



جمهورية العراق  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة كربلاء  
كلية الإدارة والاقتصاد  
قسم الاحصاء

# مقدرات بيز لبعض نماذج ماركوف المخفية مع التطبيق

أطروحة مقدمة الى  
مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء  
وهي جزء من متطلبات نيل درجة دكتوراه فلسفة علوم في الاحصاء

تقدمت بها  
إنصاف جاسم مهدي المسعودي

بإشراف  
الأستاذ الدكتور  
مُهَنْدَ فَائِزَ كَازِمَ السَّعْدُونِ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَ الَّذِينَ أُوْتُوا الْعِلْمَ  
دَرَجَاتٍ (11)

المجادلة : الآية (11)

صدق الله العلي العظيم

## الإهداء

إلى ابي العزيز . . الذي فارقنا بجسده، ولكن روحه ما زالت تُرفرف في سماء حياتي، الذي أشتاق إليه بكل جوارحي

إلى امي الحبيبة . . التي قدّمت سعادتي وراحتي على سعادتها وأنارت دربي بالدعاء

إلى إخوتي وأخواتي فخراً وتقديراً . . زهور حياتي وسندي وخير عون لي في مشواري

إلى مَنْ كان عوناً لي في مسيرتي وكل من يتمنى إليّ الخير

إلى كل من دعا لي بالخير

أهديكم ثمرة جهدي المتواضع

الباحثة

## الشكر والتقدير

بعد الانتهاء من انجاز هذا العمل المتواضع ، لا يسعني الا ان أتوجه اولاً بالشكر لله عزّ وجلّ الذي وفقني للوصول الى هذه المرحلة العلمية العالية، ومهد لي الطريق لأن أكون بينكم اليوم لأناقش اطروحتي في الدكتوراه.

كما انني أقدم أسمى آيات الشكر والتقدير والعرفان بالجميل لأستاذ الدكتور مهند فائز كاظم السعدون الذي تفضّل بقبول الإشراف على اطروحة الدكتوراه، والذي منحني من وقته الثمين ومن بحر معلوماته وخبراته الواسعة ما شكّل إضافة كبيرة للعمل البحثي، حيث كانت توجيهاته ونصائحه المنارة التي استعنت فيها في كامل عملي البحثي، فأسأل الله العزيز أن يجازيه خير الجزاء وينعم عليه بالصحة والعافية.

كما اتوجه بالشكر الجزيل الى السادة رئيس واعضاء لجنة المناقشة لتفضلهم بقبول مناقشة هذه الاطروحة متمنيةً ان تنال استحسانهم ورضاهم.

وان واجب العرفان بالجميل يدعوني إلى أن أتقدم بجزيل شكري وتقديري لأساتذتي الافاضل في قسم الإحصاء لما قدموه لي من عمل ومعرفة طوال مدة دراستي الاولية والعليا سائلة العزيز القدير أن يوفقهم ويجزيهم خير الجزاء.

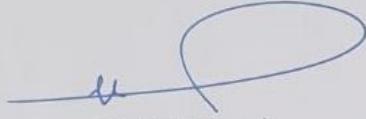
واتوجه بالشكر والتقدير والامتنان الى افراد عائلتي وكل من أعانني في إتمام دراستي من الأهل والأصدقاء

وختاماً لا بد من توجيه كلمة شكر لكل من أسدى إلي مساعدة وأعان بنصح ، وأسهم بجهد بغية تيسير عملي وفاتني إن اذكر أسماءهم ، أقدم عظيم أمتناني وشكري للجميع ، فتقبلوا تقديري واحترامي وتحياتي وليبارككم الله جميعاً.

الباحثة

## إقرار المشرف

أشهد بأن إعداد هذه الأطروحة الموسومة ( مقدرات بيز لبعض نماذج ماركوف المخفية مع التطبيق) والتي تقدمت بها الطالبة " انصاف جاسم مهدي المسعودي " قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء ، وهي جزء من متطلبات نيل درجة الدكتوراه علوم في الاحصاء.



أ.د. مهند فانز كاظم

التاريخ: / / 2023

## توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الأطروحة للمناقشة.



أ.د. شروق عبد الرضا السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2023

## إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الاطروحة الموسومة ( مقدرات بيز لبعض نماذج ماركوف المخفية مع التطبيق ) قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت اشرافي اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت.



الخبير اللغوي

أ.م.د صفاء حسين لطيف

جامعة كربلاء - كلية العلوم الاسلامية

## إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الاطروحة الموسومة  
( مقدرات بيز لبعض نماذج ماركوف المخفية مع التطبيق) والمقدمة من قبل الطالبة  
" انصاف جاسم مهدي المسعودي" وناقشنا الطالبة في محتوياتها وفيما لها علاقة  
بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة الدكتوراه فلسفة في علوم الإحصاء بتقدير  
(جيد جداً).



أ.د. سيف الدين هاشم قمر

عضواً

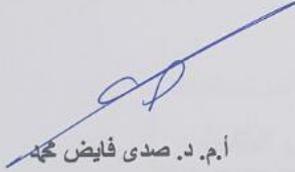
2023 / /



أ.د. مهدي وهاب نصر الله

رئيساً

2023 / /



أ.م. د. صدى فايز محمد

عضواً

2023 / /



أ.م.د. مشتاق كريم عبد الرحيم

عضواً

2023 / /



أ.د. مهند فائز كاظم

عضواً ومشرفاً

2023 / /



أ.م.د. ايناس عبدالحافظ محمد

عضواً

2023 / /

## إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على أطروحة الدكتوراه لل طالبة " انصاف جاسم مهدي المسعودي " الموسومة بـ (مقدرات بيز لبعض نماذج ماركوف المخفية مع التطبيق ) ارشح هذه الاطروحة للمناقشة.

أ.د. محمد حسين كاظم الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

## مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.د. محمد حسين كاظم الجبوري

عميد كلية الادارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

وكالة

# الخلاصة

ان نماذج ماركوف المخفية شهدت اهتماماً واسعاً من قبل الباحثين والدارسين والتطبيقات الحديثة ، اذ تُعد مجموعةً منتهية من الحالات ، التي تكون فيها الحالات مرتبطة بتوزيع احتمالي معين .

من اجل شمول الجانب المالي بنماذج احصائية رصينة ، ولأهمية هذا الجانب في حياتنا وخاصة في سوق العراق للأوراق المالية ، ولعدم وجود دراسات سابقة تناولت الموضوع . اذ ارتأت الباحثة في البحث في هذا الجانب لحل المشكلة التي تكمن في تعزيز الجانب المالي، وذلك من خلال امكانية تطبيق النماذج المخفية كمثالين CIR و SABR باستخدام MCMC و Particle filtering و Auxiliary Particle filtering بالاعتماد على البيانات الحقيقية لتقدير المعالم.

اذ تهدف هذه الاطروحة الى تقدير معالم نماذج ماركوف المخفية باستخدام مقدرات بيز .

وقد استعرضت الباحثة في هذه الاطروحة ثلاثة فصول تضمن الاول المقدمة ، هدف الدراسة ، مشكلة الدراسة ، والدراسات السابقة .

اما الثاني والمتمثل بالجانب النظري فقد تضمن اهم انواع نماذج ماركوف المخفية ، طرائق مقدرات بيز ، تصفية الجسيمات (Particle Filtering) ، تصفية الجسيمات المساعدة (Auxiliary Particle Filtering).

اما الثالث الذي يمثل الجانب الاساس في هذه الاطروحة فهو الجانب العملي الذي يتكون من جانبين هما الجانب التجريبي والجانب التطبيقي ، اذ تم استعمال او توظيف طريقة MCMC في تجربة المحاكاة وذلك باستخدام برنامج (R 4.2.0) ولثلاث مستويات من العينات ( صغيرة ومتوسطة وكبيرة ) وبأحجام مختلفة وتم حساب تقديرات معالم نموذجي CIR و SABR باستخدام تصفية الجسيمات ( Particle filtering ) وتصفية الجسيمات المساعدة ( Auxiliary Particle filtering ) ، ومن ثم رسم المتغيرات المتولدة برسوم او اشكال بيانية للحصول على افضل النتائج، فضلا عن الجانب التجريبي تم تطبيق الجانب العملي التطبيقي على البيانات المالية لأسواق الاوراق المالية (ISX 86) للفترة الزمنية (2017-2019) .

وقد تم التوصل من خلال الدراسة الى استنتاجات عديدة اهمها ان تصفية الجسيمات ( Particle filtering ) وتصفية الجسيمات المساعدة ( Auxiliary Particle filtering ) تم من خلالهما تقدير معالم نموذجي CIR و SABR ، حيث وجد ان عمليات النقل فيهما بقيت دائما اكبر من الصفر الذي هو يُعد الشرط الاساسي للتقدير، وهما الافضل في التقدير، كما تم اقتراح عدد من التوصيات أهمها ضرورة استعمال النموذجين لعملية تقدير بيع الاسهم اسواق العراق للاوراق المالية .

## قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع
أ	الإهداء
ب	الشكر والتقدير
ج-د	قائمة المحتويات
هـ	قائمة الأشكال
و	قائمة المختصرات
ز	الخلاصة
1-7	الفصل الأول : منهجية الدراسة وبعض الدراسات السابقة
1	1-1 المقدمة
1	2-1 مشكلة الدراسة
1	3-1 هدف الدراسة
1-7	4-1 بعض الدراسات السابقة
8-41	الفصل الثاني : الجانب النظري
8	1-2 المقدمة
8	2-2 العملية العشوائية
8	1-2-2 سلسلة ماركوف
9	2-2-2 خاصية ماركوف
11	3-2 نموذج فضاء الحالة
12	1-3-2 نماذج ماركوف المخفية
15	4-2 عناصر نماذج ماركوف المخفية
16	5-2 انواع نماذج ماركوف المخفية
23	6-2 Cox-Ingersoll-Ross model
25	7-2 The stochastic alpha beta rho model (SABR)
27	8-2 اسلوب بيز
28	9-2 خوارزمية متروبوليس هاستينغز The Metropolis- Hastings Algorithm
29	1-9-2 اخذ عينات متروبوليس هاستينغز كسلسلة ماركوف
30	10-2 اخذ عينات جيبس
31	11-2 تسلسل مونت كارلو
31	12-2 مونت كارلو البسيط
32	1-12-2 الاحتمالات اللاحقة
32	2-12-2 الفترات الزمنية الموثوقة
33	3-12-2 التوزيعات اللاحقة الحديثة
34	13-2 مونت كارلو للعينات المهمة
35	14-2 ترشيح او مصفي الجسيمات
37	15-2 خوارزمية ترشيح الجسيمات المساعدة

40	التنعيم في نموذج ماركوف المخفي	16-2
40	التنعيم الامامي والخلفي	1-16-2
42-63	الفصل الثالث: الجانب العملي للدراسة	
42-57	الجانب التجريبي	1-3
58-63	الجانب التطبيقي	2-3
64	الفصل الرابع: الاستنتاجات والتوصيات	
64	الاستنتاجات	
64	التوصيات	
65-70	قائمة المصادر	
	Abstract	

## قائمة الأشكال

الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
9	سلسلة ماركوف مكونة من خمس حالات مع الاحتمالات الانتقالية	(1-2)
11	هيكل الاعتمادية لنموذج فضاء الحالة	(2-2)
13	انموذج ماركوف الاعتيادي المتكون من ثلاث حالات	(3-2)
14	انموذج ماركوف المخفي المتكون من ثلاث حالات وثلاث مشاهدات	(4-2)
17	الانموذج الايسر – الأيمن	(5-2)
18	انموذج ماركوف المخفي الهرمي	(6-2)
19	انموذج ماركوف المخفي العاملي	(7-2)
20	انموذج ماركوف المخفي المقترن	(8-2)
21	انموذج شبة ماركوف المخفي	(9-2)
23	انموذج ماركوف المخفي الشخصي	(10-2)
43	تقديرات MCMC لنموذج CIR المخفي	(1-3)
44	تقديرات MCMC لنموذج CIR المخفي	(2-3)
45	تقديرات MCMC لنموذج CIR المخفي	(3-3)
46	تقدير المعالم SABR باستخدام MCMC	(4-3)
47	تقدير المعالم SABR باستخدام MCMC	(5-3)
48	تقدير المعالم SABR باستخدام MCMC	(6-3)
49	تقديرات Partical filtering لنموذج CIR المخفي	(7-3)
50	تقديرات Partical filtering لنموذج CIR المخفي	(8-3)
51	تقديرات Partical filtering لنموذج CIR المخفي	(9-3)
52	تقديرات Partical filtering لنموذج SABR المخفي	(10-3)
53	تقديرات Partical filtering لنموذج SABR المخفي	(11-3)
54	تقديرات Partical filtering لنموذج SABR المخفي	(12-3)
55	تقديرات Auxiliary Partical filtering	(13-3)
56	تقديرات Auxiliary Partical filtering	(14-3)
57	تقديرات Auxiliary Partical filtering	(15-3)
58	تقديرات MCMC الحقيقية لنموذج CIR المخفي للبيانات الحقيقية	(16-3)
59	تقديرات MCMC الحقيقية لنموذج SABR المخفي للبيانات الحقيقية	(17-3)
60	تقديرات Partical filtering لنموذج CIR المخفي للبيانات الحقيقية	(18-3)
61	تقديرات Partical filtering لنموذج SABR المخفي للبيانات الحقيقية	(19-3)
62	تقديرات Auxiliary Partical filtering لنموذج CIR المخفي للبيانات الحقيقية	(20-3)
63	تقديرات Auxiliary Partical filtering لنموذج SABR المخفي للبيانات الحقيقية	(33-3)

## قائمة المختصرات

المعنى	المختصر	ت
نموذج ماركوف المخفي	HMM	1
COX- Ingersoll Ross	CIR	2
The Stochastic Alph Beta Rao model	SABR	3
مونتي كارلو لسلسلة ماركوف	MCMC	4
تسلسل مونتي كارلو	SMC	5
تصفية الجسيمات	PF	6
تصفية الجسيمات المساعدة	APF	7
الخوارزمية الامامية- الخلفية	FBA	8

الفصل الأول ...

منهجية الدراسة وبعض الدراسات  
السابقة

## Introduction

### (1-1) المقدمة

ان نماذج ماركوف المخفية (Hidden Markov Model) تطبق في مختلف المظاهر التي يتحتم على الحالات المخفية والمشاهدة للحصول على حالة معينة. اذ تحتل مقدرات بيز مكانة هامة في نظرية العمليات العشوائية لنماذج ماركوف المخفية لأنها تمثل اهم الاساليب العملية المتبعة في دراسة الظواهر العشوائية للتنبؤ بالحالة التي يكون عليها النظام خلال فترة زمنية معينة.

ولأجل بلوغ الهدف تضمن الدراسة ثلاثة فصول ، تضمن الفصل الاول المقدمة ، هدف الدراسة ، مشكلة الدراسة والدراسات السابقة . اما الفصل الثاني الذي يمثل الجانب النظري فقد تضمن العمليات العشوائية ونموذج فضاء الحالة ونماذج ماركوف المخفية وانواعه واسلوب بيز وطرائق مقدرات بيز. اما الفصل الثالث الذي يمثل الجانب العملي الذي يتضمن الجانب التجريبي ( المحاكاة ) والجانب التطبيقي (البيانات الحقيقية ) الذي يبين كيفية جمع البيانات وتحليلها . فضلاً عن الاستنتاجات والتوصيات والمصادر التي توصلت اليها الباحثة في هذه الاطروحة.

## Study Problem

### (2-1) مشكلة الدراسة

- 1) عدم وجود تقديرات لمعالم انموذج CIR و SABR يأخذ بنظر الاعتبار المعلومات السابقة عن هذه المعلمات.
- 2) من اجل شمول الجانب المالي بنماذج احصائية رصينة ، ولأهمية هذا الجانب في حياتنا وخاصة في سوق العراق للأوراق المالية ، ولعدم وجود دراسات سابقة تناولت الموضوع . اذ أرتأت الباحثة الى البحث في هذا الجانب لحل المشكلة التي تكمن في تعزيز الجانب المالي.

## Study Goals

### (3-1) أهداف الدراسة

لكل دراسة مجموعة من الأهداف تحاول تحقيقها في ضوء معطيات المشكلة ، لذا تمثلت اهداف الدراسة بتقدير معلمات انموذجي CIR و SABR باستعمال الطرائق البيزيه في التقدير وفقاً لأسلوب MCMC ، تصفية الجسيمات (Particle filtering) وتصفية الجسيمات المساعدة (Auxiliary Particle filtering) .

### (4-1) بعض الدراسات السابقة

هنالك العديد من الدراسات السابقة التي تطرقت لموضوع نماذج ماركوف المخفية وتناولته من جوانب مختلفة ، اذ تنوعت هذه الدراسات بين العربية والاجنبية . هذه الدراسة سوف تستعرض مجموعة من الدراسات التي تم الاستفادة منها مع الاشارة الى ابرز ملامحها. مع تقديم تعليق عليه يتضمن جوانب الاتفاق والاختلاف وبيان المعالجة للمشكلة العلمية التي تعالجها الدراسة الحالية . اذ تود الباحثة ان تُشير الى ان الدراسات التي سيتم استعراضها تضمنت الفترة الزمنية من عام 1989 الى عام 2020 ، التي شملت مختلف الاقطار والبلدان والتطبيقات المختلفة الذي يشير الى تنوعها الزمني والجغرافي وحتى التعليمي.

هذا وقد تم تصنيف الدراسات السابقة حسب ظهورها ، وفيما يلي نقدم عرضاً لهذه الدراسات ، ثم نبين جوانب الاتفاق والاختلاف بينها ، وكذلك نوضح الفجوة العلمية من خلال التعرف على اختلاف الدراسة الحالية عن الدراسات السابقة ، واخيراً نبين جوانب الاستفادة من الدراسات السابقة في الدراسة الحالية .

ففي عام (1989م) قدم الباحث (Lawrence) [49]

بحثاً عن البرنامج التعليمي عن نماذج ماركوف المخفية والتطبيقات المختارة في التعرف على الكلام ، حيث ان البرنامج التعليمي (tutorial) يقدم لمحة عامة عن النظرية الاساسية لنماذج ماركوف المخفية (HMMs) التي نشأت من قبل L.E. Baum and T. Petrie في عام (1966) والذي يعطي تفاصيل عملية عن طرق تنفيذ النظرية الى جانب وصف لتطبيقات مختارة للنظرية لمشاكل مميزة في التعرف على الكلام ، حيث تضمن البحث اولاً نظرية سلاسل ماركوف المنفصلة (المتقطعة) ووضح كيف يمكن استخدام مفهوم الحالات المخفية ، حيث تكون المشاهدة دالة احتمالية للحالة (state) ووضح النظرية بمثالين بسيطين ، وهما رمي العملات المعدنية ونظام الكرات الكلاسيكي. وتمت فيه ملاحظة ثلاثة مشاكل اساسية لنماذج ماركوف المخفية (HMMs) وتم تقديم العديد من التقنيات العلمية لحل هذه المشكلات . وتضمن وصف الانواع المختلفة من نماذج ماركوف المخفية (HMMs) التي تمت دراستها في البحث ، بما في ذلك نماذج ergodic وكذلك نماذج اليسار واليمين (left-right models).

في عام (1992م) قدم الباحث (Ephraim, Y.) [25]

بحثاً عن نهج تقدير بيز لتحسين الكلام باستخدام نماذج ماركوف المخفية ، هدفه هو تحفيز وتطوير تقدير بيز لتعزيز اشارات الكلام التي تدهورت بسبب الضوضاء المضافة والمستقلة احصائياً، اذ تم تطوير الحد الأدنى لمتوسط مربع الخطأ (MMSE) والحد الأقصى لمقدرات الاشارة اللاحقة (MAP) وذلك باستخدام نماذج ماركوف المخفية (HMMs) للاشارة النظيفة (the clean signal) وعملية الضوضاء (the noise process) ، موضحاً بأن مقدر الحد الأدنى لمتوسط مربع الخطأ (MMSE) يشتمل على مجموع مرجح لمقدرات المتوسط الشرطي للحالات المركبة للاشارة الصاخبة (the noisy signal)، حيث تساوي الاوزان الاحتمالات اللاحقة (the posterior probabilities) للحالات المركبة بالاعتماد على الاشارة الصاخبة، ولقد تم تطوير مقدر MAP باستخدام خوارزمية تعظيم التوقع (the expectation-maximization algorithm)، واختبار كل من مقدرات MMSE و MAP في تعزيز اشارات الكلام المتدهورة بواسطة محركات الضوضاء الغاوسية البيضاء (white Gaussian noise) وذلك عند معدلات دخل اشارة الى ضوضاء تتراوح من 5 الى 20 ديسيبل (dB).

في عام (1999م) قدم كل من الباحثان (Kristie , Andrew and Ronald) [53]

بحثاً عن تعلم بناء نموذج ماركوف المخفية لاستخراج المعلومات الذي طبق في مجال استخراج المعلومات باستخدام نماذج ماركوف المخفية مع التركيز بشكل خاص على كيفية تعلم بناء (هيكل Structure) النموذج من البيانات وكيفية الاستفادة المثلى من البيانات المصنفة وغير المصنفة إذ قاما بإنشاء النموذج يدوياً وتم الاستنتاج بان النماذج التي تحتوي على اكثر من حالة واحدة لكل فئة توفر دقة استخراج متزايدة على النماذج التي تستخدم حالة واحدة فقط لكل فئة.

في عام (2001م) قدم كل من الباحث (Romberg, J. K., Hyeokho Choi, & Baraniuk, R. G.) [51]

بحثا عن "نمذجة صورة هيكل شجرة بيزي باستخدام نماذج ماركوف المخفية في المجال الموجي" ، حيث اثبتت نماذج ماركوف المخفية في المجال الموجي بأنها ادوات للإشارة الاحصائية ومعالجة الصور، اذ ان نموذج شجرة ماركوف المخفي (HMT) التقطت السمات الرئيسية للكثافة الاحتمالية المشتركة لمعاملات الموجات لبيانات العالم الحقيقي ، حيث تم تبسيط نموذج HMT بشكل كبير من خلال استغلال التشابه الذاتي المأخوذ من صور العالم الحقيقي، وان النموذج المبسط عمل على تحديد معالم HMT بتسع معالم وصفية فقط ( بغض النظر عن حجم الصورة وعدد مقاييسها)، حيث قدم ايضا معيار HMT العالمي (Bayesian(uHMT)) الذي عمل على اصلاح المعالم التسع ، واثبت ان النماذج الجديدة المستخدمة عملت على الاحتفاظ بدقة الصورة الرئيسية التي تم تصميمها بواسطة HMT.

في عام (2003م) قدم كل من الباحث (Marios , Mark and Soumya) [54]

بحثا عن نماذج ماركوف المخفية الهرمية لاستخراج المعلومات ، حيث تم تعريف استخراج المعلومات على انها مهمة الاستخراج التلقائي لمثيلات الفئات (specified classes) أو العلاقات المحددة من النص ، وتم اقتراح او تقييم نهجاً يعتمد على استخدام نماذج ماركوف المخفية الهرمية (Hierarchical Hidden Markov Models) لتمثيل البنية (الهيكل structure) النحوية للجمل التي تتم معالجتها ، وتم القيام بتقييم الطريقة في تعلم نماذج المعلومات لاستخراج العلاقات الثنائية في ثلاث مجالات طبية حيوية ، وتم التوصل بأن دمج التمثيل الهرمي للبنية النحوية يحسن من دقة الاستخراج في نماذج ماركوف المخفية.

في عام (2004م) قدم الباحث (Mario) [56]

اطروحة عن التنبؤ الجيني مع نموذج ماركوف المخفي الذي استخدم طريقة حسابية للعثور على جينات ترميز البروتين المشفرة في تسلسل الحمض النووي لحقيقات النوى (النباتات والحيوانات) ، حيث تكونت الاطروحة من جزأين رئيسيين، الجزء الاول تضمن ادخال ما يسمى بنموذج ماركوف المخفي المعمم (generalized Hidden Markov Model) (GHMM) للتسلسلات الجينية حقيقة النواة. هذا النموذج ، المسمى AUGUSTUS ، هو نموذج احتمالي لتسلسل الحمض النووي مع بنية الجينات الكامنة وراء التسلسل. وهي تحدد توزيعاً احتمالياً على مجموعة كل الأزواج الممكنة من تسلسل الحمض النووي وشرحها لمناطق ترميز البروتين. والجزء الثاني من الأطروحة تضمن المعلومات الخارجية غير الآمنة حول بنية الجينات وقدم طريقة لدمج المعلومات الخارجية في GHMM للتنبؤ الجيني.

في عام (2005م) قدمت الباحثة (رنا) [6]

رسالة عن نماذج ماركوف المخفية HMMs في تمييز حروف العلة في اللغة الانكليزية ، وكان الهدف منها التعرف عن اهم المسائل المتعلقة بالنظرية الاساسية لـ (HHM) والتي تعود الى (Baum) فضلا عن وصف بعض التطبيقات حول النظرية ، والتي تم تطبيقها على التمييز بين الحروف الصحيحة والعلة في اللغة الانكليزية ، وتوصلت الى ان استخدام هذه النماذج يمكن من معرفة الحروف الصحيحة وحروف العلة دون معرفة سابقة بقواعد اللغة الانكليزية.

في عام (2010م) قدمت الباحثة (Sarah) [27]

اطروحة عن النمذجة المكانية والزمانية البيزيه لهطول الامطار من خلال نماذج ماركوف المخفية غير المتجانسة ، حيث انها اهتمت بتطوير نماذج ماركوف المخفية (HMMS) للتحليل الزمني والمكاني لبيانات هطول الأمطار ، ضمن إطار بيزي. اذ تم توضيح النماذج والإجراءات باستخدام بيانات من شبكة صغيرة كثيفة من ستة مواقع تقع في يوركشاير ، المملكة المتحدة ، حيث درس نموذج ماركوف المخفي HMM البسيط (متجانساً) الذي تكون حالات هطول الأمطار وكمياتها مستقلة بشكل مشروط في المكان والزمان ، معطيا حالة الطقس والتي لها توزيعات برنولي وجاما ، على التوالي. ولقد قارن طرق لتقريب التوزيع اللاحق لعدد حالات الطقس. حيث تم البحث في نموذجين مخفيين غير متجانسين لماركوف (NHMMS) سمح فيهما للاحتمالات الانتقال بين حالات الطقس بالاعتماد على متغيرات الغلاف الجوي المتغيرة بمرور الوقت والاسترخاء على التوالي في افتراضات الاستقلال الشرطي. حيث اكد خلال هذه الأطروحة على استنباط التوزيعات السابقة التي تنقل المعتقدات الأولية الحقيقية ، لكل نموذج ماركوف مخفي تمت دراسته .

في عام (2011م) قدم الباحثان (باسل وفاطمة) [4]

بحثا استخدم فيه ثلاث طرق احصائية للتعرف على عدد من المتغيرات في متسلسلة المادة الوراثية ، الطريقة الاولى تعتمد على انموذج ماركوف الاعتيادي، والطريقة الثانية تعتمد على انموذج الانحدار الذاتي، واما الطريقة الثالثة تعتمد على انموذج ماركوف المخفي(HMM) ، حيث طبقت الطراق الثلاثة على متابعة الحامض النووي منقوص الاوكسجين DNA للإنسان، حيث تبين من البحث ان الطريقة الاخيرة استطاعت ايجاد الطفرات الوراثية وبنسب نجاح كبيرة وصلت إلى 90%.

في عام (2012م) قدم الباحث (Srijana) [46]

رسالة عن المعالجة اللاحقة للنص المعترف به ضوئياً عبر نموذج ماركوف المخفي للمرتبة الثانية . في هذه الرسالة ، وصف الباحث نظام المعالجة اللاحقة للنص الذي تم إنشاؤه بواسطة التعرف الضوئي على الأحرف (OCR) ( Optical Character Recognition) . ولقد تم استخدام نهج نموذج ماركوف المخفي (HMM) من الرتبة الثانية لاكتشاف الأخطاء المتعلقة بالتعرف الضوئي على الحروف (OCR) وتصحيحها. السبب في اختيار نموذج ماركوف المخفي (HMM) من الرتبة الثانية هو تتبع Bigrams بحيث يمكن للنموذج تمثيل النظام بشكل أكثر دقة ، حيث تم الاعتماد على تجارب مع بيانات تدريبية مكونة من 159.733 حرفاً واختبار 5688 حرفاً ، حيث استطاع النموذج تصحيح 43.38% من الأخطاء بدقة 75.34%. ومع ذلك ، تشير قيمة الدقة إلى أن النموذج أدخل بعض الأخطاء الجديدة ، مما أدى إلى تقليل نسبة التصحيح إلى 26.4%.

في عام (2013م) قدم كل من الباحثين ( Enkhjargal و Erdenebaatar) [23]

بحثا عن نهج كشف الشذوذ باستخدام نموذج ماركوف المخفي. يعد اكتشاف الشذوذ ( anomaly ) مشكلة مهمة تم بحثها في مجالات متنوعة. تم اقتراح العديد من الطرق والأساليب المستندة إلى نموذج ماركوف المخفي (HMM) فيما يتعلق باكتشاف الشذوذ والإبلاغ عنها في الأدبيات. ومع ذلك ، فإن التطبيقات المحتملة باستخدام تقنية الكشف عن الشذوذ على أساس تصنيف نموذج ماركوف المخفي لم يتم

استكشافها بالكامل ولا تزال في بداياتها. ففي هذا البحث تم البحث عن إمكانيات استخدام نموذج ماركوف المخفي في اكتشاف الشذوذ لتسلسلات المتقطعة. حيث ان نهج اكتشاف الشذوذ المطور يتألف من مرحلتين متميزتين هما التدريب والكشف الذي تم استخدامه للأنظمة احادية المتغير ( univariate systems ) . ففي مرحلة التدريب ، تم صياغة النماذج التي تصف بشكل أفضل النماذج الطبيعية والشاذة ( normal and anomalous ) ، حيث تم حساب النماذج الشاذة بواسطة خوارزمية الأمام والخلف ( the forward and backward algorithm ) باستخدام المعلمات المثلى للنماذج المدربة ( the trained models ) . حيث أعتبر النموذج ذو الاحتمالية الأعلى هو النموذج الذي يمثل نوع السلوك لتسلسل المشاهدات غير المعروفة. ان خطوة التعلم تتم عادةً باستخدام خوارزمية Baum-Welch القياسية ، بينما يتم تقدير الاحتمالية باستخدام خوارزمية الأمام والخلف. يسمح نماذج ماركوف المخفي (HMM) المتقطع بتنفيذ الكشف عبر الإنترنت ( implementation of online detection ) لأنه لا يحتاج إلى استدعاء أي افتراض حول توزيع البيانات. لكن يمكن أن يؤدي نموذج ماركوف المخفي (HMM) المتقطع إلى فقدان المعلومات أثناء تقدير البيانات ، مما قد يؤدي إلى قرارات خاطئة فيما يتعلق بالسلوك الطبيعي والشاذ ( normal and anomalous ) للنظام.

في عام (2014م) قدم الباحثان ( Sumalatha and Santhi ) [58]

بحثا يهدف الى معرفة كيفية استخدام نماذج ماركوف المخفية ( HMMs ) من خلال الخوارزمية الامامية -الخلفية (Forward-Backward Algorithm) وخوارزمية فيتربي ( Viterbi algorithm ) لإيجاد اساليب للتنبؤ من خلال مشاهدات الحالة ، وبين ان نماذج ماركوف المخفية HMMs يمكن ان تستخدم كتحليل احصائي لنسبة الوفيات والولادات والتنبؤ بالأمراض ، كما بين ان كثير من المشاكل الوراثية يمكن تجنبها من خلال استخدام هذه النماذج.

في عام (2015م) قدم الباحث (Ashwin) [37]

بحثا عن مبارزة ( Duelling ) نماذج ماركوف المخفية لتحليل الفيروسات . حيث استخدم نماذج ماركوف المخفية كخيار لتحديد البرامج الضارة مثل MetaPHOR و MWOR التي اثبتتها بعض البرامج الضارة المتحولة المتقدمة في كشف عمل تطوير استراتيجية نموذج ماركوف المخفية (HMM) المبارزة التي تعزز من المعرفة حول المجمعين المختلفين لتحديد اكثر دقة. وظهرت النتائج بأن استراتيجية HMM المبارزة تحقق نتائج جيدة في اكتشاف البرامج الضارة التي تستخدم تقنيات متحولة متقدمة.

في عام (2016م) قدم الباحثان ( عبد الرحيم واسماء) [2]

اطروحة عن استخدام سلاسل ماركوف المخفية في تحليل البيانات الحيوية ، هدفت هذه الاطروحة الى تصميم نماذج إحصائية باستخدام نماذج ماركوف المخفية (HMMs) وتطبيقها في مجال المعلوماتية الحيوية (Bioinformatics) من اجل تعزيزه بنماذج احصائية رصينة تساعد في حل المشاكل الحيوية ، ومن اهم الاستنتاجات التي تم التوصل اليها هي ان نماذج ماركوف المخفية (HMMs) هي نماذج احصائية رصينة للتنبؤ بمتسلسلة ومناطق الحامض النووي DNA في مجال المعلوماتية الحيوية Bioinformatics ، فكلما كانت معلمات الانموذج التي يتم تصميمها مثلى او قريبة من الامثلية تكون متسلسلة الحالة المنتبى بها مطابقة للمتسلسلة الحقيقية ، وان النماذج الاحصائية التي تم تصميمها من قبل الباحث باستخدام نماذج ماركوف المخفية (HMMs) حققت القيود المفروضة على مشكلة البحث .

في عام (2017م) قدمت الباحثة (Dima)<sup>[57]</sup> وآخرون

بحثاً عن استخدام نموذج ماركوف المخفي في اللغة العربية الطبيعية. أجري في هذا البحث دراسة مقارنة بين تطبيقات مختلفة في معالجة اللغة العربية الطبيعية باستخدام نموذج ماركوف المخفي مثل التحليل الصرفي وجزء من تمييز الكلام وتصنيف النص والتعرف على كيان الاسم. أظهرت النتائج المقارنة أنه يمكن استخدام نموذج ماركوف المخفي (HMM) في طبقات مختلفة من معالجة اللغة الطبيعية ، ولكن بشكل أساسي في مرحلة ما قبل المعالجة مثل: جزء من تمييز الكلام والتحليل الصرفي والبنية النحوية .

