



جمهورية العراق  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة كربلاء  
كلية الإدارة و الاقتصاد  
قسم الإحصاء  
الدراسات العليا



## أستعمال الطرائق البيزية الضبابية لتقدير معلمات التوزيع Kibble-Bivariate Gamma وتطبيق عملي

رسالة

مقدمة الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء  
وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير في علوم الإحصاء

تقدم بها

بنت الهدى صاحب كطران عطيه

إشراف

أ.م. د ايناس عبد الحافظ محمد

م ٢٠٢٣

١٤٤٤ هـ



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿الم تر لو أن الله سخر لكم ما في السموات وما في الأرض وأسخر  
عليكم زعمه ظاهرة وباطنة ومن الناس من يجادل  
في الله بغير علم ولا هدى ولا كتاب منير﴾  
صدق الله العلي العظيم

سورة لقمان: آية ٢٠

## إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذه الرسالة الموسومة ( استعمال الطرائق البيزية الضبابية لتقدير معلمات التوزيع  $Kibble Bivariate Gamma$  مع تطبيق عملي ) والتي تقدم بها الطالبة "بنت الهدى صاحب كطران " قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.



أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد

التاريخ: / / 2023

## توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.



أ.د. شروق عبد الرضا السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2023

## إقرار الخبير اللغوي

أشهد أن الرسالة الموسومة (استعمال الطرائق البيزية الضبابية لتقدير معلمات التوزيع Kibble Bivariate Gamma مع تطبيق عملي) للطالبة بنت الهدى صاحب كطران / قسم الاحصاء قد جرت مراجعتها من الناحية اللغوية حتى غدت خالية من الاخطاء اللغوية والاسلوبية ولأجله وقعت.

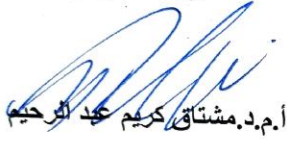
الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

جامعة كربلاء - كلية الإدارة والاقتصاد

## إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (استعمال الطرائق البزية الضبابية لتقدير معلمات التوزيع Kibble Bivariate Gamma مع تطبيق عملي) والمقدمة من قبل الطالبة " بنت الهدى صاحب كطران" وناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير ( ) .

  
أ.م.د. مشتاق كريم عبد الرحيم

عضوا

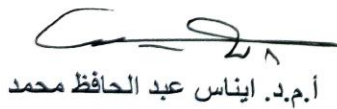
٢٠٢٣ / /



أ.د. عواد كاظم شعلان الخالدي.

رئيساً

٢٠٢٣ / /

  
أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد

عضوا ومشرفا

2023/ /

  
أ.م.د. صدى فايز محمد

عضوا

2023/ /

## إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالبة  
"بنت الهدى صاحب كطران" الموسومة بـ ( استعمال الطرائق البيزية الضبابية  
لتقدير معالم التوزيع Kibble Bivariate Gamma مع تطبيق عملي  
( ارشح هذه الرسالة للمناقشة.

أ.د. محمد حسين الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

## مصادقة مجلس الكلية

صديق مجلس كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.د. محمد حسين الجبوري

عميد كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2023/ /

## الإهداء ...

الى الذي لا يطيب الليل إلا بشكره ولا يطيب النهار إلا بطاعته .. ولا تطيب اللحظات إلا بذكره ...  
ولا تطيب الآخرة إلا بعفوه ... ولا تطيب الجنة إلا بقبوله

الله جل جلاله

إلى من بلغ الرسالة وأدى الأمانة ... ونصح الأمة ... نبي الرحمة ونور العالمين ...

محمد صلى الله عليه وآله الطيبين الطاهرين

الى سيد الشهداء الامام الحسين عليه السلام ... الى ساقى عطاشى كربلاء أبى الفضل العباس عليه السلام ...

الى كنز التضحية والايثار و صاحب القلب الكبير و تاج الزمان ومعلمي وملهمي الاب المثالي ...

والدي العزيز رحمه الله

إلى ملاكي في الحياة ... و معنى الحب والحنان والتقاني ... وبسمة الحياة وسر الوجود

من كان دعاؤها سر نجاحي وحنانها بلسم جراحي ...

أمي الحبيبة

الى من زرع العلم والأمل و علمنا ان النجاح له قيمه ... منارة العلم التي تضيء الطريق

منك تعلمنا أن الأفكار المهمة تحتاج إلى من يفرسها

أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد

إلى أحبائي وسندي في الحياة ... أخوتي وأخواتي وأولادهم

اهدي ثمرة جهدي هذا .....

**الباحثة**

**بنت الهدى صاحب**

## شكر وإمتنان ...

الحمد لله الذي ادعوه فيجيبني وان كنت بطيئاً حين يدعوني . الحمد لله الذي أسأله فيعطيني وان كنت بخيلاً حين يستقرضني . الحمد لله الذي تحبب الي وهو غني عني . فربي احمد شيء عندي وأحق بحمدي . الحمد لله رب العالمين وصلى الله على سيدنا محمد والة الطيبين الطاهرين واصحابه الغر الميامين ، الحمد لله الذي منّ عليّ بنور العلم ، وأنار لي الدرب، وهداني لما أنا فيه، ووفقني في أن أوفي لمن (علمني حرفاً وملكني عبداً) أعني بهم أساتذتي الفضلاء الذين لم يبخلوا علي بنصح أو مشوره.

أتقدم بجزيل الشكر والامتنان والتقدير الى استاذتي الفضلى (الاستاذ المساعد الدكتور ايناس عبد الحافظ محمد ) لما بذلتة من جهود علمية طول مدة إشرافها على هذه الرسالة .

كما اتقدم بجزيل الشكر والامتنان إلى الأستاذ الفاضل رئيس لجنة المناقشة المحترم واعضاءها المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة الرسالة وعلى أرائهم التي طرحوها . و الشكر والامتنان الى المقوم العلمي والمقوم اللغوي

ومن واجب الوفاء أن اتقدم بالشكر الجزيل لأساتذتي في قسم الإحصاء- كلية الادارة والاقتصاد-جامعة كربلاء الذين رفدوني بالعلم والمعرفة خلال دراستي التحضيرية ، سائلين العزيز القدير إن يوفقهم ويجزيهم خير الجزاء.

كل الشكر والامتنان الى من يعز علينا فراقه الى من فرحني وشجعني الى من كان السبب بدراسة الماجستير الى من كنت اتمنى ان يحضر مناقشتي الى اغلى مافي الكون والذي العزيز رحمه الله واسكنه فسيح جناته.

الى من ضحت من اجلي بالكثير وعانت من اجلي الكثير ، علمتني معنى الحب وعلمتني معنى العطف اهديها كل الحب الذي في الارض وكل نسمة هواء في السماء اهديها كل مافي قلبي اهديها كلمه شكراً (امي الغالية) .

اقدم كل كلمات الشكر والعرفان الى صاحب القلب الطيب والنفس الابيه، إلى من ساندني ومسك بيدي للاستمرار فالكلمات والعبارات لن توفي شيء من حقه ولو بجزء بسيط عن ما قدمه لي اليك أهدي عبارات الشكر والتقدير الى زوجي الحبيب.

وآخر دعوانا إن الحمد لله رب العالمين



## قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع
ب	الاية القرآنية
ت	الإهداء
ث	شكر وامتنان
ض	المستخلص
	<b>الفصل الأول (منهجية الرسالة والإستعراض المرجعي)</b>
١	١.١ مقدمة (Introduction)
٣	١.٢ مشكلة الرسالة (Problem of the thesis)
٣	١.٣ هدف الرسالة
٣	١.٤ الاستعراض المرجعي (Literature Review)
	<b>الفصل الثاني (الجانب النظري)</b>
٧	٢.١ تمهيد (Preface)
٨	٢.٢ بعض المفاهيم الأساسية في نظرية المجموعات الضبابية
٩	٢.٢.١ المجموعة التقليدية (Crisp set)
١٠	٢.٢.٢ المجموعة الضبابية (Fuzzy set)
١٢	٢.٢.٣ دالة الإنتماء (Membership function)
١٦	٢.٢.٤ المجموعة الضبابية المعيارية (Normalized Fuzzy Set)
١٧	٢.٢.٥ الأرقام الضبابية (Fuzzy Numbers)

١٨	٢.٢.٥.١ الرقم الضبابي المثلثي (Triangular Fuzzy Number)
١٨	٢.٢.٥.٢ الرقم الضبابي شبه المنحرف Trapezoidal Fuzzy Number
٢٠	٢.٢.٦ القطع الفا $\alpha$ -cut
٢٠	٢.٢.٧ مجموعة القطع الفا $\alpha$ -cut set
٢١	٢.٢.٨ مجموعة المستوى Level set
٢٢	٢.٢.٩ ارتفاع المجموعة الضبابية: Height of Fuzzy set
٢٢	٢.٢.١٠ نقطة عبور المجموعة الضبابية: Crossover point of the fuzzy sets
٢٢	٢.٢.١١ فضاء العينة الضبابي: Fuzzy sample space
٢٣	٢.٢.١٢ الحدث الضبابي: Fuzzy Event
٢٤	٢.٢.١٣ التوزيع الاحتمالي الضبابي: Fuzzy probability Distribution
٢٥	٢.٢.١٤ الاحتمال الشرطي الضبابي: Fuzzy Conditional Probability
٢٧	٢.٣ اسلوب بيز في التقدير: Bayesian Approach in estimation
٣١	٢.٣.١ دوال الخسارة: loss functions
٣٦	٢.٣.٢ دوال الكثافة الاحتمالية السابقة: prior probability density functions
٤١	٢.٤ توزيع كاما الثنائي الذي صيغته: Kibble
٤٧	٢.٥ طرائق بيز: Bayesian methods
٥١	٢.٥.١ مقدر بيز الضبابي في ظل دالة خسارة تربيعية FBSEL

٥٢	٢.٥.٢ مقدر بيز الضبابي في ظل دالة خسارة احترافية FBPEL
	الفصل الثالث (الجانب التجريبي)
٦٦	٣.١ تمهيد
٦٦	٣.٢ المحاكاة
٦٧	٣.٣ مراحل تطبيق تجارب المحاكاة
٧٢	٣.٤ مناقشة نتائج المحاكاة
	الفصل الرابع ( الجانب التطبيقي)
٨٩	٤.١ التمهيد
٩٠	٤.٢ كمية الامطار: The intensity of rainfall
٩١	٤.٣ شدة الامطار: The intensity of rainfall
٩٢	٤.٤ البيانات التطبيقية: Applied data
٩٤	٤.٥ اختبار البيانات: Data test
٩٤	٤.٥.١ اختبار ملائمة البيانات: Test of grandness off it
٩٤	٤.٥.٢ اختبار ارتباط المتغيرات: Test of correlation
٩٥	٤.٦ تضبيب البيانات: Data Fuzziness
١٠٣	٤.٧ تحليل البيانات: Data analyzing
	الفصل الخامس (الاستنتاجات والتوصيات)
١٠٤	٥.١ الإستنتاجات: Conclusions
١٠٥	٥.٢ التوصيات: Recommendations
	المصادر
١٠٦	أولاً: المصادر العربية
١٠٦	ثانياً: المصادر الأجنبية

## قائمة الجداول

رقم الجدول	عنوان الجدول	الصفحة
(٣-١)	القيم الإفتراضية لمعاملات توزيع كاما الثنائي - Kibble	٦٨
(٣-٢)	تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطا التكاملي <b>IMSE</b> عند أستعمال الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$ للانموذج الأول	٧٢
(٣-٣)	تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطا التكاملي <b>IMSE</b> عند أستعمال الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$ للانموذج الثاني	٧٤
(٣-٤)	تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطا التكاملي <b>IMSE</b> عند أستعمال الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$ للانموذج الثالث	٧٦
(٣-٥)	تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطا التكاملي <b>IMSE</b> عند أستعمال الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$ للانموذج الرابع	٧٨
(٣-٦)	تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطا التكاملي <b>IMSE</b> عند أستعمال الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$ للانموذج الخامس	٨٠
(٣-٧)	تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطا التكاملي <b>IMSE</b> عند أستعمال الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$ للانموذج السادس	٨٢
(٣-٨)	تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطا التكاملي <b>IMSE</b> عند أستعمال الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$ للانموذج السابع	٨٤
(٣-٩)	تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطا التكاملي <b>IMSE</b> عند أستعمال الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$ للانموذج الثامن	٨٦
(٣-١٠)	نسبة افضلية طرائق التقدير	٨٨
(٤-١)	$X$ كمية الامطار الساقطة على العراق مقاسة بالمللتر و $Y$ شدة الامطار الساقطة بوحدة الملم/ ساعة في كل محافظات العراق	٩٢

٩٤	إختبارات ملائمة البيانات	(٤-٢)
٩٤	احصاءات بيانات العينتين المترابطتين	(٤-٣)
٩٤	معامل ارتباط العينتين المترابطتين	(٤-٤)
٩٥	اختبار $t$ للعينتين المترابطتين	(٤-٥)
٩٦	المشاهدات الحقيقية ودرجة انتماء كل مشاهدة لكل متغير	(٤-٦)
١٠٠	المشاهدات الحقيقية ودرجة انتماء كل مشاهدة عند كل مستوى قطع لكل متغير	(٤-٧)
١٠٣	نتائج تحليل البيانات الحقيقية عند طرائق التقدير البيزية	(٤-٨)

## قائمة الاشكال

الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
١٠	التمثيل البياني للمجموعة التقليدية Crisp set	(٢-١)
١١	التمثيل البياني للمجموعة الضبابية Fuzzy set	(٢-٢)
١٣	مميزات دالة الإنتماء	(٢-٣)
١٥	المجموعة الضبابية المحدبة $\mu_A(t) \geq \mu_A(r)$	(٢-٤)
١٦	الرقم الضبابي Fuzzy Number	(٢-٥)
١٨	الرقم الضبابي المثلثي $\tilde{N} = (a_1/a_2/a_3)$	(٢-٦)
١٩	الرقم الضبابي شبه المنحرف $\tilde{M} = (a_1/a_2, a_3/a_4)$	(٢-٧)
٢٠	مجموعة القطع $A^\alpha$ والقطع $\alpha$ للمجموعة الضبابية	(٢-٨)
٢١	مجموعة المستوى $\Lambda$	(٢-٩)
٢٣	الأحداث الضبابية	(٢-١٠)
٧٢	منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الاول	(٣-١)
٧٤	منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الثاني	(٣-٢)
٧٦	منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الثالث	(٣-٣)
٧٨	منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الرابع	(٣-٤)
٨٠	منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الخامس	(٣-٥)
٨٢	منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج السادس	(٣-٦)
٨٤	منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج السابع	(٣-٧)
٨٦	منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الثامن	(٣-٨)

هدفت هذه الرسالة ألى تقدير معلمات توزيع كاما الثنائي لـ Kibble باستعمال الطريقة البيزية القياسية في التقدير في ظل قياسات متغيرين عشوائيين مترابطين ضبابيين في ظل دالة الخسارة التربيعية ودالة خسارة احترازية (Precautionary Loss Function). تناولت الرسالة جانبين ، الاول الجانب التجريبي الذي به تم استعمال تجارب محاكاة مونت كارلو لاختبار افضلية طريقي التقدير المستعملة في هذه الرسالة وتم التوصل من خلال تجارب المحاكاة الى ان طريقة بيز عند دالة خسارة احترازية سجلت اعلى نسبة افضلية بلغت (79%) مقارنة بطريقة بيز عند دالة خسارة تربيعية بنسبة افضلية (21%). وعند القطع (Alpha-cut=0.3) كانت طريقة بيز عند دالة خسارة تربيعية هي الفضلى بنسبة افضلية (60%). بينما سجلت طريقة بيز عند معامل قطع (Alpha-cut=0.5, ) نسبة (20%) لكل معامل قطع وهذا يدل على انه كلما زاد القطع في المجموعة الضبابية قلت معه افضلية دالة لخسارة التربيعية لمقدر بيز. وسجلت طريقة بيز عند دالة خسارة احترازية وعند معامل قطع (Alpha-cut=0.3) نسبة افضلية بلغت (26%) بينما سجلت عند معاملي قطع (Alpha-cut=0.5, 0.8) نسبة افضلية بلغت (37%) لكل معامل قطع وهذا يدل على ان طريقة بيز عند دالة خسارة احترازية تكون هي الافضل كلما زاد القطع في المجموعة الضبابية. اما في الجانب التطبيقي فقد تم استعمال طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية في ظل بيانات تمثل متغيرين عشوائيين هما (X) كمية الامطار الساقطة على العراق مقاسة بالملتر و (Y) شدة الامطار الساقطة بوحدة الملم/ ساعة في كل محافظات العراق وبواقع (150) قراءة وتعبر كل قراءة عن كمية الامطار وشدة الامطار في (24) ساعة اذ تم اختبار المتغيرات من حيث ارتباطها وملائمتها لتوزيع كاما الثنائي لـ Kibble. وتم التوصل في الجانب التطبيقي الى تفوق طريقة بيز في ظل دالة الخسارة الاحترازية باستعمال البيانات الحقيقية عند معامل القطع (Alpha-Cut=0.5) كونها سجلت اقل متوسط مربعات خطأ بلغ (0.001062). أي أن كلما زاد القطع بالمجموعة الضبابية قلت العناصر التي لها انتماء اقل او تساوي القطع ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير. وان المعلمات المقدرة عند البيانات الحقيقية اقرب ما تكون للمعلمات الافتراضية ( $\alpha=4.5, \beta=2, \rho=0.9$ ) والتي اعطت افضل النتائج في تجارب المحاكاة.

# الفصل الأول

## منهجية الرسالة والإستعراض المرجعي



## ١.١ مقدمة (Introduction)

في كثير من تطبيقات الحياة الحقيقية تتطلب دراسة أكثر من متغير . وهذا يعني الحاجة الى نمذجة توزيعات متعددة المتغيرات لتوضيح سلوك هذه المتغيرات مجتمعة والذي من الممكن ان يكون هنالك اعتمادية فيما بينها. وتعد التوزيعات الثنائية المتغير (Bivariate distributions) احدى التوزيعات التي تدرس سلوك متغيرين قد يكونا مستقلين او مترابطين والتي لها من الأهمية الكبيرة في معرفة سلوك بعض الظواهر المهمة . وبما أن عملية التقدير تعتمد على المشاهدات والتي في كثير من الاحيان لا يمكن تسجيلها بدقة نظراً لاختفاء التجربة ، الحكم الشخصي ، أو بعض المواقف غير المتوقعة. عندئذ تكون العشوائية والضبابية خليطاً فيها ويعبر عنها بأرقام ضبابية ، لذلك لابد من إعمام أساليب التقدير الاحصائي التقليدية للأرقام الحقيقية إلى أرقام ضبابية لغرض الوصول الى تقديرات أكثر دقة من تلك التي تنتجها التقديرات التقليدية. يتولد في الكثير من التطبيقات العملية ، في الصناعات ، وقياس الجهد ، والتيار ، ودرجة الحرارة والحقل الطبي ، وما إلى ذلك ، خطأ في القياس وهذا يسبب عدم الدقة في البيانات لذلك يمكن تمثيل عدم الدقة هذه بواسطة المبدأ الضبابي باستعمال دوال انتماء معينة تحدد درجة أهمية الكائن بالنسبة لمجموعته.

يعد توزيع كما من التوزيعات المهمة في تحليل المعولية ونظرية البقاء ودراسة الظواهر المختلفة والذي لاقى اهتماماً كثيراً من الباحثين. تم تطوير توزيع كما بمتغير واحد ( Univariate Gamma distribution ) الى اشكال مختلفة من توزيعات كما الثنائية ليشمل متغيرين مترابطين ومنها توزيع كما الثنائي لـ Kipple وتوزيع كما المزدوج (Double Gamma) وتوزيع كما الثنائي لـ Cheriyan وتوزيع كما الثنائي لـ Gunst & Webster وتوزيع كما الثنائي لـ Loaiciga & Leipnik . وقد جاءت هذه الرسالة لدراسة واحد من توزيعات كما الثنائية لـ Kipple كونه يقدم تفسيرات مهمة بالنسبة للمتغيرات التي تكون مترابطة فيما بينها إذ يأخذ بنظر الإعتبار الارتباط بين

المتغيرات على شكل معلمة تدخل ضمن دالة التوزيع الإحتمالي له والتي تكون مفيدة في تحليل المعولية وتحليل البقاء .

أشتملت الرسالة على خمسة فصول:

الأول منهجية الرسالة ضم المقدمة ، مشكلة الرسالة ، هدف الرسالة والإستعراض المرجعي لأهم البحوث وبعض الدراسات السابقة ذات الصلة بموضوع الرسالة .  
الثاني تضمن الجانب النظري الذي تطرق لأهم المفاهيم الاساسية الخاصة بنظرية المجموعات الضبابية ونظرية بيز ودالة بسل الخاصة والبيانات المترابطة واسلوب بيز في التقدير وعرض طرائق بيز المستعملة في تقدير معلمات التوزيع .  
الثالث شمل الجانب التجريبي، اذ تضمن تجربة محاكاة باستعمال محاكاة مونت كارلو لاختبار طرائق التقدير .

الرابع تضمن الجانب التطبيقي، إذ استعملت بيانات حقيقية تمثل متغيرين عشوائيين هما (X) كمية الامطار الساقطة على العراق مقاسة بالمللتر و(Y) ويمثل شدة الامطار الساقطة بوحدة الملم/ساعة في كل محافظات العراق وبواقع (١٥٠) قراءة وتعبر كل قراءة عن كمية الامطار وشدة الامطار في (٢٤) ساعة

الخامس شمل أهم الاستنتاجات والتوصيات التي تمخضت عنها الرسالة وتم التوصل اليها في الجانبين التجريبي والتطبيقي.

