باستخدام تغييرات السلاسل الزمنية الدورية فهو يختص بالظواهر التي تتضمن تغييرات دورية تتكرر في فترة زمنية معينة و الهدف الرئيس للتحليل الطيفي هو لفت الإنتباه إلى العمليات الدورية^[27] .

والتحليل الطيفي هو أحد أساليب تحليل السلاسل الزمنية باتجاه التكرار (Frequency Domain Analysis) الذي يشير الى الطريقة المعطاة لتقدير دالة الكثافة الطيفية Spectral (Density Function) للسلاسل الزمنية المستقرة والتي تدرس السلاسل في نطاق التكرار أو التردد

حيث توصف الدالة للسلسلة الزمنية في حدود سلوك دالة الجيب والجيب تمام ولتكرارات مختلفة من خلال تحويل فوريير [8] .

وتبرز أهمية التحليل الطيفي في دراسة الظواهر أو العمليات المستقرة لمعرفة السلوك الذي تسلكه السلاسل الزمنية وبيان تركيبها وتوضيح أهم المركبات التي تساهم في تباين السلسلة عن طريق مساهمة الترددات المختلفة الأطوال في التباين . كذلك يساعد في معرفة السلوك الذي تسلكه السلسلة نفسها وذلك بتقدير الدالة الطيفية. فهو يصف توزيع قوة التردد كما يقدم معلومات عن هيكل العملية العشوائية ، إضافة الى كون دوال الطيف لها دور في نظرية التنبؤات الخطية كما أنّ التحليل الطيفي لا يتطلب إفتراضات محددة على هيكل العملية [4].

وبعد التحليل الطيفي تحليل للسلسلة الزمنية في حقل التكرار (Frequency Domain) باستعمال تحويل فوريير ، بحيث تكون قوة الطيف للعملية المستقرة هو تحويل فوريير لدالة التباين المشترك الذاتي ذات المجموع المطلق .

تعود تسمية تقدير دالة كثافة الطيف (SDF) Spectrum Density Function)) إلى مايعرف بمخطط الدورية (Periodgram) اعتماداً على عملية تكرار الحادثة في مدد زمنية منتظمة Periodicities (كإتجاهات الحالة الموسمية في البيانات أو الدورية) [21] .

وتعد كثافة طيف القدرة (Power Spectral Density) مقياس لتوزيع القدرة على التردد (Frequency) ، والذي يمثل عدد الدورات في وحدة الزمن .

إذا كانت X_t عملية مستقرة ذات المجموع المطلق في سلسلة التباين المشترك الذاتي اي ان

$[\sum \{\gamma_k\}_{k=-\infty}^{\infty} < \infty]$ باستعمال تحويل فوريير للتباينات الذاتية المشتركة نحصل على الصيغة الاتية وتدعى بقوة الطيف.

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-i\omega k} \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad \dots (2-41)$$

إذ إن $\omega = 2\pi f$ تمثل عدد الزوايا النصف قطرية في وحدة الزمن ، واما التكرار $f = k/n$ وهو عدد الدورات في وحدة الزمن . بعبارة أخرى:

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k (\cos \omega_k - i \sin \omega_k) \quad -\pi \leq \omega_k \leq \pi \quad \dots (2-42)$$

γ_k : يمثل Autocorrelation $(x_t - x_k)$ ، ω_k يمثل التردد .

ولقيم حقيقية (Real Valued) للسلسلة فإن الصيغة أعلاه تكتب بالشكل الآتي:

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \{ \gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \cos(\omega_k) \} \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad \dots (2-43)$$

لذلك نجد ان دالة الارتباط الذاتي تدرس السلسلة الزمنية في مجال الزمن وان قيم الدالة تكون مرتبطة مع بعضها البعض مما يؤدي الى صعوبة تفسير قيمها . بينما دالة قوة الطيف هي التي تدرس السلسلة الزمنية في مجال التكرار والتي عطي للدالة قيماً مستقلة عن بعضها للترددات المختلفة^[8] .

[1] ٢-٨-٢ دالة الكثافة الطيفية The Spectral Density Function

ويقصد بها الرسم البياني الخاص بدالة Periodogram للسلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة ، تبين ان السلسلة التي تحتوي على (LRD) بالتبعية تحتوي على Periodogram والذي يقترب من نقطة الأصل ويتناسب مع $|\lambda|^{1-2H}$ إذ أن :

$$I(\lambda) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{j=1}^N x_j e^{ij\lambda} \right|^2 \quad \dots\dots(2-44)$$

$I(\lambda)$: تقدير الكثافة الطيفية للسلسلة الزمنية ، λ : تمثل التكرارات .

إن دالة قوة الطيف هي تحويل فوريير لدالة التباين المشترك الذاتي γ_k وتحسب من دالة الطيف الموضحة في الصيغة الآتية:

$$P(\omega) = \frac{1}{2\pi} \gamma(e^{-i\omega}) \quad -\pi \leq \omega \leq \pi$$

$e^{-i\omega}$: صيغة أويلر

وطالما قوة الطيف $P(\omega)$ لم تحقق شروط دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) Probability Density Function والتي هي:

1. $P(\omega) \geq 0$; $\forall \omega$
2. $\int_{-\pi}^{\pi} P(\omega) d\omega = 1$

فيلاحظ أن الشرط الأول متحقق ضمن الفترة $[-\pi, \pi]$ او الفترة $[0, \pi]$ بسبب إتمادها على متسلسلة التباينات المشتركة الذاتية للعملية المستمرة فيها. بينما يكون الشرط الثاني غير متحقق وذلك بسبب:

$$\int_{-\pi}^{\pi} p(w)dw \neq 1$$

وتسمى الدالة $f(w)$ بدالة الكثافة الطيفية (Spectral Density Function) وتعرف بما يأتي:

$$f(w) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\gamma_k}{\gamma_0} e^{-i\omega k}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[1 + \frac{2}{\gamma_0} \sum_{k=1}^{\infty} \text{Cos}(\omega_k) \right] , \quad -\pi \leq \omega \leq \pi \quad \dots\dots(2-45)$$

γ_0 : يمثل variance . γ_k : يمثل Autocorrelation . ω_k : يمثل التردد

ومن خلال رسم $I(f_i)$ على محور X مع التردد f_i على محور Y أو مع الدورات وهي تساوي $1/f_i$ وهي ما يعرف بشكل الدورة نحصل على الشكل البياني للكثافة. يعمل شكل الدورة على قياس قوة الطيف للسلسلة الزمنية لكل الترددات الممكنة واطوال الموجات ، والدورة أو التردد للسلسلة الزمنية يتم تشخيصه بواسطة الكثافة وبعد ذلك يمكن استخدام تحويل فوريير للحصول على تقديرات المعلمات .

٢-٨-٣ تحويل - فوريير Fourier Transform

تحويل فورييه (*Fourier Transform*) هو عملية رياضية تستخدم لتحويل دالة رياضية بمتغير حقيقي وذات قيم مركبة إلى دالة أخرى من نفس الطراز. وكثيراً ما يطلق على هذه الدالة الجديدة لقب التمثيل في نطاق التردد للدالة الأصلية . تحويل الإشارة الدورية $f(t)$ الى دالة جيبيية بتحويلها من مجال الزمن الى مجال التكرار فهي تحول الى مجموعة من المركبات بدلالة الجيب والجيب تمام . إن دالة الطيف (Spectrum Function) لعملية عشوائية تمثل تحويل فوريير لدالة التباين الذاتي عند الزمن المتقطع (DTFT) (Discrete-Time Fourier Transform) لأي موجة بشكل أو بآخر تكون عبارة عن مجموعة من موجات بصيغة دالة الجيب Sin.

وإن الصيغة الرياضية لتحويل فورير لدالة التباين الذاتي المشترك للسلسلة الزمنية X_t تتبع إنموذج الإنحدار الذاتي العام [63]:

$$\phi_p(B)X_t = a_t \quad \dots (2-46)$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)X_t = a_t \quad \dots (2-47)$$

$$X_t = \frac{1}{1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p} a_t \quad \dots (2-48)$$

ولكتابة تحويل - فورير بصيغة Sin و Cos :

$$\gamma_t = \alpha_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j \cos(w_j t) + \sum_{j=1}^{\infty} B_j \sin(w_j t) \quad \dots (2-49)$$

$$\cos(w_j t) = \frac{1}{2} (e^{i\omega_j t} + e^{-i\omega_j t}) \quad \dots (2-50)$$

$$\sin(w_j t) = -\frac{i}{2} (e^{\omega_j t} - e^{-\omega_j t}) \quad \dots (2-51)$$

يسمى تحويل فورير لدالة التباين الذاتي المشترك بقوة الطيف (Power Spectrum) خواصها [35]:

١- إنها ليست دالة متناقصة

$$\int_{-\pi}^{\pi} P_x(w) \neq \gamma_0 \quad -2$$

٣- تحقق حالة P.d.f

وإن الصيغة العامة لتحويل فورير:

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \gamma_x(0) + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_x(k) \cos wk ; \quad -\pi \leq w \leq \pi \quad \dots (2-52)$$

ويمكن إيجاد التباين المشترك الذاتي باستعمال معكوس تحويل فورير [31]:

$$\gamma_x(k) = \int_{-\pi}^{\pi} f(w) e^{i\omega k} dw \quad \dots (2-53)$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} \cos(wk) f(w) dw; \quad \dots (2-54)$$

وتحويل فورير لدالة التباين الذاتي المشترك لسلسلة X_t تتبع الإنموذج المختلط ARMA (p,q)

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + a_t - \theta_1 X_{t-1} - \dots - \theta_q X_{t-q} + a_t \quad \dots (2-55)$$

X_t : البيانات المشاهدة في السلاسل الزمنية

ϕ_1 : معلمة الإنحدار الذاتي

وتوزيع معلوم σ_a^2 : متغيرات عشوائية غير مرتبطة (الخطأ العشوائي) بمتوسط صفري وتباين a_t

$$f_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_k e^{-i\omega k} \quad \dots (2-56)$$

$$= \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \frac{1}{|\phi_p(e^{-i\omega})|^2} \quad \dots (2-57)$$

وتحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA (1,0)

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left[\frac{1}{1+\theta_1^2-2\theta_1\cos 2\pi f} \right] \quad \dots (2-58)$$

وتحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA (2,0) :

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left[\frac{1}{1+\theta_1^2+\theta_2^2-2\theta_1(1-\theta_2)\cos 2\pi f-2\theta_2\cos 4\pi f} \right] \quad \dots (2-59)$$

وتحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للسلسلة X_t تتبع الإنموذج ARMA(0,q)

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} |\theta_q(e^{-i\omega})|^2 \quad \dots (2-60)$$

وتحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA (0, 1)

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} [1 + \theta_1^2 - 2\theta_1\cos 2\pi f] \quad \dots (2-61)$$

تحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA (0,2)

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} [1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 - 2\theta_1(1 - \theta_2)\cos 2\pi f - 2\theta_2\cos 4\pi f] \quad \dots (2-62)$$

وتحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA (1,1)

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left| \frac{1-2\theta_1 \cos 2\pi f + \theta_1^2}{1-2\theta_1 \cos 2\pi f + \theta_1^2} \right| ; \quad \dots (2-63)$$

وتحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA(1,2)

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left| \frac{1-2\theta_1 \cos 2\pi f + \theta_1^2}{1+\theta_1^2+\theta_2^2-2\theta_1(1-\theta_2)\cos 2\pi f-2\theta_2 \cos 4\pi f} \right| \quad \dots (2-64)$$

وتحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA (2,1)

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left| \frac{1+\theta_1^2+\theta_2^2-2\theta_1(1-\theta_2)\cos 2\pi f-2\theta_2 \cos 4\pi f}{1-2\theta_1 \cos 2\pi f + \theta_1^2} \right| \quad \dots (2-65)$$

وتحويل فوريير لدالة التباين الذاتي المشترك للإنموذج ARMA (2,2)

$$P_x(w) = \frac{\sigma_a^2}{2\pi} \left| \frac{1+\theta_1^2+\theta_2^2-2\theta_1(1-\theta_2)\cos 2\pi f-2\theta_2 \cos 4\pi f}{1+\theta_1^2+\theta_2^2-2\theta_1(1-\theta_2)\cos 2\pi f-2\theta_2 \cos 4\pi f} \right| \quad \dots (2-66)$$

٩-٢ مقدرات الداول اللبية لتقدير الكثافة الطيفية

تعتبر التوزيعات المعلمية موضوع نقاش الكثير من الباحثين، إذ تفترض الطرائق المعلمية أن العينة تأتي من مجتمع معين له عائلة معروفة من التوزيعات ، مثل العائلة الطبيعية (Gaussian) أو عائلة كما (Gamma) ثم العمل على تقدير المعالم المجهولة لتلك العوائل باستخدام طرائق التقدير المختلفة . لكن التوزيع المعلمي المفترض قد لا يكون بالضرورة التوزيع الفعلي للظاهرة ، إذ أن الافتراض الخاطيء للتوزيع المعلمي قد يؤدي بالطرائق الإحصائية المستعملة إلى استنتاجات غير صحيحة وتقديرات غير متسقة . على النقيض من ذلك ، فإن الأساليب غير المعلمية تقدر التباين المشترك أو طيف العملية دون افتراض أن العملية لها أي توزيع معين . تلك الاسباب أجبرت الباحثين على الإتجاه إلى أساليب حديثة تتمثل بالطرائق الإحصائية اللامعلمية والشبه معلمية لتحليل البيانات، والتي تزودنا باستدلالات صحيحة في حالة عدم تحقق الشروط أو أن يكون هنالك تركيب غير خطي للبيانات. وكذلك تطوير الطرائق اللامعلمية لتحليل مجموعات البيانات الضخمة من الأمور المطلوبة بشكل كبير .

إنّ الطريقة اللامعلمية لتقدير دالة الانحدار، تستخدم في الحالات التي يكون فيه الشكل الرياضي الذي يعبر عن طبيعة العلاقة بين المتغيرات محل الدراسة غير معروفة، وكذا التوزيع الاحتمالي للخطأ العشوائي غير معروف ، ولتقدير دالة الإنحدار يتطلب تحديد نوع الدالة، وقيمة عرض الحزمة المستخدم ومعرفة نوع النموذج المستخدم حتى يتسنى لنا معرفة نوع الصيغة الرياضية المستخدمة لتقدير دالة النواة.

إن دوال اللب أو دوال كرنل هي بافتراض أنّ $K(x)$ تشير الى دالة ذات قيمة حقيقية فإذا كانت :

$$K(x) \propto I(|x| \leq I)$$

فإنّ المنحني سوف يقدر دالة الإنحدار للنموذج اللامعلمي والشكل العام هو :

$$y_i = m(x_i) + e \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\hat{y}_i = \hat{m}(x_i)$$

إذ تشير $m(x)$ الى الدالة المجهولة المراد تقديرها باستخدام نقاط ضمن h من الوحدات والتي تشير إلى معلمة عرض الحزمة ، يستفاد من هذه الطريقة بإستكشاف العلاقة العامة بين المتغيرين . وعادة ما يتم إفتراض [18] :

$$\int_{-\pi}^{\pi} K(x)d(x) = 1$$

y_i : هو متغير الاستجابة

$m(x_i)$: هي دالة تمهيدية مجهولة، المطلوب تقديرها و تتصف بكونها لا تحتوي على معالم.

x_i : هي قيم المشاهدات للمتغير التوضيحي.

ε_i : تمثل قيمة الأخطاء العشوائية ذوات التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين σ^2

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

ولتقدير دالة الكثافة الطيفية يتطلب معرفة ما إذا كانت السلاسل الزمنية قصيرة أم طويلة الذاكرة. في حالة السلاسل الزمنية للذاكرة الطويلة ، يوجد اعتماد أقوى بكثير بين القيم في أوقات مختلفة ، كما أن اضمحلال دالة التباين التلقائي يكون بطيئاً. إنَّ السلسلة الزمنية طويلة الذاكرة يمكن ان تحدد خصائصها من خلال الكثافة الطيفية وباعتبار ان منهجيتنا لا معلمية تتضمن وصف السلسلة الزمنية من خلال تقدير دالة الكثافة الطيفية وإيجاد المركبات المخفية (hidden Components).

درست مقدرات بيتا اللبية من قبل الباحث (Chen,2000) [25] عند تقدير منحنيات الانحدار بهدف تطوير تقنية تمهيد لبية خالية من التحيز. ولكن في سياق تحليل السلاسل الزمنية ، تعد هذه الخاصية ذات اهمية نظراً لأن المقدر اللبي اللامعلمي ليس بالضرورة أن يتم تكييفه بحدود ، خاصةً إذا كان هناك قطب عند التردد $\lambda = 0$.

ثم قدم الباحثان [24] (Bouezmarni, Bellegem) مقدر بيتا كرنل للتحليل الطيفي وقورنت نتائجهم مع الطرائق شبه المعلمية وتبين أن مقدر كرنل أفضل في إداء تقدير دالة الطيف .

يعتبر مقدر بيتا كيرنل اللبي Beta Kernal Estimation مقدر غير معلمي جديد للدالة الطيفية والذي يعطي تمهيداً أو تعميماً لمخطط الدورية (Periodogram) من خلال استخدام الكثافة الاحتمالية لمتغير بيتا العشوائي (بيتا اللبي) . إن هذا المقدر قد تم برهنه من قبل الباحث في المصدر السابق على أنه محدد للبيانات قصيرة الذاكرة ويتباعد عند نقطة الاصل للبيانات طويلة الذاكرة .
نفرض أنه لدينا عملية (X_1, X_2, \dots, X_T) من عملية مستقرة لها دالة كثافة طيفية كالاتي:

$$f(\lambda) = \sum_k \gamma(k) \exp(-2\pi\lambda k) \quad \dots (2-67)$$

اذ أن $\gamma(k)$ هي دالة التباين المشترك للعملية X_t .

وللتبسيط، نفترض أن العملية المستقرة لها متوسط يساوي صفراً . فإن مخطط الدورية يكون كالاتي:

$$I_T(w_j) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T X_t \exp(-2\pi i w_j t) \right|^2, \quad w_j = \frac{j}{T}, j = 1, \dots, T/2. \quad \dots (2-68)$$

ومن المعروف أنه مقدر غير متحيز بشكل تقاربي وغير متنسق لدالة الكثافة الطيفية f .

وتم ايجاد مقدر متنسق بعد التمهيد المناسب لـ I_T لمجموعة الترددات المستخدمة.

وسيتم دراسة المقدر الآتي:

$$\hat{f}(\lambda) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T K_{b,\lambda}(w_j) I_T(w_j) \quad \dots (2-69)$$

إذ إن $K_{b,\lambda}$ هي دالة بيتا اللبية والتي تعرف بالشكل الآتي:

$$K_{b,\lambda} = \frac{w^{\frac{\lambda}{b}} (1-w)^{(1-\lambda)/b}}{B(1+\frac{\lambda}{b}+1+\frac{1-\lambda}{b})} I_{0 \leq w \leq 1} \quad \dots (2-70)$$

لدالة بيتا B ومعلمة التمهيد b . لبيتا كرنل هي عبارة عن دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي بيتا بالمعلمات $(1 + \frac{\lambda}{b}, 1 + \frac{1-\lambda}{b})$. ومن خلال تقدير دالة الكثافة الطيفية $\hat{f}(\lambda)$ اعتماداً على $I(\lambda)$ في المعادلة (2-44) وقيم المعلمة λ يمكننا بيان المركبات المخفية للسلسلة الزمنية .