في عام (2018م) قدم الباحث (Yin)<sup>[62]</sup>

أطروحة عن تقدير نموذج ماركوف المخفي ، قدم الباحث فيها أولاً وبشكل أساسي عن نموذج ماركوف المخفي (Hidden Markov Model) ، حيث تضمنت الأطروحة المفهوم الأساسي لعملية ماركوف ونموذج ماركوف المخفي ، بما في ذلك ثلاث فئات من المشاكل وهي التقييم (evaluation)، فك التشفير (decoding) ومشاكل التعلم (learning problems) ، وتضمنت الأطروحة أيضاً خوارزميات الحل المقابلة وهي الخوارزمية الامامية – الخلفية ( Forward-Backward ) ، وخوارزمية فيتربي (Viterbi)، وخوارزمية Baum-Welch ، وقدم الباحث ثانياً حالة خاصة لنموذج ماركوف المخفي (HMM)، تسمى نموذج بواسون ماركوف المخفي (Poisson Hidden Markov Model) (PHMM) ، بما في ذلك شرحاً واضحاً عن PHMM وتقدير المعلمات ثالثاً ، تضمنت الأطروحة مثلاً لتقدير الأداء الاقتصادي لشركة Dongfeng Motor Corporation. استخدم المثل بيانات حجم المبيعات لإجراء تقدير باستخدام نموذج ماركوف المخفي المستمر للوقت، حيث اعطت الأطروحة اتجاهات العمل المستقبلية ، وتم اقتراح التطبيقات المحتملة لنماذج بواسون ماركوف المخفي Poisson Hidden Markov لتقدير الأداء الاقتصادي.

في عام (2019م) قدم الباحث (Beam)<sup>[21]</sup>

أطروحة عن التنبؤ بالمخزون باستخدام نموذج ماركوف المخفي (HMM) مقابل ذاكرة طويلة المدى ، عمل الباحث على مقارنة أداء نموذج ماركوف المخفي (HMM) وشبكة الذاكرة العصبية طويلة المدى للذاكرة (Long Short-Term Memory neural network) (LSTM) في القدرة على التنبؤ بأسعار أسهم AAPL (Apple) التاريخية. تم استخدام ما يقرب من مئة مخزون آخر كمتجهات سياق للتنبؤ بالسعر التالي. هذه المشكلة هي مشكلة سلسلة زمنية نموذجية ، حيث عمل الباحث على محاولة لجعل النماذج للتنبؤ بالخطوة الزمنية التالية. وتم مقارنة أداء النموذجين باستخدام جذر متوسط الخطأ التربيعي (RMSE) ، والارتباط ، ومتوسط نسبة الخطأ المطلق (MAPE) ومقارنة البعد الكسري لتسلسل أسعار الأسهم المتوقعة ، وتم اختيار أفضل المعلمات لكلا النموذجين. تم مقارنة أداء أفضل النماذج أداءً ، وأظهرت النتائج أن نموذج ماركوف المخفي (HMM) كان له أداء أعلى مقارنة بشبكة الذاكرة العصبية طويلة المدى للذاكرة (LSTM) مع RMSE يساوي (2.49) و MAPE يساوي (4.72) ، بالإضافة إلى ان البعد الكسري مناسب بشكل أفضل عند مقارنته بالبعد الكسري للبيانات الفعلية.

في عام (2020م) قدم الباحث (ROBERT)[40]

اطروحة عن نماذج ماركوف المخفية حيث تناولت ثلاثة موضوعات تتعلق بنماذج ماركوف المخفية (HMMs)، وهي التعريف (identification) والتصفية العكسية (inverse filtering) والتطبيقات (applications)، حيث تم تحديد معالمها (أو تقديرها) من البيانات من أجل استخدام نماذج ماركوف المخفية، تم الاخذ اولاً في الاعتبار عددًا من مشكلات التصفية العكسية لتقدير معالم نموذج ماركوف المخفي (HMM) من مصادر البيانات الأخرى بدلاً من مجرد القياسات الأولية من جهاز الاستشعار الخاص به، ووضح كيف يمكن إعادة بناء معالم نموذج ماركوف المخفي (HMM) وقياسات المستشعر من التوزيعات اللاحقة من تصفية (HMM filter). ووضح كيفية تقدير هذه التوزيعات اللاحقة. تم التوصل الى توفير حل لمشكلة تصميم الأنظمة ذاتية التحكم (CAA) المتمثلة في التقدير عن بُعد لدقة مستشعر الخصم بناءً على أفعاله. اذ تم القيام بتحفيز النتائج من خلال التطبيق في مختلف المجالات. ومن أحد التطبيقات الواقعية التي تم التحري عنها بالتفصيل هو كيف يمكن نمذجة علاج تمدد الشريان الأورطي البطني في إطار ماركوفيان (Markovian framework). اذ تشير النتائج التي تم التوصل إليها إلى أن الخصائص الهيكلية لسياسة العلاج الأمثل تختلف عن تلك التي تم التوصية بها الإرشادات السريرية الحالية، يمكن للمرضى الأصغر سنًا الاستفادة من الجراحة السابقة. والذي يشير إلى وجود فرصة لتحسين رعاية المرضى المصابين بالمرض.

اذ اتفقت الدراسات السابقة على هدف مشترك وهو معرفة وكيفية استخدام تقدير وبناء نماذج ماركوف المخفية وعن كيفية استخدام تقديرات بيز، واختلفت بعض الدراسات السابقة عن بعضها الاخر في مجال تطبيقها حيث تم تطبيق الدراسات السابقة في موضوع تحسين الكلام، وفي معالجة الصور، وفي حالة الطقس، وفي تحليل شبكات الانترنت والفيروسات، وفي تحليل البيانات الحيوية.

من خلال توضيح اوجه الاتفاق والاختلاف بين الدراسات السابقة نشير الى ان الدراسة الحالية تتفق مع الدراسات السابقة في موضوعها الرئيس وهدفها العام، الا انها تحاول معالجة مشكلة علمية بتطرقها الى هذه الدراسة وهي:

- 1) تضمنت هذه الدراسة ربط للمشكلة البحثية من اجل تعزيز الجانب المالي بنماذج احصائية.
  - 2) استخدمت هذه الدراسة لتكوين فكرة دقيقة عن مشكلة الدراسة، كما تضمنت تنوعا في منهج الدراسة لتشمل بناء نماذج احصائية باستخدام نماذج ماركوف المخفية وتقدير معالمها لأبسط انموذج ماركوف مخفي باستخدام مقدرات بيز.
  - 3) تعددت ادوات هذه الدراسة حيث شملت MCMC و Particle filtering و Auxiliary Particle filtering، وذلك من اجل جمع البيانات بدقة اكبر.
- ومن العرض السابق يتضح ان هذه الدراسة الحالية تعالج فجوة عملية متعددة الجوانب بتطرقها لموضوع مقدرات بيز لنماذج ماركوف المخفية وشمول عينتها للجانب المالي وتعددت ادواتها بين MCMC و Particle filtering و Auxiliary Particle filtering.

## الفصل الثاني ...

- العملية العشوائية
- نماذج ماركوف المخفية  
وانواعها
- مقدرات بيز

## Introduction

## (1-2) المقدمة

تحتل مقدرات بيز مكانة هامة في نظرية العمليات العشوائية لنماذج ماركوف المخفية لأنها تمثل اهم الاساليب العملية المتبعة في دراسة الظواهر العشوائية للتنبؤ بالحالة التي يكون عليها النظام خلال مدة زمنية معينة.

يطلق على العملية التصادفية بعملية ماركوف اذا كان احتمال الانتقال الى حالة معينة في المستقبل يعتمد على حالتها في الحاضر فقط ولا يعتمد على حالتها في الفترات الماضية ، ويطلق على عملية ماركوف بسلسلة ماركوف عندما يكون فضاء المعلمة متقطع (الوقت).

وان نماذج ماركوف المخفية (HMMs) هي نماذج تصادفية ظهرت في اواخر الستينيات وبداية السبعينات من القرن العشرين ، قدمت في الاصل من قبل العالمين (Baum and Petrie) في عام 1966 ، ويعبر عن نماذج ماركوف المخفية بالصيغة  $\lambda=(A,B,\Pi)$  ، إذ ان A هي مصفوفة احتمال انتقال الحالة ، B هي مصفوفة احتمالية رابطة بين الحالات المخفية والمشاهدات ،  $\Pi$  هي متجه توزيع الحالة الابتدائية ، وتتكون نماذج ماركوف المخفية من ثلاث مسائل اساسية هي (مسألة التقويم ، مسألة حل الشفرة ومسألة التدريب )

ولذلك فإن دراسة موضوع نماذج ماركوف المخفية تحتاج الى دراسة وتحليل العمليات العشوائية والطرائق الخاصة بها

## The stochastic process

## (2-2) العملية العشوائية [5]

هي مجموعة من المتغيرات العشوائية التي يستدل بها بالرمز  $t$  ، حيث ان  $t$  تعود الى المجموعة  $T$  ويرمز لها بالرمز  $\{X(t), t \in T\}$  او باختصار  $\{X(t)\}$  ، او يعرف بأنها العملية التي تتغير مع الزمن بشكل عشوائي.

## Markov Chain

## (1-2-2) سلسلة ماركوف [30][7][5]

ان العمليات العشوائية التي تتمتع بأن حالتها في المستقبل لا تعتمد على حالتها في الماضي بشرط معرفة حالتها في الحاضر تسمى بسلسلة ماركوف ، وتنسب سلاسل ماركوف الى اسم مكتشفها العالم الروسي اندريا ماركوف عام (1907) الذي وضع المفاهيم الاساسية لسلسلة ماركوف.

وان نظرية ماركوف تحتل مكانة كبيرة ومهمة جدا في نظرية العمليات العشوائية ، حيث لها دور مهم في تعدد التطبيقات التي تتمتع بها عمليات ماركوف في النماذج الفيزيائية والبيولوجية وعلم الاجتماع والهندسة وغيرها بالإضافة الى تطبيقاتها المتعددة في الكثير من النماذج الاحصائية وفي نظرية الموثوقية (reliability theory). وعادة ما يتم تفسير سلسلة ماركوف على انها عبارة عن مجموعة الحالات (states) التي يمكن ان يكون فيها نظام ما عند اي لحظة زمنية .

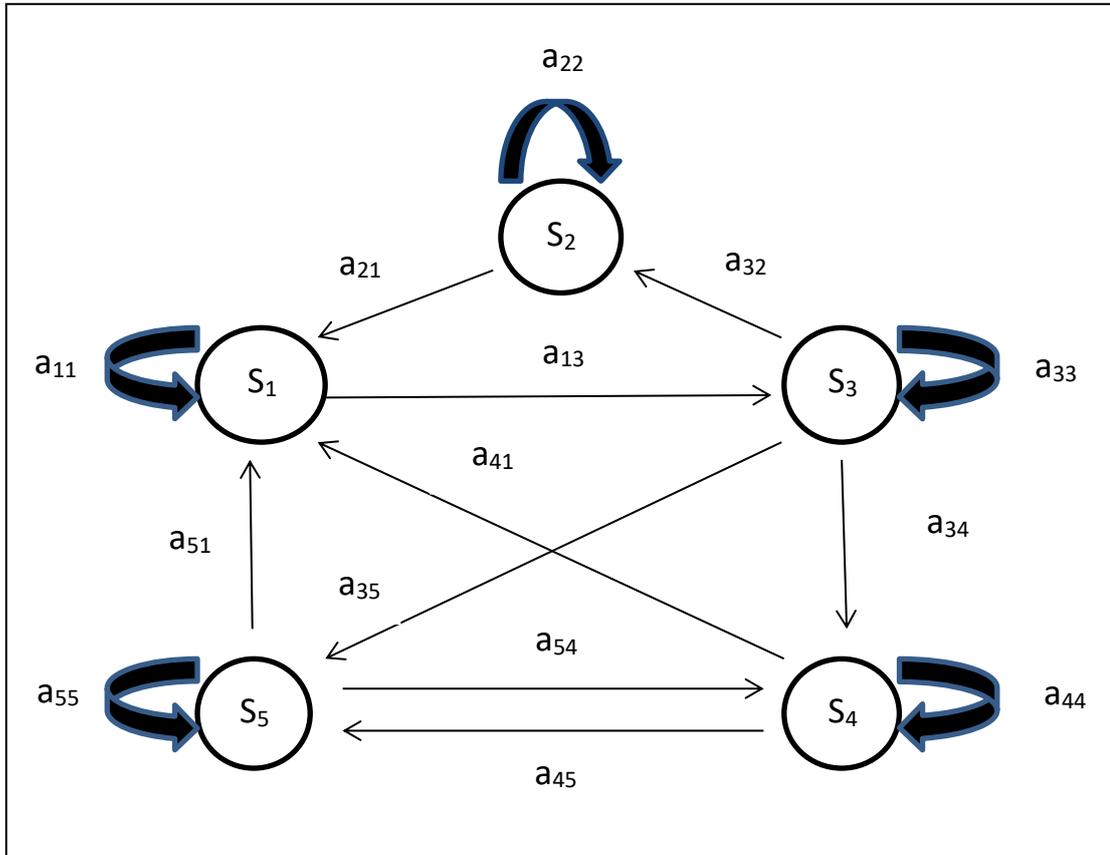
وان عملية ماركوف تعرف على انها عملية عشوائية ذات المعلمة التي تدل على الزمن المتقطع او الزمن المستمر وتسمى بعملية ماركوف اذا حققت خاصية ماركوف.

## Markov Property

(2-2-2) خاصية ماركوف [5][3][58][33]

ان هذه الخاصية موجودة في الكثير من الانظمة في العالم الحقيقي ، اي انها الحالة الماضية (السابقة) التي ليس لها اي تأثير في الوصول الى الحالة المستقبلية وانما تعتمد فقط على الحالة الحالية. وتسمى العملية العشوائية بسلسلة ماركوف اذا تحققت الشروط الاتية :

- (a) فضاء الحالة (S) لهذه العملية يكون منقطع (منقطع الحالة) .  
 (b) فضاء المعلمة (الزمن) (T) لهذه العملية يكون منقطع (منقطع الزمن) .  
 (c) وان العملية العشوائية تحقق خاصية ماركوف، على اعتبار ان نظام ما , يمكن ان يكون بأي لحظة في احد الحالات من N حالة متقطعة ( $S_1, S_2, \dots, S_N$ ) وكما مبين في الشكل ادناه:



شكل (2-1): سلسلة ماركوف مكونه من خمس حالات مع الاحتمالات الانتقالية المصدر : من اعداد الباحثة

يغير النظام حالته بفترة زمنية ثابتة بحسب مجموعة الاحتمالات المرتبطة بكل حالة .

حيث يتم الرمز للفترات الزمنية المرتبطة بتغير الحالة بالرمز ( $t=1,2,3,\dots$ ) ويرمز الى حالة النظام في الفترة  $t$  بالرمز ( $X_t$ ). فلتوصيف النظام بشكل كامل يتطلب تحديد الحالة الحالية (عند الزمن  $t$ ) وتحديد جميع الحالات السابقة .

فمن اجل الحالة الخاصة لسلسلة ماركوف المتقطعة من الدرجة الاولى ، يتطلب توصيف النظام تحديد الحالة الحالية والحالة السابقة فقط ، اي ان: [33]

$$P(X_{n+1} = S_j / X_n = S_i, X_{n-1} = S_{n-1}, \dots, X_1 = S_1) = P(X_{n+1} = S_j / X_n = S_i)$$

حيث ان  $X_{n+1}$  تمثل الحالة المستقبلية

$X_n$  تمثل الحالة الحالية

$X_{n-1}$  تمثل الحالة السابقة

وان سلسلة ماركوف  $\{X_n : n \in T\}$  تكون عبارة عن عملية ماركوف ، وان فضاء (الزمن) لها يكون منقطع ، اما فضاء الحالة يكون منقطع منتهي ( محدود). وذلك لان الاحتمال الشرطي يعتمد فقط على الحالة  $i$  فقط ، ولا يعتمد على  $(i_1, i_2, i_3, \dots, i_{n-1})$  ، وهذا يعني ان بمعرفة  $X_n$  فان  $X_{n+1}$  لا يعتمد على اي من  $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-1})$  ، وبالتالي فان هذه العملية تحقق خاصية ماركوف ، وان  $\{X_n : n=1, 2, 3, \dots\}$  ستكون سلسلة ماركوفية. وان احتمالات الانتقال بين الحالات  $a_{ij}$  يمكن الحصول عليها بالصيغة الآتية: [5]

$$a_{ij} = P(X_n = S_j / X_{n-1} = S_i) \quad i \geq 1, j \leq N$$

والتي تمتلك الخواص الآتية :

$$a_{ij} \geq 0$$

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} = 1$$

على سبيل المثال ، لو اعتبر ان لدينا نظام اتصالات ذا اشارتين رقميتين وهي ( اما 0 او 1 ) ، حيث يجب في هذا النظام ان تمر كل اشارة رقمية مرسله عبر العديد من المراحل ، و في كل مرحلة فان الرقم المرسل سيبقى بدون تغيير في هذه المرحلة حتى يخرج منها . ليكن  $X_n$  يشير الى الرقم الذي دخل الى المرحلة  $n$  ، اذن : [33]

$$X_{n+1} = \begin{cases} X_n & \text{اذا لم تتغير الاشارة} \\ 1 - X_n & \text{اذا تتغير الاشارة} \end{cases}, x = 0, 1$$

وبالتالي فان قيمة المتغير  $X_{n+1}$  تعتمد فقط على قيمة  $X_n$  ولا تتأثر بقيم المتغيرات  $(X_1, X_2, \dots, X_{n-1})$  ، وفضاء ( الزمن) لها يكون منقطع أما فضاء الحالة فيكون منقطع منتهي ( محدود) وهو  $S = \{0, 1\}$  . حيث يمكن تسمية العمليات العشوائية السابقة بـ (نموذج ماركوف الظاهري ) لأن الخروج من النظام هو عباره عن مجموعة من الاحتمالات ، حيث ترتبط كل حالة بحدث ظاهري ملموس ، مثال ذلك نموذج ماركوف للتنبؤ عن حالة الطقس ، مكون من ثلاث حالات وهي (مطر، غائم ، مشمس) لنفترض ان حالة الطقس في يوما ما التي نرمز لها بالرمز  $(n)$  التي ستكون ضمن حالة واحدة فقط من الحالات السابقة ومصفوفة الانتقالات التي نرمز لها بالرمز  $(A)$  هي:

$$A = \{a_{ij}\} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

وإذا علمنا ان الطقس في اليوم الاول كان  $(n=1)$  مشمس ، ما احتمال ان يكون الطقس في الايام

السبعة القادمة هو ( مشمس، مشمس، مشمس، مطر، مطر، مشمس، غائم، مشمس)؟

حيث نعلم ان المجموعة الشاملة للحالات S هو:  $S=\{S_3,S_3,S_3,S_1,S_1,S_3,S_2,S_3\}$  الموافق للأيام  $n=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$  ونحتاج الى حساب احتمال الحصول على الحالة S من النموذج المعطى Model مع العلم ان  $S_1$  تمثل حالة الطقس الممطرة و  $S_2$  تمثل حالة الطقس الغائمة و  $S_3$  تمثل حالة الطقس المشمسة وبالتالي يمكن كتابة الاحتمال كما يأتي:[5]

$$P(S/Model) = P[S_3S_3S_3S_1S_1S_3S_2S_3/Model]$$

$$P(S/Model) = P(S_3).P(S_3/S_3)P(S_3/S_3)P(S_1/S_3)P(S_1/S_1)P(S_3/S_1)P(S_2/S_3)P(S_3/S_2)$$

$$= \pi_3 a_{33} a_{33} a_{31} a_{11} a_{13} a_{32} a_{23}$$

حيث ان

$$\pi_i = P[X_1/S_i] \quad 1 \leq i \leq N$$

$\pi_i$  يمثل متجه الحالة الابتدائية ، للدلالة على احتمال الحالة الاولى ( في اللحظة الاولى). وبالتالي فان نموذج فضاء الحالة يمكن التعرف عنه كالآتي:

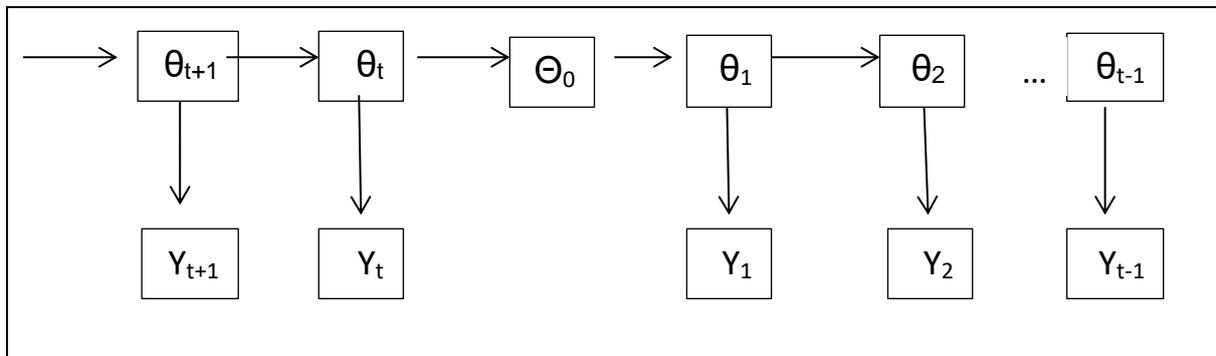
### State-Space Models

### (3-2) نموذج فضاء الحالة [30]

يستخدم لنماذج السلاسل الزمنية ذات المتغيرات الثنائية او متعددة المتغيرات ، باعتبار السلسلة الزمنية  $(Y_t, t=1,2,\dots)$  حيث ان  $Y_t$  هي متجه عمودي  $(m \times 1)$  تتكون من m من الحدود عند الوقت t اي ان:

$$Y_t = [Y_{1t} \ Y_{2t} \ Y_{3t} \ \dots \ Y_{mt}]'$$

ففي السلسلة الزمنية يمكن الاستدلال بالتنبؤ بالقيمة التالية  $(Y_{t+1})$  بوجود المشاهدات  $(Y_1, Y_2, \dots, Y_t)$  فلتحديد قانون الاحتمال لـ  $(Y_t)$  ، نحتاج الى اعطاء هيكل الاعتمادية ( التبعية ) بين متغيرات  $Y_t$  ، والشكل التالي يوضح هيكل الاعتمادية لنموذج فضاء الحالة:



الشكل (2-2): هيكل الاعتمادية لنموذج فضاء الحالة

المصدر: من اعداد الباحثة

ان نموذج فضاء الحالة يعتمد على فكرة ان السلسلة الزمنية  $Y_t$  هي دالة غير مكتملة وضوضائية (صاخبة) لبعض العمليات الاساسية غير جديرة بالملاحظة (الاهتمام) ( $\theta_t, t=1,2,\dots$ ) والتي تدعى بعمليات الحالة (State Process).

ومن فرضيات نموذج فضاء الحالة هي:

A. عندما ( $\theta_t, t=0,1,2,\dots$ ) هي سلسلة ماركوف التي فيها  $\theta_t$  تعتمد على القيمة السابقة ( $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{t-1}$ ) فقط من خلال  $\theta_{t-1}$  ، وبالتالي فإن قانون الاحتمالية للعمليات ( $\theta_t, t=0,1,2,\dots$ ) هو محدد بتخصيص الكثافة الاولية  $P_0(\theta_0)$  عند  $\theta_0$  وبتخصيص الكثافة الانتقالية (Transition Densities)  $P(\theta_t/\theta_{t-1})$  عند  $\theta_t$  بوجود او بشرط  $\theta_{t-1}$ .

B. تحت شرط ( $\theta_t, t=0,1,2,\dots$ ) حيث  $Y_t$ 's مستقلان و  $Y_t$  معتمده على  $\theta_t$  فقط. فيترتب على ذلك لأي  $n \geq 1$  و ( $Y_1, Y_2, \dots, Y_n / \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ ) تملك دالة شرطية مشتركة

$$\prod_{t=1}^n f(y_t/\theta_t)$$

ان مصطلح نموذج فضاء الحالة يستخدم عندما متغيرات الحالة تكون مستمرة. وعندما تكون متقطعة عادة ما يدعى هذا النموذج بنماذج ماركوف المخفية

### (1-3-2) نماذج ماركوف المخفية [1][8][9][46]

#### Hidden Markov Models

ان عملية ماركوف تطلق على العمليات التصادفية ، وفي هذا الانموذج يكون احتمال الانتقال الى حالة معينة في المستقبل يعتمد فقط على حالتها في الحاضر ولا يعتمد على حالتها في الفترات الزمنية السابقة ، ويطلق على عملية ماركوف بسلسلة ماركوف عندما يكون فضاء المعلمة (الزمن) متقطع .

حيث يعبر عن نماذج ماركوف المخفية بالصيغة الاتية:

$$\lambda = (A, B, \pi)$$

حيث ان :

A تمثل مصفوفة احتمال انتقال الحالة .

B تمثل مصفوفة احتمالية رابطة بين الحالات المخفية والمشاهدة.

$\pi$  تمثل متجه توزيع الحالة الابتدائية ، حيث ان  $\pi = [\pi_{ij}]$  وهو احتمال ان يبدأ النظام i من الحالة j

وهناك ثلاث حالات رئيسة يجب التعامل معها لصياغة انموذجات ماركوف المخفية وهي: [1][8][9]

الحالة 1: حالة التقييم (Evaluation case)

يحتاج في هذه الحالة الى حساب  $P(O/\lambda)$  وهو تحديد احتمال المتسلسلة للملاحظات وذلك عندما

يكون انموذج  $\lambda = (A, B, \pi)$  .

الحالة 2: حالة فك التشفير (Decoding case)

يحتاج في هذه الحالة تتبع او ايجاد متسلسلة الحالة المثلى لعملية ماركوف المخفية وذلك بالاعتماد على البرمجة الحركية الديناميكية ( Dynamic program ) .

الحالة 3: حالة التدريب ( Training case)

يحتاج في هذه الحالة تعديل معلمات النموذج  $\lambda=(A,B,\pi)$  لتعظيم  $P(O/\lambda)$ .

وان انموذج ماركوف المخفي يتكون من عمليتين عشوائيتين وهما: [46]

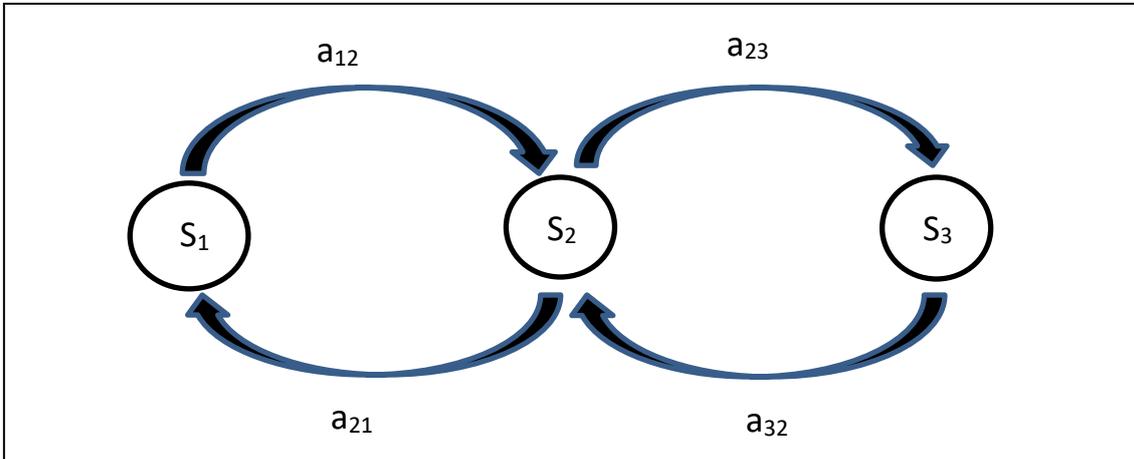
العملية العشوائية الاولى:

هي سلسلة ماركوف التي تتميز بوجود الحالات والاحتمالات الانتقالية ، حيث ان هذه الحالات تكون غير مرئية او غير مشاهدة ولهذا سميت مخفية .

العملية العشوائية الثانية:

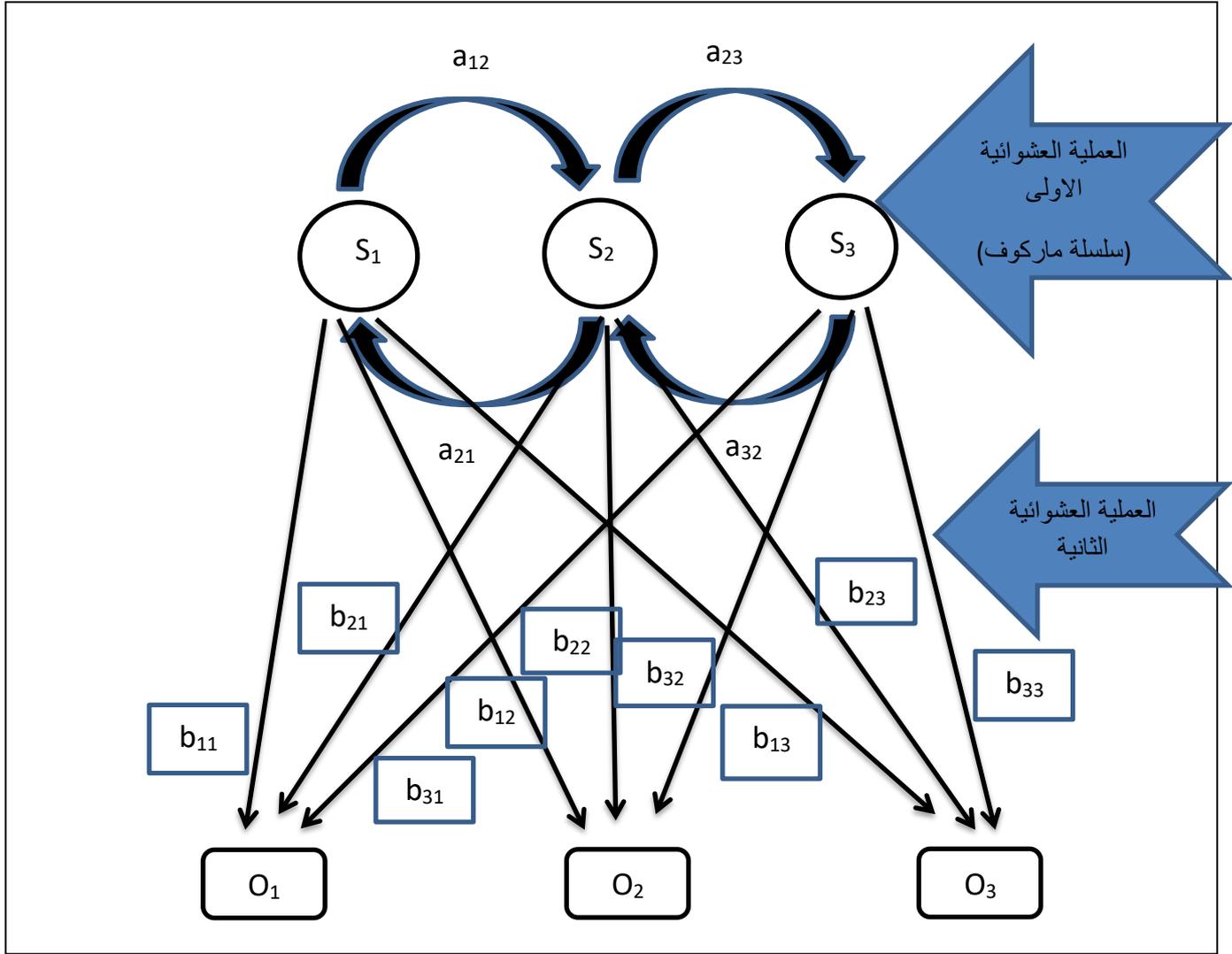
وهي التي تنتج كمشاهدة في كل لحظة ، وتعتمد على التوزيع الاحتمالي للحالات ( كل حالة تقترن بتوزيع احتمالي ) .

حيث ان كلمة المخفي في أنموذج ماركوف المخفي تشير الى سلسلة ماركوف وليست الى معلمات الانموذج ، ويمكن ملاحظة الفرق بين انموذج ماركوف الاعتيادي وانموذج ماركوف المخفي من خلال الشكل ادناه:



الشكل (2-3): انموذج ماركوف الاعتيادي المتكون من ثلاث حالات

المصدر: من اعداد الباحثة



الشكل (2-4): انموذج ماركوف المخفي المتكون من ثلاث حالات وثلاث مشاهدات

المصدر: من اعداد الباحثة

الشكل (2-4) الخاص بأنموذج ماركوف المخفي نلاحظ بانة يتكون من عمليتين عشوائيتين ، الاولى وهي عملية ماركوف التي تتكون من ثلاث حالات (  $S_3 , S_2 , S_1$  ) حيث لا يمكن مشاهدة هذه الحالات الا من خلال العملية العشوائية الثانية التي تمثل احتمالات المشاهدات المنبعثة من كل حالة ، وان كل حالة في هذا الانموذج ينبعث منها ثلاث مشاهدات . اما الشكل الخاص بأنموذج ماركوف الاعتيادية التي تتضمن من ثلاث حالات هي (  $S_3 , S_2 , S_1$  ) تكون هذه الحالات فيها مشاهدة .

حيث ان :

S : يمثل الحالات في عملية ماركوف.

O : المشاهدات المنبعثة من كل حالة.

$a_{ij}$  : الاحتمالات الانتقالية بين الحالات .

$b_{ik}$  : احتمالات المشاهدات المنبعثة من كل حالة .

وبما ان انموذج ماركوف المخفي هو امتداد لأنموذج ماركوف الاعتيادي فان الانموذج يعبر عنها كالآتي:-

$$\lambda = (A , B , \Pi)$$

## Elements of an HMM

### (4-2) عناصر نماذج ماركوف المخفية [47] [2]

تتكون نماذج ماركوف المخفية من العناصر الآتية :

T : تمثل طول متسلسلة المشاهدات .

N : تمثل عدد الحالات المخفية في الانموذج .

M : تمثل عدد رموز المشاهدات .

Q : تمثل رموز الحالات المخفية ، حيث ان  $Q = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_N\}$

فاذا كان N تمثل عدد الحالات المخفية في الانموذج ، فيمكن تمثيل فضاء الحالة S كما يأتي

$$S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_N\}$$

حيث يرمز للحالة عند الزمن t بالرمز  $(q_t)$ .