## ١.٢ مشكلة الرسالة (Problem of the thesis)

١. تعاني البيانات المسجلة عن كميات الأمطار الساقطة على الأراضي العراقية وشدتها من عدم الدقة في قياساتها، وعليه فإن استعمال الأنموذج الاحتمالية لتقدير كميات الأمطار وشدتها ستعاني من عدم دقة النتائج التي نتوصل إليها وخاصة مايتعلق منها بالتنبؤ بهذه الكميات وشدتها مستقبلاً.

٢. عدم وجود تقديرات لمعلمة توزيع كاما الثنائي (الذي وصفه Kibble) في ظل بيانات ضبابية، ودوال خسارة محددة.

## ٣.١ هدف الرسالة (Aim of the thesis)

تهدف الرسالة ألى

١. تقدير معلمات (ومنها الأنموذج الاحتمالي) توزيع كاما الثنائي Kibble في ظل بيانات ضبابية ودوال خسارة محددة.

٢. التنبؤ بكميات الأمطار الساقطة على الأرض العراقية وشدتها مستقبلاً

## ٤.١ الاستعراض المرجعي (Literature Review)

يعد الباحث (Kipple, ١٩٤١) أول من اشتق توزيع كاما الثنائي وسمي بإسمه باستعمال متغيرين عشوائيين مترابطين لكل منها توزيع كاوسي وذلك بالتعبير عنهما كمتسلسلة ثنائية في صيغة متعددة حدود هرميتية (Hermit Polynomials) التي وصفها (Mehler, ١٨٦٦) . (Kipple, ١٩٤١)

هناك العديد من الدراسات والبحوث التي تناولت توزيع كما الثنائي لـ Kipple ندرج بعضاً من تلك الدراسات والبحوث وكما يأتي:

في عام (٢٠٠٥) وصف (Iliopoulos et al.) التقدير البيزي لمعلمات توزيع كما لثنائي لـ Kipple واقترحوا خوارزمية سلسلة ماركوف مونت-كارلوا (MCMC) (Markov chain Monte Carlo) لتسهيل التقدير واستعملوا اجراء اختبار الفرضيات البيزي لاختبار فرضية الاعتمادية بين المتغيرات واقترحوا ايضاً طريقة عكسية لخوارزمية MCMC لتنفيذ مشكلة اختيار الانموذج وذلك عن طريق تجارب محاكاة مونت-كارلوا وتوصلوا الى ان طريقة بيز في القدير ملائمة وتعطي نتئج فعالة وكفوة في تقدير معلمات توزيع كما الثنائي لـ Kipple . (Iliopoulos et al., ٢٠٠٥)

في عام (٢٠٠٦) استعمل (Nadarajah & Gupta) توزيع كما الثنائي لـ Mckay وتوزيع كما الثنائي لـ Kipple في نمذجة تدفق المياه وقارنا الخصائص الرياضية للتوزيعين وتوصلا الى ان توزيع كما الثنائي لـ Kipple افضل من توزيع كما الثنائي في نمذجة تدفق المياه (Mckay, ٢٠٠٦)

في عام (٢٠١٤) اشتق (Chen et al.) توزيع كما العمومي الثنائي من توزيع كما الثنائي لـ Kipple باستعمال تحويل القوى (Power transformation) وقدموا الخصائص الاساسية للتوزيع الجديد وقدروا معلمات التوزيع الجديد باستعمال طريقة العزوم (MM) وطريقة دوال الاستدلال الحدية (IFM)، وقاموا بتقييم طرائق التقدير باستعمال تجارب محاكاة مونت-كارلوا باستعمال معيار المقارنة متوسط مربعات الخطأ (MSE) ، وتوصلوا الى ان طريقة IFM تفوقت على طريقة العزوم في تقدير معلمات التوزيع الجديد وانه يمكن أعمام توزيع Kipple ليكون متعدد المتغيرات. وكذلك تم تطبيق طرائق التقدير على بيانات حقيقة تمثل السيول في مقاطعة Madawak vasin of quebec في كندا وهي حجم السيول  $x_1$  وذروة السيول  $x_2$  . (Chen et al., ٢٠١٤)

في عام (٢٠١٧) اشتق (Kim & Kim) توزيع القيمة العظمى لـ Kipple باستعمال تحويلة (Laplace–Stieltjes transform) لمتغيرين هما  $Y_1$  و  $Y_2$  لهما توزيع كما الثنائي لـ Kipple واستنتج ان القيم العظمى  $\text{Max}(Y_1, Y_2)$  لهما التوزيع الأصلي نفسه عند عمليات ماركوف المستمرة بالزمن (Kim & Kim, ٢٠١٧)

في عام (٢٠١٨) اشتق (Tashkandy et al.) توزيع كما ثنائي الطرفين (Bilaretal Gamma distribution) لعدة توزيعات كما الثنائية المختلفة وهي توزيع كما المزدوج (Double Gamma distribution) وتوزيع كما الثنائي التام الاعتمادية (Complete dependency Gamma) وتوزيع كما الثنائي لـ Cheriyan وتوزيع كما الثنائي لـ Gunst & Webster وتوزيع كما الثنائي لـ Kibble وتوزيع كما الثنائي لـ Loaiciga & Leipink وتوزيع كما الثنائي لـ Nadarajah & Gupta . واستنتج ان توزيع كما ثنائي الطرفين لـ Kipple (Kipple's Bilaretal Gamma distribution) هو حالة خاصة من توزيع كما الثنائي الطرفين (Bilaretal Gamma distribution) وان توزيع كما ثنائي الطرفين لـ Kipple (Kipple's Bilaretal Gamma distribution) مطابق لتوزيع كما الثنائي الطرفين لـ Loaiciga & Leipink عندما تتساوى معلمات التوزيع. (Tashkandy et al., ٢٠١٨)

في عام (٢٠٢٠) استعمل (Lmondn & Marchand) التقدير البيزي والتنبؤي لعائلة من التوزيعات المختلطة اذ قدما تمثيلاً موحداً للتوزيع اللاحق والتوزيع التنبؤي لعائلة واسعة من التوزيعات المختلطة الثنائية المترابطة والتي تضمنت توزيع كما الثنائي لـ Kipple وتوزيع  $\chi^2$  وتوزيع F وتوزيع  $R^2$  في تحليل الانحدار المتعدد والتوزيعات الطبيعية الخليطة وتوزيع Lomax الثنائي .

نلحظ من الدراسات التي تم عرضها سابقاً ان بعض الباحثين قد اشتقوا صيغ مختلفة لتوزيع كما التثائي وبعضهم قدر معلمات توزيع كما التثائي لـ Kipple باستعمال طريقة بيز في التقدير باعتماد دالة خسارة تربيعية ولم نجد من الباحثين من استعمل المنطق الضبابي في تقدير معلمات توزيع كما التثائي لـ Kipple ولا حتى استعمال دالة خسارة احترازية (Precautionary Loss Function). ففي هذه الرسالة سيتم تقدير معلمات توزيع كما التثائي لـ Kipple باستعمال طريقة بيز في التقدير بافتراض صفة الضبابية في المتغيرات العشوائية بأستعمال نظرية المجموعات الضبابية والتوزيع الاحتمالي الضبابي وفضلاً عن استعمال دالة خسارة تربيعية سيتم استعمال دالة خسارة احترازية في تقدير معلمات توزيع كما التثائي لـ Kipple.

## الفصل الثاني

# الجانب النظري

## ٢.١ تمهيد (Preface)

في الكثير من الحالات في العالم الحقيقي ، يُفرض على الباحث التعامل مع بيانات مترابطة فيما بينها. اذ تظهر مثل هذه الحالات عادةً في التجارب السريرية التي تتضمن تحليل البقاء عندما تكون اوقات الحياة مترابطة، وعلم المياه او ما يسمى الهيدرولوجيا (التدفقات في منطقتين مختلفتين من النهر نفسه) ، وفي الطب هنالك حالات تتضمن بيانات مترابطة. وقد تم اقتراح العديد من النماذج لدراسة مثل هذه الحالات منها النماذج الأسية المزدوجة (Bivariate exponential models) ونماذج كاما الثنائية (Bivariate Gamma models) .

قدم توزيع كاما العمومي لأول مرة من لدن (Stacy, ١٩٦٢) ، وقد حظي باهتمام واسع النطاق في نمذجة بيانات اوقات الفشل الملتوية لليمين في تحليل المعولية ودوال البقاء ، على سبيل المثال ، التعرف على الكلام ، ونمذجة إشارات التشتت الخلفي فوق الصوتي ، والاتصالات اللاسلكية. وتعد التوزيعات الأسية ، وجاما ، أوييل ، ورايلي ، وناكاجامي هي حالات خاصة من توزيع كاما العمومي ، والتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي هو الحالات المحدودة منه. (Bologna, ١٩٨٧) . وفي الاونة الاخيرة استعملت هذه التوزيعات لمناقشة المشكلات ذات الصلة في قنوات الاتصالات اللاسلكية وتسجيل الصور . وغالباً ما يتم تسجيل بيانات المترابطة في ظروف يتخللها عدم الدقة الناتجة عن أخطاء القياس والمشاهدة او عدم توفر الظروف المناسبة لقياس تلك المشاهدات فتكون البيانات في هذه الحالة ضبابية ويتطلب بنا الامر توسيع المفاهيم التقليدية (الكلاسيكية) الى المفاهيم الضبابية لغرض التوصل الى افضل التقديرات والتي تكون ذات كفاية عالية ويعتمد عليها.

في هذا الفصل تم التطرق الى المفاهيم الأساسية في نظرية المجموعات الضبابية وكذلك عرضاً لأهم دوال الإنتماء والأرقام الضبابية والتوزيع الإحتمالي الضبابي والأحداث الضبابية.



والبيانات المترابطة ودول الكثافة الاحتمالية المشتركة وكذلك مفهوم دالة بسل ودالة بسل المعدلة والتوزيع ثنائي المتغيرات لـ Kipple وطرائق التقدير البيزية التي سيتم بها تقدير معلمات التوزيع في ظل دالة خسارة تربيعية ودالة خسارة أحترازية.

## ٢.٢ بعض المفاهيم الأساسية في نظرية المجموعات الضبابية:

تزداد أهمية المعرفة البشرية في الوقت الحاضر والتي تُكتسب من تجارب العالم الذي نعيش فيه واستعمال قدرتنا على التفكير في خلق كم من المعلومات (أي صياغة معرفتنا البشرية بطريقة منهجية)، ولكننا نضلُّ مقيدين في قدرتنا على إدراك العالم والتفكير العميق فيه فنجد أنفسنا في مواجهة عدم اليقين (عدم الدقة) في كل مكان وزمان والناج عن نقص المعلومات وعلى وجه الخصوص عدم الدقة في القياسات (المشاهدات) فنحن نفهم المعاني الأساسية للكلمة ونستطيع التواصل الى درجة مقبولة لغوياً ولكننا لا يمكننا الاتفاق بدقة فيما بيننا بالكلمة المفردة او المصطلحات ذات المعنى السليم فباختصار تكون لغاتنا الطبيعية ضبابية (غامضة) فتتخلل تصوراتنا للعالم الحقيقي مفاهيم ليس لها حدود محددة بشكل قاطع مثل "طويل" ، "اكثر بكثير" ، "صغير" ، وما الى ذلك فهي صحيحة الى حد ما وخاطئة الى حد ما ويمكننا تسمية هذه المصطلحات بالمفاهيم الضبابية أو الغامضة (Fuzzy)، وهي مفاهيم يعمل معها الدماغ البشري ولكن لا تعمل معها اجهزة الكمبيوتر ، فكلما نظر الفرد عن قرب الى مشكلة اصبحت الضبابية حلاً لها.

(Zadeh, ١٩٧٣)

وتعد الضبابية (Fuzziness) العملية التي يتم فيها تحويل القياسات غير الدقيقة إلى ضبابية (تقليدي إلى غامض) ويتم تشكيل القيم الضبابية عن طريق تحديد بعض أوجه عدم الدقة الموجودة في القيم التقليدية عن طريق استعمال دوال الإنتماء ، وتصف الضبابية غموض الحدث بينما تصف العشوائية عدم اليقين في وقوع الحدث. ويمكن أن نرى بشكل عام مجموعات غير تقليدية أي عدم يقين فيها ، ومن

ثم فإن لها حدوداً واضحة ، ولكن في حالة المجموعة الضبابية ، نظراً لحدوث عدم الدقة (عدم اليقين) ،  
 قد يتم تحديد الحدود بشكل ضبابي. (S. N. Sivanandam & et al., ٢٠٠٧)

### ٢.٢.١ المجموعة التقليدية (Crisp set)

ان المفهوم العادي للمجموعة وكما يعرف بـ (المجموعة التقليدية) بانها المجموعة التي تكون  
 العناصر فيها أما تنتمي او لاتتنمي اليها مع التمييز المطلق بين الإلتناء وعدم الإلتناء ، مع وجود حدود  
 واضحة ودقيقة جداً لكل عنصر ينتمي اليها فلا يسمح للعنصر ان يكون في المجموعة او لا يكون فيها في  
 الوقت نفسه .

لنكن  $\Omega$  مجموعة شاملة ، وان  $A$  مجموعة جزئية منها ، فان كل عنصر  $x$  في  $\Omega$  يمكن ان ينتمي أو لا  
 ينتمي للمجموعة  $A$  .

ولتكن  $\mu_A(x)$  دالة مميزة للمجموعة  $A$  تعطي لكل عنصر في المجموعة  $\Omega$  درجة إلتناء الى المجموعة  
 $A$  وتكون هذه الدالة ثنائية القيم  $\{0,1\}$  إذ أن:

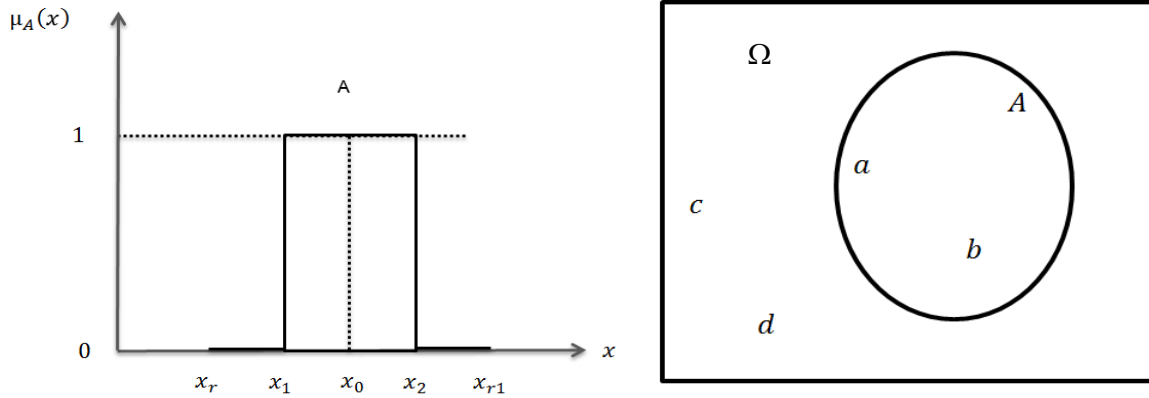
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in A \\ 0, & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

فاذا كانت  $\mu_A(x) = 1$  فان العنصر  $x$  له ائتناء تام للمجموعة  $A$

وإذا كانت  $\mu_A(x) = 0$  فان العنصر  $x$  لاينتمي بتاتاً للمجموعة  $A$

(H. Garg et al, ٢٠١٣, ٣٩٧) (A. Ibrahim, A. Mohammed, ٢٠١٧, ١٤٣)

والشكل (٢-١) يبين المجموعة التقليدية إذ نلاحظ فيه أن الإلتناء للعناصر  $x_r$  و  $x_{r+1}$  يساوي صفرأً  
 وللعناصر  $x_0$  و  $x_1$  و  $x_2$  يساوي واحداً ، وان العناصر فيها اما تنتمي للمجموعة او لاتتنمي اليها.



الشكل (٢-١) التمثيل البياني للمجموعة التقليدية (Crisp set)

(بشار، ٢٠١٨، ١٦)

## ٢.٢.٢ المجموعة الضبابية (Fuzzy set)

هي مجموعة حدودها غير دقيقة ، فيها كل عنصر له درجة انتماء معينة ، عن طريق دالة انتماء (Membership function) التي تُخصص لكل عنصر في المجموعة درجة انتماء في المجال، [٠.١] وفيها يسمح للعنصر او الكائن بالانتماء الجزئي (Partial Membership) .

(Pak, ٢٠١٧, ٥٠٤)

لتكن  $\Omega$  مجموعة شاملة فان المجموعة الضبابية الجزئية  $\tilde{A}$  من  $\Omega$  والمميزة بدالة انتماء  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  التي تنتج قيم بين [0, 1] لكل قيم  $x$  في فضاء العينة الضبابية وتعرف كما يأتي:

$$\tilde{A} = \{(x_i, \mu_{\tilde{A}}(x_i)), x \in \Omega, i = 1, 2, 3, \dots, n, 0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1\} \quad \dots (٢-١)$$

لنفرض ان  $\mu_{\tilde{A}}(x_0) = 1$  فان  $x_0$  ينتمي تماماً الى  $\tilde{A}$  واذا كانت  $\mu_{\tilde{A}}(x_1) = 0$  فان  $x_1$  لا ينتمي

الى المجموعة  $\tilde{A}$  أبداً ، واذا كانت  $\mu_{\tilde{A}}(x_1) = 0.8$  فان  $x_1$  ينتمي بدرجة ٠.٨ الى  $\tilde{A}$ . واذا كانت

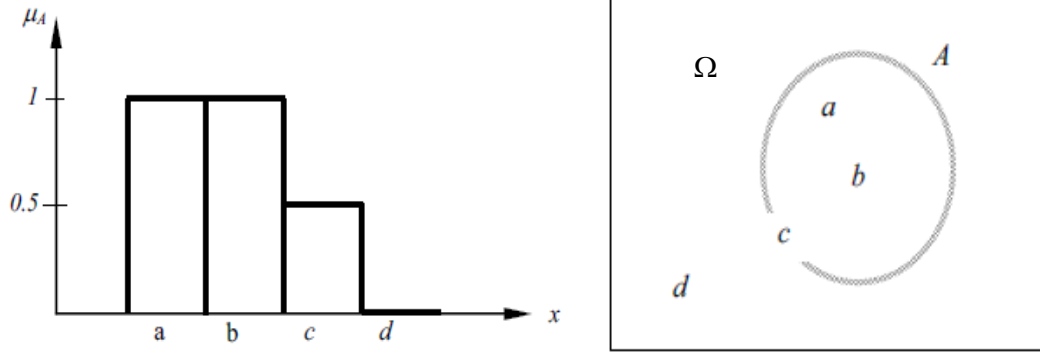
$\mu_{\bar{A}}(x)$  مساوية الى واحد أو صفر سنحصل على مجموعة جزئية غير ضبابية (Crisp subset) من

فضاء العينة  $(\Omega)$ . (Danyaro & et al., ٢٠١٠, ٢٤٠).

والشكل (٢-٢) يبين المجموعة الضبابية إذ نلاحظ فيه أن الإلتواء للعناصر  $a, c$  يمكن ان يقع بين

الصفر والواحد والعنصر  $b$  درجة إلتواءه تساوي واحداً، وان العناصر يمكن ان تنتمي للمجموعة  $A$

بدرجات إلتواء مختلفة.



الشكل (٢- ٢) التمثيل البياني للمجموعة الضبابية (Fuzzy set)

### ٢.٢.٣ دالة الإنتماء (Membership function)

تعد من الدوال الأساسية والمهمة في نظرية المجموعات الضبابية والتي تستعمل لتوليد انتماء العناصر ضمن المجموعة الضبابية إذ تولد قيماً ضمن المجال  $[0, 1]$  لتمثل درجة انتماء كل عنصر موجود في المجموعة الشاملة التقليدية ضمن المجموعة الضبابية (Fuzzy set) (Abboudi & et, 2020, 714). بمعنى آخر هي الدالة التي ترسم درجة أهمية العنصر (درجة الإنتماء) في المجموعة الشاملة الى المجموعة الضبابية ، وهي دالة ذات قيمة موجبة .

