



جمهورية العراق  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة كربلاء  
كلية الادارة والاقتصاد  
قسم الاحصاء

## التقدير بالفترة في توزيع معكوس ويبل للبيانات الضبابية مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد / جامعة كربلاء  
وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء

تقدمت بها

امتنان ستار عيسى

باشراف

أ.م. د مشتاق كريم عبد الرحيم

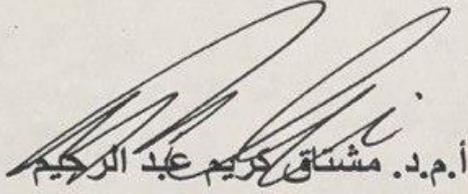
2023 م

1444هـ

كربلاء المقدسة

## إقرار المشرف

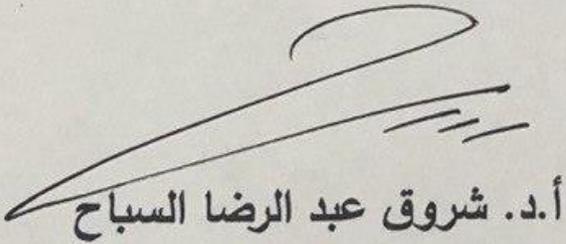
أشهد أن إعداد هذه الرسالة الموسومة ( تقدير بالفترة في توزيع معكوس وييل للبيانات الضبابية مع تطبيق عملي ) والتي تقدم بها الطالبة " امتنان ستار عيسى " قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.

  
أ.م.د. مشناق كريم عبد الرزيم

التاريخ: / / 2023

## توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.

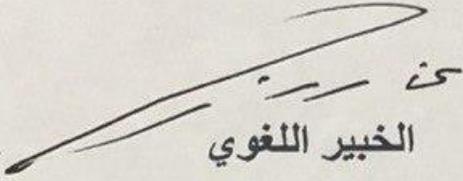
  
أ.د. شروق عبد الرضا السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2023

## إقرار الخبير اللغوي

أشهد أن الرسالة الموسومة (تقدير بالفترة في توزيع معكوس ويبل للبيانات الضبابية مع تطبيق عملي) للطالبة امتنان ستار عيسى / قسم الاحصاء قد جرت مراجعتها من الناحية اللغوية حتى غدت خالية من الاخطاء اللغوية والاسلوبية ولأجله وقعت.

  
الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

جامعة كربلاء – كلية الإدارة والاقتصاد



## إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالبة  
" امتنان ستار عيسى " الموسومة بـ ( تقدير بالفترة في توزيع معكوس وييل  
للبيانات الضبابية مع تطبيق عملي ) اشرح هذه الرسالة للمناقشة.

أ.د. محمد حسين الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

## مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.د. محمد حسين الجبوري

عميد كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2023/ /

# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ فَتَعَالَى اللَّهُ الْمَلِكُ الْحَقُّ وَلَا تَعْجَلْ بِالْقُرْآنِ مِنْ قَبْلِ أَنْ يُقْضَى  
إِلَيْكَ وَحْيُهُ وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا ﴾

صدق الله العلي العظيم  
(سورة طه : الآية 114))

## الاهداء

إلى مَنْ أُملي رضاه وغايتي حبه ورجائي غفران ( الله رب العالمين )

إلى مَنْ بلغ الرسالة وأدى الأمانة ونصح الأمة نبي الرحمة ونور العالم

( محمد صلى الله عليه وعلى اله وصحبه وسلم )

إلى مَنْ علمني وفداني سنوات حياته وسر نجاحي ونور دربي (والدي الحبيب )

إلى مَنْ منحتني نبع المحبة والحنان والوفاء واغلى ما املك (والدتي الحبيبة)

إلى منهم عزوتي وسندي في الحياة ( أخي وأختي )

إلى زملائي ورفاق الدرب والذين لم ييخلوا يوماً عليّ بالمساعدة

إلى مثال العلم والتواضع استاذي ومشرفي الأستاذ المساعد الدكتور (مشتاق كريم عبد الرحيم)

إلى رفيقة الطريق والنجاح واحببتها كصديقة وأخت (صديقتي العزيزة)

" أهدي هذا الجهد المتواضع "

الباحث

## شكر وتقدير

الحمد لله حق حمده الذي وفقني على تجاوز الصعاب لإكمال متطلبات الرسالة والصلاة والسلام على خير خلقه أجمعين محمد وآل الطيبين الطاهرين . وبعد أن انتهيت من إعداد هذه الرسالة لا أستطيع سوى أن أتقدم بالشكر الجزيل الى مشرفي التقدير الأستاذ المساعد الدكتور (مشتاق كريم عبد الرحيم) المحترم الذي لم يقصر طوال مدة إشرافه فكان لي خير موجه ودعمي بأرائه العلمية السديدة التي كان له دور كبير في انجاز هذه الرسالة فأدعُ من الله عزّ وجلّ أن أكون قد وفقت في اتمامها ويسعدني أن أتقدم بكثير من الشكر والامتنان الى اساتذتي الافاضل لتفضلهم بالموافقة على مناقشة رسالتي وما سيبدوه من توجيهات ونصائح علمية قيمة تفيد في اغناء الرسالة علمياً وكما اشكر عمادة كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء ورئاسة قسم الإحصاء والأساتذة كافة ، والاخوة موظفي المكتبة الخاصة بالدراسات العليا في جامعة كربلاء أيضا لا انسى أن أتقدم بالشكر الجزيل لأستاذي (أ.م.د صدى فائض محمد) (م.م سيف الجبوري) (م.م مريم مهدي) لما ابداهم من مساعدة في انجاز الرسالة .

داعية الله تعالى ان يوفق الجميع

الباحث

## قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع	
أ	الآية	
ب	الاهداء	
ج	الشكر والتقدير	
د-ه-و	قائمة المحتويات	
و-ز	قائمة الجداول	
ح-ط-ي-ك	قائمة الاشكال	
ل-م	قائمة الرموز والاختصارات	
ن	المستخلص	
2-8	الفصل الأول : منهجية الرسالة	
2-3	المقدمة	1-1
3	مشكلة الرسالة	2-1
3-4	هدف الرسالة	3-1
4-8	الاستعراض المرجعي	4-1
4-6	بعض الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع الضبابية وتوزيع معكوس ويبل	1-4-1
7-8	بعض الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع التقدير بالفترة	2-4-1
10-46	الفصل الثاني : الجانب النظري	
10	التمهيد	1-2
10	مفاهيم أساسية في نظريات المجموعات الضبابية	2-2
10	الضبابية	1-2-2
10-11	المجموعة التقليدية والمجموعة الضبابية	2-2-2
15-12	دوال العضوية (الانتماء )	3-2-2
15	المجموعة الضبابية المحدبة	4-2-2

15	المجموعة الضبابية المعيارية	5-2-2
19-16	الأرقام الضبابية	6-2-2
19	القطع $\gamma$	7-2-2
19	مجموعة القطع $\gamma$	8-2-2
20-19	مجموعة المستوى	9-2-2
20	فضاء العينة الضبابي	10-2-2
21	التوزيع الاحتمالي الضبابي	11-2-2
21-25	توزيع معكوس ويبيل	3-2
25-27	دالة البقاء او المعولية لتوزيع معكوس ويبيل	4-2
27-29	دالة المخاطرة لتوزيع معكوس ويبيل	5-2
29	التقدير بالفترة	6-2
29-30	طرائق التقدير بالفترة	7-2
30-35	طريقة الإمكان الأعظم الضبابية	1-7-2
35-42	طريقة وايت الضبابية	2-7-2
42-45	طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية	3-7-2
45	معايير مقارنة طرائق التقدير بالفترة	8-2
46	اختبارات حسن المطابقة	9-2
48-108	الفصل الثالث : الجانب التجريبي والتطبيقي	
48	التمهيد	1-3
48-86	القسم الأول / الجانب التجريبي	2-3
48-49	مفهوم المحاكاة	1-2-3
49-52	مراحل تجربة المحاكاة	2-2-3
52-86	نتائج المحاكاة	3-2-3
87-108	القسم الثاني / الجانب التطبيقي	3-3
87-88	نبذة عامة عن مرض سرطان الدماغ	1-3-3
88-89	بيانات الحقيقية	2-3-3

90	اختبار ملائمة البيانات	3-3-3
91-95	تضبيب البيانات	4-3-3
95-108	تحليل البيانات	3-2-3-3
110-111	الفصل الرابع : الاستنتاجات والتوصيات	
110	الاستنتاجات	1-4
111	التوصيات	2-4
113-118	المصادر والمراجع	
113	المراجع	
113	المصادر العربية	
114-118	المصادر الاجنبية	
A	Abstract	

## قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
50	القيم الافتراضية الاولية للمعلمات والنماذج المقترحة	(1-3)
52-53	يمثل جدول المفاضلة بين النماذج لأحجام العينات كافة باستعمال المعيار الاحصائي ( MSE )	(2-3)
55-56	يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الأول بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعلمات توزيع معكوس ويبل عندما تكون $\alpha = 1.9, \beta = 0.9$	(3-3)
60-62	يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الثاني بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعلمات توزيع معكوس ويبل عندما تكون $\alpha = 3.1, \beta = 1.1$	(4-3)
66-68	يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الثالث بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعلمات توزيع معكوس ويبل عندما تكون $\alpha = 0.7, \beta = 0.7$	(5-3)

71-72	يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الرابع بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعلمت توزيع معكوس ويبل عندما تكون $\alpha = 0.9, \beta = 0.4$	(6-3)
76-77	يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الخامس بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعلمت توزيع معكوس ويبل عندما تكون $\alpha = 1.2, \beta = 1.5$	(7-3)
81-83	يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج السادس بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعلمت توزيع معكوس ويبل عندما تكون $\alpha = 1.1, \beta = 1.1$	(8-3)
88-89	مدة بقاء المريض بسرطان الدماغ على قيد الحياة من تاريخ تسجيل الحالة ولحين الوفاة (بالسنوات)	(9-3)
89	قيم المؤشرات الإحصائية للبيانات الحقيقية	(10-3)
91-95	البيانات الحقيقية ودرجة انتماء كل مشاهدة	(11-3)
96-98	تقدير دالة البقاء بالفترة للبيانات الضبابية عند القطع (0.15)	(12-3)
98-100	تقدير دالة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي بالفترة للبيانات الضبابية عند القطع (0.15)	(13-3)
100-102	تقدير دالة البقاء بالفترة للبيانات الضبابية عند القطع (0.2)	(14-3)
102-103	تقدير دالة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي بالفترة للبيانات الضبابية عند القطع (0.2)	(15-3)
108	القيم المقدرة للمعلمت بالفترة في توزيع (IW) للبيانات الضبابية	(16-3)

## قائمة الأشكال

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
11	التمثيل البياني للمجموعة الضبابية ( <i>Fuzzy Set</i> )	(1-2)
17	الرقم الضبابي المثلثي	(2-2)
18	الرقم الضبابي شبه المنحرف	(3-2)
19	الرقم الضبابي شكل الجرس	(4-2)
20	يمثل مجموعة المستوى	(5-2)
22	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الحقيقية	(6-2)
23	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الضبابية	(7-2)
24	دالة التوزيعية التراكمية لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الحقيقية	(8-2)
25	دالة التوزيعية التراكمية لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الضبابية	(9-2)
26	دالة البقاء لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الحقيقية	(10-2)
27	دالة البقاء لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الضبابية	(11-2)
28	دالة المخاطرة لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الحقيقية	(12-2)
29	دالة المخاطرة لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الضبابية	(13-2)
58	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع ( <i>IW</i> ) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الأول	(1-3)
58	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع ( <i>IW</i> ) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الأول	(2-3)
59	دالة البقاء الضبابية لتوزيع ( <i>IW</i> ) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الأول	(3-3)
59	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع ( <i>IW</i> ) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الأول	(4-3)

59	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الأول	(5-3)
60	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الأول	(6-3)
64	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثاني	(7-3)
64	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثاني	(8-3)
64	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثاني	(9-3)
65	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثاني	(10-3)
65	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثاني	(11-3)
65	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثاني	(12-3)
69	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثالث	(13-3)
69	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثالث	(14-3)
69	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثالث	(15-3)
70	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثالث	(16-3)
70	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثالث	(17-3)
70	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثالث	(18-3)
74	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الرابع	(19-3)

74	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الرابع	(20-3)
74	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الرابع	(21-3)
75	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الرابع	(22-3)
75	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الرابع	(23-3)
75	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الرابع	(24-3)
79	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الخامس	(25-3)
79	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الخامس	(26-3)
80	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الخامس	(27-3)
80	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الخامس	(28-3)
80	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الخامس	(29-3)
81	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الخامس	(30-3)
85	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج السادس	(31-3)
85	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج السادس	(32-3)
85	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الخامس	(33-3)
86	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج السادس	(34-3)

86	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج السادس	(35-3)
86	دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج السادس	(36-3)
90	منحني دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات الحقيقية عند قيم مختلفة للمعلمات لتوزيع (IW)	(37-3)
104	دالة الكثافة الاحتمالية لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل (IW) في حالة البيانات الضبابية	(38-3)
104	دالة الكثافة الاحتمالية لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل (IW) في حالة البيانات الحقيقية	(39-3)
105	دالة التوزيع التراكمي لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل (IW) في حالة البيانات الضبابية	(40-3)
106	دالة التوزيع التراكمي لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل (IW) في حالة البيانات الحقيقية	(41-3)
106	دالة البقاء لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل (IW) في حالة البيانات الضبابية	(42-3)
107	دالة البقاء لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل (IW) في حالة البيانات الحقيقية	(43-3)

## قائمة الرموز والاختصارات

Mean	المعنى	الرمز
Fuzzy Bar	يشير للضبابية	$\sim$
Fuzzy set	مجموعة ضبابية	$\tilde{A}$
Membership function for crisp set	دالة الانتماء للمجموعة التقليدية	$\mu_A(x)$
Membership function for fuzzy set	دالة الانتماء للمجموعة الضبابية	$\mu_{\tilde{A}}(x)$
Fuzzy number	الرقم الضبابي	$\tilde{N}$
Cut function	دالة القطع	$\gamma$
$\gamma$ – Cut set for fuzzy set	مجموعة القطع $\gamma$ للمجموعة الضبابية	$A^\gamma$
Level set	مجموعة المستوى	$\Lambda$
Fuzzy probability measure	مقياس الاحتمال الضبابي	$p_\theta(\tilde{x})$
Inverse weibull distribution	توزيع معكوس ويبيل	IWD
Shape parameter of Inverse weibull distribution	معلمة الشكل للتوزيع معكوس ويبيل	$\alpha$
Scale parameter of Inverse weibull distribution	معلمة القياس للتوزيع معكوس ويبيل	$\beta$
Sample observation vector	متجه مشاهدات العينة	$x$ or $t$
Fuzzy vector	متجه ضبابي	$\tilde{x}$ or $\tilde{t}$
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(x)$ or $f(t)$
Fuzzy probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية	$\tilde{f}(\tilde{x})$ or $\tilde{f}(\tilde{t})$
Cumulative distribution function	دالة التوزيعية التراكمية	$F(x)$ or $F(t)$

Fuzzy cumulative distribution function	دالة التوزيعية التراكمية الضبابية	$\tilde{F}(\tilde{x})$ or $\tilde{F}(\tilde{t})$
Survival function	دالة البقاء	$S(x)$ or $S(t)$
Fuzzy survival function	دالة البقاء الضبابية	$\tilde{S}(\tilde{x})$ or $\tilde{S}(\tilde{t})$
Hazard function	دالة المخاطرة	$h(x)$ or $h(t)$
Function hazard function	دالة المخاطرة الضبابية	$\tilde{h}(\tilde{x})$ or $\tilde{h}(\tilde{t})$
Fuzzy maximum likelihood estimation	تقدير الإمكان الأعظم الضبابية	FMLE
Fuzzy white estimation	تقدير وايت الضبابية	FWE
Fuzzy relative maximum likelihood estimation	تقدير الإمكان الأعظم النسبية الضبابية	FRMLE
Mean Square Error	متوسط مربعات الأخطاء	MSE
Represents a continuous random variable	يمثل متغير عشوائي مستمر	$u_i$
Coverage probability	الاحتمال التغطية	CP
Lower	الحد الأدنى	L
Upper	الحد الأعلى	U
Kolmogorov - Smirnov test	اختبار كولمروف - سميرنوف لحسن المطابقة	$D_n$

## المستخلص

أن توزيع معكوس ويبيل (Inverse Weibull Distribution) والذي يعد ذي معلمتين وهو من التوزيعات الاحتمالية المستمرة لنماذج ازمة الحياة وهو من التوزيعات في نمذجة معدلات الوفاة الشائعة الاستعمال في دراسة أوقات البقاء على قيد الحياة الكثير من البيانات التي تعاني من مشكلة عدم الدقة في قياساتها ولها درجات انتماء مختلفة لمجموعاتها فلماذا نستعمل بيانات تعالج هذه المشكلة وتدعى بالبيانات الضبابية ويعبر عنها بأرقام ضبابية (Fuzzy Numbers) وعليه فان التقدير بالفترة في ظل تلك البيانات سيؤدي الى عدم دقة التقديرات المستحصل عليها عند تطبيق الطرائق التقليدية في التقدير لذلك لابد من اعمام مفهوم الضبابية في دراستنا للتقدير بالفترة في ظل البيانات الضبابية لذلك سيتم استعمال ثلاثة طرائق لتقدير بالفترة لمعاملات توزيع معكوس ويبيل وهي وطريقة الإمكان الأعظم وطريقة وايت وطريقة الإمكان الأعظم النسبية في حالة بيانات حياة عبارة عن ارقام ضبابية واستعمال تلك التقديرات في تقدير بالفترة الضبابية للتوزيع عن طريق دراسة محاكاة تفصيلية باستعمال أسلوب محاكاة مونت كارلو حيث تم اختيار قيم مختلفة لمعاملات التوزيع وتشكل 6 حالات مختلفة وكذلك تم اختيار 5 احجام عينات مختلفة (20,40,60,80,100) وتم مقارنة مقدرات هذه الطرائق بناءً على معيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) واحتمال التغطية وحسب احجام العينات وتم تنفيذ هذا العمل بواسطة برنامج MATIAB وأخيرا استعملنا نموذج من البيانات الحقيقية المحلية من محافظة كربلاء المقدسة لعينة (100) مشاهدة والذي يتمثل في أوقات البقاء على قيد الحياة للمرضى المصابين بسرطان الدماغ من خلال تطبيق النتائج المستخلصة من الجانب التجريبي .

# الفصل الأول

## منهجية الرسالة

**1-1 المقدمة (Introduction):**

أظهرت دراسة المجموعات الضبابية ( Fuzzy Data ) اهتمام العديد من العلماء والباحثين في العالم الحقيقي التي تعاني من مشاكل عدم الدقة في قياساتها للظواهر ونحن نعلم ان التفكير البشري يشمل في الكثير من الأحيان على معلومات غامضة او ضبابية نشأت بطبيعتها في مفاهيم بشرية دقيقة نظراً لان انظمتنا غير قادرة على الإجابة عن العديد من الأسئلة ، ومن ثم تمكنت المجموعات الضبابية من تقديم حلول للعديد من مشاكل العالم الحقيقي الذي لا يمكننا الحصول على قياسات دقيقة للظواهر المختلفة وهناك امثلة كثيرة في حياتنا لا يمكننا التعامل معها بشكل قطعي حسب المنطق التقليدي فعلى سبيل المثال لا يمكننا التمييز بين ضغط الدم المرتفع او المنخفض . ولمراعاة عدم الدقة القياسات او الملاحظات الفردية قدم العالم زاده عام ( 1965 ) فكرة المجموعات الضبابية وكان مسؤولاً بمفرده عن التطور المبكر في هذا المجال .

وان اهم ما يشغل الباحث في حقول المعرفة كافة هو طبيعية البيانات ومن النادر جدا ان تكون البيانات مهياة مباشرة لاستعمال الأساليب الإحصائية التي تعطي تقديرات مناسبة ودقيقة وفي حالة حصول خرق لأحدى الشروط المطلوبة للتقدير او عدم الدقة في البيانات فانه يجب البحث عن أساليب مختلفة لمعالجة تلك الحالات لذلك سوف ندرس البيانات الضبابية من اجل التقدير بالفترة للمعلمات لتوزيع معكوس ويبل وفقا للطرائق التقدير التي سوف تستعمل في الجانب النظري وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة وايت وطريقة الإمكان الأعظم النسبية في حالة بيانات عبارة عن ارقام ضبابية أي بيانات ضبابية ( Fuzzy Data ) .

تحتوي هذه الرسالة على أربعة فصول تم تنظيمها على النحو الآتي !

الفصل الأول يتضمن المقدمة والهيكلية الدراسة والمشكلة والهدف والاستعراض المرجعي لبعض الدراسات والبحوث السابقة التي لها علاقة بمفهوم الرسالة .

اما الفصل الثاني فقد تمت فيه دراسة الجانب النظري اذ تم استعراض بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالضبابية والتقدير بالفترة فضلا عن الجانب المهم وهو دراسة التوزيع الاحتمالي معكوس ويبل ودالة البقاء ( Survival Function ) ودالة المخاطرة ( Hazard Function ) للتوزيع ثم بعد ذلك عرض طرائق التقدير بالفترة لمعلمات التوزيع الاحتمالي

اما الفصل الثالث يتضمن الى قسمين إذ يتناول القسم الأول منه مفهوم المحاكاة وتطبيق أسلوب محاكاة ( مونت كارلو ) لأيجاد التقديرات بالفترة وللمقارنة بين طرائق التقدير التي تم التطرق اليها في الفصل الثاني اما القسم الثاني فيشمل الجانب التطبيقي الذي يتضمن تطبيق توزيع معكوس ويبل على البيانات الحقيقية والتي تمثل

أوقات البقاء على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى لحين الوفاة للمرضى المصابين بسرطان الدماغ مع اجراء اختبار حسن المطابقة لتلك البيانات باستعمال اختبار (كولمكروف – سميرنوف )  
وأخيرا الفصل الرابع إذا استعرض الاستنتاجات والتوصيات التي خرجت بها الدراسة في ضوء نتائج الرسالة

### **2-1 مشكلة الرسالة ( Problem of the thesis ):**

على الرغم من ان التقدير بالفترة يعتمد على دقة البيانات المستعملة في تقدير معالم التوزيع الاحتمالي ولكن توجد الكثير من الظواهر في العالم الحقيقي تعاني من عدم الدقة في قياساتها لذلك ستكون الضبابية ( Fuzziness ) هي الصفة الملائمة لها ويتم التعبير عنها بالأرقام ضبابية ( Fuzzy Numbers ) إذ أن ذلك يجعل الأساليب التقليدية في تقدير المعلمات للتوزيع الاحتمالي لتلك البيانات غير مناسبة فلا بد من البحث عن أساليب تستوعب هذه المشكلة وتقودنا الى تقديرات دقيقة ومضبوطة للظواهر قيد الدراسة . وبما ان هناك نوعين او اسلوبين للتقدير يسمى الأول التقدير بالنقطة او ( القيمة الواحدة ) ويسمى الاخر التقدير بالفترة او ( فترة التقدير او الثقة ) ففي حالة التقدير بالنقطة نحصل على قيمة واحدة من العينة وتستعمل هذه القيمة الواحدة كتقريب او كتقدير لمعلمة المجتمع المجهول . اما في التقدير بالفترة فنحصل على مدى ( Range ) او فترة تتحدد بحددين ( حد أدنى وحد اعلى ) نحصل عليهما من العينة ونلاحظ هنا ان التقدير بالفترة تحتوي على اكثر من قيمة بل قد يكون عدد القيم غير محدود في كثير من الحالات فإنه يمكن حساب احتمال ان يكون التقدير صحيحاً مع الاخذ بنظر الاعتبار عدم الدقة في جمع البيانات ( الضبابية ) ومن ثمّ فإنه يمكن الحصول على تقديرات ذات دقة عالية لمعلمات التوزيع الاحتمالي المدروس وهذا ما يتعلق بالمشكلة النظرية اما المشكلة العملية فهي ما تختص الجانب التطبيقي فأننا لا يمكننا التحكم بالعوامل او الظروف المؤثرة في أوقات البقاء على قيد الحياة وتكون من الصعوبة التنبؤ بها او قياس تقديراتها بالفترة .

### **3-1 هدف الرسالة ( Aim of the thesis ):**

تهدف الرسالة الى تقدير بالفترة لمعلمات في توزيع معكوس وييل ذي معلمتين في حالة البيانات الضبابية باستعمال ثلاث طرائق للتقدير بالفترة وهي طريقة الإمكان الأعظم الضبابية ( Fuzzy Maximum Method ) وطريقة وايت الضبابية ( Fuzzy White Method ) وطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية ( Fuzzy Relative Maximum likelihood Method ) بعد تحويل متجه البيانات الحقيقية الى متجه البيانات الضبابية باستعمال دالة انتماء مثلثية ضبابية ( Triangular Membership Function ) وكذلك مقارنة بين طرائق التقدير للمعلمات باستعمال محاكاة مونت كارلو باستعمال معيار

الاحصائي ( MSE ) و ثم استخراج طوال فترة الثقة لكل معلمة المراد تقديرها بالفترة الثقة وكذلك المقارنة بين فترات الثقة المستخرجة باستعمال احتمال التغطية ( Coverage Probabilities ) 95% وكذلك تطبيق النتائج المستخلصة من الجانب التجريبي في الجانب التطبيقي في دراسة بيانات وتم اخذ بيانات البقاء على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى لحين الوفاة لعينة من المرضى المصابين بالسرطان الدماغ

#### **4-1 الاستعراض المرجعي (Literature Review):**

تعد البحوث والدراسات السابقة مهمة جدا في البحث العلمي وذلك لتناولها لكثير من الحقائق العلمية التي تسهم في دعم الجانب النظري والتطبيقي ولغرض تسهيل الامر على القارئ سنقوم بتجزئة الاستعراض المرجعي الي قسمين إذ يختص القسم الأول بالدراسات والبحوث التي تتناول الضبابية ، بينما يشمل القسم الاخر الدراسات والبحوث التي تناولت التقدير بالفترة

#### **1-4-1 بعض الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع الضبابية وتوزيع معكوس ويبيل :**

بدأت ثمار المنطق الضبابي على يد العالمين الاذربيجاني (Lotfi Zadeh) والالمني (D. Klaua) اول من وضعاً أسس نظرية المجموعات الضبابية عام ( 1965 ) عندما استعمل مصطلح المتغيرات الضبابية على التعابير غير الدقيقة بتعريفهما بأن المجموعة الضبابية هي مجموعة من العناصر التي يكون فيها درجة انتماء تقع بين الصفر والواحد تميزه عن غيره من العناصر في المجموعة يتم تعيينها عن طريق دالة انتماء . [43] [26]

- في عام (1965) نشأ المنطق الضبابي على يد العالم الاذربيجاني (Zadeh) التي استعمل في الحل الكثير من المشاكل التي يكون فيها وصف الأشياء ضبابياً ، واذ استعمل مفهوم الضبابية في تنظيم عمل المحرك البخاري . [43]

- في عام (2004) قام الباحث ( Wu ) بتقدير المعولية الضبابية باستعمال الأسلوب البيزي تحت البيئة الضبابية أي افترض معالجة ضبابية للمتغيرات الضبابية بتوزيعات سابقة ضبابية واستعمل طريقة بيز التقليدية لإنشاء مقدر بيز نقطي ضبابي للمعولية يتضمن النظرية المعروفة باسم Resolution ( Identity ) في نظرية المجموعات الضبابية وحدد درجة انتماء لأي تقدير بيزي للمعولية . [42]

- في عام (2006) حلل الباحثون (Huang) واخرون ( المعولية البيزية لبيانات الحياة الضبابية اذ استعملوا طريقة بيز لتقدير المعولية الضبابية بالاعتماد على حجم العينة الصغيرة اذ افترض طريقة جديدة لتحديد دالة الانتماء لتقدير المعلمات ودالة المعولية للتوزيعات حياة متعددة المعلمات وهي التوزيع الطبيعي وتوزيع ويبيل . [21]

- في عام (2012) استعمل الباحث (Shaw & Roy) العدد الضبابي المثلثي (Triangular) لتحليل دالة المعولية للنظام الضبابي على افتراض ان المعولية لكل مركبة من النظام هي عدد ضبابي مثلثي (Triangular). [38]
- وفي العام نفسه قدر (Abbas & Yincai) معلمة القياس لتوزيع فريجت بمعلمة الشكل معلومة باستعمال طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم الموزونة الاحتمالية وطريقة بيز لتوزيع أولي (Jeffery) ودالة خسارة تربيعية ودالة خسارة (EI – Sayyad) ودالة خسارة (linex) عن طريق دراسة محاكاة باستعمال احجام عينات مختلفة بالاستناد الى معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) واستنتجا بان طريقة الإمكان الأعظم هي افضل من طريقة بيز من حيث التحيز عند زيادة قيمة  $\alpha$  [8]
- في عام (2013) قدر الباحثون (Pak و اخرون) معولية توزيع رايلي بالاستناد الى بيانات أوقات الحياة الضبابية اذ استعمل منهجية بيز لتقدير معلمة ودالة معولية للتوزيع من بيانات أوقات الحياة الضبابية وان مقدرات بيز لا يمكن ان تعطي بصيغ واضحة لذلك استعمل الباحثون تقريباً (Tierney and Kandan's approximation T&K) المعروفة بطرائق سلاسل ماركوف مونتي كارلو لحساب مقدرات بيز لمعلمات ومعولية توزيع رايلي باستعمال محاكاة مونتي كارلو واوضحت النتائج المحاكاة أن التقريب (T&K) يعطي تقديرات دقيقة للمعلمات لذلك من المتحسن استعماله في إيجاد تقديرات بيز ومعولية توزيع رايلي. [34]
- في عام (2016) وضع الباحثان (Shafiq & Viertl) صيغ لتقدير دالة المخاطرة او معدل مخاطرة الضبابية للتوزيعات الاسي وبيبل وكاما واللوغارتم الطبيعي مستعملا طريقة الإمكان الأعظم في التقدير التوزيعات. [36]
- في العام نفسه قدم الباحث (Pak) تقدير الإمكان الأعظم وتقدير بيز وتقدير العزوم لمعلمة الشكل للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي (Log – Normal Distribution) عندما تكون المشاهدات على صيغة بيانات ضبابية واستعمل طريقة نيوتن رافسون العددية التكرارية لأيجاد تقديرات الإمكان الأعظم وطريقة سلسلة ماركوف مونتي كارلو لأيجاد تقديرات بيز لأنواع مختلفة من التوزيعات السابقة واستعمل محاكاة مونتي كارلو للمقارنة بين الطرائق وتم التوصل الى ان تقديرات بيز المستندة الى معلومات سابقة غير مشخصة بشكل كامل اما في حالة المعلومات السابقة مشخصة بشكل كامل يمتلك اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) وان تقديرات الإمكان الأعظم تعطي نتائج متشابهة , لاحظ أيضا ان إضافة أي معلومات

سابقة عن المعلمة ( $\sigma$ ) تحسن من المقدرات وان متوسط مربعات الخطأ والتحيز يتناقص معنويا في حالة زيادة حجم العينة . [31]

• في عام (2017) قدم الباحثان ( Ibrahim & Mohammed ) بحثا تضمن تقدير معلمات ومعدلية توزيع الاسي الضبابي اذ استعمل الباحثان طريقتين للتقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم باستعمال الأرقام الضبابية ( 0.3, 0.5 ) لتقدير دالة معدلية الضبابية بأسلوب محاكاة والمقارنة بين الطرائق باستعمال المؤشر الاحصائي ( MSE ) وتوصل الباحثان الى ان مقدر الإمكان الأعظم كان افضل من مقدر العزوم عند الرقم الضبابي (0.3) واستنتجا أن المقدر الضبابي للمعدلية افضل من المقدر التقليدي . [23]

• في عام (2018) قدم الباحثان ( Akgül & Şenoğlu ) بحثا مقارنة بين طرائق مختلفة لتقدير توزيع معكوس ويبل للمعلمات بناءً على عينة كاملة ومن الطرائق التقدير طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة المربعات الصغرى الموزونة وتم مقارنة طرائق التقدير على أساس متوسط مربعات الخطأ عن طريق اجراء دراسة محاكاة وأخيرا تم تطبيق على بيانات حقيقية [9]

• في عام (2020) قدرت الباحث (بنين احمد) تقدير معلمات ومعدلية توزيع معكوس كما في ظل البيانات الضبابية واستعملت ثلاث طرائق للتقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة بيز وطريقة العزوم وتمت المقارنة بين الطرائق التقدير باستعمال محاكاة مونتني كارلو باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ النسبي (MAPE) لأحجام عينات مختلفة وتوصلت النتائج بان المعدلية الضبابية المقدره بطريقة بيز هي الفضلى واستعملت في الجانب التطبيقي بيانات حقيقية لسراميك الاسنان وتبينت ان البيانات ملائمة للتوزيع معكوس كما . [2]

• في عام نفسه قدم الباحث (Hawash) معدلية للتوزيع المختلط (أسي – كما) باستعمال ثلاث طرائق للتقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى التفاضلية في ظل بيئة الضبابية بافتراض عامل للضبابية (K=0.3,0.7) وتوصل الى ان طريقة الإمكان الأعظم للتقدير هي الفضلى وحقت نسبة الأفضلية (50%) وتليها طريقة العزوم والمربعات الصغرى بنسبة افضلية (25%) . [19]

**2-4-1 بعض الدراسات والبحوث التي تناولت موضوع التقدير بالفترة :**

- في عام ( 1993 ) حلل الباحثان ( Cheng & Mon ) النظام الضبابي باستعمال حدود الثقة الضبابية اذ استعمل العدد الضبابي على حدود الثقة بدلا من الاحتمالات واستعمالها في اختبار مدى مدة القيم المعولية للنظام الضبابي باستعمال خوارزمية الفترة معامل القطع  $\alpha$ - cut . [15]
- في عام (2019) قدر الباحثان ( Hussein & Khammas ) تقدير معلمة القياس للتوزيع رالي باستعمال عدة طرائق منها طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم ثم وجدوا دالة البقاء التقليدية ودالة المخاطرة التقليدية لأيجاد تقدير الفترة لمعلمة القياس باستعمال دالة عضوية شبه المنحرف واقترحا أسلوباً جديداً لمعالجة وإيجاد الاعداد الضبابية لمعلمة القياس عن طريق حساب  $(\bar{x} \pm s^2)$  بعد ذلك طبقا اثنين من الخوارزميات عن طريق الدالة الرتبية لتحويل الاعداد التقليدية الى الاعداد الضبابية وتمت المقارنة بين دالة البقاء ودالة المخاطرة باستخدام (MTTE) و (MSE) باستعمال بيانات حقيقية . [22]
- في عام (2020) قدم الباحثون ( Mweleli وآخرون ) بحثا لتقدير بالفترة لتوزيع وبيبل بناءً على عينات صغيرة خاضعة للرقابة من النوع الثاني وتم استعمال طريقتين للتقدير وهما طريقة ( Wald Technique ) وطريقة ( Profile- Likelihood Technique ) بالاعتماد على طريقة الإمكان الأعظم للتقدير المعلمات إذ ان طريقة (Wald Technique) قد لا تنتج تقديرات دقيقة للعينات الصغيرة وتم استعمال بيانات المحاكاة والواقعية من النوع الثاني الخاضعة للرقابة للمقارنة بين الطريقتين باستعمال طوال فترة الثقة واحتمال التغطية 95%. [29]
- في عام (2021) قدم الباحثان ( Nájera & Bolívar-Cimé ) بحثا للمقارنة بين طرائق تقدير بالفترة لتوزيع كما باستعمال أربعة طرائق للتقدير وهي طريقة (Profile likelihood intervals) وطريقة (Wald confidence intervals) وطريقة (Bayesian intervals) باستعمال ( jeffreys prior ) وطريقة (Fiducial) بالاعتماد على طريقة الإمكان الأعظم وتم المقارنة بين الطرائق باستعمال محاكاة مونتسي كارلو من حيث احتمال التغطية والاطوال المتوقعة للفترة لأحجام العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة وتوصل الى ان طريقة (Fiducial) هي الفضلى عندما يكون حجم العينة صغيراً جداً وتم عرض الجانب التطبيقي باستعمال بيانات الزلازل في المكسيك . [30]

واستكمالاً لما تقدم به الاستعراض المرجعي من بعض البحوث والدراسات السابقة التي تناولت الضبابية والتقدير بالفترة لذلك سوف نتناول في هذه الرسالة التقدير بالفترة في توزيع معكوس ويبيل ذي معلمتين معلمة الشكل ( $\alpha$ ) Shape Parameter ومعلمة القياس ( $\beta$ ) Scale Parameter وتقدير هذه المعلمات التوزيع بالفترة بثلاث طرائق للتقدير (طريقة الإمكان الأعظم الضبابية , طريقة وايت الضبابية , طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية) وتم تطبيق هذه الطرائق الثلاثة في الجانب التجريبي عندما تكون بيانات عبارة عن ارقام ضبابية وفي الجانب التطبيقي تم استعمال الطريقة الفضلى التي حصلت عليها في الجانب التجريبي .