V : تمثل مؤشر رموز المشاهدات ، حيث ان  $V = 1, 2, 3, \dots, M$

A : مصفوفة احتمال انتقال الحالات ، فالتوزيع الاحتمالي للحالة الانتقالية يمثل احتمال الانتقال من احدى

الحالات في الزمن t الى نفسها او الى حالة اخرى في الزمن t+1. [2]

$$A = \{a_{ij}\} \quad \forall \quad 1 \leq i, j \leq N$$

حيث ان

$$a_{ij} = P[q_{t+1} = s_j / q_t = s_i]$$

$$= P [ \text{State } q_j \text{ at } t+1 \mid \text{State } q_i \text{ at } t ]$$

$$= \begin{cases} a_{ij} \geq 0 \\ \sum_{j=1}^N a_{ij} = 1 \end{cases}$$

B : تمثل مصفوفة احتمالية تربط بين الحالات المخفية والملاحظات ، وتمثل التوزيع الاحتمالي لرموز الملاحظات ، و الذي يمثل الرمز الناتج عند الزمن t المعتمد على التوزيع الاحتمالي للملاحظة في الحالة المختارة عند الزمن t ايضا . حيث ان الملاحظة خلال الزمن t هي  $O_t$  [2].

$$B = [b_j(k)] \quad \forall \quad 1 \leq j \leq N , \quad 1 \leq k \leq M$$

حيث ان

$$b_j(k) = P[O_t = V_k/q_t = S_j]$$

$$= P [ \text{Observation K at t} \mid \text{State } q_j \text{ at t} ]$$

حيث ان  $V_k$  يمثل رمز الملاحظة k

$$= \begin{cases} b_j(k) \geq 0 \\ \sum_{k=1}^M b_j(k) = 1 \end{cases}$$

O : تمثل متسلسلة الملاحظات ، حيث ان  $O = \{O_1, O_2, O_3, \dots, O_T\}$

حيث يرمز للملاحظات دائما بـ  $(1, 2, 3, \dots, M)$

$$O_i \in V \quad \forall \quad i = 1, 2, 3, \dots, T$$

$\pi$  : تمثل متجه الحالة الابتدائية

$$\pi = \{\pi_i\} \quad \forall \quad 1 \leq i \leq N$$

حيث ان

$$\pi_i = P ( q_1 = S_i )$$

$$= \begin{cases} \pi_i \geq 0 \\ \sum_{j=1}^N \pi_j = 1 \end{cases}$$

وان هناك انواع عديدة لأنموذج ماركوف المخفية التي يتم تصنيفها حسب طبيعة توزيع الاحتمالات للملاحظات المنبعثة من كل حالة معينة.

## (5-2) أنواع نماذج ماركوف المخفية [34] Types Hidden Markov Models

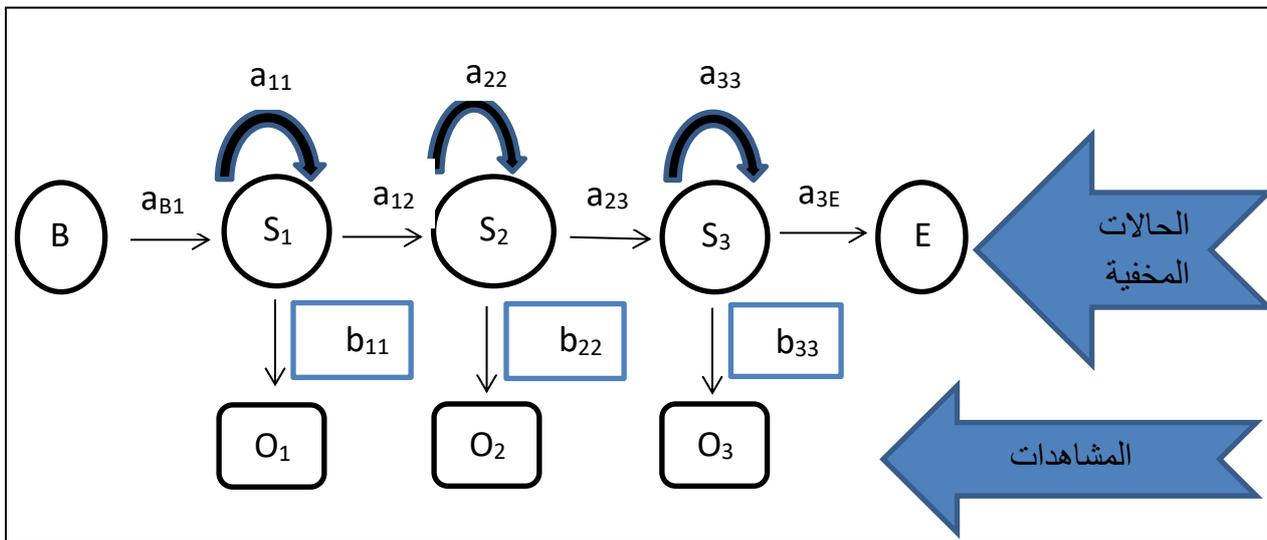
يمكن تصنيف HMMs وفقاً لطبيعة توزيع احتمالات الملاحظات المنبعثة من كل حالة  $(b_{ij})$  . إذا كانت الملاحظات O عبارة عن متغيرات عشوائية متقطعة ، فإن  $(b_{ij})$  هي دالة الكتلة الاحتمالية PMFs

، ويطلق على HMM اسم نموذج ماركوف المخفية المتقطعة. إذا كانت المشاهدات عبارة عن متغيرات عشوائية مستمرة ، فإن HMM يسمى بنموذج ماركوف المخفية المستمرة. في هذه الحالة  $(b_{ij})$  هي دالة كثافة احتمالية (PDF) ذات فضاء مشاهدة مستمرة. حيث ان هنالك نموذج اكثر شيوعا وهو أنموذج الايسر - اليمين left-to-right HMM .

### left-to-right HMM

(1) الانموذج الايسر - اليمين [2]

إذا كان الانتقال من اليسار إلى اليمين إلى الحالة التالية بالإضافة إلى الانتقال الذاتي (الحالة ذاتها) ، ويستخدم الانتقال الذاتي لنمذجة الميزات المتجاورة في الحالة نفسها. يتم استخدامه بشكل شائع لنمذجة الكلام كسلسلة زمنية لأحداث متميزة تبدأ من حالة أولية ، والتي عادةً ما تسمى بداية ، وتنتهي عند الحالة النهائية ، والتي عادةً ما تسمى النهاية. ويوضح الشكل ادناه أنموذج ماركوف المخفية الايسر- اليمين حيث تشير الحالات المسمى B و E إلى البداية والنهاية على التوالي للتسلسل.



الشكل (2-5): الأنموذج الايسر- اليمين

المصدر : من اعداد الباحثة

حيث S تمثل الحالات في عملية ماركوف

O تمثل المشاهدات المنبعثة من كل حالة

$a_{ij}$  تمثل الاحتمالات الانتقالية بين الحالات

$b_{ij}$  تمثل احتمالات المشاهدات المنبعثة من كل حالة

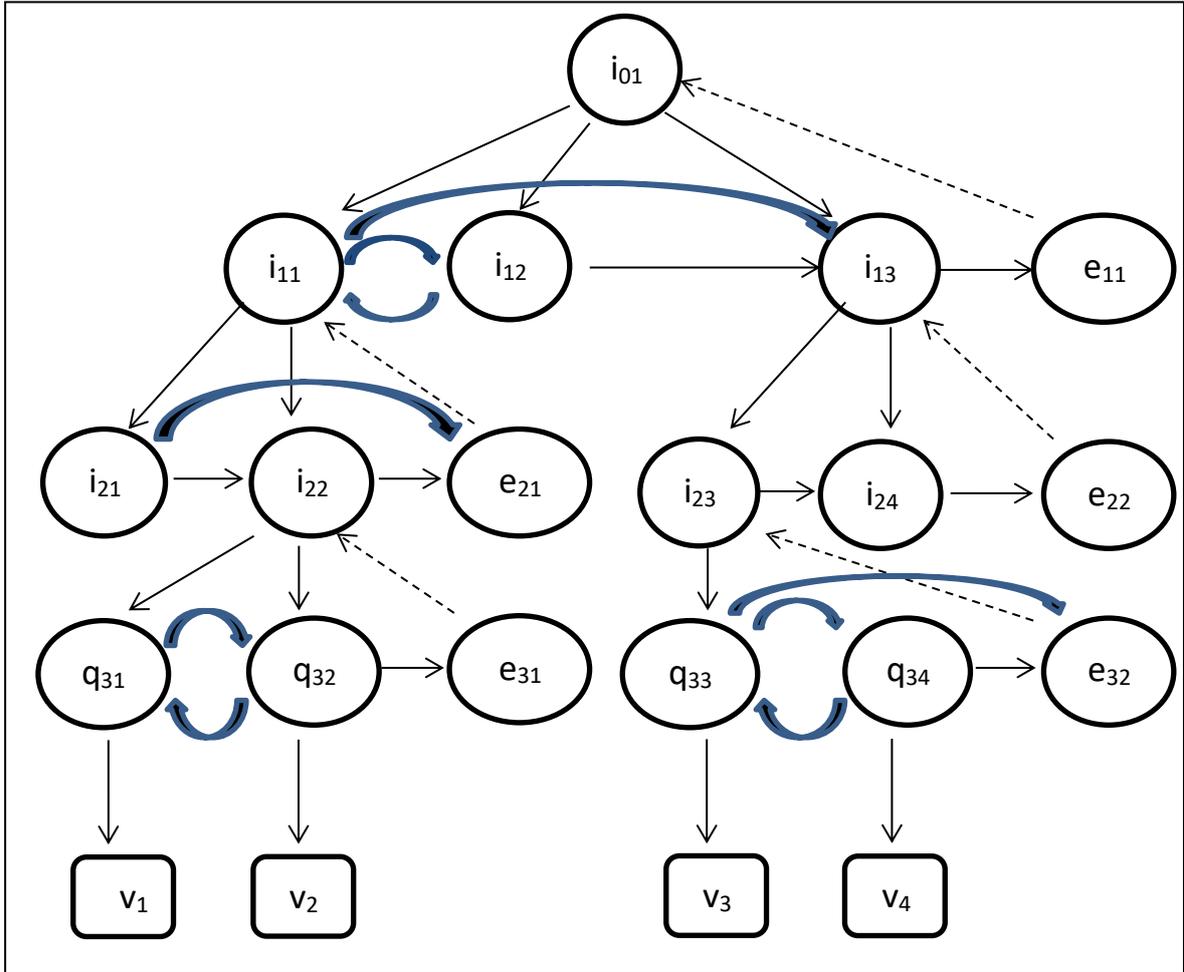
### Hierarchical HMM

(2) انموذج ماركوف المخفي الهرمي

اقترح فاين (1998) أنموذج ماركوف المخفي الهرمي (HHMM) لتوسيع أنموذج ماركوف المخفي القياسي بطريقة هرمية إلى تسلسل هرمي للحالات المخفية. بدلاً من ذلك ، يمكن اعتباره نموذجًا منظمًا متعدد المستويات يجعل كل حالة مخفية في انموذج ماركوف المخفي القياسي وأنموذج ماركوف المخفي الهرمي (HHMM) أيضًا ، وهذا يعني أن كل حالة يمكن أن تصدر تسلسلات بدلاً من رموز فردية. هناك نوعان من الحالات :

i. حالات ماركوف المخفية العادية (Normal) ، الحالات  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$  ، والتي تسمى حالات الإنتاج (Production States).

ii. الحالات الداخلية (Internal States)  $I = \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$  التي يمكنه الارتباط بالحالات الأخرى ولكن لا يمكنه إنتاج المشاهدات. يمكن فقط لحالات الإنتاج يمكنها إنتاج المشاهدات. هناك حالات نهائية عند مستوى من حيث التحكم الذي يتم الرجوع إلى الحالة الداخلية للمستوى الأعلى. أي أن الدخول في حالة نهائية يؤدي إلى إنهاء نموذج ماركوف المخفي الفرعي (Sub-HMM)، ويمكن أن يحدث الانتقال إلى الحالة النهائية بسبب بعض الظروف البيئية. والشكل ادناه يوضح ذلك:



الشكل (2-6): انموذج ماركوف المخفي الهرمي  
المصدر: من اعداد الباحثة

حيث  $i_{ki}$  هي حالة داخلية للحالات  $i, i=0,1,2,000$  ، عند المستوى  $k, k=0,1,2, \dots$

$q_{ki}$  هي حالة إنتاج للحالات  $i, i=1,2,000$  ، عند المستوى  $k, k=1,2, \dots$

$e_{ki}$  هي حالة نهائية للحالات  $i$  عند المستوى  $k$

وحالات الإخراج هي  $v_k, k=1,2, \dots$

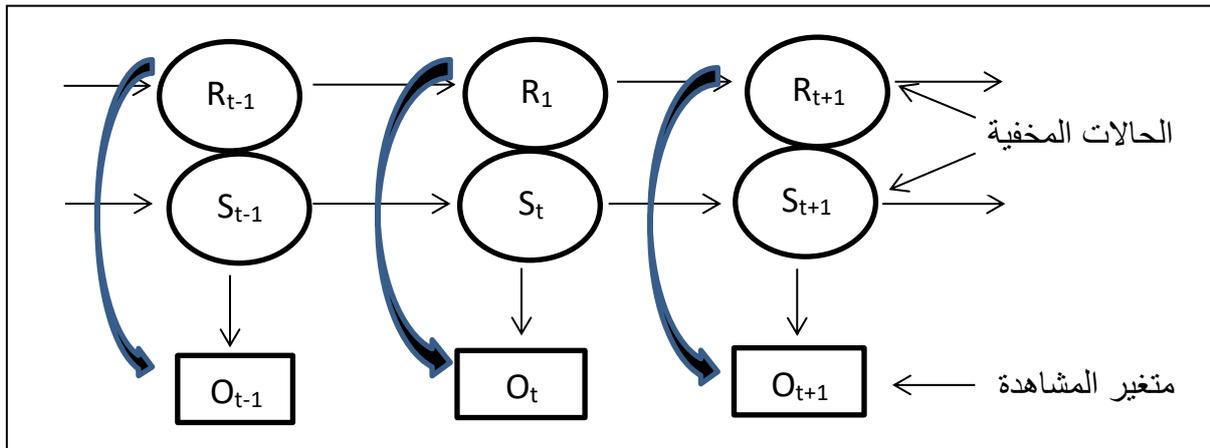
وان انموذج ماركوف المخفي الهرمي (HHMM) مفيد في نمذجة المجالات ذات الهياكل الهرمية ، فلقد تم استخدامه بواسطة Fine (1998) لنمذجة الكتابة اليدوية ، وبواسطة vanov and Bobick

(2000) لنمذجة التعرف على الحركة المرئية ، ومن قبل Bui(2001) لنمذجة التنقل المكاني. ومن أحد قيود انموذج ماركوف المخفي الهرمي ( HHMM ) هو تعقيده الحسابي ، والذي يُعرف بـ  $O(T^3Nb^2)$  ، حيث  $T$  هو طول تسلسل المشاهدات ، و  $N$  هو العدد الكلي للحالات المخفية ، و  $b$  هو الحد الأقصى للحالات الفرعية في كل حالة.

### 3) انموذج ماركوف المخفي العاملي Factorial hidden Markov model (FHMM)

ان هذا الأنموذج لقد تم اقتراحه من قبل Ghahramani and Jordan في عام (1997). ففي نظام نموذج ماركوف المخفي العادي HMM ، يتم فيه نقل المعلومات حول الماضي من خلال متغير متقطع واحد ، وهو الحالة المخفية. ويسمح انموذج ماركوف المخفي العاملي FHMM للحالة بأن تكون عاملاً في متغيرات حالة متعددة وبالتالي يتم تمثيلها بطريقة موزعة. اي تسمح بتحليل الحالة الى متغيرات متقطعة ومستقلة وهذا يعني بان سلسلة المشاهدات تنبعث منها اكثر من متسلسلة للحالة المخفية وبالتالي ، يمكن استخدام FHMM لتمثيل سلسلة من الإشارات المتعددة المنتجة بصورة مستقلة حيث يتم وصف خصائص كل سلسلة بواسطة سلسلة ماركوف مميزة. على سبيل المثال ، استخدم Kadiramanathan and Varga في عام (1991) سلسلة واحدة لتمثيل الكلام وسلسلة أخرى لتمثيل مصدر ضوضاء ديناميكي. وبالمثل ، استخدم لوجان ومورينو (1998) سلسلتين لتمثيل عمليتين فرعيتين أساسيتين متزامنتين تحكمان تحقيق متجه المشاهدة في معالجة الكلام. ولقد طور Jacobs في عام (2002) خوارزمية رجعية معممة ( generalized backfitting algorithm ) تحسب إشارات خطأ مخصصة لكل سلسلة ماركوف مخفية في FHMM ثم تدرب كل سلسلة واحدة تلو الأخرى باستخدام التقنيات التقليدية.

بينما يعزز انموذج ماركوف المخفي العاملي ( FHMM ) قوة تمثيل الحالات المخفية باستخدام سلاسل حالة مخفية متعددة لأنموذج ماركوف مخفي واحد ، فإنه أيضاً يجعل نموذج التدريب صعباً وأحياناً مستحيلًا عندما يكون عدد سلاسل الحالة المخفية كبيراً. وبالتالي فإن الطبيعة النموذجية للأنموذج تجعل الخوارزمية الدقيقة مستعصية على الحل . ويمثل الشكل ادناه انموذج ماركوف المخفي العاملي (FHMM) مع سلسلتي ماركوف الأساسيتين اللتين تحكمان عمليتين فرعيتين.



الشكل (2-7): أنموذج ماركوف المخفي العاملي

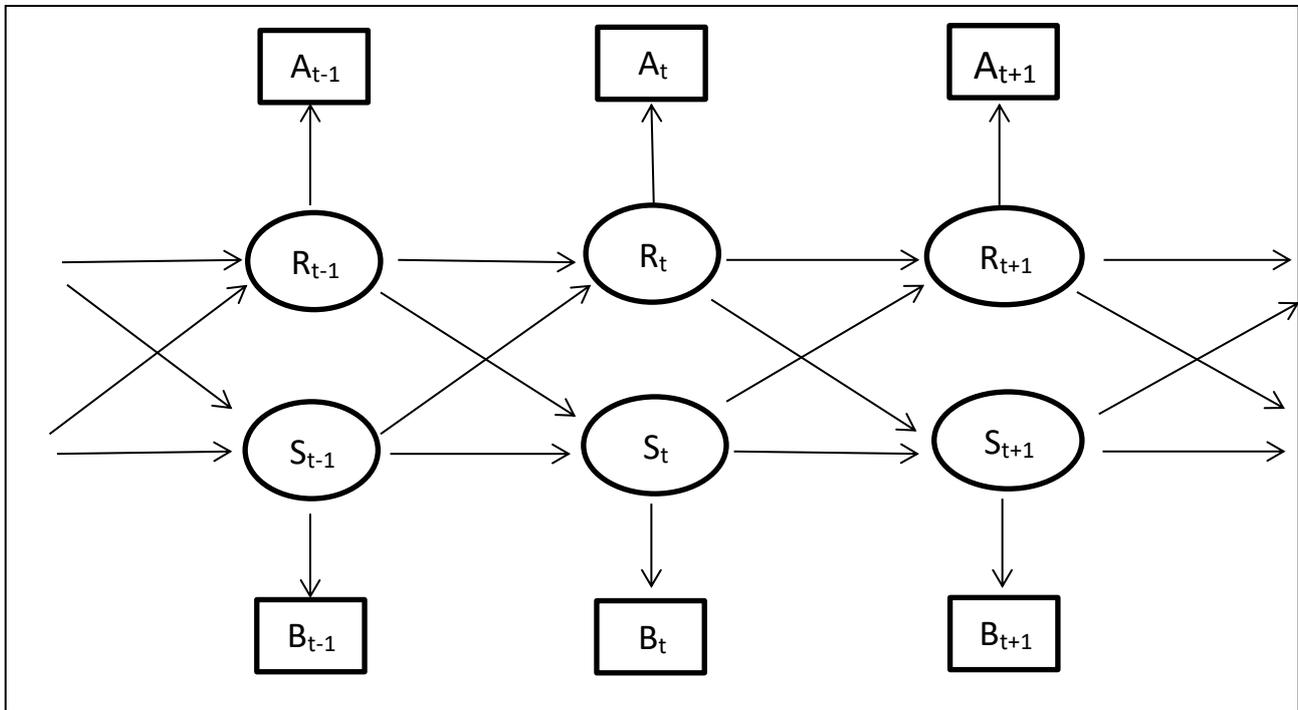
المصدر : من اعداد الباحثة

حيث ان  $S$  تمثل فضاء الحالة المخفية الاولى ( $S=S_1, S_2, S_3, \dots, S_t$ )

وان  $S_t$  هي الحالة  $S$  عند الزمن  $t$ .

$R$  تمثل فضاء الحالة المخفية الثانية ( $R=R_1, R_2, R_3, \dots, R_t$ ) وان  $R_t$  هي الحالة  $R$  عند الزمن  $t$ .

4) انموذج ماركوف المخفي المقترن (Coupled hidden Markov model (CHMM))  
 تم تقديم هذا الأنموذج من قبل Brand في عام (1997 , 1996) لحل أحد قيود نموذج ماركوف المخفية العادية HMM ، وهي افتراضاتها التقييدية القوية حول النظام الذي يولد الإشارة. يفترض نموذج ماركوف المخفي HMM بشكل أساسي أن هناك عملية واحدة مع عدد صغير من الحالات. غالبًا ما يكون نموذج العملية الواحدة غير مناسب لأعمال الرؤية والكلام والتطبيقات الأخرى التي تتكون من عمليات تفاعل متعددة. يوفر انموذج ماركوف المخفي المقترن CHMM طريقة فعالة لحل العديد من هذه المشاكل وذلك عن طريق اقتتران نموذج ماركوف المخفي HMMs بنموذج العمليات التفاعلية الأخرى ( انموذج ماركوف مخفي اخر). وان أبسط نوع من انموذج ماركوف المخفي المقترن CHMM وهو الذي يتكون من سلسلتين لنماذج ماركوف المخفي HMM بمتسلسلتين من المشاهدات المنفصلة ، وهي  $A$  و  $B$ . فكل حالة تملك أبوين (Parents) ، واحد من كل سلسلة ، ومتغير الحالة في الوقت  $t$  يعتمد على حالات كلتا السلسلتين في الوقت  $t - 1$ . بهذه الطريقة نستطيع النقاط ( Capture ) العلاقة الزمنية بين السلسلتين. والشكل ادناه يوضح انموذج ماركوف المخفي المقترن CHMM ثنائي السلسلة.



الشكل (2-8): انموذج ماركوف المخفي المقترن

المصدر: من اعداد الباحثة

حيث ان A تمثل متسلسلة المشاهدات الاولى.

B و تمثل متسلسلة المشاهدات الثانية.

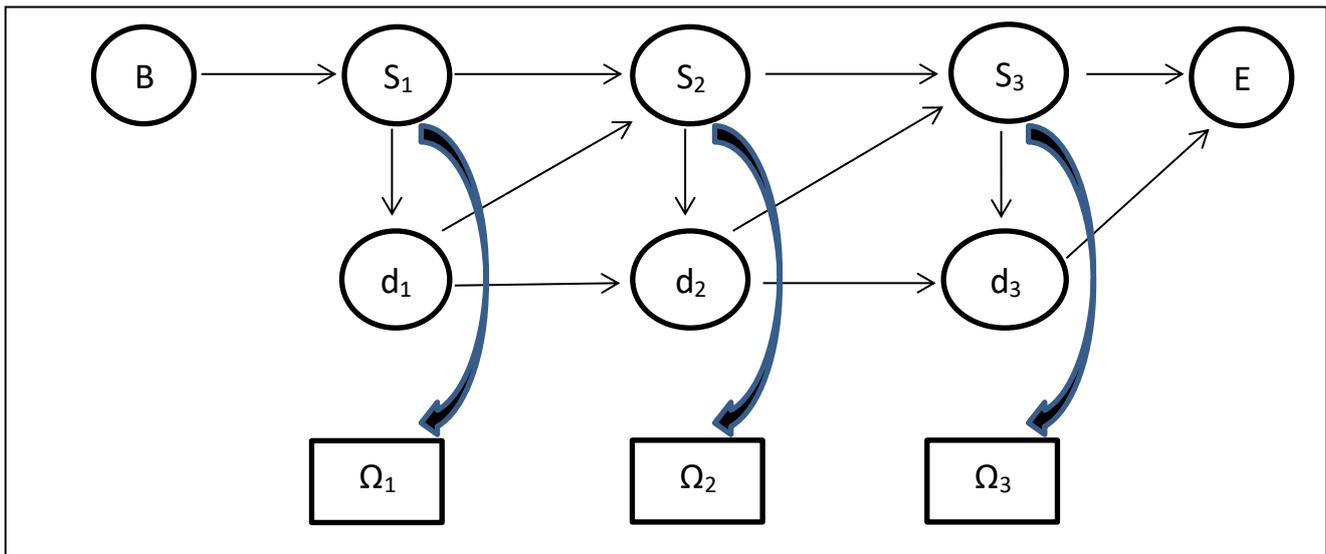
S و تمثل الحالات المخفية لنموذج ماركوف المخفي الاول.

R و تمثل الحالات المخفية لنموذج ماركوف المخفي الثاني.

### (5) نماذج شبه ماركوف المخفية [5][63][64] Hidden Semi-Markov Models (HSMM)

إن انموذج شبه ماركوف المخفي (HSMM) هو نموذج ماركوف المخفي HMM الذي يكون فيه عدد الرموز المنبعثة من كل حالة هي متغير عشوائي بمتوسط وتباين وذلك عندما تكون العملية في حالة نشطة قبل أن تنتقل إلى حالة جديدة. وبالتالي ، يمكن لكل حالة أن تصدر سلسلة من المشاهدات. ولقد اطلق على HSMM اسم انموذج ماركوف المخفي مع فترة زمنية متغيرة ( HMM with variable duration) واطلق عليه ايضا باسم انموذج ماركوف المخفي بفترة زمنية محددة (HMM with explicit duration)[5]

ويمكن للحالة المخفية أن تبعث سلسلة من الرموز بدلاً من رمز واحد. وفي هذا الانموذج لا تحتوي الحالة المخفية على انتقال ذاتي لكون الانتقال بين الحالات محدد بفترة زمنية. والشكل أدناه يوضح انموذج شبه ماركوف المخفي ، حيث ان الحالات  $S_k$  هي الحالات العادية التي تنبعث منها الرموز ، والحالات  $d_k$  تستخدم لإبقاء العملية لفترة زمنية في حالة  $S_k$ . عندما تدخل العملية الحالة  $S_k$  ، يتم اختيار قيمة الفترة الزمنية بالقيمة  $d_k$  وفقاً لتوزيع الاحتمالات المرتبط بـ  $S_k$ . فعندما يتم العد التنازلي للوقت في  $d_k$  الذي يساوي صفر، فإن الحالة تكون حرة في التغيير. لاحظ أن  $\Omega_k$  هي سلسلة من رموز المشاهدات في كل حالة ؛ حيث ان  $\Omega = \{V_1, V_2, V_3, \dots, V_m\}$  ، وإن إحدى المشكلات التي يجب حلها بالإضافة إلى مشكلات HMM القياسية هي حساب توزيع الفترة لحالة معينة.



الشكل (2-9): انموذج شبه ماركوف المخفي

المصدر: من اعداد الباحثة

حيث ان

S تمثل الحالات المخفية للنموذج.

d تمثل فترة البقاء في الحالة المخفية.

$\Omega$  تمثل متسلسلة رموز المشاهدات في كل حالة.

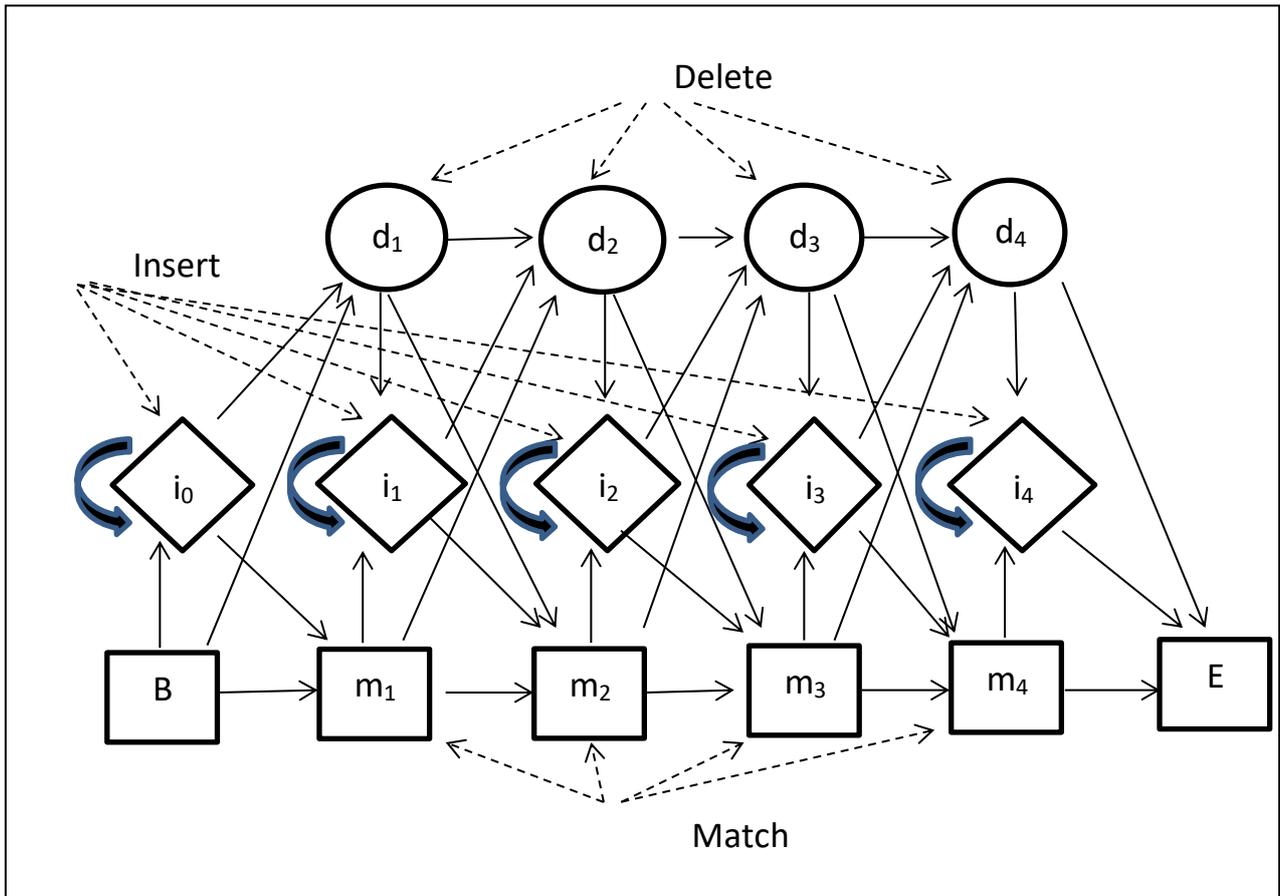
### Profile HMM

(6) انموذج ماركوف المخفي الشخصي [62][25][11]

أصبحت نماذج ماركوف المخفية واحدة من أقوى الأساليب الإحصائية المستخدمة لنمذجة محاذاة التسلسل. ويستخدم عادة نوع خاص من انموذج ماركوف المخفي الايسر- الايمن HMMs يسمى بأنموذج ماركوف المخفي الشخصي ( PHMM ) لنمذجة الاصطفاة متعددة. ولها ثلاثة أنواع من الحالات وهي:

- I. حالات المطابقة (Match States): ان هذه الحالات تولد أحماضاً أمينيةً وفقاً لتوزيعات احتمالية ، حيث تنطبق التوزيعات الاحتمالية المختلفة على حالات التطابق المختلفة. نفترض أن هناك حالات تطابق M و حالة المطابقة  $m_k$  يولد الحامض الأميني x مع الاحتمال  $P(x/m_k)$  ، حيث  $K=1,2,3,\dots,M$  , وان هذه الحالات يتم تمثيلها بمربعات تحمل علامة m
- II. حالات الحذف (Delete States): هي حالات صامتة لا تولد أحماضاً أمينيةً وتستخدم لمتسلسلات العائلة التي يتم فيها حذف الحامض الأميني . وهي حالات "وهمية" تُستخدم لتخطي حالات المطابقة. فلكل حالة تطابق  $m_k$  هناك حالة حذف مقابلة  $d_k$  تُستخدم لتخطي  $m_k$  ، وان هذه الحالات يتم تمثيلها بالماس تحمل علامة i
- III. حالات الإدراج (Insert States) : ان هذه الحالات تولد أيضاً أحماضاً أمينيةً وفقاً لبعض توزيعات الاحتمالات وتمثل التسلسلات مع واحد أو أكثر من الأحماض الأمينية المدرجة بين أعمدة من متسلسلات متعددة. بمعنى ، تُستخدم حالات الإدراج لتمثيل الأحماض الأمينية المحتملة التي لا توجد في معظم المتسلسلات في العائلة التي يتم نمذجتها وبالتالي تكون نتيجة الإدراج. هناك حالات إدراج  $M + 1$  تولد الأحماض الأمينية x مع احتمال  $P(x/i_k)$  ، حيث ان  $K=1,2,3,\dots,M+1$  . وان هذه الحالات يتم تمثيلها بالدوائر التي تحمل علامة d. يوضح الشكل ادناه انموذج ماركوف المخفي الشخصي

لاحظ أن هناك ثلاثة انتقالات على الأكثر في كل حالة وثلاثة انتقالات خارج كل حالة. وبالتالي ، عند استخدام خوارزمية Viterbi لتحليل النموذج ، يكون التعقيد الحسابي هو  $O(nt)$  ، حيث n هو عدد الحالات و t هو طول تسلسل المشاهدة. اما بالنسبة إلى HMM العادية ، يكون التعقيد الحسابي هو  $O(n^2t)$ .



الشكل (2-10): انموذج ماركوف المخفي الشخصي

المصدر : من اعداد الباحثة

حيث أن :

(d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, d<sub>3</sub>, d<sub>4</sub>) تمثل الحالات المحذوفة .

(i<sub>1</sub>, i<sub>2</sub>, i<sub>3</sub>, i<sub>4</sub>) تمثل الحالات الادراج .

(m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub>, m<sub>3</sub>, m<sub>4</sub>) تمثل الحالات المطابقة

B تمثل بداية النظام .

E تمثل نهاية النظام .

ولتقدير نماذج ماركوف المخفية نحتاج الى التعرف على طرائق مقدرات بيز

## [43][41]Cox-Ingersoll-Ross model (6 - 2)

تم اقتراح نموذج Cox-Ingersoll-Ross (CIR) أو كما يسمى انموذج سعر الفائدة ( interest rate model ) من قبل العلماء ( J.C Cox و J.E Ingersoll و S.A Ross ) في عام ( 1985 ) لحل مشكلة تسعير السندات ذات القسيمة الصفرية بخضم مع آجال استحقاق مختلفة في ظل ظروف عدم الموازنة short-term ( no-arbitrage ) K وذلك من خلال افتراض أن تطور معدل سعر الفائدة الأساسي ( interest rate ) على المدى القصير هو حل وحيد لعملية الانتشار (diffusion process) للمعادلة التفاضلية العشوائية (SDE) وكالاتي:<sup>[43]</sup>

$$dr_t = \alpha(\mu - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t \quad \dots \dots \dots (2 - 1)$$

مع العلم ان الحالة الأولية  $r(0) = r_0 > 0$  . وان  $\{W_t = W(t)\}_{t \geq 0}$  هي تمثل عملية وينر ( Wiener process ) القياسية الأحادية البعد. وأن عملية معدل الفائدة ( the interest rate process )  $(r(t))_{t \geq 0}$  تسمى CIR أو عملية الجذر التربيعي (square root process).