(Rutkowski, 2004, 7-8)

تمثل دوال الإنتماء بمخطط محوره الصادي (Y-axis) يمثل درجة الإنتماء للمجموعة والمحور السيني (X-axis) يمثل القيم الاعتيادية للمتغير الضبابي، وإن الشرط الاساس لهذه الدوال أن يكون مداها بين الصفر والواحد، عندما تكون درجة الإنتماء واحد تعني أن القيمة هي بالتأكيد تنتمي للمجموعة ودرجة الإنتماء صفراً تعني إن القيمة لا تنتمي للمجموعة، والقيمة البينية ما بين القيمتين  $(0, 1)$  تعرف درجات الإنتماء المتغيرة للمجموعة. وان دالة الإنتماء في المجموعة الضبابية هي أعمام للدالة المميزة للمجموعة التقليدية واعتماداً على نوع دالة الإنتماء يتم الحصول على انواع مختلفة من المجموعات الضبابية

(H. Garg et al, 2013, 398)

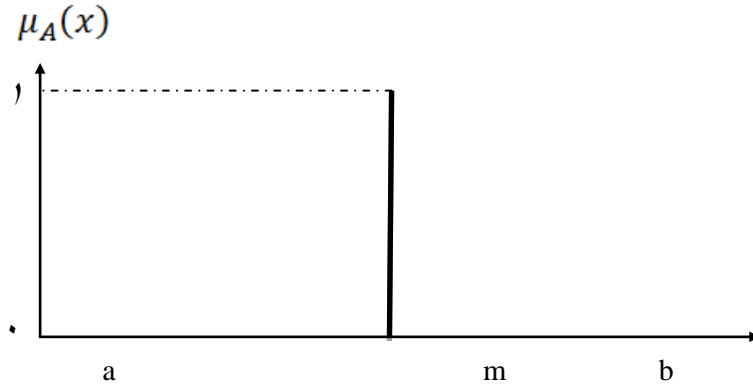
١ - دالة الإنتماء المفردة (Singleton membership Function)

هي من دوال الإنتماء الخطية وتأخذ القيمة (٠) لكل قيم المجموعة الشاملة فيما عدا النقطة المركزية (m) فانها تأخذ القيمة (١) لذا فهي تعد تمثيلاً للقيمة التقليدية، ويعبر عنها بالصيغة الآتية:

(Ghelli & et al., ٢٠١٦, ٥)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \neq m \\ 1 & \text{if } x = m \end{cases} \quad \dots (٢-٤)$$

والشكل (٢-٤) يبين دالة الإنتماء المفردة



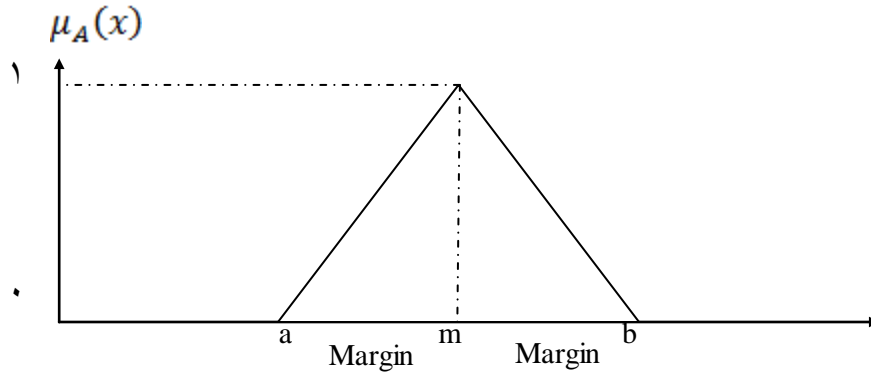
٢ - دالة الإنتماء المثلثية (Triangular membership Function)

هي من دوال الإنتماء الخطية وتكون محددة بثلاث معلمات هي حد أدنى (a) وحد أعلى (b) ومشروطة بقيمة مركزية (m) وتكون صيغتها كالاتي :

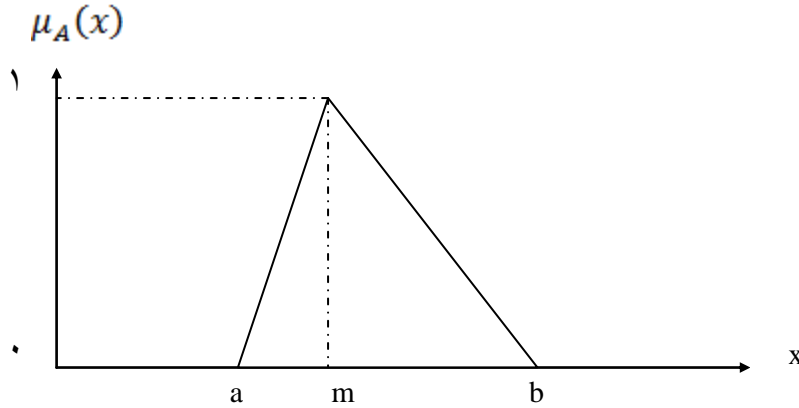
هي من دوال الإنتماء الخطية وتكون محددة بثلاث معلمات هي حد أدنى (a) وحد أعلى (b) ومشروطة بقيمة مركزية (m) وتكون صيغتها كالاتي :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{if } a < x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m} & \text{if } m < x < b \\ 1 & \text{if } x \geq b \end{cases} \quad \dots (2-5)$$

إذ أن  $a < m < b$  ، وتكون متماثلة إذا كانت القيم الحدية (Margin)  $b - m$  يساوي  $m - a$  والشكل (2-6) (a) يبين دالة الإنتماء المثلثية المتماثلة (b) يبين دالة الإنتماء المثلثية العامة. (Chaira, 2019, 6) (de Barros, 2017, 29).



(a)



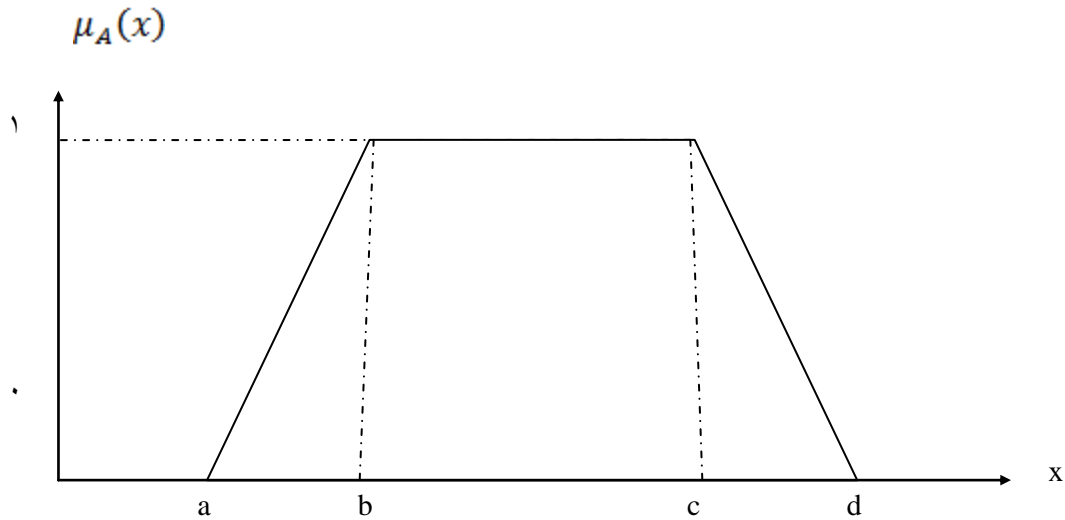
(b)

شكل (2-6) (a) دالة الإنتماء المثلثية المتماثلة (b) دالة الإنتماء المثلثية العامة

٣ - دالة الإنتماء شبه المنحرف (Trapezoid Function)

هي من دوال الإنتماء الخطية التي لها أربعة معلمات حد أدنى (a) وحد أعلى (d) ومشروطة بقيمتين مركزيين (b) و (c) على الترتيب وتكون صيغتها كالآتي: (Chaira, ٢٠١٩, ٦)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{if } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{if } c < x \leq d \\ 0 & \text{if } x \geq d \end{cases} \quad \dots (٢-٦)$$



شكل (٢-٧) دالة الإنتماء شبه المنحرف العامة

٤ - دالة كاما (Gamma membership Function)

من دوال الإنتماء اللاخطية وتكون معرفة بحد ادنى وقيمة  $k > 0$  ويمكن التعبير عنها بما يأتي :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq a \\ \frac{k(x-a)^2}{1+k(x-a)^2} & \text{if } x > b \end{cases} \quad \dots (٢-١٣)$$

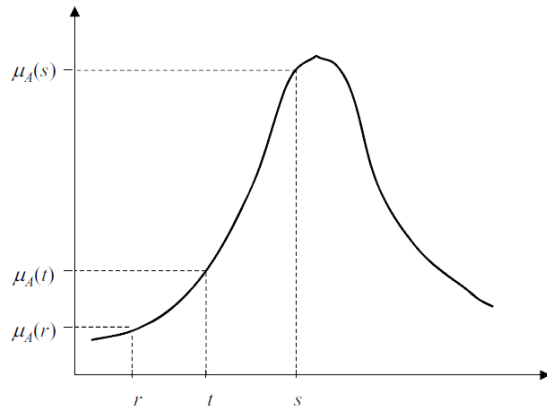


وتتميز هذه الدالة بنمو سريع يبدأ من  $a$  ، وان  $k$  يحدد معدل النمو، وتكون خطأ أفقياً عند 1 .

ويمكن ان يعبر عن هذه الدالة كدالة خطية بالصيغة الآتية:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a < x \leq b \\ 1 & \text{if } x > b \end{cases} \quad \dots (2-14)$$

(S. N. Sivanandam & et al, 2007, 77)



الشكل (2-14) المجموعة الضبابية المحدبة  $\mu_A(t) \geq \mu_A(r)$

### 2.2.4 المجموعة الضبابية المعيارية: (Normalized Fuzzy Set)

$\tilde{A}$  تدعى مجموعة ضبابية معيارية، إذا وجد عنصر مثل  $x \in X$  بحيث ان الحد الاقصى لدالة الإنتماء

يساوي واحداً والذي يمثل طول المجموعة الضبابية (Norm) أي أن:

$$\tilde{A}' = norm(\tilde{A}) \Leftrightarrow \mu_{\tilde{A}'}(x) = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{hgt(\tilde{A})} ; \forall x \in X \quad \dots (2-17)$$

إذ أن:

دالة الإنتماء للمجموعة الضبابية  $\bar{A}$   $\mu_{\bar{A}}(x)$

دالة الإنتماء للمجموعة الضبابية المعيارية  $\bar{A}'$   $\mu_{\bar{A}'}(x)$

ارتفاع المجموعة الضبابية (Babuska, 1991, 229)  $hgt(\bar{A})$

### ٢.٢.٥ الأرقام الضبابية: (Fuzzy Numbers)

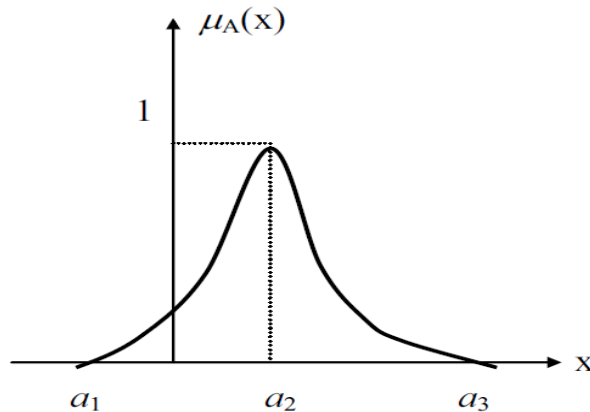
تستعمل الأرقام الضبابية لوصف حالة عدم التأكد (Uncertainty) ، وهي أرقام غالباً ما

تكون ثلاثية الشكل **Triangular** او شبه منحرفة الشكل **Trapezoidal** او اي شكل اخر .

والرقم الضبابي هو مجموعة ضبابية بالشروط الآتية : مجموعة ضبابية محدبة (Convex) ومعيارية

(Normalized) دالة الإنتماء  $\mu_{\bar{a}}$  شبه مستمرة من الاعلى مجموعة المستوى  $\alpha$  محددة لكل

$\alpha \in [0,1]$  معرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$ .



الشكل (١٥ - ٢) الرقم الضبابي (Fuzzy Number)

٢.٢.٥.١ الرقم الضبابي المثلثي (Triangular Fuzzy Number)

يعرف بثلاثة ارقام  $a_1, a_2, a_3$  إذ أن  $a_1 < a_2 < a_3$  وقاعدة المثلث المدة (الفترة)  $[a_1, a_3]$  ورأسه عند  $x = a_2$  ويمكن أن يكتب بالصيغة الآتية :

$$\tilde{N} = (a_1/a_2/a_3)$$

ويكون الرقم الضبابي المثلثي  $\tilde{N} = (a_1/a_2/a_3)$  مميزاً بدالة انتماء مثلثية (Triangular membership function) وصيغتها كالاتي :

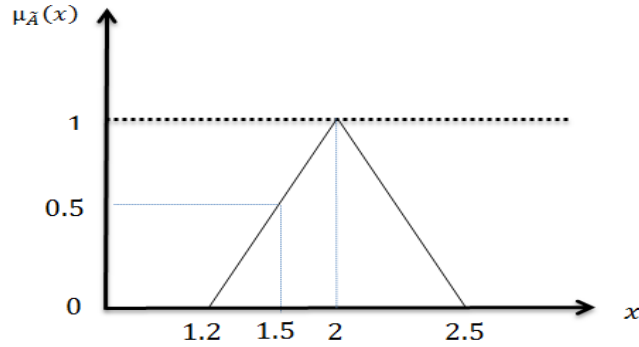
$$\mu_{\tilde{N}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2} & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad \dots (٢-١٧)$$

فمثلاً الرقم الضبابي المثلثي الآتي :

$$\tilde{N} = (1.2/2/2.4)$$

المبين في الشكل (٢-١٦) ونلاحظ انه  $\tilde{N} = (1.6) = 0.5$  و  $\tilde{N} = (2) = 1$

(Kwang, ٢٠٠٤, ٩)



الشكل (٢-١٦) الرقم الضبابي المثلثي  $\tilde{N} = (a_1/a_2/a_3)$

### ٢.٢.٥.٢ الرقم الضبابي شبه المنحرف (Trapezoidal Fuzzy Number)

يعرف باربعة ارقام  $a_1, a_2, a_3, a_4$  إذ  $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$  وقاعدة المثلث تمتد خلال المجال  $[a_1, a_4]$  وقيمته عند المجال  $[a_2, a_3]$  ويمكن ان يكتب بالصيغة الآتية :

$$\tilde{M} = (a_1/a_2, a_3/a_4)$$

ويكون الرقم الضبابي شبه المنحرف  $\tilde{M} = (a_1/a_2, a_3/a_4)$  مميز بدالة انتماء شبه منحرفة (Trapezoidal

membership function) وصيغتها كالاتي :

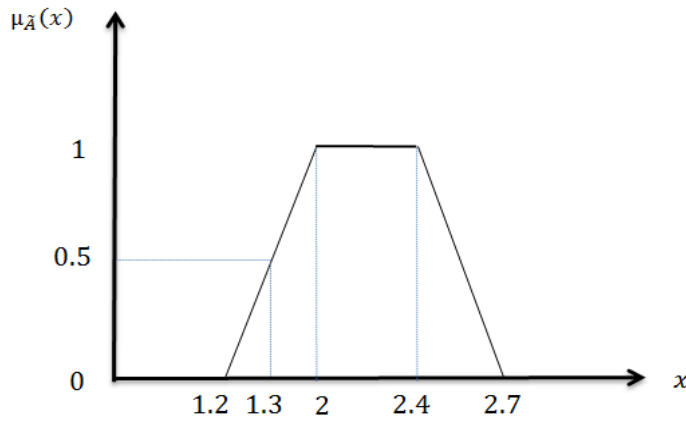
$$\mu_{\tilde{M}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ 1 & a_2 \leq x \leq a_3 \\ \frac{a_4-x}{a_4-a_3} & a_3 \leq x \leq a_4 \\ 0 & o.w \end{cases} \quad \dots (٢-١٨)$$

لتوضيح ما الرقم الضبابي الشبه المنحرف نفرض الرقم الضبابي الآتي :

$$\tilde{N} = (1.2/2, 2.4/2.7)$$

المبين في الشكل (٢-١٧) ونلاحظ أنه  $\tilde{N} = (2, 2.4) = 1$  و  $\tilde{N} = (1.3) = 0.5$

(Pak, ٢٠١٦, ٩٣)



الشكل (٢-١٧) الرقم الضبابي شبه المنحرف  $\tilde{M} = (a_1/a_2, a_3/a_4)$

### ٢.٢.٦ القطع الفا ( $\alpha$ -cut)

قدم مبدأ القطع في المجموعة الضبابية لأول مرة من الباحث زاده (Zadeha, ١٩٧١) ، وتعرف  $\alpha$

بانها ادنى درجة انتماء لاي عنصر في المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  وتقع قيمته ضمن الفترة  $[0, 1]$  . (H.

Garg et al, ٢٠١٣, ٣٩٨) ، والتي تمثل درجة انتماء العناصر المهمة كون الإنتماء المهم ينحصر

بين قيمتين  $(a_1, a_m)$  على خط الارتكاز للمجموعة الضبابية ( $Support \tilde{A}$ ) وماعدا تلك القيم يكون

قليل الأهمية وخارج نطاق العمل ( $cut - out$ ).

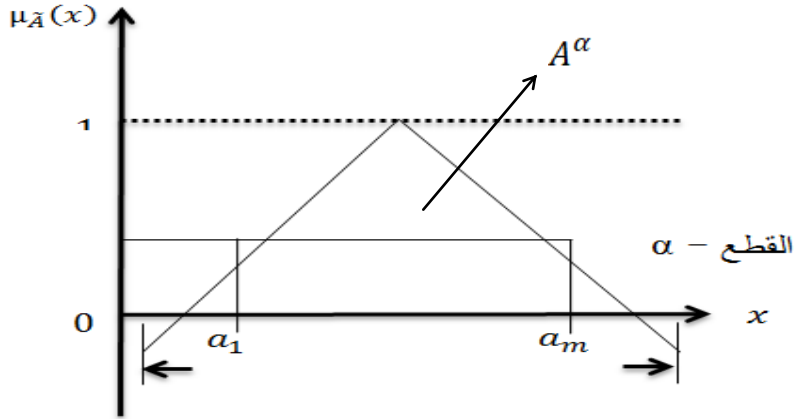
٢.٢.٢ مجموعة القطع الفا ( $\alpha$ -cut set)

يعرف القطع الفا للمجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  بأنه المجموعة التقليدية ، التي عناصرها تنتمي

للمجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  والتي لها درجة انتماء اكبر او تساوي  $\alpha$  ، ورياضياً يمكن ان نكتب كالاتي:

$$A^\alpha = \{\tilde{x} \in X; \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad \dots (٢-١٩)$$

إذ ان  $0 < \alpha < 1$  ،  $\Omega$  المجموعة الشاملة (Universe of discourse)

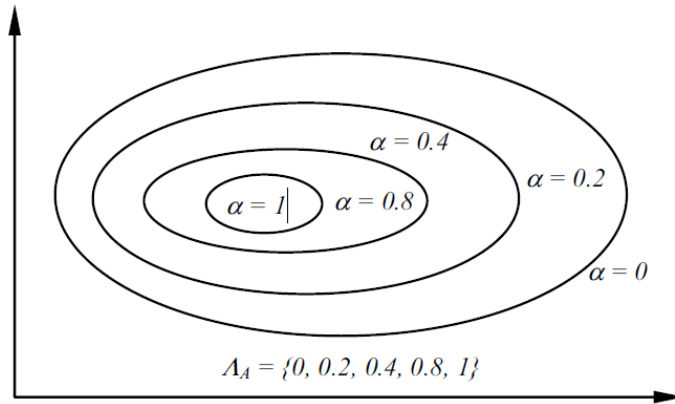


الشكل (٢-١٨) مجموعة القطع  $A^\alpha$  والقطع  $\alpha$  للمجموعة الضبابية  $\tilde{A}$

## ٢.٢.٨ مجموعة المستوى (Level set)

هي المجموعة المستحصل عليها من عدة قيم ل  $\alpha$  إذ أن (R. Yager, ٢٠٠٨, ٣٥٦٥):

$$\Lambda = \{ \alpha / \mu_{\tilde{A}}(x) = \alpha, \alpha > 0, x \in \Omega \} \quad \dots (٢-٢٠)$$



الشكل (٢-١٩) مجموعة المستوى  $\Lambda$

(Kwang H. Lee, ٢٠٠٤, ٩)

إذ نلاحظ من الشكل (٢-١٩) أنه كلما كبرت قيمة  $(\alpha)$  قل عدد العناصر التي لها درجة انتماء اكبر منها او تساويها ضمن المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  (أي تقل الضبابية).

## ٢.٢.٩ إرتفاع المجموعة الضبابية: Height of Fuzzy set

هو أقل الحدود العليا لدالة الإنتماء أي أن :

$$h(\tilde{A}) = \sup_{x \in \Omega} \mu_{\tilde{A}}(x) \quad \dots (٢-٢١)$$

(Gadjiev, ٢٠٢١, ٢٧٨)

٢.٢.١٠ نقطة عبور المجموعة الضبابية: Crossover point of the fuzzy sets

هي النقطة التي يكون العنصر في المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  له درجة انتماء تساوي ٠.٥ أي أن:

(Gadjiev, ٢٠٢١, ٢٧٨)

$$x = \{x \in \tilde{A}; \mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{1}{2}\} \quad \dots (٢-٢٢)$$

٢.٢.١١ فضاء العينة الضبابي: ( Fuzzy sample space )

هو الأجزاء الضبابية  $\tilde{x} = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n)$  من  $X = (X_1, \dots, X_n)$  ، بعبارة أخرى

هو مجموعة المجموعات الجزئية الضبابية لـ  $X$  بدوال انتماء لها قياس بوريل

( *Borel Measure* ) ، وتحقق قيد التعامد (Torabi, ٢٠٠٩, ١٦٢١) :

$$\sum_{\tilde{x} \in X} \mu_{\tilde{x}}(x) = 1 \quad \dots (٢-٢٣)$$

لكل  $x \in X$  ، ويسمى أيضا نظام المعلومات الضبابية (FIS) .

وان قياس بوريل نسبة لـ ( *Emile Borel* ) ، هو كل قياس معرف على مجموعات

بوريل، ومجموعات بوريل أي فضاء طوبولوجي يمكن تشكيله من المجموعات المفتوحة (المغلقة) عن

طريق التقاطع والاتحاد والاتمام النسبي ، والفضاء التوبولوجي مجموعة كل مجموعات بوريل في  $X$

جبر سيكما التي تسمى جبر بوريل ( *Borel Algebra* ) او جبر سيكما بوريل

( *Borel Algebra - \sigma* ) (بشار ، ٢٠١٨ ، ٢٢) .