الفصل الثاني

الجانب النظري

**1-2 تمهيد (Preface):**

على الرغم من أن البيانات التي تم جمعها في أي دراسة عملية في الواقع الحياتي هي بيانات ذات أرقام صحيحة وحقيقية ، إلا ان هناك بعض الحالات التي يتم دراستها لا تمتلك مثل هذه البيانات فيتم اللجوء الى المجموعات الضبابية والتي تكون في أغلب الأحيان حالة أعم من المجموعات الاعتيادية . لذلك يجب إعمال طريقة التقدير الاحصائي من الارقام الحقيقية الى الارقام الضبابية لإعمالها على الارقام الضبابية وسوف نتطرق في هذا الفصل الى مفاهيم اساسية للبيانات الضبابية ، وكذلك نبذة مختصرة عن توزيع معكوس ويبل ذي معلمتين وايجاد دالة الكثافة الاحتمالية والتجمعية للتوزيع وبعض خصائصه الاحصائية فضلا عن الدوال الخاصة كدالة البقاء والمخاطرة وتوضيح مفهوم التقدير بالفترة لمعلمات التوزيع الاحتمالي .

**2-2 مفاهيم اساسية في نظريات المجموعات الضبابية:****( Basic Concepts in the theory of Fuzzy sets )**

ان اختيار نوع البيانات المستعملة في تقدير المعلمات بالفترة للتوزيع الاحتمالي يمثل اهمية كبيرة في دقة النتائج التي نحصل عليها لذلك لا بد من تحديد نوع البيانات المستعملة ومن احد انواع البيانات هي البيانات الضبابية التي تدرج ضمن المجموعة الضبابية والتي تعد من التوجهات المهمة في علم الاحصاء لأن كثير من الظواهر ليست بها حدود قاطعة ولا تمتلك الدقة في القياسات لذلك سننتطرق الى بعض المفاهيم الاساسية والمهمة في المجموعة الضبابية.

**1-2-2 الضبابية (Fuzziness):**

تعرف الضبابية على انها حالة من حالات عدم الوضوح وبمعنى اوسع الغموض في وصف الاشياء وكذلك يمكن تعريفها على انها تعبير عن غموض الحدث وقياس درجته وترتبط بالمجموعات الضبابية ( Fuzzy sets ) والتي يتم فيها تخصيص قيم او درجات انتماء معينة ضمن فترة محددة  $[0,1]$  وأصبحت الضبابية حلاً للمشاكل التي تعاني من عدم الدقة في قياساتها . [1]

**2-2-2 المجموعة التقليدية والمجموعة الضبابية (Crisp and Fuzzy set):**

وتعد المجموعة الضبابية من المرتكزات الأساسية للعلوم الرياضية الحديثة فالمفهوم العادي للمجموعة وكما يعرف ( بالمجموعة التقليدية ) وهي مجموعة مبنية على أساس رياضي منطلقة ام ان يكون العنصر منتمي الى المجموعة او لا ينتمي الى المجموعة، لنفترض ان  $X$  يمثل المجموعة الشاملة وان  $A$  تمثل مجموعة جزئية

من  $X$  فان كل عنصر من عناصر  $x$  في المجموعة  $A$  يمكن ان ينتمي او لا ينتمي الى المجموعة  $A$  وتكتب دالة الانتماء  $\mu_A(x)$  هي دالة انتماء للمجموعة  $A$  تعطي لكل عنصر في المجموعة  $X$  درجة انتماء الى المجموعة  $A$  وتأخذ قيمتين فقط وهي  $[0,1]$  اذا كانت دالة الانتماء  $\mu_A(x) = 1$  فان العنصر  $x$  ينتمي تماما للمجموعة  $A$  واذا كانت دالة الانتماء  $\mu_A(x) = 0$  فان العنصر لا ينتمي تماما للمجموعة  $A$  او بمعنى اخر [5]

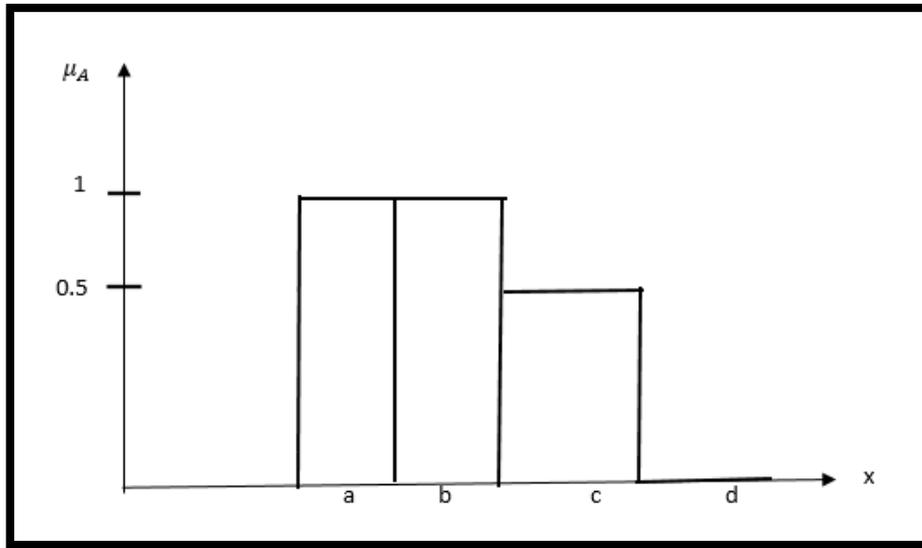
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in A \\ 0 & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

اما المجموعة الضبابية فهي المجموعة التي تمتلك عناصرها نسبة انتماء معينة تدعى بدرجة الانتماء او درجة العضوية أي انها تمتلك مدى بين الفترة  $[0,1]$  ، لنفترض ان  $X$  يمثل مجموعة شاملة يحتوي على جميع العناصر وان  $\tilde{A}$  مجموعة جزئية ضبابية من  $X$  فدالة الانتماء يمكن تمثيلها بالشكل الاتي:

$$\tilde{A} = \left\{ \left( x_i, \mu_{\tilde{A}}(x_i) \right), x_i \in X, i = 1, 2, 3, \dots, n, 0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x_i) \leq 1 \right\} \dots (1-2)$$

فاذا افترضنا ان  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$  يكون العنصر  $x$  ينتمي تماما الى  $\tilde{A}$  واذا  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  يكون العنصر  $x$  لا ينتمي تماما الى  $\tilde{A}$  واذا  $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.7$  يكون العنصر  $x$  ينتمي بدرجة 0.7 الى المجموعة  $\tilde{A}$ .

والشكل (1-2) يوضح المجموعة الضبابية ونلاحظ فيه ان الانتماء العنصر  $c$  يمكن ان يقع بين  $(0,1)$  والعناصر  $(a, b)$  يكون درجة انتمائها يساوي واحداً ، وان العناصر يمكن ان ينتمي للمجموعة  $A$  بدرجات انتماء مختلفة . [14]



الشكل (1-2) التمثيل البياني للمجموعة الضبابية (Fuzzy Set)

### 2-2-3 دوال العضوية (الانتماء) (*Membership Function*):

تعد دالة الانتماء من دوال المهمة في نظرية المجموعات الضبابية حيث يمكن التعبير عنها بأنها الدالة التي تولد قيم العناصر التي تنتمي الى المجموعة الضبابية والتي تقع ضمن مدى الأرقام الحقيقية في الفترة المغلقة  $[0,1]$ ، ويمكن التعبير عنها بأساليب عدة لدوال الانتماء اما ان يعبر عنها بأسلوب عددي (*Numerical Approach*) إذ يكون كمتجه من الاعداد يمثل مدى الانتماء للمجموعة الضبابية أو بأسلوب دالي (*Functional Approach*) وهذا الاسلوب يعتمد على التحليل وتكوين دالة تحدد درجة الانتماء لكل عنصر، وتأخذ دوال الانتماء اشكال متعددة وتعد من المعايير المهمة التي يجب مراعاتها لغرض الحصول على المجموعة الضبابية ويمكن تقسيمها الى [25] [18]

#### أولاً: - دوال الانتماء الخطية

تعرف دوال الانتماء الخطية بأنها تمثل قيم انتماء العناصر الى المجموعة الضبابية التي تكون على شكل خط مستقيم ومن اهم الاشكال دوال الانتماء الخطية. [3]

#### 1- الدالة المثلثية (*Triangular Function*)

وهي دالة شائعة الاستعمال التي تمتلك ثلاث معاملات  $(a, b, c)$  حد ادنى  $(a)$  وحد اعلى  $(c)$  ومشروطة بقيمة مركزية  $(b)$  وللتعبير عنها بالصيغة الآتية . [7]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{If } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{If } a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{If } b < x < c \\ 1 & \text{If } x \geq c \end{cases}$$

.....(2-2)

#### 2- دالة شبه المنحرف (*Trapezoidal Function*)

وهي دالة التي تمتلك أربعة معاملات  $(\alpha, b, c, d)$  حد ادنى  $(\alpha)$  وحد اعلى  $(d)$  ومشروطة بقيمتين مركزيين  $(b)$  و  $(c)$  ويمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية . [7]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{If } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{If } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{If } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{If } c < x \leq d \\ 1 & \text{If } x \geq d \end{cases} \quad \dots\dots\dots(3-2)$$

وهناك نوعين من الحالات الخاصة للدالة شبه المنحرف

**1- دالة شبه منحرف L- (L-Trapezoidal Function)**

وهي حالة خاصة لدالة شبه منحرف عندما يكون  $c = d = +\infty$  ويمكن التعبير عنها بالصيغة الاتية . [7]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{IF } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{IF } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{IF } x > b \end{cases} \quad \dots\dots\dots(4-2)$$

**2- دالة شبه المنحرف R- (R-Trapezoidal Function)**

وهي حالة خاصة لدالة شبه منحرف عندما يكون  $a = b = -\infty$  ويمكن التعبير عنها بالصيغة الاتية . [7]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{IF } x > d \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{IF } c \leq x \leq d \\ 1 & \text{IF } x < c \end{cases} \quad \dots\dots\dots(5-2)$$

**ثانياً: - دوال الانتماء غير الخطية: -**

تعرف دوال الانتماء غير الخطية بأنها تمثل قيم انتماء العناصر الى المجموعة الضبابية التي تكون على شكل منحني غير خطي ومن اهم اشكال دوال الانتماء غير الخطية . [3]

**1- الدالة pi** :- أي ان الدوال من هذا النوع تكون بديلاً جيداً للدوال المثلثية التي تمتلك نقطتي انقلاب تكون  $C \neq b^2$  عند كل جانب من الدالة وهي دالة مميزة بأربعة معلمات ( a , b , c ,d) أي ان a , d تمثلان معلمتي موقع منحنى الدالة و c , b تمثلان معلمتي قياس منحنى الدالة ويمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية . [7]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq a \\ 2 \left( \frac{x-a}{b-a} \right)^2 & \text{if } a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 1 - 2 \left( \frac{x-b}{b-a} \right)^2 & \text{if } \frac{a+b}{2} \leq x \leq b \\ 1 & \text{if } b \leq x \leq c \\ 1 - 2 \left( \frac{x-c}{d-c} \right)^2 & \text{if } c \leq x \leq \frac{c+d}{2} \\ 2 \left( \frac{x-d}{b-c} \right)^2 & \text{if } \frac{c+d}{2} \leq x \leq d \\ 0 & \text{if } x \geq d \end{cases} \dots\dots\dots(6-2)$$

**2- الدالة الكاوسية** :- وهي الدالة التي تمتلك تقريباً شكل الناقوس وتكون مميزة بقيمة مركزية (m) بقيمة  $\sigma$  تمثل مقياس منحنى الدالة وهي الانحراف المعياري للمجموعة الضبابية والتي كلما كانت صغيرة زاد اقتراب منحنى الدالة من القيمة المركزية ويمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية . [7]

$$\mu_A(x) = \exp \left( - \frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right) \dots\dots\dots(7-2)$$

**3- الدالة الاسية** :- هي الدالة التي تكون بمعلمة واحدة k أي ان  $k > 0$  ويمكن التعبير عنها بالصيغة الآتية . [7]

$$\mu_A(x, k) = e^{-kx} \dots \dots \dots (8 - 2)$$

**4- الدالة اللوجستية :-** هي الدالة غير خطية تحتوي عاملاً مهماً هو عامل الضبابية ( $\alpha$ ) وتتراوح

قيمتها  $(0 < \alpha < \infty)$  إذ ان عندما  $\alpha \rightarrow 0$  فان هذا يشير الى عدم وجود ضبابية اما اذا اقترب  $\alpha \rightarrow \infty$  هذا يشير الى ضبابية تكون كبيرة جدا ويمكن تعبير عنها بالصيغة الاتية . [35]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \leq x^a \\ \frac{w}{1 + ue^{ax}} & x^a \leq x \leq x^b \\ 0 & x \geq x^b \end{cases} \dots \dots \dots (9-2)$$

$\mu_A(x)$  : تمثل درجة انتماء  $x$  تتراوح قيمته بين  $[0,1]$

$(x^a, x^b)$  : تمثل الحد الأعلى والحد الأدنى لقيم  $x$

$\alpha$ : تمثل عامل الضبابية الذي يحدد شكل دالة الانتماء وتتراوح قيمته بين  $(0, \infty)$

$(w, u)$  : تمثل قيم ثابتة موجبة

**4-2-2 المجموعة الضبابية المحدبة (Convex Fuzzy Set):**

نفترض اذا كانت المجموعة الشاملة  $X$  معرفة في الفضاء الاقليدي ذا البعد  $n$  ،  $R^n$  فاذا كانت كل مجموعات القطع  $\gamma$  محدبة فان المجموعة الضبابية لكل تلك المجموعات تكون محدبة . [27]

$$\mu_A(t) \geq \min[\mu_A(r), \mu_A(s)] \dots \dots \dots (10 - 2)$$

أي ان

$$t = \rho r + (1 - \rho)s$$

$$r, s, \in R^n, \rho \in [0,1]$$

فان المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  تكون مجموعة محدبة

**5-2-2 المجموعة الضبابية المعيارية (Normalized Fuzzy Set):**

اذا كانت  $\tilde{A}$  تسمى مجموعة ضبابية معيارية اذا وجد عنصر مثل  $x$  بحيث ان الحد الأقصى لدالة الانتماء يساوي 1 . [27]

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \quad , \quad \text{لكل } x \in R$$

### 6-2-2 الأرقام الضبابية (Fuzzy Numbers):

تستعمل الأرقام الضبابية لوصف حالة عدم التأكد التي تصاحب بعض المشاهدات أو بمعنى آخر هو رقم جزئي يرمز له بالرمز  $(\tilde{A})$  لمجموعة من الأرقام الحقيقية  $(R)$  ويمتاز بما تسمى دالة الانتماء وتأتي الأرقام الضبابية غالباً ما الى اشكال متعددة وهي ثلاثية الشكل او شبه منحرف الشكل او اي شكل اخر .

والرقم الضبابي يمتاز بالشروط الاتية . [27]

- 1- يجب أن تكون مجموعة ضبابية محدبة ومجموعة معيارية .
- 2- يجب أن تكون دالة الانتماء  $\mu_{\tilde{A}}$  شبه مستمرة من الأعلى .
- 3- يجب أن تكون مجموعة المستوى  $\gamma$  محددة لكل  $\gamma \in [0,1]$  .
- 4- يجب أن تكون معرفة على مجموعة الأرقام الحقيقية  $R$  .

#### أولاً: - الرقم الضبابي المثلثي (Triangular Fuzzy Number)

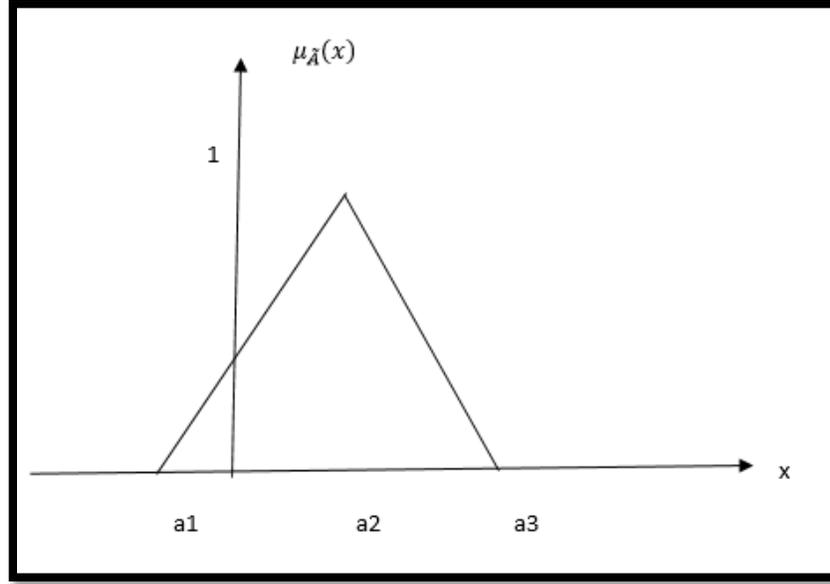
يعد هذا الرقم اكثر شيوعا لسهولة استعماله ويأخذ شكل مثلث إذ يتم تمثيله بثلاث نقاط  $(a_1, a_2, a_3)$  أي ان،  $a_1 < a_2 < a_3$  , وقاعدة المثلث الفترة  $[a_1, a_3]$  ورأسه عند  $x=a_2$  و يمكن ان يكتب بالصيغة الاتية . [27]

$$\tilde{N} = (a_1/a_2/a_3)$$

وان دالة الانتماء المثلثية للرقم الضبابي المثلثي يمكن تمثيلها كالاتي .

$$\mu_{\tilde{N}}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

.....(11-2)



الشكل (2-2) الرقم الضبابي المثلثي

**ثانياً: - الرقم الضبابي شبه المنحرف (Trapezoidal Fuzzy Number)**

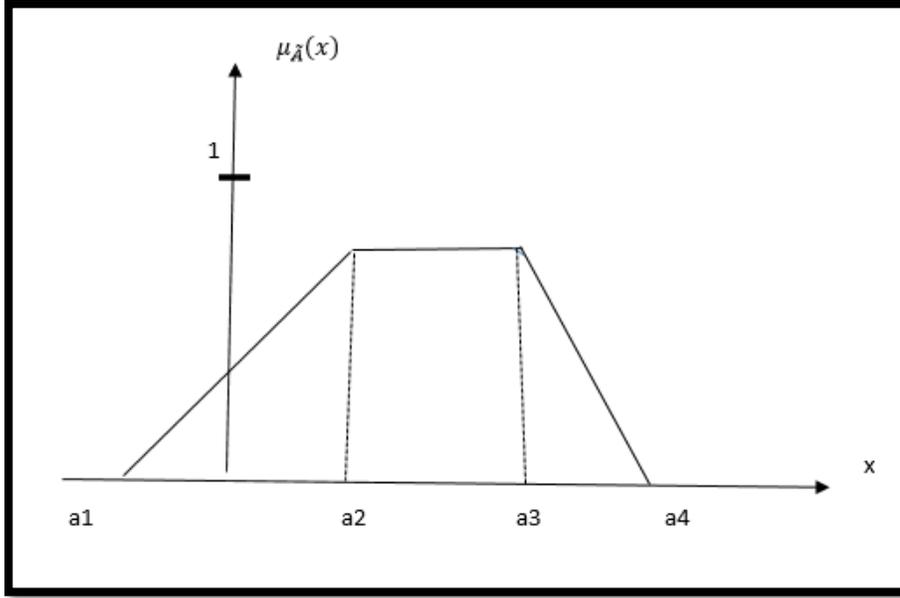
يأخذ هذا الرقم شكل شبه منحرف ويمكن تمثيله بأربع نقاط  $(a_1, a_2, a_3, a_4)$  أي ان  $(a_1 < a_2 < a_3 < a_4)$  وقاعدة المثلث الفترة  $[a_1, a_4]$  ورأسه عند الفترة  $[a_2, a_3]$  ويمكن ان يكتب بالصيغة الآتية . [27]

$$\tilde{N} = (a_1/a_2 / a_3/a_4)$$

وان دالة الانتماء شبه المنحرف للرقم الضبابي شبه المنحرف يمكن تمثيلها كالاتي .

$$\mu_{\tilde{N}}(x) = \begin{cases} \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4 - x}{a_4 - a_3} & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

.....(12-2)



الشكل (3-2) الرقم الضبابي شبه المنحرف

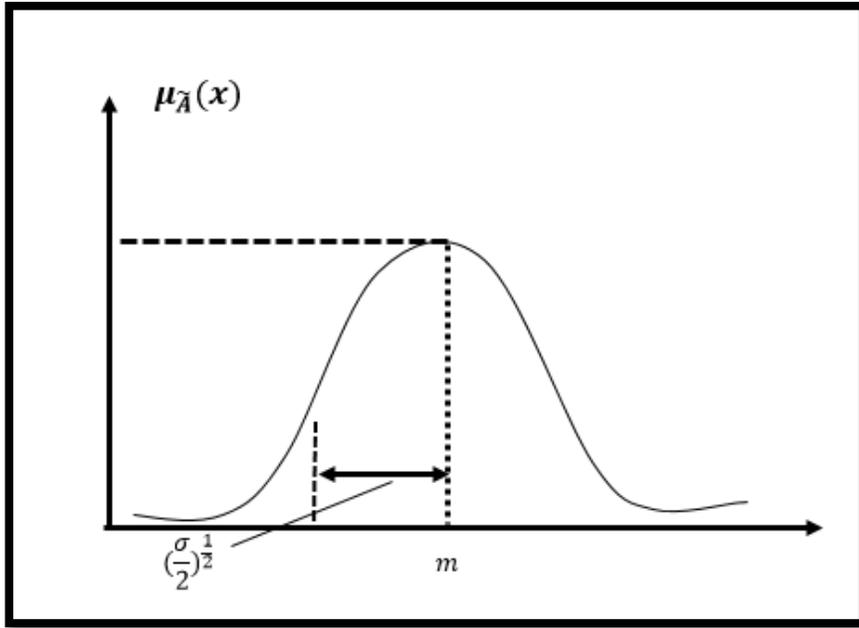
### ثالثاً: - الرقم الضبابي شكل الجرس (Bell Shape Fuzzy Number):

غالبا ما يستعمل الرقم الضبابي لشكل الجرس في التطبيقات العملية وان دالة الانتماء الخاصة به يمكن تمثيلها كالاتي . [27]

$$\mu_{\tilde{N}}(x) = \exp\left\{\frac{-(x - m_f)^2}{2\sigma_f^2}\right\}, \quad -\infty < x < \infty \quad \dots \dots \dots (13 - 2)$$

$m_f$  : يمثل متوسط الدالة

$\sigma_f^2$  : يمثل الانحراف المعياري للدالة



الشكل (4-2) الرقم الضبابي شكل الجرس

**7-2-2 القطع  $\gamma$  ( $\gamma - Cut$ ):**

وتعرف  $\gamma$  بأنها ادنى درجة انتماء الذي يمتلكها لأي عنصر في المجموعة الضبابية ( $\tilde{A}$ ) وتقع قيمتها ضمن الفترة المغلقة  $[0,1]$  . [7]

**8-2-2 مجموعة القطع  $\gamma$  ( $\gamma - Cut Set$ ):**

يعرف القطع  $\gamma$  للمجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  وهو المجموعة التقليدية التي عناصرها تنتمي للمجموعة الضبابية والتي لها درجة انتماء اكبر او يساوي  $\gamma$  ويمكن ان تكتب رياضياً بالشكل الاتي. [12] [13]

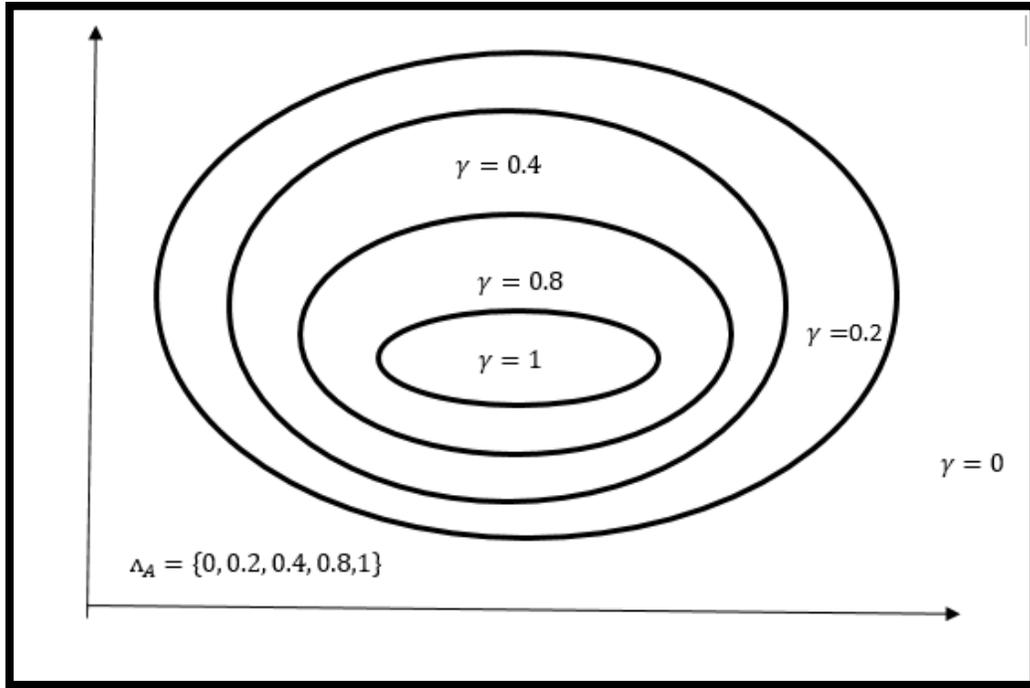
$$A^\gamma = \{\tilde{x} \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \gamma\} \quad \dots \dots \dots (14 - 2)$$

أي ان  $0 < \gamma < 1$  ، X المجموعة الشاملة

**9-2-2 مجموعة المستوى ( $\gamma$  - Level Set):**

وهي المجموعة المستحصل عليها من عدة قيم ل  $\gamma$  أي ان

$$\Lambda = \{\gamma/\mu_{\tilde{A}}(x) = \gamma, \gamma > 0, x \in X\} \quad \dots \dots \dots (15 - 2)$$



الشكل (5-2) يمثل مجموعة المستوى

نلاحظ من الشكل (5-2) انه كلما كبرت قيمة  $(\gamma)$  قل عدد العناصر التي لها درجة انتماء اكبر منها او تساويها ضمن المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  (أي ان تقل الضبابية) . [27]

### 10-2-2 فضاء العينة الضبابي (Fuzzy Sample Space):

يمثل فضاء العينة الأجزاء الضبابية  $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \dots, \tilde{x}_n)$  من  $X=(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  او بعبارة أخرى هو مجموعة المجموعات الجزئية الضبابية ل  $X$  بدوال انتماء لها قياس بوريل Borel Measure وان قياس بوريل هو كل قياس معرف على مجموعات بوريل و مجموعات بوريل أي فضاء طوبولوجي يمكن تشكيله من المجموعات المغلقة عن طريق التقاطع والاتحاد والاتمام النسبي والفضاء الطوبولوجي مجموعة كل المجموعات بوريل في  $X$  جبر سيكما والتي تسمى جبر سيكما بوريل Borel Algebra  $(\sigma -)$  ويتحقق قيد التعامد أي ان. [39][40]

$$\sum_{\tilde{x} \in X} \mu_{\tilde{x}}(x) = 1 \quad \dots \dots \dots (16 - 2)$$

لكل  $x \in X$  ويسمى أيضا نظام المعلومات الضبابية (FIS)

### 11-2-2 التوزيع الاحتمالي الضبابي (Fuzzy probability Distribution):

في نظرية الاحتمالات نفترض ان لدينا تجربة بالمجموعة الشاملة  $X$  لها فضاء احتمالي  $(X, \sigma, P_\theta)$  أي  $(X, \sigma)$  يمثل فضاء قابل للقياس و  $\sigma$  هو جبر السكما الذي يمثل كل الاحداث تكوينها من المجموعة الشاملة والتي مقياسها الاحتمالي  $p_\theta$  ينتمي الى عائلة المقاييس الإحصائية الاحتمالية  $\{p, \theta \in \Theta\}$  في  $(X, f)$  ولتكن  $A \in X$  تمثل مجموعة جزئية من المجموعة الشاملة فان احتمال أي نقطة في الفضاء الاقليدي مثل  $x$  في  $A$  يكون كالآتي

$$p_\theta(x) = \int_A dp_\theta$$

والذي يطابق

$$p(x) = \int_A \mu_A(x) dp_\theta = E(\mu_A(x)) \quad \dots \dots \dots (17 - 2)$$

أي ان احتمال وقوع أي حدث يساوي توقع دالته الانتماء

فأن كان لدينا المجموعة الضبابية  $(\tilde{A})$  في  $X$  دالة الانتماء لها  $(\mu_{\tilde{A}}(x))$  التي تربط كل عدد  $x$  في  $X$  عدد حقيقي في الفترة  $[0,1]$  إذ ان  $(\mu_{\tilde{A}}(x))$  تمثل درجة الانتماء  $x$  في  $(\tilde{A})$  فان التوزيع الاحتمالي الضبابي للقيم المجموعة الضبابية  $\tilde{x}$  هو الراسم  $p_\theta$  في  $\tilde{x}$  الى الفترة  $[0,1]$  بحيث :

$$P_\theta(\tilde{x}) = \int_X \mu_{\tilde{A}}(x) dp_\theta = E(\mu_{\tilde{A}}(x)) ; \tilde{x} \in \tilde{X} \quad \dots \dots \dots (18 - 2)$$