وأن  $\alpha$  و  $\mu$  و  $\sigma$  هما معلمات ، اذ ان  $\alpha$  تمثل سرعة الارتداد (the speed of adjustment) للمتوسط  $\mu$  الذي هو متوسط طويل المدى ، ومعدل تقلب (volatility rate)  $\sigma$ . اذ ان الحل الوحيد للمعادلة (2-1) تُعرف أيضًا باسم عملية CIR:<sup>[41]</sup>

$$r_t = r_s + \int_s^t \alpha(\mu - r_u)du + \sigma \int_s^t \sqrt{r_u}dW_u \quad s < t$$

وبالتالي فإن القيمة المتوقعة :

$$E[r_t/r_s] = r_s + \int_s^t \alpha(\mu - E[r_u/r_s]) du \quad s < t$$

حيث ان  $m_t = E[r_t/r_s]$  ، وان:

$$\frac{d}{dt}m_t = \alpha(\mu - m_t) \quad s < t$$

وعليه فإن القيمة المتوقعة لـ  $r_t$  عندما تكون  $r_s$  معلومة هي:

$$E[r_t/r_s] = m_t = r_s e^{-\alpha(t-s)} + \mu(1 - e^{-\alpha(t-s)}) \quad s < t$$

وبالمثل يمكن اثبات ان التباين يكون كالاتي:

$$Var[r_t/r_s] = \frac{r_s \sigma^2}{\alpha} \left( e^{-\alpha(t-s)} - e^{-2\alpha(t-s)} + \frac{\mu \sigma^2}{2\alpha} (1 - e^{-\alpha(t-s)})^2 \right)$$

وبالتالي فإن انموذج ماركوف المخفي هو:

$$X_{t+1} = X_t + (\theta_1 - \theta_2 X_t) \Delta t + \theta_3 \sqrt{X_t} dw_t$$

$$Y_t = \Phi X_t + \sigma u_t \quad \dots \dots \dots (2 - 2)$$

حيث ان  $\Delta t$  تمثل الفرق بين الازمنة ، وان  $\theta_1$  و  $\theta_2$  و  $\theta_3$  و  $\Phi$  و  $\sigma$  تمثل معالم النموذج

$$\Delta w_t \sim N(0, \Delta)$$

$$u_t \sim N(0, \Delta)$$

### [31][32][19]The stochastic alpha beta rho model (SABR) ( 7 – 2)

هو نموذج تقلب عشوائي للأسعار الآجلة (forward prices) المستعملة بشكل شائع في نمذجة مشتقات أسعار الفائدة (interest rate). ألفا وبيتا ورو (alpha, beta and rho) هي معالم يجب معايرتها (calibrated). يصف الفا Alpha حجم التقلب في سعر الأصل الأساسي (the price of the underlying asset)؛ يصف بيتا Beta حساسية تحركات الأسعار الآجلة للسعر الفوري (the sensitivity of forward price movements to the spot price)؛ ورو rho يصف العلاقة بين التحركات في السعر الآجل (the forward price) والتحركات في تقلب سعر الأصل الأساسي (the price of the underlying asset).

يحاول نموذج SABR التقاط ديناميكيات سعر آجل واحد (single forward prices)، حيث ان هذا السعر الآجل يمكن أن يكون هو LIBOR الآجل ، وسعر المقايضة الآجلة (forward swap prices) ، والعائد الآجل على السند (the forward yield on a bond) ، وما إلى ذلك. يعد نموذج SABR امتداداً لـ نموذج CEV [31]

$$dF(t) = \sigma F(t)^\beta dW(t) \quad \dots \dots \dots (2 - 3)$$

اذ أن  $\sigma$  هو معلمة التقلب (the volatility parameter) و المسمى  $\beta$ -volatility

يتم الحصول على الديناميكيات الكاملة لنموذج SABR من خلال المعادلتين الاتيتين: [31][32][19]

$$dF(t) = \sigma(t) C(F(t))^\beta dW(t)$$

$$d\sigma(t) = \alpha \sigma(t) dZ(t) \quad \dots \dots \dots (2 - 4)$$

حيث ان  $F(t)$  و  $\sigma(t)$  تمثل عملية السعر الآجل و التقلب ( the forward rate process and volatility ) ، و  $W(t)$  و  $Z(t)$  تمثل عمليتا وينر (Wiener processes) او حركات برونانية قياسية (Brownian motions) BM واللذان ترتبطان بشكل عام بـ  $r$  كما في المعادلة الاتية: [31][32]

$$(2-5) E[dW(t)dZ(t)] = rdt \quad \dots \dots \dots$$

حيث ان  $r$  يمثل معامل ارتباط ثابت.

هناك حالة خاصة للمعادلة (2-4) الذي له دور مهم في التحليل ، والحالة هي عندما  $C(F(t))=1$  و  $r=0$  ، ففي هذه الحالة يكون للمعادلات الاساسية للحركة (motion) شكل بسيط وكالاتي: [32]

$$dF(t) = \sigma(t)dW(t)$$

$$d\sigma(t) = \alpha\sigma(t)dZ(t) \quad \dots \dots \dots (2 - 6)$$

$$E[dW(t)dZ(t)] = 0 \text{ مع}$$

حيث يشار الى النموذج اعلاه في المعادلة (2-6) بأنموذج SABR العادي ( the normal SABR model )

أن معامل الانتشار  $C(F)$  يُفترض ان يكون من النوع ثابت مرونة التباين (constant-) CEV (elasticity-of-variance): [31]

$$C(F) = F^\beta \quad \dots \dots \dots (2 - 7)$$

حيث ان  $0 \leq \beta < 1$

فعلى افتراض أنه تم اختيار عدد مناسب من  $F(t)$  بحيث يكون التوقع الشرطي للقيمة التالية مساوٍ للقيمة الحالية بغض النظر عن جميع القيم السابقة ، والعملية  $\sigma(t)$  هي المكون العشوائي لتقلب  $F(t)$  ، والثابت  $\alpha$  ، المعروف باسم volvol ، هو التقلب اللوغاريتمي الطبيعي لـ  $\sigma(t)$  . كالعادة ، نكمل الديناميكيات بالشرط الأولي (the initial condition) كالاتي: [31][32]

$$F(0) = F^0$$

$$\sigma(0) = \sigma^0 \quad \dots \dots \dots (2 - 8)$$

اذ ان  $F^0$  تمثل القيمة الحالية للأمام (the current value of the forward) ، و  $\sigma^0$  تمثل القيمة الحالية ( the current value ) لتقلب  $\beta$  (  $\beta$ -volatility ) .

باستثناء الحالة الخاصة الموجودة في المعادلة (2-6) عندما  $\beta = 0$  ، لا يوجد لها حل واضح معروف لهذا النموذج. يمكن حل الحالة العامة تقريبًا عن طريق توسيع مقارب في المعلمة الاتية: [19][31]

$$\varepsilon = \alpha\sqrt{T} \quad \dots \dots \dots (2 - 9)$$

حيث T تمثل وقت استحقاق الاختيار (the time-to-maturity of the option). لفهم معنى هذه المعلمة ، لاحظ أنه نظرًا لأن SABR هو نموذج أمامي فردي ، فإن وقت انتهاء صلاحية الاختيار T يحدد مقياسًا زمنيًا طبيعيًا للمشكلة. وان  $t = Ts$  ، تعرف كالآتي:<sup>[31]</sup>

$$X(s) = F(Ts)$$

$$Y(s) = \frac{\sigma(Ts)}{\alpha} \quad \dots \dots \dots (2 - 10)$$

ان صياغة ديناميكيات SABR تعاد كتابتها بالشكل الآتي:<sup>[31]</sup>

$$dX(t) = \varepsilon Y(t)C(X(t))dW(t)$$

$$dY(t) = \varepsilon Y(t)dZ(t) \quad \dots \dots \dots (2 - 11)$$

فعند استعمال قانون القياس المعروف جيدًا  $W(Ts) = \sqrt{T}W(s)$  للحركة البراونية. فإن الشروط الأولية تأخذ النموذج الآتي:<sup>[31]</sup>

$$X(0) = F^0$$

$$Y(0) = \frac{\sigma^0}{\alpha} \quad \dots \dots \dots (2 - 12)$$

مع الاستمرار في استخدام متغيري الحالة الطبيعية F و  $\sigma$  ، وبالاحتفاظ بالطلبات المناسبة في  $\varepsilon$  في اذهاننا عند اجراء الحسابات المقاربة .

## Style Bay's ( 8 - 2 ) اسلوب بيز [35][28]

تعتمد النظرية البيزية في اسلوبها وتحليلها واستنتاجاتها على المعلومات التي توفرها المشاهدات (العينات ) فضلا عن المعلومات التي تأتي من الاعتقاد الشخصي والتي تدعى بالمعلومات الأولية ( Prior Information ) وان المدرسة البيزية تتميز عن المدرسة التقليدية بأنها تعامل المعلومات في التوزيعات الاحتمالية كمتغيرات عشوائية لها توزيع احتمالي .

ويركز اسلوب بيز في التقدير على المعلمة  $\theta$  التي هي كمية غير معروفة ، حيث ان المعلمة لها قيمة فعلية ولكن غير معروفة للمعالم وبالتالي فهي قيمة عشوائية ، وعلى التوزيع السابق  $P(\theta)$  الذي ينص على عدم المعرفة الاولية بشأن المعلمة ، حيث ان التوزيع السابق يتم انشاؤه بواسطة تحليل وقياس المعلومات التاريخية والمعرفة والمعتقدات المؤهلة ، للحصول على مزيد من المعلومات حول المعلمة ، وان جمع بيانات المعالم  $D=(x_1,x_2,\dots,x_n)$  للدالة المشتركة من  $(x_1,x_2,\dots,x_n)$  للدالة  $\theta$  تدعى بدالة الاحتمال ( likelihood function ) ويرمز له بـ  $P(D/\theta)$  .

اما لحساب التوزيع اللاحق ( Posterior distribution ) الذي ينص على تحديث عدم المعرفة الاولية لـ  $\theta$  في ضوء المعلومات الجديدة ، وان التوزيع اللاحق نستطيع إيجاده بتطبيق نظرية بيز المعروفة (Bay's Theorem) وهي:

$$P(\theta/D) = \frac{P(\theta)P(D/\theta)}{P(D)} = \frac{P(\theta)P(D/\theta)}{\int P(\theta)P(D/\theta) d\theta} \propto P(\theta)P(D/\theta)$$

او

$$\text{Equivalently Posterior} = \frac{\text{Prior} \times \text{likelihood}}{\text{constant}} \propto \text{Prior} \times \text{likelihood}$$

ومن الطرائق الاساسية التي تستخدم في مقدرات بيز لمونتي كارلو لسلسلة ماركوف MCMC ، هما طريقة Metropolis-Hastings وأخذ عينات Gibbs (وتسمى أيضاً طريقة أخذ عينات Gibbs). تعتبر أداة أخذ العينات The Gibbs حالة خاصة لطريقة Metropolis-Hastings.

## (2 - 9) خوارزمية متروبوليس هاستينغز [12][18][42] The Metropolis-Hastings Algorithm

هذه الخوارزمية تم تطويرها في سنة (1953) بواسطة (Metropolis) وتم توسيعها وتقديرها في سنة (1970) بواسطة (Hastings) ، وهي الطريقة الأكثر شيوعاً لتنفيذ لمونتي كارلو لسلسلة ماركوف (MCMC). اذ تنشئ الخوارزمية مجموعة من الحالات  $\{X_t\}$  وهي سلسلة ماركوف لأن كل حالة  $X_t$  تعتمد فقط على الحالة السابقة  $X_{t-1}$ . فعلى افتراض أن لدينا الكثافة الاحتمالية  $\pi(x)$  ، تسمى كثافة الهدف (target density)، والتي نريد المحاكاة منها. فللقيام بذلك ، نستخدم دالة  $q(y|x)$  تسمى التوزيع المقترح proposal (أو المرشح candidate) ، والتي يمكن أن تكون أي كثافة احتمالية تنشأ سلسلة ماركوف ergodic. يعتمد توزيع الاقتراح على الحالة الحالية  $x$  ويمكن أن يولد عينة مقترحة جديدة  $y$ . ولضمان إمكانية الانعكاس ، يتم قبول العينة المقترحة مع الاحتمال  $\alpha(x,y)$  ورفضها بخلاف ذلك.

ان الأساس المنطقي لذلك هو أنه نظراً لأن توزيع المقترح عادة ما يكون توزيعاً عشوائياً ، فلا يمكننا أن نتوقع بأن ذلك يفي بمعادلة الكثافة المستهدفة  $\pi(x)$  ، كالاتي:

$$q(y/x)\pi(x) \neq q(x/y)\pi(y)$$

افترض أن لدينا  $q(x|y)\pi(y) > q(y|x)\pi(x)$ . ثم تحديد العامل  $\alpha(x,y) < 1$  ليتم تعريفه بحيث يوازن عدم المساواة ؛ كالاتي:

$$q(y|x)\pi(x)\alpha(x,y) = q(x|y)\pi(y)$$

من هذا نحصل على قيمة  $\alpha(x,y)$  ، والتي يشار إليها بأسم احتمال القبول (acceptance probability) ، كالاتي: [12]

$$\alpha(x,y) = \min\left(1, \frac{q(x/y)\pi(y)}{q(y/x)\pi(x)}\right)$$

لاحظ أن طريقة Metropolis-Hastings تتطلب فقط تعريف  $\pi(x)$  حتى ثابت التطبيق (normalizing) لأن الثابت يسقط في النسبة  $\pi(y) / \pi(x)$  . يمكن بعد ذلك وصف الخوارزمية رسمياً على النحو التالي:

1. البدء بأي قيمة أولية  $x_0$  تحقق  $\pi(x_0) > 0$  ، عندما  $k = 0$  .
2. لتكن  $x_k$  هي الحالة الحالية للسلسلة لعينة النقطة  $Y_k$  من التوزيع المقترح  $q(y|x)$  .
3. القيام بتوليد متغير عشوائي  $U$  من التوزيع  $U(0,1)$  .
4. التحديث على النحو التالي:
  - إذا كان  $U \leq \alpha(x_k, Y_k)$  ، عندما  $x_{k+1} = Y_k$
  - بخلاف ذلك قم بتعيين  $x_{k+1} = x_k$
5. زيادة  $k$  .
6. إذا كان  $k < N$  انتقل إلى الخطوة 2 ؛ وإلا بخلاف ذلك سترجع  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$  .

### (1-9-2) أخذ عينات متروبوليس-هاستينغز كسلسلة ماركوف [18][42] - Metropolis-

#### Hastings Sampling as a Markov Chain

أن خوارزمية Metropolis-Hastings تنتج سلسلة ماركوف التي يكون توزيع التوازن (*equilibrium distribution*) هو الكثافة المستهدفة  $\pi(x)$  . ولإثبات ذلك ، نحتاج إلى إثبات أن توزيع الاقتراح يحقق معادلة التوازن المفصلة مع  $\pi(x)$  . ولتكن  $p_{xy}$  يشير إلى احتمال إجراء انتقال من  $x$  إلى  $y$  . فأن:

$$P_{xy} = q(y/x)\alpha(x,y) = q(y/x) \times \min\left(1, \frac{q(x/y)\pi(y)}{q(y/x)\pi(x)}\right)$$

هذا يعني أنه إذا كانت الخوارزمية تتحقق بالتوازن التفصيلي (*the detailed balance*) فأن:

$$P_{xy}\pi(x) = P_{yx}\pi(y) \implies q(y/x)\alpha(x,y)\pi(x) = q(x/y)\alpha(y,x)\pi(y) \quad \forall x, y$$

ثم يتوافق التوزيع الثابت لاحتمال الانتقال مع عينات من التوزيع المستهدف. مع اعتبار الحالات الثلاث التالية:

1. في حالة إذا كان  $\alpha(x,y) = \alpha(y,x) = 1$  ، وان  $q(y/x)\pi(x) = q(x/y)\pi(y)$  . فأن معادلة التوازن التفصيلية ستبقى ثابتة كالآتي:

$$p_{xy}\pi(x) = q(y/x)\pi(x)$$

و

$$p_{yx}\pi(y) = q(x/y)\pi(y)$$

وهذا بدوره يعني أن

$$p_{yx}\pi(y) = p_{xy}\pi(x)$$

2. في حالة إذا كان

$$\alpha(x,y) = \frac{q(x/y)\pi(y)}{q(y/x)\pi(x)}$$

$$\alpha(y,x) = 1$$

و

$$q(y/x)\pi(x) > q(x/y)\pi(y)$$

فأن معادلة التوازن التفصيلية ستبقى ثابتة ايضاً كما في الحالة الاولى وكالاتي:

$$\begin{aligned} P_{xy}\pi(x) &= q(y/x)\alpha(x,y)\pi(x) \\ &= q(y/x)\left\{\frac{q(x/y)\pi(y)}{q(y/x)\pi(x)}\right\}\pi(x) \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} P_{yx}\pi(y) &= q(x/y)\alpha(y,x)\pi(y) \\ &= q(x/y)\pi(y) \end{aligned}$$

3. في حالة اذا كان

$$\alpha(x,y) = 1$$

$$\alpha(y,x) = \frac{q(y/x)\pi(x)}{q(x/y)\pi(y)}$$

و

$$q(y/x)\pi(x) < q(x/y)\pi(y)$$

فأن معادلة التوازن التفصيلية ستبقى ثابتة ايضاً كالاتي:

$$\begin{aligned} P_{yx}\pi(y) &= q(x/y)\alpha(y,x)\pi(y) \\ &= q(x/y)\left\{\frac{q(y/x)\pi(x)}{q(x/y)\pi(y)}\right\}\pi(y) \end{aligned}$$

و

$$\begin{aligned} P_{xy}\pi(x) &= q(x/y)\alpha(x,y)\pi(x) \\ &= q(y/x)\pi(x) \end{aligned}$$

نظراً لأن معادلة التوازن المفصلة ثابتة في جميع الحالات الثلاث ، فإننا نستنتج أن الخوارزمية تنتج سلسلة ماركوف.

## Gibbs Sampling

(10-2) أخذ عينات جيبس [42][15]

طريقة أخذ العينات Gibbs (أو Gibbs sampler) هي خوارزمية تستخدم لتوليد سلسلة من العينات من التوزيع الاحتمالي المشترك لمتغيرين عشوائيين أو أكثر. وإنها تعتبر حالة خاصة لخوارزمية Metropolis-Hastings ، حيث تمت تسمية اخذ عينات جيبس على اسم العالم الفيزيائي (Josiah Willard Gibbs) .

يتم استخدام الخوارزمية عندما لا يكون التوزيع المشترك معروفاً بشكل واضح ولكن التوزيع الشرطي لكل متغير عشوائي معروف، حيث انه يولد حالة من توزيع كل متغير عشوائي ، بشرط وجود القيم الحالية للمتغيرات العشوائية الأخرى. يمكن إثبات أن تسلسل العينات يشكل سلسلة ماركوف التي يكون توزيعها الثابت هو التوزيع المشترك المطلوب.

لتوضيح هذه الخوارزمية ، افترض أن لدينا دالة الكثافة الاحتمالية ( PDF ) المشتركة  $f_{Xy_1...y_n}(x, y_1, \dots, y_n)$  ونريد الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية ( PDF ) الحدية  $f_x(x)$  . اذ سيتم التعامل مع المشكلة عن طريق إجراء التكامل [15]

$$f_x(x) = \int \dots \int f_{XY_1...Y_n}(x, y_1, \dots, y_n) dy_1 \dots dy_n$$

للأسف هناك العديد من الحالات التي يكون فيها التكامل السابق من الصعب جدًا إجراؤها رقميًا أو تحليليًا. فلماذا يوفراخذ عينات جيبس ( Gibbs sampler ) طريقة بديلة للحصول على  $f_x(x)$ .

## (11-2) تسلسل مونتي كارلو Sequential Monte Carlo(SMC)

تؤدي بيانات السلاسل الزمنية والنماذج ذات الصلة إلى مشاكل اندماج لاحقة صعبة. يمكن التعامل مع بعض هذه المشكلات من خلال طرق محاكاة مونت كارلو المعروفة باسم مونت كارلو البسيط (SMC).

## (12-2) مونت كارلو البسيط [38][10][41][51][49] Simple Monte Carlo

ان مشكلة التقريب لمونت كارلو المبسطة هي تكامل وتكتب بالشكل الاتي: [10]

$$\int g(\theta)h(\theta/x)d\theta = E[g(\theta)/x] \quad \dots \dots \dots (2 - 13)$$

حيث ان  $\theta$  و  $x$  متجهات ، بافتراض وجود التوقع بالنسبة الى  $h(\theta | x)$ . يمكن التعبير عن العديد من الملخصات اللاحقة (posterior summaries) كما في المعادلة (2-13) لبعض الدوال القابلة للتكامل  $g(\theta)$  ، التي تمثل اللحظات (المشاهدات) اللاحقة (Posterior Moments) لعناصر  $\theta$  ، والاحتمالات اللاحقة لمجموعات جزئية من فضاء المعلمة ، حيث  $g(\theta)$  هي الكثافة التنبؤية اللاحقة ، و  $\theta_i$  (هي متوسط إحدائيات  $i$  -  $\theta$ ) و  $I_A(\theta) - A \subset \theta$  و  $f(y | \theta)$  هي للثابت  $y$  . فإذا كان بالإمكان محاكاة عينة عشوائية  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  من التوزيع اللاحق  $h(\theta | x)$  ، فإن تقارب طريقة مونت كارلو المبسطة لتكامل المعادلة (2-13) بمتوسط العينة تكون كالآتي: [41]

$$\hat{E}[g(\theta)/x] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(\theta_i) \quad \dots \dots \dots (2 - 14)$$

والتي من خلال قانون الأعداد الكبيرة تتقارب بشكل شبه مؤكد مع  $E[g(\theta)/x]$  . ويمكن تقييم دقة المقدر من خلال الخطأ المعياري (المقدر) لمتوسط مونت كارلو ، المعطى بالشكل الاتي: [38]

$$\frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ g(\theta_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(\theta_i) \right]^2 \right\}^{1/2} \quad \dots \dots \dots (2 - 15)$$

وذلك عندما  $E[(g(\theta)^2/x] < \infty$  .

يمكن تمثيل التكامل الموجود في المعادلة (2-13) من خلال العديد من الاشتقاقات اللانهائية التي تتضمن تغييرات متسقة لثلاثي فضاء المعلمة ، والتكامل ، والتوزيع المستهدف ،  $(\theta, g, h)$  . تأتي

تقديرات مونت كارلو المتعلقة بكل من هذه التمثيلات مع دقة مختلفة ، والآثار المقابلة للجهد الحسابي (إنشاء متنوع عشوائي أسهل أو أكثر صعوبة وحجم عينة مونت كارلو أكبر أو أصغر) المطلوبة للحصول على تقديرات موثوقة. يشير هذا إلى فرص لأدوات أكثر كفاءة للحصول على تقديرات عالية الدقة بحجم عينة مونت كارلو منخفض نسبياً .

فإذا كان بالإمكان أن يولد من التوزيع اللاحق  $h(\theta | x)$  تقديرات، فإن تقييم التكاملات من النوع الموجود في المعادلة (2-13) يكون واضحاً ومباشراً. لاحظ أيضاً أن محاكاة عينة مونت كارلو تبسط إلى حد كبير العديد من ملخصات الاستدلال الصعبة من الناحية التحليلية، والتي يتم إجراؤها ببساطة عن طريق التحولات المقابلة لمحاكاة العينة واختيار المكونات ذات الأهمية. إذ تناقش الأقسام الفرعية التالية مزيد من التفصيل حول تقييم الاحتمالات اللاحقة ، والتوزيعات اللاحقة الحدية ، والفترات الزمنية الموثوقة ، وملخصات التنبؤ اللاحق.

### Posterior Probabilities

### (1-12-2) الاحتمالات اللاحقة [10]

إذا  $g(\theta) = I_A(\theta)$  التي هي دالة تشير لبعض الأحداث A في فضاء المعلمة ، ثم يصبح مونت كارلو للمعادلة (2-14) تقدير نسبة عينات المحاكاة التي تقع في الأحداث A . فعند اعتبار ان تقييم الاحتمال اللاحق الذي يحتوي على قيمة ثابتة محددة عندما  $\theta_0 \in R$  هي:

$$P(\theta_0) = P_{h(\theta/x)}(\{\theta: h(\theta/x) \geq h(\theta_0/x)\})$$

والتي تعتبر كطريقة إنشاء اختبارات فرضية بيزي لـ  $H_0: \theta = \theta_0$  (المعقولة اللاحقة posterior plausibility). ان تقييم هذا المستوى من المعقولة اللاحقة النسبية لا تتطلب ثابت التطبيع لمتغير وحيد  $h(\theta | x)$  . ويصبح تقدير مونت كارلو المقابل بالشكل الاتي:

$$\hat{P}(\theta_0) = \frac{1}{n} \# \{\theta_i, 1 \leq i \leq n : L(\theta_i/x)h(\theta_i) \geq L(\theta_0/x)h(\theta_0)\} \dots \dots \dots (2 - 16)$$

### Credible Intervals

### (2-12-2) الفترات الزمنية الموثوقة [16][17][27]

لنعتبر ان عينة مونت كارلو  $(\theta_i, 1 \leq i \leq n)$  من التوزيع اللاحق أحادي المتغير  $h(\theta | x)$  ، مع دالة التوزيع التراكمي  $H(\theta | x)$  ، فعلى افتراض أننا نرغب في تلخيص التوزيع اللاحق باستخدام فترة مركزية موثوقة  $R(\gamma)$  عند المستوى  $\gamma$  . فإن بناء مثل هذه الفترة يتطلب معرفة كاملة بالتوزيع اللاحق. ففي حالة وجود ثابت طبيعي غير معروف ، يمكن أن تستغل عينة مونت كارلو للحصول على تقريب للفترات الزمنية الموثوقة بها من الكميات التجريبية المقابلة.

يتم الحصول على تقريب مونت كارلو للفترات الزمنية ذو الموثوقية المركزية  $R_*(\gamma)$  عن طريق فرز عينة مونت كارلو واستخدام الكميات التجريبية. على وجه التحديد ، لتكن  $(\theta_{(i)})$  لكل  $(1 \leq i \leq n)$  يشير إلى العينة العشوائية المطلوبة ، فإن تقدير مونت كارلو لـ  $R_c(\gamma)$  هو:

$$\hat{R}_*(\gamma) = (\theta_{(\ell)}, \theta_{(h)}) \text{ with } \ell = \left[ n \left( \frac{1}{2} - \frac{\gamma}{2} \right) \right], h = \left[ n \left( \frac{1}{2} + \frac{\gamma}{2} \right) \right] \dots \dots \dots (2 - 17)$$

حيث ان  $[n\alpha]$  هي الجزء الصحيح (integer part) من  $n\alpha$

أفضل ملخص للفترة الزمنية للتوزيع أحادي النمط (unimodal) ، وربما تكون الفترة الزمنية الغير متماثلة هي  $R_0(\gamma) = \{\theta: h(\theta/x) \geq k_\gamma\}$

حيث  $k_\gamma$  هو اكبر عتبة (threshold) بحيث يكون الاحتمال اللاحق لـ  $R_0(\gamma)$  هو على الأقل  $\gamma$ . و بناءً او بالاعتماد على عينة مونت كارلو المطلوبة  $(\theta_{(i)}, 1 \leq i \leq n)$ ، يكن تحديد فترات زمنية موثوقة على المستوى  $\gamma$  بواسطة<sup>[16]</sup>

$$\hat{R}_i(\gamma) = (\theta_{(i)}, \theta_{(i+[n\gamma])}), \quad i = 1, \dots, n - [n\gamma]$$

حيث تشير  $[n\gamma]$  إلى الجزء الصحيح من  $n\gamma$ .

اذ يتم تعريف تقريب مونت كارلو لـ  $R_0(\gamma)$  على أنه  $\hat{R}_0(\gamma) = R_{i_0}(\gamma)$  مع تحديد  $i_0$  بواسطة<sup>[17]</sup>

$$i_0 = \arg \min_i [\theta_{(i+[n\gamma])} - \theta_{(i)}], \quad 1 \leq i \leq n - [n\gamma]$$

## (3-12-2) التوزيعات اللاحقة الحدية<sup>[16][17][27]</sup> Marginal Posterior Distributions

على افتراض ان  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_k) \in R^k$  لكل  $(k > 1)$  ، وأن الهدف هو تقييم الكثافات اللاحقة الحدية بالاعتماد على عينة مونت كارلو  $\theta_{(i)} = (\theta_{(i)1}, \dots, \theta_{(i)k})$  لكل  $(1 \leq i \leq n)$  من  $h(\theta/x)$  ( باستخدام الرموز السفلية  $(i)$  لعينات الفهرس و  $m$  لفهرسة مكونات  $R^k \in \theta_{(i)}$  ). وهناك عدة طرق اخرى يمكن استخدامها.

فعندما يكون الهدف هو تقييم الكثافة الحدية ، فإن أبسط طريقة لـ  $h(\theta_j | x)$  هي تحديد المكون  $z$  لكل عينة مونت كارلو متعددة المتغيرات ، وإنشاء الرسم البياني يعتمد على عينة أحادية المتغير (univariate) الناتجة  $(\theta_{(1)j}, \dots, \theta_{(n)j})$  ، وملائمة منحنى للرسم البياني باستخدام بعض طرق التمهيد البسيطة (simple smoothing) .

فلإدخال طريقة أخرى تعتمد على الشرطية ، افترض ان  $k = 2$  ولتكن  $\Theta$  تشير إلى دعم الكثافة اللاحقة  $h(\theta_1, \theta_2/x)$  لـ  $\Theta = (\theta_1, \theta_2)$  . ولتكن  $\Theta_{-1}(\theta_1) = \{\theta_2: (\theta_1, \theta_2) \in \Theta\}$  تدل على المجموعة الفرعية من  $\Theta$  الذي يشكل دعم  $h(\theta_1, \theta_2/x)$  للثابت  $\theta_1$  ، وليكن

$\Theta_1(\theta_2) = \{\theta_1: (\theta_1, \theta_2) \in \Theta\}$  تدل على دعم الكثافة الشرطية  $h(\theta_1/\theta_2, x)$  لقيمة ثابتة هي \*  $\theta_1$  من  $\Theta_1$  وكالاتي:

$$\begin{aligned} h(\theta_{1^*}/x) &= \int_{\Theta_{-1}(\theta_{1^*})} h(\theta_{1^*}/\theta_2, x) h(\theta_2/x) d\theta_2 \\ &= \int_{\Theta_{-1}(\theta_{1^*})} h(\theta_{1^*}/\theta_2, x) \left\{ \int_{\Theta_1(\theta_2)} h(\theta_1, \theta_2/x) d\theta_1 \right\} d\theta_2 \end{aligned}$$

$$= \int_{\theta} h(\theta_{1^*}/\theta_2, x) h(\theta/x) d\theta \quad \dots \dots \dots (2 - 18)$$

الذي يدل على أن إحدائيات الكثافة اللاحقة الحدية لـ  $\theta_1$  يمكن تفسيرها على أنها قيم لاحقة متوقعة (فيما يتعلق لـ  $\theta$  ، الذي يتضمن على وجه الخصوص  $\theta_2$ ) للإحدائيات المقابلة للكثافة اللاحقة الشرطية لـ  $\theta_1$  .

## Monte Carlo with (13-2) مونت كارلو للعينات المهمة [38][27] Importance Sampling

على الرغم من وجود دوال متنوعة عشوائية (random variate) للعديد من التوزيعات المحددة ، إلا أنه في كثير من الحالات لا يمكن إنشاء معرف عينة i.i.d. من اللاحق  $h(\theta | x)$  ، مما يجعل من الضروري النظر في استراتيجيات بديلة. تعتمد إحدى الاستراتيجيات الممكنة على محاكاة من توزيع "مشابه" للتوزيع اللاحق المطلوب. مثال على هذا النوع من الطرائق هو بمعرفة أو بأخذ العينات المهمة (Importance Sampling) ، ان طريقة أخذ العينات المهمة استخدمت لتكون هي الطريقة المفضلة للمحاكاة اللاحقة ، ولكنها أقل استخدامًا على نطاق واسع.

نفترض أن  $p(\theta)$  هي الكثافة التي يحتوي دعمها ، نقول  $\theta_p$  تحتوي على الدعم  $h(\theta | x) = c f(x | \theta) h(\theta)$  والتي تم اقتراحها كأداة لأخذ العينات المطلوبة.

فعلى افتراض ان توقع  $g(\theta)$  تتعلق بالتوزيع اللاحق على  $\theta$ . الذي يمكن كتابته باستخدام التوزيع  $p(\theta)$  كقيمة متوقعة للدالة الاصلية  $g$  التي تتعلق بـ  $p$  ، ولكن تم تعديلها بواسطة  $h(\theta | x) / p(\theta)$  ، كالآتي: [38]

$$\bar{g} \equiv \int g(\theta) h(\theta/x) d\theta = \int g(\theta) \frac{h(\theta/x)}{p(\theta)} p(\theta) d\theta$$

إن فكرة المحاكاة من  $p(\theta)$  بدلاً من  $h(\theta | x)$  تؤدي بشكل طبيعي إلى تقدير كمية الفائدة فقط الذي يتطلب أن يكون الجزء اللاحق معروفًا لثابت التناسب  $c$  ، وينطبق الشيء نفسه على  $p(\theta)$ . ففي الواقع:

$$\begin{aligned} \int g(\theta) h(\theta/x) d\theta &= \frac{\int g(\theta) h(x/\theta) h(\theta) d\theta}{\int f(x/\theta) h(\theta) d\theta} \quad \dots \dots \dots (2 - 19) \\ &= \frac{\int g(\theta) \frac{f(x/\theta) h(\theta)}{p(\theta)} p(\theta) d\theta}{\int \frac{f(x/\theta) h(\theta)}{p(\theta)} p(\theta) d\theta} = \frac{\int g(\theta) w(\theta) p(\theta) d\theta}{\int w(\theta) p(\theta) d\theta} \end{aligned}$$

حيث  $w(\theta) = f(x/\theta) h(\theta) / p(\theta)$  والدالة او الكثافة  $p(\cdot)$  تعرف بالدالة المهمة (important function) ، وتُعرف عملية المحاكاة من هذا التوزيع بأخذ العينات المهمة.