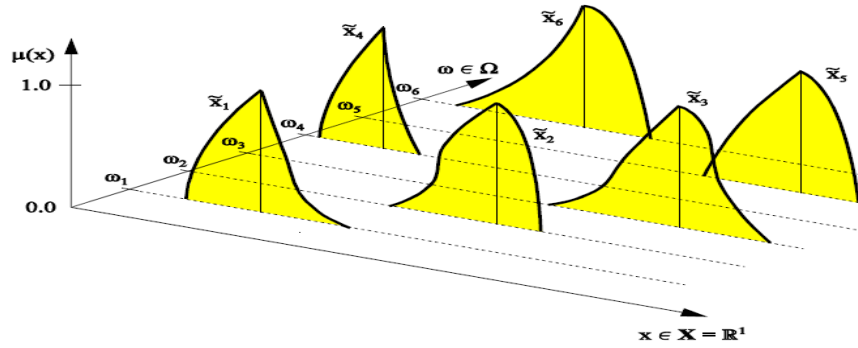
### ٢.٢.١٢ الحدث الضبابي (Fuzzy Event)

لتكن  $\Omega = (X_1, \dots, \dots, X_n)$  مجموعة في الفضاء الاقليدي (Euclidean space) التي تمثل المجموعة الشاملة و  $\Sigma$  أصغر حقل (جبر) سيكما بورل (Smallest Borel  $\sigma$ -Field) في  $(\Omega)$ . وأن أصغر حقل سيكما بوريل يضم أصغر جبر سيكما لكل المجموعات المفتوحة (المغلقة) عن طريق التقاطع والاتحاد والاتمام النسبي. (بشار، ٢٠١٨، ٢٢)

فان الحدث الضبابي من  $(\Omega)$  هو المجموعة الضبابية الجزئية (Fuzzy subset)  $\tilde{A}$  لأي نقطة  $x$

من  $(\Omega)$  التي دالة انتمائها  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  دالة قابلة للقياس بوريل (Borel measurable)

(Pak ٥٠٥, ٢٠١٧)



شكل (٢٠-٢) الأحداث الضبابية

### ٢.٢.١٣ التوزيع الاحتمالي الضبابي (Fuzzy probability Distribution)

في نظرية الاحتمالات ، اذا كانت لدينا تجربة بالمجموعة الشاملة  $\Omega$  بفضاء احتمالي  $(\Omega, \sigma, P_\theta)$  إذ  $(\Omega, \sigma)$  يمثل فضاء قابل للقياس (Mesurable) وان  $\sigma$  هو حقل السكما الذي يمثل كل الاحداث

الممكن تكوينها من المجموعة الشاملة والتي مقياسها الاحتمالي  $P_\theta$  الذي ينتمي الى عائلة المقياس

الاحتمالية  $\{P_\theta, \theta \in \Theta\}$  في  $(\Omega, \mathcal{F})$ . (Pak., ٢٠١٧, ٣)

ولتكن  $A \in \Omega$  تمثل مجموعة جزئية من المجموعة الشاملة ، فان احتمال اي نقطة في الفضاء الاقليدي

مثل  $x$  في  $A$  يكون كالآتي:

$$P_\theta(x) = \int_A dP_\theta$$

والذي يطابق:

$$P_\theta(x) = \int_A \mu_A(x) dP_\theta = E(\mu_A(x)) \quad \dots (٢-٢٤)$$

اذ ان  $\mu_A(x)$  تمثل الدالة المميزة لـ  $A$  والتي يعبر عنها كالآتي:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in A \\ 0 & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

اي ان احتمال وقوع اي حدث يساوي توقع دالته المميزة

فاذا كانت لدينا المجموعة الضبابية  $\tilde{A}$  في  $\Omega$  لها دالة انتماء  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  التي تربط كل نقطة  $x$  في  $\Omega$  عدد

حقيقي في المدة (الفترة)  $[0, 1]$  فان  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  تمثل درجة الإنتماء لـ  $x$  في  $\tilde{A}$ .

وان  $\Omega$  مجموعة في الفضاء الاقليدي ذو البعد  $(R)$  و  $\Sigma$  اصغر حقل سيكما - بوريل (Smallest

Boral  $\sigma$ -field) في  $\Omega$ . فان التوزيع الاحتمالي الضبابي لقيم المجموعة الضبابية  $\tilde{x}$  هو الراسم

$P_\theta$  في  $\tilde{x}$  الى المدة (الفترة)  $[0, 1]$  بحيث:

$$P_{\theta}(\tilde{x}) = \int_{\Omega} \mu_{\tilde{A}}(x) dP_{\theta} = E(\mu_{\tilde{A}}(x)) ; \tilde{x} \in \tilde{X} \quad \dots (2-25)$$

أي ان احتمال وقوع الحدث ضبابي هو توقع دالة انتماءه

إذ أن  $P_{\theta}(\tilde{x})$  مقياس احتمال العنصر  $\tilde{x}$  و  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  دالة انتماء العنصر  $x$  في المجموعة الضبابية

الجزئية  $\tilde{A}$  (Wang & et al. , ٢٠١٩, ٤)

### ٢.٢.١٥ الاحتمال الشرطي الضبابي (Fuzzy Conditional Probability)

نفرض ان  $P_{\theta}$  يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$  بدالة كثافة احتمالية  $g(X)$ ، فان دالة

الكثافة الشرطية للـ  $X$  عندما تكون  $\tilde{A}$  معرفة كالآتي :

$$g(X/\tilde{A}) = \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)g(x)}{\int \mu_{\tilde{A}}(x)g(x)dx} \quad \dots (2-26)$$

وهي المجموعة المؤلفة من كل الاحداث المشاهدة من التجربة المحددة بنظام المعلومات الضبابية FIS

(Fuzzy Information System) المرتبط بها. (Pak, ٢٠١٧, ٥٠٥)

### ٢.٣ اسلوب بيز في التقدير (Bayesian Approach in estimation)

سمي منهج بيز نسبةً الى الفيلسوف والرياضي الانجليزي توماس بيز (Tomas Bayes) ونشرها بعد وفاته ريتشارد برايس (Price, R.) عام (١٧٦٣)، اللذان يعدان أول من كتب العلاقة بين الاحتمالات الحدية والشرطية . إلا أن بيير سيمون لابلاس (Pierre-Simon Laplace) هو من ابتكر صيغة شاملة من هذه المنهجية لتتناول موضوعات الميكانيكا السماوية، الإحصاء الطبي، والمعولية، والتشريع . والاحتمال البايزي السابق، الذي يستعمل المُعطيات السابقة المُتمثلة التي تتبع قانون لابلاس (قانون الاستنتاج غير الكافي)، والذي أُطلق عليه اسم الاحتمال العكسي (Inversion probability) لأنه يُستنتج بشكل عكسي من المشاهدات وحتى المعاملات، أو من التأثيرات وحتى الأسباب. وبعد عشرينيات القرن الماضي، فإن الاحتمال العكسي حل محله على الأغلب مجموعة من المناهج التي أصبحت تُسمى بالإحصاءات التكرارية (Howson, C. & Urbach, P., ٢٠٠٥). وبذلك وجدت مدرستان في التقدير: الأولى تسمى المدرسة الكلاسيكية (التكرارية) والتي تفترض أن المعلمات المراد تقديرها كميات ثابتة يتم تقديرها بالطرائق التقليدية مثل طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة العزوم وغيرها، والآخرى تسمى المدرسة البيزية والتي تفترض أن المعلمة (المعلمات) المجهولة الخاصة بالتوزيع الاحتمالي تعد كمغيرات عشوائية وان هنالك معلومات سابقة عنها (اولية) تصاغ تلك المعلومات على شكل توزيع احتمالي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية السابقة (Prior Probability function) وعادة ما يكون هذا التوزيع غير ملائم. يتم التعرف على هذه المعلومات من بيانات وتجارب سابقة أو من النظرية التي تحكم الظاهرة. وايضاً تعتمد نظرية بيز على المعلومات الحالية للعينة التي يمكن ان تُمثل بدالة الامكان (Likelihood Function) الخاصة بالمشاهدات الحالية . ودمج دالة الكثافة الاحتمالية السابقة للمعلمات مع دالة الامكان الاعظم للمشاهدات الحالية نحصل على التوزيع الاحتمالي

اللاحق (Posterior) وعند دالة خسارة (Loss Function) التي يمكن عن طريقها قياس الخسارة الناتجة عن اتخاذ القرار بالاعتماد على قيمة ( $\theta$ ) بينما القرار الواجب اتخاذه يعتمد على ( $\theta$ ) اي وجود فرق بين المعلمة وتقديرها.

لذلك فإنه لإيجاد مقدر بيز يجب ان نحصل على الآتي :

١ - الدالة الاساسية وهي الدالة الاحتمالية لتوزيع البيانات  $f(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta)$  ومنها نحصل على دالة

الامكان للمشاهدات الحالية  $l(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta)$ .

٢ - الاحتمال السابق (prior distribution) (قبل المعاينة)  $\pi(\theta)$

٣ - نجد الاحتمال اللاحق (Posterior Distribution) (بعد المعاينة)

حسب نظرية بيز نحصل على التوزيع اللاحق باستعمال صيغة بيز

العكسية (Bays Inversion Formula) وكالاتي:

$$h(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{l(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta) \pi(\theta)}{\int_{\forall \theta} l(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta) \pi(\theta) d\theta} \dots (2-27)$$

وتُعرف بأنها دالة شرطية لمجال المعلمة (المعلمات) ( $\theta$ ) بوجود معلومات العينة الحالية وهي دالة

تمثل كل المعلومات السابقة والحالية عن ( $\theta$ ) المراد تقديرها .

ويمكن كتابة المعادلة (2-27) كالاتي:

$$f(t) = \int l(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta) \pi(\theta) d\theta \dots (2-28)$$

والتي تمثل دالة الكثافة الاحتمالية الحدية (Marginal p. d. f) للمتغير العشوائي المشاهد ( $t$ ) وتسمى

بتأبث التناسب .

وأن:

$$g(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta) = l(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta) \pi(\theta) \quad \dots (2-29)$$

تمثل دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة (Joint p. d. f). إذ يمكن التعبير عن دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة بشكل تناسبي مع دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة وكالاتي:

$$h(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) \propto g(t_1, t_2, \dots, t_n | \theta) \quad \dots (2-$$

30)

ومن ثم فإن مقدر بيز ( $\hat{\theta}_{Bayes}$ ) للمعلمة (المعلمات) ( $\theta$ ) يمكن الحصول عليه باستعمال اي دالة خسارة (**Loss Function**) إذ يرمز لها بالرمز  $l(\hat{\theta}, \theta)$  التي يعد توفرها أمراً أساسياً في طريقة بيز في التقدير خلافاً للطرائق الأخرى، يتم إيجاد توقع دالة الخسارة (**Expected Loss Function**) الذي يعرف بدالة المخاطرة (**Risk Function**) ويرمز لها بالرمز  $R(\hat{\theta}, \theta)$  وكالاتي:-

$$R(\hat{\theta}, \theta) = E[l(\hat{\theta}, \theta)] \\ = \int_{\forall \theta} l(\hat{\theta}, \theta) h(\theta | t_1, t_2, \dots, t_n) d\theta \quad \dots (2-$$

31)

إذ إن مقدر بيز ( $\hat{\theta}_{Bayes}$ ) للمعلمة (المعلمات) ( $\theta$ ) هو المقدر الذي يجعل دالة المخاطرة في نهايتها الصغرى أي يجعلها أقل.

وللأعمام اذا كانت  $g(\underline{\theta})$  دالة بالمعلمة (المعلمات)  $(\underline{\theta})$  وأردنا إيجاد مقدر الدالة  $g(\underline{\theta})$  بطريقة بيز فإنه بالاعتماد على دالة الكثافة

الاحتمالية اللاحقة للدالة  $g(\underline{\theta})$  يمكن إيجاد دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة للدالة  $g(\underline{\theta})$  أي

$$h(g(\underline{\theta})|t_1, t_2, \dots, t_n)$$

وكالاتي:

$$h(g(\underline{\theta})|t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{\int_{\forall \underline{\theta}} g(\underline{\theta}) l(t_1, t_2, \dots, t_n | \underline{\theta}) \pi(\underline{\theta}) d\underline{\theta}}{\int_{\forall \underline{\theta}} l(t_1, t_2, \dots, t_n | \underline{\theta}) \pi(\underline{\theta}) d\underline{\theta}} \quad \dots (2-32)$$

فإنه يمكن تقدير الدالة  $g(\underline{\theta})$  عند اي دالة خسارة ولتكن:

$$l(\hat{g}(\underline{\theta}), g(\underline{\theta})) = g(\underline{\theta})_{Loss} \quad \dots (2-33)$$

فان مقدر بيز للدالة  $g(\underline{\theta})$  باستعمال دالة خسارة معينة هو التوقع لدالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة للدالة  $g(\underline{\theta})_{Loss}$  أي يكون:

$$\hat{g}(\underline{\theta}) = E_g(g(\underline{\theta})_{Loss} | t_1, t_2, \dots, t_n)$$

$$= \int_{\forall g(\underline{\theta})} g(\underline{\theta})_{Loss} h(g(\underline{\theta}) | t_1, t_2, \dots, t_n) d g(\underline{\theta}) \quad \dots (2-34)$$

$$= \int_{\forall g(\underline{\theta})} \frac{\int_{\forall \underline{\theta}} g(\underline{\theta})_{Loss} l(t_1, t_2, \dots, t_n | \underline{\theta}) \pi(\underline{\theta}) d\underline{\theta}}{\int_{\forall \underline{\theta}} l(t_1, t_2, \dots, t_n | \underline{\theta}) \pi(\underline{\theta}) d\underline{\theta}} d g(\underline{\theta}) \quad \dots (2-35)$$

إذ إن مقدر بيز  $(\hat{g}(\underline{\theta}))_{Bayes}$  للدالة  $g(\underline{\theta})$  هو المقدر الذي يجعل دالة المخاطرة في نهايتها الصغرى أي يجعلها أقل مايمكن.

## ٢.٣.١ دوال الخسارة (Loss Functions)

تختلف التقديرات البيزية تبعاً لاختلاف أنواع دوال الخسارة الذي يعد توفرها ضرورياً على العكس من الأساليب الأخرى لتقدير معلمة أو متجه المعلمات ( $\hat{\theta}$ ) بهدف الحصول على مقدر بيزي تكون عنده الخسارة (المتوقعة اللاحقة اقل ما يمكن) ، وهذا المقدر يرتبط بشكل رئيس بدالة المخاطرة (**Risk function**) ويجعلها في نهايتها الصغرى ، التي يتم الحصول عليها عن طريق اخذ التوقع لدالة الخسارة (**Expected Loss Function**) ويرمز لها بالرمز  $R(\hat{\theta}, \theta)$  وذلك لغرض إختبار دقة الأسلوب البيزي للحصول على المعلمة (المعلمات) المقدر ، وتعد دالة الخسارة مقياساً لمقدار الخسارة الناتجة عن اتخاذ القرار الذي يعتمد على المقدر البيزي.

وتعرف دالة الخسارة بأنها كمية الخسارة التي يمكن التعرض لها إذا تم تقدير المعلمة (المعلمات)  $\theta$  بالمقدر  $\hat{\theta}$  فدائماً ما يكون هناك فرق ملاحظ بين المقدر والمعلمة وتكون دالة الخسارة مقياساً للفرق  $(\hat{\theta} - \theta)$  أو للنسبة  $(\hat{\theta}/\theta)$  أو كليهما. وهي تعكس الدقة (**Precision**) في التقدير. ويمكن ان تكون  $(\hat{\theta} = \theta)$  وهذا يشير إلى عدم وجود خسارة . أو تكون  $(\hat{\theta} < \theta)$  وتدعى هذه الحالة بالتقدير الواطئ (المنخفض) (**Under Estimation**) . أو تكون  $(\hat{\theta} > \theta)$  وتدعى بالتقدير العالي (المرتفع) (**Over Estimation**) . وبذلك سوف تكون هنالك قيم مختلفة لدالة الخسارة وتُعرف دالة الخسارة بانها دالة ذات قيمة حقيقية موجبة تحقق الآتي :

$$١. l(\hat{\theta}, \theta) > 0 \quad ; \quad \forall \hat{\theta} \neq \theta$$

$$٢. l(\hat{\theta}, \theta) = 0 \quad ; \quad \forall \hat{\theta} = \theta$$



وتكون دوال الخسارة غير المتزنة على نوعين:

### ٢.٣.١.١ دوال الخسارة المتماثلة (Symmetric Loss Functions)

إذا كان مقدار الخسارة المتحقق بدالة الخسارة للخطأ الموجب مساوياً للخطأ السالب بالاتجاه نفسه أطلق على دالة الخسارة بالمتماثلة (Symmetric)، ورياضياً دالة الخسارة يقال لها بانها متماثلة إذا كانت دالة لمطلق الفرق ما بين المقدر ( $\hat{\theta}$ ) والمعلمة (المعلمات) ( $\theta$ ) أي  $|\hat{\theta} - \theta|$ . ومن دوال الخسارة المتماثلة هي دالة الخسارة التربيعية (Squared Error Loss Function).

وتعد دالة الخسارة التربيعية والتي تدعى ايضاً بدالة

خسارة مربع الخطأ (Squared Error Loss Function) من دوال الخسارة التماثلية (Symmetric) أي ان كمية الخسارة في دالة الخسارة للخطأ الموجب تساوي كمية الخسارة للخطأ السالب وبالاتجاه نفسه، ويكون مقدر بيز وفق دالة الخسارة التربيعية وحيداً وامثلاً كذلك لأنه يجعل دالة الخسارة أصغر ما يمكن وهذا ما يجعل مقدر بيز في هذه الحالة مقبولاً دائماً تعرف دالة الخسارة التربيعية بالصيغة الآتية:

$$L_1(\hat{\theta}, \theta) = a_0(\hat{\theta} - \theta)^2 \quad \dots (٢-٣٦)$$

إذ أن  $a_0$  هو ثابت موجب نفرض بانه يساوي واحد لأنه لا يؤثر في ايجاد مقدر بيز أذ يُحذف عند الاشتقاق لمقدر بيز بالنسبة لهذه الدالة، فتصبح صيغة دالة الخسارة التربيعية بالشكل الآتي:

$$L_1(\hat{\theta}, \theta) = (\hat{\theta} - \theta)^2 \quad \dots (٢-٣٧)$$

لذلك فإن مقدر بيز في ظل دالة الخسارة التربيعية الذي يجعل دالة المخاطرة اقل ما يمكن والتي تمثل توقع دالة الخسارة بعد إيجاد المشتقة الاولى بالنسبة للمعلمة المراد تقديرها ومساواتها بالصفر نحصل على:

$$\text{Bayes Risk} = E(\hat{\theta} - \theta)^2$$

$$E(\hat{\theta} - \theta)^2 = \int_{\mathcal{V}_{\theta}} (\hat{\theta} - \theta)^2 h(\theta|t) d\theta$$

$$= \int_{\mathcal{V}_{\theta}} (\hat{\theta}^2 - 2\theta\hat{\theta} + \theta^2) h(\theta|t) d\theta$$

$$= \hat{\theta}^2 - 2\hat{\theta}E(\theta|t) + E(\theta^2|t) \quad \dots (2-38)$$

وباشتقاق طرفي المعادلة (2-2) بالنسبة لـ  $\hat{\theta}$  ومساواة المشتقة بالصفر نحصل على:

$$\frac{\partial E(\hat{\theta} - \theta)^2}{\partial \hat{\theta}} = 0$$

$$2\hat{\theta} - 2E(\theta|t) = 0$$

$$\therefore \hat{\theta}_{\text{SBSEL}} = E(\theta|t)$$

$$\therefore \hat{\theta}_{\text{SBSEL}} = \int_{\mathcal{V}_{\theta}} \theta h(\theta|t) d\theta \quad \dots (2-2)$$

وعليه فان:

$$= \frac{\int_{\mathcal{V}_{\theta}} \theta L(t) \pi(\theta) d\theta}{\int_{\mathcal{V}_{\theta}} L(t) \pi(\theta) d\theta} \quad \dots (2-$$

٣٩)

إذ أن:

$\theta$  : متجه المعلمات المراد تقديرها.

$\hat{\theta}$  : متجه المعلمات المقدر.

$\hat{\theta}_{SEL}$  : متجه المعلمات المقدر بموجب طريقة بيز القياسية في ظل دالة الخسارة التربيعية.

ونلاحظ ان مقدر بيز القياسي  $\hat{\theta}_{SEL}$  للمعلمات  $\theta$  ما هو الا متوسط التوزيع اللاحق ( Posterior mean) للمعلمة العشوائية  $(\theta)$ .

### ٢.٣.١.٢ دوال الخسارة غير المتماثلة (Asymmetric Loss Functions)

ان استعمال دوال الخسارة المتماثلة يقوم على افتراض أن الخسارة هي نفسها في أي إتجاه ولكن هذا الإفتراض من الممكن ان لا يتحقق في عدة حالات ، ففي بعض الحالات يكون الخطأ الموجب أكثر أهمية من الخطأ السالب والعكس بالعكس وعليه فإن استعمال دوال الخسارة المتماثلة يكون غير مناسب ، لذلك يفضل استعمال دوال الخسارة غير المتماثلة . ومن دوال الخسارة غير المتماثلة هي دالة خسارة الأنتروبي العامة (General Entropy Loss Function) ودالة الخسارة الأسية الخطية لينكس (LINEX Loss Function) ودالة الخسارة لديكروت (DeGroot Loss Function). ودالة

خسارة احترازية (Precautionary Loss Function)

وتعد دالة الخسارة الاحترازية (Precautionary Loss Function) التي قدمت من لدن

(Nortson, ١٩٩٦) بموجب الصيغة الآتية: (Norstorm, ١٩٩٦, ٤٠١)

$$L(\hat{\theta} - \theta) = \frac{(\theta - \hat{\theta})^2}{\hat{\theta}} \quad \dots (٢-٤٠)$$

وبموجب دالة الخسارة الاحترافية يتم منع ظهور التقديرات الواطئة (**underestimation**) لانها تستعمل التقدير حول نقطة الأصل لتعطي تقديرات متحفظة .