أي ان احتمال وقوع حدث ضبابي هو توقع دالته الانتماء

أي ان  $(p_\theta(\tilde{x}))$  يمثل مقياس احتمال العنصر  $\tilde{x}$  و  $(\mu_{\tilde{A}}(x))$  دالة الانتماء العنصر  $x$  في المجموعة الضبابية الجزئية  $(\tilde{A})$ . [32][33]

### 3-2 توزيع معكوس ويبيل (Inverse Weibull Distribution):

يعد توزيع معكوس ويبيل هو احد التوزيعات الاحتمالية المستمرة لنماذج ازمنا الحياة Lifetime models وقد قدم هذا التوزيع من عالم الرياضيات الفرنسي ( Maurice Fréchet ) ( 1973-1978 ) والذي يمتاز باستخدامات متعددة (نماذج وتحليل الحوادث الطبيعية مثل الهزات الأرضية والزلازل والفيضانات وسقوط الامطار وسرعة الرياح واختبارات الحياة وتيارات البحار والدراسات البايولوجية والدراسات الطبية ) وكذلك يستعمل في نمذجة وفيات الأاطفال الرضع وانشاء نماذج الأخطاء ونمذجة معدلات الفشل التي تسعمل كثيراً في

دراسة الموثوقية وتحليل الاشارات وهو من التوزيعات المناسبة الملائمة لعينات البقاء على قيد الحياة ويسمى أيضا توزيع فريجت . [11]

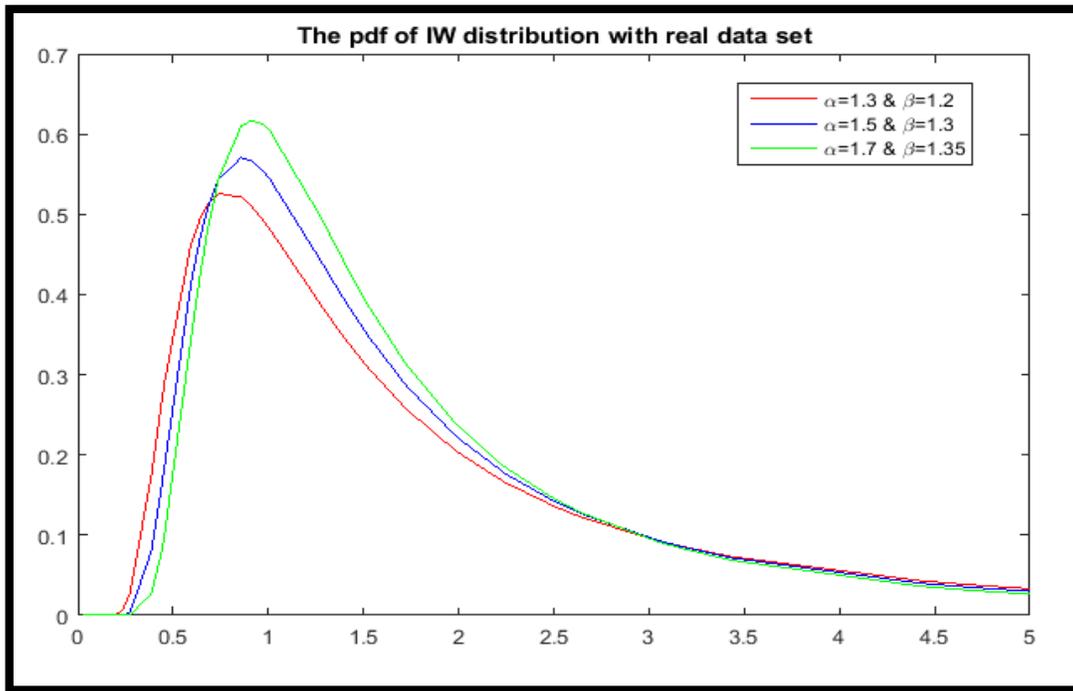
### 1-3-2 دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) (Probability Density Function):

وقد سمي الباحثان (Mundhol , Drapella) (1993) مقلوب ويبل بتوزيع معكوس ويبل Inverse Weibull) فلو كان المتغير العشوائي y الذي يتبع توزيع ويبل (Weibull Distribution) فان توزيع معكوس ويبل هو معكوس المتغير العشوائي  $x = \left(\frac{1}{y}\right)$  الذي يتوزع وفقا لتوزيع معكوس ويبل (Inverse Weibull Distribution) وان دالة الكثافة الاحتمالية في حالة البيانات الحقيقية تكون بالشكل الاتي . [8]

$$f(x, \alpha, \beta) = \alpha \beta^\alpha x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \quad , x > 0, \alpha, \beta > 0 \quad \dots (19 - 2)$$

$\alpha$  : تمثل معلمة الشكل (Shape Parameter)

$\beta$  : تمثل معلمة القياس (Scale Parameter)



الشكل (2-6) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع معكوس ويبل في حالة البيانات الحقيقية

(المصدر من اعداد الباحث)

واما دالة الكثافة الاحتمالية في حالة بيانات الضبابية باستعمال صيغة التوزيع الاحتمال الضبابي تكون بالشكل الاتي.

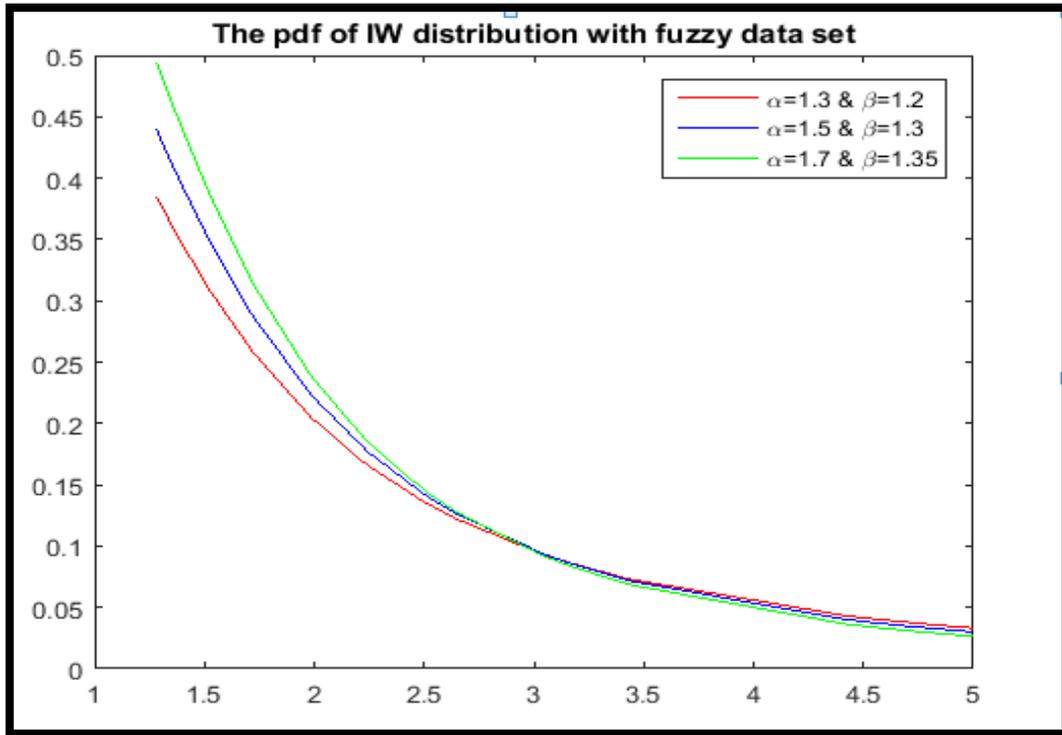
$$\tilde{f}(\tilde{x}, \alpha, \beta) = \alpha\beta^\alpha x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{A}}(x) \dots\dots\dots (20 - 2)$$

اذا ان:

$x$  : متغيراً عشوائياً

$\mu_{\tilde{A}}(x)$  : هي دالة الانتماء التي تحدد درجة الانتماء لأي قيمة من قيم  $x$  وتصبح الدالة الكثافة الاحتمالية للبيانات الضبابية بالشكل الاتي:

$$\tilde{f}(\tilde{x}, \alpha, \beta) = \alpha\beta^\alpha \tilde{x}^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{\tilde{x}}\right)^\alpha\right) \dots\dots\dots (21 - 2)$$

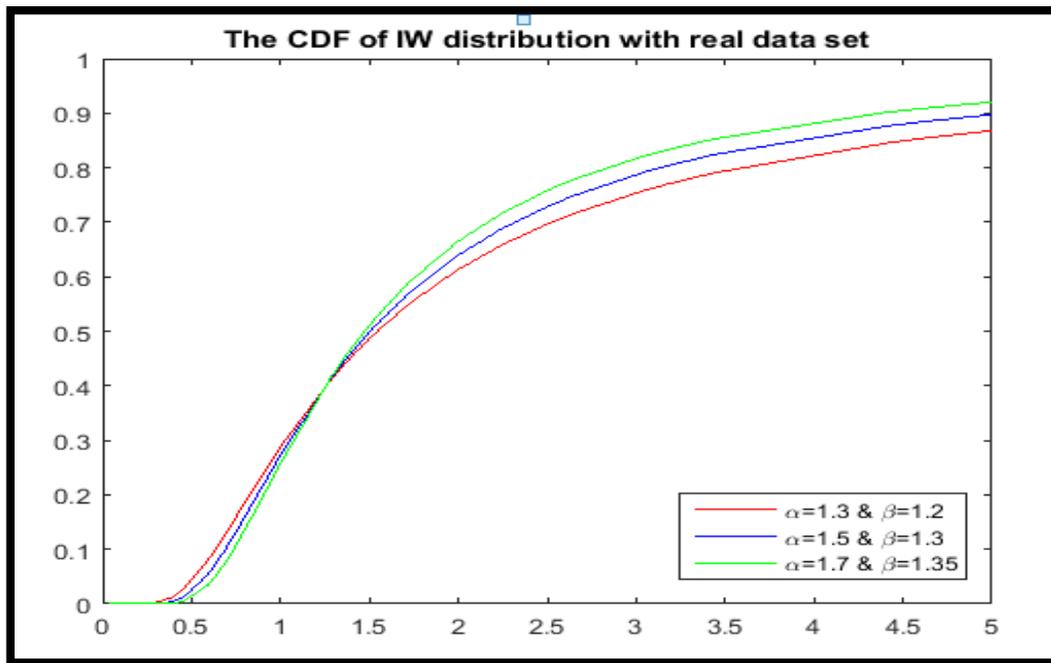


الشكل (7-2) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع معكوس وبيل في حالة البيانات الضبابية (المصدر من اعداد الباحث)

## 2-3-2 دالة التوزيعية التراكمية (CDF): (Cumulative Distribution Function)

وان دالة التوزيع التراكمي لمتغير يتبع توزيع معكوس ويبيل (Inverse Weibull) في حالة البيانات الحقيقية تكون بالشكل الاتي. [8]

$$F(x, \alpha, \beta) = p(X \leq x) = \int_0^x f(u) du = \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) ; x > 0 \quad \dots (22 - 2)$$

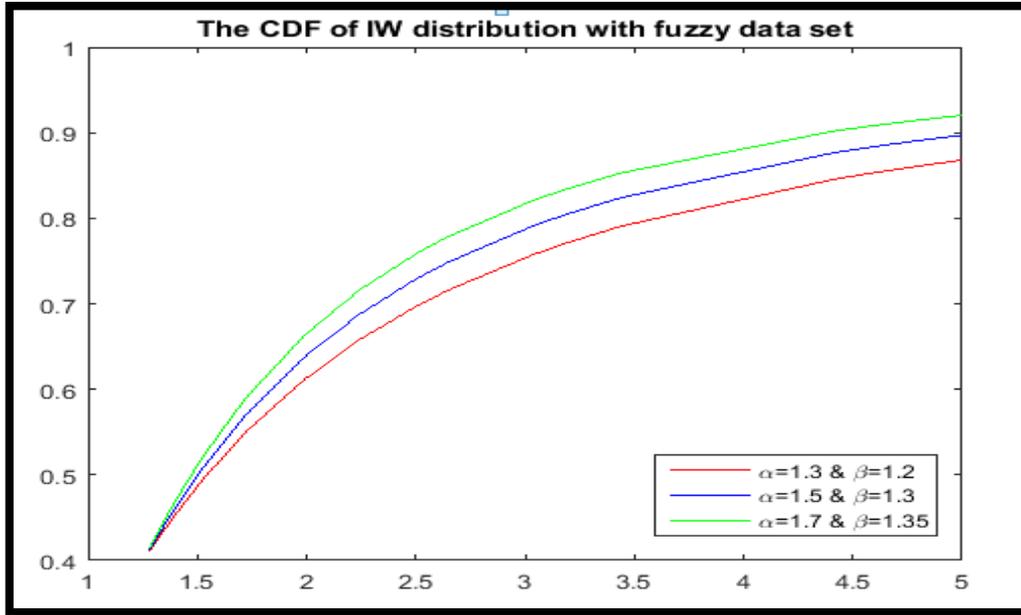


الشكل (8-2) دالة التوزيعية التراكمية لتوزيع معكوس ويبيل في حالة البيانات الحقيقية

(المصدر من اعداد الباحث)

واما دالة التوزيع التراكمي في حالة البيانات الضبابية تكون بالشكل الاتي:

$$\tilde{F}(\tilde{x}, \alpha, \beta) = \exp\left(-\left(\frac{\beta}{\tilde{x}}\right)^\alpha\right) \quad \dots \dots \dots (23 - 2)$$



الشكل (9-2) دالة التوزيعية التراكمية لتوزيع معكوس ويبيل في حالة البيانات الضبابية (المصدر من اعداد الباحث)

**4-2 دالة البقاء أوالمعولية ( The Survival and Reliability function ):**

[31][41]

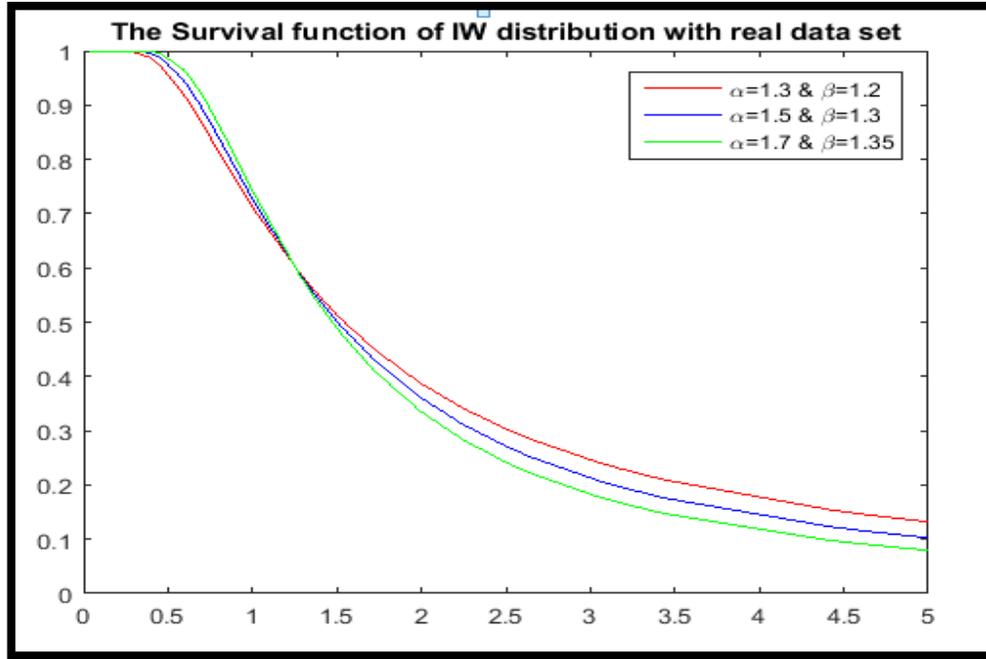
دالة البقاء على قيد الحياة ( Survival Function ) او دالة المعولية ( Reliability Function ) وهي مكملة لدالة التوزيع التراكمية وتعرف الدالة على أنها احتمال بقاء الكائن الحي او الجهاز او أي شيء اخر موضع الاهتمام على بقاء الحياة حتى الزمن المحدد t ويرمز لها بالرمز  $S(t)$  وصيغتها الرياضية هي

$$S(t) = 1 - F(t) \quad \dots \dots \dots (24 - 2)$$

أي ان دالة البقاء او المعولية هي دالة احتمالية محصورة بين الصفر والواحد او بمعنى آخر  $0 \leq S(t) \leq 1$

وتكون دالة البقاء او المعولية لتوزيع معكوس ويبيل بالشكل الاتي . [37]

$$S(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\beta}{t}\right)^\alpha\right) \quad \dots \dots \dots (25 - 2)$$

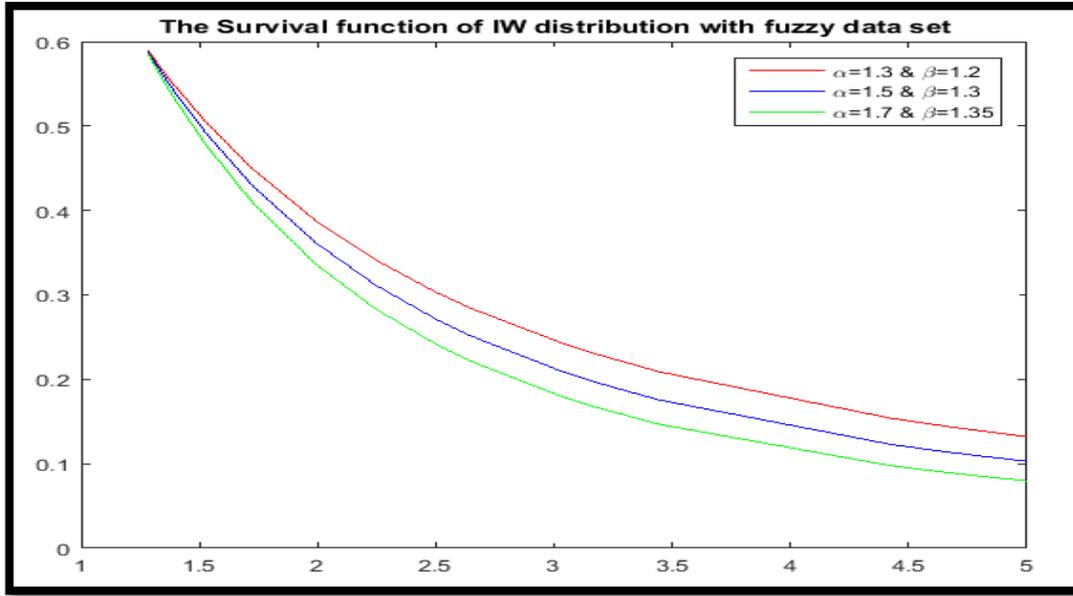


الشكل (10-2) دالة البقاء لتوزيع معكوس ويبيل في حالة البيانات الحقيقية

(المصدر من اعداد الباحث)

لكن اذا اردنا ان نقدر دالة البقاء لكائن حي او دالة المعولية لجهاز معين للفترة  $(t_1, t_2)$ ، إذ ان  $t_1$  الذي يمثل بداية مدة الحياة للكائن الحي او للجهاز الى  $t_2$  الذي يمثل نهاية مدة الكائن الحي او الجهاز ولكن من المحتمل أن الكائن الحي سوف يحدث الوفاة له او الجهاز سوف يحدث الفشل له قبل ان يصل إلى الوقت  $t_2$  وعليه تكون قيمة  $t_2$  قيمة ضبابية اذ سوف تتحول الى مفهوم دالة البقاء او دالة المعولية الضبابية لأننا نتعامل مع بيانات ضبابية لذلك تكون دالة البقاء او دالة المعولية الضبابية بالشكل الاتي .

$$\tilde{S}(\tilde{t}) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{\beta}{\tilde{t}}\right)^\alpha\right) \dots \dots \dots (26 - 2)$$



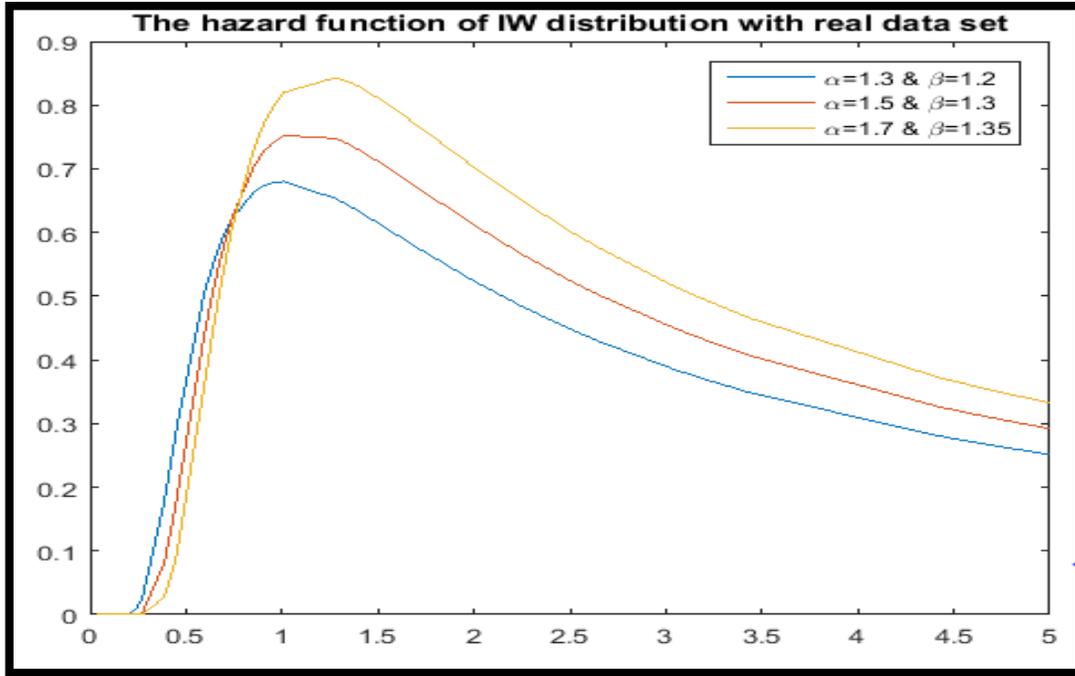
الشكل (11-2) دالة البقاء لتوزيع معكوس ويبيل في حالة البيانات الضبابية

(المصدر من اعداد الباحث)

## 5-2 دالة المخاطرة (Hazard Function):

وتسمى أيضا دالة معدل المخاطرة (Hazard rate function) وهي احتمال الفشل او معدل الفشل خلال الفترة  $(t_1, t_2)$  ويمكن استعمالها لعدة تحليلات احصائية في الطب والهندسة والاقتصاد وهي حالة شائعة الاستعمال عند تقديم النتائج في التجارب السريرية التي تنطوي على بيانات البقاء على قيد الحياة. وتكون دالة المخاطرة لتوزيع معكوس ويبيل في حالة البيانات الحقيقية بالشكل الاتي . [10][28]

$$h(t) = \frac{f(t)}{s(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = \frac{\alpha \beta^\alpha t^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{t}\right)^\alpha\right)}{1 - \exp\left(-\left(\frac{\beta}{t}\right)^\alpha\right)} \dots \dots \dots (27 - 2)$$

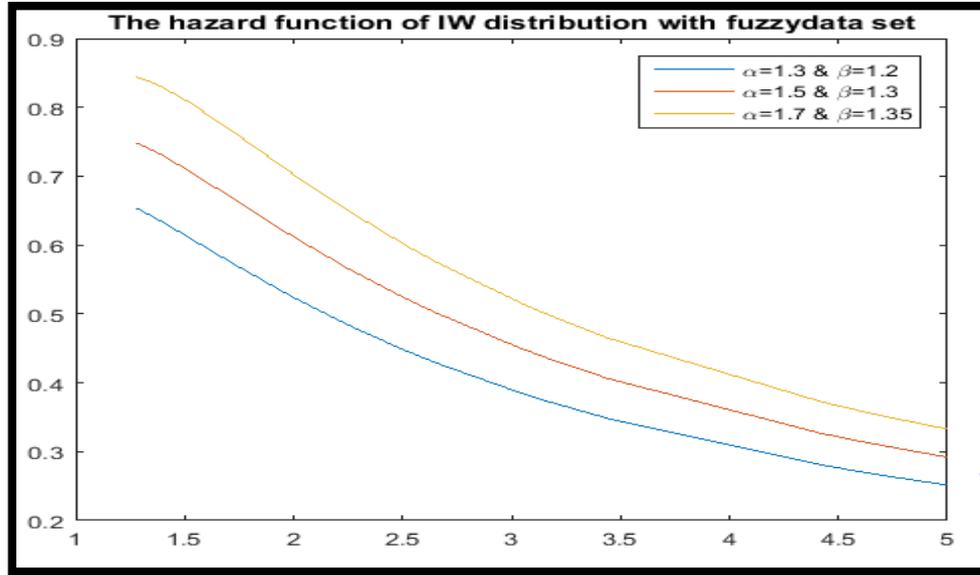


الشكل (12-2) دالة المخاطرة لتوزيع معكوس ويبيل في حالة البيانات الحقيقية

(المصدر من اعداد الباحث)

اما دالة المخاطرة لتوزيع معكوس ويبيل في حالة البيانات الضبابية تكون بالشكل الاتي .

$$\tilde{h}(\tilde{t}) = \frac{\tilde{f}(\tilde{t})}{\tilde{s}(\tilde{t})} = \frac{\alpha\beta^\alpha \tilde{t}^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{\tilde{t}}\right)^\alpha\right)}{1 - \exp\left(-\left(\frac{\beta}{\tilde{t}}\right)^\alpha\right)} \dots\dots\dots (28 - 2)$$



الشكل (2-13) دالة المخاطرة لتوزيع معكوس ويبيل في حالة البيانات الضبابية

(المصدر من اعداد الباحث)

## 6-2 التقدير بالفترة (Interval Estimation):

هو أحد انواع طرائق التقدير للمتغير العشوائي إذ تكون احدى النقاط النهائية على الاقل متغيراً عشوائياً لنفترض ان  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  متغير عشوائي من توزيع معين يمتلك دالة كثافة احتمالية  $f(x, \theta)$  و  $\theta \in \Omega$  ان  $L, U$  قيمتان احصائيتان  $L \leq U$  عندما نقول التقدير بالفترة  $(L, U)$  هي تحديد فترة الثقة  $g(\theta)$  مع معامل الثقة  $100\%(1 - \alpha)$  أي ان .

$$\text{pr}(L \leq \theta \leq U) = 1 - \alpha \quad \dots \dots \dots (29 - 2)$$

إذ ان الاحصائيتين  $L$  تمثل الحد الأدنى للفترة و  $U$  تمثل الحد الأعلى للفترة وباحتمال مقداره  $(1 - \alpha)$  أي ان  $\alpha$  تمثل احتمال الخطأ من النوع الأول بمستوى معنوية  $(0.05)$  لذا سنتعرض الى طرائق تقدير بالفترة في توزيع معكوس ويبيل. [20] [4]

## 7-2 طرائق التقدير بالفترة (Interval Estimation Methods):

يعد التقدير بالفترة أهمية كبيرة في الاستدلال الاحصائي وتكمن أهميته في تقدير معالم إ نموذج المجتمع المنسق بناء على الاحصاءات الناتجة عن العينات المأخوذة منه ولكن يمكن تحديد سلوك الظاهرة وفقاً لتوزيع احتمالي معين وهذا التوزيع يشمل معالم غير معروفة والتي يجب تحديدها هذه المعالم بإحدى طرائق

التقدير بالفترة وهناك عدة طرائق لتقدير بالفترة لمعلمات التوزيع الاحتمالي وفي هذه الرسالة سيتم استعمال ثلاثة طرائق لتقدير بالفترة لمعلمات توزيع معكوس ويبيل .

### 1-7-2 طريقة الامكان الأعظم في حالة البيانات الضبابية:

#### Fuzzy Maximum likelihood Method

إذا توفرت لدينا قياسات عينة عشوائية بحجم  $n$  ,  $x = (x_1, \dots, x_n)$  لها توزيع معكوس ويبيل Inverse Weibull Distribution بدالة الكثافة الاحتمالية .

$$f(x, \alpha, \beta) = \alpha \beta^\alpha x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \dots \dots \dots (30 - 2)$$

وليكن  $X = (X_1, \dots, X_n)$  متجه عشوائي يمثل فضاء العينة, فاذا كان  $x = (x_1, \dots, x_n)$  من متجه البيانات المشاهدة, فانه يمكن الحصول على دالة الامكان الأعظم للبيانات الكاملة (Crisp set) كالاتي .

$$L(\alpha, \beta; x) = \prod_{i=1}^n f(\alpha, \beta; x) = \alpha^n \beta^{n\alpha} \prod_{i=1}^n x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\sum_{i=1}^n \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \dots \dots \dots (31-2)$$

إذ أن  $x$  تكون مشاهدة بصورة واضحة ومتوفرة معلومات كاملة عنها. اما اذا كانت  $x$  غير مشاهدة بصورة واضحة ودقيقة وتتوفر معلومات جزئية عنها في صيغة مجموعة ضبابية جزئية (**Fuzzy subset**) بدالة انتماء  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  لها قياس بوريل, فان المشاهدة الضبابية  $\tilde{x}$  يمكن ان تعبر عن المشاهدة الجزئية عن  $x$  من المتجه العشوائي  $X$  وان دالة الانتماء  $\mu_{\tilde{A}}$  تعد كتوزيع احتمالي يفسر القيود عن تلك المشاهدة الجزئية  $\tilde{x}$ .

ان المجموعة الضبابية  $\tilde{x}$  يمكن وصفها بانها ناتجة عن خطوتين :

✓  $x$  مسحوب من  $X$

✓ المتجه المشاهد  $x$  يمثل معلومات جزئية يمثل المشاهدة وانتماء كل مشاهدة  $\mu_{\tilde{x}}(x)$

ويجب ان نلاحظ في هذا الانموذج ان الخطوة الاولى فقط تعد تجربة عشوائية ، اما الخطوة الأخرى فتتضمن تجميع معلومات عن  $x$  ونمذجة تلك المعلومات كتوزيع احتمالي ضبابي .

وان المعلومات عن  $x$  يمكن ان تتمثل بالتوزيع الاحتمالي الاتي .

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \mu_{\tilde{x}_1}(x) \times \dots \times \mu_{\tilde{x}_n}(x) \dots \dots \dots (32 - 2)$$

فاذا كانت  $x$  معطاة ويفترض ان دالة انتماءها لها قياس بوريل فأنتنا يمكن ان نحسب احتمالها وفقاً الى تعريف الاحتمال الضبابي فيمكن الحصول على دالة الامكان الاعظم للبيانات الضبابية كالاتي .

$$L(\alpha, \beta; \tilde{x}) = p(\tilde{x}; \alpha, \beta) = \int f(\tilde{x}; \alpha, \beta) \mu_{\tilde{x}}(x) dx \quad \dots \dots \dots (33 - 2)$$

وما دام ان متجه البيانات  $x$  هو تحويل من متجه عشوائي متمائل التوزيع ومستقل  $X$  , ونفترض ان دالة الانتماء المشتركة قابلة للتحليل , فان دالة الامكان الاعظم الضبابية لتوزيع معكوس ويبل الضبابي يمكن ان تكتب الصيغة الاتية .

$$L_0(\alpha, \beta; \tilde{x}) = \prod_{i=1}^n \int_0^{\infty} \alpha \beta^{\alpha} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx$$

$$L_0(\alpha, \beta; \tilde{x}) = \alpha^n \beta^{n\alpha} \prod_{i=1}^n \int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx$$

$$L^* = \log(L_0(\alpha, \beta; \tilde{x}))$$

$$= n \log(\alpha) + n\alpha \log(\beta) + \sum_{i=1}^n \log\left(\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right)$$

.....(34-2)

وان تقديرات الامكان الاعظم للمعلمت  $\alpha$  و  $\beta$  يمكن ان نحصل عليها بتعظيم  $L^*$  والاشتقاق الجزئي بالنسبة للمعلمت  $\alpha$  و  $\beta$  ومساواة النتيجة بالصفر كالاتي .

$$\frac{\partial L^*}{\partial \alpha} = \frac{n}{\alpha} + n \log(\beta) +$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \cdot \left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \cdot \ln\left(\frac{\beta}{x}\right) \cdot \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx + \int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \cdot \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx \cdot (-1) \ln(x)}{\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}$$

$$= \frac{n}{\alpha} + n \log(\beta) +$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{\int_0^{\infty} x^{-\alpha-1} x^{-1} (-\beta)^{\alpha} \ln\left(\frac{\beta}{x}\right) \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx - \int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \ln(x) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}{\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{n}{\alpha} + n \log(\beta) + \sum_{i=1}^n \frac{\int_0^{\infty} x^{-2\alpha-1} (-\beta)^{\alpha} \ln\left(\frac{\beta}{x}\right) \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx - \int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \ln(x) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}{\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx} \\
 &= \frac{n}{\alpha} + n \log(\beta) + \sum_{i=1}^n \frac{\int_0^{\infty} [(-x^{-2\alpha-1} (\beta)^{\alpha} \ln\left(\frac{\beta}{x}\right) - \int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \ln(x) \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx)]}{\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx} \\
 &= \frac{n}{\hat{\alpha}} + n \log(\hat{\beta}) - \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\int_0^{\infty} \left[ \left( x^{-(\hat{\alpha}+1)} \ln(x) + x^{-2\hat{\alpha}-1} (\hat{\beta})^{\hat{\alpha}} \ln\left(\frac{\hat{\beta}}{x}\right) \right) \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}}{x}\right)^{\hat{\alpha}}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx \right]}{\int_0^{\infty} x^{-(\hat{\alpha}+1)} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}}{x}\right)^{\hat{\alpha}}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx} \right] = 0 \dots (35 - 2)
 \end{aligned}$$

والآن نشق بالنسبة لـ  $\beta$  وكالاتي .

$$\begin{aligned}
 L^* &= \log(L_0(\alpha, \beta; \tilde{x})) \\
 &= n \log(\alpha) + n\alpha \log(\beta) + \sum \log\left(\int x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{1}{x}\right)^{\alpha} \beta^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial \beta} = \frac{n\alpha}{\beta} + \sum_{i=1}^n \frac{\int x^{-\alpha-1} \cdot (-x^{-\alpha}) \alpha \beta^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{1}{x}\right)^{\alpha} \beta^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx + 0}{\int x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial \beta} = \frac{n\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} - \sum_{i=1}^n \frac{\int_0^{\infty} x^{-\alpha-1} \left(\frac{\hat{\beta}}{x}\right)^{\hat{\alpha}} \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}}{x}\right)^{\hat{\alpha}}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}{\int_0^{\infty} x^{-(\hat{\alpha}+1)} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}}{x}\right)^{\hat{\alpha}}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx} = 0$$

.....(36-2)

ونلاحظ من الصيغ (35-2) و (36-2) بأنه ليس هنالك صيغة مغلقة للحل، لذلك سوف نبحث عن التكرار الرقمي لنحصل على مقدرات الامكان الاعظم وذلك باستعمال طريقة نيوتن رافسون *Newton-Raphson method* حتى نحصل على تقريبات للمقدرات الامكان الاعظم الضبابية  $\hat{\alpha}_{fmle}$  و  $\hat{\beta}_{fmle}$  وكالاتي .