فعلی افترض أن  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  هي عينة مهمة من  $p(\theta)$  باستخدام  $w_i = w(\theta_i)$  ، فيمكن ان تطبق طرق مونت كارلو لتقريب  $E[g(\theta) | x]$  كالآتي: [27]

$$\hat{E}[g(\theta)/x] = \frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n w_i g(\theta_i) \quad \dots \dots \dots (2 - 20)$$

اذ ان المقدّر يوضح بأن العينات المهمة يمكن اعتبارها عينات مرجحة (موزونه) (weights sampling) ، مع أوزان  $w_i \propto g(\theta_i) p(\theta)$  المعروفة باسم أوزان العينات المهمة. وان دعم  $p(\theta)$  يتضمن دعم  $h(\theta | x)$  والتكامل  $\int g(\theta)h(\theta/x)d\theta$  موجود ومحدود ، ويوضح ذلك باستخدام i.i.d للعينة المهمة  $\theta_i$  من  $p(\theta)$

$$\frac{1}{\sum_{i=1}^n w_i} \sum_{i=1}^n w_i g(\theta_i) \rightarrow \int g(\theta) h(\theta/x) d\theta$$

مع خطأ معياري لمونت كارلو يمكن تقديره بواسطة: [27]

$$\hat{\sigma}_n = \frac{1}{\sum_{j=1}^n w_j} \left[ \sum_{i=1}^n \left\{ g(\theta_i) - \frac{1}{\sum_{j=1}^n w_j} \sum_{i=1}^n w_i g(\theta_i) \right\}^2 w_i^2 \right]^{1/2} \quad \dots \dots \dots (2 - 21)$$

ان تباين مقدر مونت كارلو تكون نتيجته محدودية ، أي ان القيمة اللاحقة المتوقعة لدعم  $[g(\theta)]^2$  والاوزن المهم (the important weight)  $h(\theta | x) / p(\theta)$  (وهذا مطابق للقيمة المتوقعة مع فيما يتعلق لـ  $p$  لمربع  $g(\theta) h(\theta | x) / p(\theta)$  . يعتمد معدل التقارب لمقدر أخذ العينات المهمة على النسبة بين توزيع الأهمية (المهمة) والتوزيع المستهدف  $h(\theta | x)$  . لاحظ أن المقدر يعطي وزناً أكبر لقيم  $\theta$  مع  $p(\theta) < h(\theta | x)$  وأقل بالعكس من ذلك.

وهذا يعتبر ان طريقة مونت كارلو لأخذ العينات المهمة هي تقنية واعدة لتقليل التباين يعتمد على كثافة العينات المهمة المختارة .

ففي حالة المعلمات متعددة المتغيرات ، غالبًا ما يتم استخدام طبيعة متعددة المتغيرات (multivariate normal) أو توزيعات الطالب t (Student t distributions).

وان احد اقدم المقترحات لـ SMC هو مرشح الجسيمات الذي وصفه العالمان (Pitt and Shephard) في عام (1999)

## Particle Filter (PF)

## (14-2) ترشيح او تصفية الجسيمات [27]

تبدأ الخوارزمية بعينة مونت كارلو  $B_0 = \{\theta_{0,i}, i = 1, 2, \dots, M\}$  من  $h(\theta_0)$  ، ثم يتم تحديث  $B_{t-1}$  بشكل متكرر في عينة مونت كارلو  $B'_t = \{\theta'_{t,j}\}$  من التوزيع السابق  $h'_t = h(\theta_t/D_{t-1})$  و  $h(\theta_t/D_{t-1})$  عينة مونت كارلو  $B_t = \{\theta_{t,i}\}$  من الجزء اللاحق  $h_t$  في الوقت  $t$ . بمعنى آخر ، يتم دفع عناصر  $B_0$  ("الجسيمات") من خلال سلسلة من خطوات التحديث لتوليد عينات مونت كارلو المرغوبة من  $f_t$  و  $h_t$ . ان المفتاح الرئيسي هي تمثيل  $h'_t$  كتلافي (as a convolution)  $h_{t-1}$  ونموذج الانتقال كـ

$$h'_t = h(\theta_t/D_{t-1}) = \int p(\theta_t/\theta_{t-1}) dh_{t-1}(\theta_{t-1}) \quad \dots \dots \dots (2 - 22)$$

حيث ان  $\hat{h}_t \equiv h(\theta_t/D_{t-1})$  يمثل التوزيع السابق عند الوقت  $t$ .

والتحديث اللاحق

$$h_t(\theta_t) = h(\theta_t/D_t) \propto h'_t(\theta_t) f(y_t/\theta_t) \quad \dots \dots \dots (2 - 23)$$

حيث ان  $h_t \equiv h(\theta_t/D_t)$  تمثل اللاحق عند الوقت  $t$ .

بدلاً من إنشاء عينات مونت كارلو من التوزيعات المستهدفة ، تقوم الخوارزمية بإنشاء عينات مونت كارلو من كثافات أخذ العينات المهمة مع الأوزان المقابلة  $W_t = \{w_{ti}, i = 1, 2, \dots, M\}$  لـ  $B_t$  و  $W'_t = \{w'_{ti}, i = 1, 2, \dots, M\}$  لـ  $B'_t$ . ولتكن  $\hat{h}_t \approx h_t$  و  $\hat{h}'_t \approx h'_t$  ترمز او تدل على أهمية كثافة العينات. ثم  $w_{ti} = h_t(\theta_{t,i}) / \hat{h}_t(\theta_{t,i})$  و  $w'_{ti} = h'_t(\theta_{t,i}) / \hat{h}'_t(\theta_{t,i})$  والتكاملات اللاحقة فيما يتعلق بالتوزيعات المستهدفة يمكن أن تكون تقريبا كالاتي:

$$\int g(\theta_t) h(\theta_t/D_t) d\theta_t \approx \frac{1}{\sum w_{ti}} \sum_{i=1}^M w_{ti} g(\theta_{t,i})$$

مع متوسط مونت كارلو الذي يمثل جميع الجسيمات  $(\theta_{t,i}) \in B_t$  ، وهذا يسمح لنا بتقريب  $h'_t$  باستخدام التمثيل من المعادلة (2-22) كالاتي:

$$h'_t(\theta_t) \approx \hat{h}'_t(\theta_t) = \frac{1}{\sum w_{ti}} \sum w_{t-1,i} p(\theta_t/\theta_{t-1,i}) \quad \dots \dots \dots (2 - 24)$$

يمكن بعد ذلك أن يستمر مرشح الجسيمات الأساسي على النحو التالي. على افتراض أن  $B_{t-1}$  و  $W_{t-1}$  متاحان. فأولاً ، يتم توليد  $B'_t$  عن طريق اخذ عينات من  $\hat{h}'_t(\theta_t)$  ، وذلك كالاتي:

- (1) أخذ العينات  $\theta_{t-1,i}$  من  $B_{t-1}$  مع احتمالات تتناسب مع  $W_{t-1,i}$
- (2) القيام بإنشاء  $\theta'_{t,i} \sim p(\theta'_t/\theta_{t-1,i})$  والقيام بتسجيل الأوزان  $w'_{ti} = 1/M$
- (3) واخيراً تحديد  $B_t$  عن طريق ضبط  $\theta_{t,i} \equiv \theta'_{t,i}$  و  $w_{ti} \propto f(y_t/\theta_{t,i})$  بما يتناسب مع عامل الامكان الاعظم لـ  $y_t$ .

هذه هي فكرة مرشح الجسيمات للمتغير الإضافي ، باستثناء أنه من خلال الجمع بين الخطوتين (1) و (3) ، تجعل الخوارزمية أخذ العينات أكثر كفاءة. على حسب المعادلة (2-24) ، نحدد:

$$h_t \approx \hat{h}_t \propto \sum_i w_{t-1,i} f(y_t/\theta_t) p(\theta_t/\theta_{t-1,i}) \quad \dots \dots \dots (2 - 25)$$

كتقريب لمونت كارلو لـ  $h_t$  ، بالاعتماد على  $B_{t-1}$  و  $W_{t-1}$ . وذلك بـ:

$$(1) \text{ زيادة } \hat{h}_t(\theta_t) \text{ إلى نموذج مشترك } \hat{h}(\theta_{t,i})$$

$$(2) \text{ تقريب } \hat{h}(\theta_{t,i}) \approx g(\theta_{t,i}) \text{ باستبدال } \theta_t \text{ في } f(y_t/\theta_t) \text{ بواسطة } f(y_t/\mu_{t,i})$$

$$(3) \text{ القيام بإنشاء } g(\theta_{t,i}) \sim (\theta_{t,i}) \text{ واستخدام أوزان } w_{t,i} = f(y_t/\theta_{t,i})/f(y_t/\mu_{t,i})$$

ان الميزة الرئيسية للخوارزمية هي كالاتي:

1. زيادة  $\hat{h}_t(\theta_t)$  في المعادلة (2-25) إلى

$$\hat{h}(\theta_{t,i}) \propto w_{t-1,i} f(y_t/\theta_t) p(\theta_t/\theta_{t-1,i})$$

2. استبدال التقريب  $f(y_t/\theta_t) \approx f(y_t/\mu_{t,i})$  ، باستخدام  $\mu_{t,i} = E(\theta_t/\theta_{t-1,i})$  ، للحصول على

$$g(\theta_{t,i}) \propto w_{t-1,i} f(y_t/\mu_{t,i}) p(\theta_t/\theta_{t-1,i}) \quad \dots \dots \dots (2 - 26)$$

ليكن  $g(i) \propto w_{t-1,i} f(y_t/\mu_{t,i})$  ترمز الى تطبيق الحدية (marginal) من  $i$  الى  $g(\theta_{t,i})$

للحصول على  $i \sim g(i)$  و  $\theta_{t,i}/i \sim p(\theta_t/\theta_{t-1,i})$

3. تسجيل الوزن

$$w_{ti} = \frac{\hat{h}(\theta_{t,i}, i)}{g(\theta_{t,i}, i)} = \frac{f(y_t/\theta_{t,i})}{f(y_t/\mu_{t,i})}$$

## (15-2) خوارزمية تصفية الجسيمات المساعدة [44][54][21]

### Algorithm Auxiliary Particle Filtering (APF)

ان نظرية تصفية الجسيمات (Particle filtering)، تتبع التوزيع اللاحق (Posterior distribution) للمتغير  $X_{0:t}$  وهو  $P(X_{0:t}|Z_{1:t})$ ، عن طريق تقريبه بمقياس عشوائي  $X_t$  يتكون من الجسيمات (Particle)  $x_t^{(m)}$  والأوزان (Weights)  $w_t^{(m)}$ ، حيث يكون  $m$  مؤشر (index) ، والذي

نشير إليه بواسطة  $x_t = \{X_{0:t}^{(m)}, w_t^{(m)}\}_{m=1}^M$  حيث  $M$  هو عدد الجسيمات the number of

(particles). عند كل وقت  $t$  (At every time  $t$ ) ، يقوم مصفي الجسيمات بالعمليات التالية:

(1) اختيار معظم تدفقات الجسيمات الواعدة Selection of most promising particle streams

(2) انتشار الجسيمات particle propagation

(3) حساب أوزان الجسيمات computation of particle weights

(4) تقدير الحالة state estimation

يحاول APF الاستفادة من دالة مهمة قريبة قدر الإمكان من الاحتمالية المثلى. تحقيقاً لهذه الغاية ، يتم اختيار معظم الجسيمات الواعدة عن طريق أخذ عينات من التوزيع متعدد الحدود حيث يكون عدد النتائج المحتملة  $M$  واحتمالات النتائج ذات الصلة  $\hat{w}_t^{(m)}$  حيث ان  $m=1,2,\dots,M$  وان

$$\hat{w}_t^{(m)} \propto P\left(z_t/\mu_t^{(m)}\right)w_{t-1}^{(m)} \quad \dots \dots \dots (2 - 27)$$

حيث  $\mu_t^{(m)}$  هي بعض المعلمات التي تميز  $x_t^{(m)}$  بالاعتماد على  $x_{t-1}^{(m)}$  (given)

ففي البداية ، المجموعة الأولية من الجسيمات  $x_0^{(m)}$  عندما  $m=1,2,\dots,M$  ، مأخوذة من توزيع سابق  $\pi(x_0)$  ويتم ضبط أوزان الجسيمات على  $1/M$ . فعلى افتراض أنه في الوقت الحالي (at time instant) او في الوقت الثابت  $t-1$  ، لدينا القياس العشوائي  $x_{t-1} = \left\{X_{0:t-1}^{(m)}, w_{t-1}^{(m)}\right\}_{m=1}^M$ . فإن خطوات تكرار مرشح الجسيمات يتم تنفيذه على النحو الآتي:

(1) اختيار معظم تدفقات الجسيمات الواعدة Selection of Most Promising Particle Streams:  
لاختيار الجسيمات الواعدة ، نستخدم المتوسط الشرطي  $x_t^{(m)}$  المعطى  $x_{t-1}^{(m)}$  كمعلمة مميزه لكل تدفق ، أي ان:

$$\mu_t^{(m)} = E\left(x_t/x_{t-1}^{(m)}\right) \quad \dots \dots \dots (2 - 28)$$

فالمتوسط الشرطي سيتم حسابه كالآتي:

$$\mu_t^{(m)} = G_x x_{t-1}^{(m)} \quad \dots \dots \dots (2 - 29)$$

ويتبع ذلك حساب الأوزان للمعادلة (2-27) وتطبيقها. أخيراً ، يتم رسم مجموعة من المؤشرات  $\{i_m\}$  من دالة الكتلة الاحتمالية (pmf) ممثلة بالأوزان الطبيعية.

(2) عزم جسيم جديد New Particle Generation:

ان أول عنصرين من الحالة الرباعية الأبعاد  $x_t$  يمثلان موقع الهدف في فضاء ثنائي الأبعاد ، والعناصر المتبقية هي مكونات السرعة ( the components of the velocity ) في هذا المجال. هذا يعني أن توليد  $x_t^{(m)}$  يتطلب رسم متغيرات عشوائية ثنائية الأبعاد فقط. يمكن تنفيذ التوليد أولاً ، عن طريق نشر مكونات السرعة بخطوة للأمام باستخدام التوزيع المشترك  $p(\dot{x}_{1,t}, \dot{x}_{2,t}/\dot{x}_{1,t-1}, \dot{x}_{2,t-1}, z_t)$  او  $p(\dot{x}_{1,t}, \dot{x}_{2,t}/\dot{x}_{1,t-1}, \dot{x}_{2,t-1})$  وحساب المواقع وفقاً الى:

$$x_{1,t}^{(m)} = x_{1,t-1}^{(i_m)} + \frac{T_s}{2} \left( \dot{x}_{1,t}^{(m)} + \dot{x}_{1,t-1}^{(i_m)} \right) \quad \dots \dots \dots (2 - 30)$$

$$x_{2,t}^{(m)} = x_{2,t-1}^{(i_m)} + \frac{T_s}{2} \left( \dot{x}_{2,t}^{(m)} + \dot{x}_{2,t-1}^{(i_m)} \right) \quad \dots \dots \dots (2 - 31)$$

تم الحصول على المعادلات أعلاه من المعادلة الآتية:

$$x_t = G_x x_{t-1} + G_u u_t \quad \dots \dots \dots (2 - 32)$$

حيث ان حيث  $X_t = [x_{1,t} x_{2,t} \dot{x}_{1,t} \dot{x}_{2,t}]^T \in \mathbb{R}^4$  هو متجه الحالة ، والذي يشير إلى موضع وسرعة الهدف في نظام إحداثيات ديكارت ثنائي الأبعاد ،  $G_x$  و  $G_u$  هما مصفوفتان معروفتان بالشكل الاتي:

$$G_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & T_s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad G_u = \begin{pmatrix} \frac{T_s^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T_s^2}{2} \\ T_s & 0 \\ 0 & T_s \end{pmatrix}$$

مع  $T_s$  هي فترة أخذ العينات و  $u_t$  هو متجه متوسط الصفري (2x1) يمثل عملية ضوضاء الحالة والذي يفسر تسارع الهدف. تستخدم طريقة APF افتراضًا إضافيًا حول  $u_t$ ؛ على إنه متجه غاوسي (Gaussian vector) بمصفوفة تغاير  $C_u = \text{diag}(\sigma_{u_1}^2, \sigma_{u_2}^2)$ .

(3) حساب الوزن Weight Computation :

يتم تعيين أوزان للجسيمات التي تم إنشاؤها حديثًا وفقًا الى:

$$w_t^{(m)} \propto \frac{p(z_t/X_t^{(m)})}{p(z_t/\mu_t^{(m)})}$$

يتم حساب شروط الاحتمال للبسط والمقام كما في APF باستخدام المعادلتين (2-23) و(2-24) الاتيتين:

$$p(z_t/\mu_t^{(m)}) = \prod_{n=1}^N p(z_{n,t}/\mu_t^{(m)}) \quad \dots \dots \dots (2-33)$$

$$p(s_{n,t} = 0/\mu_t^{(m)}) = 1 - Q\left(\frac{\gamma - g_n(\mu_t^{(m)}) - \mu_v}{\sigma_v}\right) \quad \dots \dots \dots (2-34)$$

ففي المعادلة (2-33) ان  $z_{n,t}$  تمثل المشاهدات التي يتم الحصول عليها من النموذج الاتي:

$$z_{n,t} = \beta_n s_{n,t} + \epsilon_{n,t} \quad \dots \dots \dots (2-35)$$

بحيث ان  $z_{1:t} = (z_{1,1:t}, \dots, z_{N,1:t})$  تمثل المشاهدات حتى الوقت الحالي (time instant)  $t$  للمشاهدة الاولى  $z_{1,1:t}$  وللمشاهدة الثانية  $z_{2,1:t}$  وهكذا الى مشاهدات  $N-2$  المتبقية وهي  $z_{3,1:t}, \dots, z_{N,1:t}$ .

وان

$$s_{n,t} = \begin{cases} 1 & y_{n,t} > \gamma \\ 0 & y_{n,t} \leq \gamma \end{cases} \quad \dots \dots \dots (2-36)$$

وحيث ان  $\epsilon_{n,t}$  تمثل مشاهدات الضوضاء (the observation noise) وان  $\beta_n$  هو معامل توهين معروفة مرتبط بالمستشعر  $n$  (known attenuation coefficient associated with  $n$  the nth sensor)، فإن لقياس مستشعر  $n$  يتم اعطائه بواسطة:

$$y_{n,t} = g_n(X_t) + v_{n,t} \quad \dots \dots \dots (2 - 37)$$

حيث ان  $g_n(.)$  هي معادلة تعمل على تصميم قوة الاشارة المستلمة من المستشعر  $n$ ، وان  $v_{n,t}$  هي عملية ضوضاء مستقلة (noise process independent) عن  $u_t$  ومستقلة عن عينات الضوضاء لأجهزة الاستشعار الاخرى.

#### (4) تقدير الحالة State Estimation :

بمجرد تسوية الأوزان ، يمكن استخدام  $X_t$  لحساب تقديرات الحالات غير المعروفة. إذا أردنا تقدير الحد الأدنى لمتوسط الخطأ التربيعي (MMSE) ، نحصل عليه من المعادلة الآتية:

$$\hat{X}_t = \sum_{m=1}^M w_t^{(m)} X_t^{(m)} \quad \dots \dots \dots (2 - 38)$$

### (2-16) التنعيم في نموذج ماركوف المخفي [13][24] Smoothing in HMM

تُعرف بانها إحدى المشكلات ، التي ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالترشيح (التنقية) filtering ، ولكنها أكثر صعوبة من الناحية الحسابية ، تعرف بالتنعيم smoothing. في حين أن التصفية تتوافق مع تقدير توزيع الحالة الحالية لـ HMM بالاعتماد على المشاهدات المستلمة حتى الوقت الحالي ، فإن التنعيم يتوافق مع تقدير توزيع الحالة في وقت معين بالاعتماد على جميع المشاهدات حتى وقت لاحق. ومن البديهي أنه إذا لم تكن تقديرات الحالة في الوقت  $n$  مطلوبة على الفور ، فمن المحتمل أن يتم الحصول على أداء تقدير أفضل من خلال الاستفادة من بعض المشاهدات اللاحقة.

فلو افترض أن لدينا إمكانية الوصول إلى البيانات  $y_{1:T}$  ، ونرغب في حساب التوزيعات الحدية  $\{p(x_n | y_{1:T})\}$  حيث ان  $n = 1,2,3,\dots,T$  أو أخذ عينة من  $p(x_{1:T} | y_{1:T})$ . فيمكن الحصول على الحدية  $\{p(x_n | y_{1:T})\}$  مباشرة من خلال التوزيع المشترك  $p(x_{1:T} | y_{1:T})$  ودمج المتغيرات  $(x_{1:n-1}, x_{n+1:T})$ . حيث يمكن ببساطة استخدام [24]

$$P(x_n/y_{1:T}) = \int P(x_{1:T}/y_{1:T}) dx_{1:n-1} dx_{n+1:T}$$

واتخاذ نفس الاجراء في استخدام ترشيح الجسيمات (Partical filtering)

### (2-16-1) التنعيم الامامي والخفي [14][60] The Forward-Backward Smoothing

في نموذج فضاء الحالة ، تتبع حالة النظام عملية ماركوف على فضاء الحالة  $X$  ، مع الحالة السابقة  $p_0$  والانتقال لكيرنل (kernel transition)  $f_{k/k-1}(./. )$  وهذا يعني إعطاء الحالة  $x_{k-1}$  في الوقت  $k - 1$  ، والكثافة الاحتمالية للانتقال إلى الحالة  $x_k$  في الوقت  $k$  هي [60]:

$$f_{k/k-1}(x_k/x_{k-1})$$

عملية ماركوف هذه هي مشاهدة جزئياً في فضاء المشاهدات  $Z$  كما تم نمذجتها بواسطة دالة الاحتمال (Likelihood Function)  $g_k(./.)$  ، بمعنى ذلك ، عند إعطاء الحالة  $x_k$  في الوقت  $k$  ، فإن الكثافة الاحتمالية تلقي (receiving) المشاهدة  $z_k \in Z$  هي [60]

$$g_k(z_k/x_k)$$

التنعيم الأمامي والخلفي (Forward – backward smoothing) يتكون من مساراًمامي (Forward pass) ينشر كثافة الترشيح (Filtering density) من الأمام إلى الوقت  $l$  ، متبوعاً بمسارخلفي (Backward pass) ينشر كثافة التنعيم (smoothing density) إلى الخلف إلى الوقت  $k < l$  .

التنعيم الأمامي والخلفي يتكون من التنبؤ، والتحديث والتنعيم الخلفي يعطى كالآتي بواسطة [60]

$$P_{k/k-1}(x) = \left( P_{k-1/k-1}, f_{k/k-1}(x/.) \right)$$

$$P_{k/k}(x) = \frac{g_k(z_k/x)P_{k/k-1}(x)}{(g_k(z_k/.), P_{k/k-1})}$$

$$P_{k-1/l}(x) = P_{k-1/k-1}(x) \left( \frac{P_{k/l}}{P_{k/k-1}}, f_{k/k-1}(./x) \right) \dots \dots \dots (2 - 39)$$

في التمرير الأمامي (forward pass)، بدءاً من  $P_{k/k}$  ، يتم حساب كثافات التنبؤ  $P_{k+1/k}, \dots, P_{l/l-1}$  وكثافة التصفية  $P_{k+1/k+1}, \dots, P_{l/l}$  عن طريق التنبؤ وتحديث العودية (recursion).

في التمرير الخلفي (backward pass)، بدءاً من  $P_{l/l}$  ، يتم حساب كثافات التنعيم  $P_{k/l}, \dots, P_{1-1/l}$  عن طريق عودية التنعيم الخلفية (the backward smoothing recursion).

## الفصل الثالث ...

- الجانب التجريبي للدراسة
- الجانب التطبيقي للدراسة

## الجانب التجريبي

### - المقدمة عن مفهوم المحاكاة Introduction Simulation Concept

ان المنهج التجريبي ( Empirical Approach ) يعد من المناهج العلمية التي لها جذور واساس في التاريخ الانساني القديم ، ونظرا للسرعة الفائقة التي توفرها البرامج الالكترونية بمختلف انواعها من حزم جاهزة ، دفع اغلب الباحثين بمختلف تخصصاتهم الى اعتماد اسلوب المحاكاة ( Simulation ) لغرض تطبيق الطرائق الخاصة بالنموذج المدروس والمتمثل بنماذج ماركوف المخفية ، اذ تعرف المحاكاة بأنها طريقة تحليلية عددية علمية تحاول استعمال مناهج وأساليب رياضية منهجية ، وذلك لغرض إيجاد صورة طبق الاصل من أي نموذج من دون الرجوع الى اخذ ذلك النموذج، كما وان اسلوب المحاكاة يستخدم عادة لوصف سلوك نظام حركي معين عن طريق تطبيق تجارب تكون مماثلة وملائمة ومقاربة للنموذج الحقيقي والواقعي الموجود اصلا.

ان تطبيق اسلوب المحاكاة يتم بواسطة العينة ، اذ تؤخذ هذه العينة من مجتمع افتراضي بدلا من ان يتم اخذها من مجتمع حقيقي، وعند ذلك يتم تطبيق النماذج والاساليب الرياضية والاحصائية المعتمدة لغرض اجراء المقارنة والحصول على النتائج المرجوة عندها يتم اتخاذ القرار المناسب على ضوء هذه النتائج، فكلما كانت نتائج تجربة المحاكاة دقيقة وواقعية كلما كانت التجربة اقرب للحقيقة واقرب تمثيلاً للواقع التطبيقي.

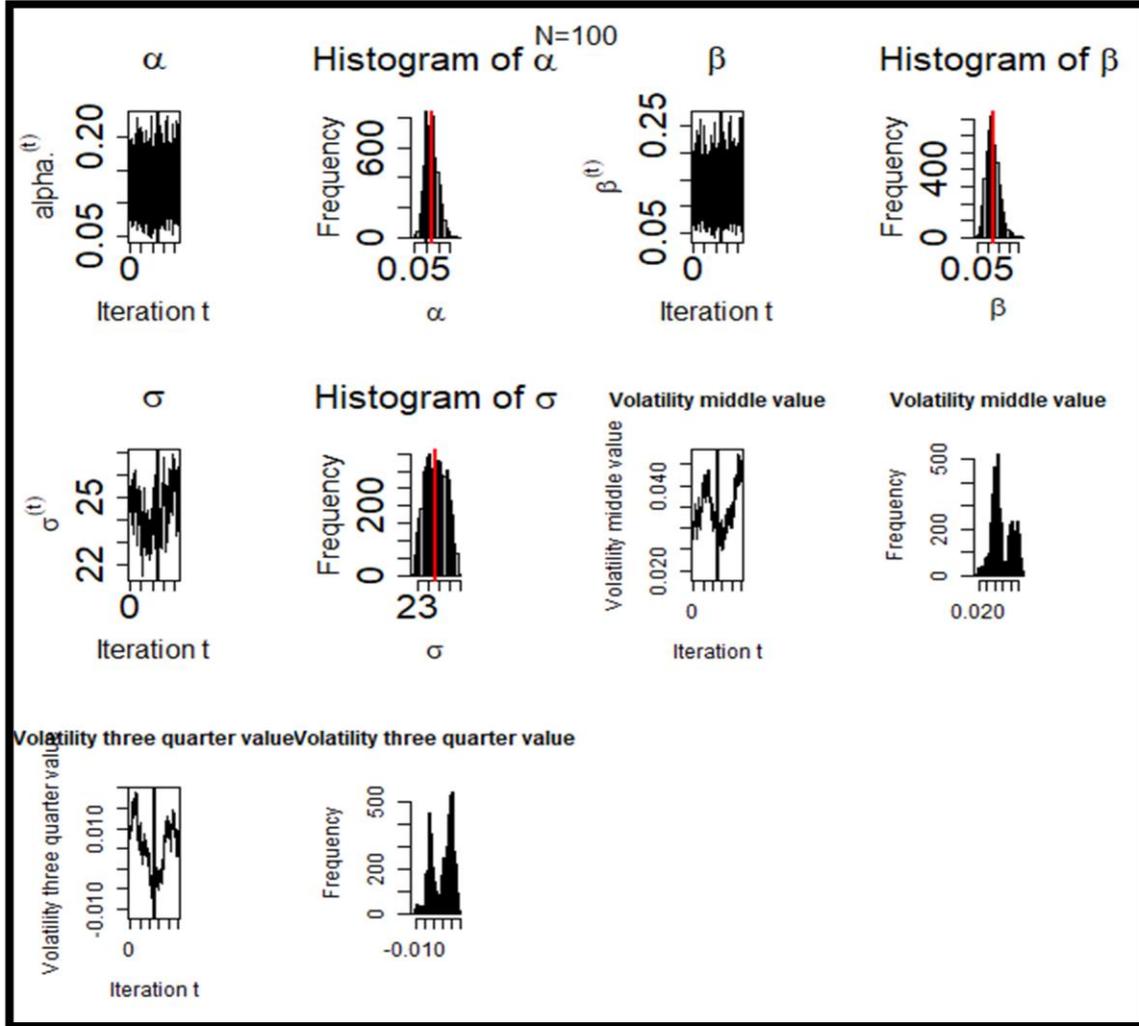
في هذا الجانب سيتم توليد متغيرات الاخطاء العشوائية والخاضعة للتوزيعات التي من خلالها يتم إيجاد متغير السلسلة لنماذج ماركوف المخفي ومن ثم اتباع مقدر بيز لتقدير معالم نماذج ماركوف المخفي ، وكما تم ذكره في الجانب النظري.

### - مخطط بناء تجربة المحاكاة

لغرض تشغيل النموذج باستخدام اسلوب المحاكاة استخدمنا المعلومات الاتية باستخدام البرمجة بلغة ( R 4.2.0 ) ، اذ لا بد من تحديد اهم العوامل الخاصة لمراحل بناء تجارب المحاكاة ، وذلك لغرض تحليل البيانات وكالاتي:

- 1) تحديد حجم العينات بثلاث حجومات للعينات (صغيرة ، متوسطة، كبيرة) وهي (  $N=100$  ,  $125,150$  ) على التوالي ، وتحديد اقل قيمة لمشاهدة نموذج CIR والتي تبدأ من (  $F_t=1$  ) ولأوقات زمنية تصل الى (  $t=20$  ) بقيمة اولية (Initial Value) تساوي (  $y=0.02$  ).
- 2) انشاء خطأ عشوائي (Generating random error) ، يتم تحديد او انشاء الخطأ العشوائي من التوزيع الطبيعي العادي ( Standard normal distribution ) بمتوسط يساوي صفر و تباين يساوي 5 ، اي ان  $y \sim r \text{ norm}(0,5)$  .
- 3) معلمات نموذج CIR يتم حساب تقديرات معالم نموذج CIR بالاعتماد على طريقة الامكان الاعظم (MLE)، اذ يتم تحديد معلمات النموذج بـ (  $\alpha=0.1$  و  $\beta=1.5$  و  $\sigma=0.5$  ).
- 4) ادراج القيم الاولية ثم بناء عملية عشوائية يتم في هذه المرحلة ادراج القيم الاولية لمعلمت النموذج (  $\alpha, \beta, \sigma$  ) وذلك لبناء أو توليد عمليات عشوائية ذات متغيرات عشوائية تتبع التوزيع الطبيعي العادي.

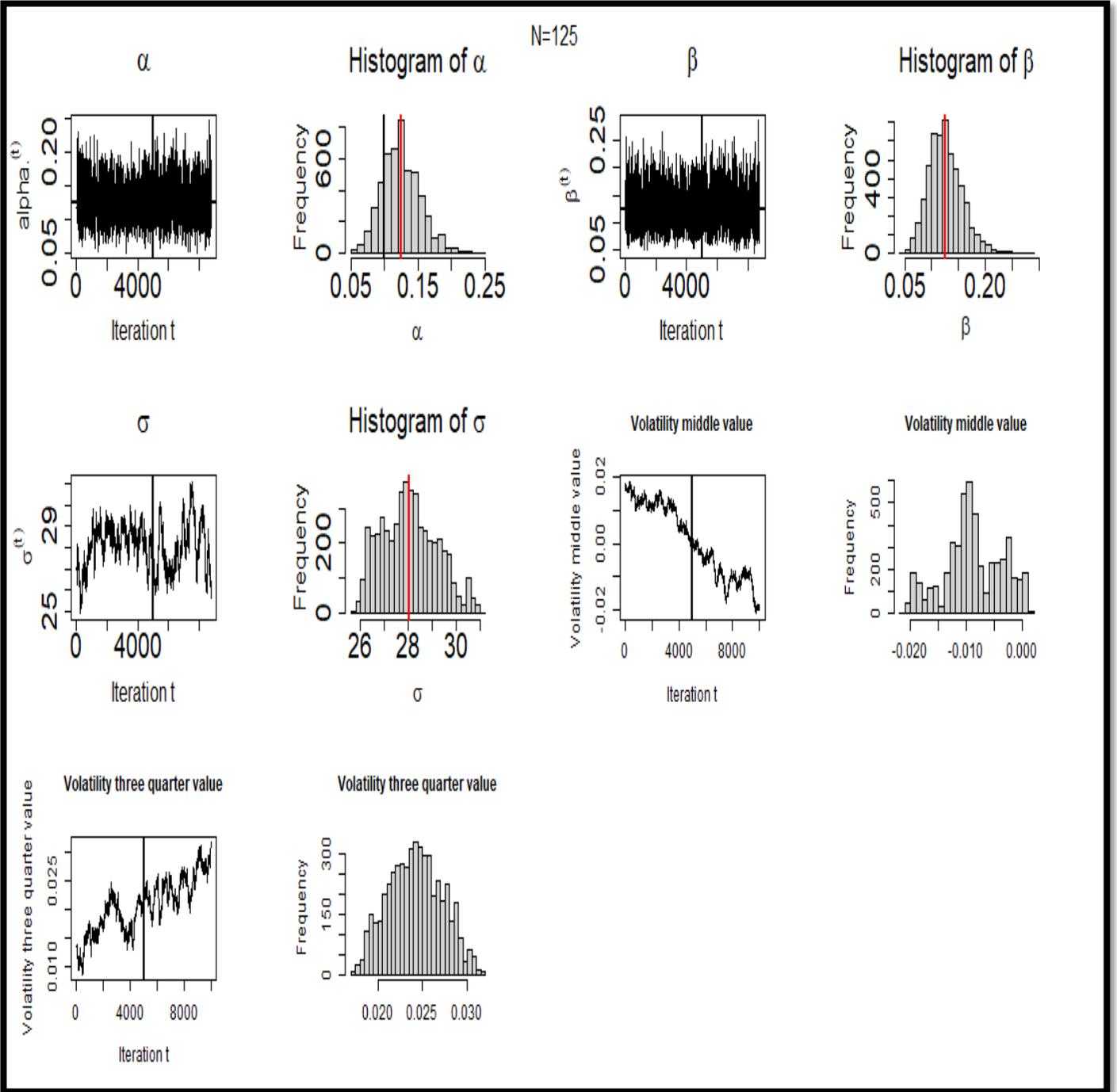
(5) رسم المتغيرات المتولدة Plotting the generated variables هذه المرحلة تعتبر المرحلة النهائية من مراحل مخطط بناء تجربة المحاكاة ، اذ تتضمن هذه المرحلة اهم الرسوم البيانية والاشكال لغرض الحصول على افضل النتائج ، ومن هذه الرسوم البيانية والاشكال هي:



الشكل (3-1) تقديرات MCMC لنموذج CIR المخفي

يمثل الشكل (3-1) عند Iteration t للمعلمة  $\alpha$  حيث ان المحور الصادي يمثل قيم المعلمة المقدره حيث كانت اقل قيمة تم الحصول عليها 0.05 واكبر قيمة 0.20 ، وكذلك بالنسبة لرسومات (trace) لبقية المعلمة .