(P. Mozgunov, M. Gasparini, ٢٠١٩, ٢)

ووفقاً لدالة الخسارة الأحترافية فان مخاطرة بيز تعطى بالصيغة الآتية:

$$\text{Bayes Risk} = E \left( L \left( \underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}} \right) \right)$$

$$E \left( \frac{(\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}})^2}{\hat{\underline{\theta}}} \right) = \int_{\forall \underline{\theta}} \frac{(\underline{\theta} - \hat{\underline{\theta}})^2}{\hat{\underline{\theta}}} h(\underline{\theta} | t) d\underline{\theta}$$

$$= \int_{\forall \underline{\theta}} \frac{(\underline{\theta}^2 - 2\underline{\theta}\hat{\underline{\theta}} + \hat{\underline{\theta}}^2)}{\hat{\underline{\theta}}} h(\underline{\theta} | t) d\underline{\theta}$$

$$= \int_{\forall \underline{\theta}} \underline{\theta}^2 \underline{\theta}^{-1} h(\underline{\theta} | t) d\underline{\theta} - \int_{\forall \underline{\theta}} 2\underline{\theta} h(\underline{\theta} | t) d\underline{\theta} + \int_{\forall \underline{\theta}} \hat{\underline{\theta}} h(\underline{\theta} | t) d\underline{\theta}$$

$$= E(\underline{\theta}^2/t) \underline{\theta}^{-1} - 2E(\underline{\theta}/t) + \hat{\underline{\theta}} \quad \dots (٢-٤١)$$

وباشتقاق طرفي المعادلة (٢-٤١) بالنسبة لـ  $\hat{\underline{\theta}}$  ومساواة المشتقة بالصفـر نحصل على :

$$\frac{\partial E(\hat{\underline{\theta}} - \underline{\theta})^2}{\partial \hat{\underline{\theta}}} = 0$$

$$-\hat{\underline{\theta}}^{-2} E(\underline{\theta}^2/t) + 1 = 0$$

$$\hat{\underline{\theta}}_{\text{SBBL}}^2 = E(\underline{\theta}^2 | t)$$

$$\therefore \hat{\underline{\theta}}_{\text{SBBL}} = \sqrt{E(\underline{\theta}^2 | t)} \quad \dots (٢-٤٢)$$

وبصورة عامة ، فان:

$$E(u(\mathbf{x})|\mathbf{t}) = \int_{\mathcal{V}_{\theta}} u(\mathbf{x}) h(\theta|\mathbf{t}) d\theta \quad \dots (2-43)$$

وعليه فان:

$$E(u(\theta)) = \frac{\int_{\mathcal{V}_{\theta}} u(\theta)(\theta|\mathbf{t})\pi(\theta)d\theta}{\int_{\mathcal{V}_{\theta}} L(\mathbf{t})(\theta|\mathbf{t})\pi(\theta)d\theta} \quad \dots (2-44)$$

$u(\theta)$  اي دالة بالمعلمات  $\theta$

$L(\mathbf{t})(\theta|\mathbf{t})$  دالة الامكان لبيانات العينة الحالية

$\pi(\theta)$  التوزيع السابق المشترك للمعلمات المراد تقديرها

فاذا كانت  $u(\theta) = \theta^2$  فان:

$$E(\theta^2/\mathbf{t}) = \frac{\int_{\mathcal{V}_{\theta}} \theta^2(\theta|\mathbf{t})\pi(\theta)d\theta}{\int_{\mathcal{V}_{\theta}} L(\mathbf{t})(\theta|\mathbf{t})\pi(\theta)d\theta} \quad \dots (2-45)$$

(F. Naji & A. Rasheed, ٢٠١٩, ١٩١)

٢.٣.٢ دوال الكثافة الاحتمالية السابقة

### (Prior Probability density functions)

أن مسألة تحديد نوع دالة الكثافة السابقة للمعلمة (المعلمات) هو من الموضوعات المهمة في دراسة التقدير بأسلوب بيز إذ أن هذا التحديد يعتمد على نوع المعلومات السابقة المتوفرة لدى الباحث والتي تعكس درجة اعتقاده وتصوراته عن المعلمة موضوع البحث إذ تُصاغ هذه المعلومات بشكل توزيع احتمالي مناسب او غير مناسب . ان تحديد دالة الكثافة الاحتمالية السابقة يعتمد على أسلوبين: احدهما الأسلوب العلمي وفيه تكون المعلومات من جنس البيانات المستعملة و عندها تسمى دالة الكثافة السابقة المستندة الى البيانات (Data Based prior p.d.f)، او تكون هذه المعلومات تم

الحصول عليها عن طريق اعتبارات غير متعلقة بالبيانات او من غير جنس البيانات فقد يتم جمعها عن طريق الافتراضات النظرية والمشاهدات وعندها تسمى دالة الكثافة السابقة غير المستندة الى البيانات (Non-Data Based prior p.d.f) ، وكذلك يتم الحصول على المعلومات نتيجة الخلط بين الأسلوب العلمي والافتراض الشخصي وأن هذه المعلومات التي نحصل عليها يكون لها دور كبير وبارز في تحديد دالة الكثافة السابقة (الياسري، ٢٠٠٧، ٢٤)، وهناك أنواع من دوال الكثافة السابقة كما يأتي:

### ٢.٣.٢.١ دالة الكثافة الاحتمالية السابقة غير المعلوماتية:

#### (Non-Informative Prior p.d.f)

غالبًا ما يُنظر إلى إختيار التوزيع السابق للتحليل البيزي للأنموذج الإحصائي على أنه فن أكثر من كونه علماً. وعندما لا نتمكن من اشتقاق التوزيع السابق من المعلومات المتوفرة ، يتم بناءه على أنه توزيع اولي غير معلوماتي. وعلى الرغم من أن التوزيع اللاحق المقابل يجب أن يكون مناسباً (Proper) ومن ثم يشكل دالة كثافة احتمالية صحيحة. فتستعمل دالة الكثافة السابقة غير المعلوماتية عندما تكون المعلومات السابقة المتوفرة لدى الباحث غير كافية أو معدومة بشكل نهائي ولا يوجد تصور واضح عن المعلمة (المعلمت) المجهولة المراد تقديرها فالفكرة الأساسية هي ان التوزيع السابق الضعيف بالمعلومات ، والذي يحتوي على بعض المعلومات الكافية لـ "تنظيم" التوزيع اللاحق ، أي لإبقائه تقريباً ضمن الحدود المعقولة ولكن دون محاولة الحصول على المعرفة العلمية الكاملة عن المعلمة الأساسية (الياسري، ٢٠٠٧، ٢٤). وفي هذا الجانب فقد توصل العالم جيفري (Jeffery) الى وضع قاعدتين أساسيتين عن طريقها يتم تحديد دوال التوزيع السابق (prior distribution) وكما يأتي:

القاعدة الأولى: تعتمد على مدة المعلمة (المعلمات) في تحديد التوزيع السابق وكما يأتي:

١. عدّ التوزيع السابق للمعلمة (المعلمات) توزيعاً منتظماً (**Uniform Distribution**) اذا

كانت المعلمة (المعلمات) المراد تقديرها ( $\theta$ ) لها مجال  $(-\infty, \infty)$  وبهذا تكون دالة الكثافة

الاحتمالية السابقة  $\pi(\theta)$  كما يأتي:

$$\pi(\theta) \propto \text{constant} \quad -\infty < \theta < \infty$$

٢. عدّ التوزيع الاحتمالي السابق توزيعاً لوغاريتيميا ومنتظماً اذا كانت المعلمة (المعلمات) المراد

تقديرها ( $\theta$ ) لها مجال ضمن المجال الموجب للأعداد الطبيعية  $(0, \infty)$  وبهذا تكون دالة الكثافة

الاحتمالية السابقة  $\pi(\theta)$  كما يأتي:

$$\pi(\theta) \propto \frac{1}{\theta} \quad ; \quad 0 < \theta < \infty$$

إذ أن الدالة الاحتمالية السابقة التي يتم الحصول عليها وفق القاعدة الأولى غير مناسبة وذلك

لان تكامل هذه الدالة في مجالها لا يساوي الواحد الصحيح ، لكن عند دمجها مع دالة الإمكان

للمشاهدات  $l(t|\theta)$  سوف نحصل على دالة كثافة احتمالية لاحقة ملائمة (**Proper**).

(Held et al, ٢٠١٤, ١٨٥-١٨٦)

القاعدة الثانية: بالاعتماد على معلومة فيشر (**Fisher Information**) الذي يعرف بقانون

(Jeffery) للاحتمال السابق القياسي إذ ان دالة الكثافة الاحتمالية السابقة للمعلمة (المعلمات) تتناسب

مع الجذر التربيعي لمحدد لمصفوفة معلومات فيشر ، أي أن:

$$\pi(\underline{\theta}) \propto \sqrt{|I(\underline{\theta})|} \quad \dots (٢-٤٦)$$

$$\begin{aligned} \pi(\underline{\theta}) &= \text{constant} \sqrt{|I(\underline{\theta})|} \\ &= K \sqrt{|I(\underline{\theta})|} \quad \dots (٢-٤٧) \end{aligned}$$

أذن:

$I(\underline{\theta})$  : هي مصفوفة معلومة فشر ذات بعد  $k \times k$  والتي عناصرها  $(i, j)$  والتي يمكن ان تكتب بعدة صيغ هي :

$$-nE \left[ \frac{\partial^k \log l(t_1, t_2, \dots, t_n | \underline{\theta})}{d\theta_i \theta_j \dots \theta_k} \right] \quad \dots (٢-٤٨)$$

$$E \left[ \frac{\partial \log l(t_1, t_2, \dots, t_n | \underline{\theta})}{d\theta_i \theta_j \dots \theta_k} \right]^2 \quad \dots (٢-٤٩)$$

$$nE \left[ \frac{\partial \log l(t_1, t_2, \dots, t_n | \underline{\theta})}{d\theta_i \theta_j \dots \theta_k} \right]^2 \quad \dots (٢-٥٠)$$

$$-E \left[ \frac{\partial^k \log l(t_1, t_2, \dots, t_n | \underline{\theta})}{d\theta_i \theta_j \dots \theta_k} \right] \quad \dots (٢-٥١)$$

where  $i, j = 1, 2, \dots, k$

(Ali et al, ٢٠١٣, ٦٠٦٩)

٢.٣.٢.٢ دالة الكثافة الاحتمالية السابقة المعلوماتية:



### (Informative prior p.d.f)

تستعمل هذه الدالة عندما تتوفر المعلومات المسبقة الكافية لدى الباحث عن المعلمة (المعلمت) المراد تقديرها، وتمتاز دالة الكثافة الاحتمالية السابقة المعلوماتية بأنها تكون معروفة المعلمت وتكون المعلمة مقيدة استناداً الى المعلومات التي يحصل عليها الباحث، ان وضع القيود عن المعلمت المراد تقديرها من الأمور المهمة التي يلجأ اليها الباحث معتمداً على المعلومات المتوفرة عن تلك المعلمة، ان صياغة دالة الكثافة الاحتمالية السابقة المعلوماتية يعتمد اعتماداً وثيقاً على هذه القيود، وان الدالة الاحتمالية السابقة المصاغة في هذه الحالة مشابهة للدالة غير المعلوماتية المصاغة حسب تطبيق قاعدة جيفري (Jeffrey) بهدف الحصول على افضل مقدر.

### ٢.٣.٢.٣ دالة الكثافة الاحتمالية السابقة المعتمدة على عينة سابقة:

تستعمل هذه الدالة عندما تكون المعلومات المتوفرة لدى الباحث عن المعلمة (المعلمت) المراد تقديرها قليلة جداً إذ يتم الحصول على معلومات عن طريق التجارب السابقة او الحالية، إذ تقسم البيانات الى قسمين ، الأول يكون لها توزيع احتمالي اولي غير معلوماتي قد نحصل على التوزيع اللاحق للعينة الأولى وذلك عن طريق دمج مع دالة الإمكان للعينة الأولى يتم استعمال هذا التوزيع كتوزيع احتمالي اولي للمعلمة الثانية ، ومن ثم توظف هذه المعلمت التي تم الحصول عليها من التجربة قيد الدراسة ليتم صياغتها بشكل دالة الإمكان من اجل الحصول على توزيع لاحق مناسب ومنه يمكن الحصول على مقدرات يميز للمعلمت.

### ٢.٣.٢.٤ دالة الكثافة لاحتمالية السابقة المرافقة الطبيعية:

### (Conjugate prior p.d.f )

وهي من اكثر الدوال استعمالاً بالمقارنة مع الدوال الذي تم ذكرها سابقاً لأنها دوال احتمالية معروفة وتتميز به هذه الدالة بصفات جيدة إذ تبنى بالاعتماد على دالة الإمكان للمشاهدات بوصفها دالة بالمعلمة (المعلمات)  $(\theta)$  إذ ان دالة الإمكان  $L(\theta|t)$  ودالة الكثافة الاحتمالية السابقة  $\pi(\theta)$  وكذلك دالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة  $h(\theta|t)$  تتميز بأن لها الصيغ الدالية نفسها لكن بمعلمات مختلفة فضلاً عن كونها محددة وواضحة لذلك يفضل استعمال مثل هكذا نوع من الدوال بدلاً عن الدوال الكثافة الاحتمالية السابقة غير المعلوماتية التي تم ذكرها سابقاً كونها دالة غير ملائمة .

## ٢.٤ توزيع كاما الثنائي لـ Kibble

### (Kibble's bivariate gamma distribution)

يعد توزيع كاما الثنائي من التوزيعات التي تستعمل لنمذجة بيانات متغيرين مترابطين (Correlated) مع وجود التواء لجهة اليمين لكل متغير من المتغيرات ، وعلى عكس التوزيع الطبيعي لا توجد هناك صيغة عامة لتوزيعات كاما الثنائية ولا حتى متعددة المتغيرات ، لذلك تم اقتراح انواع مختلفة من توزيعات كاما الثنائية ومن تلك التوزيعات هو توزيع كاما الثنائي المقترح من قبل (Kibble, ١٩٤١) ، ويستعمل توزيع كاما الثنائي لـ Kibble في الكثير من المجالات مثل علم المياه والنمذجة العشوائية ونظرية المعولية وتحليل البقاء.

(Kim & Kim, ٢٠١٧, ٣٩٦)

اشتق توزيع كاما الثنائي من قبل الباحث (Kibble) وسمي باسمه باستعمال متغيرين عشوائيين مترابطين (Paired) لكل منها توزيع كاوسي (Gaussian distribution) وذلك بالتعبير عن المتغيرين كمتسلسلة ثنائية في صيغة متعددة حدود هرميتية (Hermit Polynomials) التي قدمت من لدن

(Mehler, ١٨٦٦) . (Iliopoulos et al., ٢٠٠٥, ١)

إذا كان لدينا متغيران عشوائيان  $X, Y$  فيقال عنهما انهما يتبعان توزيع كما الثنائي لـ

Kibble إذا كانت دالة الكثافة الإحتمالية المشتركة لهما كالآتي:

$$f(x, y, v, \lambda, \beta, \rho) = \frac{(\lambda\beta)^v}{(1-\rho)\Gamma v} \left(\frac{xy}{\rho\lambda\beta}\right)^{\frac{v-1}{2}} \exp\left(\frac{-\lambda x - \beta y}{1-\rho}\right) I_{v-1}\left(\frac{2\sqrt{\rho\lambda\beta xy}}{1-\rho}\right) \dots(٢-٦٤)$$

$$x, y, v, \lambda, \beta > 0, \quad 0 < \rho < 1$$

$v$  معلمة الشكل وتمثل درجة دالة بسل

$\lambda$  معلمة القياس

$\beta$  معلمة القياس

$\rho$  ثابت تقع قيمته بين الصفر والواحد

إذ أن  $I_{v-1}$  هي دالة بسل المعدلة النوع الأول (Modified Bessel Function Kind I) بالرتبة  $v$

والتي تعرف كالآتي:

$$I_v(\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha/2)^{2k+v}}{\Gamma(k+v+1)k!} ; \quad \dots (٢-٦٥)$$

$$I_{v-1}(\alpha) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha/2)^{2k+v-1}}{\Gamma(k+v)k!} ; \quad \dots (٢-٦٦)$$

وإذا كان  $\lambda = \beta = 1$  ، فإن معادلة (٢-١) تصبح بالشكل الآتي:

$$f(x, y, v, \rho) = \frac{1}{\Gamma v(1-\rho)} \left(\frac{xy}{\rho}\right)^{\frac{v-1}{2}} e^{\frac{-x-y}{1-\rho}} I_{v-1} \left(\frac{2\sqrt{\rho xy}}{1-\rho}\right) \quad \dots (2-67)$$

$$; x, y, v > 0, \quad 0 < \rho < 1$$

وهي الصيغة القياسية لتوزيع كما الثنائي لـ Kibble (Nadarajah & Gupta, ٢٠٠٦, ٣٨٨)

ومن معادلة (٢-٦٧) فان التوزيع الحدي (Marginal distribution) لكل من X و Y هو توزيع

كما بمعلمة الشكل (Shape parameter)  $v$  ،

$$X \sim \text{gamma}(\lambda, v)$$

$$y \sim \text{gamma}(\beta, v)$$

وان  $\text{Corr}(X, Y) = \rho$  يمثل معلمة الارتباط بين المتغيرين X, Y . ويكون X, Y مستقلين اذا كانت

$$\rho = 0 \text{ فقط}$$

وكحالة خاصة من توزيع كما الثنائي Kibble في معادلة (١-٢) عندما  $v = 1$  فاننا نحصل على

التوزيع الأسي الثنائي كالاتي:

$$f(x, y, \lambda, \beta) = \lambda\beta e^{-\lambda x - \beta y} \quad ; x, y, \lambda, \beta > 0 \quad \dots (2-68)$$

ويمكن تمثيل توزيع كما الثنائي لـ Kibble كمتسلسلة دالة Bessel وكالاتي:

$$f(x, y, v, \lambda, \beta, \rho) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k|\rho) f\left(x|v+k, \frac{\lambda}{1-\rho}\right) f\left(y|v+k, \frac{\beta}{1-\rho}\right) \quad \dots (2-69)$$

اذ أن:

هو دالة الكتلة الإحتمالية لتوزيع ثنائي الحدين السالب ( Negative Binomial )  $f(k|\rho)$

(distribution)  $NB(V, 1 - \rho)$  وكالاتي:

$$f(k|\rho) = \frac{\Gamma(v+k)}{\Gamma(v)k!} \rho^k (1-\rho)^v \quad ; k \in Z_+ := \{0, 1, 2, \dots\} \quad \dots (2-70)$$

وأن  $f\left(x|v+k, \frac{\beta}{1-\rho}\right)$  و  $f\left(y|v+k, \frac{\beta}{1-\rho}\right)$  هما دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كما بالمعلومات

(Tashkandy et al., 2018, 66) على الترتيب. و  $(v+k, \frac{\lambda}{1-\rho})$  و  $(v+k, \frac{\beta}{1-\rho})$

(LMoudden & Marchand, 2020, 2)

الآن نفرض أن:

$$I_1 = \int_0^x t^{k+v-1} e^{-\frac{\lambda t}{1-\rho}} dt$$

$$\text{Let } w = \frac{\lambda t}{1-\rho} \Rightarrow t = \frac{1-\rho}{\lambda} w \Rightarrow dt = \frac{1-\rho}{\lambda} dw$$

$$\therefore I_1 = \int_0^x \left(\frac{1-\rho}{\lambda} w\right)^{k+v-1} e^{-w} \frac{1-\rho}{\lambda} dw$$

$$= \int_0^{\frac{\lambda x}{1-\rho}} \left(\frac{1-\rho}{\lambda}\right)^{k+v} w^{k+v-1} e^{-w} dw$$

$$= \left(\frac{1-\rho}{\lambda}\right)^{k+v} \int_0^{\frac{\lambda x}{1-\rho}} w^{k+v-1} e^{-w} dw$$

$$= \left(\frac{1-\rho}{\lambda}\right)^{k+v} \Upsilon\left(k+v, \frac{\lambda x}{1-\rho}\right) \quad \dots (2-73)$$

اذان:

$\Upsilon(\cdot)$  هي دالة كما الناقصة الدنيا (Incomplete Lower Gamma Function)

$$I_2 = \int_0^y z^{k+v-1} e^{-\frac{\beta z}{1-\rho}} dz$$

$$\text{Let } H = \frac{\beta z}{1-\rho} \Rightarrow Z = \frac{1-\rho}{\beta} H \Rightarrow dZ = \frac{1-\rho}{\beta} dH$$

$$\therefore I_1 = \int_0^x \left( \frac{1-\rho}{\beta} H \right)^{k+v-1} e^{-w} \frac{1-\rho}{\lambda} dw$$

$$= \int_0^{\frac{\beta y}{1-\rho}} \left( \frac{1-\rho}{\beta} \right)^{k+v} H^{k+v-1} e^{-H} dH$$

$$= \left( \frac{1-\rho}{\beta} \right)^{k+v} \int_0^{\frac{\beta y}{1-\rho}} H^{k+v-1} e^{-H} dH$$

$$= \left( \frac{1-\rho}{\beta} \right)^{k+v} \Upsilon \left( k+v, \frac{\beta y}{1-\rho} \right) \quad \dots (٢-٧٢)$$

$$\therefore F(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^v (\lambda \beta)^{k+v}}{\Gamma(k+v) k! \Gamma v (1-\rho)^{2k+v}} \left( \frac{1-\rho}{\lambda} \right)^{k+v} \Upsilon \left( k+v, \frac{\lambda x}{1-\rho} \right) \left( \frac{1-\rho}{\beta} \right)^{k+v} \Upsilon \left( k+v, \frac{\beta y}{1-\rho} \right)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\rho^k (1-\rho)^v}{\Gamma(k+v) k! \Gamma v} \Upsilon \left( k+v, \frac{\lambda x}{1-\rho} \right) \Upsilon \left( k+v, \frac{\beta y}{1-\rho} \right) \quad \dots (٢-٧٤)$$

والصيغة (٢-٧٤) تمثل دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية لتوزيع Kibble ويمكن ايجاد صور اخرى

للدالة وكالاتي:

بضرب معادلة (٢-٧٤) بالمقدار  $\frac{\Gamma(k+v)}{\Gamma(k+v)}$  ينتج:

$$F(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k+v)}{\Gamma(k+v)} \frac{\rho^k (1-\rho)^v}{\Gamma(k+v) k! \Gamma v} \Upsilon \left( k+v, \frac{\lambda x}{1-\rho} \right) \Upsilon \left( k+v, \frac{\beta y}{1-\rho} \right)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\binom{K+V-1}{k}}{\Gamma(k+v)} \rho^k (1-\rho)^v \Upsilon \left( k+v, \frac{\lambda x}{1-\rho} \right) \Upsilon \left( k+v, \frac{\beta y}{1-\rho} \right)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(k+v)} \binom{K+V-1}{k} \rho^k (1-\rho)^v \Upsilon\left(k+v, \frac{\lambda x}{1-\rho}\right) \Upsilon\left(k+v, \frac{\beta y}{1-\rho}\right)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(k+v)} [\sim NB(v, \rho)] \Upsilon\left(k+v, \frac{\lambda x}{1-\rho}\right) \Upsilon\left(k+v, \frac{\beta y}{1-\rho}\right) \dots (٢-٧٥)$$

والصيغة (٢-٧٥) هي دالة الكثافة التجميعية لتوزيع Kibble بدلالة توزيع ثنائي الحدين السالب وبدلالة دالة كامة الدنيا الغير كاملة.