ليكن  $\theta = (\alpha, \beta)^T$  متجه المعلمات , فان عند الخطوة  $(h + 1)$  من عمليات التكرار يمكن الحصول على المعلمات كالاتي .

$$\theta^{h+1} = \theta^h - \left[ \frac{\partial^2 L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \theta \partial \theta^T} \Big|_{\theta=\theta^h} \right]^{-1} \cdot \left[ \frac{\partial L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \theta} \Big|_{\theta=\theta^h} \right]$$

إذ أن :-

$$\frac{\partial L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \theta} = \begin{pmatrix} \frac{\partial L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \beta} \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \theta \partial \theta^T} = \begin{pmatrix} \frac{\partial L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \alpha^2} & \frac{\partial L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \alpha \partial \beta} \\ \frac{\partial L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \alpha \partial \beta} & \frac{\partial L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{\partial \beta^2} \end{pmatrix}$$

أذ أن :

$$S_1 = \frac{\partial L^{*2}}{\partial \alpha^2} = -\frac{n}{\alpha^2} - \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{\left( \int_0^\infty x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx \right)} \left( \int_0^\infty \ln(x)^2 \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha + 2 \ln(x) \ln\left(\frac{\beta}{x}\right) - \ln\left(\frac{\beta}{x}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha \ln\left(\frac{\beta}{x}\right)^2 \right) \cdot \left( x^{-\alpha-1} \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx \right) + \frac{\left( \int_0^\infty \ln(x) + \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha \ln\left(\frac{\beta}{x}\right) \right) \cdot \left( x^{-\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx \right)^2}{\left( \int_0^\infty x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx \right)^2} \right)$$

$$S_2 = \frac{\partial L^{*2}}{\partial \beta^2} = -\frac{n\alpha}{\beta^2}$$

$$-\sum_{i=1}^n \frac{\left(\frac{\alpha^2}{\beta^2} - \frac{\alpha}{\beta^2} - \frac{\alpha^2}{\beta^2} \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \cdot \left(x^{-\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right)\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}{\int_0^\infty x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}$$

$$+ \frac{\int_0^\infty x^{-\alpha-1} \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha \frac{\alpha}{\beta} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}{\left(\int_0^\infty x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right)^2}$$

$$S_3 = \frac{\partial L^{*2}}{\partial \alpha \partial \beta} = -\frac{n}{\beta} - \sum_{i=1}^n \left( \frac{-\ln(x) \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\alpha}{\beta} + \frac{1}{\beta} - \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha \ln(x) \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left(x^{-\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right)\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}{\left(\int_0^\infty x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right)} + \right.$$

$$\left. \frac{\int_0^\infty x^{-\alpha-1} \ln(x) \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) + x^{-\alpha-1} \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha \ln\left(\frac{\beta}{x}\right) \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx \cdot \int_0^\infty x^{-\alpha-1} \left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha \frac{\alpha}{\beta} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx}{\left(\int_0^\infty x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right)^2} \right)$$

ونستمر بعملية التكرار **Replication** حتى التقارب , اي حتى يكون  $|\theta^{h+1} - \theta^h|$  اقل من  $\varepsilon$  بحيث ان  $\varepsilon > 0$  وهو عدد صغير جدا .

ولإيجاد التقدير بالفترة لمعاملات توزيع معكوس ويبل باستعمال طريقة الامكان الأعظم الضبابية, وتسمى طريقة (Wald Technique) نجد اولاً مصفوفة التباين والتباين المشترك للمعاملات المراد تقدير فترة الثقة لها باستعمال خاصية (*Gramer - Roa lower Bound*) والذي يساوي معكوس محدد مصفوفة معلومات فيشر المشاهدة وكالاتي .

$$\Sigma = -\frac{1}{I(\hat{\alpha}, \hat{\beta})}$$

مصفوفة معلومات فيشر يمكن ان تستخرج كالاتي .

$$I(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = -E \begin{pmatrix} S_1 & S_3 \\ S_3 & S_2 \end{pmatrix}$$

اي ان مصفوفة التباين والتباين المشترك للمعاملات المراد تقدير (فترة) الثقة لها يكون كالاتي .

$$\Sigma = \frac{1}{E \begin{pmatrix} -S_1 & -S_3 \\ -S_3 & -S_2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}^2(\hat{\alpha}) & \hat{\sigma}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \\ \hat{\sigma}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) & \hat{\sigma}^2(\hat{\beta}) \end{pmatrix}$$

فان فترات الثقة للمعلمات المراد تقديرها يمكن ان يستخرج وفقاً لنظرية المقاربة لـ MLE ، فإن توزيع المعاينة .

$$z = \frac{\hat{\alpha} - \alpha}{\sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\alpha})}}$$

$$z = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{\hat{\beta}^2(\hat{\alpha})}}$$

يمكن أن يقرب باستعمال التوزيع الطبيعي القياسي بفترة ثقة 95% فان فترة الثقة لكل معلمة من المعلمات تستخرج كالاتي . [29]

$$\hat{\alpha} - Z_{1-\frac{\psi}{2}}\sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\alpha})} < \alpha < \hat{\alpha} + Z_{1-\frac{\psi}{2}}\sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\alpha})} \dots\dots\dots (37 - 2)$$

$$\hat{\beta} - Z_{1-\frac{\psi}{2}}\sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\beta})} < \beta < \hat{\beta} + Z_{1-\frac{\psi}{2}}\sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\beta})} \dots\dots\dots (38 - 2)$$

### 2-7-2 طريقة White في حالة البيانات الضبابية:

#### Fuzzy White Method

تعتمد طريقة White بصورة اساسية في تطبيقها على دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية (CDF) للتوزيع المراد تقدير معلماته وتحويل صيغة الدالة الى صيغة شبيهة بمعادلة الانحدار الخطي، فاذا كان المتغير العشوائي  $T$  له توزيع معكوس ويبل تقليدي بدالة كثافة احتمالية  $IW(\alpha, \beta)$  فان المتغير العشوائي الضبابي  $\tilde{T}$  المقابل له توزيع معكوس بدالة كثافة احتمالية ضبابية  $\tilde{IW}(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$  بالخواص الاتية:

لكل  $t \in [0, \infty)$  فان دالة التوزيع الضبابي التراكمي

(The Cumulative Fuzzy Distribution Function) تكون .

$$\begin{aligned} \tilde{F}(t) &= \int_0^{\tilde{kt}} f(u) du = \int_0^{\tilde{kt}} \alpha\beta^\alpha u^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{u}\right)^\alpha\right) du \\ &= \alpha\beta^\alpha \int_0^{\tilde{kt}} u^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{u}\right)^\alpha\right) du \end{aligned}$$

$$\text{Let: } Z = \left(\frac{\beta}{u}\right)^\alpha \rightarrow z^{\frac{1}{\alpha}} = \frac{\beta}{u} \rightarrow u = \beta z^{-\frac{1}{\alpha}} \rightarrow du = -\frac{\beta}{\alpha} z^{-\frac{1}{\alpha}-1} dz$$

لذلك فان :

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\tilde{t}) &= \alpha \beta^\alpha \int_0^{\left(\frac{\beta}{\tilde{k}\tilde{t}}\right)^\alpha} (\beta z^{-\frac{1}{\alpha}})^{-(\alpha+1)} \exp(-z) \cdot -\frac{\beta}{\alpha} z^{-\frac{1}{\alpha}-1} dz \\ &= -\frac{\alpha}{\alpha} \beta^\alpha \beta^{-\alpha-1} \beta^1 \int_0^{\left(\frac{\beta}{\tilde{k}\tilde{t}}\right)^\alpha} \left(z^{1-\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\alpha}-1}\right) \exp(-z) dz \\ &= \int_0^{\left(\frac{\beta}{\tilde{k}\tilde{t}}\right)^\alpha} \exp(-z) dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{F}(\tilde{t}) &= \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}}{\tilde{k}\tilde{t}}\right)^{\hat{\alpha}}\right) \\ &= \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}}{\tilde{t}}\right)^{\hat{\alpha}}\right) \end{aligned}$$

.....(39-2)

والمعادلة (39-2) تمثل دالة التوزيع التراكمي الضبابية لتوزيع معكوس وبيبل ومنها نستخرج مقدرات معاملات التوزيع بأخذ اللوغاريتم الطبيعي لطرفي المعادلة (39-2) وكما يأتي .

$$\log \tilde{F}(\tilde{t}) = -\left(\frac{\hat{\beta}}{\tilde{t}}\right)^{\hat{\alpha}}$$

$$\log \tilde{F}(\tilde{t})^{-1} = \left(\frac{\hat{\beta}}{\tilde{t}}\right)^{\hat{\alpha}}$$

$$\text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t})^{-1}) = \hat{\alpha} \text{Log} \left(\frac{\hat{\beta}}{\tilde{t}}\right)$$

$$\text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t})^{-1}) = \hat{\alpha} \text{Log} \hat{\beta} - \hat{\alpha} \text{Log} \tilde{t} \quad \dots \dots \dots (40 - 2)$$

وان انموذج الانحدار الخطي البسيط يكتب كالاتي .

$$Y = a + bx$$

$$Y = \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t})^{-1})$$

$$a = \hat{\alpha} \text{Log} \hat{\beta}$$

$$b = \hat{\alpha}$$

$$x = \text{Log} \tilde{t}$$

بعد ذلك نختار معاملات الانحدار  $a, b$  التي تجعل مجموع مربعات الانحرافات العشوائية اقل ما يمكن , اي ان .

$$\begin{aligned} Q(a, b) &= \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - a - b \log(\tilde{t}_i) \right)^2 \end{aligned}$$

ولإيجاد مقدرات  $a, b$  التي تجعل مجموع مربعات الاخطاء العشوائية اقل ما يمكن نشق  $Q$  بالنسبة لـ  $a, b$  ونساوي المشتقات بالصفر ينتج .

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (\text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - a - b \log(\tilde{t}_i))(-1) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (\text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - a - b \log(\tilde{t}_i)) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - n\hat{a} - \hat{b} \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i) = 0$$

$$n\hat{a} = \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - \hat{b} \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i)$$

$$\hat{a}_{ols} = \frac{\sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - \hat{b} \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i)}{n} \dots \dots \dots (41 - 2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (\text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - a - b \log(\tilde{t}_i)) \log(\tilde{t}_i) (-1) = 0$$

$$= \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i) \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - \hat{a} \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i) - \hat{b} \sum_{i=1}^n \text{Log}^2(\tilde{t}_i) = 0 \quad \dots\dots\dots(42-2)$$

نعوض معادلة (41-2) في (42-2) ينتج :

$$\begin{aligned} \hat{b}_{ols} &= \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i) \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) \\ &\quad - \frac{\sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - \hat{b} \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i)}{n} \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i) \\ &\quad - \hat{b} \sum_{i=1}^n \text{Log}^2(\tilde{t}_i) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{b}_{ols} &= \sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i) \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) \\ &\quad - \frac{\sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - \hat{b} (\sum_{i=1}^n \log(\tilde{t}_i))^2}{n} \\ &\quad - \hat{b} \sum_{i=1}^n \text{Log}^2(\tilde{t}_i) = 0 \end{aligned}$$

$$\hat{b}_{ols} = \frac{n \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1})}{n \sum_{i=1}^n \text{Log}^2(\tilde{t}_i) - (\sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i))^2} \quad \dots\dots\dots(43-2)$$

اذن:

$$\hat{\alpha}_{white} = \hat{b}_{ols} = \frac{n \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1}) - \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i)^{-1})}{n \sum_{i=1}^n \text{Log}^2(\tilde{t}_i) - (\sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i))^2} \quad \dots\dots\dots(44-2)$$

$$\hat{\beta}_{white} = \exp\left(\frac{\hat{a}_{ols}}{\hat{a}_{white}}\right)$$

$$= \exp\left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i))^{-1} - \hat{b} \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i)}{n}}{n \frac{\sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i))^{-1} - \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i))^{-1}}{\sum_{i=1}^n \text{Log}^2(\tilde{t}_i) - (\sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i))^2}}}\right) \dots\dots\dots(45-2)$$

اما تبين الميل الحدي لمعادلة الانحدار في الصيغة (40-2) يستخرج كالآتي .  
 يمكن اعادة كتابة الصيغة (44-2) كالآتي .

$$\hat{\alpha}_{white} = \hat{b}_{ols} = \frac{n \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i))^{-1} - \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i) \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i))^{-1}}{n \sum_{i=1}^n \text{Log}^2(\tilde{t}_i) - (\sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i))^2} \dots\dots\dots(46-2)$$

ليكن:  $X_i = \sum_{i=1}^n \text{Log}(\tilde{t}_i)$  ,  $Y_i = \sum_{i=1}^n \text{Log}(\log \tilde{F}(\tilde{t}_i))^{-1}$   
 لذلك فان :

$$\hat{\alpha}_{white} = \hat{b}_{ols} = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - \sum_{i=1}^n X_i \sum_{i=1}^n Y_i}{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - (\sum_{i=1}^n X_i)^2} \dots\dots\dots(47 - 2)$$

وباستعمال الانحرافات مشاهدات قيم المتغير المستقل والقيم الأصلية للمتغير المعتمد يمكن الوصول اليه بإعادة كتابة الصيغة (47-2) كالآتي .

$$\hat{b}_{ols} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i Y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n x_i (Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^n x_i Y_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \dots\dots\dots(48 - 2)$$

ويمكن اعادة كتابة الصيغة (48-2) كالآتي .

$$\hat{b}_{ols} = \sum_{i=1}^n w_i Y_i \dots\dots\dots(49 - 2)$$

اذ ان:

$$w_i = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \dots \dots \dots (50 - 2)$$

ومن الصيغة (50-2) نلاحظ بان الميل الحدي المقدر  $\hat{b}_{ols}$  ما هو الا دالة خطية في المتغير العشوائي  $Y_i$ .  
 بإعادة الترتيب نحصل على .

$$\begin{aligned} \hat{b}_{ols} &= \sum_{i=1}^n w_i (a + bX_i + U_i) \\ &= a \sum_{i=1}^n w_i + b \sum_{i=1}^n w_i X_i + \sum_{i=1}^n w_i U_i \dots \dots \dots (51 - 2) \end{aligned}$$

ومن معادلة (51-2) نلاحظ ان  $\sum_{i=1}^n w_i = 0$  و  $\sum_{i=1}^n w_i X_i = 1$  لذلك فان :

$$\hat{b}_{ols} = b + \sum_{i=1}^n w_i U_i \dots \dots \dots (52 - 2)$$

من معادلة (52-2)

$$\begin{aligned} \hat{b}_{ols} - b &= \sum_{i=1}^n w_i U_i \\ (\hat{b}_{ols} - b)^2 &= \sum_{i=1}^n w_i^2 U_i^2 + 2 \sum_{i < j} w_i w_j U_i U_j \dots \dots \dots (53 - 2) \end{aligned}$$

وبأخذ التوقع لطرفي معادلة (53-2) نحصل على .

$$E(\hat{b}_{ols} - b)^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 E U_i^2 + 2 \sum_{i < j} w_i w_j E(U_i U_j)$$

$$\begin{aligned} Var(\hat{b}_{ols}) &= \sigma_u^2 \sum_{i=1}^n w_i^2 \\ &= \sigma_u^2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right)^2 \\ &= \frac{\sigma_u^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \dots \dots \dots (54 - 2) \end{aligned}$$

لذلك فان تباين مقدر White يكون كالآتي .

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{b}_{white}) &= \frac{\sigma^2_u}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \\ &= \frac{\sigma^2_u}{\sum_{i=1}^n (\sum_{i=1}^n \text{Log}(\hat{t}_i) - \overline{\text{Log}(\hat{t}_i)})^2} \dots\dots\dots (55 - 2) \end{aligned}$$

اما تبين الحد الثابت a يستخرج كالآتي .

$$\begin{aligned} a_{ols} &= \bar{Y} - b\bar{X} \\ &= \bar{Y} - (\sum_{i=1}^n w_i Y_i) \bar{X} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n} - \bar{X} \sum_{i=1}^n w_i Y_i \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} \sum_{i=1}^n w_i \right) Y_i \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} \sum_{i=1}^n w_i \right) (a + b X_i + U_i) \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right) a + \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right) b X_i + \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right) U_i \\ &= a + \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right) U_i \end{aligned}$$

$$a_{ols} - a = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right) U_i$$

$$U_i U_j (a_{ols} - a)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right)^2 U_i^2 + 2 \sum_{i < j} \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right) \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_j \right)$$

$$E(U_i U_j) E(a_{ols} - a)^2 = E U_i^2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right)^2 + 2 \sum_{i < j} \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right) \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_j \right)$$

$$\text{Var}(a_{ols}) = \sigma^2_u \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \bar{X} w_i \right)^2$$

.....(56-2)

فان مقدر White للحد الثابت يكون كالآتي .

$$\begin{aligned} \text{Var}(a_{white}) &= \sigma^2_u \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \left( \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right) \frac{x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right)^2 \\ &= \sigma^2_u \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \left( \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \right) \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \right)^2 \end{aligned}$$

$$= \sigma^2_u \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n X_i}{n \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \right)^2 \dots\dots\dots(57-2)$$

فان فترات الثقة للمعاملات المراد تقديرها يمكن ان يستخرج باعتبار ان مقدرات المربعات الصغرى كالاتي .

$$t = \frac{\hat{\alpha} - \alpha}{\sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\alpha})}}$$

$$t = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{\hat{\beta}^2(\hat{\alpha})}}$$

يمكن أن يقرب باستعمال التوزيع الطبيعي القياسي بفترة ثقة 95% فان فترة الثقة لكل معلمة من المعلمات تستخرج كالاتي . [17]

$$\hat{\alpha} - t_{n-k-1, \frac{\Psi}{2}} \sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\alpha})} < \alpha < \hat{\alpha} + t_{n-k-1, \frac{\Psi}{2}} \sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\alpha})} \dots\dots\dots(58 - 2)$$

$$\hat{\beta} - t_{n-k-1, \frac{\Psi}{2}} \sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\beta})} < \beta < \hat{\beta} + t_{n-k-1, \frac{\Psi}{2}} \sqrt{\hat{\sigma}^2(\hat{\beta})} \dots\dots\dots(59 - 2)$$

**3-7-2 طريقة الامكان الأعظم النسبية في البيانات الضبابية: [32][33]**

**Fuzzy Relative Maximum likelihood Method**

فان دالة الإمكان الأعظم الضبابية لتوزيع معكوس ويبل الضبابي يمكن ان تكتب الصيغة الاتية .

$$L_0(\alpha, \beta; \tilde{x}) = \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \alpha \beta^\alpha x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx$$

$$L_0(\alpha, \beta; \tilde{x}) = \alpha^n \beta^{n\alpha} \prod_{i=1}^n \int_0^\infty x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx$$

$$L^* = \log(L_0(\alpha, \beta; \tilde{x}))$$

$$= n \log(\alpha) + n\alpha \log(\beta) + \sum_{i=1}^n \log\left(\int_0^\infty x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^\alpha\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right) \dots (60 - 2)$$

وإذا تم تعويض المعلمات المقدرة بطريقة الامكان الأعظم الضبابية  $\hat{\alpha}_{fmle}$  و  $\hat{\beta}_{fmle}$  في معادلة (60) نحصل على الآتي .

$$L^*(\hat{\alpha}_{fmle}, \hat{\beta}_{fmle}, \tilde{x}) = n \log(\hat{\alpha}_{fmle}) + n \hat{\alpha}_{fmle} \log(\hat{\beta}_{fmle}) + \sum_{i=1}^n \log\left(\int_0^{\infty} x^{-(\hat{\alpha}_{fmle}+1)} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}_{fmle}}{x}\right)^{\hat{\alpha}_{fmle}}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right) \dots \dots \dots (61-2)$$

فان دالة الامكان النسبية (Relative Likelihood Function) نحصل عليها بقسمة معادلة (60-2) على معادلة (61-2) ونحصل على الآتي:

$$R(\alpha, \beta; \tilde{x}) = \frac{L^*(\alpha, \beta; \tilde{x})}{L^*(\hat{\alpha}_{fmle}, \hat{\beta}_{fmle}, \tilde{x})} = \frac{\log(\alpha) + n\alpha \log(\beta) + \sum_{i=1}^n \log\left(\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right)}{\log(\hat{\alpha}_{fmle}) + n \hat{\alpha}_{fmle} \log(\hat{\beta}_{fmle}) + \sum_{i=1}^n \log\left(\int_0^{\infty} x^{-(\hat{\alpha}_{fmle}+1)} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}_{fmle}}{x}\right)^{\hat{\alpha}_{fmle}}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right)} \dots \dots \dots (62-2)$$

إذا رمزنا الى مقدر الامكان الاعظم للمعلمة  $\alpha$  بمعلومية المعلمة  $\beta$  بالرمز  $\hat{\alpha}(\beta)$  فان مقدر الامكان الاعظم النسبي للمعلمة  $\beta$  يمكن الحصول عليها بتعظيم دالة الامكان للتوزيع وكالآتي:

$$L_p(\beta) = \max_{\alpha} L^*(\alpha, \beta; \tilde{x}) = L^*(\hat{\alpha}(\beta), \beta; \tilde{x}) = \max_{\alpha} \log(\hat{\alpha}(\beta)) + n \hat{\alpha}(\beta) \log(\beta) + \sum_{i=1}^n \log\left(\int_0^{\infty} x^{-(\hat{\alpha}(\beta)+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\hat{\alpha}(\beta)}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx\right) \dots \dots \dots (63-2)$$

ونقوم بتعظيم الدالة  $L_p(\beta)$  وذلك بالاشتقاق بالنسبة للمعلمة  $\beta$  ومساواة المشتقة بالصفر وكالآتي:

$$R_p(\beta) = \frac{\partial L_p(\beta)}{\partial \beta} = \frac{n \hat{\alpha}(\beta)}{\beta} + \sum_{i=1}^n \frac{x^{-(\hat{\alpha}(\beta)+1)} \hat{\alpha}(\beta) \left(\frac{\beta}{x}\right)^{\hat{\alpha}(\beta)-1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\hat{\alpha}(\beta)}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x)}{\int_0^{\infty} x^{-(\hat{\alpha}(\beta)+1)} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\hat{\alpha}(\beta)}\right) \mu_{\tilde{x}_i}(x) dx} = 0 \dots \dots \dots (64-2)$$

ولإيجاد مقدر الامكان الاعظم النسبي للمعلمة  $\alpha$  يمكن الحصول عليه كالآتي:

$$L_p(\alpha) = \max_{\alpha} L^*(\alpha, \beta; \tilde{x}) = L^*(\alpha, \hat{\beta}(\alpha); \tilde{x})$$

$$= \max_{\alpha} \text{Log}(\alpha) + n\alpha \log(\hat{\beta}(\alpha)) + \sum_{i=1}^n \log\left(\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}(\alpha)}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\hat{x}_i}(x) dx \dots \dots \dots (65 - 2)$$

ونقوم بتعظيم الدالة  $L_p(\alpha)$  وذلك بالاشتقاق بالنسبة للمعلمة  $\alpha$  ومساواة المشتقة بالصفر وكالاتي:

$$R_p(\alpha) = \frac{\partial L_p(\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{1}{\hat{\alpha}} + n \log(\hat{\beta}(\alpha)) + \frac{\sum_{i=1}^n x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}(\alpha)}{x}\right)^{\alpha}\right) \log\left(\frac{\hat{\beta}(\alpha)}{x}\right) \mu_{\hat{x}_i}(x) - (\alpha + 2)x^{-(\alpha+2)} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}(\alpha)}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\hat{x}_i}(x)}{\int_0^{\infty} x^{-(\alpha+1)} \exp\left(-\left(\frac{\hat{\beta}(\alpha)}{x}\right)^{\alpha}\right) \mu_{\hat{x}_i}(x) dx} = 0$$

.....(66-2)

فان فترة الثقة  $100\psi\%$  حسب مقدرات الامكان الاعظم النسبية للمعلمة  $\beta$  هي مجموعة كل القيم التي تحقق:

$$R_p(\beta) \geq \psi \dots \dots \dots (67 - 2)$$

ويأخذ اللوغاريتم الطبيعي لكلا طرفي المعادلة (67-2) نحصل على الآتي:

$$r_p(\beta) = \text{Log}(R_p(\beta)) \geq \text{Log}(\psi) \dots \dots \dots (68 - 2)$$

اذ ان  $r_p(\beta)$  هي اللوغاريتم الطبيعي لدالة الامكان النسبية الجزئية للمعلمة  $\beta$

فان فترة الثقة الامكان الاعظم النسبية يمكن الحصول عليها بحل المعادلتين الآتيتين:

$$r_p(\beta) - \text{Log}(\psi) = 0 \dots \dots \dots (69 - 2)$$

$$r_p(\beta) - \text{Log}(0.147) = 0 \dots \dots \dots (70 - 2)$$

والمعادلتان (69-2) و (70-2) يمكن حلها باستعمال طريقة القاطع (Bisection Method) وان فترة

الثقة  $100\psi\%$  حسب مقدرات الامكان الاعظم النسبية للمعلمة  $\alpha$  هي مجموعة كل القيم التي تحقق:

$$R_p(\alpha) \geq \psi \dots \dots \dots (71 - 2)$$

ويأخذ اللوغاريتم الطبيعي لكلا طرفي المعادلة (71-2) نحصل على الآتي:

$$r_p(\alpha) = \text{Log}(R_p(\alpha)) \geq \text{Log}(\psi) \dots \dots \dots (72 - 2)$$

اذ ان  $r_p(\beta)$  هي اللوغاريتم الطبيعي لدالة الامكان النسبية الجزئية للمعلمة  $\alpha$

فان فترة الثقة الإمكان الاعظم النسبية يمكن الحصول عليها بحل المعادلتين الآتيتين:

$$r_p(\alpha) - \text{Log}(\psi) = 0 \quad \dots \dots \dots (73 - 2)$$

$$r_p(\alpha) - \text{Log}(0.147) = 0 \quad \dots \dots \dots (74 - 2)$$

والمعادلتان (73-2) و (74-2) يمكن حلها باستعمال طريقة القاطع (Bisection Method) [30]

## **8-2 معايير مقارنة طرائق التقدير: (Criteria for comparing estimation)**

### **(methods)**

1- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعلمت التوزيع (IWD)

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{\theta}_i - \theta)^2 \quad \dots \dots \dots (75 - 2)$$

اذ ان

$\theta$  : تمثل القيم الافتراضية لمعلمت التوزيع  $(\alpha, \beta)$

$\hat{\theta}$  : تمثل القيم المقدرة لمعلمت حسب طريقة التقدير

$n$  : تمثل عدد تكرارات التجربة والمساوية الى 1000

2- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة البقاء التوزيع (IWD)

$$\text{MSE}[\hat{S}(t_i)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [\hat{S}(t_i) - S(t_i)]^2 \quad ;$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, k \quad \dots \dots \dots (76 - 2)$$

اذ ان

$S(t_i)$  : تمثل القيم الحقيقية لدالة البقاء التوزيع (IWD)

$\hat{S}(t_i)$  : تمثل القيم المقدرة لدالة البقاء التوزيع حسب الطريقة التقدير

$n$  : تمثل عدد تكرارات التجربة ومساوية الى 1000

$k$  : تمثل عدد مشاهدات التجربة (قيم  $t_i$ )

3- احتمال التغطية الفعلية (فترة الثقة) او حدود الثقة 95% [24]

The actual coverage probability (CP) of nominal 95% confidence intervals

**9-2 اختبارات حسن المطابقة ( Goodness of fit tests ):**

تم اختبار البيانات بواسطة برنامج (MATIAB) لبيان ملائمتها للتوزيع معكوس ويبل ( Inverse Weibull Distribution) وقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة ( Goodness of fit ) والذي يتضمن نوع من الاختبارات وهو كالاتي . [41]

1- Kolmogorov-Smirnov test

$$D_n^+ = \max_{i=1,2,3,\dots,n} \left( \frac{i}{n} - \hat{F}(x_i) \right)$$

$$D_n^- = \max_{i=1,2,3,\dots,n} \left( \hat{F}(x_i) - \frac{i-1}{n} \right)$$

$$D_n = \max_{i=1,2,3,\dots,n} \{D_n^+, D_n^-\} \dots \dots \dots (77 - 2)$$

الفصل الثالث

الجانبة التجريبي

والتطبيقي

**1-3 التمهيد (Preface):**

سنتناول في هذا الفصل قسمين اساسيين إذ يتضمن القسم الأول فكرة مختصرة عن ماهية المحاكاة ( Simulation ) وكذلك عرض إجراءات تجربة المحاكاة وطريقة توليد البيانات الضبابية المستعملة في تقدير معلمات توزيع معكوس ويبل ( Inverse Weibull Distribution ) حسب طرائق التقدير المستعملة في الجانب النظري والتي بواسطتها يتم تقدير معلمات بالفترة الضبابية ومن نتائج المحاكاة يتم اختيار افضل تقدير لها وحيث يتضمن القسم الثاني استعمال عينة لبيانات من الواقع العلمي والتي تتمثل بأوقات البقاء على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى لحين الوفاة للمرضى المصابين بسرطان الدماغ المسجلين في مركز الامام الحسين ( عليه السلام ) لعلاج الأورام وامراض الدم في محافظة كربلاء المقدسة من اجل تقدير معلمات بالفترة لهم باستعمال فضلى الطرائق من القسم الأول وتطبيقها على توزيع معكوس ويبل ( IWD )

**2-3 القسم الأول الجانب التجريبي:**

في هذا القسم سيتم تطبيق توزيع معكوس ويبل ( IWD ) على بيانات افتراضية ومناقشة نتائج أسلوب المحاكاة الذي سيقارن بين طرائق التقدير المستعملة لتقدير معلمات بالفترة لتوزيع معكوس ويبل ، وأجريت الدراسة على احوام عينات مختلفة ( صغيرة ، متوسطة ، كبيرة ) وقيم افتراضية مختلفة محددة سابقاً لمعلمات توزيع معكوس ويبل واستعمال المعيار الاحصائي ( MSE ) واحتمال التغطية ( coverage probability )

**1-2-3 مفهوم المحاكاة ( Concept of simulation ):**

تعد المحاكاة سيناريو لتشبيه أي نظام بالعالم الحقيقي وتعرف بانها محاولة عملية معينة في ظروف اصطناعية مشابهة للظروف الطبيعية ومنها بناء نموذج اصغر حجماً يكون نسخة مطابقة للنموذج الحقيقي وتنفيذ الاختبارات على الانموذج المصغر ودراسة نتائجه واعمامه على الانموذج الأصلي ، او محاكاة حاسوبية عن طريق كتابة برنامج للطرائق المراد اختيارها ضمن ظروف برمجية مشابهة للواقع ومن ثم ينظر الى النتائج التي يتم الحصول عليها من البرنامج والاستنتاج على أساسها .