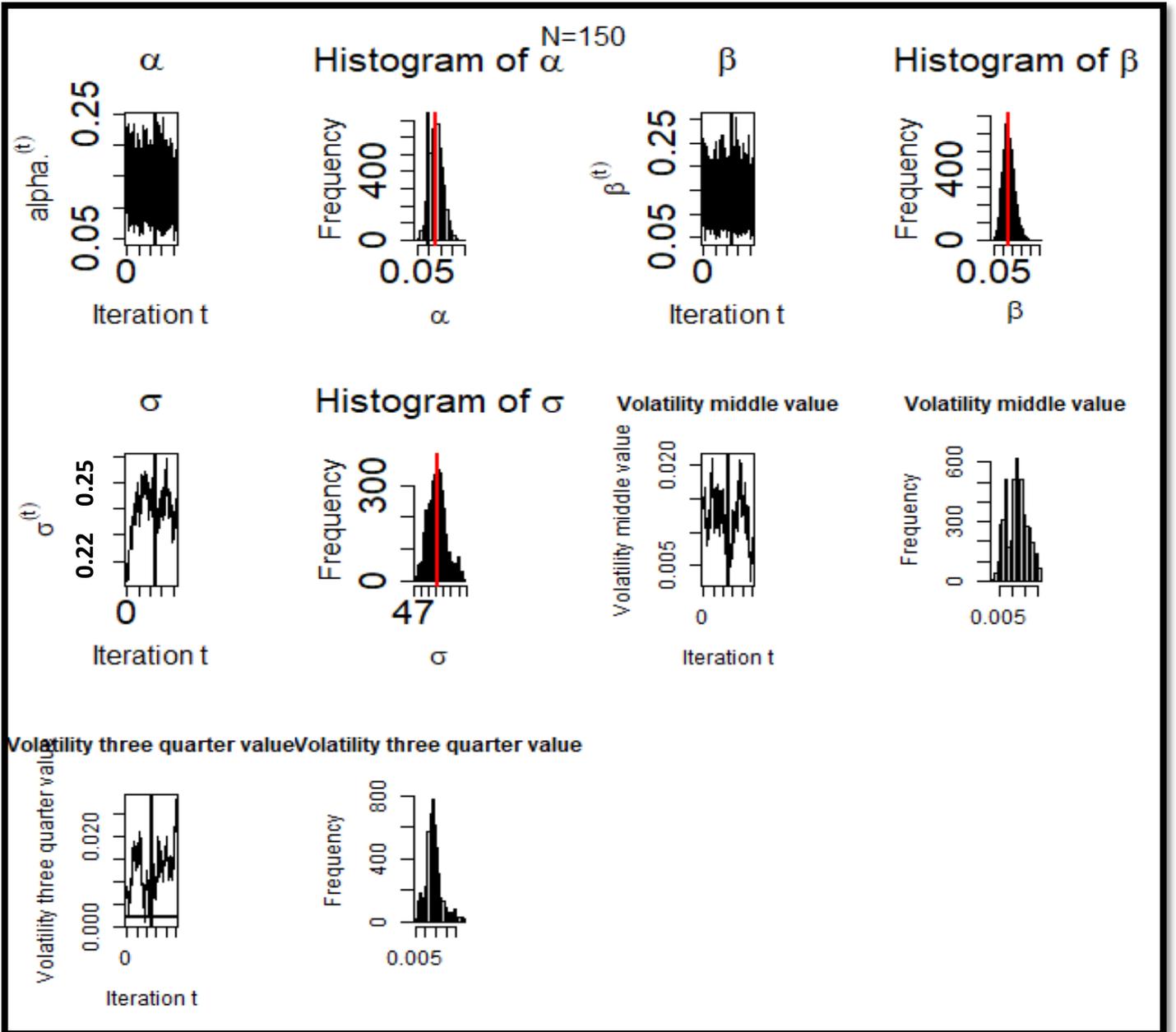
- نلاحظ ان  $\alpha \in (0.05, 0.20)$  بينما  $\beta$  و  $\sigma$  لا تنتمي الى الفترة (0.05 , 0.20) .



الشكل (3-2) تقديرات MCMC لنموذج CIR المخفي

يمثل الشكل (3-2) عند Iteration t للمعلمة  $\alpha$  حيث ان المحور الصادي يمثل قيم المعلمة المقدره حيث كانت اقل قيمة تم الحصول عليها 0.05 واكبر قيمة 0.20 ، وكذلك بالنسبة لرسومات (trace) لبقية المعلمة .

- نلاحظ ان  $\alpha \in (0.05, 0.20)$  بينما  $\beta$  و  $\sigma$  لا تنتمي الى الفترة (0.05 , 0.20) .



الشكل (3-3) تقديرات MCMC لنموذج CIR المخفي

يمثل الشكل (3-3) عند  $t$  Iteration للمعلمة  $\alpha$  حيث ان المحور الصادي يمثل قيم المعلمة المقدره حيث كانت اقل قيمة تم الحصول عليها 0.05 واكبر قيمة 0.20 ، وكذلك بالنسبة لرسومات (trace) لبقية المعلمة .

- نلاحظ ان  $\alpha \in (0.05, 0.20)$  بينما  $\beta$  و  $\sigma$  لا تنتمي الى الفترة (0.05 , 0.20) .

وتم تقدير ايضا الربع الثالث للتباين والشكل التكراري لربع الثالث للتباين، حيث ان قيم volatility لجميع احجام العينة (100 و 125 و 150 ) بقيت دائما اكبر من الصفر وهذا هو الشرط الاساسي للتقدير.

ولغرض تشغيل نموذج SABR استخدمنا المعلومات الآتية :

اذ اعطينا للمعالم ( $\alpha=0.2$  و  $\beta=1$  و  $\sigma=1.5$  ) ، والزمن الاول ( $T_1=10$ ) والزمن الثاني ( $T_2=5$ ) وحجم العينة ( $N=100$ ) ، اذ ان التغير بالزمن الاول ( $dw_1 = \frac{T_1}{N}$ ) والتغير بالزمن الثاني ( $dw_2 = \frac{T_2}{N}$ ) ، ثم اجرينا عملية التوليد وذلك باضافة حد المتغير العشوائي الذي يولد من توزيع طبيعي موجب بمتوسط يساوي (واحد) وتباين يساوي (3) ، وبالنسبة ل  $\sigma$  تولد ايضا من التوزيع الطبيعي الموجب بمتوسط يساوي (2) وتباين يساوي (5) ، ومن بعد عملية التوليد قمنا بالاجراءات الآتية:

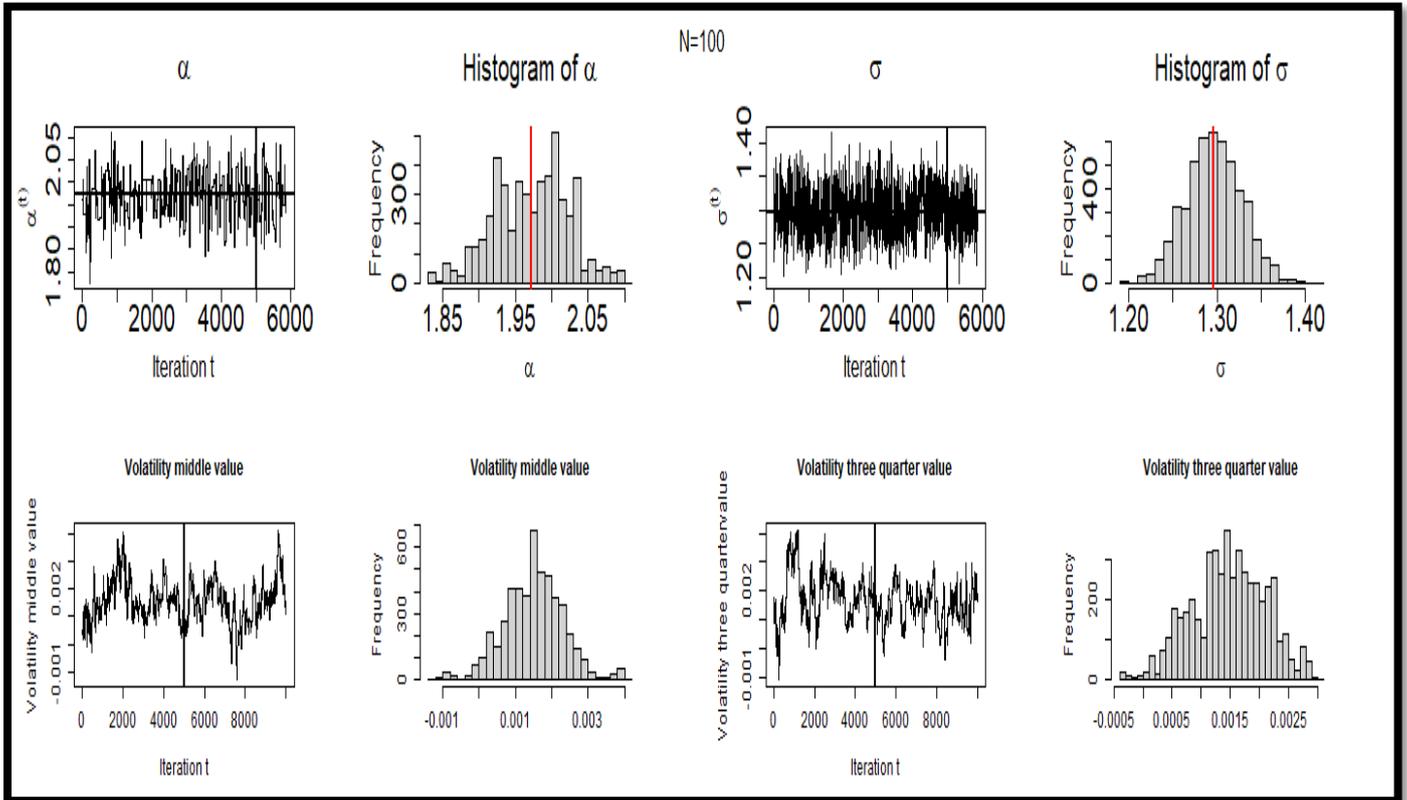
اذ قدرنا معلمات النموذج اعلاه باستخدام دالة الامكان الاعظم (Maximum likelihood function) ، علماً ان المتوسط للنموذج الاول (حد المتغير العشوائي) يساوي (صفر) ومتوسط النموذج الثاني ( $\sigma$ ) يساوي (صفر) ايضا ، اما التباين للنموذج الاول

$$\sigma(k, f) = \sigma_0 \frac{z}{x(z)} \frac{1 + \tau \left( \frac{(1-\beta)^2}{24} \frac{\sigma_0^2}{(fk)^{1-\beta}} + \frac{1}{12} \alpha^2 \right)}{(fk)^{\frac{1-\beta}{2}} \left( 1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \log^2 \frac{f}{k} + \frac{(1-\beta)^4}{1920} \log^4 \frac{f}{k} \right)}$$

والتباين للنموذج الثاني

$$\sigma(k, f) = \sigma_0 \frac{z}{x(z)} \left[ 1 + \frac{1}{8} \tau \left( \alpha^2 \left( \frac{2}{3} \right) \right) \right]$$

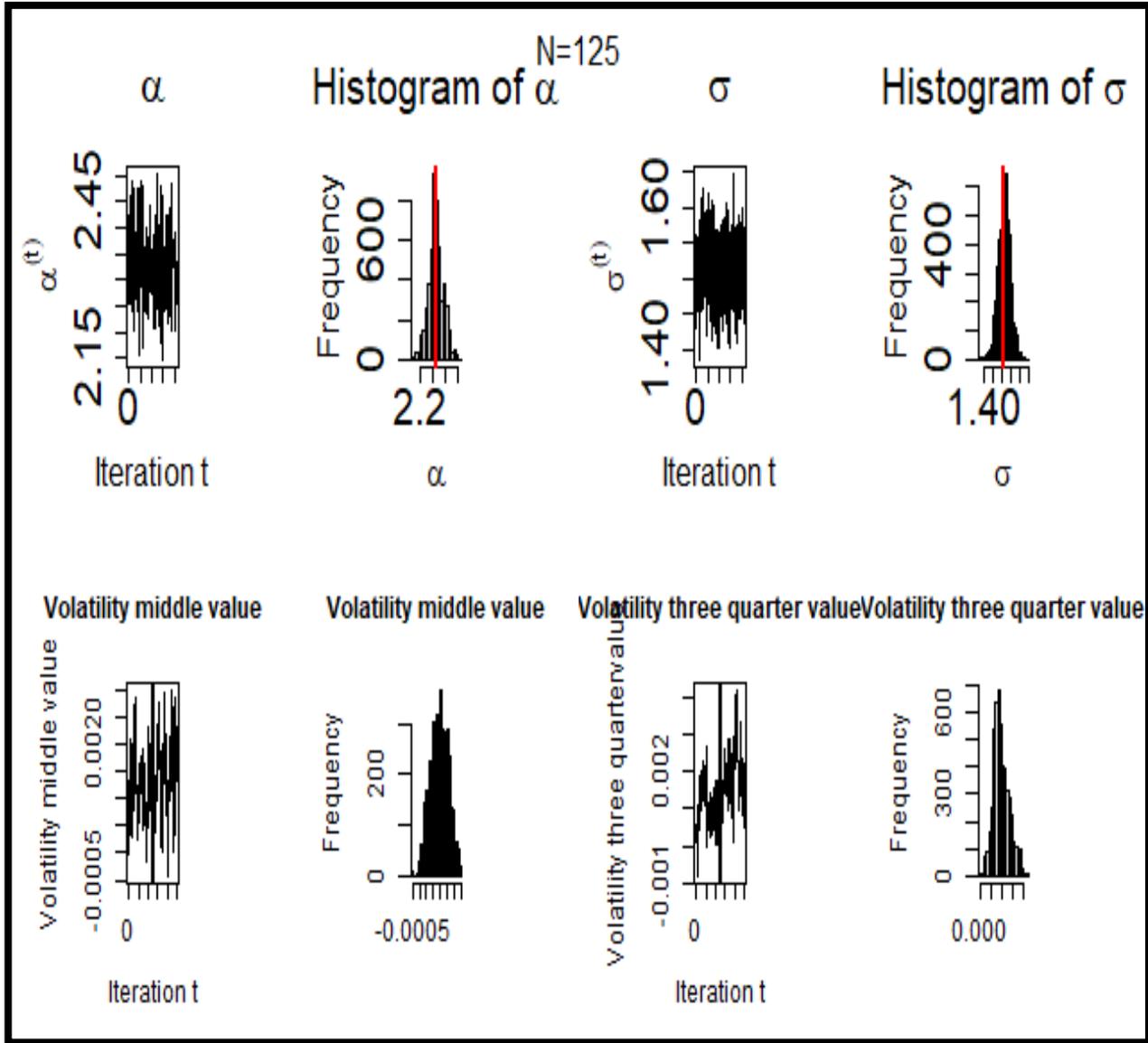
ومن بعد ذلك تم توظيف هذه المقدرات باستخدام MCMC حيث كان عدد الدورات (10000) دوره وتم استخدام قيم ابتدائية وهي عندما ( $T_2=5, T_1=10$ ) ، اذ كانت النتائج كالآتي:



الشكل (3-4) تقدير المعالم SABR باستخدام MCMC

يمثل الشكل (3 – 4) عند Iteration t للمعلمة  $\alpha$  حيث ان المحور الصادي يمثل قيم المعلمة المقدره حيث كانت اقل قيمة تم الحصول عليها 1.80 واكبر قيمة 2.05، وكذلك بالنسبة لرسومات (trace) لبقية المعلمات .

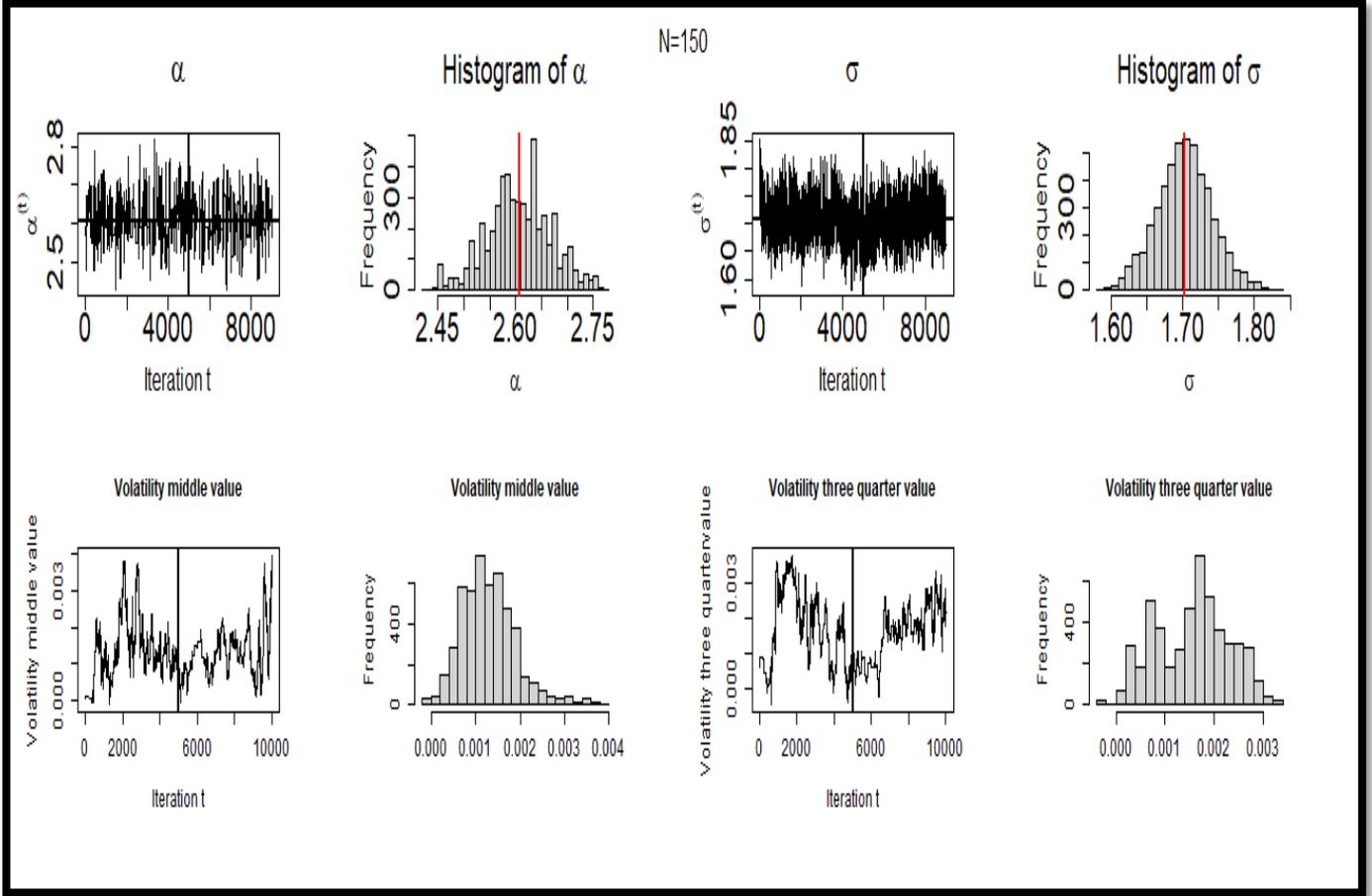
- نلاحظ ان  $\alpha, \sigma \notin (1.80, 2.05)$  بينما  $\beta$  تنتمي الى الفترة (1.80 , 2.05) .



الشكل (3-5) يمثل تقدير المعالم SABR باستخدام MCMC

يمثل الشكل (3 – 5) عند Iteration t للمعلمة  $\alpha$  حيث ان المحور الصادي يمثل قيم المعلمة المقدره حيث كانت اقل قيمة تم الحصول عليها 1.80 واكبر قيمة 2.05، وكذلك بالنسبة لرسومات (trace) للمعلمات .

- نلاحظ ان  $\alpha \notin (1.80, 2.05)$  بينما  $\beta, \sigma$  تنتمي الى الفترة (1.80 , 2.05) .



الشكل (3-6) تقدير المعالم SABR باستخدام MCMC

يمثل الشكل (3 – 6) عند Iteration t للمعلمة  $\alpha$  حيث ان المحور الصادي يمثل قيم المعلمات المقدره حيث كانت اقل قيمة تم الحصول عليها 1.80 واكبر قيمة 2.05، وكذلك بالنسبة لرسومات (trace) لبقية المعلمات .

- نلاحظ ان  $\sigma \notin (1.80, 2.05)$  بينما  $\beta$  تنتمي الى الفترة (1.80 , 2.05) .

اما الصنف الثاني من الشكل فيمثل متوسط التباين والرابع الثالث للتباين بقيت محافظةً على القيم الموجب للظاهرة وهذا هو المطلوب.

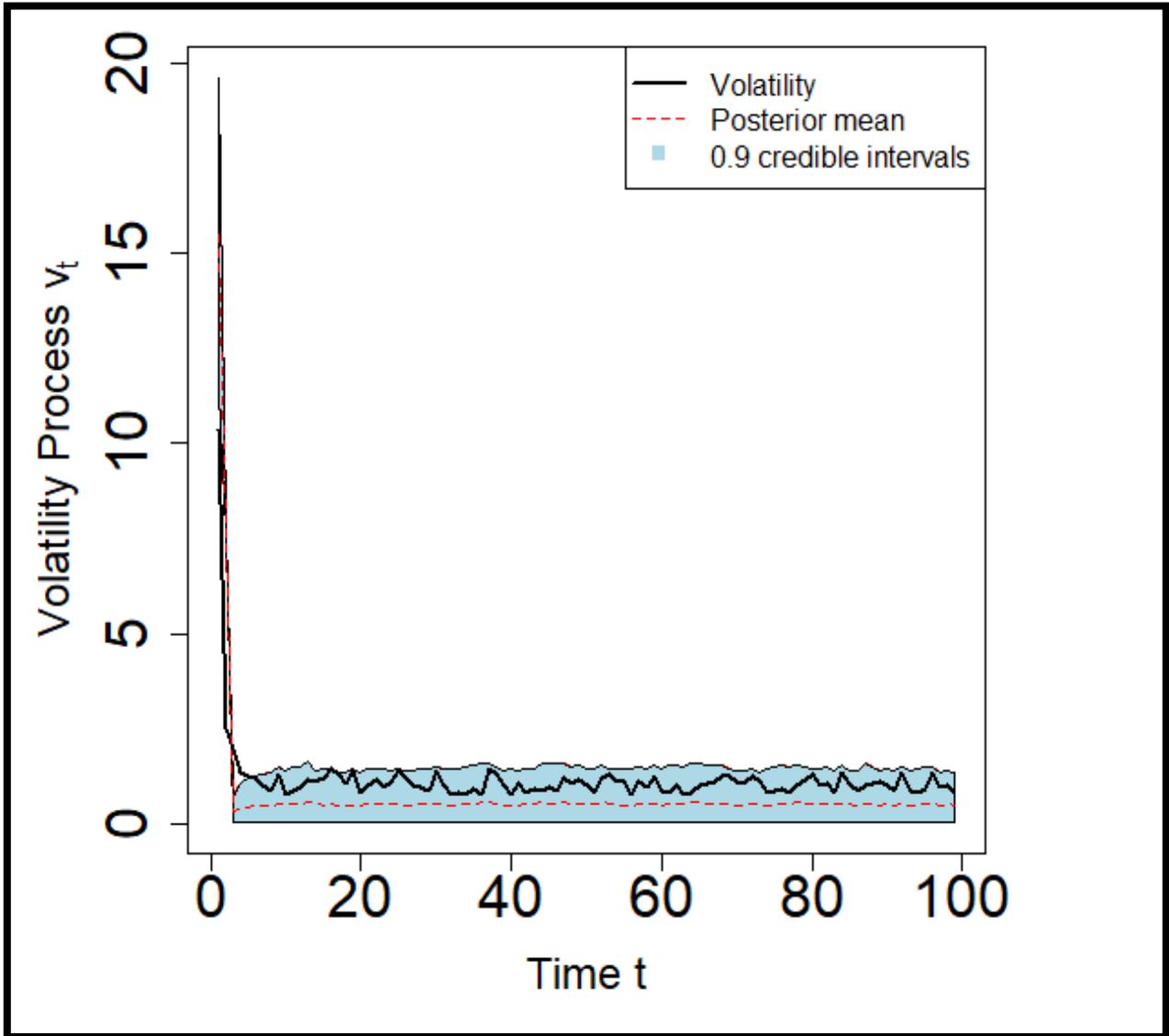
نلاحظ مما ذكر سابقا بأن المعلمة  $\alpha$  فقط عند حجم العينة 125 في نموذج CIR كانت تنتمي الى الفترة (0.05, 0.20) . اما في نموذج SABR كانت المعلمات  $\beta$  و  $\sigma$  تنتمي الى الفترة (1.80, 2.05) .

ولغرض تشغيل نموذج Partial filtering لنموذج CIR استخدمنا المعلومات الآتية :

اذ تم تحديد اقل قيمة لمشاهدة نموذج CIR والتي تبدأ من (  $F_t=1$  ) ولأوقات زمنية تصل الى (  $t=20$  ) بقيمة اولية (Initial Value) تساوي (  $y=0.02$  ) لحجم عينة (  $N=50$  )، وتحديد معاملات النموذج بـ (  $\alpha=1.25$  و  $\beta=0.25$  و  $\sigma=1.5$  ). اذ ان التغير بالزمن (  $dw = \frac{T}{N}$  ) ، ثم اجرينا عملية التوليد وذلك باضافة حد المتغير العشوائي الذي يولد من توزيع طبيعي موجب بمتوسط يساوي (صفر) وتباين يساوي (5)، اي ان  $y \sim r \text{ norm}(0,5)$  .

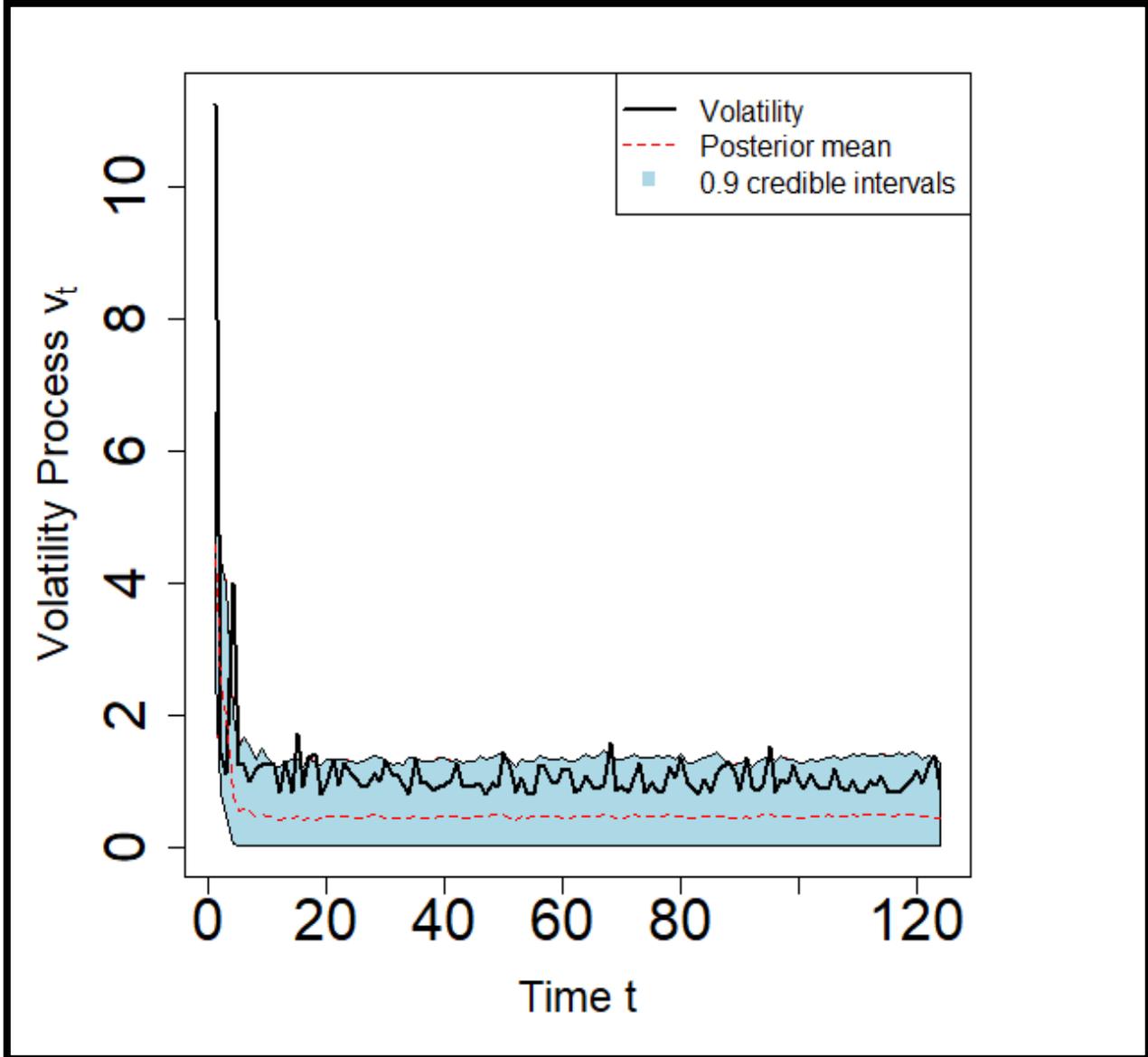
اذ قدرنا معاملات النموذج اعلاه باستخدام دالة الامكان الاعظم (Maximum likelihood function)،

ومن بعد ذلك تم توظيف هذه المقدرات باستخدام MCMC حيث كان عدد الدورات (10000) دوره وتم استخدام قيم ابتدائية وهي عندما (  $T=20$  )، اذ كانت النتائج كالآتي:



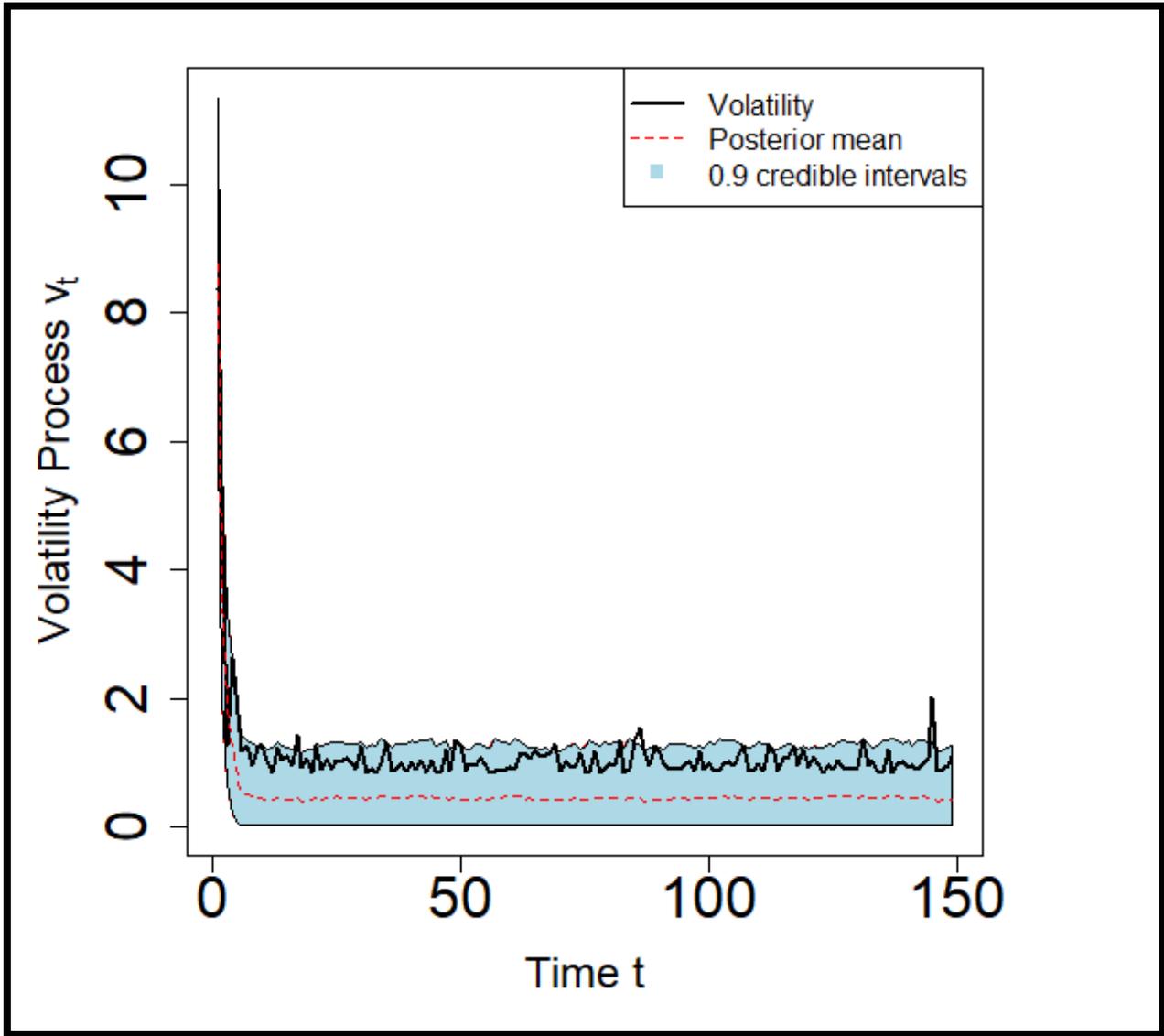
الشكل (3-7) تقديرات Partial filtering لنموذج CIR المخفي

في الشكل (3 – 7) الذي يتكون من عمليات التقلب (volatility Process) مع الزمن (Time)، اذ يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعلمات الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدرة اذ نلاحظ تقارب المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت جيدة وان MSE تقترب من الصفر.



الشكل (3-8) تقديرات Partical filtering لنموذج CIR المخفي

في الشكل (3 – 8) يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعلمات الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدرة اذ نلاحظ تقارب المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت جيدة وان MSE تقترب من الصفر.