وايضاً يمكن ايجاد دالة الكثافة التجميعية لتوزيع Kibble بدلالة دالة كاما غير الكاملة العليا وتوزيع ثنائي الحدين السالب وكالاتي:

$$F(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(k+v)} [\sim NB(v, \rho)] \left( k+v - \Gamma\left(k+v, \frac{\lambda x}{1-\rho}\right) \right) \left( k+v - \Gamma\left(k+v, \frac{\beta y}{1-\rho}\right) \right) \dots (٢-٧٦)$$





اما اذا كانت  $x$  و  $y$  غير مشاهدة بصورة واضحة ودقيقة وتتوفر معلومات جزئية عنها في صيغة مجموعة ضبابية جزئية (Fuzzy subset) بدالة انتماء  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  و  $\mu_{\tilde{A}}(y)$  لها قياس بوريل، فان المشاهدة الضبابية  $\tilde{x}$  يمكن ان تعبر عن المشاهدة الجزئية عن  $x$  من المتجه العشوائي  $X$  والمشاهدة الجزئية عن  $y$  من المتجه العشوائي  $Y$  وان دالتي الانتماء  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  و  $\mu_{\tilde{A}}(y)$  تعدان مثل توزيع احتمالي يفسر القيود عن تلك المشاهدات الجزئية  $\tilde{x}$  و  $\tilde{y}$  وان المجموعتين الضبابيتين  $\tilde{x}$  و  $\tilde{y}$  نحصل عليهما بخطوتين :

$x$  مسحوب من  $X$  و  $y$  مسحوب من  $Y$

المتجه المشاهد  $x$  والمتجه المشاهد  $y$  مثل معلومات جزئية يمثل المشاهدة وانتماء كل مشاهدة  $(x, \mu_{\tilde{x}}(x))$  و  $(y, \mu_{\tilde{y}}(y))$  ففي هذه الحالة تم تجميع معلومات عن  $x$  و  $y$  ونمذجة تلك المعلومات كتوزيع احتمالي ضبابي .

وان المعلومات عن  $x$  يمكن ان تتمثل بالتوزيع الاحتمالي الآتي :

$$\mu_{\tilde{x}}(x) = \mu_{\tilde{x}_1}(x) \times \dots \times \mu_{\tilde{x}_n}(x) \quad \dots (٢-٧٨)$$

والمعلومات عن  $y$  يمكن ان تتمثل بالتوزيع الاحتمالي الآتي :

$$\mu_{\tilde{y}}(y) = \mu_{\tilde{y}_1}(y) \times \dots \times \mu_{\tilde{y}_n}(y) \quad \dots (٢-٧٩)$$

فاذا كانت  $x$  و  $y$  معطاة ويفترض ان دالة انتماءها لها قياس بوريل فاننا يمكن ان نحسب احتمالها وفقاً الى تعريف الاحتمال الضبابي فيمكن الحصول على دالة الامكان الاعظم للبيانات الضبابية كالآتي:

$$\tilde{L}(\tilde{x}, \tilde{y}, \lambda, \beta, \rho) = \int_0^\infty \int_0^\infty f(\tilde{x}, \tilde{y}, \lambda, \beta, \rho) \mu_{\tilde{x}}(x) \mu_{\tilde{y}}(y) dy dx \quad \dots (٢-٨٠)$$

ومادام ان متجه البيانات  $x$  و  $y$  تحويل من متجه عشوائي متمائل التوزيع ومستقل  $X$  و  $Y$ ، ونفترض ان دالة الانتماء المشتركة قابلة للتحليل ، فان دالة الامكان الضبابية لتوزيع Kibble's bivariate gamma الضبابي يمكن ان تكتب الصيغة الآتية :

$$\tilde{L}(\tilde{x}, \tilde{y}, \lambda, \beta, \rho) = \frac{2^n}{(1-\rho)^{2n}(\Gamma v)^n} \left(\frac{1}{\rho}\right)^{n\left(\frac{v+1}{2}\right)} (\lambda)^{n\left(\frac{v+1}{2}\right)} (\beta)^{n\left(\frac{v+1}{2}\right)} \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \int_0^\infty (x_i y_i)^{\frac{v-1}{2}} \mu_{\tilde{x}}(x) \mu_{\tilde{y}}(y) dy dx \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x_i y_i)^{2k+v-1}}{\Gamma(k+v)k!}\right) \mu_{\tilde{x}}(x) \mu_{\tilde{y}}(y) dy dx \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \int_0^\infty (x_i y_i)^{\frac{1}{2}} \mu_{\tilde{x}}(x) \mu_{\tilde{y}}(y) dy dx \quad (2-81)$$

ولغرض توضيح المعادلة (2-81) تم تقسيمها الى اجزاء وكالاتي:

$$\tilde{L}(\tilde{x}, \tilde{y}, \lambda, \beta, \rho) = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4 \quad \dots (2-82)$$

إذ أن:

$$S_1 = \frac{2^n}{(1-\rho)^{2n}(\Gamma v)^n} \left(\frac{1}{\rho}\right)^{n\left(\frac{v+1}{2}\right)} (\lambda)^{n\left(\frac{v+1}{2}\right)} (\beta)^{n\left(\frac{v+1}{2}\right)} \quad \dots (2-83)$$

$$S_2 = \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \int_0^\infty (x_i y_i)^{\frac{v-1}{2}} \mu_{\tilde{x}}(x) \mu_{\tilde{y}}(y) dy dx \quad \dots (2-84)$$

$$S_3 = \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x_i y_i)^{2k+v-1}}{\Gamma(k+v)k!}\right) \mu_{\tilde{x}}(x) \mu_{\tilde{y}}(y) dy dx \quad \dots (2-85)$$

$$S_4 = \prod_{i=1}^n \int_0^\infty \int_0^\infty (x_i y_i)^{\frac{1}{2}} \mu_{\tilde{x}}(x) \mu_{\tilde{y}}(y) dy dx \quad \dots (2-86)$$

٢. تحديد الاحتمال السابق المشترك (Joint prior distribution) للمعلومات المراد تقديرها

وكالاتي:

$$\pi(\underline{\theta}) = \pi_1(\lambda) \pi_2(\beta) \pi_3(\rho) \quad \dots (2-87)$$

اذ أن:

$$\pi_1(\lambda) \sim \text{Gamma} \left( c_1, \frac{d_1}{1-\rho} \right) \quad \dots (2-18)$$

$$\pi_2(\beta) \sim \text{Gamma} \left( c_2, \frac{d_2}{1-\rho} \right) \quad \dots (2-19)$$

$$\pi_3(\rho) \sim \text{Beta}(c_3, d_3) \quad \dots (2-90)$$

$$\pi_1(\lambda) = \frac{\left(\frac{d_1}{1-\rho}\right)^{c_1}}{\Gamma(c_1)} \lambda^{c_1-1} e^{-\frac{\lambda d_1}{1-\rho}} \quad \dots (2-91)$$

$$\pi_2(\beta) = \frac{\left(\frac{d_2}{1-\rho}\right)^{c_2}}{\Gamma(c_2)} \beta^{c_2-1} e^{-\frac{\beta d_2}{1-\rho}} \quad \dots (2-92)$$

$$\pi_3(\rho) = \frac{\Gamma(c_3+d_3)}{\Gamma(c_3)\Gamma(d_3)} \rho^{c_3-1} (1-\rho)^{d_3-1} \quad \dots (2-93)$$

فان التوزيع المشترك السابق يكتب بالشكل الآتي:

$$\pi(\lambda, \beta, \rho) = \frac{\Gamma(c_3+d_3) \left(\frac{d_1}{1-\rho}\right)^{c_1} \left(\frac{d_2}{1-\rho}\right)^{c_2}}{\Gamma(c_1)\Gamma(c_2)\Gamma(c_3)\Gamma(d_3)} \lambda^{c_1-1} e^{-\frac{\lambda d_1}{1-\rho}} \beta^{c_2-1} e^{-\frac{\beta d_2}{1-\rho}} \rho^{c_3-1} (1-\rho)^{d_3-1} \quad \dots (2-94)$$

$$\pi(\lambda, \beta, \rho) = \frac{\Gamma(c_3+d_3) \left(\frac{d_1}{1-\rho}\right)^{c_1} \left(\frac{d_2}{1-\rho}\right)^{c_2}}{\Gamma(c_1)\Gamma(c_2)\Gamma(c_3)\Gamma(d_3)} \lambda^{c_1-1} e^{-\frac{\lambda d_1}{1-\rho}} \beta^{c_2-1} e^{-\frac{\beta d_2}{1-\rho}} \rho^{c_3-1} (1-\rho)^{d_3-1} \quad \dots (2-95)$$

٣. ايجاد الاحتمال اللاحق المشترك (Joint Posterior Distribution) باستعمال صيغة بيز

العكسية (Bays Inversion Formula) وكالاتي:

$$\tilde{h}(\lambda, \beta, \rho | x_i, y_i) = \frac{\rho^{-n\left(\frac{v+1}{2}\right)+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n\left(\frac{v+1}{2}\right)-1} \beta^{c_2+n\left(\frac{v+1}{2}\right)-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n\left(\frac{v+1}{2}\right)+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n\left(\frac{v+1}{2}\right)-1} \beta^{c_2+n\left(\frac{v+1}{2}\right)-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \quad \dots (2-96)$$

### ٢.٥.١ مقدر بيز الضبابي في ظل دالة خسارة تربيعية FBSEL

بعد ان تم استخراج التوزيع المشترك اللاحق للمعلمات المراد تقديرها ، ناتي الآن الى ايجاد مقدر بيز الضبابي في ظل دالة خسارة تربيعية حيث اذ مقدر بيز هو توقع دالة الخسارة للمعلمة المراد تقديرها وكالاتي:

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}_{\text{FBSEL}} &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \lambda \tilde{h}(\lambda, \beta, \rho | x_i, y_i) d\rho d\beta d\lambda \\ &= \frac{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \lambda \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \\ &= \frac{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \dots (٢-٩٧) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_{\text{FBSEL}} &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \beta \tilde{h}(\lambda, \beta, \rho | x_i, y_i) d\rho d\beta d\lambda \\ &= \frac{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \beta \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \end{aligned}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \dots (٢-٩٨)$$

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{\text{FBSEL}} &= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho \tilde{h}(\lambda, \beta, \rho | x_i y_i) d\rho d\beta d\lambda \\ &= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \\ &= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \dots (٢-٩٩) \end{aligned}$$

### ٢.٥.٢ مقدر بيز الضبابي في ظل دالة خسارة احترازية FBPE

بعد أن تم استخراج التوزيع المشترك اللاحق للمعلمات المراد تقديرها ، نأتي الآن الى ايجاد مقدر بيز الضبابي في ظل دالة خسارة تربيعية حيث اذ مقدر بيز هو توقع دالة الخسارة للمعلمة المراد تقديرها وكالاتي:

$$\begin{aligned} E(\lambda^2 | x_i y_i) &= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \lambda^2 \tilde{h}(\lambda, \beta, \rho | x_i y_i) d\rho d\beta d\lambda \\ &= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \lambda^2 \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \\ &= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})+1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n(\frac{v+1}{2})+c_3-1} (1-\rho)^{-c_1-c_2+2n+d_3-1} \lambda^{c_1+n(\frac{v+1}{2})-1} \beta^{c_2+n(\frac{v+1}{2})-1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1+\beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \dots (٢-١٠٠) \end{aligned}$$

فان مقدر بيز لمعلمات توزيع Kipple في ظل دالة خسارة احترازية يكون كالاتي:

$$\therefore \hat{\lambda}_{\text{SBPEL}} = \sqrt{E(\lambda^2 | t)}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \lambda^2 \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) + 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \dots (2-101)$$

$$\therefore \widehat{\beta}_{SBPEL} = \sqrt{E(\beta^2 | \mathbf{t})}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \beta^2 \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) + 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \dots (2-102)$$

$$\therefore \widehat{\rho}_{SBPEL} = \sqrt{E(\rho^2 | \mathbf{t})}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^2 \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 + 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda}{\int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \rho^{-n \left(\frac{v+1}{2}\right) + c_3 - 1} (1-\rho)^{-c_1 - c_2 + 2n + d_3 - 1} \lambda^{c_1 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} \beta^{c_2 + n \left(\frac{v+1}{2}\right) - 1} e^{-\frac{1}{1-\rho}(\lambda d_1 + \beta d_2)} S_2 S_3 S_4 d\rho d\beta d\lambda} \dots (2-$$

103)

وان مقدرات بيز في المعادلات (2-60) و (2-61) و (2-62) لا يمكن ايجدها بالطرائق التحليلية

الاعتيادية لذلك لابد من استعمال طريقة تكرارية او تقريب وسيتم استعمال معاينة جيس ( Gibbs

. (sampling



## الفصل الثالث

### الجانب التجريبي



### ٣.١ تمهيد (Preface)

في هذا الفصل استعمال اسلوب المحاكاة مونت- كارلو لاختبار قابلية طرائق التقدير التي تم عرضها في الجانب النظري من الرسالة ، ثم المقارنة بين هذه الطرائق عن طريق المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ التكالمي (IMSE) ، وكذلك شمل هذا الفصل بعض المفاهيم العامة للمحاكاة وكذلك وصف لتجربة المحاكاة الخاصة بالرسالة من حيث أحجام العينات وكذلك النماذج الافتراضية الخاصة بقيم المعلمات الافتراضية، وتم عرض نتائج تجربة المحاكاة في جداول تم عرضها لاحقاً .

### ٣.٢ مفهوم المحاكاة ( Simulation Concept )

تعد المحاكاة عملية تطبيق لخيال المستعمل على واقع افتراضي تجريبي لغرض فحص مشكلة معينة او قياس اداء معين لغرض دراسة السلوك وأعمام النتائج على الواقع الحقيقي ، اي هو عملية تقليد لنظام معين ينطوي بناء تاريخ اصطناعي مع مميزات النظام الحقيقي لغرض فهم ذلك النظام افضل ما يكون ودراسة سلوكه وتطوره بمرور الوقت . وكثيرا ما نجد في الواقع الحقيقي ان هناك عمليات تكون معقدة الفهم والتحليل لذلك فمن الافضل ان نوصف هذه العمليات بصورة مشابهة للصور الحقيقية بنماذج معينة، ففهم الانموذج يحقق لنا قدراً من الادراك للعملية الاصلية او الواقع الحقيقي عن طريق محاكاة الانموذج، ومن الطبيعي ان درجة المشابهة بين أي تجربة محاكاة والواقع الحقيقي تعتمد على مدى مطابقة او مشابهة انموذج المحاكاة للنظام الحقيقي. لقد تعددت اساليب المحاكاة ولاسيما بعد التطور السريع الذي حصل في استعمال الحاسبة الالكترونية ولكونها الاسلوب الفعال الذي يمكننا من ادارته بشكل تطبيقي واسع في التطبيق العملي .

ومن المبادئ الاساسية للمحاكاة باستعمال الحاسبة وضع برنامج يمثل او يشابه سلوك العملية الحقيقية بشكل مقارب للواقع الحقيقي قدر الامكان، وغالباً ما يكون هذا الواقع معقداً جداً لتمثيله أو تقليده

بصورة متقنة في برنامج الحاسبة وعلى الرغم من ذلك فإن أسلوب المحاكاة يمكن ان يعطي معلومات مفيدة حول الواقع الحقيقي الذي يشابهه، ونماذج المحاكاة الاكثر شبيهه للواقع الحقيقي تكون اكثر دقة في النتائج والمعلومات المستخلصة منها. ان اول مراحل استعمال اسلوب المحاكاة هو توليد المتغيرات العشوائية قيد الدراسة، كما ان أي تجربة محاكاة ماهي الا عبارة عن نوع معين من انواع المعاينة اذ تسحب هذه العينة من المجتمع الافتراضي الممثل للظاهرة المدروسة باحجام مختلفة من العينات ، وتكرار العملية مرات كثيرة بدلا من ان تسحب من المجتمع الحقيقي وبذلك فإن اسلوب المحاكاة يمكن ان يحقق للباحثين حلا تحليلية وكذلك يؤمن قاعدة تجريبية تكون دليلاً لهم مع القاعدة النظرية لاختيار الاسلوب الملائم او الطريقة الملائمة لتحليل ودراسة بيانات الظواهر التي يدرسونها عن طريقة مطابقة خصائصها مع الانواع التي طبقت المحاكاة عليها. (Silva & et al. , ٢٠١٠ , ٤٢٩-٤٣٠) .

### ٣.٣ وصف تجارب المحاكاة: (Describe of Simulation Experiments)

اعتمد أسلوب المحاكاة مونت-كارلو (Monte-Carlo Simulation) لغرض اختبار كفاية طرائق التقدير المستعملة لتقدير معالم توزيع كما الثنائي لـ Kibble ( Kibble's bivariate gamma distribution ) باستعمال طريقة بيز في التقدير عند دالتي خسارة تربيعية واحترافية ومقارنة المقدرات المستخرجة باستعمال معيار متوسط مربعات الخطأ التكالمي (IMSE) وفقاً المراحل الآتية:

#### ٣.٣.١ تحديد حجوم العينات (Sample Sizes)

تم في هذه المرحلة تحديد حجم العينة الذي سيتم العمل عليه في اختيار المجموعات الضبابية اذ تم اختيار حجم عينة تقليدي  $n=150$  وبعد ذلك يتم تحديد حجوم العينات التي سيتم تطبيق طرائق التقدير عليها وفقاً لمعامل القطع الذي سيتم تحديده.

### ٣.٣.٢ إختيار القيم الافتراضية لمعاملات توزيع كاما الثنائي لـ Kibble

تم الحصول على القيم الافتراضية تجريبياً من إجراء تجارب عدة واختيار القيم التي إستقرت عندها تقديرات بيز وأعطت افضل النتائج وكما مبينة في الجدول (٣-١) .

جدول (٣-١) القيم الافتراضية لمعاملات توزيع كاما الثنائي لـ Kibble

Model \ Parameter	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
V	١	١	١	١	١	١	١	١
A	٢	٢	١	٤	٤.٥	٨	٠.٥	٣
$\beta$	٢	٣	٢.٥	٥	٢	٠.٥	٨	٣
$\rho$	٠.٨	٠.١	٠.٥	٠.٢	٠.٩	٠.٧	٠.٧	٠.٣

### ٣.٣.٣ توليد البيانات (Data Generating)

تم توليد عينات عشوائية تتبع توزيع كاما الثنائي لـ Kibble باستعمال خوارزمية خاصة لتوليد عينة توزيع كاما الثنائي لـ Kibble العمومي ( General Kibble's Bivariate Gamma Distribution ) وكما يأتي:

إذا كان لدينا  $(W_1, W_2)$  متغيران عشوائيان لهما كاما العمومي بمعلمتي الشكل  $(\alpha_1, \alpha_2)$  ومعلمتي القياس  $(\lambda_1, \lambda_2)$  والمعلمتين  $\gamma$  و  $\rho$  اللتان تمثلان الارتباط بين المتغيرين  $W_1$  و  $W_2$  ، (Kibble) قدم

دالة مولدة للعزوم لتوزيع كما الثنائي (Bivariate Gamma Distribution) بالمعلمات

في ظل الشرط  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$  و  $\rho^2 \leq \min(\alpha_1, \alpha_2)$  وكالاتي:

$$M_{W_1, W_2}(t_1, t_2) = (1 - t_1)^{-\alpha_1} (1 - t_2)^{-\alpha_2} \left(1 - \frac{\rho^2 t_1 t_2}{(1-t_1)(1-t_2)}\right)^{-\gamma} \quad \dots (3-1)$$

بشرط  $t_1 < 1$  و  $t_2 < 1$  و  $\rho^2 t_1 t_2 < (1 - t_1)(1 - t_2)$ .