وتعد المحاكاة الكمبيوتر من الإجراءات المهمة في عملية محاكاة النماذج الرياضية والاحتمالية وهي محاولة لنمذجة واقع الحياة على الكمبيوتر بحيث يمكن دراستها لمعرفة كيفية عمل النظام او كيفية سلوك الظاهرة عن طريق تغيير المتغيرات في المحاكاة وأصبحت المحاكاة الحاسوبية جزءاً مفيداً في نمذجة العديد من

الظواهر الطبيعية مثل الفيزياء والكيمياء والنظم البشرية في الرياضيات والاحصاء والاقتصاد والعلوم الاجتماعية وكذلك في الهندسة للحصول على نظرة ثاقبة في كيفية سلوك تلك الظواهر. وهناك سمة مشتركة في المحاكاة بين جميع الباحثين وهي محاولة توليد عينة من السيناريوهات التمثيلية للنموذج والذي يكون فيها التعداد الكامل لجميع الحالات الممكنة باهضه او مستحيلة . ويستعمل أسلوب المحاكاة للمقارنة ما بين الطرائق المقترحة من الباحثين لمعرفة الطريقة الفضلى وهذا ما انصب عليه اهتمامنا في هذا القسم المتمثل بالمقارنة ما بين الطرائق التي تم استعمالها في تقدير معالم بالفترة التي جرت دراستها في الجانب النظري وتحديد أي الطرائق افضل في التقدير وهناك عدة طرائق مختلفة للمحاكاة وهي الطريقة التناظرية ( Analog Method ) والطريقة المختلطة ( Mixed Method ) والطريقة مونت - كارلو ( Monte - Carlo Method ) وتعد طريقة مونت كارلو ( Monte - Carlo Method ) من اشهر واهم الطرائق المحاكاة وأكثرها استعمالاً والتي عن طريقها يتم توليد عينة عشوائية للظاهرة تلائم سلوك توزيع احتمالي معين التي تسلكه تلك الظاهرة ويشترط في هذه الطريقة لأجازها ان يكون التوزيع الاحتمالي للظاهرة المدروسة لها دالة تجمعية (CDF) معروفة علماً ان مجموعة العينات العشوائية المتولدة بهذه الطريقة تمتلك خاصية الاستقلال لان توليد العينات بهذا الأسلوب يكون بتطبيق الأسلوب الرياضي لكل عينة على حدة .

ولغرض تطبيق المفاهيم التي ذكرت في الجانب التجريبي تم اعتماد أسلوب المحاكاة لتنفيذ الجزء الاخر من الرسالة المتمثل في الجزء العملي لمقدرات دالة البقاء بالفترة الضبابية للطرائق الثلاثة المستعملة وتحديد افضلية هذه المقدرات باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) واحتمال التغطية ( Coverage Probabilities ) باستعمال احجام عينات مولدة مختلفة وقد تم صياغة النموذج المحاكاة لأجراء مقارنة ما بين الطرائق المدروسة بحيث يمكن افتراض العديد من الحالات الممكن وجودها في الواقع العملي بغية تحقيق الهدف الرئيس المتمثل في إيجاد افضل هذه الطرائق لتقدير معالم بالفترة ودالة البقاء بالضبابية لتوزيع ( IW ) وذلك عن طريق توضيح كيفية تأثير طرائق التقدير تجاه ما يأتي .

1- التغير في حجم العينة

2- التغير في قيم معالم الانموذج

وان بناء تجربة المحاكاة التي سيتم الحصول عليها تعتمد على عدد من المراحل وكما موضح كالاتي . [6]

### **2-2-3 مراحل بناء تجربة المحاكاة ( Stages of building a simulation )**

**: (experience**

كتب برنامج المحاكاة باستعمال البرنامج ( MATLAB 2015 ) ونفذ على الحاسبة ويتضمن برنامج المحاكاة مراحل متعددة مبينة كما يأتي .

### المرحلة الأولى :

وهي المرحلة الأهم التي تعتمد عليها خطوات البرنامج واجراءاته وفيما يأتي خطوات هذه المرحلة .

#### اولاً:- اختيار قيم افتراضية لمعاملات توزيع معكوس وبيبل

اختيرت عدة قيم افتراضية لمعلمة الشكل  $\alpha$  ومعلمة القياس  $\beta$  لتوزيع معكوس وبيبل من خلال الاطلاع على الدراسات السابقة والتجربة العديد من القيم الافتراضية للمعاملات والتي ادت بنا الى اختيار افضل هذه القيم وكما موضح في الجدول (1-3) ادناه :

#### الجدول (1-3)

القيم الافتراضية الأولية للمعاملات والنماذج المقترحة

Models	$\alpha$	$\beta$
(1)	1.9	0.9
(2)	3.1	1.1
(3)	0.7	0.7
(4)	0.9	0.4
(5)	1.2	1.5
(6)	1.1	1.1

(المصدر من اعداد الباحث)

#### ثانياً: - اختيار احجام العينات

اختيرت عدة احجام عينات مختلفة (صغيرة ، متوسطة ، كبيرة )

$n=20, 40, 60, 80, 100$

والفكرة الأساسية في اختيار احجام عينات مختلفة هو لأعطاء فكرة عن المقدرات ونمط سلوكها

#### المرحلة الثانية: - توليد البيانات

في هذه المرحلة يتم توليد البيانات العشوائية بطريقة تحويل المعكوس وعلى وفق توزيع معكوس وبيبل وكما يأتي .

أولاً:- توليد متغير عشوائي  $u_i$  يتبع توزيع منتظم ضمن الفترة (0,1) بالاستعمال دالة التوزيع التجميعية (CDF) بالاستعانة بالايجاز Rand

$$u_i \sim U(0,1), \quad i = 0,1,2,3, \dots \dots \dots n$$

$u_i$ : يمثل متغيراً عشوائياً مستمراً يتبع توزيعاً منتظماً

ثانياً:- تحويل البيانات المولدة في الخطوة ( أولاً) التي تتبع التوزيع المنتظم الى بيانات تتبع توزيع معكوس ويبل باستعمال طريقة تحويل المعكوس دالة (CDF) وحسب المعادلة (2-22) وكما في الصيغة الآتية .

$$t_i = \beta \left( \ln \left( \frac{1}{u} \right) \right)^{-\frac{1}{\alpha}}, \quad i = 1,2,3, \dots \dots \dots n \quad \dots (1 - 3)$$

والعينة العشوائية مستقلة ومتماثلة التوزيع متمثلة بالمتجه  $t$  من توزيع معكوس ويبل وثم يتم تحويل متجه العينة  $\underline{t} = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$  من توزيع معكوس ويبل الى متجه ضبابي وذلك بإيجاد درجة الانتماء المقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات العينة التقليدي باستعمال نظام المعلومات الضبابية باستعمال دالة الانتماء المثالية وكما يأتي .

$$\mu_A(t) = \begin{cases} 0 & IF \ t < a \\ \frac{t - a}{b - a} & IF \ a \leq t \leq b \\ 1 & IF \ t > b \end{cases} \quad \dots \dots \dots (2 - 3)$$

أي ان  $a$  تمثل اقل قيمة من قيم مشاهدات متجه العينة التقليدي و  $b$  تمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات متجه العينة التقليدي والذي ينتج لدينا متجه عينة ضبابي  $\underline{\tilde{t}} = \tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3, \dots, \tilde{t}_n$  يتضمن كل مشاهدة ودرجة انتماء ها المقابلة أي ان

$$\tilde{t}_i = \{(t_1, \mu_A(t_1)), (t_2, \mu_A(t_2)), \dots, (t_n, \mu_A(t_n))\} \dots \dots \dots (3 - 3)$$

المرحلة الثالثة :-

في هذه المرحلة يتم تقدير معلمات بالفترة لتوزيع ( IW ) ولكافة الطرائق المبينة في الجانب النظري والتي هي .

- 1- طريقة الإمكان الأعظم الضبابية ويرمز لها بالجداول بالرمز FMLE
- 2- طريقة وايت الضبابية ويرمز لها بالجداول بالرمز FWE
- 3- طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية ويرمز لها بالجداول بالرمز FRMLE

**المرحلة الرابعة :-**

في هذه المرحلة يتم تكرار هذه التجربة ( 1000 ) مرة

**المرحلة الخامسة :-**

تتم المقارنة في هذه الحالة بين المقدرات التي تم الحصول عليها لمعاملات لتوزيع ( IW ) وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ ( MSE ) كعيار احصائي للمقارنة وفق الصيغة (2-75) ( 2-76 ) من الفصل الثاني واستعمال احتمال التغطية ( coverage probability ) وفي الإحصاء يعرف احتمال التغطية على انه احتمال ان المقدر يقع ضمن الفترة حسب الصيغة الآتية .

$$p(L \leq \theta \leq U) = 1 - \alpha \dots\dots\dots (4 - 3)$$

**3-2-3 نتائج المحاكاة (Simulation results):**

بعد اجراء تجربة المحاكاة عن طريق تنفيذ البرنامج في الحاسبة الالكترونية ، وتم الحصول على نتائج مقدرات المعلمات بالفترة لتوزيع معكوس ويبل ( IW ) بطرائق التقدير الثلاثة المبينة في الفصل الثاني ومتوسط مربعات الخطأ ( MSE ) واحتمال التغطية ( CP ) إذ عرضت نتائج محاكاة التقديرات بالجدول والرسوم البيانية من اجل الوصول الى افضل تقدير تمت المقارنة بين طرائق التقدير المدروسة وقد تم استعمال ست نماذج مختلفة للطرائق التقدير الثلاثة وتم عرض النماذج في الجانب التجريبي الجدول ( 2-3 ) يمثل جدول المفاضلة بين النماذج لأحجام العينات كافة باستعمال المعيار الاحصائي

( MSE )

Models	n	FML	FW	FRML	Best
Model 1	20	0.1590676	0.132688	0.00215484	FRML
	40	0.022659	0.02369	0.02265922	FML
	60	0.01315	0.02286	0.0162818	FML
	80	0.0095	0.02510	0.0134	FML
	100	0.00563620	0.00352621	0.0086972	FW
	20	0.0004010603	0.012688	0.00040106	FRML
	40	0.0007671	0.0089217	0.000767167	FRML

Model 2	60	0.00042654	0.0098801	0.000426	FRML
	80	0.00037825	0.006558	0.000378	FML
	100	0.000338	0.00964	0.0003380	FML
Model 3	20	0.0817	0.0684	5.68817e-05	FRML
	40	0.0822	0.070340	3.57611e-05	FRML
	60	0.092396	0.07827	1.022956e-05	FRML
	80	0.107155	0.100397	2.01109e-06	FRML
	100	0.11699	0.10592	1.31501e-06	FRML
Model 4	20	0.00919	0.003316	0.000221	FRML
	40	0.004148	0.004615	0.004710	FML
	60	0.0210	0.01287	8.63e-05	FRML
	80	0.02997	0.0216	4.67e-05	FRML
	100	0.04867	0.0386	1.27e-05	FRML
Model 5	20	0.011147	0.00023904	0.011147	FW
	40	0.0002966	0.0006086	0.0002966	FRML
	60	4.788433e-06	0.0136904	4.788433e-06	FRML
	80	1.095185e-05	0.00332	1.095186e-05	FRML
	100	1.7834e-05	0.004699	1.7834e-05	FRML
Model 6	20	0.0510	0.01438	2.3348e-05	FRML
	40	0.0811	0.04450	1.6077e-05	FRML
	60	0.07500	0.037566	0.000394	FRML
	80	0.095892	0.04861	4.77038e-05	FRML
	100	0.16628	0.13287	2.36187e-05	FRML

من الجدول ( 2-3 ) آنفاً يتبين الآتي .

- 1- أفضلية طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية في التقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل ( IW ) بعدد مرات الأفضلية وب 22 مرة .
- 2- جاءت طريقة وايت الضبابية في المرتبة الثالثة بعدد مرات الأفضلية في تقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل ( IW ) ب مرتين .
- 3- جاءت طريقة الإمكان الأعظم الضبابية في المرتبة الثانية بعدد مرات الأفضلية في تقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل ( IW ) ب 6 مرات .
- 4- بلغ عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية عند حجم عينة ( n=20 ) 5 مرات من اصل 6 في حين عدد مرات الأفضلية لطريقة وايت الضبابية مرة واحدة .
- 5- بلغ عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم النسبية عند حجم عينة ( n=40 ) 4 مرات من اصل 6 في حين عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم الضبابية مرتين .
- 6- بلغ عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية عند حجم عينة ( n=60 ) 5 مرات من اصل 6 في حين عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم الضبابية مرة واحدة .
- 7- بلغ عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية عند حجم عينة ( n=80 ) 4 مرات من اصل 6 في حين عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم الضبابية مرتين .
- 8- بلغ عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية عند حجم عينة ( n=100 ) 4 مرات من اصل 6 في حين عدد مرات الأفضلية لطريقة وايت لضبابية مرة واحدة وفي حين عدد مرات الأفضلية لطريقة الإمكان الأعظم الضبابية مرة واحدة .
- 9- تكون طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الطريقة الفضلى لأحجام العينات كافة في النماذج التي تكون  $\alpha > \beta$
- 10- تكون طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الطريقة الفضلى لأحجام العينات كافة في النماذج التي تكون  $\alpha < \beta$
- 11- تكون طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الطريقة الفضلى لأحجام العينات كافة في النماذج التي تكون  $\alpha = \beta$

الجدول (3-3) يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الأول بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعاملات توزيع

$$\alpha = 1.9, \beta = 0.9 \text{ معكوس ويبل عندما تكون}$$

n	Mothed	Est . para	Int of Est	length	Cov of Prob	MSE
20	FMLE	1.2934	(1.228, 1.3579)	0.129	0.58	0.367
		0.2809	(0.214, 0.3474)	0.132	0.56	0.3831
	FWE	1.2479	(1.177, 1.318)	0.1412	0.52	0.42518
		0.3077	(0.2432, 0.3723)	0.1291	0.59	0.35073
	FRMLE	1.9019	(1.721, 2.082)	0.3605	0.94	0.000381
		0.7910	(0.787, 0.994)	0.207	0.93	0.0118
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
	0.1590676	0.132688	0.00215484	3		
40	FMLE	2.3051	(2.1119, 2.4982)	0.3863589	0.94	0.1641
		1.2166	(1.1282, 1.30501)	0.176762	0.89	0.10025
	FWE	1.8220	(1.6294, 2.014)	0.385182	0.94	0.00607
		1.2139	(1.1441, 1.28373)	0.1396003	0.85	0.0985
	FRMLE	2.3051	(2.1119, 2.49828)	0.3863589	0.94	0.1641
		1.2166	(1.1282, 1.3050)	0.1767629	0.88	0.10024
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
	0.022659	0.02369	0.02265922	1		
60	FMLE	1.9763454	(1.8486, 2.10405)	0.25541	0.95	0.0058
		1.1357309	(1.0821, 1.18933)	0.107214	0.93	0.055569
	FWE	1.9154460	(1.7792, 2.0516)	0.27246	0.95	0.000238
		1.214150	(1.1622, 1.2660)	0.103790	0.91	0.098690
	FRMEL	1.91099	(1.7806, 2.04136)	0.260735	0.95	0.000120

		1.16037	(1.10856,1.2121)	0.103616	0.93	0.067795
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		<b>0.01315</b>	0.02286	0.0162818	1	
80	<b>FMLE</b>	2.034854	(1.90884,2.1608)	0.2520087	0.95	0.018185
		<b>1.119836</b>	<b>(1.0646,1.1750)</b>	<b>0.1104332</b>	<b>0.94</b>	<b>0.048328</b>
	<b>FWE</b>	1.834800	(1.6948,1.9747)	0.2798844	0.95	0.004251
		1.24829	(1.19861,1.2979)	0.0993701	0.90	0.121311
	<b>FRMLE</b>	<b>1.87468</b>	<b>(1.7456,2.0036)</b>	<b>0.2580104</b>	<b>0.95</b>	<b>0.000640</b>
		1.14798	1.09715,1.1988	0.1016534	0.93	0.061494
		<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best
		<b>0.0095</b>	0.02510	0.0134	1	

100	<b>FMLE</b>	<b>2.17903</b>	<b>(2.0984,2.2596)</b>	<b>0.16120</b>	<b>0.92</b>	<b>0.07785</b>
		0.78860	(0.73541,0.84179)	0.10637	0.95	0.01243
	<b>FWE</b>	1.44686	(1.35341,1.5403)	0.18690	0.85	0.20535
		<b>0.9254</b>	<b>(0.89038,0.96052)</b>	<b>0.07015</b>	<b>0.96</b>	<b>0.00064</b>
	<b>FRMLE</b>	2.3459	(2.26655,2.42526)	0.15872	0.86	0.19883
		0.7744	(0.71712,0.83148)	0.11473	0.95	0.01575
		<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best
		0.00563620	<b>0.00352621</b>	0.0086972	2	

من الجدول (3-3) أنفاً يتبين الآتي .

1- عند حجم العينة ( 20 ) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.000381 , 0.0118 ) واما التقدير بالفترة لمعلمات يتوضح أن الاحتمال التغطية ( CP ) بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 1.721 , 2.082 ) ( 0.994 , 0.787 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.00215484 ) .

2- عند حجم العينة ( 40 ) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.00607 , 0.0985 ) واما التقدير بالفترة لمعلمات يتوضح أن الاحتمال التغطية ( CP ) بالطريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 2.014 , 1.6294 ) ( 1.28373 , 1.1441 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.022659 ) .

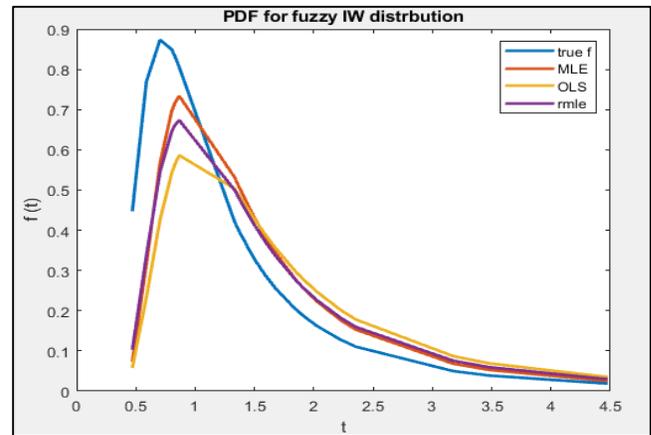
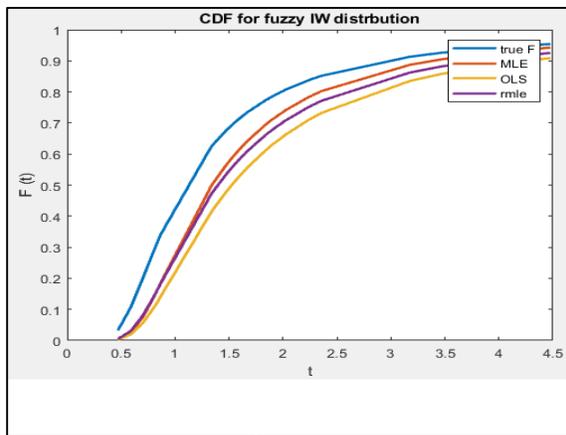
3- عند حجم العينة ( 60 ) يتوضح أن تقدير المعلمة الشكل لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.00120 ) اما بالنسبة لمعلمة القياس بان تقدير طريقة الإمكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.055569 ) واما التقدير بالفترة لمعلمة الشكل يتوضح أن الاحتمال التغطية ( CP ) بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 1.7806 , 2.04136 ) واما الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمة القياس بالطريقة الإمكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 1.18933 , 1.0821 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.01315 ) .

4- عند حجم العينة ( 80 ) يتوضح أن تقدير المعلمة الشكل لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ

(0.000640) اما بالنسبة لمعلمة القياس بان تقدير طريقة الإمكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.048328) واما التقدير بالفترة لمعلمة الشكل يتوضح أن الاحتمال التغطية ( CP ) بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 1.7456 , 2.0036 ) واما الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمة القياس بالطريقة الإمكان الاعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 1.90884 , 2.1608 ) من بقية الطرائق اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0095) .

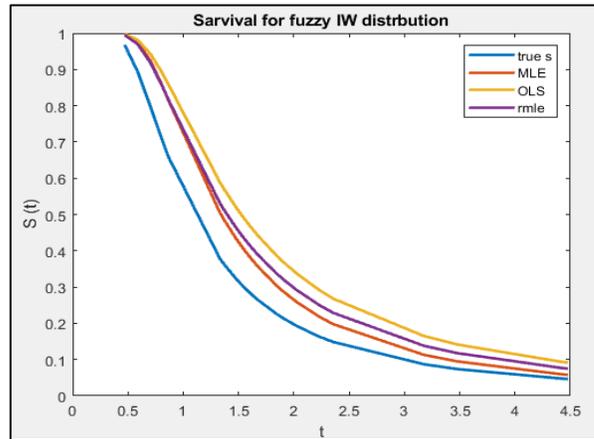
5- عند حجم العينة (100) يتوضح أن تقدير المعلمة الشكل لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.07785) اما بالنسبة لمعلمة القياس بان تقدير طريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.00064) واما التقدير بالفترة يتوضح أن الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمة الشكل بالطريقة الامكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 2.0984 , 2.2596 ) واما الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمة القياس بالطريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.89038 , 0.96052 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة وايت الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.00352621) .

6- عند ازدياد حجم العينة يزداد احتمال فترة التغطية ويقل متوسط مربعات الخطأ .

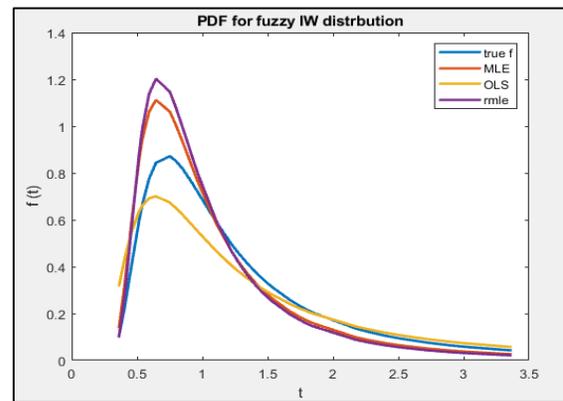
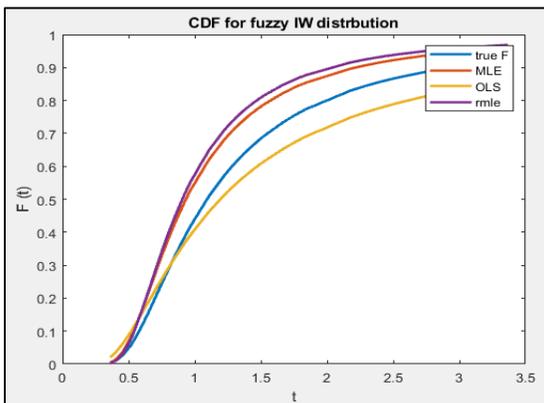


الشكل (2-3) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الأول

الشكل (1-3) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الأول

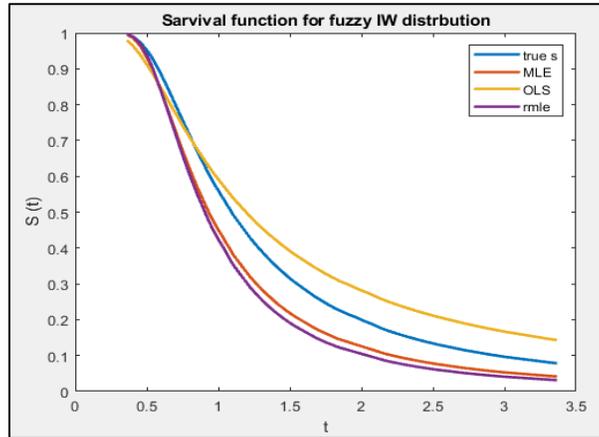


الشكل (3-3) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الأول



الشكل (5-3) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الأول

الشكل (4-3) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الأول



الشكل (3-6) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الأول

الجدول (3-4) يوضح قيم تقدير المعلمات بالفتره ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الثاني بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعلمات توزيع

$$\alpha = 3.1, \beta = 1.1 \text{ معكوس ويبل عندما تكون}$$

n	Mothed	Est . para	Int of est	length	Cov of Prob	MSE
20	FMLE	3.03011	(2.96429,3.09594)	0.13165	0.95	0.02254
		1.12985	(1.08727,1.17243)	0.08516	0.96	0.02714
	FWE	1.99173	(1.92201,2.06145)	0.13944	0.34	0.35750
		1.20284	(1.17497,1.23072)	0.05574	0.96	0.093497
	FRMLE	3.03011	(2.96429,3.09594)	0.13165	0.95	0.02254
		1.12985	(1.08727,1.17243)	0.085162	0.96	0.02714
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.0004010603	0.012688	0.00040106	3	
40	FMLE	3.0521098802 3	(2.985651,3.118568)	0.13291	0.95	0.01544842
		1.1411876997 6	(1.09830,1.18406)	0.08575	0.96	0.03744336

	<b>FWE</b>	2.2587409896 9	(2.18942,2.32805)	0.13863	0.60	0.27137387
		1.1949571795 2	(1.16332,1.226588)	0.06326	0.96	0.08632470
	<b>FRMLE</b>	3.0521098802 6	(2.98565,3.11856)	0.13291	0.95	0.01544842
		1.1411876997 6	(1.098309,1.184066)	0.08575	0.96	0.037443363
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.0007671	0.0089217	0.000767167	3	
60	<b>FMLE</b>	3.0607	(2.98005,3.141436)	0.161380	0.95	0.012662
		1.13074	(1.07806,1.183432)	0.105363	0.96	0.02795
	<b>FWE</b>	2.02885	(1.944776,2.11293)	0.168160	0.38	0.34552
		1.18369	(1.148906,1.218478)	0.0695726	0.96	0.07608
	<b>FRMLE</b>	3.06074	(2.98005,3.14143)	0.1613802	0.95	0.012662
		1.13075	(1.07806,1.18343)	0.1053636	0.96	0.02795
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
	0.00042654	0.0098801	0.000426	3		
80	<b>FMLE</b>	3.17859	(3.0916,3.2455)	0.1539	0.95	0.0253
		1.12990	(1.08444,1.17535)	0.09090	0.96	0.02718
	<b>FWE</b>	2.25975	(2.19069,2.32880)	0.13810	0.60	0.27104
		1.16951	(1.13731,1.20171)	0.06440	0.96	0.063192
	<b>FRMLE</b>	3.17859	(3.11160,3.24557)	0.1339	0.95	0.025352
		1.129901	(1.08444,1.17535)	0.0909	0.96	0.027183
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
	0.00037825	0.006558	0.000378	1		

100	FMLE	3.15742929744305	(3.09046,3.22439)	0.1339	0.95	0.018525
		1.12958097716738	(1.0844,1.17472)	0.0902	0.96	0.026891
	FWE	2.16617752695281	(2.0957,2.23658)	0.1408	0.52	0.30123
		1.19356214030091	(1.16271,1.22441)	0.0616	0.96	0.08505
	FRMLE	3.15742929711682	(3.0904,3.2243)	0.1339	0.95	0.01852
		1.12958097719038	(1.08443,1.17472)	0.0902	0.96	0.02689
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.000338	0.00964	0.0003380	1	

من الجدول ( 3-4 ) آنفاً يتبين الآتي .

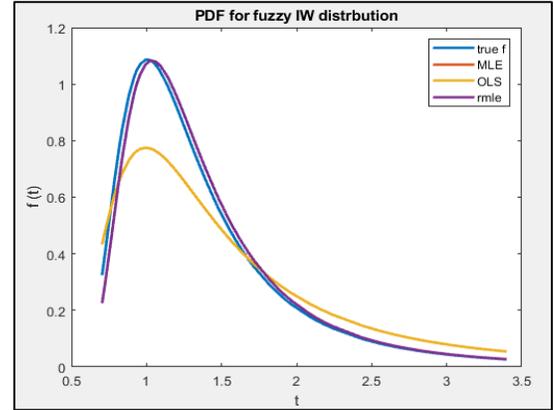
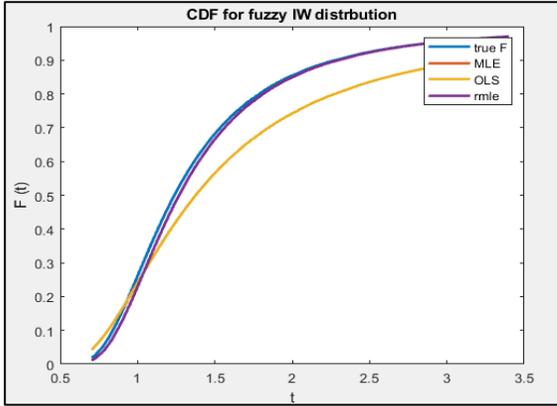
1- عند حجم العينة (20) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.02254 , 0.02714) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) (0.9594 , 2.96429) (1.17243 , 1.08727) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.00040106) .

2- عند حجم العينة (40) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.01544842 , 0.037443363) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) (0.95 , 3.11856)(2.98565 , 1.184066) (1.098309 , 1.184066) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.000767167) .

3- عند حجم العينة (60) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات

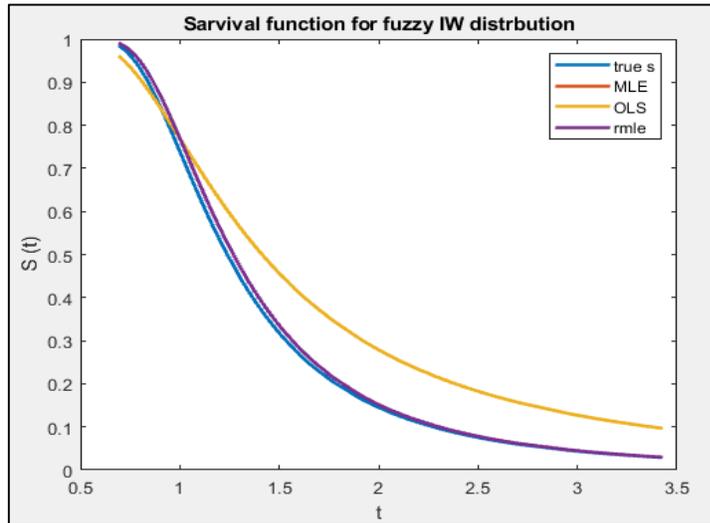
الخطأ (0.012662 , 0.02795) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) (3.14143 , 2.98005) (1.18343 , 1.07806) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.000426) .

- 4- عند حجم العينة (80) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الاعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0253) , (0.02718) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الاعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) (3.2455) , (3.0916) (1.17535 , 1.08444) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الاعظم الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.00037825) .
- 5- عند حجم العينة (100) يتوضح أن تقدير المعلمة الشكل لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.01852) اما بالنسبة لمعلمة القياس بان تقدير طريقة الإمكان الاعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.026891) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمة الشكل بالطريقة الإمكان الاعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) (3.2243 , 3.0904) واما الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمة القياس بالطريقة الإمكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) (1.17472 , 1.0844) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.000338) .
- 6- عند ازدياد حجم العينة يزداد احتمال فترة التغطية ويقل متوسط مربعات الخطأ .