وعلى عكس معظم المقدرات اللبية ، فإن المقدر $\hat{f}(\lambda)$ لا يستخدم نواة متناظرة ولكن نواة شكلها يتغير بتغير قيمة λ ، وهذا التغير بشكل الدالة اللبية يتضمن بأن كمية التمهيد تختلف تبعاً للتردد الذي تم تقدير دالة الطيف عندها. إن تباين المتغير العشوائي بيثا $B\left(1 + \frac{\lambda}{b}, 1 + \frac{1-\lambda}{b}\right)$ هو من الرتبة:

$$b\lambda(1 - \lambda) + O(b^2) \quad \dots (2-71)$$

كمية التمهيد كانت صغيرة عند الحدود المستخدمة في الدالة اللبية وأن دالة البيثا كرنل لا تعطي أي وزن خارج هذه الحدود وهذا أساس عمل دوال الكرنل [24].

٢-١٠ الطرق المقترحة للمقدرات اللبية لتقدير المركبات المخفية للسلسلة الزمنية طويلة الذاكرة

ومن خلال اطلاع الباحث لم يجد دراسة تشير بشكل واضح الى كيفية معرفة المركبات المخفية (الموسمية والدورية) في السلسلة الزمنية رغم وجود عدة طرائق لتقدير دالة الطيف منها اللامعلمية مثل طريقة الرسم البياني *periodogram* وطريقة النوافذ *Windowing method* وفي مجال التكرار ومن أشهر دوال الأوزان في هذا النوع من التقدير دالة وزن توكي هامنك *Tukey* و *Hamming* ودالة وزن بارتلت *Bartlett* ودالة وزن بارزن *Parzen* . وطريقة المقدرات اللبية ، وهناك طرائق شبه معلمية مثل طريقة *Symmetric Daniell kernel* وطريقة *Rectangular kernel* وطريقة *Asymmetric triangular kernel* . ومن هنا ومن مبدأ الحصول على مقدر يحقق معدل تقارب أمثل في متوسط مربعات الاخطاء ويقتررب من القيم الحقيقية بشكل أسرع من بيثا كرنل تم إقتراح ثلاث مقدرات والتي سيتم أخذها بشيء من التفصيل في هذا المبحث . وكان معيار المفاضلة هو قيمة *RMAD* .

$$RMAD_{[j_0, j_1]} = \frac{1}{j_1 - j_0 + 1} \sum_{j=j_0}^{j_1} \frac{|\hat{f}_s(\frac{j}{T}) - f(\frac{j}{T})|}{f(\frac{j}{T})}$$

إذ إن \hat{f}_s تمثل الدالة المقدره ، f الدالة الاصلية ، وإن $(j_1 - j_0 + 1)$ تمثل الفترة الزمنية .

٢-١٠-١ مقدر دالة اللب لوماكس (Lomax Kernel Estimation) [11]

توزيع لوماكس Lomax : يعتبر توزيع لوماكس والذي يسمى أيضا بتوزيع باريتو ، وهو حالة خاصة من توزيع باريتو النوع الثاني عندما (m=0) وقد استخدم توزيع لوماكس في العديد من الدراسات في عدد من المجالات فعلى سبيل المثال قد تم استخدامه على نطاق واسع لوضع نماذج أوقات الفشل واختبار الحياة كما تم استخدامه في الدراسات ذات العلاقة بالاقتصاد ، و تم استخدامه كبديل للتوزيع الأسّي عندما تكون البيانات ذات التواء نحو اليمين (التواء موجب).

توزيع لوماكس له تطبيقات في مجال النظرية الاقتصادية وكذلك في مشاكل نظرية الطوابير وفي تحليل البيانات المتعلقة بالإحصاءات الحيوية، واستعمال تقدير بيز لإيجاد حدود بيز للتنبؤ كما درس تقدير معلمة قوة الإجهاد على افتراض أن معلمة القياس ثابتة، واستعمل مقدرات الإمكان الأعظم للحصول على المعالم المجهولة بالإضافة الى مقدرات بيز ، وفترة الثقة لدالة المعولية عندما تكون معلمة القياس ثابتة.

دالة كثافة التوزيع : يقال إن X متغير عشوائي يتبع توزيع (Lomax) بالمعلمتين α, λ

ويرمز له بالرمز $X \sim L(\alpha, \lambda)$ إذا كانت دالة الكثافة الاحتمالية (PDF) معرفة بالصورة العامة لتوزيع لوماكس [20].

$$f(x, \alpha, \lambda) = \frac{\alpha}{\lambda} \left(1 + \frac{x}{\lambda}\right)^{-(\alpha+1)} \quad x > 0, \alpha, \lambda > 0 \quad \dots\dots(2-80)$$

حيث إن (α) تمثل معلمة الشكل و λ تمثل معلمة القياس وعندما تكون قيمة معلمة القياس تساوي واحد نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع لوماكس بالنسبة لمعلمة الشكل (α) .

$$f(x, \alpha) = \alpha(1 + x)^{-(\alpha+1)} \quad x > 0, \alpha > 0$$

أما الوسط الحسابي لهذا التوزيع هو [46] :

$$Mean = \frac{\lambda}{\alpha-1} \quad , \alpha > 1$$

والتباين هو :

$$Var = \frac{\lambda\alpha}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}, \quad \alpha > 2$$

وإن دالة التوزيع التراكمية لتوزيع لومكس كالآتي:

$$F(t) = 1 - \alpha(1+x)^{-(\alpha+1)} \quad \dots (2-81)$$

وبالمثل في حالة كون $\lambda = 1$ فإن توزيع لومكس يتحول الى التوزيع الأسّي بالمعلمة α .

إن العزم الأول لتوزيع لومكس موجود ويساوي $\frac{1}{\alpha-1}$ فقط إذا كان $\alpha > 1$.

نفرض أنه لدينا عملية (X_1, X_2, \dots, X_T) من عملية مستقرة لها دالة كثافة طيفية كالآتي^[11]:

$$f(\lambda) = \sum_k \gamma(k) \exp(-2\pi\lambda k) \quad \dots (2-82)$$

إذ أن $\gamma(k)$ هي دالة التباين المشترك للعملية X_t .

وللتبسيط، نفترض أن العملية المستقرة لها متوسط يساوي صفرًا. فإن مخطط الدورية يكون كالآتي:

$$I_T(w_j) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{t=1}^T X_t \exp(-2\pi i w_j t) \right|^2, \quad w_j = \frac{j}{T}, \quad j = 1, \dots, T/2$$

ومن المعروف أنه مقدر غير متحيز وغير متنسق لدالة الكثافة الطيفية f . ويمكن إيجاد مقدر متنسق

بعد التمهيد المناسب للـ I_T على مجموعة من الترددات. وسيتم دراسة المقدر الآتي:

$$\hat{f}(\lambda) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T K_{b,\lambda}(w_j) I_T(w_j) \quad \dots (2-83)$$

إذ إن $K_{b,\lambda}$ هي دالة لومكس اللبية والتي تعرف بالشكل الآتي:

$$K_{\alpha,\lambda} = \frac{\left(\frac{1-\lambda}{b}\right)}{\left(1+\frac{1-\lambda}{b}\right)} \left(1 + \frac{w}{1+\frac{1-\lambda}{b}}\right)^{-\frac{\lambda}{b}} I_{0 \leq w \leq 1} \quad \dots (2-84)$$

لدالة لومكس ومعلمة التمهيد b . فإن دالة لومكس اللبية هي دالة الكثافة الإحتمالية لمتغير عشوائي له

توزيع لومكس بالمعلمات $\left(\frac{1-\lambda}{b}, 1 + \frac{1-\lambda}{b}\right)$ ، ومن خلال تقدير دالة الكثافة الطيفية $\hat{f}(\lambda)$ اعتماداً

على $I(\lambda)$ في المعادلة (2-83) وقيم المعلمة λ يمكننا بيان الدورات المخفية وخصائصها العامة.

٢-١٠-٢ مقدر دالة اللب ديرشليت (Dirichlet Kernel Estimation)

تعد دالة لب ديرشليت من دوال الكثافة غير المتماثلة ذات شكل يختلف وفقاً للتردد وهي منهجية معروفة لتوصيف دالة كثافة الاحتمال لمتغير عشوائي أو متجه عشوائي بطريقة غير معلمية يمكن اعتباره بديلاً من الحزم للمدرجات التكرارية ، وهو مفيد بشكل خاص في الحالات متعددة المتغيرات ، يمكن استخدام تقدير الكثافة للبدائل غير المعلمية للانحدار والتصنيف لتمثيل اعتماد الاحتمالات الشرطية لمتغير فئوي على المتغيرات الكمية.

قدمت دالة ديرشليت كونها تتباعد عند الصفر عندما يتقلص عرض النطاق الترددي الخاص به ، فإنه يصبح أكثر سلاسة وجاذبية من مخطط الدوري عندما تكون العملية عبارة عن ذاكرة طويلة. وهو يتكيف تلقائياً مع نطاق للسلسلة الزمنية. إذا كانت العملية عبارة عن ذاكرة قصيرة ، يتم تقييد التقدير الناتج للكثافة الطيفية تلقائياً ، بينما يتباعد المقدر عند الأصل عند تطبيقه على البيانات طويلة المدى المعتمدة.

يعد توزيع Dirichlet من التوزيعات المستمرة والذي يعتبر تعميماً لتوزيع بيتا متعدد المتغيرات له العديد من التطبيقات في مجالات مختلفة ، وهو التوزيع الأكثر ملائمة للبيانات التركيبية وقياسات نمذجة النسب في الإحصاء البيزي ، وهو مشابه للتوزيع متعدد الحدود. فهو مهم في اشتقاق دالة التوزيع في أنظمة علم الأحياء وفي الطب الشرعي والمجموعات السكانية. [30]. ويمكن أيضاً اشتقاق توزيع Dirichlet من توزيع جاما [32] .

دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ديرشليت بالرتبة $k \geq 2$ مع المعلمات $\alpha_1, \dots, \alpha_k > 0$ هي :

ليكن $y = (y_1 \dots y_k)^T$ متجه $K \times 1$ عشوائي موجب بحيث $(y_1 + \dots + y_k) = 1$ وإن $y_i \in (0,1)$ لكل $i \in (1, \dots, k)$. المتجه العشوائي y يتبع توزيع Dirichlet بمعلمات موجبة $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)^T$. ويعني $y \sim \text{Dir}(\alpha)$ ، إذا كانت دالة كثافة الاحتمال لـ y هي :

$$f(y|\alpha) = \frac{1}{\beta(\alpha)} \prod_{i=1}^k y_i^{\alpha_i-1} \quad \dots (2-72)$$

إذ إن : دالة بيتا متعددة الحدود التي تعمل بمثابة ثابت معياري (normalizing constant) وهي :

$$\frac{1}{\beta(\alpha)} = \frac{\Gamma \alpha_0}{\Gamma \alpha_1 \dots \Gamma \alpha_k} \quad ; \quad \alpha_0 = \sum_{i=1}^k \alpha_i$$

$$\beta(\alpha) = \prod_{i=1}^k \Gamma(\alpha_i) / \Gamma(\sum_{i=1}^k \alpha_i) \quad ; \quad \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k) \dots (2-73)$$

Γ هي دالة اويلر كما (Euler's gamma function) ، توزيع Dirichlet وهو تعميم متعدد المتغيرات لتوزيع بيتا . يتم تحديد معاملات توزيع Dirichlet بواسطة المتجه α ، الذي يحتوي على نفس عدد العناصر K كمعامل متعدد الحدود. بالنظر إلى أن توزيع Dirichlet يحتوي على المعلمة α . وكحالة خاصة عندما $k = 2$ ، $f(y_1, y_2)$ يؤول إلى توزيع بيتا بالمعلمتين (α_1, α_2) .

وإن الوسط الحسابي للتوزيع هو:

$$E(Y_i) = \frac{\alpha_i}{\alpha_0}, i = 1, 2, \dots, k \dots (2-74)$$

وإنّ تباين التوزيع هو:

$$\text{var}(Y_i) = \frac{\alpha_i(\alpha_0 - \alpha_i)}{\alpha_0^2(\alpha_0 + 1)}, i = 1, 2, \dots, k \dots (2-75)$$

وإنّ التباين المشترك هو :

$$\text{Cov}(Y_i, Y_j) = \frac{-\alpha_i \alpha_j}{\alpha_0^2(\alpha_0 + 1)}, i = 1, 2, \dots, k ; j = 1, 2, \dots, k \text{ and } i \neq j \dots (2-76)$$

كما إن دالة كثافة ديرشليت اللبية (Dirichlet Kernel) بالمعالم (β, α) هي ^[30]:

$$K_{\alpha, \beta}(s) = \frac{\Gamma(\|\alpha\|_1 + \beta)}{\Gamma(\beta) \prod_{i=1}^d \Gamma(\alpha_i)} \cdot (1 - \|s\|_1)^{\beta-1} \prod_{i=1}^d s_i^{\alpha_i-1}, s \in S_d \dots (2-77)$$

ولإضافة عرض الحزمة للمعلمة $b > 0$ لعينة المشاهدات X_1, \dots, X_n لتوزيع F مع كثافة f المدعومة على S_d يتم تعريف مقدر ديرشليت كرنل (Dirichlet kernel) بواسطة :

$$\hat{f}_{n,b}(s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_s / b + 1, (1 - \|s\|_1) / b + 1 (X_i), s \in S_d \dots (2-78)$$

يتغير شكل النواة مع الموضع s بشكل بسيط ؛ على عكس المقدرات التقليدية حيث تكون النواة هي نفسها لكل نقطة. يسمح هذا التمهيد المتغير بمقدرات كرنل Dirichlet (وبشكل أكثر عمومية ، مقدرات النواة غير المتماثلة) لتجنب مشكلة التحيز الحدودي لمقدرات النواة التقليدية .

ويمكن كتابة صيغة درشليت كرنل $f_n(x)$ بالصيغة الاتية ^[36]:

$$K_{D,n}(\theta) = \frac{1}{2\pi} (1 + 2 \sum_{k=1}^n \cos(k\theta))$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{\sin(n+0.5)\theta}{\sin(\theta/2)} \dots\dots(2-79)$$

إذ إنَّ n هو اي عدد صحيح غير سالب . تكون دالة كرنل دورية بالفترة 2π . تأتي أهمية kernel Dirichlet من علاقتها بسلسلة فورييه . التفاف (convolution Dn (x)) مع أي دالة f للفترة 2π هو تقريب سلسلة فورييه .

$$\hat{f}(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx} dx$$

هو معامل فورييه kth لـ f . هذا يعني أنه من أجل دراسة تقارب سلسلة فورييه ، يكفي دراسة خصائص ديريتشليت كرنل .

٢-١٠-٣ مقدر دالة اللب مقلوب معكوس الطبيعي [57] Reciprocal inverse Gaussian Kernel

تم تقديم الاسم "معكوس Gaussian" بواسطة Tweedie (1947) الذي لاحظ العلاقة العكسية بين وظائف التوليد التراكمية لهذه التوزيعات وتلك الخاصة بالتوزيعات Gaussian . وهي معروفة أيضاً باسم توزيعات "والد" لأن فئة التوزيعات نفسها إشتقتها والد (١٩٤٧) . نواة RIG لها شكل وموقع مرن على الخط الحقيقي غير السلبي . يُسمح لأشكالها بالتنوع وفقاً لموضع نقاط البيانات ، وبالتالي تغيير درجة التنعيم بطريقة طبيعية ، ويتوافق دعمها مع دعم دالة كثافة الاحتمال قيد التقدير .

كما ان مقدر RIG يتصف بكونه خالي من التحيز الحدودي ، ويكون دائماً غير سلبي ، وحقق المعدل الأمثل للتقارب لمتوسط الخطأ التربيعي المتكامل (MISE) ضمن فئة مقدرات كثافة النواة غير السلبية . علاوة على ذلك ، يقل تباينه حيث يتحرك الموضع الذي يتم فيه التنعيم بعيداً عن الحدود . على النقيض من مقدرات نواة جاما ، تتجنب مقدر النواة RIG وجود المشتق الأول لدالة كثافة الاحتمال في تحيزها . من خلال تعميم دالة التوزيع الطبيعي العكسي [60] ، نحصل على عائلة توزيعات جديدة مكونة من ثلاث معلمات والتي تتضمن كحالات خاصة هي التوزيع معكوس الطبيعي inverse Gaussian والتوزيع المقلوب معكوس الطبيعي reciprocal inverse Gaussian ، مع الحفاظ على بعض الخصائص للتوزيع الطبيعي العكسي .

ليكن (X_1, X_2, \dots, X_n) عينة عشوائية من توزيع بدالة كثافة احتمالية f مجهولة معرفة على الفترة $[0, \infty)$. وان f قابلة للاشتقاق مرتين بصورة مستمرة و $\int_0^{\infty} (x^3 f''(x))^2 dx < \infty$

ليكن $K_{IG(m,\lambda)}$ هي دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الطبيعي بالمتغير العشوائي Y المعرفة كالاتي:

$$K_{IG(m,\lambda)} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2\pi y^3}} \exp\left(-\frac{\lambda}{2m}\left(mz - 2 + \frac{m}{y}\right)\right) ; y > 0 \quad \dots (2-85)$$

وأن المتوسط والتباين لا يساوي :

$$E(Y) = m, \quad Var(Y) = \frac{m^3}{\lambda}$$

المتغير العشوائي $z = \frac{1}{y}$ يتبع $RIG(m, \lambda)$ والذي دالة الكثافة الاحتمالية له كالاتي:

$$K_{RIG(m,\lambda)}(z) = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{2\pi z}} \exp\left(-\frac{\lambda}{2m}\left(mz - 2 + \frac{1}{mz}\right)\right) ; z > 0 \quad \dots (2-86)$$

وأن المتوسط والتباين لا يساوي :

$$E(Z) = \frac{1}{m} + \frac{1}{\lambda}, \quad Var(Y) = \frac{1}{\lambda m} + \frac{2}{\lambda^2}$$

وأن صنف الدوال اللبية RIG تأخذ بنظر الإعتبار :

$$K_{IG(x,\frac{1}{b})}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi bu^3}} \exp\left(-\frac{1}{2bx}\left(\frac{u}{x} - 2 + \frac{x}{u}\right)\right) ; \quad \dots (2-87)$$

و

$$K_{RIG(\frac{1}{x-b}, \frac{1}{b})}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi bu}} \exp\left(-\frac{x-b}{2b}\left(\frac{u}{x-b} - 2 + \frac{x-b}{y}\right)\right) ; \quad \dots (2-88)$$

إذ إن b هي معملة التمهيدي والتي تحقق $b + 1/(bn) \rightarrow 0$ عندما n تذهب الى مالانهاية. فان مقدرات دوال الكثافة الاحتمالية هي^[57]:

$$\hat{f}_{IG}(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K_{IG(x,\frac{1}{b})}(X_i) \quad \dots (2-89)$$

و

$$\hat{f}_{RIG}(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K_{RIG(\frac{1}{x-b}, \frac{1}{b})}(X_i) \quad \dots (2-90)$$

المقدرات في المعادلتين (٨٩) و (٩٠) سهلة التنفيذ للغاية ، وهي مشابهة جدًا لمقدرات جاما اللبية . يتم الحصول عليها بعد استبدال نواة RIG بنواة جاما التي استخدمها (Chen , 2000) [25] ، وهي إما:

$$K_{Gam(x/b+1,b)}(u) = \frac{u^{x/be^{-u/b}}}{b^{\frac{x}{b}+1}\Gamma(x/b+1)} \quad ; u > 0 \quad \dots (2-91)$$

أو

$$K_{Gam(\rho b(x),b)}(u) = \frac{u^{\rho b(x)-1/be^{-u/b}}}{b^{\rho b(x)}\Gamma(\rho b(x))} \quad ; u > 0 \quad \dots (2-92)$$

$$\rho b(x) = \begin{cases} \frac{x}{b} & \text{if } x \geq 2b \\ \frac{1}{4}(x/b)^2 + 1 & \text{if } x \in [0, 2b) \end{cases} \quad \dots (2-93)$$

وبذلك يكون المقدر اللبي للتوزيع كما يأتي :

$$K_{RIG} = \frac{\sqrt{\frac{1-\lambda}{b}+1}}{\sqrt{2\pi\omega}} e^{\frac{(\frac{1-\lambda}{b}+1)}{2(\frac{\lambda}{b}+1)} \left((\frac{\lambda}{b}+1)\omega - 2 + \frac{1}{(\frac{1-\lambda}{b}+1)\omega} \right)} \quad \dots\dots(2-94)$$

وعند تقدير قيمة λ نحصل على الترددات المختلفة التي تمكنا من الكشف عن المركبات الدورية والموسمية في السلسلة الزمنية.