وعندما يكون  $2\gamma$  عدداً صحيحاً موجباً . قدم (Kibble) معكوس المعادلة (3-1) والتي تعطي قيم مقبولة

لدالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كما الثنائي لـ Kibble العمومي وتوليد بيانته عندما يكون  $\alpha_1 < \gamma$  و

$\alpha_2 < \gamma$  و  $2\alpha_1$  و  $2\alpha_2$  و  $2\gamma$  اعداد صحيحة موجبة فستكون خوارزمية توليد عينة توزيع كما

الثنائي لـ Kibble الثنائي العمومي كما يأتي:

ليكن  $Z_1, Z_2, \dots, Z_{2\gamma}$  اذ أن  $Z_i = (Z_{1,i}, Z_{2,i})$  عينة عشوائية بحجم  $2\gamma$  من التوزيع الطبيعي الثنائي

بمتجه المتوسطات '(0, 0)' ومصفوفة تباين مشترك  $C = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$  اذا أن  $|\rho| < 1$ .

و  $U_1, U_2, \dots, U_{2(\alpha_1 + \alpha_2 - 2\gamma)}$  عينة بحجم  $2(\alpha_1 + \alpha_2 - 2\gamma)$  من توزيع طبيعي قياسي وان  $Z_i$

و  $U_k$  مستقلان تماماً لكل  $i=1, 2, \dots, 2\gamma$  و  $j=1, 2, \dots, 2(\alpha_1 + \alpha_2 - 2\gamma)$  فان  $k=1, \dots$  فنعرف:

$$W_1 = \frac{\sum_{i=1}^{2\gamma} Z_{1,i}^2 + \sum_{i=1}^{2(\alpha_1 - \gamma)} U_i^2}{2\lambda_1} \quad \dots (3-2)$$

$$W_2 = \frac{\sum_{i=1}^{2\gamma} Z_{2,i}^2 + \sum_{i=1}^{2(\alpha_2 - \gamma)} U_i^2}{2\lambda_2} \quad \dots (3-3)$$

وبما ان  $Z_i$  و  $U_k$  مستقلان تماماً فان الدالة المولدة للعزوم (m.g.f) للمتغيرين  $W_1$  و  $W_2$  تعطى

بالصيغة الآتية:

$$\begin{aligned}
 E(\exp(t_1 W_1, t_2 W_2)) &= E \left[ \exp \left( \frac{t_1}{2\lambda_1} \sum_{i=1}^{2\gamma} Z_{1,i}^2 + \frac{t_2}{2\lambda_2} \sum_{i=1}^{2\gamma} Z_{2,i}^2 \right) \right] E \left( \exp \left( \frac{t_1}{2\lambda_1} \sum_{i=1}^{2(\alpha_1-\gamma)} U_i^2 \right) \right) E \left( \exp \left( \frac{t_2}{2\lambda_2} \sum_{i=1}^{2(\alpha_1-\gamma)} U_i^2 \right) \right) \\
 &= \left\{ E \left[ \exp \left( \frac{t_1}{2\lambda_1} Z_{1,1}^2 + \frac{t_2}{2\lambda_2} Z_{2,1}^2 \right) \right] \right\}^{-\gamma} \left( 1 - \frac{t_1}{\lambda_1} \right)^{-\alpha_1+\gamma} \left( 1 - \frac{t_2}{\lambda_2} \right)^{-\alpha_2+\gamma} \\
 &= \left( 1 - \frac{t_1 t_2 \rho^2 / \lambda_1 \lambda_2}{\left( 1 - \frac{t_1}{\lambda_1} \right) \left( 1 - \frac{t_2}{\lambda_2} \right)} \right)^{-\gamma} \left( 1 - \frac{t_1}{\lambda_1} \right)^{-\alpha_1+\gamma} \left( 1 - \frac{t_2}{\lambda_2} \right)^{-\alpha_2+\gamma} \quad \dots (3-4)
 \end{aligned}$$

فان خطوات خوارزمية توليد عينات توزيع كما الثنائي لـ Kibble بافتراض ان  $\alpha_1 = v$  و  $\alpha_2 = 1$  و

$$X = (X_1, X_2) \text{ هي توليدها هي } \rho = \rho \text{ و } \gamma = 1 \text{ و } \lambda_2 = \beta \lambda_1 = \alpha$$

### 3.3.3 تضبيب البيانات (Data Fuzzification)

يتم تحويل متجه العينة التقليدي  $\underline{X} = (\underline{X}_1, \underline{X}_2)'$  من توزيع كما الثنائي لـ Kibble الى الضبابية وذلك بايجاد درجة الانتماء المقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات متجه العينة التقليدي باستعمال دالة إنتماء مثلثية وكما يأتي:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{if } x > b \end{cases} \quad \dots (3-5)$$

إذ أن **a** تمثل اقل قيمة من قيم مشاهدات العينة التقليدي و **b** تمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات متجه العينة التقليدي والذي ينتج لدينا متجه عينة ضبابي  $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \tilde{X}$  يتضمن كل مشاهدة ودرجة انتماءها المقابلة أي:

$$\tilde{X}_i = \{(X_i, \mu_A(X_1)), (X_2, \mu_A(X_2))\} \quad \dots (3-6)$$

بعد ذلك يتم الحصول على المجموعة الضبابية عند القطع  $\tilde{A}_\alpha = \{\tilde{X}_1, \tilde{X}_2\}$  ولكل توزيع مدرّوس بإختيار العناصر في المجموعة الضبابية التي لها درجة انتماء اكبر او تساوي القطع ، أي أن:

$$\tilde{A}_\alpha = \{\tilde{X} \in T; \mu_{\tilde{A}}(\tilde{X}) \geq \alpha\} \quad \dots (3-7)$$

٥. إختيار قيم معاملات القطع: ( $\alpha$ -cut)

تم اختيار عدة معاملات للقطع وكالآتي:

$$\alpha - \text{cut} = 0.3, 0.5, 0.8$$

والسبب في اختيار معاملات القطع هذه الحصول على مختلف انواع العينات الضبابية عند كل مستوى قطع ومن ثم اختبار تأثير احجام العينات الضبابية الى دقة التقدير.

## ٦. مقارنة طرائق التقدير

وهي المرحلة الأخيرة حيث يتم فيها المقارنة بين طرائق تقدير معاملات توزيع كاما الثنائي لـ **Kibble** لغرض الوصول للمقدر الأكفأ عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة. فقد تم الاعتماد على متوسط مربعات الخطأ التكاملية (IMSE):

لكون (MSE) يحسب لكل ( $t_i$ ) من الزمن فإن (IMSE) يمثل تكامل للمساحة الكلية ( $t_i$ ) واختزالها

بقيمة واحدة تعد عامة للزمن. أو معبرة عن الزمن الكلي.

وصيغة هذا المقياس تكون كما يأتي:

$$\begin{aligned} IMSE[\hat{\theta}(t_j)] &= \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \left\{ \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} [\hat{\theta}_i(t_j) - \theta(t_j)] \right\} \\ &= \frac{1}{n_t} \sum_{j=1}^{n_t} MSE[\hat{\theta}_i(t_j)] , \\ & i = 1, \dots, r \end{aligned} \quad \dots (3-8)$$

اذ أن:

r : يمثل مرات تكرار التجربة.

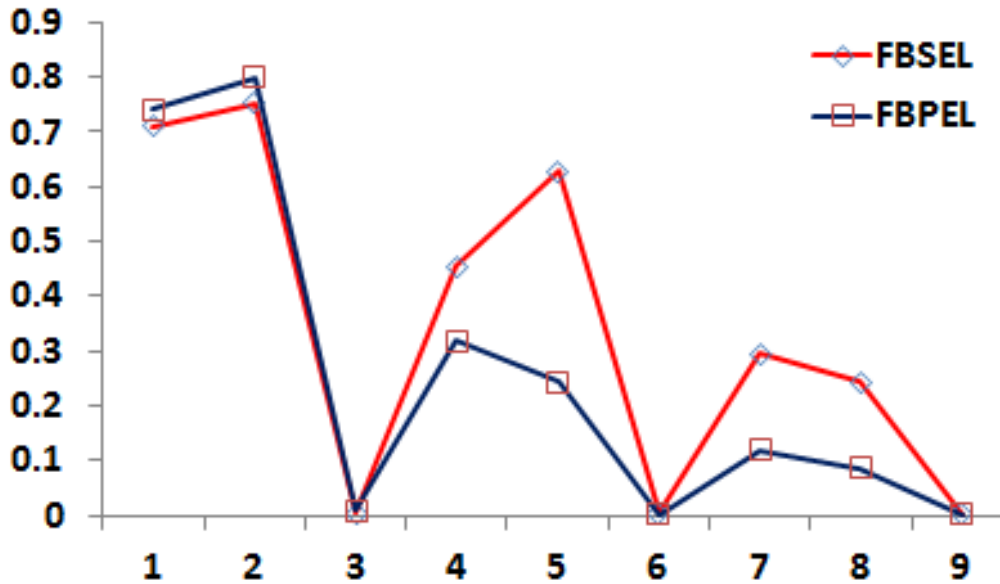
$n_t$ : معبرة عن حدود المتغير ( $t_i$ ) أي من الحد الأدنى (Lower Bound) إلى الحد الأعلى (Upper Bound)

٣.٤ مناقشة نتائج تجارب المحاكاة :

سيتم عرض وتحليل نتائج تجارب المحاكاة لتقدير معالم توزيع كاما الثنائي ل Kibble حسب الطرائق المبينة في الجانب النظري.

جدول (٢-٣) تقدير المعالم ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية IMSE عند الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع  $\alpha - cut = 0.3, 0.5, 0.8$  للانموذج الأول

Method	Alfa-Cut	Parameter	FBSEL		FBPEL		Best
			Estimation	IMSE	Estimation	IMSE	
٠.٣		$\hat{\alpha}$	٢.٨٤٢٣٣	٠.٧٠٩٥	٢.٨٦١٣٤	٠.٧٤١٩	FBSEL
		$\hat{\beta}$	٢.٨٦٧٥٥	٠.٧٥٢٦	٢.٨٩٤٣٣	٠.٧٩٩٨	
		$\hat{\rho}$	٠.٨٦٤٥٧	٠.٠٠٤٢	٠.٨٨٧١٨	٠.٠٠٧٦	
٠.٥		$\hat{\alpha}$	٢.٦٧٤٤٣	٠.٤٥٤٩	٢.٥٦٣٣٣	٠.٣١٧٣	FBPEL
		$\hat{\beta}$	٢.٧٩٢٢٢	٠.٦٢٧٦	٢.٤٩٢٢٥	٠.٢٤٢٣	
		$\hat{\rho}$	٠.٨٥٧٢٣	٠.٠٠٣٣	٠.٨٣٣٣٥	٠.٠٠١١	
٠.٨		$\hat{\alpha}$	٢.٥٤٣٣٢	٠.٢٩٥٢	٢.٣٤٣٢٧	٠.١١٧٨	FBPEL
		$\hat{\beta}$	٢.٤٩٢٢٢	٠.٢٤٢٣	٢.٢٩٢٤٦	٠.٠٨٥٥	
		$\hat{\rho}$	٠.٨٣٧١١	٠.٠٠١٤	٠.٨٢٧٣٩	٠.٠٠٠٨	



شكل (٣-١) منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الاول

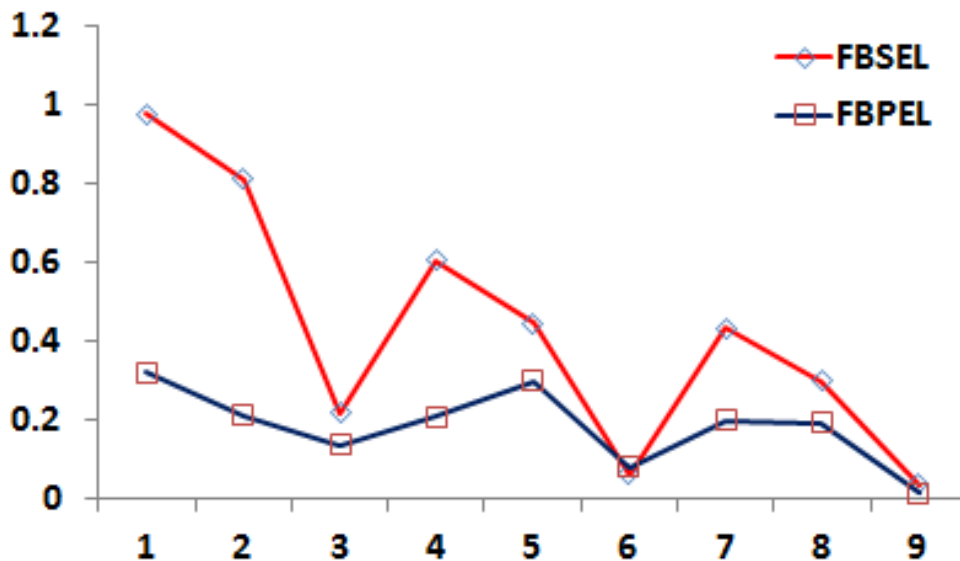
نلاحظ من جدول (٣-٢) والشكل (٣-١) وعند المعلمات الافتراضية ( $\alpha=2, \beta=2, \rho=0.8, v=1$ ) ما يأتي:

١. عند القطع ( $\text{Alfa-Cut}=0.3$ ) كانت المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة تربيعية افضل من المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي .
٢. عند معاملات القطع ( $\text{Alfa-Cut}=0.5, 0.8$ ) كانت المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية افضل من المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة تربيعية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي .
٣. كلما زاد القطع تناقص متوسط مربعات الخطأ التكاملي ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير.



جدول (٣-٣) تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية **IMSE** عند الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع  $\alpha - \text{cut} = 0.3, 0.5, 0.8$  للانموذج الثاني

Method		FBSEL		FBPEL		Best
Alfa-Cut	Parameter	Estimation	IMSE	Estimation	IMSE	
٠.٣	$\hat{\alpha}$	٢.٩٨٦٨٥	٠.٩٧٣٨٧	٢.٥٦٤٤٣	٠.٣١٨٥٨	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٣.٨٩٩٥٣	٠.٨٠٩١٥	٣.٤٥٦٣٢	٠.٢٠٨٢٣	
	$\hat{\rho}$	٠.٥٦٣٣٥	٠.٢١٤٦٩	٠.٤٦٥٦٨	٠.١٣٣٧٢	
٠.٥	$\hat{\alpha}$	٢.٧٧٥٧٤	٠.٦٠١٧٧	٢.٤٥٤٤٦	٠.٢٠٦٥٣	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٣.٦٦٥٧٤	٠.٤٤٣٢١	٣.٥٤٣٣٣	٠.٢٩٥٢١	
	$\hat{\rho}$	٠.٣٤٢٤٢	٠.٠٥٨٧٧	٠.٣٧٨٦٤	٠.٠٧٧٦٤	
٠.٨	$\hat{\alpha}$	٢.٦٥٦٦٢	٠.٤٣١١٥	٢.٤٤٣٥٦	٠.١٩٦٧٥	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٣.٥٤٥٤٣	٠.٢٩٧٤٩	٣.٤٣٥٣٥	٠.١٨٩٥٣	
	$\hat{\rho}$	٠.٢٧٨٥٥	٠.٠٣١٨٨	٠.٢١١٣٣	٠.٠١٢٣٩	



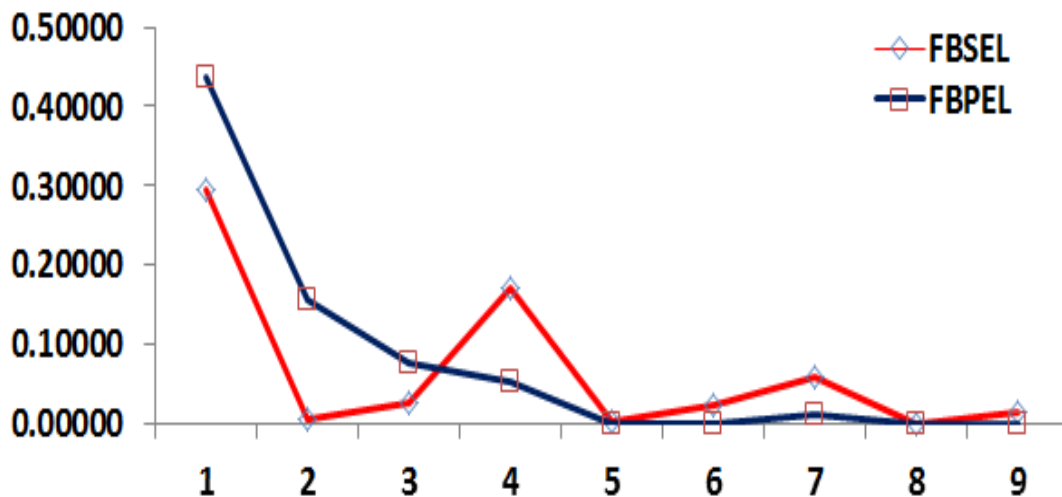
شكل (٣-٢) منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الاول

نلاحظ من جدول (٣-٣) والشكل (٣-٢) وعند المعلمات الافتراضية ( $\alpha=2, \beta=3, \rho=0.1, v=1$ ) ما يأتي:

١. عند جميع معاملات القطع ( $\text{Alfa-Cut}=0.3, 0.5, 0.8$ ) كانت المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية افضل من المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة تربيعية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي .
٢. كلما زاد القطع تناقص متوسط مربعات الخطأ التكاملي ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير.

جدول (٣-٤) تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي **IMSE** عند الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع  $\alpha - \text{cut} = 0.3, 0.5, 0.8$  للنموذج الثالث

Method		FBSEL		FBPEL		Best
Alfa-Cut	Parameter	Estimation	IMSE	Estimation	IMSE	
٠.٣	$\hat{\alpha}$	١.٥٤٢٣	٠.٢٩٤١٢	١.٦٦١٣	٠.٤٣٧٣٧	FBSEL
	$\hat{\beta}$	٢.٥٨٧٦	٠.٠٠٧٦٧	٢.٨٩٤٣	٠.١٥٥٥٠	
	$\hat{\rho}$	٠.٦٦٤٦	٠.٠٢٧٠٨	٠.٧٧٧٢	٠.٠٧٦٨٣	
٠.٥	$\hat{\alpha}$	١.٤١٤٤	٠.١٧١٧٥	١.٢٣٣٣	٠.٠٥٤٤٤	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٢.٥٤٢٢	٠.٠٠١٧٨	٢.٤٩٢٣	٠.٠٠٠٠٦	
	$\hat{\rho}$	٠.٦٥٧٢	٠.٠٢٤٧٢	٠.٥٣٣٤	٠.٠٠١١١	
٠.٨	$\hat{\alpha}$	١.٢٤٣٣	٠.٠٥٩٢٠	١.١١٣٣	٠.٠١٢٨٣	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٢.٥٣٢٢	٠.٠٠١٠٤	٢.٥٢١٥	٠.٠٠٠٤٦	
	$\hat{\rho}$	٠.٦١٧١	٠.٠١٣٧١	٠.٥٢٧٤	٠.٠٠٠٧٥	



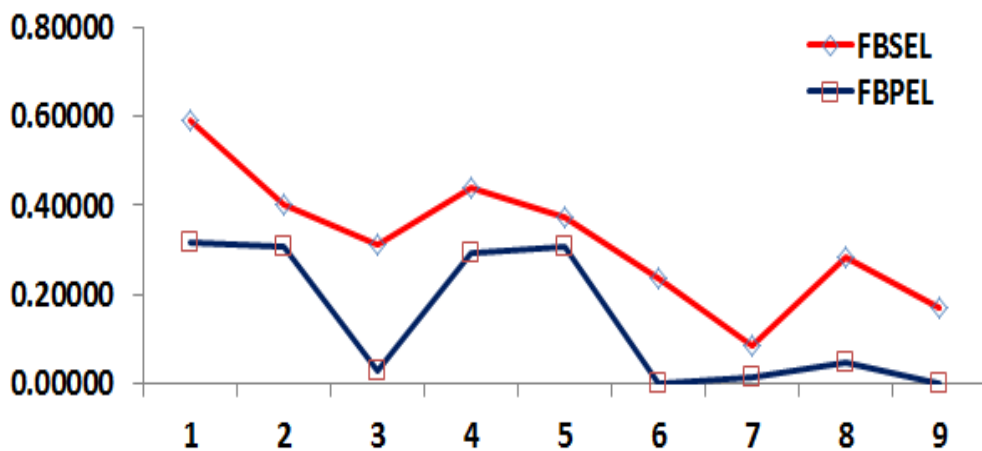
شكل (٣-٣) منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملي لطرائق التقدير للنموذج الثالث

نلاحظ من جدول (٣-٤) والشكل (٣-٣) وعند المعلمات الافتراضية ( $\alpha=1, \beta=2.5, \rho=0.5, v=1$ ) ما يأتي:

١. عند القطع ( $\text{Alfa-Cut}=0.3$ ) كانت المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة تربيعية افضل من المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي .
٢. عند معاملات القطع ( $\text{Alfa-Cut}=0.5, 0.8$ ) كانت المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية افضل من المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة تربيعية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي .
٣. كلما زاد القطع تناقص متوسط مربعات الخطأ التكاملي ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير.