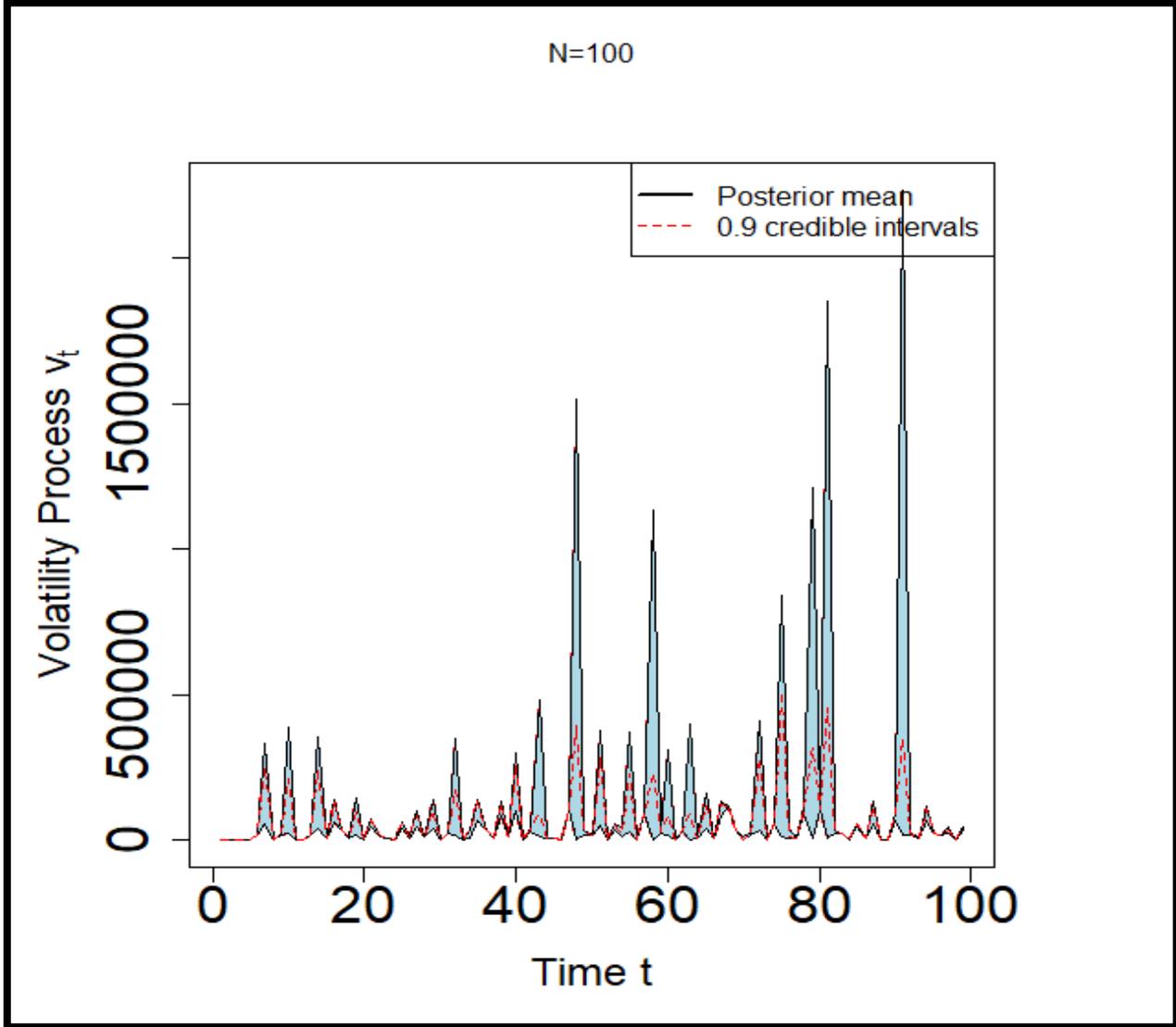


الشكل (3-9) تقديرات Partial filtering لنموذج CIR المخفي

في الشكل (3 – 9) يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعلمات الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدرة اذ نلاحظ تقارب المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت جيدة وان MSE تقترب من الصفر.

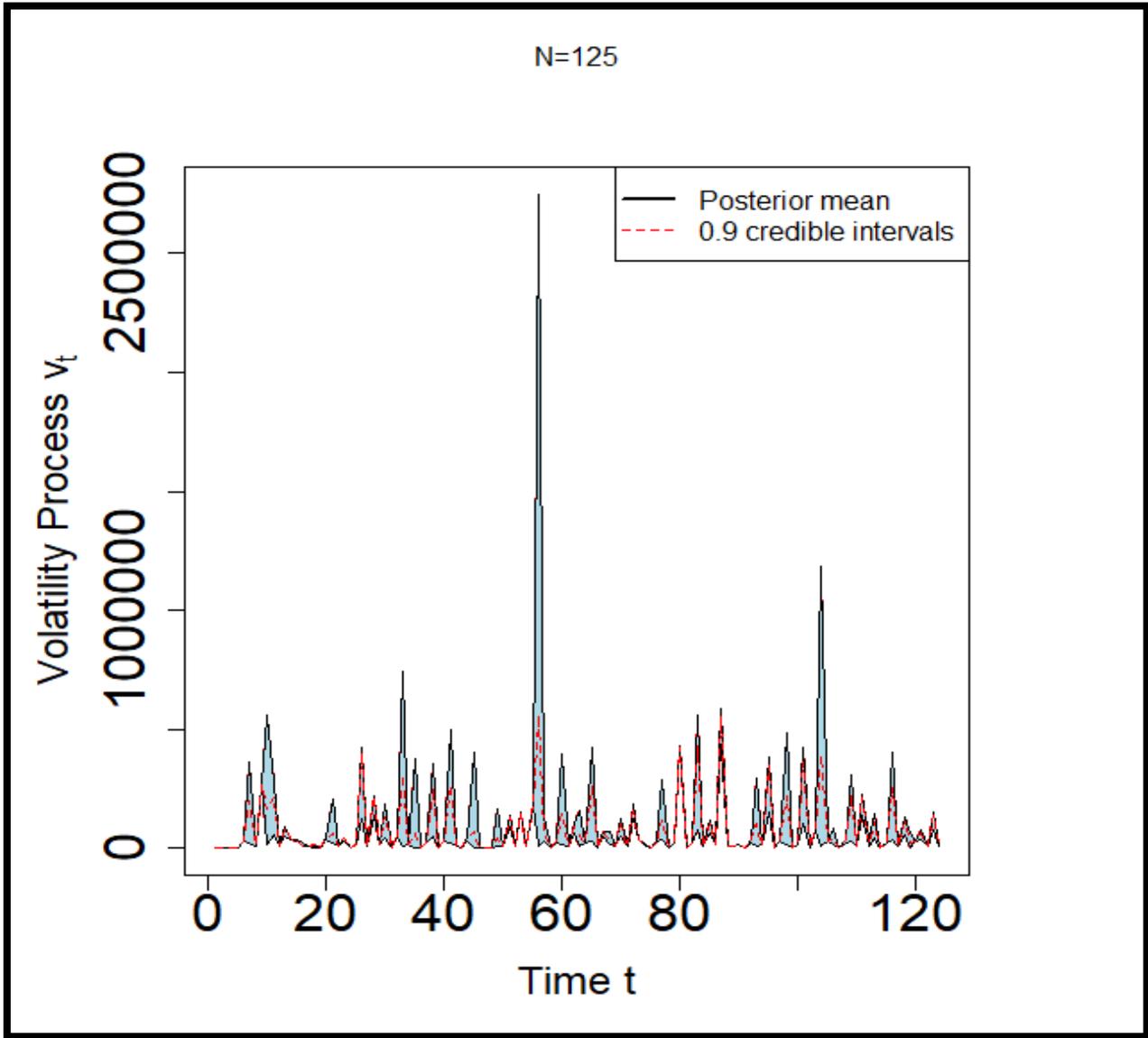
ولغرض تشغيل نموذج Partial filtering لنموذج SABR استخدمنا المعلومات الاتية :  
 اذ اعطينا للمعالم ( $\alpha=0.2$  و  $\beta=1$  و  $\sigma=0.75$ ) ، والزمن الاول ( $T_1=10$ ) والزمن الثاني ( $T_2=5$ ) وحجم العينة ( $N=100$ )، اذ ان التغير بالزمن الاول ( $dw_1 = \frac{T_1}{N}$ ) والتغير بالزمن الثاني ( $dw_2 = \frac{T_2}{N}$ ) ، ثم اجرينا عملية التوليد وذلك باضافة حد المتغير العشوائي الذي يولد من توزيع طبيعي موجب بمتوسط يساوي (واحد) وتباين يساوي (3)، وبالنسبة ل  $\sigma$  تولد ايضا من التوزيع الطبيعي الموجب بمتوسط يساوي (2) وتباين يساوي (5) ، ومن بعد عملية التوليد قمنا بالاجراءات الاتية:

اذ قدرنا معالم النموذج اعلاه باستخدام دالة الامكان الاعظم (Maximum likelihood function)، علماً ان المتوسط للنموذج الاول (حد المتغير العشوائي) يساوي (صفر) ومتوسط النموذج الثاني ( $\sigma$ ) يساوي (صفر) ايضاً. ومن بعد ذلك تم توظيف هذه المقدرات باستخدام MCMC حيث كان عدد الدورات (10000) دوره وتم استخدام قيم ابتدائية وهي عندما ( $T_2=5, T_1=10$ )، اذ كانت النتائج كالآتي:



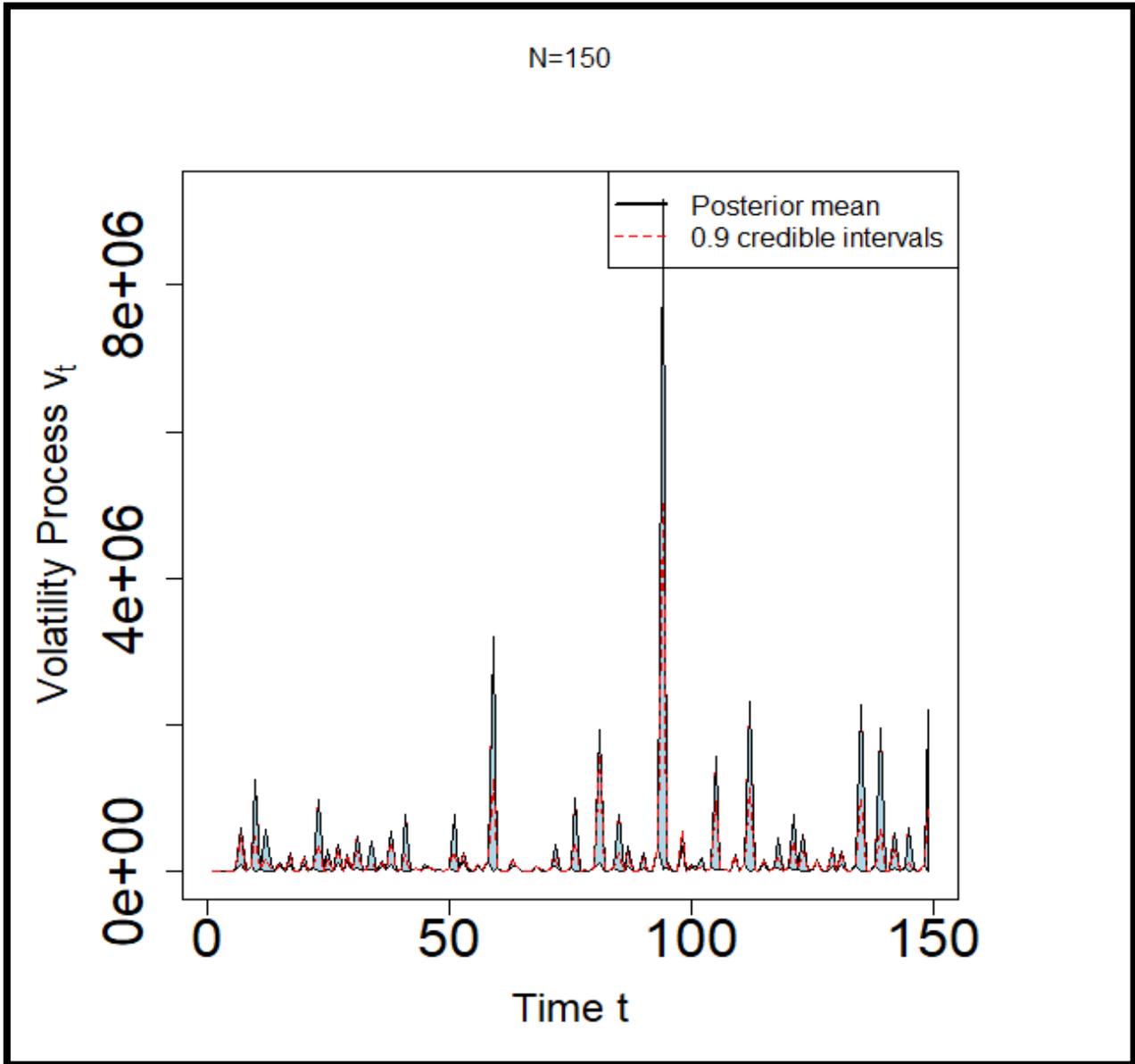
الشكل (3- 10) تقديرات Partical filtering لنموذج SABR المخفي

في الشكل (3 – 10) يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعالم الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدره اذ نلاحظ تباعد المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت غير جيدة وان MSE كانت نتائجه متذبذه كما مبين في الشكل.



الشكل (3- 11) تقديرات Partical filtering لنموذج SABR المخفي

في الشكل (3 – 11) يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعلمة الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدره اذ نلاحظ تباعد المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت غير جيدة وان MSE كانت نتائجه متذبذه كما مبين في الشكل.



الشكل (3- 12) تقديرات Partical filtering لنموذج SABR المخفي

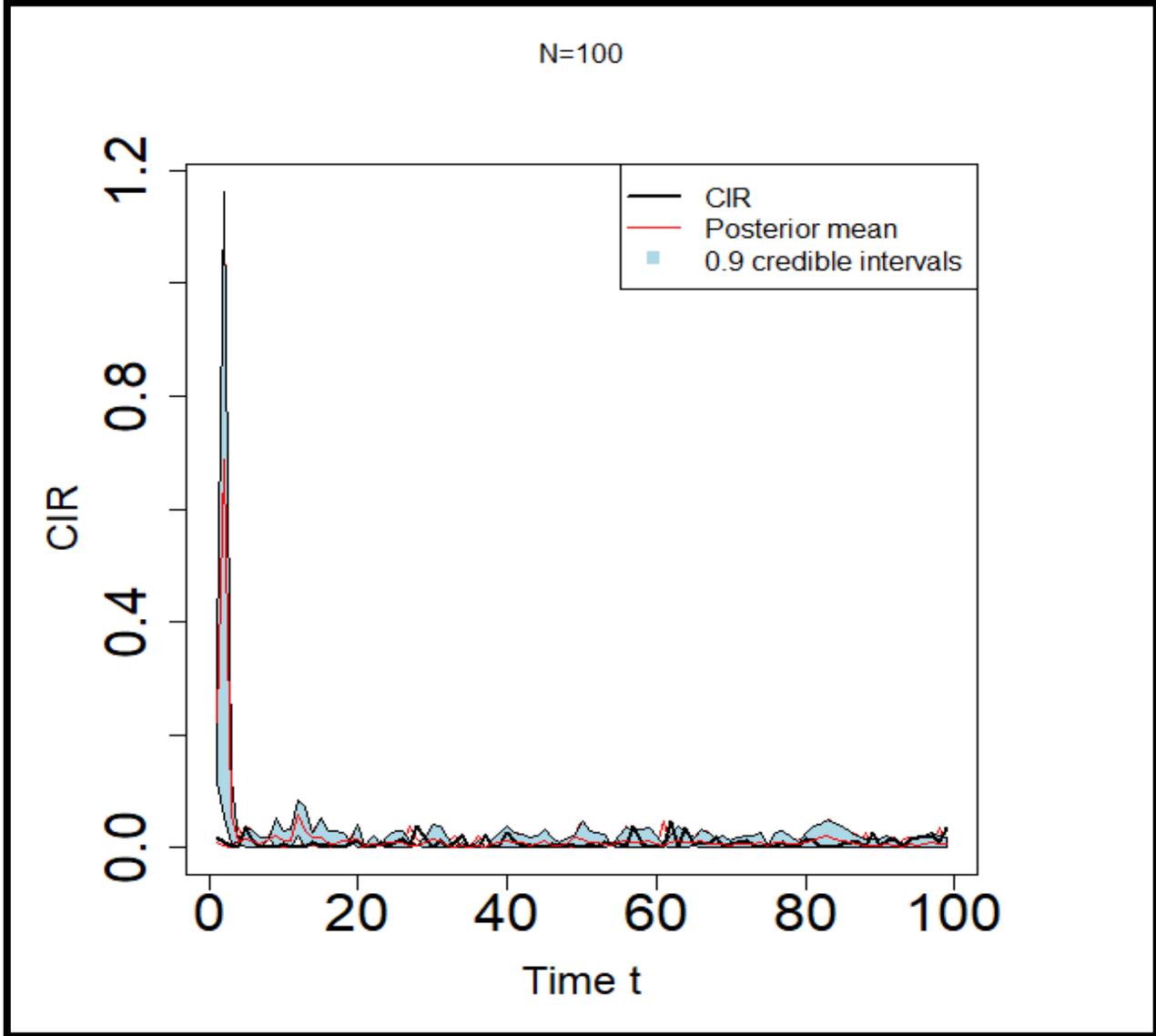
في الشكل (3 – 12) يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعلمات الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدره اذ نلاحظ تباعد المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت غير جيدة وان MSE كانت نتائجه متذبذه كما مبين في الشكل.

نلاحظ ان تقدير Partical filtering لنموذج CIR في الاحجام الثلاثة كانت جيدة على عكس تقدير Partical filtering لنموذج SABR التي كانت غير جيدة في الاحجام الثلاثة .

ولغرض تشغيل نموذج Auxiliry Partical filtering استخدمنا المعلومات الاتية :  
 اذ اعطينا للمعالم  $\alpha=0.8$  و  $\beta=1.5$  و  $\sigma=0.7$  ، والزمن (T=20) وحجم العينة (N=100) ، ثم اجرينا عملية التوليد وذلك باضافة حد المتغير العشوائى الذي يولد من توزيع طبيعي موجب بمتوسط

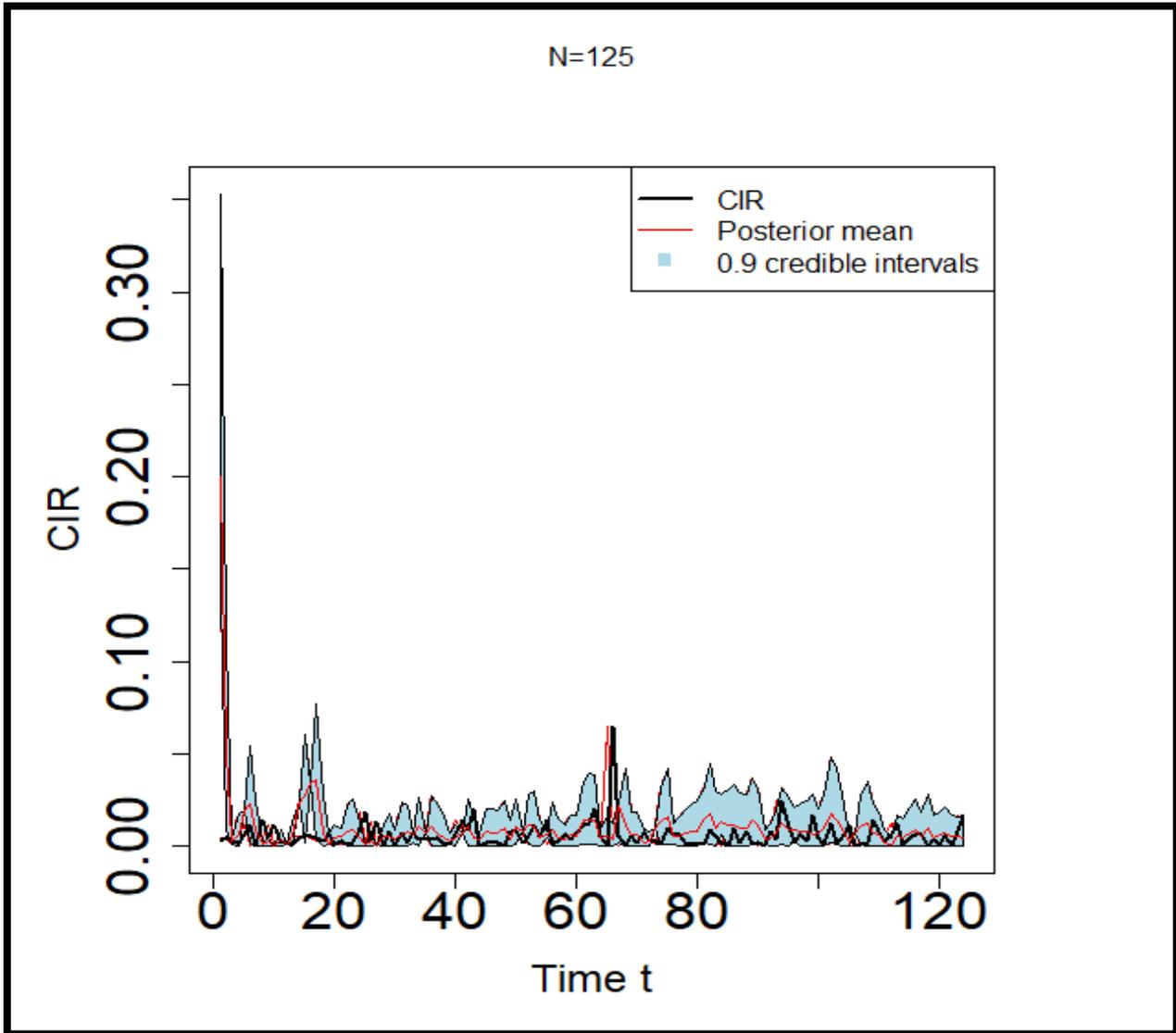
يساوي (صفر) وتباين يساوي (5)، اي ان  $y \sim rnorm(0,5)$  ، ومن بعد عملية التوليد قمنا بالاجراءات الاتية:

اذ قدرنا معلمات النموذج اعلاه باستخدام دالة الامكان الاعظم (Maximum likelihood function)، ومن بعد ذلك تم توظيف هذه المقدرات باستخدام MCMC حيث كان عدد الدورات (10000) دوره ، وكانت النتائج كالآتي:



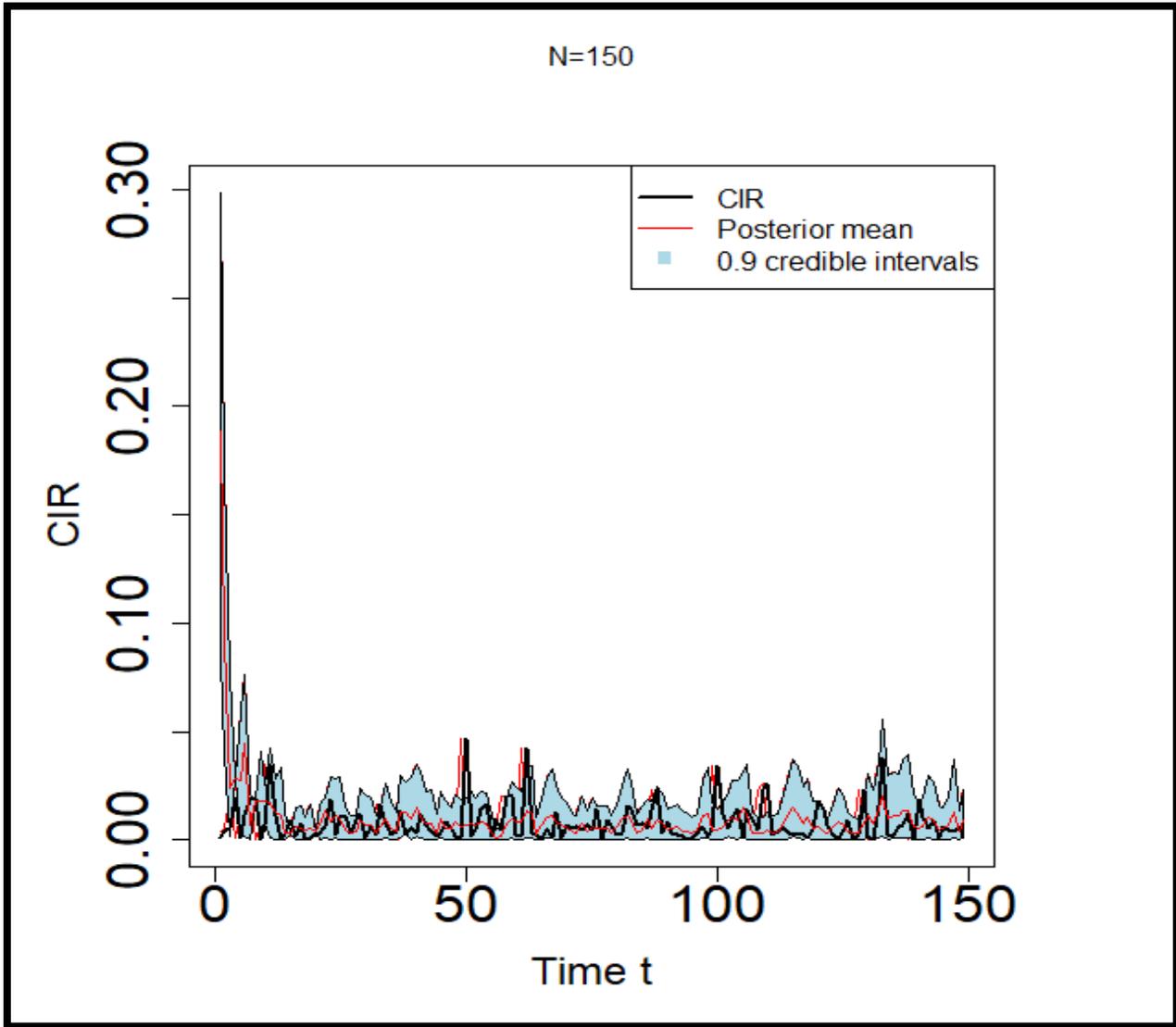
الشكل (3- 13) تقديرات Auxiliary Partical filtering

في الشكل (3 – 13) يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعلمات الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدره اذ نلاحظ تقارب المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت جيدة وان MSE كانت نتائجه قريه من الصفر كما مبين في الشكل.



الشكل (3- 14) تقديرات Auxiliary Partical filtering

في الشكل (3 – 14) يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعلمة الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدره اذ نلاحظ تقارب المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت جيدة وان MSE كانت نتائجه قريه من الصفر كما مبين في الشكل.



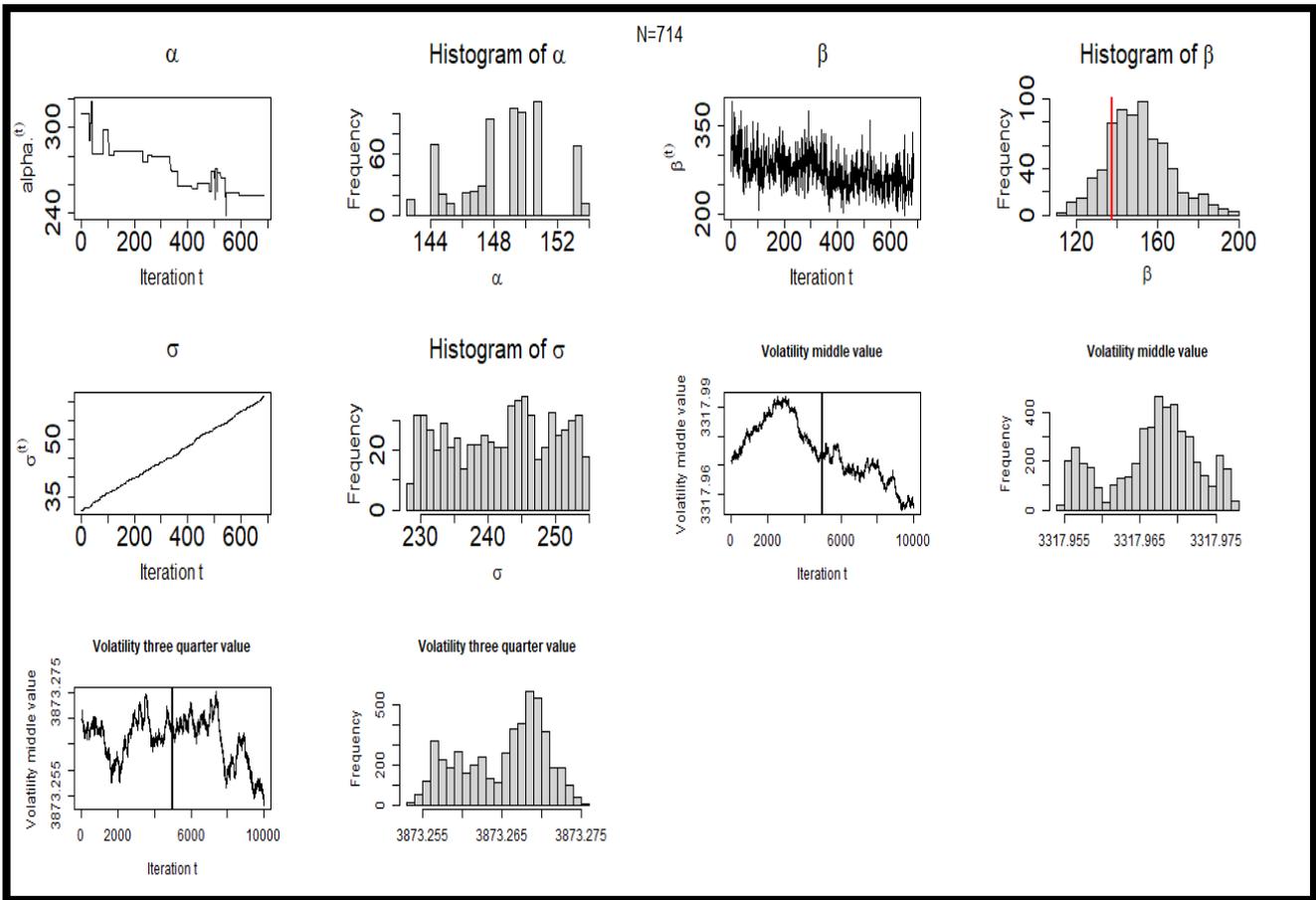
الشكل (3-15) يمثل تقديرات Auxiliary Partical filtering

في الشكل (3 – 15) يمثل المنحنى باللون الاحمر قيم المعلمات الابتدائية واللون الازرق يمثل القيم المقدرة اذ نلاحظ تقارب المنحنيات وهذا يعني ان عملية التقدير كانت جيدة وان MSE كانت نتائجها قريبا من الصفر كما مبين في الشكل.