الفصل الثالث

الجانِب التجريبي

3-1 تمهيد

يتطلب تقدير الكثافة الطيفية معرفة ما إذا كانت السلاسل الزمنية قصيرة أم طويلة الذاكرة. تتميز حالة السلاسل الزمنية للذاكرة الطويلة بأن اضمحلال دالة الارتباط الذاتي يكون بطيئاً ، لأنها ذات اعتماد قوي بين القيم في أوقات مختلفة . ولكي نعطي توصيفاً للذاكرة الطويلة فيستحسن وصف السلسلة المستقرة بحدود دالة كثافة الطيف .

تم توليد بيانات لسلسلة زمنية تتصف بالذاكرة الطويلة باستخدام اللغة البرمجية R اعتماداً على الحزمة البرمجية "fracdiff" من خلال افتراض قيم للمعلمة الكسرية (d) وكذلك افتراض ثلاثة نماذج من ARFIMA(p,d,q) هي (2,d,2) ، (2,d,1) ، (1,d,1) . ومن خلال المفاضلة بين النماذج بواسطة المعايير الاحصائية (AIC , BIC , H.Q) ، تم اختيار نموذج ARFIMA(2,d,2) ومن ثم تطبيق البيانات على المقدرات وفق هذا النموذج لاختيار المقدر الأفضل من بين المقدرات المقترحة وقد تم إحتساب المعيار RMAD للمقارنة بين المقدرات.

جدول (3-1) المفاضلة بين النماذج

معايير المفاضلة النماذج	AIC	BIC	H.Q
1,d,1	12.54	12.66	12.74
2,d,1	11.22	11.65	11.67
2,d,2	11.1	10.88	10.89

من الجدول السابق يتبين ان النموذج الأفضل هو 2,d,2 لانه يحمل أقل القيم بين المعايير الاحصائية.

هدفنا هو تحليل السلسلة الزمنية ذات ذاكرة طويلة من خلال تقدير الكثافة الطيفية للمقدرات المقترحة ورسم دالة الطيف لمعرفة المركبات الدورية والموسمية المخفية للسلسلة الزمنية .

إضافة لما قدمه الباحثان (Bouezmarni , Bellegem) والذي سبق ذكره في المبحث (٢-٨) في الفصل الثاني، نحاول تقديم مقترحاً جديداً لمقدراً غير معلمي لتقدير دالة الطيف إتماداً على مقدرات كيرنل بقيم عرض حزمة مختلفة وهي كما يأتي :

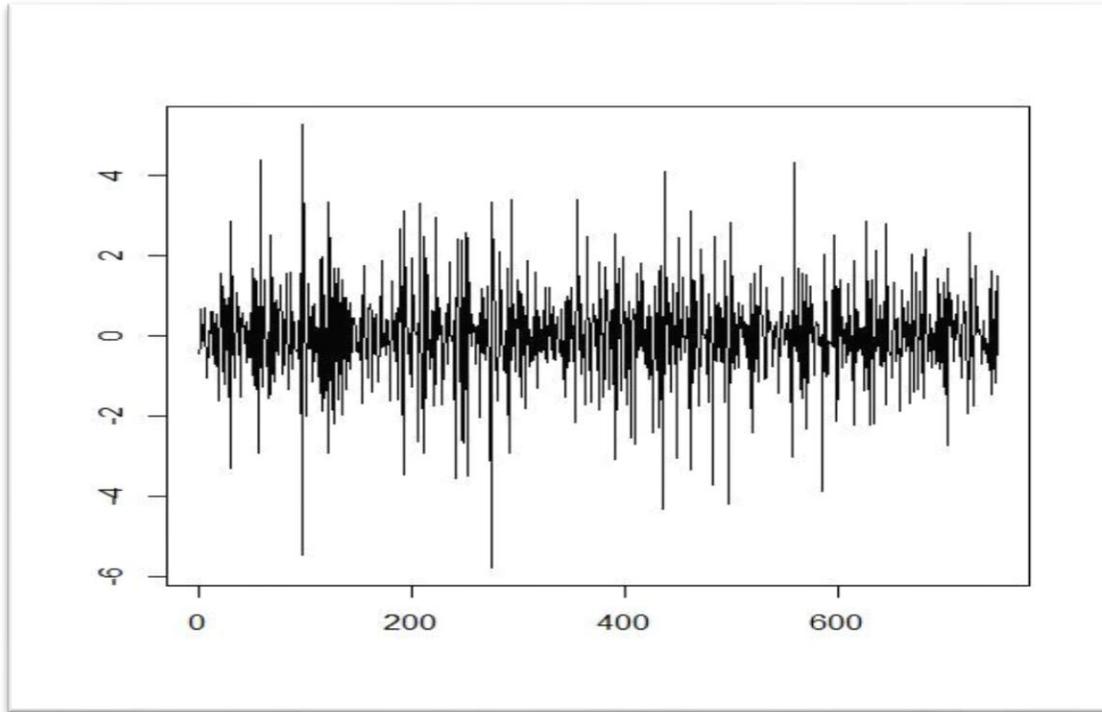
- 1) The Dirichlet Kernel estimator of the spectral density .
- 2) The Lomax Kernel estimator of the spectral density .
- 3) The Reciprocal inverse Gaussian Kernel estimator of the spectral density .

وسنقارن النتائج من خلال معيار RMAD مع Beta kernel estimator of the spectral density

تم تكرار تجربة المحاكاة ١٠٠٠ مرة لغرض الوصول الى مقدرات مستقرة يمكن الإعتداد عليها في عملية المقارنة كما إعتدنا مجموعة من أحجام العينات هي (N=500 , N=750 , N=1000) لغرض معرفة سلوك المقدرات المستعملة . إضافة الى ذلك تم إحتساب مقدر دالة الطيف وفق الطرق المذكورة سابقاً مع الطرق المقترحة وتم رسم دوال الطيف وكما يأتي :

٣-٢ رسم السلسلة الزمنية ودوال الارتباط

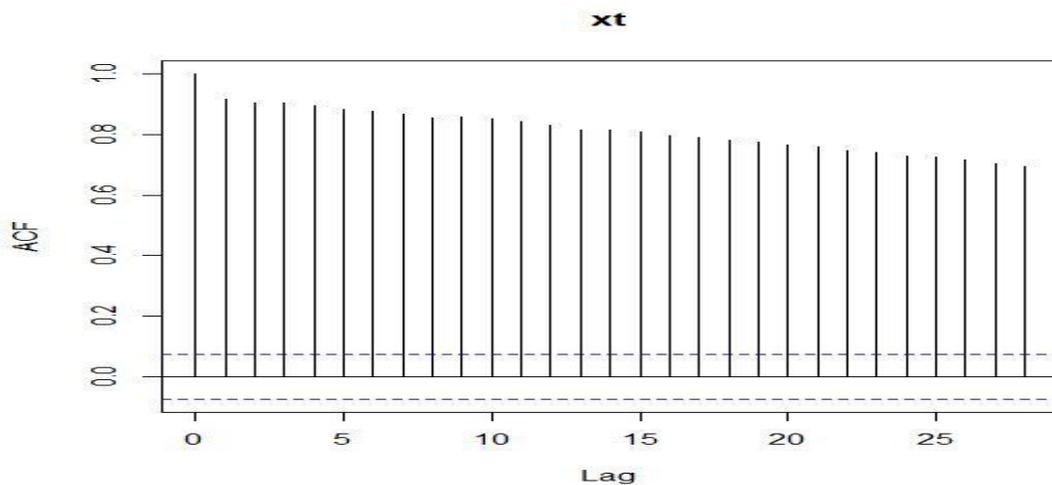
ولغرض توضيح جانب من طريقة المحاكاة والبيانات التابعة للسلسلة الزمنية المولدة وفق النماذج التي اعتمد عليها الباحث في عملية المحاكاة تم رسم نموذج من السلاسل الزمنية وكما في الشكل الآتي التي تتبع نموذج $ARFIMA(2,H=0.6,2)$.



شكل (٣-١) سلسلة زمنية مولدة وفق نموذج ARFIMA(2,H,2)

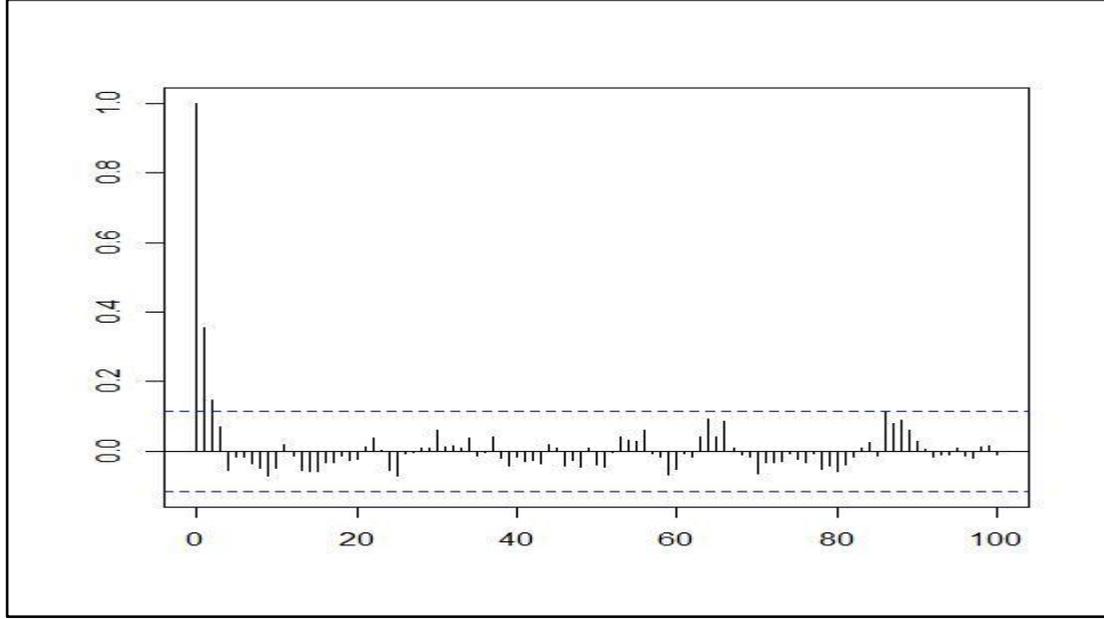
كما تم إيجاد ورسم دوال الارتباط الذاتي التجريبي للوغارتم البيانات ACF والارتباط الذاتي التجريبي للوغارتم المطلق وكما في الشكل أدناه ويتضح من خلاله السلوك العائد الى الإنموذج المولد وفق

ARFIMA(2,H,2)



شكل (٣-٢) دالة الارتباط الذاتي التجريبي ACF

ويوضح رسم ACF لبيانات مولدة لنموذج ARFIMA(2,H,2) أن السلسلة الزمنية تمتاز بخاصية الذاكرة الطويلة ، ويتضح ذلك من خلال التناقص ببطء شديد لدالة ACF على مدى الفجوات الزمنية الطويلة



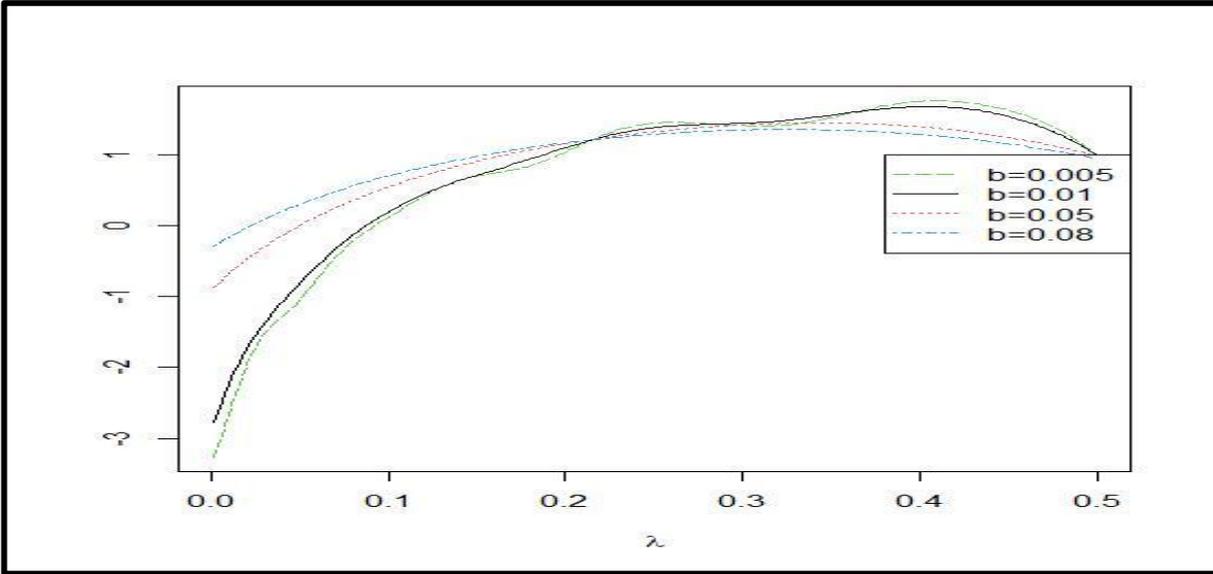
شكل (٣-٣) دالة الارتباط الذاتي التجريبي للوغيرتم القيم

٣-٣ رسم دوال الطيف

تم رسم دالة الطيف لسلسلة لوغيرتم البيانات و دالة الطيف لسلسلة لوغيرتم البيانات المطلقة المقدره باستخدام مقدرات كيرنل وبيان قيم الترددات المختلفة λ في دالة الطيف .

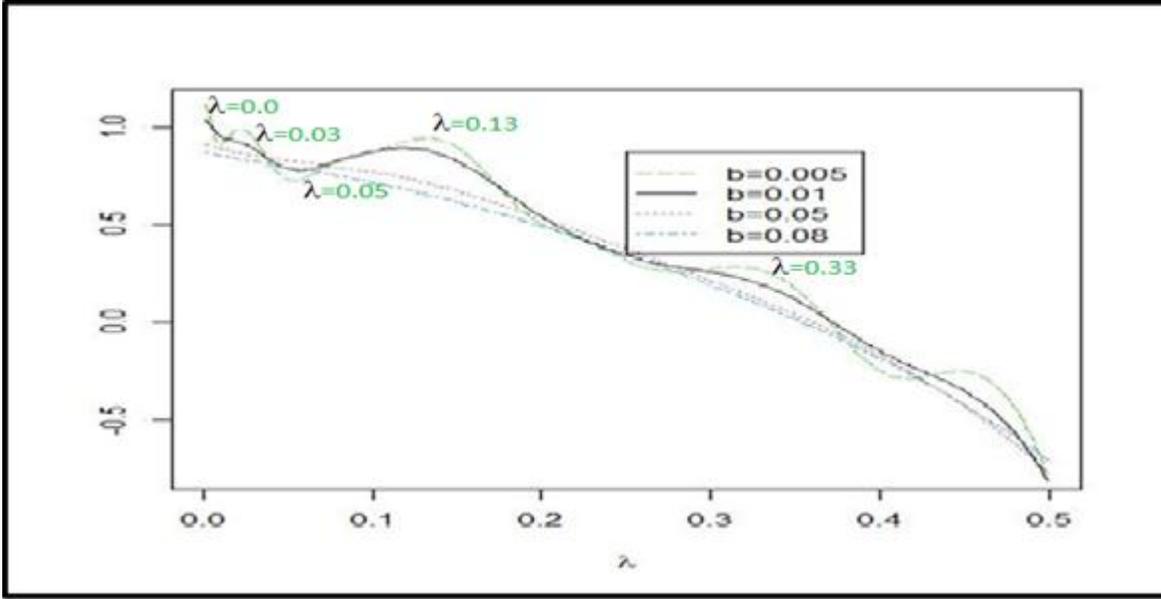
١- رسم دالة الطيف باستخدام مقدر بيتا كرنل

تم ايجاد دوال الطيف للسلسلة الزمنية المقدره وفق مقدر بيتا كرنل باستخدام مجموعة من عرض الحزمة (b) بغية معرفة سلوكها وكما في الشكل الآتي :



الشكل (٣-٤) دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر بيتا كيرنل بقيم عرض حزمة مختلفة

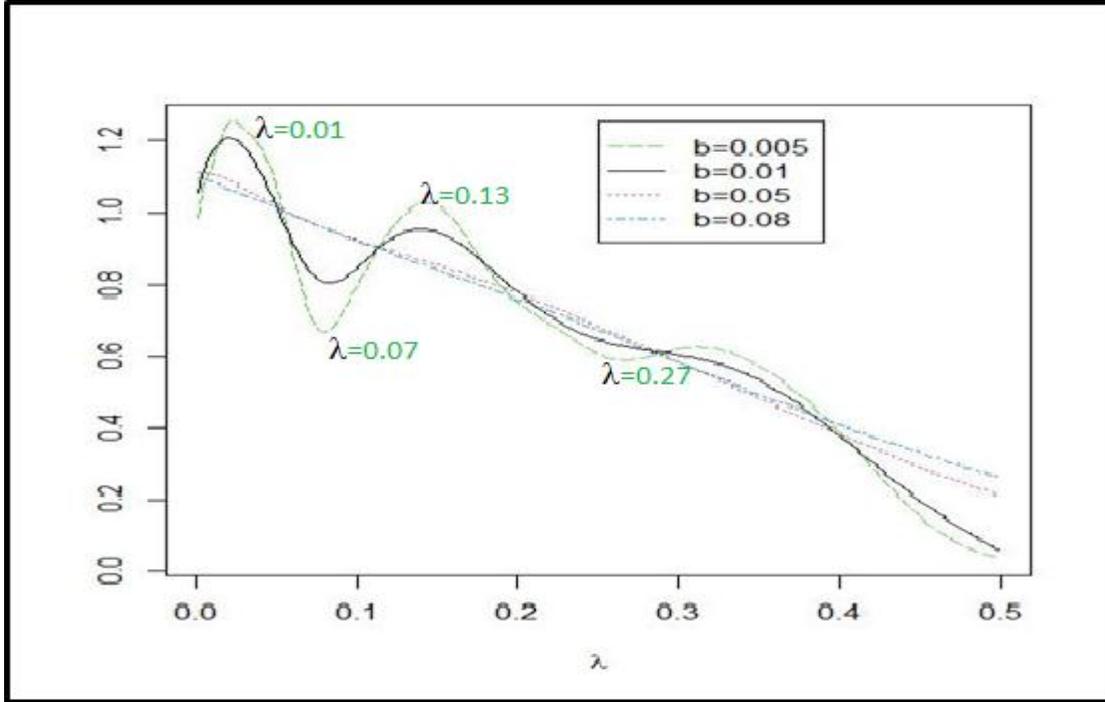
من الشكل (٣-٤) يتبين أن تردد الطيف يختلف باختلاف قيم عرض الحزمة، إذ إن دالة الطيف إرتفعت بإرتفاع قيم الترددات λ ولجميع قيم عرض الحزمة ، كذلك يتضح أنه عند عرض الحزمة $b=0.08$ كانت مقدرات دالة الطيف أعلى من بقية المقدرات وترتفع هذه القيم بإرتفاع التردد λ . وأن أقل قيم لدالة الطيف كانت عند عرض الحزمة $b=0.005$. وبصورة عامة نلاحظ أن مقدر دالة الطيف لبيتا كيرنل كان متشابهاً نوعاً ما بين قيم عرض الحزمة المختلفة . نلاحظ أن مقدر بيتا لم يوضح المركبات المخفية في السلسلة الزمنية التجريبية وهذا ما دعا الباحث للبحث عن مقدرات أفضل للكشف عن هذه المركبات .