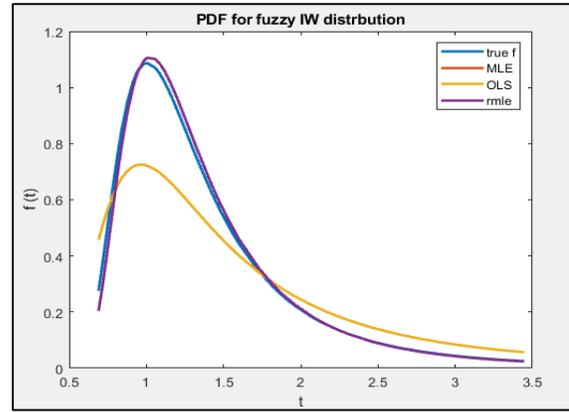
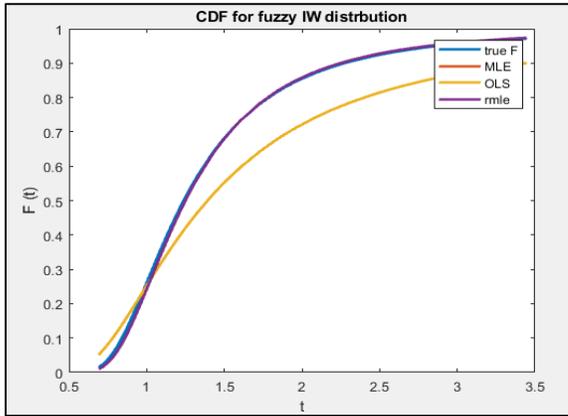


الشكل ( 8-3 ) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثاني

الشكل ( 7-3 ) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثاني

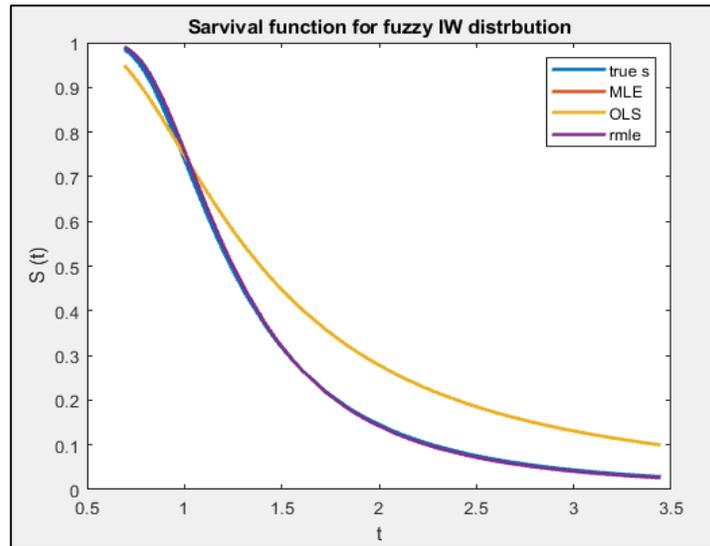


الشكل ( 9-3 ) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثاني



الشكل ( 11-3 ) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثاني

الشكل ( 10-3 ) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثاني



الشكل ( 12-3 ) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثاني

الجدول (5-3) يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الثالث بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعلمات توزيع

$$\alpha = 0.7, \beta = 0.7 \text{ معكوس ويبل عندما تكون}$$

n	Mothed	Est . para	Int of est	length	Cov of Prob	MSE
20	FMLE	1.25055	(1.20646,1.29465)	0.0881	0.80	0.78651
		0.27175	(0.22647,0.31704)	0.0905	0.86	0.61177
	FWE	1.39251	(1.34227,1.44275)	0.1004	0.71	0.98930
		0.30874	(0.25763,0.35986)	0.10222	0.87	0.55892
	FRMLE	0.70753	(0.5998,0.8151)	0.21531	0.93	0.01075
		0.67476	(0.64798,0.7015)	0.05356	0.96	0.03604
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.0817	0.0684	5.68817e-05	3	
40	FMLE	1.2987	(1.27006,1.32746)	0.05739	0.78	0.8553
		0.2793	(0.24950,0.30920)	0.05969	0.87	0.6009
	FWE	1.4365	(1.40425,1.46886)	0.06461	0.68	1.0522
		0.3136	(0.28022,0.34706)	0.06684	0.88	0.5519
	FRMLE	0.7063	(0.63770,0.77491)	0.13720	0.94	0.0090
		0.67993	(0.66302,0.69685)	0.03382	0.96	0.0286
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.0822	0.070340	3.57611e-05	3	
60	FMLE	1.222146	(1.2007,1.24351)	0.04274	0.82	0.7459
		0.255251	(0.23253,0.2779)	0.0454	0.86	0.6353
	FWE	1.46852	(1.44322,1.49381)	0.05059	0.66	1.0978
		0.30052	(0.2727,0.3283)	0.0556	0.88	0.5706
	FRMLE	0.70267	(0.64592,0.75943)	0.1135	0.94	0.0038
		0.68902	(0.67528,0.70277)	0.02748	0.96	0.0156
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.092396	0.07827	1.022956e-05	3	

80	FMLE	1.14872	1.13244,1.16500	0.03256	0.86	0.6410
		0.22492	(0.20668,0.243174)	0.03649	0.84	0.6786
	FWE	1.61480	(1.59483,1.63478)	0.03995	0.54	1.3068
		0.27319	(0.24682,0.299558)	0.05273	0.86	0.6097
	FRMLE	0.70079	(0.65122,0.750361)	0.09913	0.93	0.0011
		0.69503	(0.683161,0.706910)	0.02374	0.96	0.0070
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.107155	0.100397	2.01109e-06	3	

100	FMLE	1.08057	(1.0678,1.0932)	0.02535	0.89	0.54367
		0.19619	(0.18106,0.2113)	0.03025	0.83	0.71972
	FWE	1.38485	(1.3695,1.4001)	0.030626	0.72	0.97836
		0.23532	(0.21547,0.2551)	0.03971	0.85	0.66381
	FRMLE	0.7003	(0.6559,0.74475)	0.08878	0.94	0.000522
		0.69592	(0.68530,0.70653)	0.02122	0.96	0.005827
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)		
		0.11699	0.10592	1.31501e-06	3	

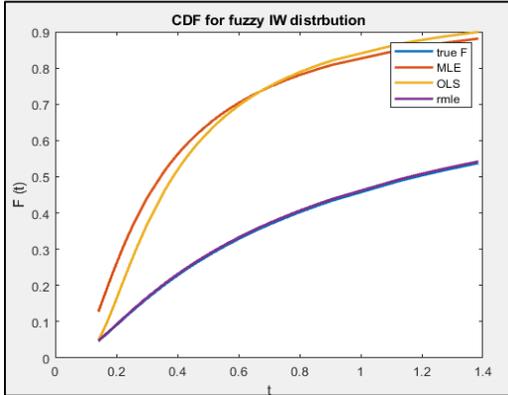
من الجدول ( 5-3 ) آنفاً يتبين الآتي .

1- عند حجم العينة (20) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق أقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.01075 , 0.03604 ) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.8151 , 0.5998 ) ( 0.7015 , 0.64798 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق أقل متوسط مربعات الخطأ ( 5.68817e-05 ) .

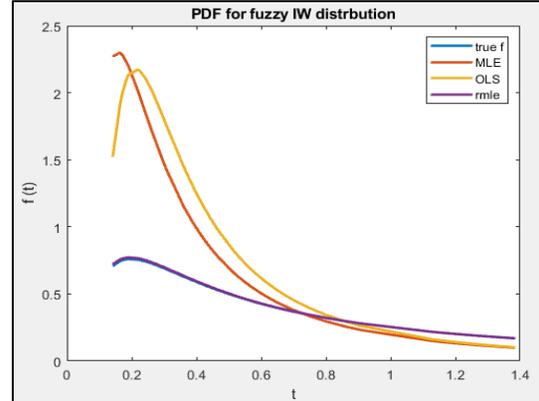
- 2- عند حجم العينة (40) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.0090 , 0.0286 ) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.77491 , 0.63770 ) ( 0.69685 , 0.066302 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (3.57611e-05) .
- 3- عند حجم العينة (60) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تمتلك اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0038 , 0.0156 ) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.75943 , 0.64592 ) ( 0.70277 , 0.67528 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (1.022956e-05) .
- 4- عند حجم العينة (80) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0011 , 0.0070) واما تقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.750361 , 0.65122 ) ( 0.706910 , 0.683161 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي افضل من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (2.01109e-06) .
- 5- عند حجم العينة (100) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.000522 , 0.005827 ) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق

بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.74475 , 0.6559 ) ( 0.70653 , 0.68530 ) اما  
 بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من  
 بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (  $1.31501e-06$  ).

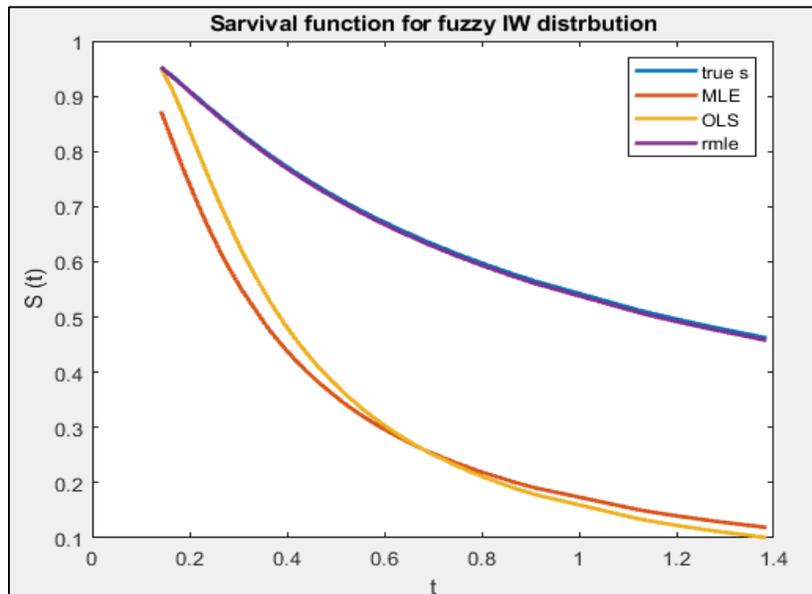
6- عند ازدياد حجم العينة يزداد احتمال فترة التغطية ويقل متوسط مربعات الخطأ .



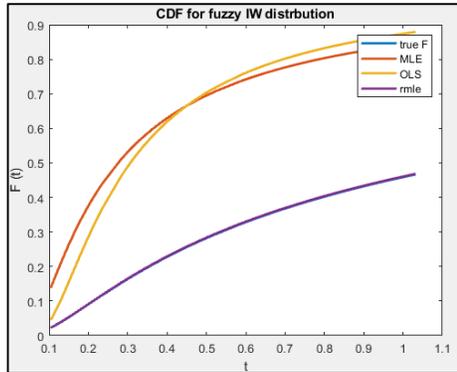
الشكل (3-14) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثالث



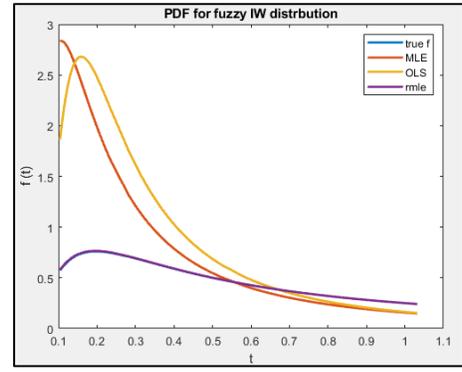
الشكل (3-13) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثالث



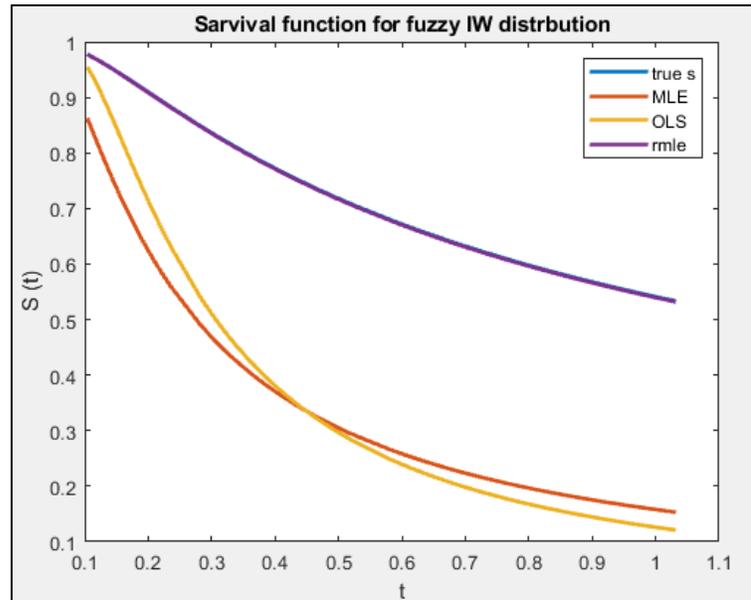
الشكل (3-15) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الثالث



الشكل ( 3-17 ) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثالث



الشكل ( 3-16 ) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثالث



الشكل ( 3-18 ) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الثالث

الجدول ( 3-6 ) يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الرابع بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعاملات توزيع

$$\alpha = 0.9, \beta = 0.4 \text{ معكوس ويبل عندما تكون}$$

n	Mothed	Est . para	Int of est	length	Cov of Prob	MSE
20	FMLE	1.408368	(1.3230,1.4936)	0.17055	0.82	0.5648
		0.370779	(0.2966,0.4448)	0.14822	0.95	0.0730
	FWE	1.253957	(1.1605,1.3473)	0.18677	0.88	0.3932
		0.407651	(0.3414,0.4738)	0.13236	0.95	0.0191
	FRMLE	0.987779	(0.8944,1.0811)	0.18669	0.94	0.0975
		0.409634	(0.357,0.4615)	0.10375	0.95	0.0240
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
	0.00919	0.003316	0.000221	3		
40	FMLE	1.2244	(1.1588,1.2899)	0.13116	0.90	0.3604
		0.4050	(0.3594,0.4507)	0.09129	0.96	0.0126
	FWE	1.1300	(1.0467,1.2132)	0.16651	0.92	0.2555
		0.51660	(0.4739,0.5592)	0.08520	0.95	0.2915
	FRMLE	1.28396	(1.2112,1.3566)	0.14539	0.88	0.4266
		0.44897	(0.40076,0.4971)	0.09642	0.95	0.1224
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
	0.004148	0.004615	0.004710	1		
60	FMLE	1.11632	(1.08144,1.15121)	0.06977	0.93	0.2403
		0.26408	(0.23125,0.29691)	0.06566	0.94	0.3397
	FWE	1.41240	(1.36784,1.45696)	0.08911	0.82	0.5693
		0.33534	(0.2927,0.3779)	0.08523	0.95	0.16164
	FRMLE	0.93749	(0.88580,0.9891)	0.10339	0.94	0.0416
		0.39321	(0.36489,0.4215)	0.05664	0.96	0.0169
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
	0.0210	0.01287	8.63e-05	3		

80	<b>FMLE</b>	1.1500	(1.1227,1.1774)	0.05462	0.93	0.2778
		0.2385	(0.20954,0.2676)	0.05809	0.94	0.40351
	<b>FWE</b>	1.3561	(1.3239,1.3884)	0.06445	0.85	0.50686
		0.2802	(0.24537,0.3151)	0.06979	0.95	0.29932
	<b>FRMLE</b>	0.9207	(0.87612,0.9654)	0.08932	0.95	0.02309
		0.3923	(0.3683,0.4164)	0.04816	0.96	0.01901
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.02997	0.0216	4.67e-05	3	

100	<b>FMLE</b>	1.0840	(1.06276,1.10525)	0.04248	0.94	0.20445379
		0.1972	(0.171946,0.22255)	0.05060	0.93	0.506871410
	<b>FWE</b>	1.3117	(1.28655,1.33686)	0.050315	0.87	0.457455918
		0.2323	(0.201078, .263601)	0.062523	0.93	0.419149638
	<b>FRMLE</b>	0.9063	(0.86397,0.948733)	0.084761	0.94	0.00705912
		0.3950	(0.37269,0.41740)	0.044701	0.95	0.01237625
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.04867	0.0386	1.27e-05	3	

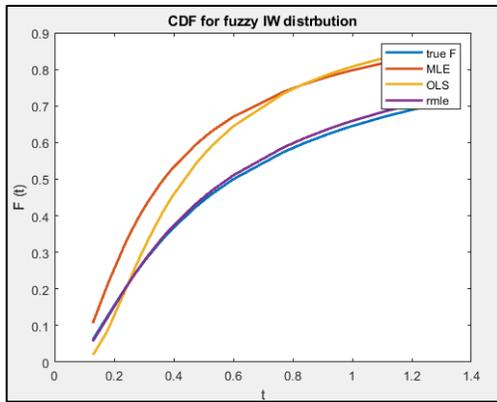
من الجدول (3-6) أنفاً يتبين الاتي .

1- عند حجم العينة ( 20 ) يتوضح أن تقدير المعلمة الشكل لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0975) اما بالنسبة لمعلمة القياس بان تقدير طريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0191) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمة الشكل بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 1.0811 , 0.8944 ) واما الاحتمال التغطية (CP) لمعلمة القياس بالطريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.4738 ,

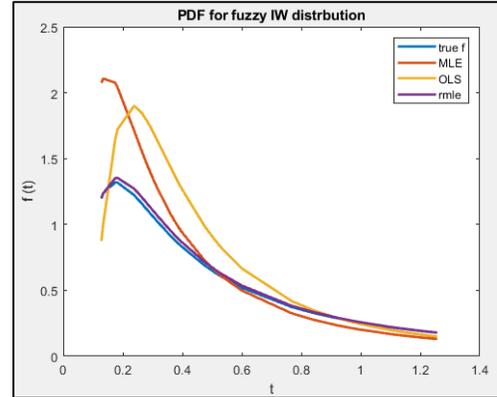
- 0.3414 ) من بقية الطرائق اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.0002221 ) .
- 2- عند حجم العينة (40) يتوضح أن تقدير المعلمة الشكل لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.2555) اما بالنسبة لمعلمة القياس بان تقدير طريقة الإمكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0126) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمة الشكل بالطريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 1.2132 , 1.0467 ) واما الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمة القياس بالطريقة الإمكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.3594 , 0.4507 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.004148 ) .
- 3- عند حجم العينة ( 60 ) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.0416 , 0.0169 ) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.9891 , 0.88580 ) ( 0.36489 , 0.4215 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 8.63e- 05 ) .
- 4- عند حجم العينة ( 80 ) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.02309 , 0.01901 ) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.9654 , 0.87612 ) ( 0.3683 , 0.4164 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 4.67e-05 ) .

5- عند حجم العينة ( 100 ) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس وبيل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( 0.00705912 , 0.01237625 ) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية ( CP ) لمعلمت بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال ( 0.95 ) ( 0.948733 , 0.86397 ) ( 0.41740 , 0.37269 ) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (  $1.27e-05$  ) .

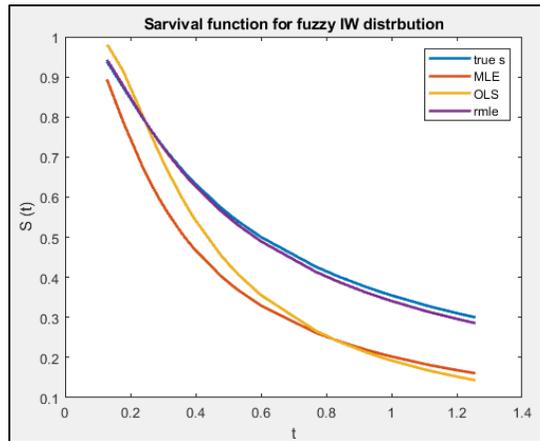
6- عند ازدياد حجم العينة يزداد احتمال فترة التغطية ويقل متوسط مربعات الخطأ .



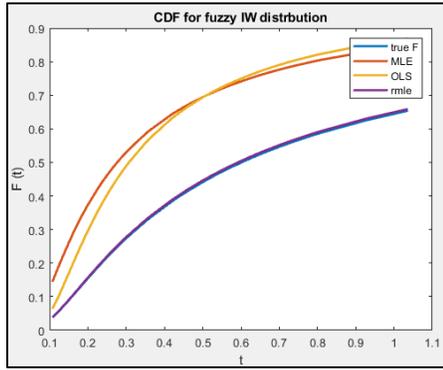
الشكل ( 3-20 ) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الرابع



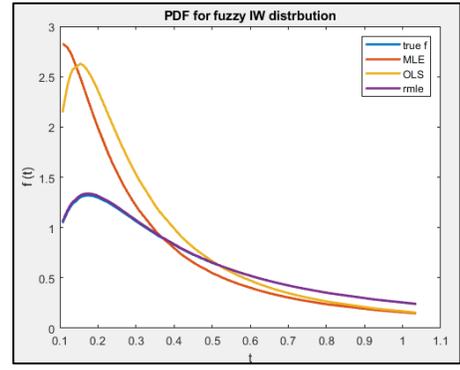
الشكل ( 3-19 ) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الرابع



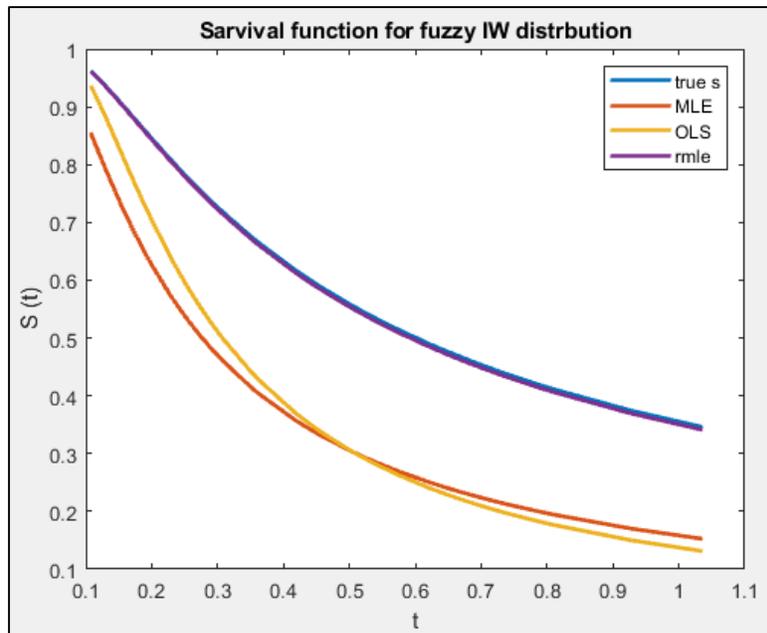
الشكل ( 3-21 ) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الرابع



الشكل (3-23) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للنموذج الرابع



الشكل (3-22) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للنموذج الرابع



الشكل (3-24) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للنموذج الرابع

الجدول (7-3) يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج الخامس بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعاملات توزيع

معكوس وبيبل عندما تكون  $\alpha = 1.2, \beta = 1.5$

n	Mothed	Est . para	Int of est	length	Cov of Prob	MSE
20	FMLE	0.82180	(0.63912,1.00449)	0.365375	0.88	0.315158
		1.82433	(1.80444,1.844215)	0.039766	0.92	0.216221
	FWE	1.17752	(1.02094,1.334104)	0.313159	0.96	0.018729
		1.56574	(1.483726,1.59429)	0.110493	0.96	0.043828
	FRMLE	0.82180	(0.639121,1.004497)	0.365375	0.88	0.315158
		1.82433	(1.804449,1.844215)	0.039766	0.92	0.216221
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.011147	0.00023904	0.011147	2	
40	FMLE	1.260193	(1.12801,1.39237)	0.26435	0.96	0.05016
		1.447741	(1.41991,1.51556)	0.055644	0.97	0.0000348
	FWE	1.189192	(1.06239,1.31599)	0.25359	0.96	0.00900
		1.388423	(1.36216,1.41468)	0.05251	0.96	0.07438
	FRMLE	1.26019	(1.12801,1.39237)	0.2643	0.96	0.05016
		1.447741	(1.41991,1.51556)	0.05564	0.97	0.0000348
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.0002966	0.0006086	0.0002966	3	
60	FMLE	1.211721	(1.08862, 1.33481)	0.246195	0.94	0.00976790
		1.50761	(1.48369, 1.53154)	0.047852	0.96	0.0050790
	FWE	2.073291	(1.96046, 2.18612)	0.225657	0.57	0.72774276
		1.380706	(1.33974, 1.42166)	0.081922	0.95	0.0795291

	<b>FRMLE</b>	1.211721	(1.08862, 1.33481)	0.24619	0.94	0.00976790
		1.507618	(1.48369, 1.53154)	0.04785	0.96	0.0050790
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		4.788433e-06	0.0136904	4.788433e-06	3	
	<b>FMLE</b>	1.17910	(1.09103,1.26717)	0.17613	0.96	0.01741
		1.49969	(1.48295,1.51644)	0.03348	0.97	0.00020
80	<b>FWE</b>	1.44651	(1.36697,1.52604)	0.15906	0.93	0.20542
		1.35330	(1.33275,1.37385)	0.04110	0.96	0.09779
	<b>FRMLE</b>	1.17910	(1.09103,1.26717)	0.17613	0.96	0.01741
		1.49969	(1.48295,1.51644)	0.03348	0.97	0.000201
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		1.095185e-05	0.00332	1.095186e-05	3	

100	<b>FMLE</b>	1.215756	(1.14042,1.291093)	0.1506	0.96	0.01313
		1.487723	(1.472835,1.502611)	0.0297	0.97	0.00818
	<b>FWE</b>	1.58288	(1.513026,1.652751)	0.1397	0.89	0.3190
		1.3787705	(1.35937,1.39816)	0.0387	0.96	0.08081
	<b>FRMLE</b>	1.215756	(1.140420,1.29109)	0.1506	0.96	0.01313
		1.4877238	(1.47283,1.50261)	0.0297	0.97	0.00818
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		1.7834e-05	0.004699	1.7834e-05	3	

من الجدول (7-3) انفاً يتبين الاتي .

1- عند حجم العينة (20) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.018729, 0.043828) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعاملات بالطريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.02094, 1.334104) (1.483726, 1.59429) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة وايت الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.00023904) .

2- عند حجم العينة (40) يتوضح أن تقدير المعلمة الشكل لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0900) اما بالنسبة لمعلمة القياس بان تقدير طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.000348) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمة الشكل بالطريقة وايت الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.31599, 1.06239) واما الاحتمال التغطية (CP) لمعلمة القياس بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.41991, 1.51556) اما بالنسبة لخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.0002966) .

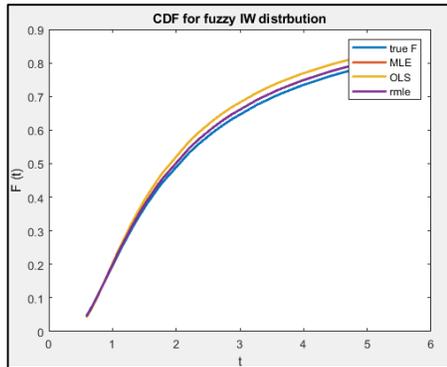
3- عند حجم العينة (60) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.00976790, 0.0050790) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعاملات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.33481, 1.08862) (1.48369, 1.53154) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (4.788433e-06) .

4- عند حجم العينة (80) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.01741, 0.00020) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعاملات بالطريقة الإمكان

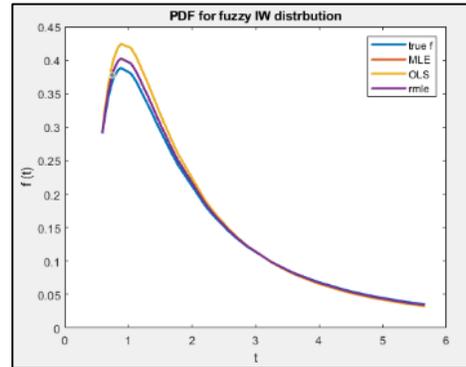
الأعظم الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.09103 , 1.26717) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( $1.095186e-05$ ).

5- عند حجم العينة (100) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.00818 , 0.01313) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعاملات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.29109 , 1.140420) (1.50261 , 1.47283) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الاعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ ( $1.7834e-05$ ).

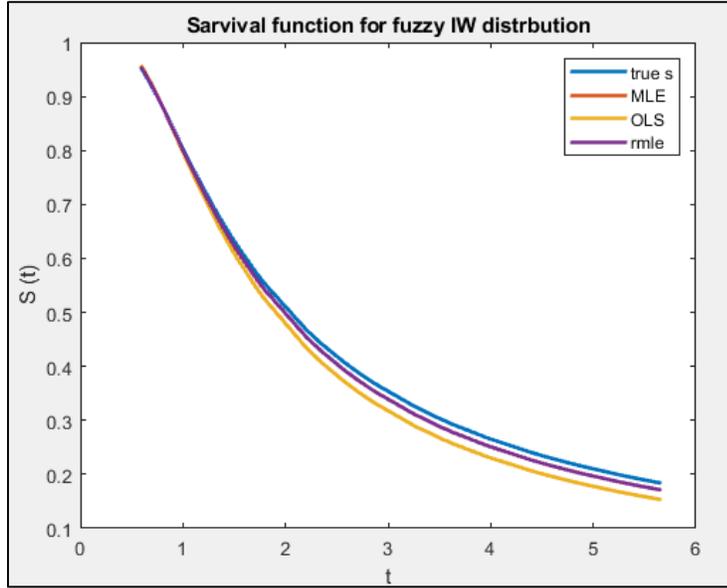
6- عند ازدياد حجم العينة يزداد احتمال فترة التغطية ويقل متوسط مربعات الخطأ.



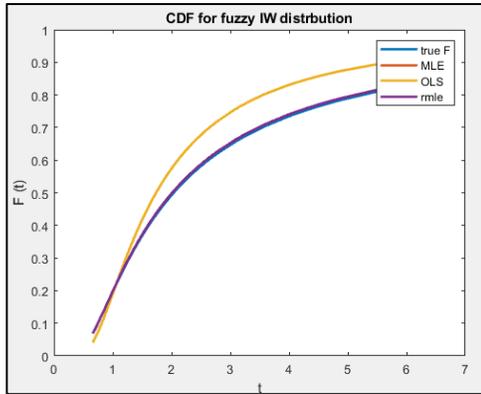
الشكل (3-26) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الخامس



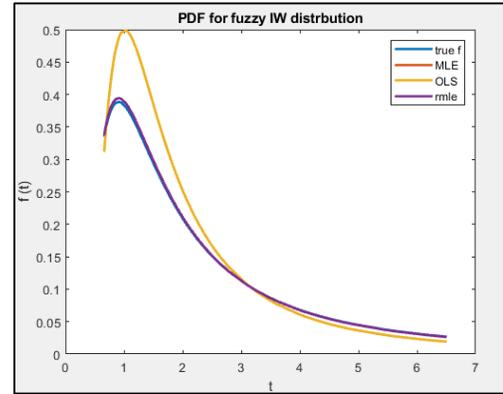
الشكل (3-25) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الخامس



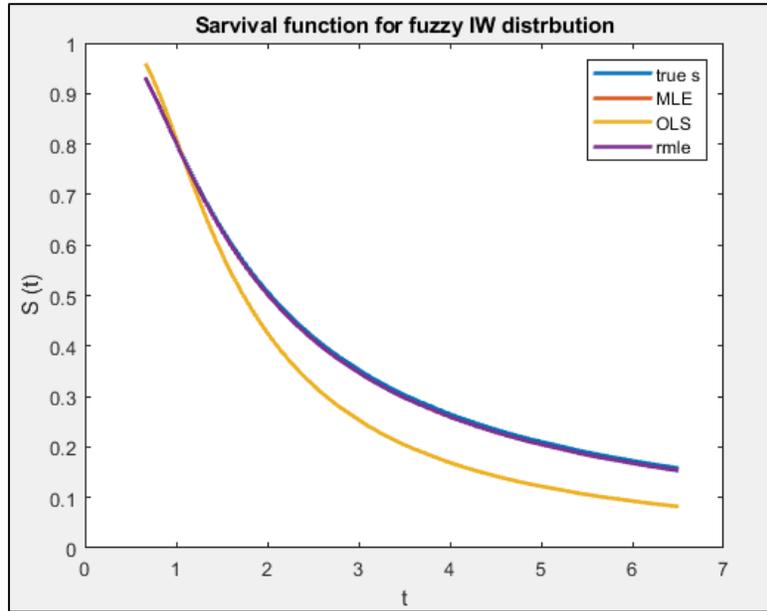
الشكل (3-27) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج الخامس



الشكل (3-29) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الخامس



الشكل (3-28) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج الخامس



الشكل (3-30) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج

الجدول (8-3) يوضح قيم تقدير المعلمات بالفترة ومتوسط مربعات الخطأ واحتمال التغطية لطرائق التقدير الثلاثة للأنموذج السادس بحسب حجوم العينات المفترضة وعند القيم الافتراضية لمعاملات توزيع

$$\alpha = 1.1, \beta = 1.1 \text{ معكوس وييل عندما تكون}$$

n	Mothed	Est . para	Int of est	length	Cov of prob	MSE
20	FMLE	1.40485	(1.33709,1.472620)	0.13552	0.91	0.277142
		0.59343	(0.555614,0.631256)	0.075641	0.83	0.46051
	FWE	1.15856	(1.072310,1.244810)	0.17250	0.95	0.05323
		0.76204	(0.730770,0.79331)	0.062547	0.91	0.30723
	FRMLE	1.0709	(0.949281,1.19253)	0.243254	0.94	0.02644
		1.08355	(1.05458,1.11252)	0.057942	0.96	0.014947
	MSE of model	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.0510	0.01438	2.3348e-05	3	
40	FMLE	1.637441	(1.57912,1.69575)	0.11662	0.81	0.48858

		0.53844	(0.49685,0.58002)	0.08317	0.80	0.51050
	<b>FWE</b>	1.41067	(1.34355,1.47778)	0.13423	0.90	0.28242
		0.62409	(0.58823,0.65995)	0.07172	0.85	0.43263
	<b>FRMLE</b>	<b>1.10408</b>	<b>(0.98912,1.21905)</b>	<b>0.22993</b>	<b>0.94</b>	<b>0.00371</b>
		<b>1.08626</b>	<b>(1.05810,1.11442)</b>	<b>0.05632</b>	<b>0.96</b>	<b>0.012485</b>
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.0811	0.04450	<b>1.6077e-05</b>	3	
60	<b>FMLE</b>	1.42155	(1.37131,1.47179)	0.10047	0.90	0.292321
		0.53761	(0.506462,0.568762)	0.06229	0.80	0.51126
	<b>FWE</b>	1.58363	(1.51760,1.649675)	0.13207	0.83	0.43967
		0.70979	(0.674761,0.744833)	0.07007	0.88	0.35472
	<b>FRMLE</b>	<b>1.044861</b>	<b>(0.938285,1.151437)</b>	<b>0.21315</b>	<b>0.94</b>	<b>0.05012</b>
		<b>1.16445</b>	<b>(1.091372,1.157527)</b>	<b>0.0661</b>	<b>0.96</b>	<b>0.05859</b>
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.07500	0.037566	<b>0.000394</b>	3	
80	<b>FMLE</b>	1.99177	(1.948059,2.035497)	0.08743	0.66	0.810707
		0.51747	(0.478104,0.556845)	0.07874	0.79	0.529568
	<b>FWE</b>	1.32478	(1.276778,1.372787)	0.09600	0.93	0.204347
		0.57600	(0.550020,0.601997)	0.05197	0.83	0.476355
	<b>FRMLE</b>	<b>1.10862</b>	<b>(1.020406,1.196843)</b>	<b>0.17643</b>	<b>0.95</b>	<b>0.007841</b>
		<b>1.07586</b>	<b>(1.053961,1.106773)</b>	<b>0.0528</b>	<b>0.96</b>	<b>0.021938</b>
	<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
		0.095892	0.04861	<b>4.77038e-05</b>	3	
100	<b>FMLE</b>	1.19554	(1.17511,1.21598)	0.040872	0.96	0.08686
		0.31530	(0.29779,0.33281)	0.035019	0.65	0.71336

<b>FWE</b>	1.59078	(1.56413,1.61743)	0.053298	0.84	0.44616
	0.40853	(0.38462,0.432446)	0.047819	0.72	0.62860
<b>FRMLE</b>	<b>1.1037</b>	<b>(1.03508,1.17232)</b>	<b>0.13723</b>	<b>0.94</b>	<b>0.00336</b>
	<b>1.08046</b>	<b>(1.06357,1.09735)</b>	<b>0.033784</b>	<b>0.96</b>	<b>0.01775</b>
<b>MSE of model</b>	MSE(1)	MSE(2)	MSE(3)	best	
	0.16628	0.13287	<b>2.36187e-05</b>	3	

من الجدول (8-3) انفاً يتبين الاتي .