## الجانب التطبيقي

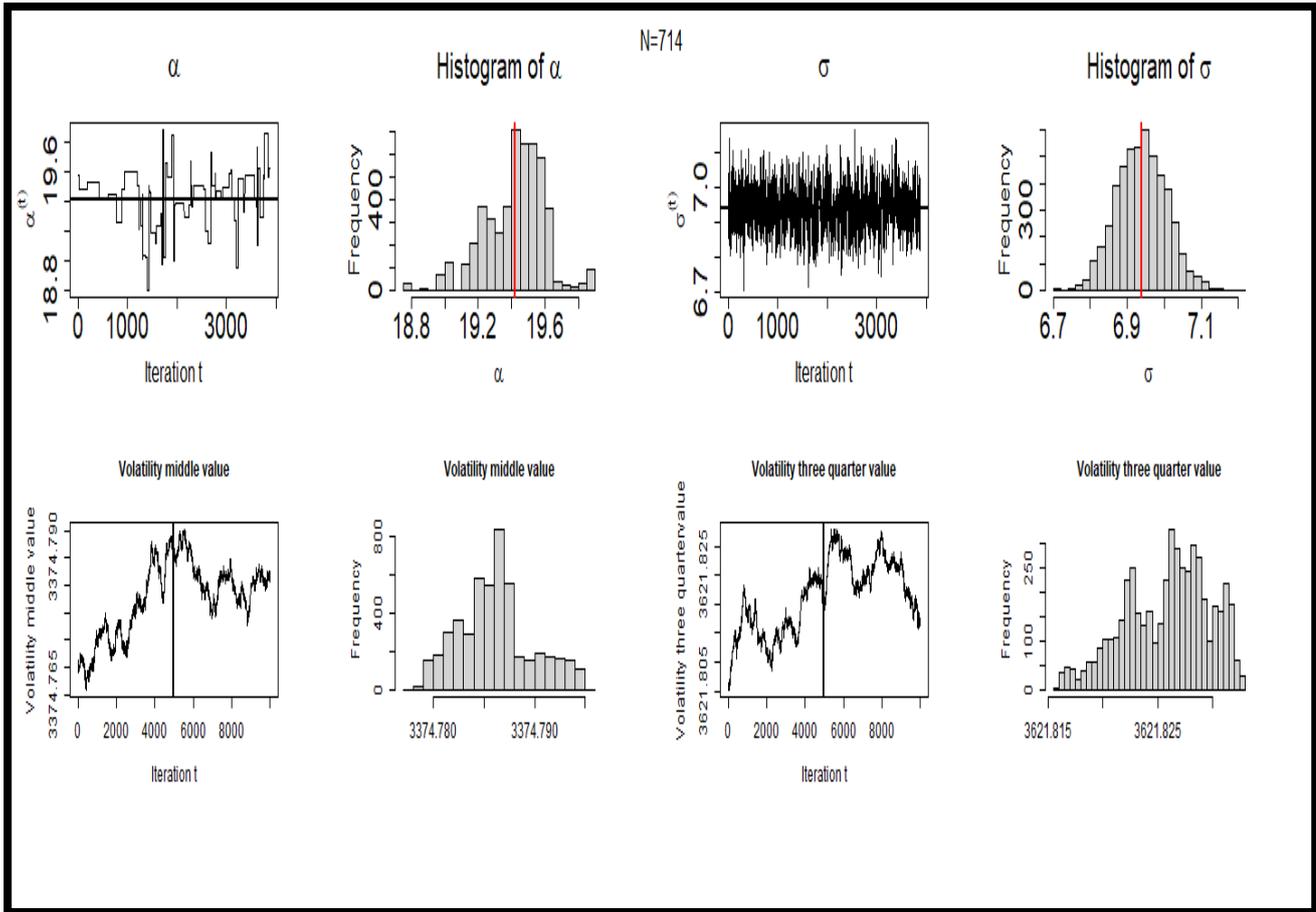
للوصول الى حقيقة التقدير ودقته ، تم اعتماد احد البيانات المالية كجانب تطبيقي لنماذج ماركوف المخفية

اذ تم الحصول على البيانات المالية من سوق الاوراق المالية ISX 86 ، وتم سحب عينة حجمها (714) عينة للفترة الزمنية (2017-2019) ، وكانت النتائج كالآتي:



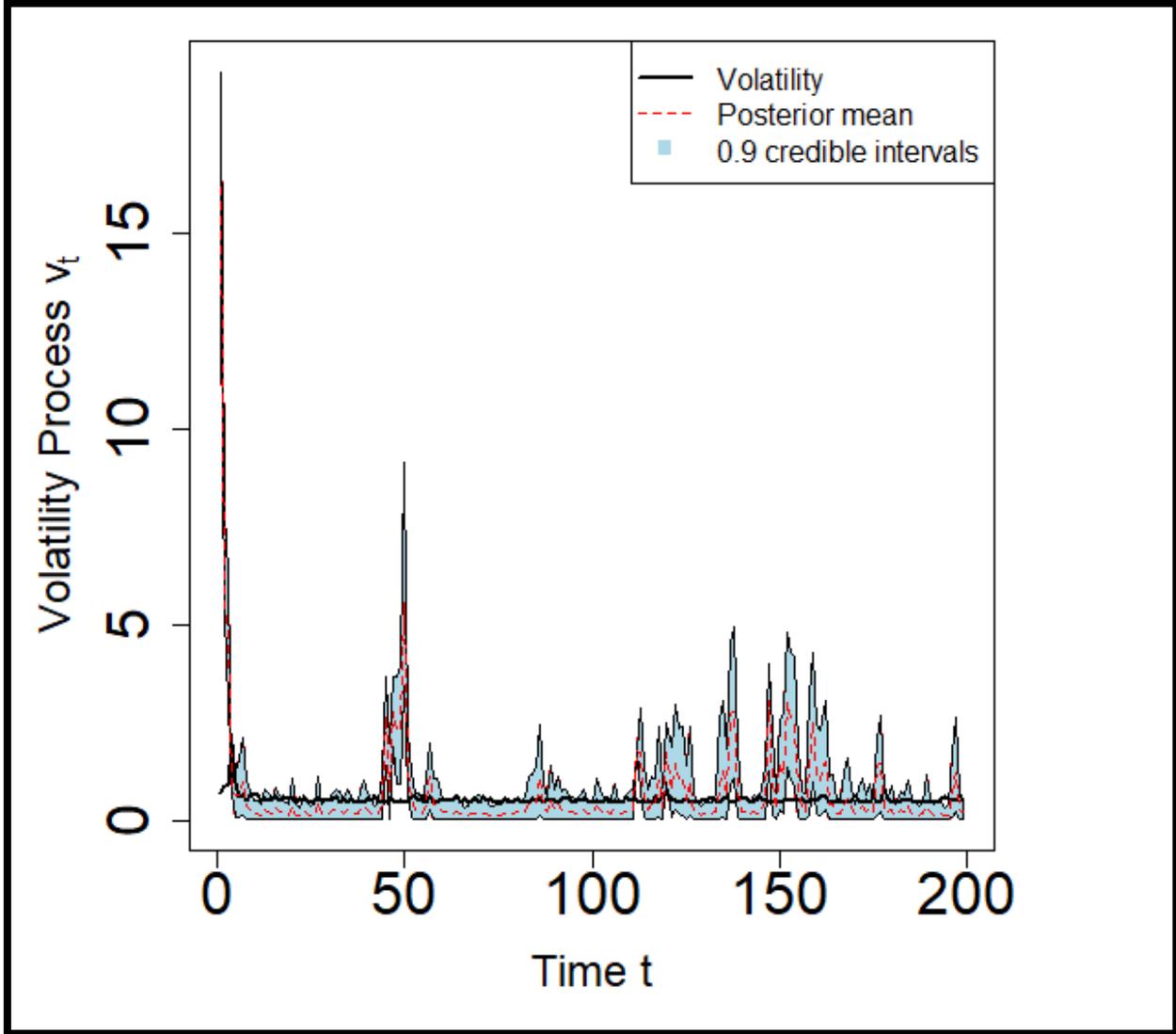
الشكل (3- 16) تقديرات MCMC الحقيقية لنموذج CIR المخفي للبيانات الحقيقية

ان الشكل(3- 16) لحجم العينة المأخوذة  $N=714$  ، يتكون من trace plot لكل معلمة من معالم النموذج  $\alpha, \beta, \sigma$  وبعد الشكل التكراري للمعالم نفسها ، والواضح ان تقدير المعالم كان جيداً لكل المعالم وتم تقدير ايضا الربع الثالث للتباين والشكل التكراري لربع الثالث للتباين، حيث ان قيم التقلب ( volatility value ) بقيت دائما اكبر من الصفر وهذا هو الشرط الاساسي للتقدير



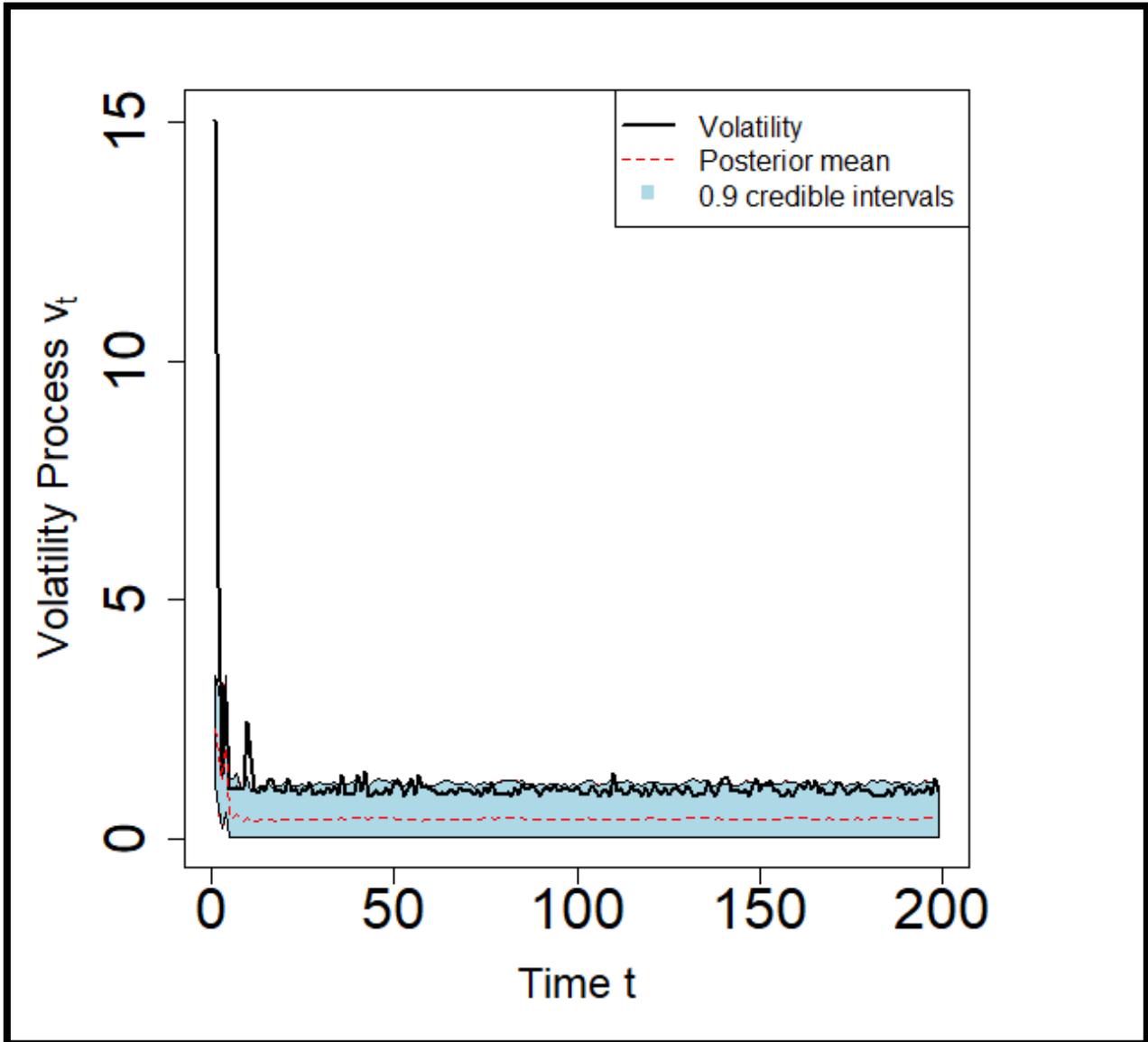
الشكل (3-17) تقديرات MCMC الحقيقية لنموذج SABR المخفي للبيانات الحقيقية

في الشكل (3-17) لحجم العينة المأخوذة  $N=714$  ، كانت التقديرات من خلال trace plot والشكل التكراري جيداً للمعالم  $(\alpha, \sigma)$  ، اما الصنف الثاني من الشكل فيمثل متوسط التباين والرابع الثالث للتباين وبقية محافظ على القيم الموجب للظاهرة وهذا هو المطلوب.



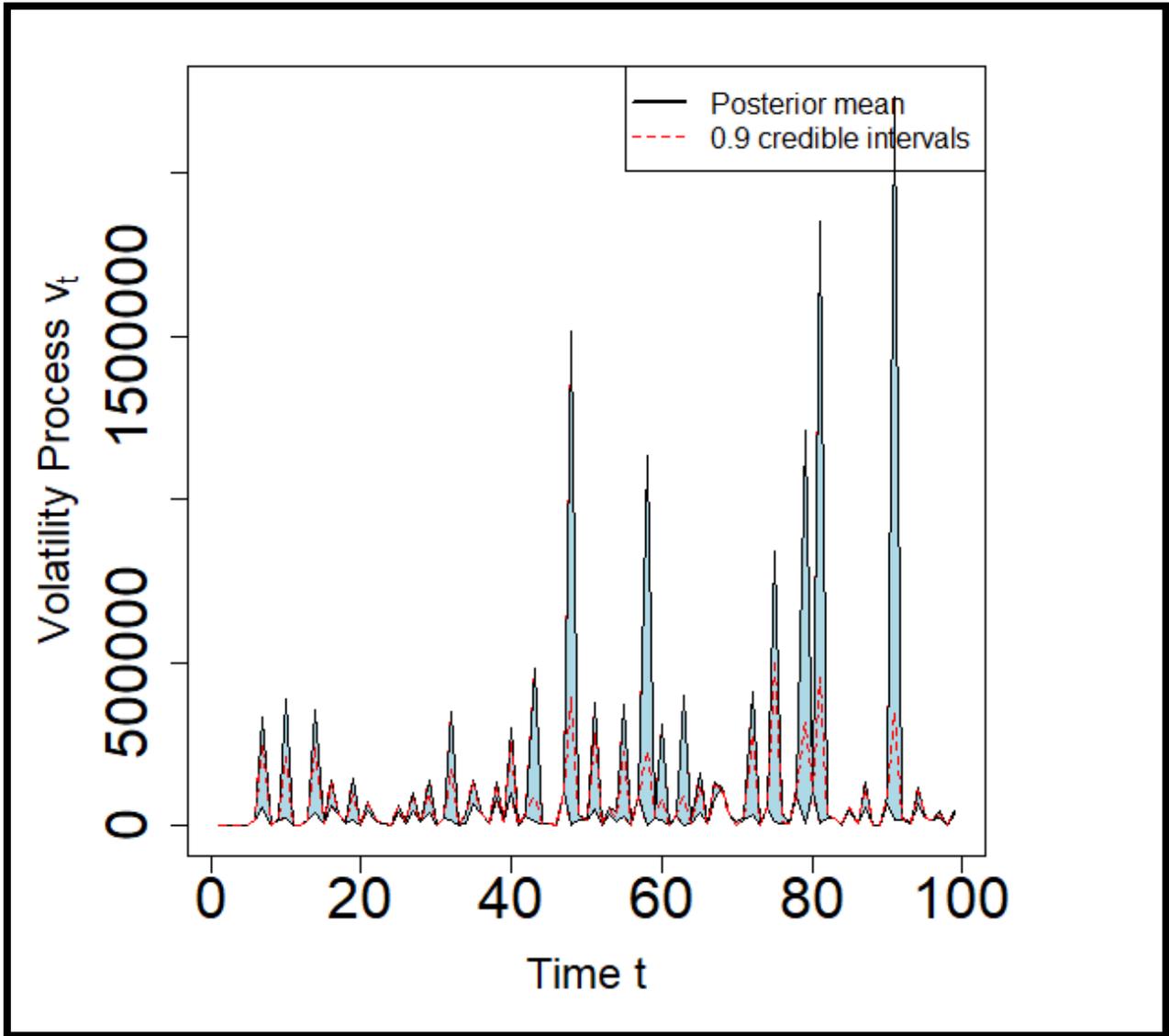
الشكل (3-18) تقديرات Partial filtering لنموذج CIR المخفي للبيانات الحقيقية

الشكل (3-18) لحجم العينة المأخوذة  $N=714$  ، يتكون من عمليات التقلب (volatility Process) مع الزمن (Time)، اذ يلاحظ بأن عمليات التقلب بقيت دائما أكبر من الصفر وهذا هو الشرط الاساسي للتقدير.



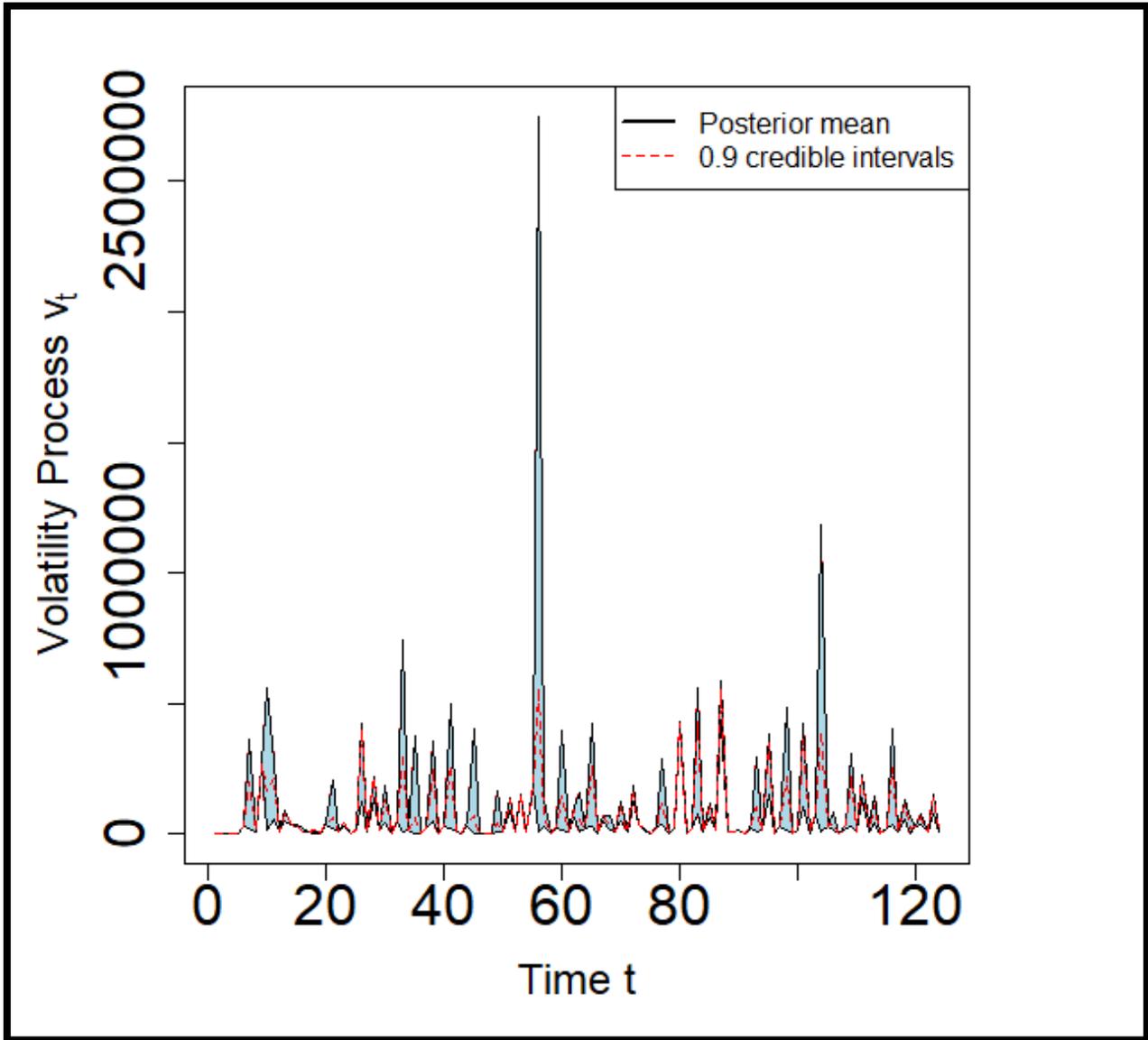
الشكل (3- 19) تقديرات Partical filtering لنموذج SABR المخفي للبيانات الحقيقية

ان الشكل(3- 19) لحجم العينة المأخوذة  $N=714$  ، يتكون من عمليات التقلب (volatility Process) مع الزمن (Time)، اذ يلاحظ بأن عمليات التقلب بقيت دائما اكبر من الصفر وهذا هو الشرط الاساسي للتقدير.



الشكل (3- 20) تقديرات Auxiliary Partical filtering لنموذج CIR المخفي للبيانات الحقيقية

ان الشكل(3 - 20) لحجم العينة  $N=714$  ، يتكون من عمليات التقلب (volatility Process) مع الزمن (Time)، اذ يلاحظ بأن عمليات التقلب بقيت دائما اكبر من الصفر وهذا هو الشرط الاساسي للتقدير.



الشكل (3- 21) تقديرات Auxiliary Partical filtering لنموذج SABR المخفي للبيانات الحقيقية

ان الشكل(3- 21) لحجم العينة  $N=714$  ، يتكون من عمليات التقلب (volatility Process) مع الزمن (Time)، اذ يلاحظ بأن عمليات التقلب بقيت دائما أكبر من الصفر وهذا هو الشرط الاساسي للتقدير.

# الفصل الرابع ...

الاستنتاجات والتوصيات

### الاستنتاجات:

- (1) توصلت الدراسة الى ان تقديرات المعالم  $(\alpha, \beta, \sigma)$  وفق طريقتي MCMC و Parical filtering و Auxiliary Partical filtering تعطيان افضل تقديرات لمعالم نموذجي CIR و SABR .
- (2) نستنتج بأن تقدير الربع الثالث للتباين والشكل التكراري للربع الثالث للتباين عند قيم التقلب Volatility حقق الشرط الاساسي للتقدير وهو اكبر من الصفر (موجب).
- (3) نستنتج من خلال المقارنة بين نموذجي CIR و SABR باستخدام طرائق التقدير ، بأن نموذج SABA هو الافضل في التقدير لان استقرارية في SABR كانت الافضل من CIR .
- (4) في Partical filtering و Auxilry Partical Filtering تم تقدير عملية CIR و SABR ، حيث وجد ان عمليات التقلب فيهما بقيت دائما اكبر من الصفر الذي هو يعتبر الشرط الاساسي للتقدير وهما الافضل في التقدير .
- (5) نستنتج بأن نموذج SABR عند حجم العينة 125 أفضل من نموذج CIR في التقدير باستخدام MCMC .
- (6) نستنتج بأن تقدير Partical filtering لنموذج CIR كانت افضل من نموذج SABR في التقدير

### التوصيات:

- (1) استعمال نماذج اخرى غير نموذجي CIR و SABA عند تطبيق البيانات لتقدير المعالم.
- (2) استعمال طريقتي MLE و MCMC لنماذج ماركوف المخفية ذات المعلمات الاكثر تعقيد ، وتطبيقها في جوانب تطبيقية اخرى كالجوانب الاجتماعية او الاقتصادية او الطبية.
- (3) ضرورة تشجيع الباحثين على استعمال طريقة MCMC والتطرق لها في البحوث النظرية والتطبيقية ، لغرض الحصول على تقدير المعلمات بأفضل تقدير ممكن من تقديرات الطرائق الاخرى.
- (4) ضرورة استعمال النموذجين لعملية تقدير بيع الاسهم اسواق العراق للاوراق المالية .

المصادر ...

## المصادر العربية

- [1] ازهري، نور مصطفى ، " استخدام طويريات ماركوف المخفية في التعرف على الصوت والرموز" ، جامعة تشرين، كلية العلوم، قسم الرياضيات، 2017.
- [2] الحارثي، عبد الرحيم، اسماء حسين، " استخدام سلاسل ماركوف المخفية في تحليل البيانات الحيوية"، الجامعة المستنصرية ، كلية الادارة والاقتصاد، قسم الاحصاء، اطروحة مقدمة لنيل درجة الدكتوراه في العلوم الاحصائية ، 2016.
- [3] الحفني ، يحيى عبد الرحمن ، " التنبؤ باحتمالات تغير القروض الزراعية باستخدام نموذج سلاسل ماركوف " ، معهد بحوث الاقتصاد الزراعي ، مركز البحوث الزراعية ، الجيزة ، 2018.
- [4] الخياط، باسل يونس، فاطمة محمد حسن، " استخدام ثلاث طرائق الإحصائية للتعرف على عدد من التغيرات في سلسلة المادة الوراثية"، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية ، 2011.
- [5] الرزوق، وائل، "خوارزميات تعرف الكلام اليا"، رسالة ماجستير مقدمة الى مجلس المعهد العالي للعلوم التطبيقية والتكنولوجية ، قسم الاتصالات، الجامعة السورية ، 2017.
- [6] الصوفي، رنا بشار، " استخدام سلاسل ماركوف المخفية في تمييز حروف العلة في اللغة الانكليزية "، رسالة ماجستير ، كلية علوم الحاسبات والرياضيات، جامعة الموصل، 2005.
- [7] العبيدي ، عبدالغفور، سليمان، عمار، " استخدام سلاسل ماركوف في المجالات الطبية"، المجلة العراقية للعلوم الاحصائية ، 2018.
- [8] قاسم ، عمر صابر، " تهجين انموذج ماركوف المخفي باستخدام شبكة ايلمان العصبية الاصطناعية مع التطبيق"، مجلة الرافدين لعلوم الحاسوب والرياضيات، العدد(1) ، المجلد 11، 2014.

## المصادر الاجنبية

- [9] Abdulla, W. H. and Kasabov, N. K. , " **The Concept of Hidden Markov Model in Speech Recognition**", Dept. of Knowledge Engineering Lab. Dept. Information Science, College of Engineering ,University of Otago, New Zealand, 1999.
- [10] Amaral Turkman, M., Paulino, C., & Müller, P., " **Computational Bayesian Statistics: An Introduction**", Institute of Mathematical Statistics Textbooks, Cambridge: Cambridge University Press, 2019, doi:10.1017/9781108646185.
- [11] ANGROT,JEANETTE T, " **Structural Information and Hidden Markov Models for Biological Sequence Analysis**", Ume°a Centre for Molecular Pathogenesis,Department of Computing Science,Ume°a University, 2008.
- [12] Auranen ,Kari, Halloran,Elizabeth, Minin,Vladimir, " **MCMC Methods for Infectious Disease Studies**", Summer Institute in Statistics and Modeling of Infectious Diseases, 2016.
- [13] Boodidhi,Sweatha, " **Using smoothing techniques to improve the performance of Hidden Markov’s Model**", university of Nevada ,Las Vegas, 2011.
- [14] Briers,Mark, Doucet,Arnaud,and Maskell,Simon, " **Smoothing Algorithms for State-Space Models**", IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, , 2009.
- [15] Casella,George, George, Edward I., " **Explaining the Gibbs Sampler**", The American Statistician, vol. 46, No. 3, 1992.
- [16] Chen, M.-H., and Shao, Q., " **Monte Carlo estimation of Bayesian credible and HPD intervals**", Journal of Computational and Graphical Statistics, 8, 69–92,1999 (Cited on page 50.)
- [17] Chen, M.-H., Shao, Q., and Ibrahim, J. G. , " **Monte Carlo Methods in Bayesian Computation**", Springer, 2000. (Cited on pages 56, 59, and 131.)
- [18] Chib, S., Greenberg, E., " **Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm**", The American Statistician, Vol. 49, No.4, 1995.
- [19] Choi, J., & Wu, L," **The equivalent constant-elasticity-of-variance (CEV) volatility of the stochastic-alpha-beta-rho (SABR) model**", Journal of Economic Dynamics and Control, 128,104143, 2021, doi:10.1016/j.jedc.2021.104143.

- [20] Churbanov, Alexander, Winter-Hilt, Stephen, " **Implementing EM and Viterbi algorithms for Hidden Markov Model in linear memory**", BMC Bioinformatics, Churbanov and Winters-Hilt; licensee BioMed Central Ltd, 2008.
- [21] DE WIT, Bram, " **Stock Prediction Using a Hidden Markov Model Versus a Long Short-Term Memory**", PhD Thesis, University of Groningen, faculty of science and engineering, 2019.
- [22] Djuric, Petar M., Mahesh Vemula, and Mónica F. Bugallo., " **Target tracking by particle filtering in binary sensor networks**", IEEE Transactions on signal processing 56, 2229-2238, 2008.
- [23] Dorj, Enkhjargal, and Erdenebaatar Altangere, " **Anomaly detection approach using hidden Markov model**", Ifost, Vol. 2, IEEE, 2013.
- [24] Doucet, Arnaud, Johansen, Adam M. , " **A Tutorial on partial Filtering and Smoothing : Fifteen years later**", with typographical corrections march 2012.
- [25] Ephraim, Y., " **A Bayesian estimation approach for speech enhancement using hidden Markov models**", IEEE Transactions on Signal Processing, 40(4), 725–735, 1992, doi:10.1109/78.127947
- [26] Er. Neeshu Sharma, Er. Dinesh Kumar, Er. Reet Kamal Kaur, " **Applying Hidden Markov Model to Protein Sequence Alignment**", (IJCSIT) International Journal of Computer Science and Information Technologies, Vol. 2 (3) , p 1031-1035, 2011.
- [27] GERMAIN, Sarah Elizabeth, " **Bayesian spatio-temporal modelling of rainfall through non-homogenous hidden Markov models**", PhD Thesis, Newcastle University, 2010.
- [28] Geweke, J. , " **Monte carlo simulation and numerical integration**", Handbook of Computational Economics, 1996, doi:10.1016/s1574-0021(96)01017-9.
- [29] Ghosh, Jayantak, Delampady, Mohan, Samanta, Tapas, " **An Introduction to Bayesian Analysis Theory and Method**", Springer, 2006 .
- [30] Giovanni Petris , Sonia Petrone , Patrizia Campagnoli , " **Dynamic Linear Models With R**", Springer, 2007.
- [31] Giovanni petris , and others " **Dynamic Linear Models With R**", springer, 2007.

- [32] Hagan, Patrick, and Andrew Lesniewski, "**LIBOR market model with SABR style stochastic volatility**", JP Morgan Chase and Ellington Management Group 32 :57, 2008.
- [33] Hagan, Patrick, Andrew Lesniewski, and Diana Woodward, "**Probability distribution in the SABR model of stochastic volatility**", Springer Proceedings in Mathematics & Statistics , Cham, 1-35, 2015, doi:10.1007/978-3-319-11605-1\_1.
- [34] <https://www.slideshare.net/ehabahmadimpact/markov-chain-73141852>.
- [35] Ibe, Oliver, "**Markov Processes for Stochastic Modeling**", Publisher : Elsevier; 2nd edition, ISBN 13:978-0-12-407795-9, 2013.
- [36] Ida kjersem "**Bayesian Forecasting and dynamic models applied to strain data from the Gotariver bridge**", Faculty of mathematics and natural sciences , university of Oslo ,2009.
- [37] Kalbhor, A., Austin, T. H., Filiol, E., Josse, S., and Stamp, M., "**Dueling hidden Markov models for virus analysis**", Journal of Computer Virology and Hacking Techniques, 11(2), 2015.
- [38] Khreich, Wael, Granger, Eric, Miri, Ali, Sabourin, Robert, "**On the memory complexity of the forward – backward algorithm**", Elsevier, Pattern Recognition Letters 31 , 2010.
- [39] Liang, Faming , Liu, Chuanhai, and Carrol, Raymond J., "**Advance Markov Chain Monte Carlo Methods**", Wiley, 2010
- [40] Mattila, Robert, "**Hidden Markov Models: Identification, Inverse Filtering and Applications**", Doctoral Thesis in Electrical Engineering, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden 2020.
- [41] Miao, Zan, "**CIR Modeling of Interest Rates**", Linnaeus University, Department of Mathematics, 2018.
- [42] Miller , Jeffrey W., "**Bayesian Statistics**", Duke University, Durham, 2015.
- [43] Oliver C. Ibe, "**Markov Processes for Stochastic Modeling**", University of Massachusetts Lowell, Massachusetts, Elsevier Academic Press, 2009.
- [44] Orlando, Giuseppe, and Michele Bufalo, "**Interest rates forecasting: Between Hull and White and the CIR#—How to make a single-factor model work**", Journal of Forecasting 40.8 ,1566-1580, 2021.

- [45] Petar M. Djuric, M. V. (n.d.), “ **Signal processing by particle filtering for binary sensor networks**”, 3rd IEEE Signal Processing Education Workshop, IEEE 11th Digital Signal Processing Workshop, 2004. doi:10.1109/dspws.2004.1437955
- [46] Poudel, Srijana, “ **Post processing of optically recognized text via second order hidden markov model**”, Master of Science in Computer Science, University of Nevada, Las Vegas, 2012.
- [47] Przemyslaw Dymarski, “ **HIDDEN MARKOV MODELS, THEORY AND APPLICATIONS**”, Published by InTech Janeza Trdine 9, 51000 Rijeka, Croatia ,2011.
- [48] Rabiner L.R, Jaung B.H. , “ **An Introduction to Hidden Markov Models**”, IEEE ASSP MAGAZINE JANUARY , 0740-7467/86/0100-0004\$01.00@19816E EE , 1986.
- [49] Rabiner, Lawrence R., “ **A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition**”, Proceedings of the IEEE 77, no. 2, 1989.
- [50] Robert, C. R., and Casella, G., “ **Monte Carlo Statistical Methods**”, 2nd edn, New York: Springer, 2004. (Cited on pages 46 and 98.)
- [51] Romberg, J. K., Hyeokho Choi, & Baraniuk, R. G., “ **Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden Markov models**”, IEEE Transactions on Image Processing, 10(7), 1056–1068, 2001, doi:10.1109/83.931100.
- [52] Rubinstein, R. Y., “ **Simulation and the Monte Carlo Method**”, 1st edn, Wiley, 1981. (Cited on page 46.)
- [53] Seymore, Kristie, Andrew McCallum, and Roni Rosenfeld, “ **Learning hidden Markov model structure for information extraction**”, AAAI-99 workshop on machine learning for information extraction, 1999.
- [54] Skounakis, Marios, Mark Craven, and Soumya Ray, “ **Hierarchical hidden markov models for information extraction**”, IJCAI, 2003.
- [55] Song, W., Wang, Z., Wang, J., Alsaadi, F. E., & Shan, J., “ **Distributed Auxiliary Particle Filtering With Diffusion Strategy for Target Tracking: A Dynamic Event-Triggered Approach**”, IEEE Transactions on Signal Processing, 69, 328–340,2020. doi:10.1109/tsp.2020.3042947

- [56] Stanke, Mario, Steinkamp, R., Waack, S., and Morgenstern, B., "**Gene prediction with a hidden Markov model**", Doctoral dissertation, University of Göttingen, 2004.
- [57] Suleiman, Dima, Awajan, Arafat, Al Etaiwi, Wael, "**The Use of Hidden Markov Model in Natural ARABIC Language Processing: a survey**", published by Elsevier B.V., 2017.
- [58] Sumalatha.V and Dr.Santhi.R, "**A Study on Hidden Markov Model (HMM)**", International Journal of Advance Research in Computer Science and Management Studies, Volume 2, Issue 11, November, 2014.
- [59] Tolver, Anders, "**An Introduction To Markov Chains**", Department of mathematical science , University of Copenhagen, First Printing, 2016.
- [60] Vo, Ba-Ngu, Vo, Ba-Tuong and Mahler, Ronald P.S., "**Closed Form Solution yo Forward –Backward Smoothing**", PREPRINT: IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 60, NO. 1, PP. 2–17, JAN 2012.
- [61] Xiaolin Li, Parizeau, M., & Plamondon, R., "**Training hidden Markov models with multiple observations-a combinatorial method**", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000.
- [62] Xuecheng, Yin, "**Estimation of Hidden Markov Model**", Thesis Presented to the Graduate and Research Committee for the degree of Master of Science in Industrial and Systems Engineering, Lehigh University , 2018.
- [63] Ye, Qing, "**Classifying Transport Proteins Using Profile Hidden Markov Models and Specificity Determining Sites**", A Thesis in The Department of Computer Science and Software Engineering, Concordia University, 2019, p21-23.
- [64] Yu, Shun-Zheng, "**Hidden Semi-Markov models**" Department of Electronics and Communication Engineering, Sun Yat0Sen University, Guangzhou 510275, PR China, Elsevier B.V., 2009.
- [65] Yu, Shun-zheng, "**Hidden Semi-Markov Models, Theory, Algorithms and Applications**", Elsevier Science, ISBN:978-0-12-802767-7, 2015, P22-25.

# Abstract

Hidden Markov models have witnessed wide interest by researchers, scholars and modern applications, as they are considered a finite set of cases, in which the cases are related to a specific probability distribution.

In order to include the financial aspect with discreet statistical models, and for the importance of this aspect in our lives, especially in the Iraq Stock Exchange, and for the absence of previous studies that dealt with the subject. The researcher decided in this aspect to solve the problem that lies in strengthening the financial aspect, through the possibility of applying hidden models such as CIR and SABR using MCMC, particle filtering and Auxiliary Particle filtering based on real data to estimate parameters.

The aim of this thesis is to estimate the parameters of hidden Markov models using Bayes estimators.

In this thesis, the researcher reviewed three chapters, the first included the introduction, the aim of the study, the problem of the study, and previous studies.

The second, represented by the theoretical aspect, included the most important types of hidden Markov models, methods of Bayes estimators, particle filtering, and Auxiliary particle filtering.

As for the third, which represents the main aspect in this thesis, it is the practical side, which consists of two aspects, the experimental side and the applied side, as the MCMC method was used or employed in the simulation experiment using the program (R 4.2.0) and for three levels of samples (small, medium and large). With different sizes, estimates for the parameters of the CIR and SABR models were calculated using particle filtering and auxiliary particle filtering, and then drawing the generated variables with graphs or shapes to obtain the best results, as well as the experimental side. The practical side was applied to the data. Financial Stock Market (ISX 86) for the period (2017-2019).

Through the study, several conclusions were reached, the most important of which is that particle filtering and auxiliary particle filtering were used to estimate the parameters of the CIR and SABR models, where it was found that the fluctuations in them always remained greater than zero, which is considered the basic condition for estimation. They are the best in estimation, and a number of recommendations were proposed, the most important of which is the need to use the two models for the process of estimating the sale of shares in the Iraq Stock Exchange

**The Republic of Iraq**

**Ministry of Higher Education and  
Scientific Research**

**Karbala University**

**College of Administration and Economics**

**Department of Statistics**



# **Bayesian Estimation for some Hidden Markov Models with Application**

**A Thesis introduction to**

**Council of the College of Administration and Economics at the  
University of Karbala**

**It is part of the requirements for obtaining the degree of Doctor of  
Philosophy of Science in Statistics**

**By**

**Ansaf J. M. Al-Masoudi**

**Supervised By**

**Prof. Dr.**

**Muhannad F Al-Saadony**

**1444 Ah**

**2023 Ad**