الشكل (٣-٥) دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر بيتا كيرنل بقيم عرض حزمة مختلفة

أما الشكل (٣-٥) فيبين دالة الطيف للقيم المطلقة للوغارتم السلسلة الزمنية ويتبين منها أن عرض الحزمة $b=0.05$ كانت أعلى من بقية القيم ، إضافة الى ذلك إكتشفت دالة الطيف ترددات عالية عند $\lambda=(0.03, 0.13)$ وتكررت عند $\lambda=0.33$ وعند $\lambda=0.45$ مما يشير الى وجود سلوك مخفي في البيانات عند هذا التردد . وتجدر الإشارة الى أن دالة الطيف المقدره تنخفض بإرتفاع قيم λ . كما أن رغم وجودها هذه المركبات المخفية إلا أن الفترات الزمنية بين الترددات كانت مختلفة ومتباينة بين الصعود المتتالي أو الركود المتتالي هذا فيما يخص بيانات السلسلة الزمنية التجريبية .

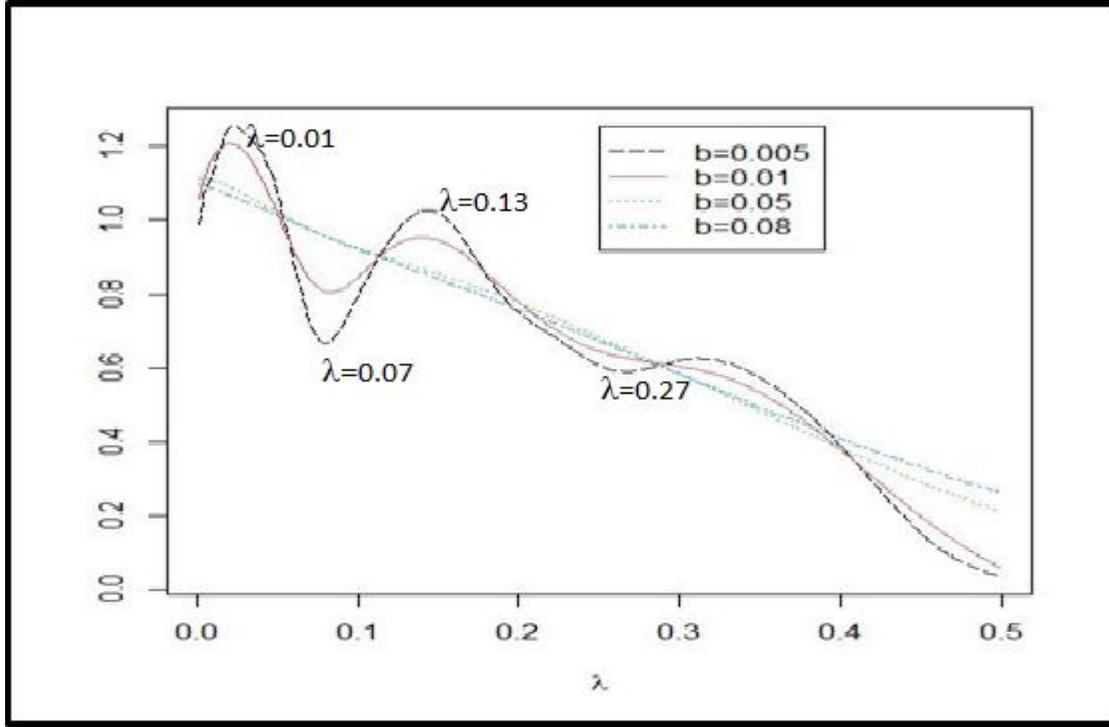
٢- رسم دالة الطيف باستخدام مقدر درشليت كرنل



الشكل (٦-٣) دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقطرة باستخدام مقدر Dirichlet Kernel بقيم

عرض حزمة مختلفة

يتبين من الشكل (٦-٣) أن تردد الطيف يختلف باختلاف قيم عرض الحزمة حيث أن دالة الطيف إرتفعت عند عرض الحزمة $b=0.005$ وقيمة تردد $\lambda=0.01$ ثم عاودت بالإنخفاض عند التردد $\lambda=0.07$ ثم عاودت بالإرتفاع عند $\lambda=0.13$ ثم إستمرت بالإنخفاض للترددات العالية وكذلك عند عرض الحزمة 0.27 ولكن بمستوى إنخفاض أقل ، أما باقي قيم الحزمة فبدأت بالانخفاض بوتيرة واحدة عند الترددات العالية . وهذا يدل على وجود مركبات أو سلوك مخفي لقيم الظاهرة . من خلال أعلى قيمة للتردد 0.01λ ان المركبة الدورية تعيد نفسها كل ١٠٠ يوم ($\frac{1}{0.01} = 100$) ومدتها ٦ أشهر وهو الفاصل الزمني بين القمة عند التردد 0.01λ والقمة التالية عند التردد 0.13λ وكذلك من حساب المدة الزمنية بين الركود عند 0.07λ والركود التالي عند التردد 0.27λ . وبذلك فإن المقدر نجح في بيان المركبة المخفية للسلسلة الزمنية عند عرض الحزمة 0.005 .

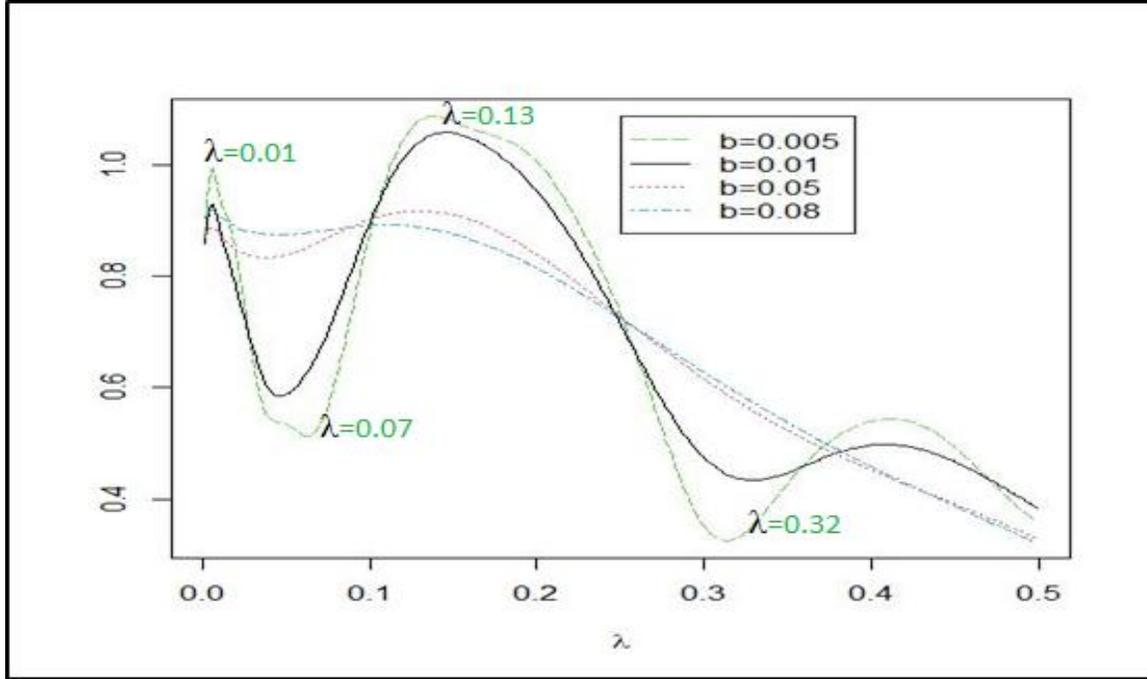


الشكل (٣-٧) دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر Dirichlet

Kernel بقيم عرض حزمة مختلفة

أما الشكل (٣-٧) والذي يخص تردد الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة فإنه يختلف أيضاً باختلاف قيم عرض الحزمة ونلاحظ أن دالة الطيف عند عرض الحزمة $b=0.005$ و $b=0.01$ قد إرتفعت عند $\lambda=0.01$ ثم عاودت بالإنخفاض عند التردد $\lambda=0.07$ ثم عاودت بالإرتفاع عند $\lambda=0.13$ ، أما باقي قيم الحزمة فبدأت بالانخفاض بوتيرة واحدة عند الترددات العالية حتى تصل لأدنى مستوى عند عرض الحزمة $b=0.005$ و $\lambda=0.5$.

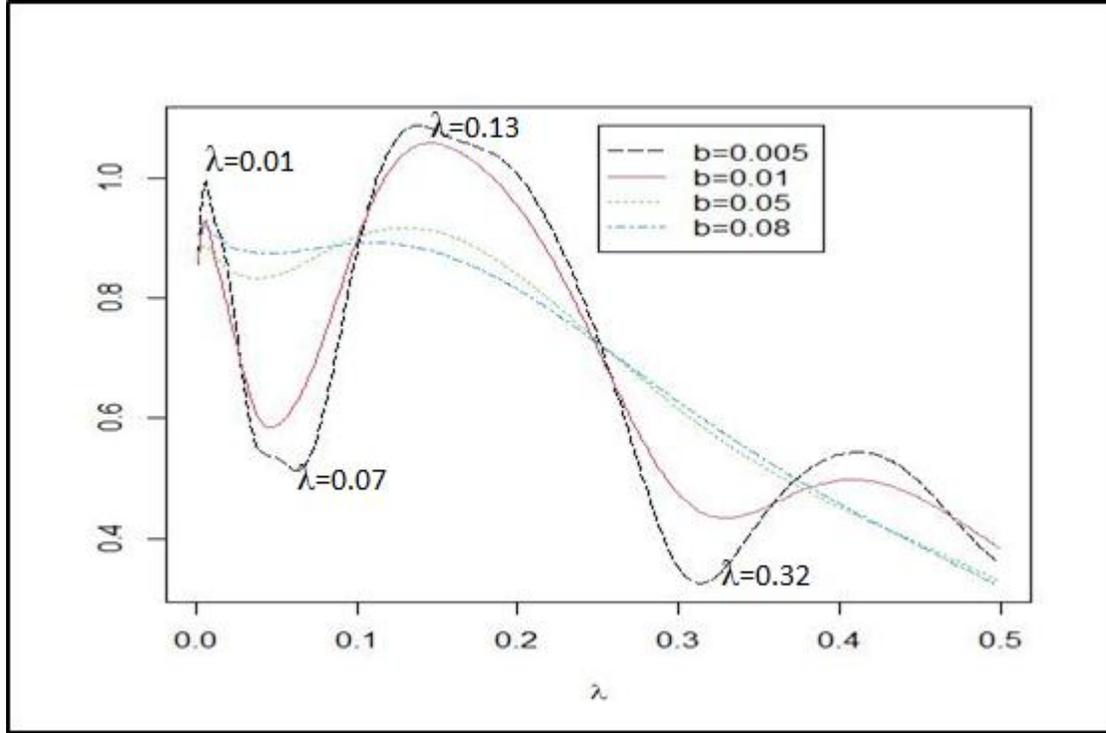
٣- رسم دالة الطيف باستخدام مقدر لوماكس كيرنل



الشكل (٣-٨) دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر Lomax kernel بقيم

عرض حزمة مختلفة

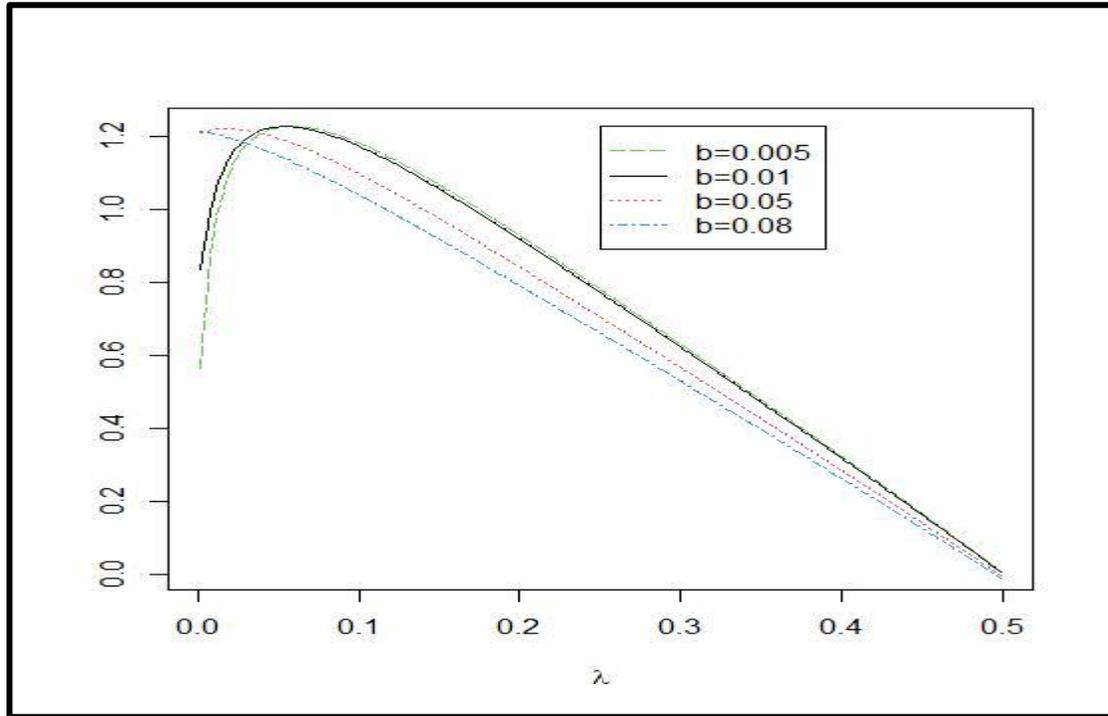
أما دالة طيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر Lomax Kernel إذ نلاحظ من الشكل (٣-٨) أن تردد الطيف يختلف باختلاف قيم عرض الحزمة حيث أن دالة الطيف كانت مرتفعة عند عرض الحزمة $b=0.005$ وعند قيمة التردد $\lambda=0.01$ ثم إنخفضت بوتيرة حادة عند التردد $\lambda=0.07$ ثم عاودت بالارتفاع عند $\lambda=0.13$ ثم إستمرت بالإنخفاض عند التردد $\lambda=0.32$ وعادت للارتفاع عند التردد $\lambda=0.4$ ولكن بمستويات أقل ثم ليصل أقل مستوى عند التردد $\lambda=0.5$ وكذلك عند عرض الحزمة 0.01 سلكت ذات السلوك ولكن بمستوى إنخفاض وإرتفاع أقل ، أما باقي قيم الحزمة $b=(0.05, 0.08)$ فبدأت بالانخفاض عند $\lambda=0.05$ والارتفاع عند $\lambda=0.15$ بوتيرة بسيطة عند الترددات العالية ويبين تقدير دالة الطيف بوضوح الى وجود سلوك مخفي أو مركبات دورية تسلكها البيانات . من خلال أعلى قيمة للتردد $\lambda=0.01$ أن المركبة الدورية تعيد نفسها كل ١٠٠ يوم ($\frac{1}{0.01} = 100$) ومدتها ٦ أشهر وهو الفاصل الزمني بين القمة عند التردد $\lambda=0.01$ والقمة التالية عند التردد $\lambda=0.13$ وكذلك من حساب المدة الزمنية بين الركود عند $\lambda=0.07$ والركود التالي عند التردد $\lambda=0.32$. وبذلك فإن المقدر نجح في بيان المركبة المخفية للسلسلة الزمنية عند عرض الحزمة 0.005 .