1- عند حجم العينة (20) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.014947 , 0.02644) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.19253 , 0.949281) (1.111252 , 1.05458) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (2.3348e-05) .

2- عند حجم العينة (40) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.012485 , 0.00371) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.21905 , 0.98912) (1.11442 , 1.05810) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (1.6077e-05) .

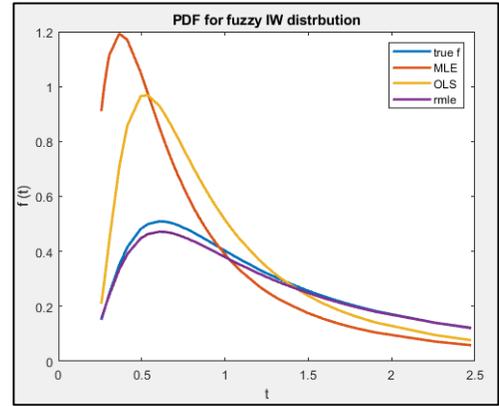
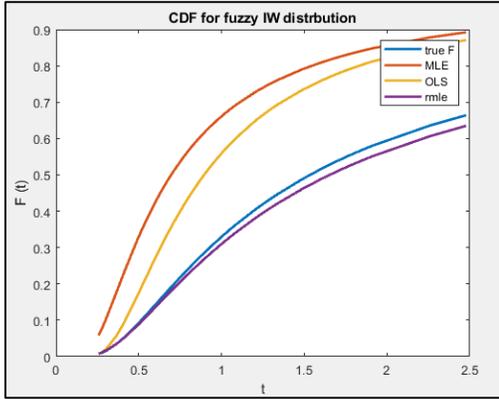
3- عند حجم العينة (60) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.05859 , 0.05012) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة

الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.151437) , (0.938285 , 1.157527) (1.091372 , 1.157527) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.000394) .

4- عند حجم العينة (80) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.007841 , 0.021938) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.196843 , 1.020406) (1.106773 , 1.053961) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (4.77038e-05) .

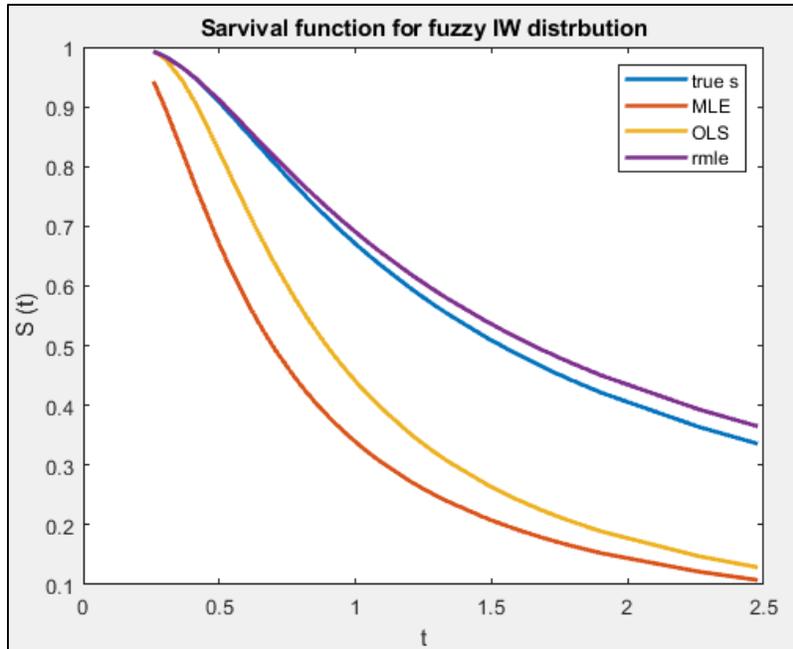
5- عند حجم العينة (100) يتوضح أن تقدير المعلمات لتوزيع معكوس ويبل كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (0.00336 , 0.01775) واما التقدير بالفترة يتوضح بان الاحتمال التغطية (CP) لمعلمات بالطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية الفضلى من بقية الطرائق بالنسبة الاحتمال (0.95) (1.17232) , (1.03508 , 1.09735) (1.06357 , 1.09735) اما بالنسبة الخطأ الانموذج كانت طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية هي الفضلى من بقية الطرائق لأنها تحقق اقل متوسط مربعات الخطأ (2.36187e-05) .

6- عند ازدياد حجم العينة يزداد احتمال فترة التغطية ويقل متوسط مربعات الخطأ.

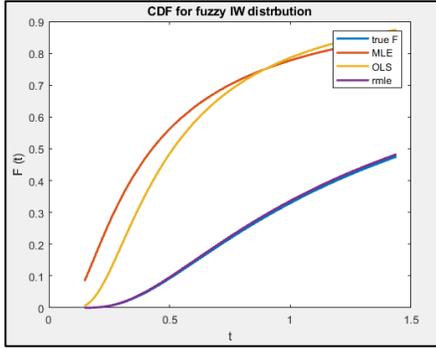


الشكل (32-3) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج السادس

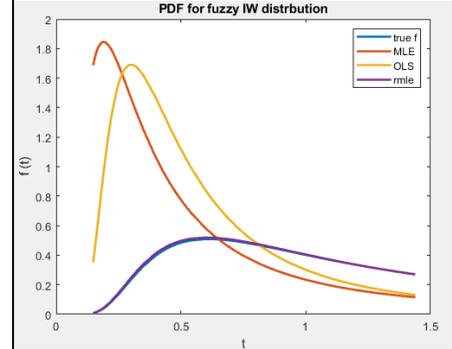
الشكل (31-3) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج السادس



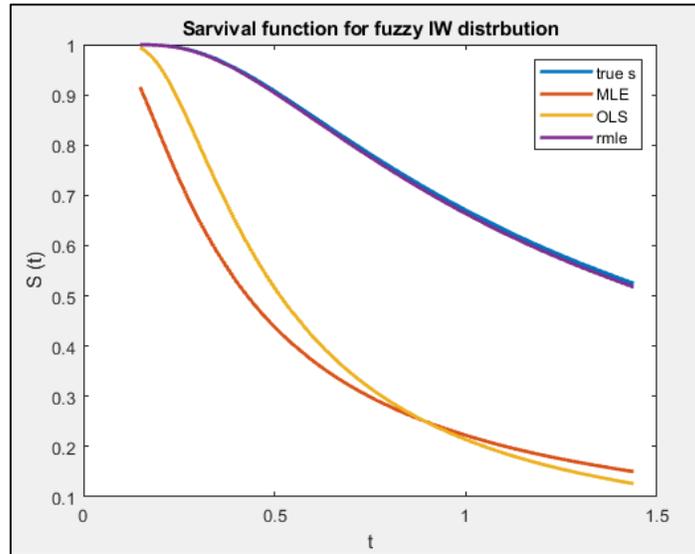
الشكل (33-3) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 60 للأنموذج السادس



الشكل (35-3) دالة التوزيعية التراكمية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج السادس



الشكل (34-3) دالة الكثافة الاحتمالية الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج السادس



الشكل (36-3) دالة البقاء الضبابية لتوزيع (IW) لطرائق التقدير الثلاثة عند حجم عينة 100 للأنموذج السادس

**2-3-3 القسم الثاني الجانب التطبيقي:**

يتضمن هذا القسم تطبيقاً عملياً لتوزيع معكوس ويبل (IW) على بيانات من الواقع الحقيقي التي تم الحصول عليها من مركز الامام الحسين (عليه السلام) لعلاج الأورام وامراض الدم في محافظة كربلاء المقدسة وان هذه البيانات تمثل أوقات البقاء على قيد الحياة لحين الوفاة للحالات المسجلة للمرضى المصابين بسرطان الدماغ ممثلة بخمس سنوات الأخيرة ، وذلك بهدف تطبيقها على التوزيع معكوس ويبل ومن ثم تقدير بالفترة لتوزيع وقد عملنا على استخراج دوال الاحتمالية والتراكمية و البقاء لتوزيع في حالة مقدرات المعلمات ومقدرات بالفترة باستعمال طريقة الإمكان الأعظم النسبية (RMLE) للبيانات الحقيقية والضبابية ولكن في دراستنا هذه سوف نتعرض الى تقدير معلمات بالفترة الضبابية والتي اثبتت طريقة التقدير من خلال تجربة المحاكاة افضليتها عن بقية الطرائق الأخرى اذ تم استعمال برنامج كتب بلغة (MATLAB)

**1-3-3 نبذة عامة عن مرض سرطان الدماغ :**

ورم الدماغ هو نمو غير سرطاني(حميد) او سرطاني خبيث في الدماغ والذي قد يكون ناجماً عن الدماغ نفسه او عن طريق الخلايا السرطانية من الأعضاء الأخرى ، اذ يُعد من أنواع السرطانات النادر العثور عليه ، الا انه ليس بمستحيل ايجاده وقد ينطوي الاعراض على الصداع وتغيرات في الشخصية ( مثل ان يصبح المريض مكتئباً او قلقاً او متحرراً من كل الضوابط بشكل مفاجئ ) وضعف التوازن ومشاكل الترميز والنوبات الصرعية وعدم التنسيق غالباً ما تكتشف فحوصات التصوير ورم الدماغ ولكن في بعض الأحيان تحتاج الحالة الى اخذ خزعة من الورم قد تنطوي المعالجة على الحراجه والمعالجة الشعاعية والمعالجة الكيميائية وتحدث ورم الدماغ عادةً في اثناء بداية او منتصف البلوغ ولكنها قد تحدث في أية مرحلة من العمر إذ أصبح اكثر شيوعاً عند كبار السن ويمكن ان يؤدي ورم الدماغ سواء أكانت سرطانية أم غير سرطانية الى مشاكل خطيرة وذلك لان الجمجمة صلبة ولا تحتوي على حيز ينمو فيه الورم وأيضا اذا حدثت ورم بالقرب من أجزاء الدماغ التي تضبط وظائف حيوية فقد تسبب مشاكل مثل الضعف وصعوبة المشي وفقدان التوازن وفقدان جزئي او كامل للرؤية وصعوبة في فهم ومشاكل في الذاكرة . [44]

**1-1-3-3 الأعراض مرض سرطان الدماغ :**

تختلف اعراض سرطان الدماغ بشكل كبير ويعتمد على حجم ورم الدماغ وموضعه ومعدل نموه وقد تضم الاعراض العامة الناتجة عن اورام الدماغ .

1 - بداية إصابة جديدة بنوبات الصداع .

- 2- الغثيان غير المبرر .
- 3- مشاكل في الابصار مثل تشوش الرؤية .
- 4- صعوبة الكلام .
- 5- مشاكل في السمع .
- 6- الشعور بتعب الشديد .
- 7- حدوث نوبات مرضية ولاسيما عند الأشخاص الذين ليس لديهم تاريخ الإصابة بنوبات مرضية . [44]

### 2-3-3 البيانات الرسالية الحقيقية :

البيانات الحقيقية تمثل أوقات البقاء لمرضى المصابين لسرطان الدماغ لحين الوفاة والتي تم الحصول عليها من السجل الخاص بالمرضى في مركز الامام الحسين (عليه السلام) لعلاج الأورام وامراض الدم في محافظة كربلاء المقدسة إذا اخذت عينة عشوائية بحجم (100) مريض وتحديد فترة بقائهم على قيد الحياة لحين الوفاة ( بالسنوات ) وادراجها في الجدول (9-3) وكما يأتي .

جدول (9-3) مدة بقاء المريض بسرطان الدماغ على قيد الحياة من تاريخ تسجيل الحالة ولحين الوفاة ( بالسنوات )

i	$t_i$								
1	0.25	21	0.45	41	0.7	61	1.2	81	2
2	0.25	22	0.45	42	0.7	62	1.2	82	2
3	0.29	23	0.45	43	0.8	63	1.22	83	2.2
4	0.3	24	0.45	44	0.8	64	1.22	84	2.25
5	0.3	25	0.46	45	0.86	65	1.23	85	2.3
6	0.3	26	0.5	46	0.9	66	1.24	86	2.4
7	0.3	27	0.5	47	0.9	67	1.25	87	2.5
8	0.3	28	0.5	48	0.97	68	1.3	88	2.6
9	0.3	29	0.52	49	0.98	69	1.3	89	2.68
10	0.31	30	0.54	50	0.99	70	1.4	90	3

11	0.32	31	0.55	51	1	71	1.5	91	3.01
12	0.34	32	0.57	52	1	72	1.5	92	3.1
13	0.35	33	0.58	53	1.02	73	1.6	93	3.15
14	0.4	34	0.6	54	1.03	74	1.6	94	3.2
15	0.4	35	0.6	55	1.1	75	1.6	95	3.2
16	0.4	36	0.6	56	1.1	76	1.7	96	3.2
17	0.44	37	0.64	57	1.1	77	1.8	97	3.25
18	0.45	38	0.65	58	1.1	78	1.8	98	3.7
19	0.45	39	0.66	59	1.1	79	1.9	99	4
20	0.45	40	0.7	60	1.2	80	1.9	100	4

وان اهم المؤشرات الإحصائية للبيانات الحقيقية المذكورة أنفا مبينة في الجدول (10-3) ادناه .

الجدول (10-3) قيم المؤشرات الإحصائية للبيانات الحقيقية

Statistic	Value
Mean	1.2442
Std. Deviation	0.9597
Median	0.9950
Mode	0.4500
Variance	0.9210
Range	3.7500
Min	0.2500
Max	4

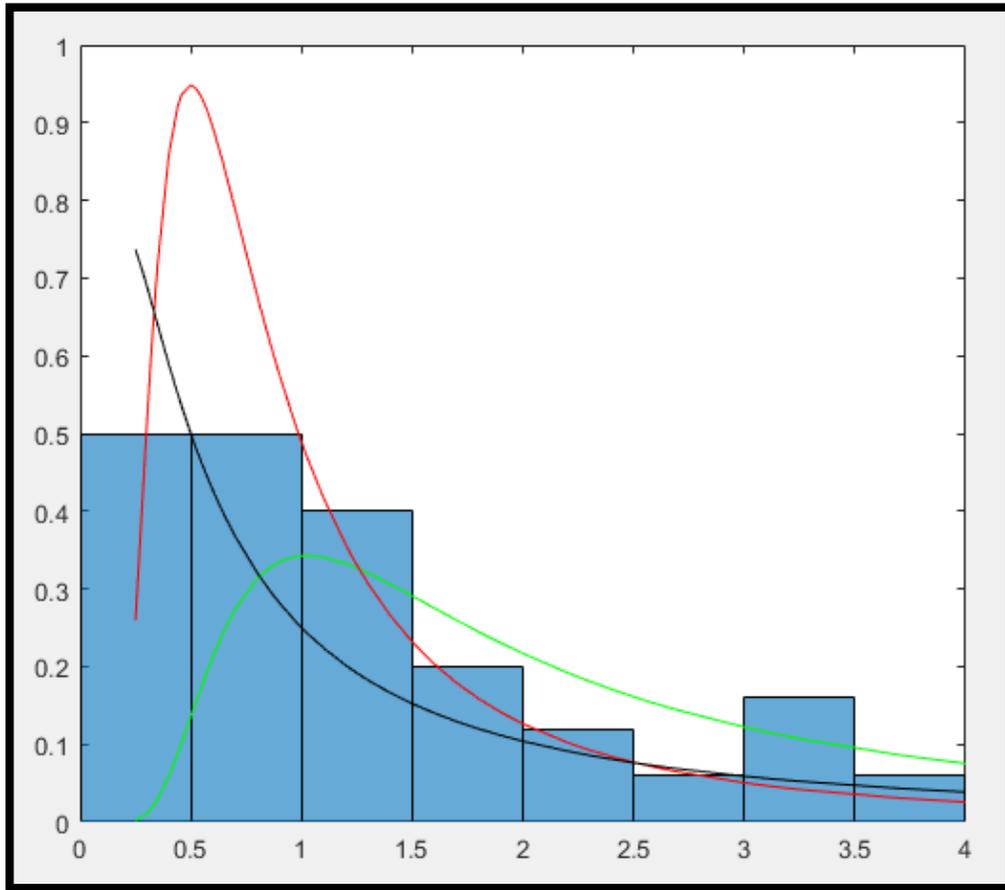
### 3-3-3 اختبار ملائمة البيانات ( Data Fitting test ):

لغرض معرفة توزيع البيانات الحقيقية الواردة في الجدول (3-9) تتبع توزيع معكوس ويبيل (IW) ام لا وتم استعمال اختبار كولمكروف - سميرنوف (Kolmogorov-Smirnov) لتوزيع عند معلمات مختلفة عن طريق برنامج كتب بلغة ماتلاب وتم ذكره في الجانب النظري وحسب الصيغة (2-76) حسب الفرضية الإحصائية الآتية .

$H_0$ =the data are distribution (IW)

$H_1$  =the data are not distribution (IW)

وكانت نتيجة الاختبار البالغة هي ( 0.2342 ) اكبر من مستوى المعنوية (0.05) لذلك لا نرفض فرضية العدم أي ان البيانات تتبع توزيع معكوس ويبيل



الشكل (3-37) منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات الحقيقية عند قيم مختلفة للمعلمات لتوزيع معكوس

ويبل

(المصدر من اعداد الباحث)

### 4-3-3 تضبيب البيانات (Data Fuzziness):

يتم تحويل متجه البيانات الحقيقية التقليدية  $\underline{t} = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$  الى الضبابية وذلك لأيجاد درجة الانتماء المقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات متجه البيانات الحقيقية التقليدية باستعمال دالة الانتماء المثلثية حسب الصيغة (2-3) إذ أن  $a = 0.25$  تمثل اقل قيمة من قيم مشاهدات البيانات الحقيقية و  $b = 4$  تمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات البيانات الحقيقية والذي ينتج لدينا متجه بيانات ضبابية  $\tilde{t} = \tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3, \dots, \tilde{t}_n$  يضمن كل مشاهدة ودرجة انتماءها المقابلة كالاتي .

جدول (11-3) البيانات الحقيقية ودرجة انتماء كل مشاهدة

i	$t_i$	Degree of Membership
1	0.25	0
2	0.25	0
3	0.29	0.0106
4	0.3	0.0133
5	0.3	0.0133
6	0.3	0.0133
7	0.3	0.0133
8	0.3	0.0133
9	0.3	0.0133
10	0.31	0.016
11	0.32	0.0186
12	0.34	0.024
13	0.35	0.0266
14	0.4	0.04

15	0.4	0.04
16	0.4	0.04
17	0.44	0.0506
18	0.45	0.0533
19	0.45	0.0533
20	0.45	0.0533
21	0.45	0.0533
22	0.45	0.0533
23	0.45	0.0533
24	0.45	0.0533
25	0.46	0.056
26	0.5	0.0666
27	0.5	0.0666
28	0.5	0.0666
29	0.52	0.072
30	0.54	0.0773
31	0.55	0.08
32	0.57	0.0853
33	0.58	0.088
34	0.6	0.0933
35	0.6	0.0933
36	0.6	0.0933
37	0.64	0.104
38	0.65	0.1066

39	0.66	0.1093
40	0.7	0.12
41	0.7	0.12
42	0.7	0.12
43	0.8	0.1466
44	0.8	0.1466
45	0.86	0.1626
46	0.9	0.1733
47	0.9	0.1733
48	0.97	0.192
49	0.98	0.1946
50	0.99	0.1973
51	1	0.2
52	1	0.2
53	1.02	0.2053
54	1.03	0.208
55	1.1	0.2266
56	1.1	0.2266
57	1.1	0.2266
58	1.1	0.2266
59	1.1	0.2266
60	1.2	0.2533
61	1.2	0.2533
62	1.2	0.2533

63	1.22	0.2586
64	1.22	0.2586
65	1.23	0.2613
66	1.24	0.264
67	1.25	0.2666
68	1.3	0.28
69	1.3	0.28
70	1.4	0.3066
71	1.5	0.3333
72	1.5	0.3333
73	1.6	0.36
74	1.6	0.36
75	1.6	0.36
76	1.7	0.3866
77	1.8	0.4133
78	1.8	0.4133
79	1.9	0.44
80	1.9	0.44
81	2	0.4666
82	2	0.4666
83	2.2	0.52
84	2.25	0.5333
85	2.3	0.5466
86	2.4	0.5733

87	2.5	0.6
88	2.6	0.6266
89	2.68	0.648
90	3	0.7333
91	3.01	0.736
92	3.1	0.76
93	3.15	0.7733
94	3.2	0.7866
95	3.2	0.7866
96	3.2	0.7866
97	3.25	0.8
98	3.7	0.92
99	4	1
100	4	1

بعد ذلك يتم الحصول على المجموعة الضبابية عند معاملات القطع  $\gamma = 0.15, 0.2$   
 $\tilde{A}_\gamma = \{\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{t}_3, \dots, \tilde{t}_n\}$  باختيار العناصر في المجموعة الضبابية التي لها درجة انتماء اكبر او  
 تساوي القطع  $\gamma$

### 5-3-3 تحليل البيانات (Data analyzing):

لتحليل عينة البيانات الضبابية في تقدير بالفترة عن طريق ما توصلنا اليه في الجانب التجريبي وبيان افضلية  
 طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية (FRML) في تقدير بالفترة وكانت معاملات الافتراضية في الجانب  
 التطبيقي قريبة في الانموذج الخامس الذي تحقق اقل (MSE) بالنسبة حجم العينة (60) وتم حساب الدالة  
 الاحتمالية دالة التوزيع التراكمي ودالة البقاء لتوزيع (IW) من طريقة التقدير بالفترة حيث أن  
 $\hat{S}$  of Lower يمثل تقدير دالة البقاء لحد Lower لفترة و  $\hat{S}$  of Est يمثل تقدير دالة البقاء لمعاملات  
 و  $\hat{S}$  of Upper يمثل دالة البقاء لحد Upper كما موضح في الجدول (12-3)

جدول (12-3) تقدير دالة البقاء بالفترة للبيانات الضبابية عند القطع (0.15)

$i$	$\tilde{t}_{0.15}$	$\hat{Sof}$ Lower	$\hat{Sof}$ Est	$\hat{Sof}$ Upper
1	0.86	0.83091	0.86071	0.88901
2	0.9	0.81570	0.84480	0.87301
3	0.9	0.81570	0.84480	0.87301
4	0.97	0.78950	0.8168	0.8442
5	0.98	0.7858	0.81291	0.84012
6	0.99	0.78214	0.80894	0.83596
7	1	0.77849	0.80498	0.83180
8	1	0.77849	0.80498	0.83180
9	1.02	0.77123	0.79709	0.82346
10	1.03	0.76762	0.79315	0.81929
11	1.1	0.74288	0.76597	0.79017
12	1.1	0.74288	0.76597	0.79017
13	1.1	0.74288	0.76597	0.79017
14	1.1	0.74288	0.76597	0.79017
15	1.1	0.74288	0.76597	0.79017
16	1.2	0.70918	0.72845	0.74932
17	1.2	0.70918	0.72845	0.74932
18	1.2	0.70918	0.72845	0.74932
19	1.22	0.70268	0.72117	0.74132
20	1.22	0.70268	0.72117	0.74132
21	1.23	0.69946	0.71755	0.73735

22	1.24	0.69626	0.71396	0.73339
23	1.25	0.69308	0.71039	0.72945
24	1.3	0.67749	0.69282	0.71002
25	1.3	0.67749	0.69282	0.71002
26	1.4	0.64782	0.65925	0.67267
27	1.5	0.62009	0.62777	0.63748
28	1.5	0.62009	0.62777	0.63748
29	1.6	0.59421	0.59835	0.6045
30	1.6	0.59421	0.59835	0.60451
31	1.6	0.59421	0.59835	0.60451
32	1.7	0.57007	0.5709	0.57372
33	1.8	0.547527	0.54530	0.54504
34	1.8	0.54752	0.54530	0.54504
35	1.9	0.52646	0.52143	0.51835
36	1.9	0.52646	0.52143	0.51835
37	2	0.50677	0.49918	0.4935
38	2	0.50677	0.49918	0.4935
39	2.2	0.47106	0.45901	0.44892
40	2.25	0.46283	0.44979	0.43873
41	2.3	0.45485	0.44087	0.42890
42	2.4	0.43961	0.42389	0.41022
43	2.5	0.42528	0.40798	0.3928
44	2.6	0.41177	0.39305	0.37651
45	2.68	0.40151	0.38176	0.36424

46	3	0.36481	0.34167	0.32106
47	3.01	0.36376	0.34054	0.31985
48	3.1	0.35458	0.33060	0.30925
49	3.15	0.34966	0.32530	0.30360
50	3.2	0.34487	0.32014	0.29813
51	3.2	0.34487	0.32014	0.29813
52	3.2	0.34487	0.32014	0.29813
53	3.25	0.34020	0.31512	0.29281
54	3.7	0.30294	0.27548	0.25123
55	4	0.28210	0.25362	0.22865
56	4	0.28210	0.25362	0.22865

جدول (13-3) تقدير دالة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي بالفترة للبيانات الضبابية عند القطع (0.15)

i	$\hat{f}_{of}$ Lower	$\hat{f}_{of}$ Est	$\hat{f}_{of}$ Upper	$\hat{F}_{of}$ Lower	$\hat{F}_{of}$ Est	$\hat{F}_{of}$ Upper
1	0.3818	0.3962	0.3942	0.1690	0.1392	0.1109
2	0.3783	0.3987	0.4046	0.1842	0.1551	0.1269
3	0.3783	0.3987	0.4046	0.1842	0.1551	0.1269
4	0.3694	0.3977	0.4149	0.2104	0.1831	0.1557
5	0.3679	0.3971	0.4156	0.2141	0.1870	0.1598
6	0.3664	0.3964	0.4162	0.2178	0.1910	0.1640
7	0.3647	0.3956	0.4166	0.2215	0.1950	0.1681
8	0.3647	0.3956	0.4166	0.2215	0.1950	0.1681
9	0.3614	0.3938	0.4171	0.2287	0.2029	0.1765
10	0.3597	0.3927	0.4171	0.2323	0.2068	0.1807
11	0.3468	0.3835	0.4139	0.2571	0.2340	0.2098
12	0.3468	0.3835	0.4139	0.2571	0.2340	0.2098
13	0.3468	0.3835	0.4139	0.2571	0.2340	0.2098
14	0.3468	0.3835	0.4139	0.2571	0.2340	0.2098
15	0.3468	0.3835	0.4139	0.2571	0.2340	0.2098

16	0.3270	0.3661	0.4016	0.2908	0.2715	0.2506
17	0.3270	0.3661	0.4016	0.2908	0.2715	0.2506
18	0.3270	0.3661	0.4016	0.2908	0.2715	0.2506
19	0.3229	0.3622	0.3984	0.2973	0.2788	0.2586
20	0.3229	0.3622	0.3984	0.2973	0.2788	0.2586
21	0.3209	0.3603	0.3967	0.3005	0.2824	0.2626
22	0.3189	0.3583	0.3950	0.3037	0.2860	0.2666
23	0.3168	0.3563	0.3932	0.3069	0.2896	0.2705
24	0.3067	0.3461	0.3837	0.3225	0.3071	0.2899
25	0.3067	0.3461	0.3837	0.3225	0.3071	0.2899
26	0.2868	0.3252	0.3628	0.3521	0.3407	0.3273
27	0.2678	0.3043	0.3408	0.3799	0.3722	0.3625
28	0.2678	0.3043	0.3408	0.3799	0.3722	0.3625
29	0.2499	0.2842	0.3186	0.4057	0.4016	0.3954
30	0.2499	0.2842	0.3186	0.4057	0.4016	0.3954
31	0.2499	0.2842	0.3186	0.4057	0.4016	0.3954
32	0.233	0.2650	0.29714	0.4299	0.4291	0.4262
33	0.2178	0.2471	0.27664	0.4524	0.4546	0.4549
34	0.2178	0.2471	0.27664	0.4524	0.4546	0.4549
35	0.2035	0.2303	0.25737	0.4735	0.4785	0.4816
36	0.2035	0.2303	0.25737	0.4735	0.4785	0.4816
37	0.1904	0.2149	0.23942	0.4932	0.5008	0.506
38	0.1904	0.2149	0.23942	0.4932	0.5008	0.506
39	0.1673	0.1875	0.20744	0.5289	0.5409	0.5510
40	0.1621	0.1813	0.2002	0.5371	0.5502	0.5612
41	0.1571	0.1754	0.19331	0.5451	0.5591	0.5710
42	0.1477	0.1643	0.18032	0.5603	0.5761	0.5897
43	0.1391	0.1540	0.16840	0.5747	0.5920	0.6072
44	0.1311	0.1446	0.15744	0.5882	0.6069	0.6234
45	0.1252	0.1376	0.14932	0.5984	0.6182	0.6357
46	0.1049	0.1138	0.12179	0.6351	0.6583	0.6789
47	0.1044	0.1132	0.12104	0.6362	0.6594	0.6801
48	0.0996	0.1075	0.11457	0.6454	0.6693	0.6907
49	0.0970	0.1046	0.11117	0.6503	0.6746	0.6963
50	0.0946	0.1017	0.1079	0.6551	0.6798	0.7018
51	0.0946	0.1017	0.1079	0.6551	0.6798	0.7018

52	0.0946	0.1017	0.1079	0.6551	0.6798	0.7018
53	0.0922	0.0990	0.1047	0.6597	0.6848	0.7071
54	0.0742	0.0783	0.0813	0.6970	0.7245	0.7487
55	0.0649	0.0677	0.0695	0.7178	0.7463	0.7713
56	0.0649	0.0677	0.0695	0.7178	0.7463	0.7713

جدول (3-14) تقدير دالة البقاء بالفترة للبيانات الضبابية عند القطع (0.2)

i	$\tilde{t}_{0.2}$	$\hat{Sof}$ Lower	$\hat{Sof}$ Est	$\hat{Sof}$ Upper
1	1	0.77604	0.80660	0.83676
2	1	0.77604	0.80660	0.83676
3	1.02	0.77043	0.80024	0.82984
4	1.03	0.76766	0.79707	0.82639
5	1.1	0.74867	0.77528	0.80238
6	1.1	0.74867	0.77528	0.80238
7	1.1	0.74867	0.77528	0.80238
8	1.1	0.74867	0.77528	0.80238
9	1.1	0.74867	0.77528	0.80238
10	1.2	0.72294	0.74535	0.76882
11	1.2	0.72294	0.74535	0.76882
12	1.2	0.7229	0.74535	0.76882
13	1.22	0.71798	0.73955	0.76225
14	1.22	0.71798	0.73955	0.76225
15	1.23	0.71553	0.73667	0.75898
16	1.24	0.71309	0.73380	0.75573
17	1.25	0.71067	0.73095	0.75249

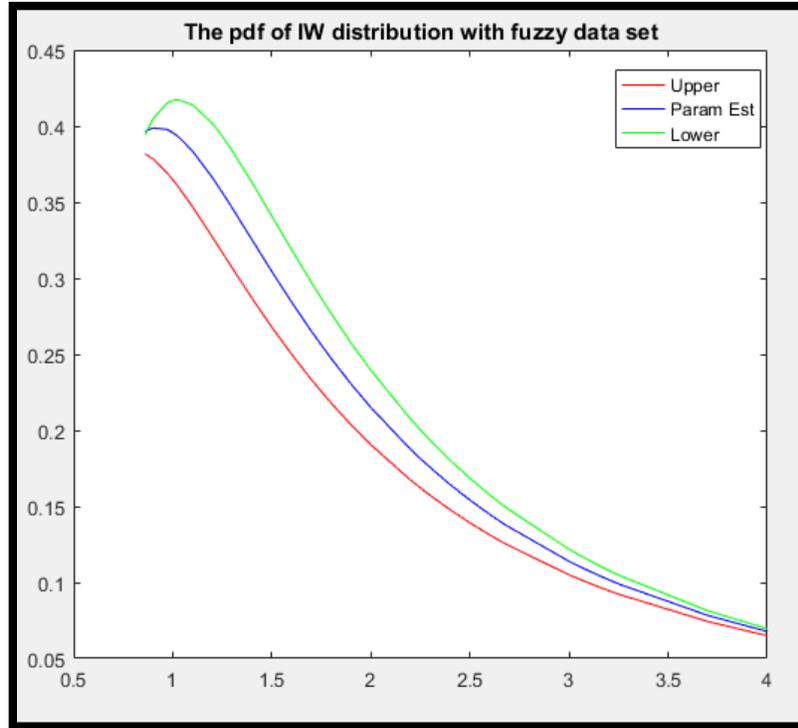
18	1.3	0.69878	0.71695	0.73651
19	1.3	0.69878	0.71695	0.73651
20	1.4	0.67612	0.69010	0.70566
21	1.5	0.65486	0.66480	0.67640
22	1.5	0.65486	0.66480	0.67640
23	1.6	0.63490	0.64097	0.64875
24	1.6	0.63490	0.64097	0.64875
25	1.6	0.63490	0.64097	0.64875
26	1.7	0.61615	0.61856	0.62268
27	1.8	0.5985	0.59747	0.59814
28	1.8	0.5985	0.59747	0.59814
29	1.9	0.58187	0.57762	0.57506
30	1.9	0.58187	0.57762	0.57506
31	2	0.56618	0.55892	0.55336
32	2	0.56618	0.55892	0.55336
33	2.2	0.53735	0.52467	0.51374
34	2.25	0.53062	0.51671	0.50456
35	2.3	0.52407	0.50897	0.49565
36	2.4	0.51148	0.49412	0.47861
37	2.5	0.49952	0.48007	0.46254
38	2.6	0.48815	0.46675	0.44738
39	2.68	0.47944	0.45660	0.43585
40	3	0.44775	0.41988	0.39451
41	3.01	0.44683	0.41883	0.39332