الشكل (٣-٩) دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر Lomax Kernel بقيم عرض حزمة مختلفة

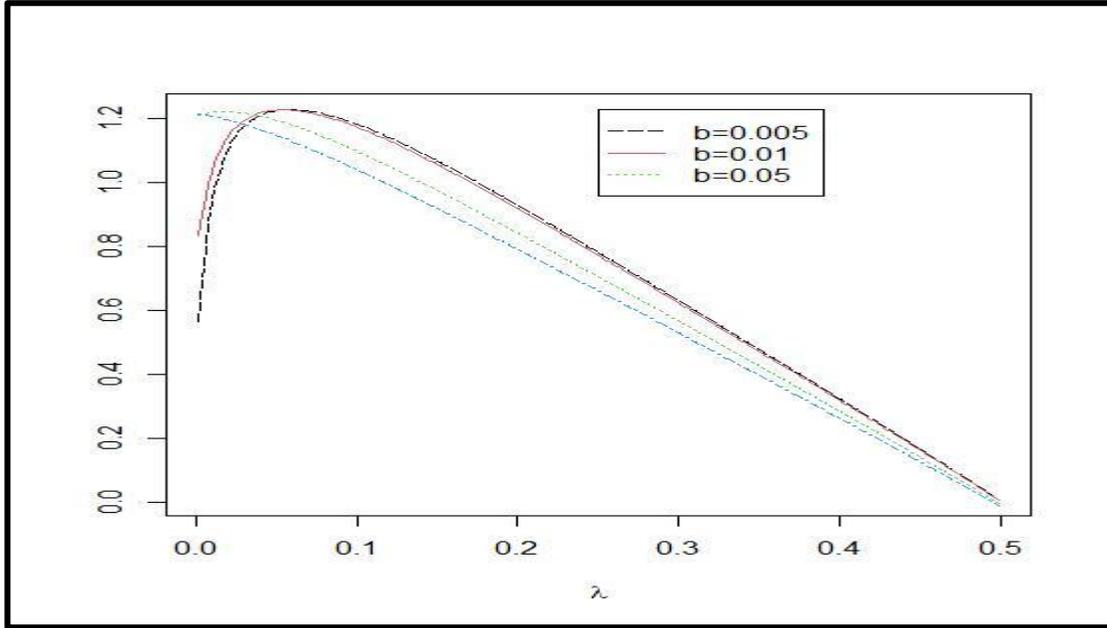
لا تختلف دالة طيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة عن سابقتها من سلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر Lomax Kernel إذ نلاحظ من الشكل (9) أن دالة الطيف كانت مرتفعة عند عرض الحزمة $b=0.005$ و $b=0.01$ ثم إنخفضت بوتيرة حادة عند التردد $\lambda=0.07$ ثم عادت بالإرتفاع عند $\lambda=0.2$ ثم إستمرت بالانخفاض عند التردد $\lambda=0.3$ وعادت للارتفاع عند التردد $\lambda=0.4$ ولكن بمستويات أقل ثم ليصل أقل مستوى عند التردد $\lambda=0.5$ وكذلك عند عرض الحزمة 0.01 سلكت ذات السلوك ولكن بمستوى انخفاض وارتفاع أقل ، أما باقي قيم الحزمة $b=(0.05 , 0.08)$ فبدأت بالانخفاض عند $\lambda=0.05$ والارتفاع عند $\lambda=0.15$ بوتيرة بسيطة عند الترددات العالية . ويبين الرسم الى وجود سلوك مخفي أو مركبات دورية تسلكه البيانات .

٤- رسم دالة الطيف باستخدام مقدر معكوس مقلوب التوزيع الطبيعي



الشكل (١٠-٣) دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المقدر باستخدام مقدر Reciprocal inverse Gaussian Kernel بقيم عرض حزمة مختلفة

نلاحظ من الشكل (١٠-٣) أن تردد الطيف عند $\lambda=0$ يكون أقل مستوى عند عرض الحزمة $b=0.005$ من ثم عند $b=0.01$ بمستوى أعلى ، أما عند قيم $b=(0.05, 0.08)$ تكون دالة الطيف مرتفعة عند التردد $\lambda=0$ ثم تبدأ بالانخفاض التدريجي لتصل إلى أقل مستوى عند $\lambda=0.5$. لجميع عرض الحزمة . ولم ينجح المقدر في شرح وتوضيح المركبات المخفية فيما يخص بيانات السلسلة الزمنية التجريبية .



الشكل (٣-١١) دالة الطيف لسلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر Reciprocal Inverse Gaussian Kernel بقيم عرض حزمة مختلفة

أما في سلسلة لوغاريتم البيانات المطلقة نلاحظ أيضاً من الشكل (٣-١١) أن تردد الطيف عند $\lambda=0$ يكون أقل مستوى عند عرض الحزمة $b=0.005$ ثم يليه بمستوى أعلى عند $b=0.01$ أما عند قيم $b=(0.05, 0.08)$ تكون دالة الطيف مرتفعة عند التردد $\lambda=0$ ثم تبدأ بالانخفاض التدريجي لتصل إلى أقل مستوى عند $\lambda=0.5$. ولم ينجح المقدر في شرح وتوضيح المركبات المخفية فيما يخص بيانات السلسلة الزمنية التجريبية.

٣-٤ نتائج المقارنة بين المقدرات

تم استخدام عدة قيم لمعامل هيرست H والتي تحدد من خلاله درجة التكامل الكسري (d) وهذه القيم هي $(H=0.1, H=0.4, H=0.6, H=0.9)$ وحسب العلاقة التي تربط معامل هيرست H مع درجة التكامل الكسري d :

$$d = H - 0.5$$

وكانت النتائج كما في الجداول الآتية:

جدول (٢-٣) يبين قيم RMAD وقيم S.D عندما $H=0.1$

N =500			N =750			N =1000		
Beta Kernel			Beta Kernel			Beta Kernel		
b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.71235	0.04547	0.005	0.72915	0.04496	0.005	0.74818	0.04183
0.01	0.78601	0.04428	0.01	0.80833	0.04297	0.01	0.82842	0.03828
0.05	0.94421	0.01799	0.05	0.95659	0.01486	0.05	0.965	0.01035
0.08	0.96538	0.01152	0.08	0.97392	0.00917	0.08	0.97948	0.00622
Dirichlet Kernel			Dirichlet Kernel			Dirichlet Kernel		
b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.68017	0.19115	0.005	0.66345	0.11325	0.005	0.65896	0.08828
0.01	0.66009	0.12377	0.01	0.6508	0.09737	0.01	0.64919	0.08034
0.05	0.64334	0.1023	0.05	0.63924	0.08283	0.05	0.64005	0.07642
0.08	0.64126	0.10024	0.08	0.63816	0.08179	0.08	0.63944	0.0773
Lomax Kernel			Lomax Kernel			Lomax Kernel		
b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.61713	0.06959	0.005	0.62324	0.05918	0.005	0.62488	0.05767
0.01	0.61793	0.06905	0.01	0.62355	0.05885	0.01	0.62526	0.05742
0.05	0.61836	0.07213	0.05	0.62245	0.06173	0.05	0.62395	0.06028
0.08	0.61679	0.0756	0.08	0.62066	0.06441	0.08	0.62211	0.06338
inverse Gaussian Kernel			inverse Gaussian Kernel			inverse Gaussian Kernel		
b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.67625	0.16399	0.005	0.66114	0.10931	0.005	0.65723	0.08666
0.01	0.65833	0.12143	0.01	0.64932	0.09489	0.01	0.64798	0.07918
0.05	0.64273	0.10154	0.05	0.63885	0.08196	0.05	0.63925	0.07556
0.08	0.64064	0.09914	0.08	0.6377	0.08073	0.08	0.63816	0.0757

جدول (٢-٣) نتائج محاكاة مونت كارلو لنموذج $ARFIMA(2,H=0.1,2)$ مع متوسط الانحراف المطلق النسبي (RMAD). ويتضح من الجدول أعلاه أن مقدر لوماكس كرنل كانت له أقل قيم في معيار RMAD مهما اختلف حجم العينة كما نلاحظ عند $b=0.08$ و $N=500$ أعطى أفضل النتائج وأن باقي المقدرات المقترحة تملك أقل RMAD من بيتا كرنل.

جدول (٣-٣) يبين قيم RMAD وقيم S.D عندما $H=0.4$

N =500			N =750			N =1000		
Beta Kernel			Beta Kernel			Beta Kernel		
b	RMAD	s.d	B	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.71562	0.04695	0.005	0.73536	0.04151	0.005	0.74822	0.04042
0.01	0.78758	0.04836	0.01	0.81302	0.03927	0.01	0.82991	0.03796
0.05	0.9371	0.02222	0.05	0.95428	0.01297	0.05	0.96179	0.01226
0.08	0.95884	0.01478	0.08	0.97114	0.00832	0.08	0.97633	0.00774
Dirichlet Kernel			Dirichlet Kernel			Dirichlet Kernel		
b	RMAD	s.d	B	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.67626	0.18158	0.005	0.65572	0.09628	0.005	0.64873	0.08629
0.01	0.65696	0.13207	0.01	0.64577	0.08505	0.01	0.64198	0.07842
0.05	0.63792	0.09389	0.05	0.63505	0.07699	0.05	0.6335	0.07108
0.08	0.6351	0.0901	0.08	0.63342	0.07635	0.08	0.63233	0.07086
Lomax Kernel			Lomax Kernel			Lomax Kernel		
b	RMAD	s.d	B	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.61299	0.06632	0.005	0.62082	0.0629	0.005	0.6256	0.05878
0.01	0.614	0.06542	0.01	0.62177	0.06245	0.01	0.62613	0.05852
0.05	0.61503	0.06824	0.05	0.62188	0.06463	0.05	0.62527	0.06086
0.08	41 ^٠ 0.61	0.072	0.08	0.62001	0.06717	0.08	0.62336	0.06311
inverse Gaussian Kernel			inverse Gaussian Kernel			inverse Gaussian Kernel		
b	RMAD	s.d	B	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.67366	0.17742	0.005	0.65476	0.09547	0.005	0.64708	0.08335
0.01	0.65509	0.12854	0.01	0.64511	0.08442	0.01	0.64043	0.07637
0.05	0.63732	0.09271	0.05	0.63499	0.07611	0.05	0.63297	0.07052
0.08	0.63507	0.08916	0.08	0.63361	0.07512	0.08	0.63203	0.07009

جدول (٣-٣) يبين نتائج محاكاة مونت كارلو لنموذج $ARFIMA(2,H=0.4,2)$ مع متوسط

الانحراف المطلق النسبي (RMAD). ويتضح من الجدول أعلاه أن مقدر لوماكس كرنل كانت له أقل

قيم في معيار RMAD مهما اختلف حجم العينة كما نلاحظ عند $b=0.08$ و $N=750$ أعطى أفضل

النتائج وأن باقي المقدرات المقترحة تملك أقل RMAD من بيتا كرنل .

جدول (٣-٤) يبين قيم RMAD وقيم S.D عندما $H=0.6$

N =500			N =750			N =1000		
Beta Kernel			Beta Kernel			Beta Kernel		
b	RMAD	s.d	B	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.71082	0.04556	0.005	0.73146	0.04134	0.005	0.74891	0.03577
0.01	0.77769	0.04385	0.01	0.80412	0.03785	0.01	0.82354	0.03342
0.05	0.92207	0.02436	0.05	0.94147	0.0155	0.05	0.95182	0.01294
0.08	0.94545	0.0178	0.08	0.96038	0.01087	0.08	0.96801	0.00878
Dirichlet Kernel			Dirichlet Kernel			Dirichlet Kernel		
b	RMAD	s.d	B	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.67143	0.1747	0.005	0.6581	0.1136	0.005	0.64763	0.07737
0.01	0.65263	0.10766	0.01	0.64952	0.09032	0.01	0.64219	0.07156
0.05	0.63632	0.07635	0.05	0.6404	0.07536	0.05	0.6356	0.06702
0.08	0.63456	0.07564	0.08	0.63884	0.07463	0.08	0.63447	0.06696
Lomax Kernel			Lomax Kernel			Lomax Kernel		
b	RMAD	s.d	B	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.61297	0.06401	0.005	0.62553	0.06432	0.005	0.62189	0.05428
0.01	0.61321	0.06356	0.01	0.62567	0.06415	0.01	0.62216	0.05404
0.05	0.61188	0.06761	0.05	0.62411	0.06763	0.05	0.62093	0.05737
0.08	0.61092	0.07069	0.08	0.62319	0.07126	0.08	0.61979	0.0608
inverse Gaussian Kernel			inverse Gaussian Kernel			inverse Gaussian Kernel		
b	RMAD	s.d	B	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.66729	0.14785	0.005	0.65671	0.11218	0.005	0.6467	0.07561
0.01	0.65016	0.09648	0.01	0.64842	0.08871	0.01	0.64144	0.07068
0.05	0.63649	0.07593	0.05	0.64008	0.07462	0.05	0.63578	0.06621
0.08	0.635	0.07512	0.08	0.63888	0.07378	0.08	0.63484	0.06562

جدول (٣-٤) نتائج محاكاة مونت كارلو لنموذج $ARFIMA(2,H=0.6,2)$ مع متوسط الإنحراف المطلق النسبي (RMAD). ويتضح من الجدول أعلاه أن مقدر لوماكس كرنل كانت له أقل قيم في معيار RMAD مهما اختلف حجم العينة كما نلاحظ عند $b=0.08$ و $N=500$ أعطى أفضل النتائج وأن باقي المقدرات المقترحة تملك أقل RMAD من بيتا كرنل.

جدول (٣-٥) يبين قيم RMAD وقيم S.D عندما H=0.9

N =500			N =750			N =1000		
Beta Kernel			Beta Kernel			Beta Kernel		
b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.68067	0.04504	0.005	0.69501	0.04208	0.005	0.70992	0.03805
0.01	0.72764	0.04379	0.01	0.74817	0.04295	0.01	0.76614	0.03738
0.05	0.84907	0.04032	0.05	0.87796	0.03277	0.05	0.89367	0.02707
0.08	0.8771	0.0376	0.08	0.90445	0.02823	0.08	0.9178	0.02302
Dirichlet Kernel			Dirichlet Kernel			Dirichlet Kernel		
b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.69838	0.10851	0.005	0.68329	0.08687	0.005	0.6735	0.07887
0.01	0.69386	0.10537	0.01	0.6788	0.08608	0.01	0.6709	0.07841
0.05	0.68475	0.10052	0.05	0.67006	0.08393	0.05	0.66489	0.07656
0.08	0.68138	0.09939	0.08	0.66679	0.08317	0.08	0.66196	0.07552
Lomax Kernel			Lomax Kernel			Lomax Kernel		
b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.63702	0.06999	0.005	0.64111	0.05912	0.005	0.64692	0.05619
0.01	0.63156	0.06971	0.01	0.63415	0.05825	0.01	0.63903	0.05554
0.05	0.6203	0.0811	0.05	0.6227	0.06897	0.05	0.6296	0.06867
0.08	0.62816	0.09056	0.08	0.63232	0.07879	0.08	0.6433	0.07946
inverse Gaussian Kernel			inverse Gaussian Kernel			inverse Gaussian Kernel		
b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d	b	RMAD	s.d
0.005	0.69784	0.10744	0.005	0.68277	0.08657	0.005	0.67303	0.07908
0.01	0.69344	0.10426	0.01	0.67847	0.08572	0.01	0.67064	0.07873
0.05	0.68608	0.10085	0.05	0.67132	0.08413	0.05	0.66596	0.0773
0.08	0.68412	0.10019	0.08	0.66948	0.08367	0.08	0.66436	0.07665

جدول (٣-٥) نتائج محاكاة مونت كارلو لنموذج ARFIMA(2,H=0.9,2) مع متوسط الإنحراف المطلق النسبي (RMAD). ويتضح من الجدول أعلاه أن مقدر لوماكس كرنل كانت له أقل قيم في معيار RMAD مهما اختلف حجم العينة كما نلاحظ عند b=0.05 و N=500 أعطى أفضل النتائج وأن باقي المقدرات المقترحة تملك أقل RMAD من بيتا كرنل . أي أن المقدرات المقترحة وصلت الى معدل تقارب أفضل وأمثلة من بيتا كرنل وهذا ما كنا نقصد إليه في الجانب النظري .

مما سبق تبين أن مقدر لوماكس كرنل ومقدر درشليت كرنل كانا الأفضل من بين المقدرات في إظهار وشرح المركبات المخفية للسلسلة الزمنية التجريبية كما تبين من خلال الجداول أن مقدر لوماكس كرنل له أقل قيم RMAD ويأتي بعده مقدر درشليت كرنل . لذلك سيتم إعتقاد مقدر لوماكس في تحليل السلسلة الزمنية للبيانات الحقيقية في الجانب التطبيقي .

الفصل الرابع

الجانِب التّطبيقي

٤-١ تمهيد (Preface)

في هذا الفصل تم استعمال بيانات تمثل سلسلة زمنية لأعداد الإصابات بالأمراض التنفسية والتي تم أخذها من شعبة الإحصاء الصحي والحياتي لدائرة صحة بابل ومن جدول المرضى المراجعين إذ تم إختبار بيانات السلسلة الزمنية للتأكد من وجود الذاكرة الطويلة من خلال رسم دالة الارتباط الذاتي ACF للبيانات الأولية ومن ثم دالة الارتباط اللوغارتم البيانات كما تم إختبارها بالطرائق المذكورة في الفصل الثاني ومن ثم تقدير دالة الكثافة الطيفية للدوال اللبية التي تم استعمالها في الجانب النظري من هذه الاطروحة . ورسم دالة الطيف بعد تقديرها من خلال لوماكس كرنل ومن ثم بيان خصائصها من خلال كشف المركبات الدورية والموسمية وكما سيأتي لاحقاً .

٤-٢ أمراض الجهاز التنفسي (Respiratory System Diseases) RSD

يعد تأثر الإنسان بظروف البيئة الطبيعية وما يترتب عليه من نتائج تقع على عاتق أنشطته وصفاته الجسدية موضوعاً شغل العديد من العاملين في المجال الصحي. وهناك عدد من العلماء عدوا العوامل المناخية ذات أثر مباشر على الجسم البشري. وفي السنوات القليلة قدمت الكثير من البحوث والدراسات التي قامت بمعالجة ما يواجهه الإنسان من مشاكل و أخذت على عاتقها دراسة تأثير المناخ في الوظائف الفسيولوجية والجسمية للإنسان. تعد الظروف المناخية ذات تأثير على صحة الإنسان بشكل عام وعلى أمراض جهازه التنفسي بشكل خاص، ذلك بأن عدد الإصابات المرضية السنوية في العالم لأمراض الجهاز التنفسي أخذت حيزاً كبيراً من باقي الأمراض الشائعة والتي تكون متزامنة مع التغيرات المناخية الفصلية، كما يؤثر المناخ على قدرة مقاومة الشخص لأمراض الجهاز التنفسي عن طريق تهيئة الشخص للإصابة بهذه الأمراض، وتبين الدراسات والأبحاث أن للظواهر الغبارية (عواصف غبارية وغبار عالق ومتصاعد) تأثيرات مباشرة وغير مباشرة على صحة الإنسان لاسيما أمراض الجهاز التنفسي. وأن ازدياد تكرارها في الآونة الأخيرة قد أثر بشكل واضح على الوضع الصحي للسكان .

يُعدّ الجهاز التنفسي أو جهاز التنفس الجهاز المسؤول بشكلٍ أساس عن عملية التنفس في الجسم، والتي تُزوّد خلايا الجسم بالأوكسجين اللازم للقيام بمهامها المختلفة ويخلصها من غاز ثاني أكسيد الكربون، ويتكون هذا الجهاز من جزأين رئيسيين، ويُمثل الجزء الأول الجهاز التنفسي العلوي، والذي يتكون من الأنف، والتجويف الأنفي، والفم، والبلعوم (Pharynx) ، والحنجرة (Larynx) ، أمّا الجزء الآخر فإنّه يتمثل بالجهاز التنفسي السفلي، والذي يتكون من القصبة الهوائية أو الرغامى (Trachea، والرئتين (Lungs) ، والقصبات أو الشعب الهوائية (Bronchi) والقصيبات أو الشعب الهوائية (Bronchioles) والحوصلات الهوائية (Alveoli) . ومن أبرز أمراض الجهاز التنفسي (Respiratory system) على النحو التالي:

(نزلات البرد ، مرض السل ، الالتهاب الرئوي ، التهاب القصبات الهوائية ، فرط ضغط الدم الرئوي ، التهاب البلعوم ، التهاب الحنجرة ، التهاب الأنف ، وذمة الرئة ، توسع القصبات ، تليف الرئة ، المرض الرئوي الخلالي ، الانصباب الجنبي ، الاسترواح الصدري ، ألم الصدر)

٤-٣ مصدر البيانات data source (إصابات أمراض الجهاز التنفسي)

تم جمع البيانات من دائرة صحة بابل شعبة الإحصاء ، يتم جمعها من خلال المستشفيات والعيادات الصحية في المحافظة عن طريق استمارة تسمى (استمارة الترحيل اليومي) تملء من قبل موظفي العيادات الاستشارية وهي عبارة عن جداول تتضمن الجنس والفئة العمرية للمريض والتشخيص المرضي . ومن ثم تجمع هذه البيانات لتقدم بشكل شهري من خلال جدول (مراجعي الاستشارية الشهري) كما توحد هذه البيانات وتقدم بشكل موحد سنوي الى وزارة الصحة والبيئة العراقية . تم اعتماد الترحيل اليومي وجمعت البيانات الخاصة بالأمراض التنفسية بالشكل اليومي ولمدة ٧٢٠ يوم . مثلت بيانات سلسلة زمنية لأعداد الإصابات بالأمراض التنفسية باليوم للمدة (2018-2019) والجدول في الملحق (١) يمثل البيانات الحقيقية. والجدول الآتي يوضح الإحصاءات الوصفية للبيانات ولوغاريتم البيانات الخاصة بالسلسلة الزمنية

جدول (٤-١) الخاص بالإحصاءات الوصفية

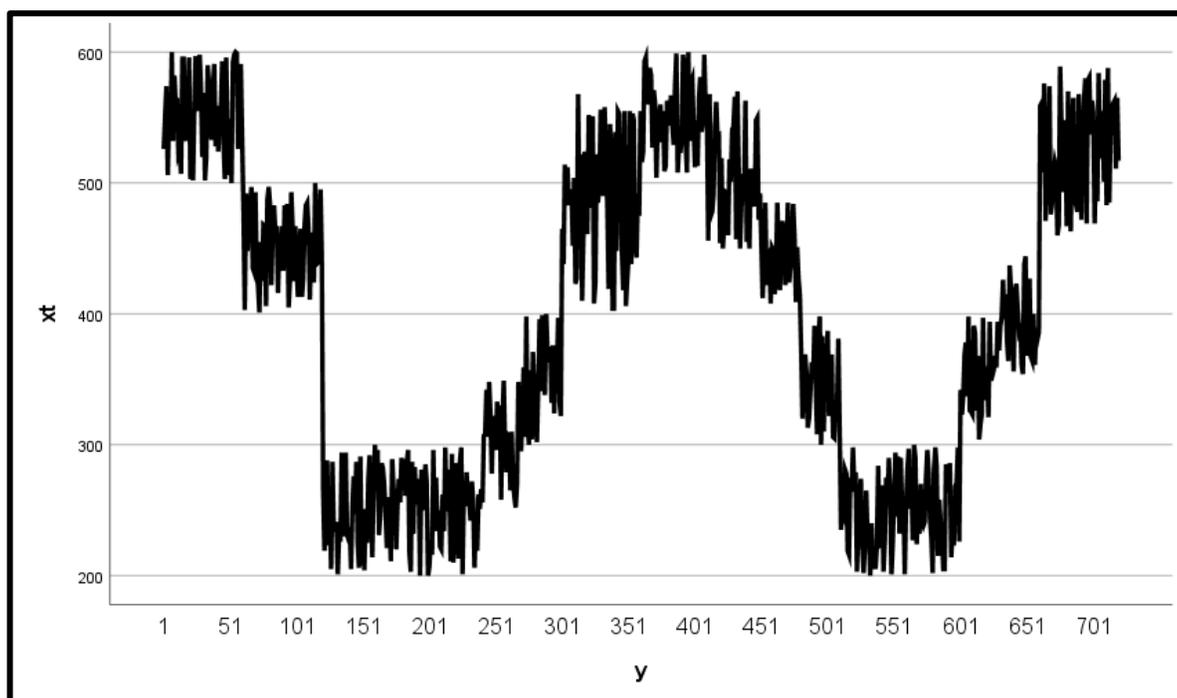
Max	Min	C.V	Variance	Std.Devation	Mean
-----	-----	-----	----------	--------------	------

600	200	30.4044	14736.302	121.393	399.26	Xt البيانات
2.778	2.301	5.488	0.020	0.141567	2.5793	log Xt البيانات

والنتائج في الجدول (٤-٢) تبين أن قيمة الوسط الحسابي لعدد المصابين كانت ٣٩٩.٢٦ بينما الوسط للوغارتم البيانات كانت قيمته ٢.٥٧٩ كما يوضح الجدول قيمة الإنحراف المعياري والتباين ومعامل الاختلاف .

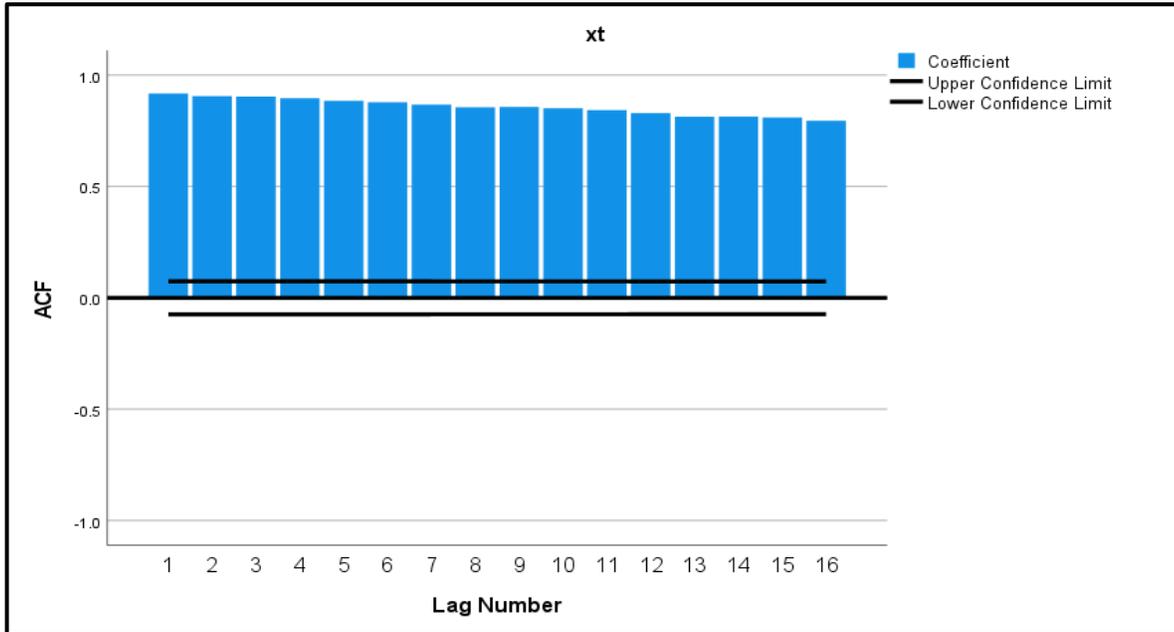
٤-٤ رسم السلسلة الزمنية ودوال الارتباط الذاتي

تم رسم السلسلة الزمنية للبيانات الأصلية ودالة الارتباط الذاتي ثم رسمها بعد أخذ اللوغارتم البيانات وكانت بالشكل الآتي :



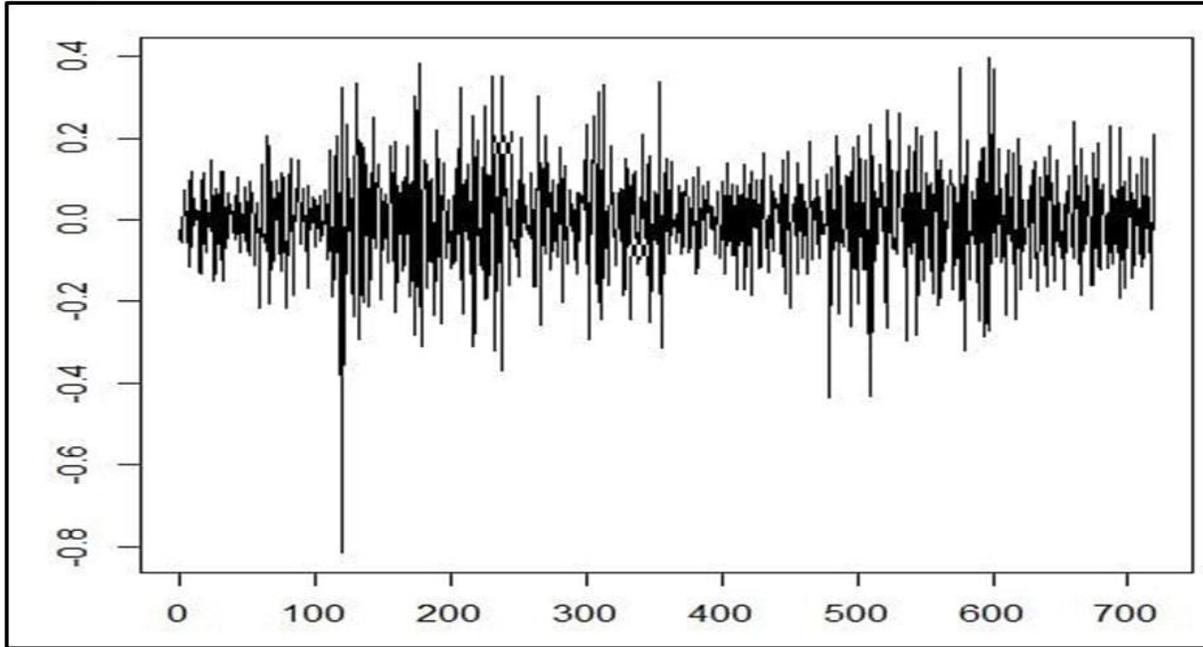
الشكل (٤-١) رسم السلسلة الزمنية للبيانات الأصلية

من خلال رسم السلسلة الزمنية نلاحظ أنها مستقرة في الوسط والبالغ (٣٩٩.٢٦) ولكنها غير مستقرة في التباين ويتبين ذلك من خلال التذبذب حول الوسط ولذلك تم أخذ اللوغارتم الطبيعي للتخلص من التباين في البيانات ثم تم رسم دالة الارتباط الذاتي ورسم السلسلة للوغارتم البيانات وكما يأتي :



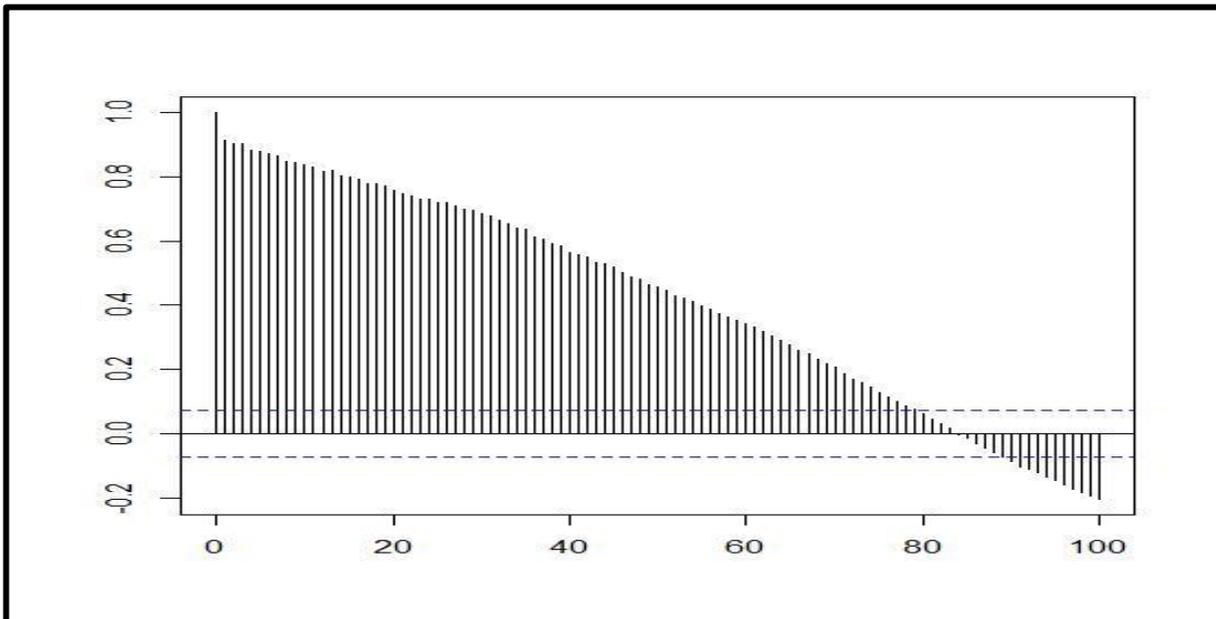
شكل (٤-٢) دالة الارتباط الذاتي للبيانات الأصلية للسلسلة الزمنية

من خلال رسم دالة الارتباط الذاتي ACF يتضح أن السلسلة الزمنية تتصف بخاصية الذاكرة الطويلة وتم الاستدلال على ذلك من خلال التناقص التدريجي البطيء لقيم الارتباط الذاتي.



شكل (٣-٤) السلسلة الزمنية لوغارتم البيانات

من خلال الشكل (٣-٤) نلاحظ استقرارية السلسلة الزمنية في الوسط الحسابي المساوي الى ٢.٥٧٩٣ ولكن نلاحظ أن هناك تذبذب حول الوسط الحسابي في فترات مختلفة من السلسلة الزمنية . ولغرض معرفة الاستدلال حول الذاكرة الطويلة للسلسلة الزمنية أعلاه تم رسم دالة الارتباط الذاتي ACF وكما في الشكل الآتي :



شكل (٤-٤) دالة الارتباط الذاتي للوغارتم البيانات للسلسلة الزمنية

ويوضح رسم دالة الارتباط الذاتي ACF كما في الشكل (٤-٤) أن السلسلة الزمنية تمتاز بخاصية الذاكرة الطويلة ، ويتضح ذلك من خلال التناقص ببطء شديد لدالة ACF على مدى الفجوات الزمنية الطويلة .

٤-٥ اختبار الذاكرة الطويلة (Long memory tests)

لغرض اختبار هل أن البيانات الحقيقية لها ذاكرة طويلة حسب الفرضية الآتية"

H_0 : يوجد ذاكرة طويلة في السلسلة الزمنية

H_1 : يوجد ذاكرة قصيرة في السلسلة الزمنية

ولتحقيق ذلك تم استعمال ثلاث اختبارات للذاكرة الطويلة كما في الفقرة (٢-٦) وهي اختبار هيرست المعدل R/S و اختبار DFA، واختبار GPH وجدول (٤-٣) يمثل القيمة لكل احصاءة اختبار :

جدول (٤-٢) نتائج اختبارات الذاكرة الطويلة للسلسلة الزمنية

احصاءة الاختبار	قيمة الاحصاءة
R/S	0.5947502
DFA	0.5619452
GPH	0.5324144

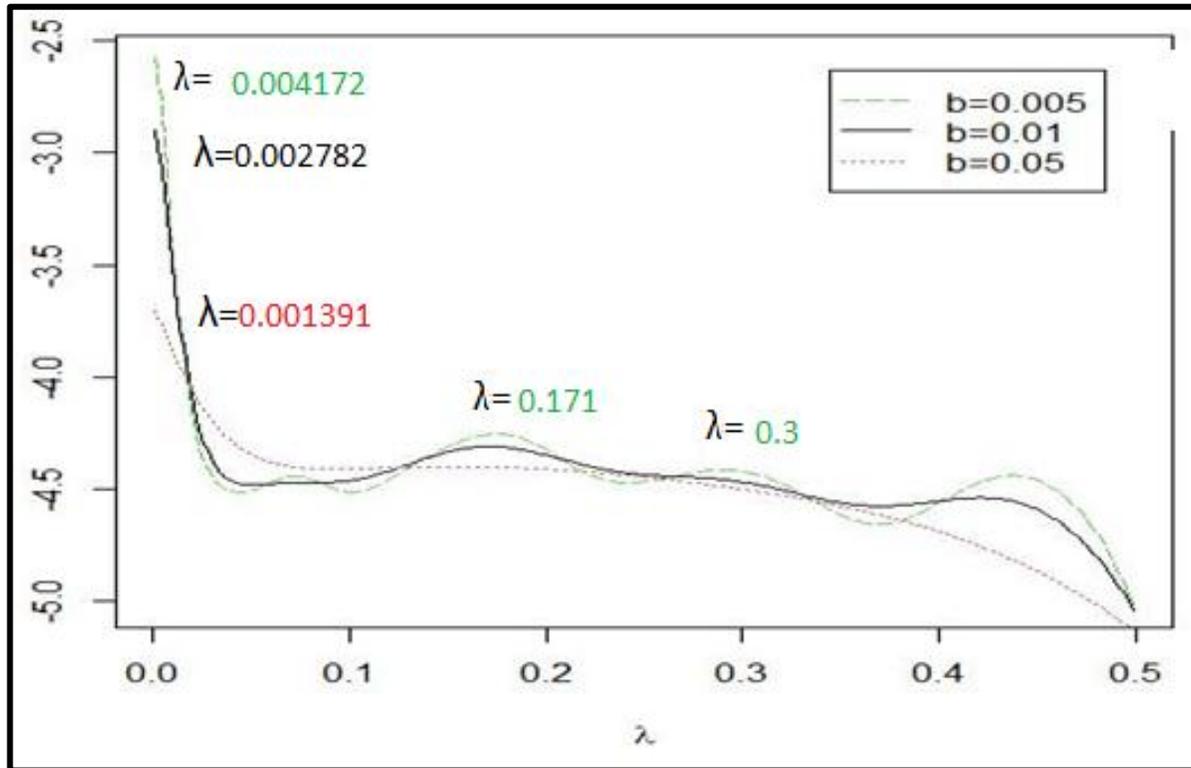
إذ يتبين من الجدول السابق أن قيمة الإحصاءة H لإختبار R/S تقع بين حدود الثقة ($L = 0.665$, $U = 0.3236$) وعند مستوى دلالة ٥% وكذلك الإختبار الخاص بإحصاءة DFA نجد أيضا أن قيمة الإحصاءة تقع بين حدود الثقة ($L = 0.61$, $U = 0.382$) عند مستوى دلالة ٥% وأيضا كانت قيمة إحصاءة GPH واقعة ضمن حدود الثقة ($L = 0.622$, $U = 0.432$) لذا نقبل فرضية العدم التي تنص على أن السلسلة ذات ذاكرة طويلة .