42	3.1	0.43875	0.40955	0.38297
43	3.15	0.43440	0.40457	0.37743
44	3.2	0.43014	0.39970	0.37202
45	3.2	0.43014	0.39970	0.37202
46	3.2	0.43014	0.39970	0.37202
47	3.25	0.4259	0.39494	0.36675
48	3.7	0.39208	0.35662	0.32471
49	4	0.37256	0.33488	0.30121
50	4	0.37256	0.33488	0.30121

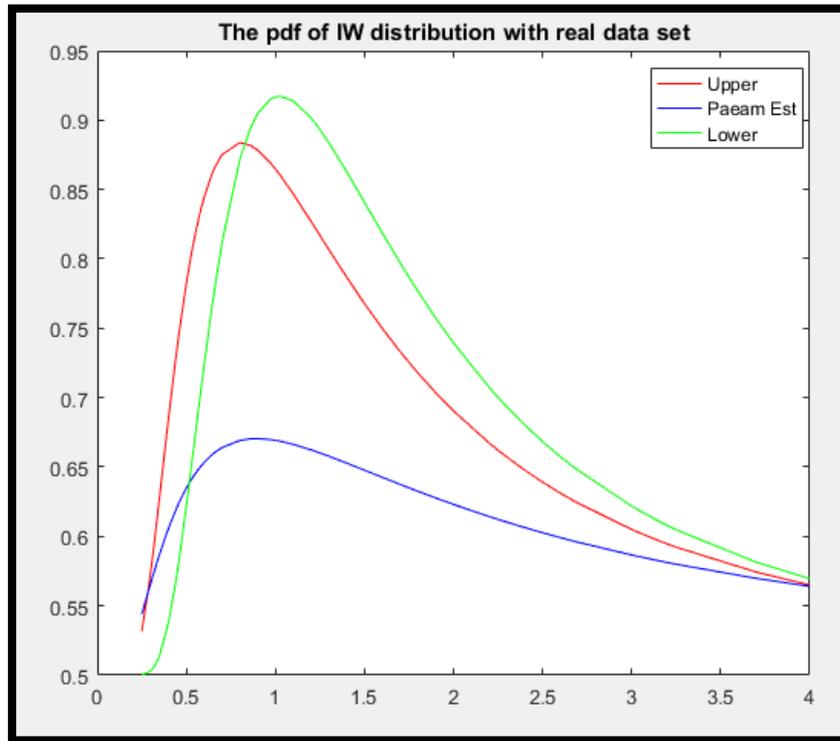
جدول (3-15) تقدير دالة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي بالفترة للبيانات الضبابية عند القطع (0.2)

i	$\hat{f}_{of}$ Lower	$\hat{f}_{of}$ Est	$\hat{f}_{of}$ Upper	$\hat{F}_{of}$ Lower	$\hat{F}_{of}$ Est	$\hat{F}_{of}$ Upper
1	0.2819	0.3194	0.3459	0.2239	0.1933	0.1632
2	0.2819	0.3194	0.3459	0.2239	0.1933	0.1632
3	0.2786	0.3170	0.3454	0.2295	0.1997	0.1701
4	0.2769	0.3158	0.3450	0.2323	0.2029	0.1736
5	0.2654	0.3065	0.3405	0.2513	0.2247	0.1976
6	0.2654	0.3065	0.3405	0.2513	0.2247	0.1976
7	0.2654	0.3065	0.3405	0.2513	0.2247	0.1976
8	0.2654	0.3065	0.3405	0.2513	0.2247	0.1976
9	0.2654	0.3065	0.3405	0.2513	0.2247	0.1976
10	0.2493	0.2917	0.3298	0.2770	0.2546	0.2311
11	0.2493	0.2917	0.3298	0.2770	0.2546	0.2311
12	0.2493	0.2917	0.3298	0.2770	0.2546	0.2311
13	0.2461	0.2887	0.3273	0.2820	0.2604	0.2377
14	0.2461	0.2887	0.3273	0.2820	0.2604	0.2377
15	0.2446	0.2871	0.325975	0.2844	0.2633	0.2410
16	0.2430	0.2856	0.324622	0.2869	0.2661	0.2442
17	0.2415	0.28405	0.323246	0.2893	0.2690	0.2475
18	0.2339	0.2762	0.316056	0.3012	0.2830	0.2634

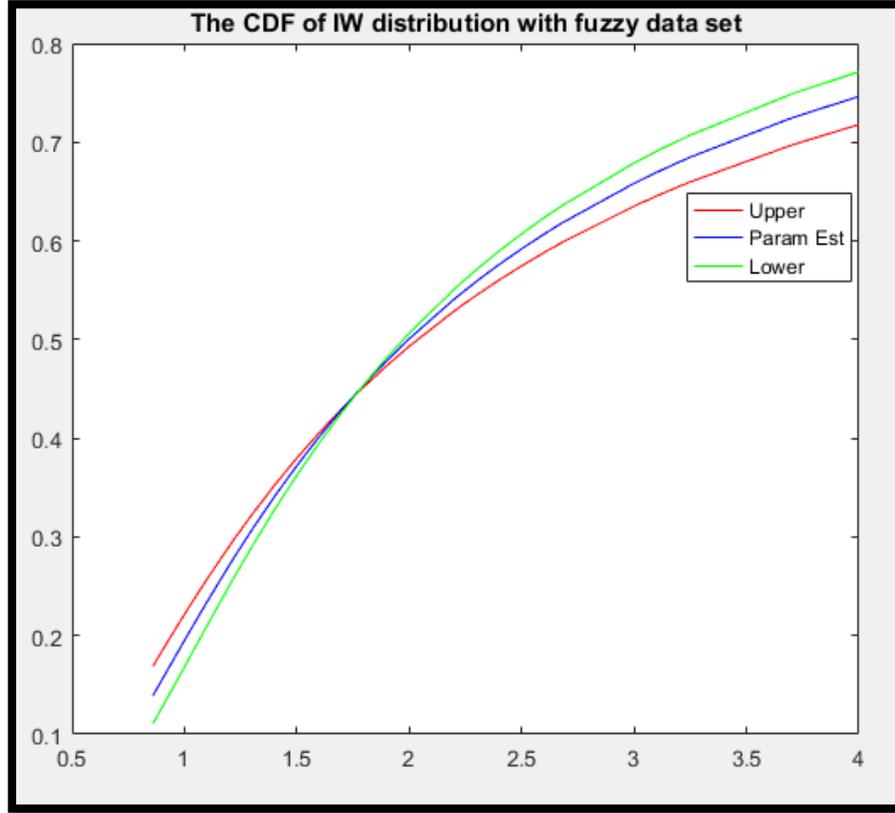
19	0.2339	0.2762	0.316056	0.3012	0.2830	0.2634
20	0.2194	0.2606	0.300625	0.3238	0.3098	0.2943
21	0.2059	0.2455	0.284573	0.3451	0.3351	0.3235
22	0.2059	0.2455	0.284573	0.3451	0.3351	0.3235
23	0.1934	0.2310	0.268539	0.3650	0.3590	0.3512
24	0.1934	0.2310	0.268539	0.3650	0.3590	0.3512
25	0.1934	0.2310	0.2685	0.3650	0.3590	0.3512
26	0.1818	0.2173	0.2529	0.3838	0.3814	0.3773
27	0.1712	0.2045	0.2379	0.4015	0.4025	0.4018
28	0.1712	0.2045	0.2379	0.4015	0.4025	0.4018
29	0.1614	0.1925	0.2237	0.4181	0.4223	0.4249
30	0.1614	0.1925	0.2237	0.4181	0.4223	0.4249
31	0.1524	0.1814	0.2104	0.4338	0.4410	0.4466
32	0.1524	0.1814	0.2104	0.4338	0.4410	0.4466
33	0.1363	0.1615	0.1863	0.4626	0.4753	0.4862
34	0.1327	0.1570	0.1808	0.4693	0.4832	0.4954
35	0.1292	0.1526	0.1754	0.4759	0.4910	0.5043
36	0.1226	0.14439	0.1654	0.4885	0.5058	0.5213
37	0.1165	0.1367	0.1560	0.5004	0.5199	0.5374
38	0.1109	0.1296	0.1473	0.5118	0.5332	0.5526
39	0.1066	0.1243	0.1408	0.5205	0.5433	0.5641
40	0.0919	0.1058	0.1183	0.5522	0.5801	0.6054
41	0.0915	0.1053	0.1177	0.5531	0.5811	0.6066
42	0.0879	0.1008	0.1123	0.5612	0.5904	0.6170
43	0.0860	0.0985	0.1095	0.5655	0.5954	0.6225
44	0.0842	0.0962	0.1067	0.5698	0.6002	0.6279
45	0.0842	0.0962	0.1067	0.5698	0.6002	0.6279
46	0.0842	0.0962	0.1067	0.5698	0.6002	0.6279
47	0.0824	0.0940	0.1040	0.5740	0.6050	0.6332
48	0.0688	0.07709	0.0837	0.6079	0.6433	0.6752
49	0.0615	0.0681	0.0732	0.6274	0.6651	0.6987
50	0.0615	0.0681	0.0732	0.62743	0.665	0.6987



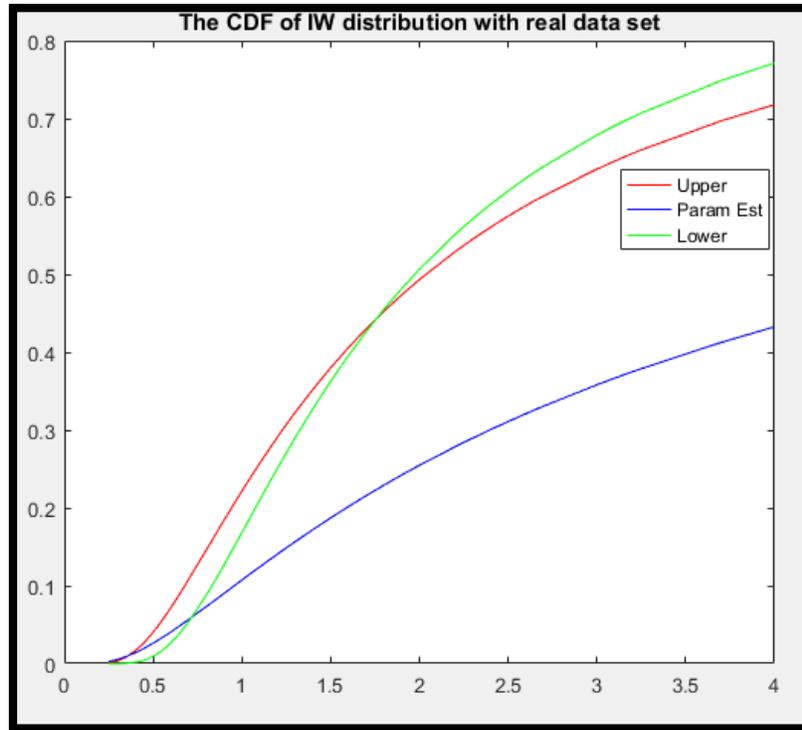
الشكل (38-3) دالة الكثافة الاحتمالية لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبل (IW) في حالة البيانات الضبابية (المصدر من اعداد الباحث)



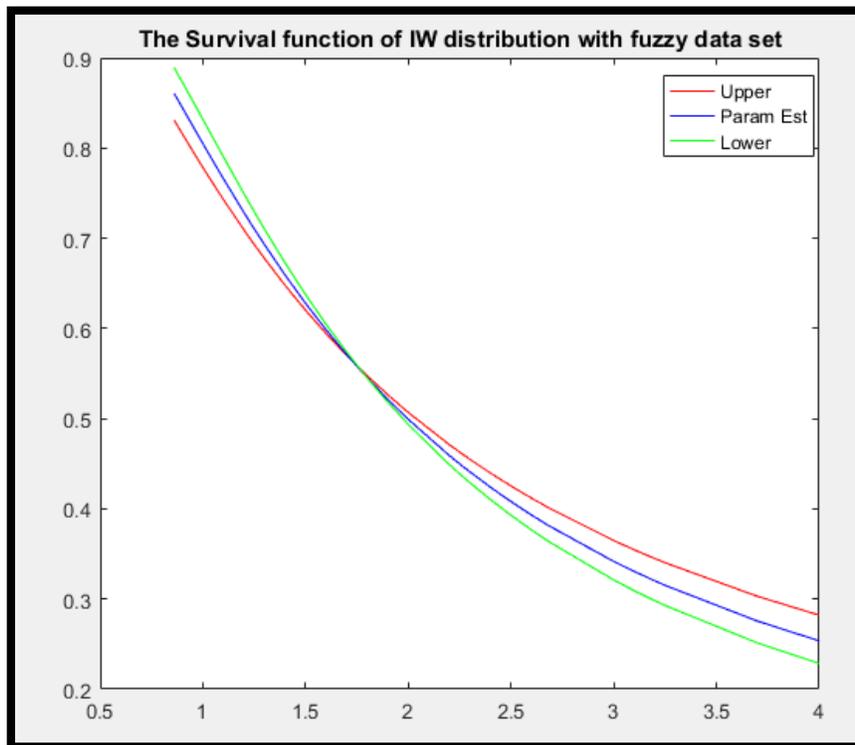
الشكل (3-39) دالة الكثافة الاحتمالية لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل ( $IW$ ) في حالة البيانات الحقيقية (المصدر من اعداد الباحث)



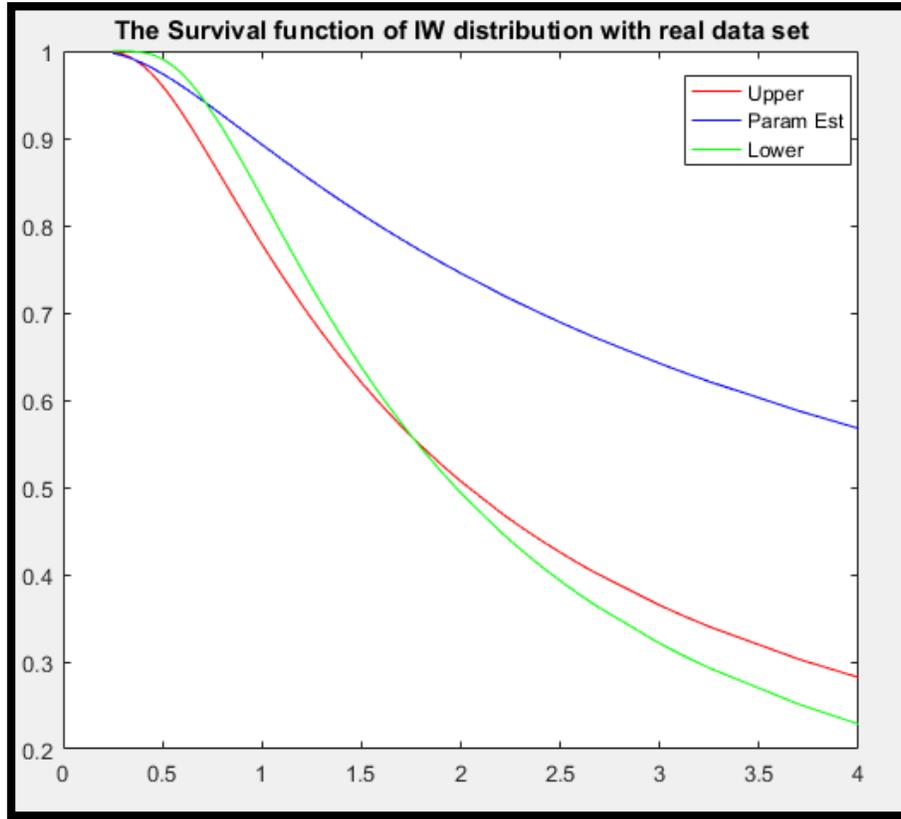
الشكل (3-40) دالة التوزيع التراكمي لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل ( $IW$ ) في حالة البيانات الضبابية (المصدر من اعداد الباحث)



الشكل (3-41) دالة التوزيع التراكمي لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبيل (IW) في حالة البيانات الحقيقية (المصدر من اعداد الباحث)



الشكل (3-42) دالة البقاء لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبل ( $IW$ ) في حالة البيانات الضبابية (المصدر من اعداد الباحث)



الشكل (3-43) دالة البقاء لتقدير بالفترة لتوزيع معكوس ويبل ( $IW$ ) في حالة البيانات الحقيقية (المصدر من اعداد الباحث)

نلاحظ من الاشكال أعلاه ان دالة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمية ودالة البقاء لتوزيع معكوس ويبل لتقدير بالفترة في حالة البيانات الضبابية افضل من البيانات الحقيقية أي ان تقدير معلمات في حالة البيانات الضبابية تقع ضمن الحد الأدنى والحد الأعلى اما في حالة البيانات الحقيقية فان تقدير معلمات تقع خارج الحد الأدنى والحد الأعلى .

جدول (3-16) القيم المقدرة للمعلمات بالفترة في توزيع (IW) للبيانات الضبابية

8	Par	Est	Interval of Est	length	MSE
0.15	$\hat{\alpha}$	1.2412	(1.0926,1.3898)	0.2972	0.01993
	$\hat{\beta}$	1.4858	(1.4558,1.5158)	0.06	0.02566
0.2	$\hat{\alpha}$	1.0052	(0.8413,1.1692)	0.3279	0.00898
	$\hat{\beta}$	1.6388	(1.6145,1.6631)	0.0486	0.000125

الجدول (3-16) انفاً يتبين الاتي .

- 1- نتائج تقدير المعلمات للبيانات الضبابية كانت ادق التقدير بالنسبة للبيانات الحقيقية عند المعلمات الافتراضية .
- 2- ان تقدير المعلمات عند القطع الأول والقطع الثاني كانت قريبة من المعلمات الافتراضية في توزيع معكوس ويبل للبيانات الضبابية .
- 3- ان تقدير المعلمات والمعلمات الافتراضية تقع ضمن التقدير بالفترة عند القطع الأول والقطع الثاني للبيانات الضبابية .
- 4- ان تقدير المعلمات وتقدير بالفترة في القطع الثاني (0.2) افضل من القطع الأول (0.15) لأنها حققت اقل (MSE) .
- 5- بزيادة القطع في المجموعة الضبابية تزداد الدقة التقديرات وفقاً لطريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية وتقل الدقة التقديرات بالطريقة الإمكان الأعظم الاعتيادية .



الفصل الرابع  
الاستنتاجات  
والتوصيات

**1-4 الاستنتاجات :**

تعتبر الاستنتاجات من أهم النقاط التي يتطرق اليها الباحث في أي دراسة او بحث يحصل فيه على نتائج علمية . لذا سنتطرق الان الى أهم الاستنتاجات التي توصلت الى الرسالة من نتائج الجانب المحاكاة والجانب التطبيقي .

- 1- تفوق طريقة الإمكان الأعظم النسبية على الطرائق التقدير الأخرى وهما طريقة الإمكان الأعظم وطريقة وايت حيث أعطت اقل متوسط مربعات الخطأ كما أعطت نسبة احتمال التغطية أدق .
- 2- عدم تفوق الطرق الأخرى على طريقة الإمكان الأعظم النسبية في جميع حالات تغير معلمة الشكل الافتراضية  $\alpha$  مقارنة مع معلمة القياس الافتراضية  $\beta$  .
- 3- ان المعلمات المقدره والمعلمات الافتراضية تقع ضمن التقدير بالفترة التي حصل عليها ضمن الطريقة الأفضل .
- 4- ساعدت الضبابية في زيادة دقة التقديرات بحيث كلما زادت الضبابية توصلنا الى تقديرات دقيقة لمعلمات التوزيع الاحتمالي الضبابي .
- 5- كلما زاد القطع قل متوسط مربعات الخطأ وزادت دقة التقديرات المستخرجة وفق طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية .
- 6- ان بيانات أوقات البقاء للحياة للمرضى المصابين بسرطان الدماغ اكثر توافق مع توزيع معكوس ويبل عند تقدير بالفترة لدالة البقاء بطريقة الإمكان الأعظم النسبية .

**2-4 التوصيات :**

- في ضوء ما توصل اليه الباحث في هذه الرسالة من استنتاجات نوصي بالاتي .
- 1- نوصي بالتوسع باستعمال المنطق الضبابي لوجود الكثير من الظواهر التي تعاني من عدم الدقة في القياسات للحصول على نتائج اكثر دقة .
  - 2- التطرق الى استعمال بيانات لأمراض مختلفة أخرى تتطابق مع توزيع معكوس ويبل الاحتمالي .
  - 3- استعمال طرائق التقدير بالفترة بطرائق مختلفة وتطبيقها ضمن توزيعات مختلفة .
  - 4- يوصي الباحث باستخدام اكثر من دالة انتماء لتوزيع معكوس ويبل لتوليد البيانات الضبابية واختيار الأفضل منها بعد اجراء مقارنة بين هذه الدوال .
  - 5- تطبيق طريقة الإمكان الأعظم النسبية الضبابية على التوزيعات المركبة والتوزيعات المختلطة والتي بها اكثر من معلمتين .

# المصادر والمراجع

المراجع :

القران الكريم

المصادر العربية :

- [1] حافظ، علي ماضي ، (2020) ، " بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط ( الأسي- فريجت) لتقدير دالة المعولية الضبابية " ، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء.
- [2] حسين، بنين احمد ، (2020) ، " تقدير المعولية لتوزيع معكوس كما في حالة البيانات الضبابية " ، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء.
- [3] حسين، لمياء خالد ، (2017) ، " تقدير المعلمات ودالة المعولية للتوزيع الأسي الموزون بالاعتماد على البيانات الضبابية " ، رسالة ماجستير في علوم الرياضيات ، كلية العلوم ، جامعة المستنصرية.
- [4] حمزة، عبد المجيد وظافر، حسين رشيد ، (2001) ، " الاستدلال الاحصائي " ، مطبعة التعليم العالي ، جامعة بغداد .
- [5] سلمان، محمد صادق ، (2020) ، " بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوى الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية " ، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء.
- [6] علي، بشار خالد ، (2018) ، " اختيار افضل تقدير للمعولية الضبابية لتوزيع فريجت " ، رسالة ماجستير في علوم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء.
- [7] علي، بشار خالد ، (2022) ، " طريقة بيزية جديدة ضبابية حصينة عامة للتوزيعات الاحتمالية " ، أطروحة دكتوراه في علوم الإحصاء ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء

- [8] Abbas, Kamran & Yincan, Tang , (2012) ,” Comparison of Estimation Methods for Frechet Distribution with Known Shape “, Caspian Journal of Applied Sciences Research “, 1(10) , pp. 58-64
- [9] Akgül, F.G & Şenoğlu, B , (2018) ,” Comparison of estimation methods for inverse Weibull distribution “, In Trend and Perspectives in Linear Statistical Inference , (pp.1-22).Springer, Cham
- [10] Al-Kanani, I.H & Jasim, S.A , (2011) ,” Estimate Survival Function for the Brain Cancer Disease by Using Three Parameters Weibull Distribution “, Journal of Basrah Researches ((Sciences)) , Vol.37 , No.4
- [11] Alkarni, S ; Afify, A.Z ; Elbatal, I & Elgarhy, M , (2020) ,” The extended inverse Weibull distribution : properties and applications “, properties and applications , Complexity , page (1-11)
- [12] Bagheri, Nayereh ; Shamsanaie, Fateme , (2016) ,” Estimation the parameter of Exponential distribution under Type – II censoring from fuzzy “, Journal of Statistical Theory and Applications , Vol : 15 , No : 2 , 181-195
- [13] Buckley, James . J , (2003) ,” Fuzzy probabilities : New approach and application ; with 17 tables “, Heidelberg ; New York : Physica – Verlag , A Springer – Verlag Company , ISBN 978- 3-642 -86786-6
- [14] Chen, Guanrong & Tat, Trung , (2000) ,” Introduction to Fuzzy sets , Fuzzy logis and Fuzzy Control Systems” , Boca Raton London New York Washington , D.C CRC Press
- [15] Cheng, Ching-Hsue & Mon, Don-Lin , (1993) ,” Fuzzy system reliability analysis by interval of confidence “, Fuzzy Sets and Systems , 56 , pp.29-35

- [16] Drapella, A , (1993) ,” The complementary Weibull distribution : unknown or just forgotten ”, Quality and reliability engineering international , 9.4 :383-385
- [17] Gupta, R.C & Kundu, D , (2000) ,” Generalized exponential distribution: Different method of estimations “, Journal of Statistical Computation and Simulation , 69 (4) , 315-337
- [18] Garg\*, Harish ; Sharma, S.P & Rani, Monica , (2013) ,” Weibull fuzzy probability distribution for analyzing the behavior of pulping unit in a paper industry “, Int. J. Industrial and Systems Engineering , Vol.14 , No.4 , pp 395-413
- [19] Hawash, Mohammed Kadhim , (2020) ,” Discussing Fuzzy Reliability Estimation of Function of Mixed Probability Distribution by Simulation “, Baghdad Science Journal , P-ISSN:2078-8665 , E-ISSN:2411-7986
- [20] Hogg, R.V ; Mckean, J.W & Craig, A.T , (1978) ,” Introduction to Mathematical Statistics “, Eighth Edition , Macmillan Publishing Co.In , New York
- [21] Huang, Hong-Zhong ; Zuo, Ming. J & Sun, Zhan-Quan , (2006) ,” Bayesian reliability analysis for fuzzy lifetime data “, Fuzzy Sets and Systems 157, 1674-1686
- [22] Hussein, I.H & Khammas, H.A , (2019) ,” Fuzzy Survival and Hazard Functions Estimation for Rayleigh distribution “, Iraqi Journal of Science , Vol.60 , No.3 , page (624-632)
- [23] Ibrahim, Nathier .A & Mohammed, Hussein. A , (2017) ,” Parameters and Reliability Estimation for the Fuzzy Exponential Distribution “, American Journal of Mathematics and Statistics , Vol.12 , No.1 , page (31-42)

- [24] Jeng, S . L & Meeker, W , (2000) ,” Comparisons of Approximate Confidence Interval Procedures for Type I Censored Data ,” *Technometrics* , 42 , 135-148
- [25] Kao, H.K , (1959) ,” A Graphical Estimation of Mixed Weibull Parameters in Life Testing of Electron Tubes “, *American Statistical Association and American Society for Quality* , Vol.1 , No.4 , page (389-407)
- [26] Klaua, D , (1965) , Über einen Ansatz zur mehrwertigen Mengenlehre , *Monatsb , Deutseh , Akad , Wiss , Berlin* 7 , 859-876 , A recent in-depth analysis of this paper has been provided by Gottwald , (2010) ,” An early approach toward graded identity and graded membership in set theory “, *Fuzzy Sets and Systems* 161(18): 2369-2379
- [27] Kwang, H. Lee , (2004) ,” Frist Course on Fuzzy Theory and Applications “, ISSN 16-15-3871 , ISBN 3-540-22988-4 Springer , Berlin Heidelberg New York , pp: 1-20
- [28] Lawless, J.F , (2011) ,” Statistical models and methods for lifetime data “, Vol.362 , John Wiley & Sons
- [29] Mweleli, R. M ; Orawo, L. A ; Tamba, C. L & Okenye, J. O , (2020) ,” Interval Estimation in a Parameter Weibull Distribution Based on Type-2 Censored Data “, *Open Journal of Statistics* , 10(06) , 1039-1056
- [30] Nájera, E & Bolívar-Cimé, A , (2021) ,” Comparison of same interval estimation methods for the parameters of the gamma distribution “, *Communication in Statistics – Simulation and Computation* , 1-17
- [31] Pak, Abbas , (2016) ,” Inference for the Shape Parameter of Lognormal Distribution in Presence of Fuzzy Data “, *Pak.j.stat.oper.res* , Vol. XII , No.1 , pp: 89-99

- [32] Pak, Abbas , (2017) ,” Statistical inference for the parameter of Lindley distribution based on fuzzy data “, Brazilian Journal of Probability and Statistics , Vol.31 , No.3 ,502-515
- [33] Pak, Abbas ; Ali, Gholam & Saraj, Mansour , (2013) ,” Inference for the Weibull Distribution Based on Fuzzy Data “, Int J Syst Assur Eng Manag , Vol.36 , No.2 , pp: 339-358
- [34] Pak, Abbas ; Ali, Gholam & Saraj, Mansour , (2013) ,” Reliability estimation in Rayleigh distribution based on fuzzy lifetime data “, Int J Syst Assur Eng Manag , springer , DOI 10.1007/s13198-013-0190-5
- [35] Sengupta, Atanu ; Vasant, Pandian & Andeeski,Cvetko.J , (2008) ,” Fuzzy Optimization with Robust Logistic Membership Function: A Case Study In For Home Textile Industry “, IFFAC Proceedings Volumes , 41(2) , 5262-5266
- [36] Shafiq, M & Viertl, R , (2016) ,” On the Estimation of Parameters , Survival Function and Hazard Function Rates Based of Fuzzy Life Time Data “, Communications in Statistics- Theory and Methods , 46(10) , 5035-5055
- [37] Shafiq, M , (2017) ,” Classical and Bayesian Inference of Pareto Distribution and Fuzzy Life Time “, Park. J. Statist , Vol.33(1) , page (15-25)
- [38] Shaw, A.K & Roy, T.K , (2012) ,” Some arithmetic operations on Triangular Intuitionistic Fuzzy Number and its application on reliability evaluation “, International Journal of Fuzzy Mathematics and Systems , ISSN 2248-9940 , Vol.2 , No.4 , pp: 363-382
- [39] Tao, Terence , (2011) ,” An Introduction to Measure Theory “, the American Mathematical Society (AMS) , page(77-89)

- [40] Torabi, H & Mirhosseini, S. M , (2009) ,” The Most Powerful Tests for Fuzzy Hypotheses Testing with Vague Data “, Applied Mathematical Sciences , Vol.3 , No.33 , page (1619-1633)
- [41] Weber, M. D ; Leemis, L. M & Kincaid, R. k , (2006) ,” Minimum Kolmogorov-Smirnov test statistic parameter estimates “, Journal of Statistical Computation and Simulation , 76(3) , 195-206
- [42] Wu, Hsien-Chung , (2004) ,” Fuzzy reliability estimation using Bayesian approach “, Computers & Industrial Engineering , 46 , pp 467-493
- [43] Zadeh, L.A , (1965) ,” Fuzzy Sets “, Information and control , Department of Electrical Engineering and Electronics Research Laboratory , University of California , Berkeley , California , 8 , 338-353
- [44] [www.mayoclinic.org](http://www.mayoclinic.org)

## Abstract

The Inverse Weibull Distribution, which is a two-parameter one of the continuous probability distributions for life-time models, is one of the distributions in modeling death rates commonly used in Studying survival times, many data suffer from the problem of inaccuracy in their measurements and have different degrees of belonging to their groups. Therefore, we use data that addresses this problem and is called fuzzy data and is expressed in fuzzy numbers. Therefore, estimating the period in light of that data will lead to inaccuracy. The accuracy of the estimates obtained when applying the traditional methods of estimation. Therefore, the concept of fuzziness must be generalized in our study to estimate the period in light of the fuzzy data. Therefore, three methods will be used to estimate the period for the parameters of the inverse Weibull distribution, namely, the method of greatest possibility, the method of White, and the method of relative greatest possibility in the case of life data. For fuzzy numbers and the use of these estimates in estimating the fuzzy period of the distribution through a detailed simulation study using the Monte Carlo simulation method, where different values of the distribution parameters were chosen and formed 6 different cases, as well as 5 different sample sizes (20,40,60,80,100) were compared. The estimations of these methods are based on the statistical standard of mean square error (MSE) and the probability of coverage and according to the sizes of the samples. This work was carried out using Through the MATIAB program, and finally, we used a model of local real data from the Holy Karbala Governorate for a sample (100) observations, which is the survival times for patients. People with brain cancer through the application of the results learned from the experimental side .

Republic of Iraq  
Ministry of Higher Education and  
Scientific Research  
University OF Karbala  
College of Administration and  
Economics Department of Statistics



## **Interval Estimation in inverse Weibull distribution of fuzzy data with Practical Application**

**A Thesis submitted to the Council of the College of Administration and Economics /  
University of Karbala**

**as Partial fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in  
Statistics**

**Presented by**

**Emtinan Sattar Eisaa**

**Supervised by**

**Ass. Prof. Dr. Mushtaq Kareem Abd Al –Rahem**

**م 2023**

**هـ 1444**

**Holy Karbala**