٤-٦ تقدير المعلمة الكسرية

تم تقدير معلمة الفروق الكسرية حسب طريقة Geweke and Porter-Hudak GPH المذكورة في الفقرة (٢-١١) من الفصل الثاني وكانت قيمة التقدير $d=0.488$ وبذلك تتحقق خاصية الذاكرة الطويلة المستقرة حسب القاعدة $0 < d < 0.5$ المبينة في الفقرة (٢-٢) في الفصل الثاني .

٧-٤ تقدير دالة الكثافة الطيفية (Estimation of spectral analysis function)

تقدير دالة الطيف لوغارتم البيانات المطلقة إعتماًداً على مقدر لوماكس كيرنل بقيم عرض حزمة مختلفة وتمثيلها بيانياً لمحاولة الكشف عن المركبات الدورية والموسمية للسلسلة الزمنية محل الدراسة .



الشكل (٥-٤) دالة الكثافة الطيفية لسلسلة لوغارتم البيانات المطلقة المقدر باستخدام مقدر لوماكس كيرنل بقيم عرض حزمة مختلفة

من الشكل (٥-٤) نستنتج أنّ هناك مركبة موسمية أو دورية تبينت من خلال الترددات المختلفة لقيم (λ) ويمكن بيان مدتها وهو الفاصل الزمني أو المدة الزمنية التي تفصل بين القمة عند التردد ($\lambda = 0.17$) والقمة التي تليها عند التردد ($\lambda = 0.3$) والبالغ ٩٣ يوماً (حوالي ٣ أشهر) كذلك يمكن حساب مدتها من خلال المدة الزمنية بين الركود الأول وهو أقل تردد عند $\lambda = 0.1$ الى الركود التالي عند $\lambda = 0.23$ ليكون لدينا ٩٤ يوم . كما يمكن حساب تكرارها من خلال أعلى تردد

وذلك من أخذ معكوس أعلى تردد عند (bandwidth =0.005) و ($\lambda = 0.004172$) والذي يساوي $\frac{1}{0.004172} = 239.69$ يوم ، أي أن المركبة تعيد نفسها حوالي كل (٨ اشهر). وبذلك حقق التحليل الطيفي للبيانات من خلال مقدر لوماكس معرفة الدورات المخفية والتي من الصعب التكهن بها من خلال الطرق التقليدية .

٤-٨ نتائج التحليل الطيفي للسلسلة الزمنية عندما Bandwith = (0.01 , 0.005 , 0.05)

نبين في الجدول الآتي نتائج تقدير قيم λ والتي تمثل الترددات المختلفة لدالة الطيف وبعرض حزم مختلفة والتي من خلالها تم حساب أعلى تردد ($\lambda=0.004172$) عند عرض الحزمة ($b=0.005$) المشار له باللون الأصفر في الجدول وإذ أن الزمن $T = \frac{1}{fi}$ بذلك يكون $\frac{1}{0.004172} = 239.69$ يوم تعيد نفسها او تتكرر الدورة . وكذلك يتبين تقدير قيم λ عند القمة الأولى والثانية للدورة المخفية وكانت على التوالي (٠.١٧ ، ٠.٣) المشار لهما باللون الأخضر في الجدول والفاصل الزمني بينهما هو ٣ أشهر ، كما بينا قيم λ عند الركود الأول والثاني والمشار لهما باللون الأحمر في الجدول وهما (٠.١ ، ٠.٢٣) على التوالي والفاصل الزمني بينهما ٣ أشهر .

جدول (٣-٤) نتائج التحليل الطيفي

NO.	xobs	tmp0.005	tmp0.01	tmp0.05	NO.	xobs	tmp0.005	tmp0.01	tmp0.05	NO.	xobs	tmp0.005	tmp0.01	tmp0.05
1	0.001391	-5.59854	-5.739	-5.28575	41	0.057024	-5.37442	-5.24622	-4.56667	81	0.112656	-4.51358	-4.4411	-4.0053
2	0.002782	-5.65179	-5.76166	-5.26771	42	0.058414	-5.35417	-5.22509	-4.55035	82	0.114047	-4.50014	-4.42323	-3.99352
3	0.004172	-5.73587	-5.78723	-5.24959	43	0.059805	-5.33336	-5.20381	-4.53416	83	0.115438	-4.48702	-4.40538	-3.98185
4	0.005563	-5.82691	-5.81164	-5.23137	44	0.061196	-5.31202	-5.18238	-4.51808	84	0.116829	-4.47412	-4.38753	-3.97028
5	0.006954	-5.90723	-5.83209	-5.21307	45	0.062587	-5.29021	-5.16083	-4.50213	85	0.11822	-4.4614	-4.36968	-3.9588
6	0.008345	-5.96606	-5.84691	-5.1947	46	0.063978	-5.26797	-5.13918	-4.48629	86	0.119611	-4.44875	-4.35181	-3.94743
7	0.009736	-5.99979	-5.85542	-5.17625	47	0.065369	-5.24532	-5.11746	-4.47058	87	0.121001	-4.43612	-4.33392	-3.93615
8	0.011127	-6.0106	-5.85762	-5.15775	48	0.066759	-5.22231	-5.0957	-4.45498	88	0.122392	-4.42341	-4.31601	-3.92497
9	0.012517	-6.00376	-5.85407	-5.13919	49	0.06815	-5.19896	-5.07391	-4.43951	89	0.123783	-4.41055	-4.29806	-3.91389
10	0.013908	-5.98508	-5.84559	-5.12059	50	0.069541	-5.17529	-5.05212	-4.42416	90	0.125174	-4.39746	-4.28009	-3.9029
11	0.015299	-5.9595	-5.83313	-5.10196	51	0.070932	-5.15131	-5.03036	-4.40892	91	0.126565	-4.38406	-4.26209	-3.89201
12	0.01669	-5.93048	-5.81763	-5.08332	52	0.072323	-5.12707	-5.00864	-4.39381	92	0.127955	-4.37029	-4.24407	-3.88121
13	0.018081	-5.90025	-5.79993	-5.06466	53	0.073713	-5.10258	-4.98699	-4.37881	93	0.129346	-4.35608	-4.22601	-3.87051
14	0.019471	-5.87007	-5.78074	-5.04599	54	0.075104	-5.07787	-4.96543	-4.36393	94	0.130737	-4.34137	-4.20794	-3.8599
15	0.020862	-5.84061	-5.76062	-5.02734	55	0.076495	-5.05299	-4.94397	-4.34918	95	0.132128	-4.3261	-4.18985	-3.84938
16	0.022253	-5.8122	-5.74	-5.00871	56	0.077886	-5.02797	-4.92264	-4.33454	96	0.133519	-4.31023	-4.17175	-3.83895
17	0.023644	-5.78502	-5.71921	-4.9901	57	0.079277	-5.00286	-4.90144	-4.32002	97	0.13491	-4.29372	-4.15365	-3.82862
18	0.025035	-5.75917	-5.69845	-4.97153	58	0.080668	-4.97773	-4.8804	-4.30561	98	0.1363	-4.27653	-4.13556	-3.81838
19	0.026426	-5.73474	-5.67786	-4.95299	59	0.082058	-4.95263	-4.85951	-4.29132	99	0.137691	-4.25866	-4.11749	-3.80822
20	0.027816	-5.71177	-5.65752	-4.93451	60	0.083449	-4.92762	-4.8388	-4.27715	100	0.139082	-4.2401	-4.09945	-3.79816
21	0.029207	-5.6903	-5.63746	-4.91609	61	0.08484	-4.90277	-4.81826	-4.26309	101	0.140473	-4.22083	-4.08145	-3.78818
22	0.030598	-5.67033	-5.61769	-4.89773	62	0.086231	-4.87816	-4.79791	-4.24915	102	0.141864	-4.20088	-4.06351	-3.77829
23	0.031989	-5.65182	-5.59819	-4.87944	63	0.087622	-4.85384	-4.77774	-4.23533	103	0.143255	-4.18027	-4.04564	-3.76849
24	0.03338	-5.63468	-5.57892	-4.86123	64	0.089013	-4.82988	-4.75776	-4.22161	104	0.144645	-4.15902	-4.02786	-3.75877
25	0.034771	-5.61876	-5.55983	-4.84309	65	0.090403	-4.80636	-4.73796	-4.20801	105	0.146036	-4.13718	-4.01018	-3.74914
26	0.036161	-5.60391	-5.54087	-4.82504	66	0.091794	-4.78332	-4.71836	-4.19453	106	0.147427	-4.11479	-3.99261	-3.73959
27	0.037552	-5.5899	-5.522	-4.80708	67	0.093185	-4.76081	-4.69893	-4.18115	107	0.148818	-4.0919	-3.97518	-3.73013
28	0.038943	-5.57649	-5.50316	-4.78922	68	0.094576	-4.7389	-4.67968	-4.16789	108	0.150209	-4.06859	-3.95789	-3.72075
29	0.040334	-5.56346	-5.48431	-4.77145	69	0.095967	-4.71761	-4.6606	-4.15474	109	0.151599	-4.0449	-3.94076	-3.71146
30	0.041725	-5.55056	-5.4654	-4.75378	70	0.097357	-4.69698	-4.64167	-4.1417	110	0.15299	-4.02093	-3.92381	-3.70225
31	0.043115	-5.53756	-5.4464	-4.73621	71	0.098748	-4.67702	-4.62291	-4.12876	111	0.154381	-3.99674	-3.90705	-3.69312
32	0.044506	-5.52427	-5.42726	-4.71875	72	0.100139	-4.65776	-4.60428	-4.11594	112	0.155772	-3.97241	-3.89049	-3.68407
33	0.045897	-5.5105	-5.40796	-4.7014	73	0.10153	-4.6392	-4.58579	-4.10322	113	0.157163	-3.94801	-3.87416	-3.6751
34	0.047288	-5.49613	-5.38848	-4.68416	74	0.102921	-4.62133	-4.56741	-4.09061	114	0.158554	-3.92363	-3.85806	-3.66621
35	0.048679	-5.48106	-5.3688	-4.66703	75	0.104312	-4.60414	-4.54914	-4.07811	115	0.159944	-3.89935	-3.8422	-3.6574
36	0.05007	-5.46522	-5.34891	-4.65001	76	0.105702	-4.58761	-4.53097	-4.06571	116	0.161335	-3.87524	-3.8266	-3.64867
37	0.05146	-5.44859	-5.3288	-4.63311	77	0.107093	-4.57172	-4.51288	-4.05342	117	0.162726	-3.85138	-3.81127	-3.64001
38	0.052851	-5.43116	-5.30847	-4.61632	78	0.108484	-4.55641	-4.49486	-4.04124	118	0.164117	-3.82784	-3.79622	-3.63144
39	0.054242	-5.41296	-5.28792	-4.59965	79	0.109875	-4.54166	-4.4769	-4.02915	119	0.165508	-3.80469	-3.78146	-3.62294
40	0.055633	-5.39403	-5.26717	-4.5831	80	0.111266	-4.5274	-4.45898	-4.01718	120	0.166898	-3.78199	-3.767	-3.61452

NO.	xobs	tmp0.005	tmp0.01	tmp0.05	NO.	xobs	tmp0.005	tmp0.01	tmp0.05	NO.	xobs	tmp0.005	tmp0.01	tmp0.05
121	0.168289	-3.75982	-3.75284	-3.60617	161	0.223922	-3.44733	-3.40878	-3.32876	201	0.279555	-3.15604	-3.14383	-3.14845
122	0.16968	-3.73822	-3.73899	-3.5979	162	0.225313	-3.44609	-3.40311	-3.32312	202	0.280946	-3.14718	-3.13676	-3.14512
123	0.171071	-3.71726	-3.72545	-3.5897	163	0.226704	-3.44451	-3.39742	-3.31754	203	0.282337	-3.13843	-3.12974	-3.14185
124	0.172462	-3.69697	-3.71224	-3.58158	164	0.228095	-3.44257	-3.39171	-3.31203	204	0.283727	-3.12981	-3.12277	-3.13863
125	0.173853	-3.6774	-3.69935	-3.57353	165	0.229485	-3.44024	-3.38597	-3.30657	205	0.285118	-3.1213	-3.11584	-3.13548
126	0.175243	-3.6586	-3.68679	-3.56555	166	0.230876	-3.4375	-3.38019	-3.30117	206	0.286509	-3.11291	-3.10897	-3.13238
127	0.176634	-3.64059	-3.67456	-3.55765	167	0.232267	-3.43432	-3.37436	-3.29583	207	0.2879	-3.10464	-3.10216	-3.12935
128	0.178025	-3.6234	-3.66265	-3.54981	168	0.233658	-3.43069	-3.36848	-3.29054	208	0.289291	-3.09648	-3.09542	-3.12637
129	0.179416	-3.60706	-3.65107	-3.54205	169	0.235049	-3.42661	-3.36255	-3.28532	209	0.290682	-3.08844	-3.08874	-3.12345
130	0.180807	-3.59158	-3.63982	-3.53436	170	0.236439	-3.42206	-3.35655	-3.28015	210	0.292072	-3.08051	-3.08213	-3.12059
131	0.182197	-3.57699	-3.62889	-3.52674	171	0.23783	-3.41706	-3.35049	-3.27504	211	0.293463	-3.07269	-3.07559	-3.11778
132	0.183588	-3.56328	-3.61828	-3.51919	172	0.239221	-3.41161	-3.34436	-3.26999	212	0.294854	-3.06498	-3.06913	-3.11504
133	0.184979	-3.55047	-3.60798	-3.51171	173	0.240612	-3.40572	-3.33816	-3.265	213	0.296245	-3.05738	-3.06275	-3.11236
134	0.18637	-3.53855	-3.598	-3.5043	174	0.242003	-3.39939	-3.33189	-3.26006	214	0.297636	-3.04989	-3.05645	-3.10974
135	0.187761	-3.52751	-3.58831	-3.49695	175	0.243394	-3.39266	-3.32555	-3.25518	215	0.299026	-3.04251	-3.05024	-3.10718
136	0.189152	-3.51735	-3.57893	-3.48968	176	0.244784	-3.38553	-3.31913	-3.25036	216	0.300417	-3.03523	-3.04411	-3.10467
137	0.190542	-3.50806	-3.56983	-3.48247	177	0.246175	-3.37804	-3.31265	-3.2456	217	0.301808	-3.02806	-3.03807	-3.10223
138	0.191933	-3.49961	-3.56101	-3.47533	178	0.247566	-3.37021	-3.30609	-3.24089	218	0.303199	-3.021	-3.03212	-3.09985
139	0.193324	-3.49198	-3.55246	-3.46826	179	0.248957	-3.36206	-3.29946	-3.23624	219	0.30459	-3.01404	-3.02626	-3.09753
140	0.194715	-3.48516	-3.54417	-3.46125	180	0.250348	-3.35362	-3.29277	-3.23165	220	0.305981	-3.00721	-3.0205	-3.09527
141	0.196106	-3.47909	-3.53613	-3.45431	181	0.251739	-3.34493	-3.28601	-3.22712	221	0.307371	-3.00048	-3.01483	-3.09307
142	0.197497	-3.47376	-3.52834	-3.44743	182	0.253129	-3.33601	-3.27919	-3.22264	222	0.308762	-2.99387	-3.00925	-3.09093
143	0.198887	-3.46913	-3.52076	-3.44062	183	0.25452	-3.32689	-3.2723	-3.21822	223	0.310153	-2.98738	-3.00378	-3.08886
144	0.200278	-3.46515	-3.51341	-3.43387	184	0.255911	-3.31759	-3.26537	-3.21386	224	0.311544	-2.98102	-2.9984	-3.08684
145	0.201669	-3.46177	-3.50625	-3.42719	185	0.257302	-3.30816	-3.25838	-3.20955	225	0.312935	-2.97478	-2.99312	-3.08489
146	0.20306	-3.45897	-3.49929	-3.42057	186	0.258693	-3.29862	-3.25135	-3.20531	226	0.314325	-2.96868	-2.98793	-3.083
147	0.204451	-3.45667	-3.4925	-3.41402	187	0.260083	-3.28898	-3.24428	-3.20111	227	0.315716	-2.96271	-2.98285	-3.08117
148	0.205841	-3.45484	-3.48588	-3.40753	188	0.261474	-3.27929	-3.23717	-3.19698	228	0.317107	-2.95689	-2.97787	-3.0794
149	0.207232	-3.45341	-3.47941	-3.4011	189	0.262865	-3.26955	-3.23003	-3.1929	229	0.318498	-2.95121	-2.97298	-3.0777
150	0.208623	-3.45234	-3.47308	-3.39473	190	0.264256	-3.2598	-3.22286	-3.18888	230	0.319889	-2.94568	-2.96819	-3.07606
151	0.210014	-3.45156	-3.46687	-3.38843	191	0.265647	-3.25006	-3.21567	-3.18492	231	0.32128	-2.9403	-2.96351	-3.07449
152	0.211405	-3.45102	-3.46077	-3.38219	192	0.267038	-3.24034	-3.20847	-3.18101	232	0.32267	-2.93509	-2.95892	-3.07298
153	0.212796	-3.45066	-3.45477	-3.37601	193	0.268428	-3.23065	-3.20125	-3.17716	233	0.324061	-2.93004	-2.95443	-3.07153
154	0.214186	-3.45041	-3.44885	-3.36989	194	0.269819	-3.22102	-3.19403	-3.17337	234	0.325452	-2.92516	-2.95003	-3.07014
155	0.215577	-3.45023	-3.44301	-3.36383	195	0.27121	-3.21146	-3.18681	-3.16964	235	0.326843	-2.92045	-2.94573	-3.06882
156	0.216968	-3.45005	-3.43722	-3.35783	196	0.272601	-3.20198	-3.1796	-3.16596	236	0.328234	-2.91591	-2.94153	-3.06757
157	0.218359	-3.44982	-3.43148	-3.3519	197	0.273992	-3.19259	-3.1724	-3.16235	237	0.329624	-2.91155	-2.93742	-3.06638
158	0.21975	-3.44948	-3.42578	-3.34602	198	0.275382	-3.18329	-3.16522	-3.15878	238	0.331015	-2.90738	-2.93341	-3.06525
159	0.22114	-3.44899	-3.4201	-3.34021	199	0.276773	-3.1741	-3.15806	-3.15528	239	0.332406	-2.90338	-2.92949	-3.06419
160	0.222531	-3.44829	-3.41444	-3.33445	200	0.278164	-3.16501	-3.15093	-3.15184	240	0.333797	-2.89957	-2.92566	-3.0632

الفصل الخامس

الاستنتاجات والتوصيات

١-٥ الإستنتاجات

أولاً : من خلال الجانب التجريبي تبين الآتي :

- ١- تبين من قيم RMAD أن أفضل المقدرات هو مقدر لوماكس كرnl مقارنة بمقدر بيتا كرnl .
كما أن مقدر درشليت كرnl يأتي بالمرتبة الثانية بعد مقدر لوماكس .
- ٢- إن زيادة حجم العينة يزيد من قيم RMAD لجميع المقدرات ما عدا Reciprocal inverse Gaussian Kernel فإن قيم RMAD تقل بزيادة حجم العينة .
- ٣- في مقدر بيتا كرnl تزداد قيمة RMAD بزيادة عرض الحزمة b . اما باقي المقدرات فتقل قيمة RMAD بزيادة عرض الحزمة .
- ٤- تقدير دالة الطيف أبدت بوضوح من خلال رسم دالة الطيف الى وجود المركبات المخفية لسلك السلسلة الزمنية ذات الذاكرة الطويلة .

ثانياً : من خلال الجانب العملي تبين الآتي :

- ١- تبين من خلال رسم دوال الإرتباط الذاتي ومن خلال اختبارات الذاكرة الطويلة أن السلسلة الزمنية المدروسة تتصف بخاصية الإعتماضية الطويلة المدى (الذاكرة الطويلة) .
- ٢- تبين من تقدير المعلمة الكسرية أن السلسلة الزمنية ذات ذاكرة طويلة وتتصف بالإستقرارية .
- ٣- من خلال المقارنة بين المقدرات تبين أن مقدر لوماكس هو أقل RMAD وبذلك يعتبر هو الأفضل بين المقدرات وأنه مقدر يحقق معدل تقارب أمثل في متوسط مربعات الأخطاء ويقترّب من القيم الحقيقية بشكل أفضل من باقي المقدرات محل الدراسة .
- ٤- من خلال تقدير الكثافة الطيفية تمكن توضيح المركبات المخفية التي تتصف بها السلسلة الزمنية ومعرفة خصائصها (مدتها ٣ أشهر وتكرر كل ٨ أشهر) وذلك من خلال معرفة قيم الترددات λ .

٥-٢ التوصيات

- ١- تعتبر مقدرات كرنل ذات مميزات جيدة في التحليل الطيفي للسلاسل الزمنية في حال عدم معرفة التوزيع أو لصعوبة الافتراضات في حال التقدير المعلمي .
- ٢- نوصي باستخدام مقدر لوماكس كرنل في تقدير دالة الطيف لتمييزه على باقي المقدرات ثم يأتي بعده درشليت كرنل . لأنه أبدى أقل قيمة RMAD . كما أنه تمكن مقدر لوماكس من كشف المركبات المخفية في السلسلة الزمنية ذات الإعتماذية البعيدة للبيانات .
- ٣- يمكن اعتماد المقدرات اللامعلمية المذكورة كقاعدة أساسية لتقدير كرنل للبيانات المطلوبة . كما يمكن اعتماد لتحليل سلاسل الذاكرة القصيرة أيضاً إضافة الى الذاكرة الطويلة .
- ٤- ولأجل الحصول على مقدرات أفضل نوصي الباحثين على المضي بهذا الاسلوب بالإضافة الى محاولة البحث في مقدرات لدوال متقطعة وغير مستمرة .
- ٥- نبين أن هذه الاصابات تتأثر بشكل كبير بالموسمية والتي تتكرر كل ٨ أشهر تقريباً كما أن مدتها ليست بالقصيرة إذ تستمر لمدة ٣ أشهر تقريباً . لذلك نوصي المسؤولين في وزارة الصحة باعطاء الاهتمام البالغ لهذا النوع من الإصابات والحد من إنتشارها وإيجاد الحلول المناسبة.

المصادر

أولاً: المراجع:

*القرآن الكريم

ثانياً: المصادر العربية:

ثانياً: المصادر العربية:

١. ابراهيم ، وليد عمر بابكر (٢٠١٥) ، استخدام نموذج التحليل الطيفي للتنبؤ بالكمية المنتجة اسبوعياً من الاقمشة لشركة سور بمصنع النسيج بمدينة شندي ، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا .
٢. البشير ، زين العابدين عبد الرحمن (٢٠١٦)، تحليل السلاسل الزمنية في مجال التكرار ومجال الزمن ، جامعة النيلين ، دار الجنان للنشر والتوزيع ، السودان
٣. جمعة ، احلام احمد (٢٠١٥)، استخدام الاسلوب شبه المعلمي لتقدير انموذج كميات المياه الداخلة لنهر دجلة كصنف من عمليات التكامل الكسري الموسمي، مجلة كلية الرافدين الجامعة للعلوم . العدد 63 .
٤. جواد ، لميعة باقر و كاطع، احلام حنش (٢٠١٦) ، طريقة مقترحة لتقدير دوال كثافة الطيف للسلاسل الزمنية غير المستقرة ، جامعة بغداد كلية الادارة والاقتصاد ، مجلة القادسية للعلوم الادارية والاقتصادية
٥. حشمان ، مولود ، (٢٠١٠)، السلاسل الزمنية وتقنيات التنبؤ القصير المدى ، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر .
٦. خضير، جواد كاظم و حربي ، هبة فاضل ، (٢٠١٥)، استخدام الطرائق شبه المعلمية لتقدير المعلمة الكسرية للانموذج ARFIMA (0,d,0) دراسة نظرية وتجريبية .
٧. خوجة ، خالد زهدي ، (٢٠١٠) السلاسل الزمنية ، المعهد العربي للتدريب والبحوث الاحصائية، بغداد .
٨. الدليمي ، عبد علي حمد ، (٢٠١٧)، استخدام التحليل الطيفي لبناء نموذج رياضي للتنبؤ بالمعدلات الشهرية لدرجات الحرارة في مدينة الرمادي ، قسم الاقتصاد - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة الانبار ، العراق .

٩. شعراوي، سمير مصطفى (٢٠٠٥)، مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية، كلية العلوم ، مركز النشر العالمي، جامعة الملك عبد العزيز ، المملكة العربية السعودية
١٠. شومان، عبد اللطيف حسن، ٢٠١٣، السلاسل الزمنية والارقام القياسية ، بغداد: دار للعلوم الادارية والاقتصادية .
١١. الصراف ، نزار مصطفى و كمال، غفران اسماعيل و ارحيمة ، وليد عبد الله ، (٢٠١٣) مقارنة طريقتة انحدار (Ridge) مع بعض الطرائق التقليدية لتقدير معلمتي توزيع لوماكس باستعمال المحاكاة . كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد . مجلة العلوم الاقتصادية والادارية
المجلد ٩١ العدد ٧
١٢. الصوص ، محمد فايق محمود (٢٠١٤)، استخدام نماذج ARFIMA في التنبؤ بمؤشرات منظمة الاغذية والزراعة (الفاو) . جامعة الازهر ، غزة .
١٣. عبد الرحمن، عدنان ماجد (٢٠٠٢)، طرق التنبؤ الإحصائي، الجزء الأول، جامعة الملك سعود _ كلية العلوم _ قسم الإحصاء وبحوث العمليات.
١٤. عبد الرحمن، سعد احمد وجاسم ، مصطفى ابراهيم، (٢٠١٥)، المقارنة بين طرائق تقدير معلمة الفروق الكسرية واعتمادها في تقدير افضل نموذج خطي للسلسلة الزمنية في المجال البيئي ، جامعة بغداد ، مجلة كلية التراث الجامعية .
١٥. عبد الرحيم، أمل السر الخضر و الفاضل، صفية عبد الله، الزويجي، عبيد محمود محسن، (٢٠١٩) ، استخدام التحليل في مجال التردد لنمذجة بيانات مبيعات الغاز الطبيعي في الولايات المتحدة الأمريكية بواسطة شكل الدورة و تحليل سلسلة فورير، مجلة العلوم الطبيعية والحياتية والتطبيقية، العدد المجلد ٣، العدد ١، المركز القومي للبحوث.
١٦. عبد القادر، ساهد ومحمد ، مكيدش (٢٠١٤) استخدام نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA للتنبؤ باسعار البترول ، مجلة البحوث الاقتصادية والمالية JEFR ، العدد ٠١
١٧. علوان، احمد عاطف (٢٠١٧) ، استخدام نماذج ARFIMA للتنبؤ باسعار القمح العالمية ، جامعة الازهر ، غزة .
١٨. مناف يوسف، (٢٠١١)، تقدير دالة الانحذار اللامعلمية باستخدام دوال لب قانونية ، جامعة بغداد، كلية الادارة والاقتصاد ، العراق

19. Abdallah Badr , Yassin Eltahir,(2022), Measuring the Impact of the COVID-19 Pandemic on Oil Prices Using Long Memory Models (November 1990 to December 2020) Theoretical Framework, Statistics Department, Commerce College, Al-Azher University, Egypt, *Global Journal of Economics and Business (GJEB)*.
20. Ahmed El-Bassiouny ,(2015) Exponential Lomax Distribution, King Saud University , *Article in International Journal of Computer Applications*.
21. Alexander Aue, (2022), The Spectral Density and the Periodogram, University of California, Davis, *LibreTexts statistics* .
22. Baillie, R.T. (1996). “Long memory processes and fractional integration in economics”, *Journal of Econometrics, Vol. 73, pp.5–59*.
23. Beran, J. (1994). “*Statistics for Long Memory Processes*”, New York: Chapman and Hall.
24. Bouezmarni, T., Rombouts, J. and A. Taamouti (2009), Asymptotic properties of the bernstein density copula for dependent data. *Working Paper 08-36 Departamento de Economía*
25. Chen, S. X. (2000): “Beta kernel estimators for density functions,” *Comput. Statist. Data. Anal., 31, 131–145*.
26. Creus-Mart´. A. Moya , and F. J. Santonja , (2021), A Dirichlet Autoregressive Model for the Analysis of Microbiota Time-Series Data , *Copyright I. Creus-Mart´. Valencia, Spain* .
27. Dariusz Grzesicaa, Pawel Wieceka , (2016), Advanced Forecasting Methods Based on Spectral Analysis, Cracow University of Technology. Cracow. Poland.
28. Don Percival,(2010), Introduction to Spectral Analysis , Applied Physics Lab, University of Washington .
29. Eric Zivot ,Jiahui Wang (2006), Modeling Financial Time Series with S-Plus , Springer Science,Business Media New York .
30. Frédéric Ouimet , Raimon Tolosana-Delgado ,(2022), Asymptotic properties of Dirichlet kernel density estimators , *Journal of Multivariate Analysis* .
31. Gilles Fay, Eric Moulines, Francois Roueff, and Murad S. Taqqu,(2008), Estimators of Long-memory: Fourier versus wavelets, This research was partially supported by the NSF Grants DMS–0505747 and DMS–0706786 at Boston University .

32. Isabelle Albert, Jean-Baptiste Denis, (2012), Dirichlet and multinomial distributions: properties and uses in Jags , *Unité Mathématiques et Informatique Appliquées INRA*.
33. Iyer , Vishwanathan ; Chowdhury, Kaushik Roy , (2009), " Spectral Analysis: Time Series Analysis in Frequency Domain ", *The IUP Journal of Applied Economics* .
34. John, T. Barkoulas and Christopher F. Baum. (2003), “Fractional Differencing Modeling and Forecasting of Eurocurrency Deposit Rates”, Boston College.
35. John Fitts,(1973) " Testing For Autocorrelation In The Autoregressive Moving Average Error Model", University Of Michigan , Ann Arbor, U.S.A., *Journal of Econometrics* 363-376. *North-Holland Publishing Company*.
36. José L´opez-Bonilla, Sergio Vidal Beltr´an , Jes´us Yalja Montiel , (2007), a Note on Dirichlet and Fej´er Kernels , *Revista de Matem´atica: Teor´ia y Aplicaciones*,
37. Joris Chau (2018), Advances in Spectral Analysis for Multivariate, Non- stationary and Replicated Time Series, Universit´e catholique de Louvain .
38. Josu Arteche,(2021), Bootstrapping long memory time series: Application in low frequency estimators, Dept. of Quantitative Methods, University of the Basque Country *UPV/EHU, Bilbao 48015, Spain*
39. Kai Liu, YangQuan Chen, and Xi Zhang, (2018), " An Evaluation of ARFIMA (Autoregressive Fractional Integral Moving Average) Programs", *Axioms* 2017, 6, 16; *doi:10.3390/axioms6020016*
40. Liudas Giraitis, Piotr Kokoszka , Remigijus Leipus, (2003) ,Rescaled Variance and Related Tests for Long Memory in Volatility and Levels, *Article in Journal of Econometrics*.
41. Margherita , Gerolimetto, (2016), " Estimating the Long memory Parameter in nonstationary models: further monte carlo evidence ", *Rivista Italiana di Economia Demografia e Statistica* Volume LXX n. 1 Gennaio-Marzo.
42. Maryouma E Enaami , Rida M khaga , Mustafa A Almahmodi, (2019),“Applying Autoregressive, Fractionally-Integrated, Moving Average Models of ARFIMA (p, d, q) Order for Daily Minimum Electric Load at West Tripoli Electricity Station in Libya”, Department Of Statistics, Faculty of Science, Tripoli University, Libya

43. Mohamed Boutahar, (2009) , Comparison of non-parametric and semi-parametric tests in detecting long memory, Luminy Faculty of Sciences, Departement of Mathematics, University of Méditerranée, Marseille, France.
44. Mohamed Boutahar, Rabeh Khalifaoui,(2011), Estimation of the long memory parameter in non stationary models :A Simulation Study, GREQAM Groupement de Recherche en Economie Quantitative .
45. Mohamed Boutahar.(2007), Optimal Prediction with Nonstationary ARFIMA Model, GREQAM, and Department of Mathematics, Luminy Faculty of Sciences, Marseille, France.
46. N. M. Kilany,(2016),Weighted Lomax distribution, [Faculty](#) of Science , Menoufia, University , Shebin El- Kom,Egypt.
47. Ooms Marius, (2004), “Long Memory Estimation Inference and Forecasting for Fractional Autoregressive Integrated Moving Average Models. [http:// www. Econometriclinks. Com](http://www.Econometriclinks.Com)
48. P.M. Robinson , (2018), " Long-Memory Time Series ", Research supported by a Leverhulme Trust Personal Research Professorship and ESRC Grant R000238212. London School of Economics >
49. Palma, W. (2007). Long-Memory Time Series: Theory and Methods, *John Wiley & Sons: Hoboken, New Jersey*
50. Peter J. Brockwell , Richard A. Davis , (2002) , Introduction to Time Series and Forecasting ,Second Edition, Printed in the United States of America .
51. Piet M.T. Broersen,(2006)Automatic Autocorrelation and Spectral Analysis, Springer-Verlag London Limited
52. Porter – Hudak , S. (1982). Long – Term Memory : Modelling A simplified Spectral Approach . Unpublished Ph.D Dissertation , University of Wisconsin.
53. Rafat Weron ,(2002), Estimating long-range dependence: finite sample properties and confidence intervals, Hugo Steinhaus Center for Stochastic Methods, Wroclaw University of Technology
54. Richard A. Ashley and Douglas M. Patterson, (2009), Apparent Long Memory in Time Series as an Artifact of a Time-Varying Mean: Considering Alternatives to the Fractionally Integrated Model, Department of Economics, Blacksburg, Virginia, United States .
55. Richard T. Baillie (1996) " long memory processes and fractional integration in econometric" department of Economics,Michigan state university ,USA

56. Sachs , Rainer von, (2020), "Nonparametric Spectral Analysis of Multivariate Time Series ", ST07CH10_von_Sachs ARjats.cls November 11, 2019 16:32, Annual Review of Statistics and Its Application .
57. Scaillet O. , (2003) , Density Estimation Using Inverse and Reciprocal Inverse Gaussian Kernels, *Journal of Nonparametric Statistics* , University of Geneva .
58. Sowell, F. (1992) Maximum Likelihood Estimation of Stationary Univariate Fractionally Integrated Time Series Models. *Journal of Econometrics*, 53, 165-188.
59. Uwe Hassler and Marc-Oliver Pohl , (2019) , Forecasting under Long Memory and Nonstationarity , Goethe University Frankfurt .
60. V. Seshadri, B. Jørgensen, G. A. Whitmore,(1991), On the Mixture of the Inverse Gaussian Distribution with Its Complementary Reciprocal, *Scandinavian Journal of Statistics* .
61. Valderio Reisen, Bovas Abraham ,Silvia Lopes, (2006), Estimation of Parameters in ARFIMA Processes: A Simulation Study, UFES ,Vitoria - ES ,Brazil.
62. Weijie Zhou, Huihui Tao, Feifei Wang, and Weiqiang Pan, (2021) , The Optimal Bandwidth Parameter Selection in GPH Estimation, *Article ID 2876000, Journal of Mathematics* .
63. Yacine Chakhchoukh, Patrick Panciatici & Pascal Bondon, Lamine Mili, (2009)" A New Robust Estimation Method For ARMA Models", Rte, Dma , Versailles, France & Cnrs, Univ, France– Falls Church, USA, IEEE.
64. Yaeji Lim , Hee-Seok Oh,(2021), Quantile spectral analysis of long-memory processes, The Author(s), under exclusive licence to Springer-Verlag GmbH Germany.
65. Zhao Hangfang, Lin Gui1,(2019), Nonparametric and parametric methods of spectral analysis, Department of Information Science and Electronic Engineering, Zhejiang University, 310027, Hangzhou, China, published by EDP Sciences .

Abstract

The time series is defined as the values of a particular phenomenon arranged according to time or the set of values that the phenomenon takes in consecutive and equal periods of time. There are two directions in the analysis of time series, the first in the field of time, in which the time series is a linear combination with sequential limits of random errors, and the second in the field of repetition, in which the time series is a weighted sum of sine and periodic cosine functions.

The concept of long memory or long dependency (LRD) means that the process is made up of many historical correlations, and the sum of the autocorrelations is slowly decreasing. In order to give a description of the long memory, it is recommended to describe the stationary series with the limits of the spectrum density function. Due to the length of the time series, hidden seasonal and periodic components arise in this type of series that cannot be detected through the traditional method of analysis, but through the iterative method of analysis and by using non-parametric and semi-parametric methods to detect these components, the most important of which is the method of the periodic scheme of the Fourier transform. Although there are many methods in this field, but there is room to add non-parametric methods to find non-parametric estimators to estimate the spectral density through which we can detect these components, so three non-parametric estimators have been proposed (Lomax Kernel estimator,

Dirichlet Kernel estimator and Reciprocal inverse Gaussian Kernel estimator) And compare it with the nonparametric beta estimator by RMAD statistic. To determine the best method, simulation study was used in the experimental side, and the results showed in the experimental side that the Lomax Kernel estimator was the best for its ability to detect hidden components, and it also had the lowest value for the RMAD statistic. In order to find out the possibility of applying this method, it was applied the best method for real data for a time series related to respiratory diseases and tested because they have a long memory. Kernel estimators are considered to have good advantages in the spectral analysis of time series in case the distribution is not known or the assumptions are difficult in the case of parameter estimation.

**Republic of Iraq
Ministry of Higher Education
And Scientific Research
University of Karbala
Faculty of Management
And Economics
Department of Statistics**



Using Nonparametric Methods to Study And Analysis Time Series With Long Memory

**A thesis Submitted to the council of the college of
Administration & Economics\ University of Karbala as
partial fulfillment of the requirements for the degree of
Philosophy of Statistics Sciences**

By

Maytham Abdul Wahab Saleh

Supervisor

Prof. Dr . Jassim Nassir Hussain

A.H. 1444

Holy Karbala

A.D. 2022