جدول (٣-٥) تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي **IMSE** عند الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع  $\alpha - \text{cut} = 0.3, 0.5, 0.8$  للنموذج الرابع

Method		FBSEL		FBPEL		Best
Alfa-Cut	Parameter	Estimation	IMSE	Estimation	IMSE	
٠.٣	$\hat{\alpha}$	٤.٧٦٨٦	٠.٥٩٠٧٥	٤.٥٦١٧	٠.٣١٥٥١	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٥.٦٣٤١	٠.٤٠٢٠٨	٥.٥٥٦٣	٠.٣٠٩٤٧	
	$\hat{\rho}$	٠.٧٥٧٥	٠.٣١٠٨١	٠.٣٦٣٣	٠.٠٢٦٦٧	
٠.٥	$\hat{\alpha}$	٤.٦٦١٣	٠.٤٣٧٣٢	٤.٥٤٢١	٠.٢٩٣٨٧	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٥.٦١٢٣	٠.٣٧٤٩١	٥.٥٥٣٢	٠.٣٠٦٠٣	
	$\hat{\rho}$	٠.٦٨٦٧	٠.٢٣٦٨٨	٠.٢٤٣٤	٠.٠٠١٨٨	
٠.٨	$\hat{\alpha}$	٤.٢٩١٢	٠.٠٨٤٨٠	٤.١١٣٤	٠.٠١٢٨٦	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٥.٥٣٢١	٠.٢٨٣١٣	٥.٢٢١١	٠.٠٤٨٨٩	
	$\hat{\rho}$	٠.٦١٤٤	٠.١٧١٧٣	٠.٢١١٤	٠.٠٠٠١٣	



شكل (٣-٤) منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملي لطرائق التقدير للنموذج الرابع

نلاحظ من جدول (٣-٥) والشكل (٣-٤) وعند المعلمات الافتراضية ( $\alpha=4, \beta=5, \rho=0.2$ ) ( $v=1$ ) ما يأتي:

١. عند جميع معاملات القطع ( $\text{Alfa-Cut}=0.3, 0.5, 0.8$ ) كانت المعلمات المقدرة بموجب

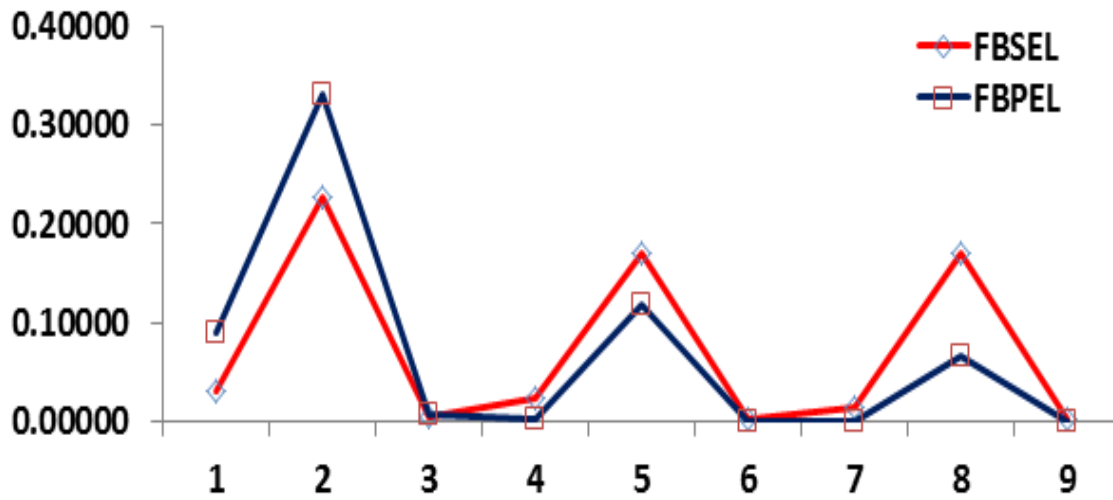
طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية افضل من المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في

ظل دالة خسارة تربيعية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي .

٢. كلما زاد القطع تناقص متوسط مربعات الخطأ التكاملي ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير.

جدول (٣-٦) تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية **IMSE** عند الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع  $\alpha - \text{cut} = 0.3, 0.5, 0.8$  للانموذج الخامس

Method		FBSEL		FBPEL		Best
Alfa-Cut	Parameter	Estimation	IMSE	Estimation	IMSE	
٠.٣	$\hat{\alpha}$	٤.٦٧٧٤	٠.٠٣١٤٨	٤.٧٩٨٥	٠.٠٨٩١٣	FBSEL
	$\hat{\beta}$	٢.٤٧٥٣	٠.٢٢٥٩٣	٢.٥٧٥٨	٠.٣٣١٥٢	
	$\hat{\rho}$	٠.٩٦٧٢	٠.٠٠٤٥٢	٠.٩٩١٢	٠.٠٠٨٣٢	
٠.٥	$\hat{\alpha}$	٤.٦٥٦٦	٠.٠٢٤٥٤	٤.٥٥٧٥	٠.٠٠٣٣١	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٢.٤١٣٤	٠.١٧٠٩٣	٢.٣٤٤٤	٠.١١٨٦٤	
	$\hat{\rho}$	٠.٩٥٣٤	٠.٠٠٢٨٥	٠.٩٣٣٤	٠.٠٠١١٢	
٠.٨	$\hat{\alpha}$	٤.٦٢٢٣	٠.٠١٤٩٦	٤.٥١٧٢	٠.٠٠٠٣٠	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٢.٤١١١	٠.١٦٩٠١	٢.٢٥٦٩	٠.٠٦٥٩٩	
	$\hat{\rho}$	٠.٩٥٢١	٠.٠٠٢٧٢	٠.٩٢٢٦	٠.٠٠٠٥١	



شكل (٣-٥) منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج الخامس

نلاحظ من جدول (٣-٦) والشكل (٣-٥) وعند المعلمات الافتراضية ( $\alpha=٤.٥$ ,  $\beta=٢$ ,  $\rho=٠.٩$ ) ( $v=١$ ) ما يأتي:

١. عند جميع معاملات القطع ( $\text{Alfa-Cut}=٠.٣, ٠.٥, ٠.٨$ ) كانت المعلمات المقدرة بموجب

طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية افضل من المعلمات المقدرة بموجب طريقة بيز في

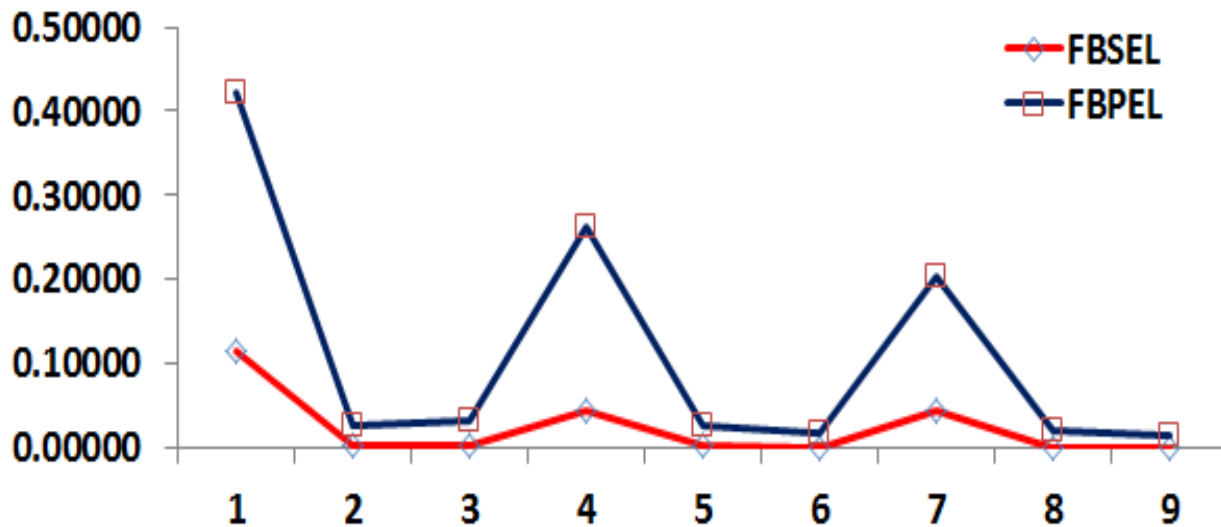
ظل دالة خسارة تربيعية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي.

٢. كلما زاد القطع تناقص متوسط مربعات الخطأ التكاملي ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير.



جدول (٣-٧) تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية **IMSE** عند الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع  $\alpha - \text{cut} = 0.3, 0.5, 0.8$  للانموذج السادس

Method		FBSEL		FBPEL		Best
Alfa-Cut	Parameter	Estimation	IMSE	Estimation	IMSE	
٠.٣	$\hat{\alpha}$	٨.٣٤١٧	٠.١١٦٧٦	٨.٦٤٩٤	٠.٤٢١٧٢	FBSEL
	$\hat{\beta}$	٠.٥٦٨٣	٠.٠٠٤٦٦	٠.٦٦٧٧	٠.٠٢٨١٢	
	$\hat{\rho}$	٠.٧٤٥٣	٠.٠٠٢٠٥	٠.٨٧٩٧	٠.٠٣٢٢٩	
٠.٥	$\hat{\alpha}$	٨.٢١٤٤	٠.٠٤٥٩٧	٨.٥١٣٣	٠.٢٦٣٤٨	FBSEL
	$\hat{\beta}$	٠.٥٥٣٢	٠.٠٠٢٨٣	٠.٦٦٧٧	٠.٠٢٨١٢	
	$\hat{\rho}$	٠.٧٣٢١	٠.٠٠١٠٣	٠.٨٣٤٥	٠.٠١٨٠٩	
٠.٨	$\hat{\alpha}$	٨.٢١١٣	٠.٠٤٤٦٥	٨.٤٥٢٢	٠.٢٠٤٤٨	FBSEL
	$\hat{\beta}$	٠.٥٢٣٢	٠.٠٠٠٥٤	٠.٦٤٤٢	٠.٠٢٠٧٩	
	$\hat{\rho}$	٠.٧١٢٢	٠.٠٠٠١٥	٠.٨١٧٥	٠.٠١٣٨١	



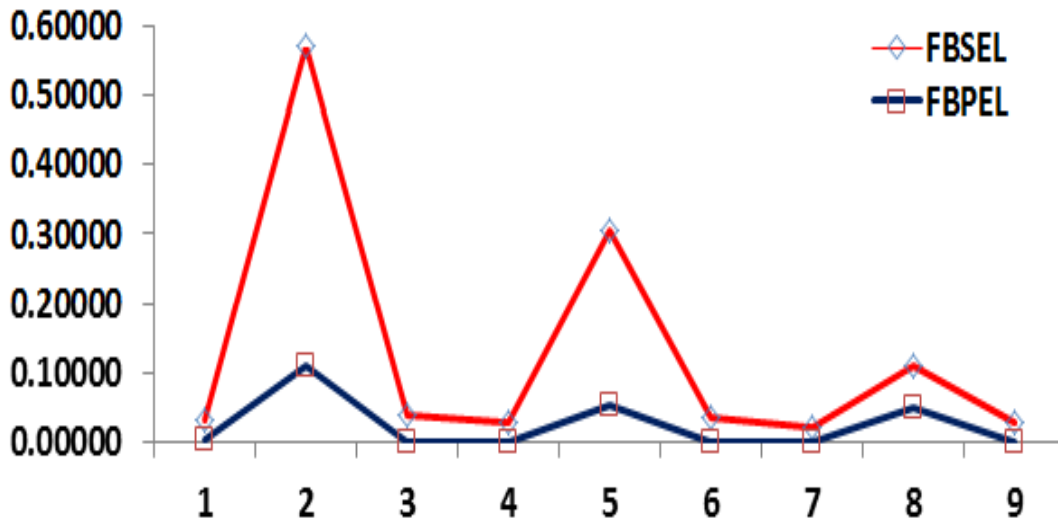
شكل (٣-٦) منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للانموذج السادس

نلاحظ من جدول (٣-٨) والشكل (٣-٧) وعند المعلمات الافتراضية ( $\alpha=٨, \beta=٠.٥, \rho=٠.٧$ ) ( $v=١$ ) ما يأتي:

١. عند جميع معاملات القطع ( $\text{Alfa-Cut}=٠.٣, ٠.٥, ٠.٨$ ) كانت المعلمات المقدره بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة تربيعية افضل من المعلمات المقدره بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي.
٢. كلما زاد القطع تناقص متوسط مربعات الخطأ التكاملي ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير.

جدول (٣-٨) تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية **IMSE** عند الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع  $\alpha - \text{cut} = 0.3, 0.5, 0.8$  للنموذج السابع

Method		FBSEL		FBPEL		Best
Alfa-Cut	Parameter	Estimation	IMSE	Estimation	IMSE	
٠.٣	$\hat{\alpha}$	٠.٦٧٨٤	٠.٠٣١٨٣	٠.٥٥٦٦	٠.٠٠٣٢٠	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٨.٧٥٤٣	٠.٥٦٨٩٧	٨.٣٣٢٤	٠.١١٠٤٩	
	$\hat{\rho}$	٠.٨٩٧٥	٠.٠٣٩٠١	٠.٧٤٥٣	٠.٠٠٢٠٥	
٠.٥	$\hat{\alpha}$	٠.٦٦٧٥	٠.٠٢٨٠٦	٠.٥٤٣٣	٠.٠٠١٨٧	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٨.٥٥٣٣	٠.٣٠٦١٤	٨.٢٣٣٢	٠.٠٥٤٣٨	
	$\hat{\rho}$	٠.٨٨٦٥	٠.٠٣٤٧٨	٠.٧٢٣١	٠.٠٠٠٥٣	
٠.٨	$\hat{\alpha}$	٠.٦٤٣٥	٠.٠٢٠٥٩	٠.٥١٢٣	٠.٠٠٠١٥	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٨.٣٣٤٤	٠.١١١٨٢	٨.٢٢١١	٠.٠٤٨٨٩	
	$\hat{\rho}$	٠.٨٦٥٤	٠.٠٢٧٣٦	٠.٧١١٢	٠.٠٠٠١٣	



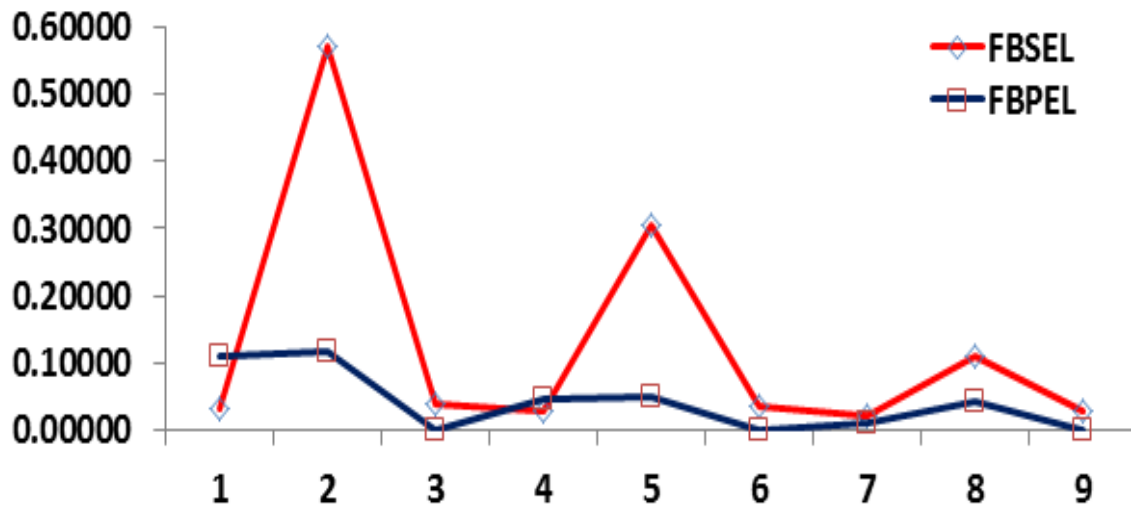
شكل (٣-٧) منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملية لطرائق التقدير للنموذج السابع

نلاحظ من جدول (٣-٨) والشكل (٣-٧) وعند المعلمات الافتراضية ( $\alpha=0.05$ ,  $\beta=0.08$ ,  $\rho=0.7$ ) ( $v=1$ ) ما يأتي:

١. عند جميع معاملات القطع ( $\text{Alfa-Cut}=3, 3, 0.3$ ) كانت المعلمات المقدره بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترازية افضل من المعلمات المقدره بموجب طريقة بيز في ظل دالة خسارة تربيعية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي.
٢. كلما زاد القطع تناقص متوسط مربعات الخطأ التكاملي ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير.

جدول (٣-٩) تقدير المعلمات ومتوسط مربعات الخطأ التكاملي **IMSE** عند الطرائق البيزية التقليدية والضبابية عند معاملات القطع  $\alpha - \text{cut} = 0.3, 0.5, 0.8$  للنموذج الثامن

Method		FBSEL		FBPEL		Best
Alfa-Cut	Parameter	Estimation	IMSE	Estimation	IMSE	
٠.٣	$\hat{\alpha}$	٣.٦١٢٣	٠.٣٧٤٩١	٣.٣٣٢١	٠.١١٠٢٩	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٣.٧١٢١	٠.٥٠٧٠٩	٣.٣٤٣٢	٠.١١٧٧٩	
	$\hat{\rho}$	٠.٥٩٤٤	٠.٠٨٦٦٧	٠.٣٣٢٤	٠.٠٠١٠٥	
٠.٥	$\hat{\alpha}$	٣.٥٦٤٧	٠.٣١٨٨٩	٣.٢١٢٢	٠.٠٤٥٠٣	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٣.٥٣٢١	٠.٢٨٣١٣	٣.٢٢٢٣	٠.٠٤٩٤٢	
	$\hat{\rho}$	٠.٤٤٤١	٠.٠٢٠٧٦	٠.٣٢١١	٠.٠٠٠٤٥	
٠.٨	$\hat{\alpha}$	٣.٣٤٢٢	٠.١١٧١٠	٣.١١٢١	٠.٠١٢٥٧	FBPEL
	$\hat{\beta}$	٣.٣١٧٨	٠.١٠١٠٠	٣.٢١١١	٠.٠٤٤٥٦	
	$\hat{\rho}$	٠.٤٢٣٢	٠.٠١٥١٨	٠.٣٢١١	٠.٠٠٠٤٥	



شكل (٣-٨) منحنى متوسط مربعات الخطأ التكاملي لطرائق التقدير للنموذج الثامن

نلاحظ من جدول (٣-٩) والشكل (٣-٨) وعند المعلمات الافتراضية ( $\alpha=3, \beta=3, \rho=0.3$ ) ( $v=1$ ) ما يأتي:

١. عند جميع معاملات القطع ( $\text{Alfa-Cut}=3, 3, 0.3$ ) كانت المعلمات المقدره بموجب طريقة

بيز في ظل دالة خسارة احترازية افضل من المعلمات المقدره بموجب طريقة بيز في ظل دالة

خسارة تربيعية لامتلاكها اقل متوسط مربعات خطأ تكاملي.

٢. كلما زاد القطع تناقص متوسط مربعات الخطأ التكاملي ومن ثم زيادة دقة طريقة التقدير.

ولمعرفة افضلية طرائق التقدير البيزية عند كل دالة خسارة مستعملة ، ادناه جدول نسبة الافضلية لكافة تجارب المحاكاة وعند كل معامل قطع :

جدول (٣-١٠) نسبة افضلية طرائق التقدير

الطريقة	معامل القطع			عدد مرات الافضلية	نسبة الافضلية
	٠.٣	٠.٥	٠.٨		
FBSEL	٣	١	١	٥	%٢١
FBPEL	٥	٧	٧	١٩	%٧٩

نلاحظ من جدول (٣-١٠) ما يأتي:

١. سجلت طريقة بيز عند دالة خسارة احترازية اعلى نسبة افضلية بلغت (%٧٩) مقارنة بطريقة بيز عند دالة خسارة تربيعية بنسبة افضلية (%٢١) .
٢. عند القطع (Alpha-cut=٠.٣) كانت طريقة بيز عند دالة خسارة تربيعية هي الفضلى بنسبة افضلية (%٦٠) . بينما سجلت طريقة بيز عند معامل قطع (Alpha-cut=٠.٥, ٠.٨) نسبة (%٢٠) لكل معامل قطع وهذا يدل على انه كلما زاد القطع في المجموعة الضبابية قلت معه افضلية دالة لخسارة التربيعية لمقدر بيز .
٣. سجلت طريقة بيز عند دالة خسارة احترازية وعند معامل قطع (Alpha-cut=٠.٣) نسبة افضلية بلغت (%٢٦) بينما سجلت عند معاملي قطع (Alpha-cut=٠.٥, ٠.٨) نسبة افضلية بلغت (%٣٧) لكل معامل قطع وهذا يدل على انه طريقة بيز عند دالة خسارة احترازية تكون هي الفضلى كلما زاد القطع في المجموعة الضبابية .

## الفصل الرابع

# الجانب التطبيقي



## ٤-١ تمهيد (Preface)

يقع العراق ضمن الاقليم الصحراوي قليل الامطار . ويخضع في نظام امطاره الى نظام امطار البحر المتوسط ، حيث تبدأ الامطار في تشرين الاول وتنقطع نهائياً في بداية حزيران . وقلة الامطار في العراق يسببها موقعه بالدرجة الاولى ، لذلك يلعب شكل السطح دوراً مهماً في تباين الامطار بين مكان واخر في القطر . فلو كان سطح العراق منبسطاً خالياً من المرتفعات لكان التباين المكاني في كمية الامطار قليلاً ، كما هو الحال في المنطقتين الجنوبية والوسطى من العراق حيث تتباين الامطار بشكل قليل جداً . ولهذا تعتبر المنطقة الشمالية من العراق كواحة مطيرة في اقليم صحراوي . لذلك من المهم تحديد مساهمة الارتفاع في زيادة الامطار . فبالرغم من ان الدراسات المناخية تؤكد حدوث اثر للمرتفعات في زيادة كمية الامطار ، إلا ان كمية هذه الزيادة تختلف بين منطقة واخرى وبين اقليم مناخي واخر . لذلك اصبح من الضروري تحديد مساهمة المرتفعات في كمية الامطار الساقطة على شمال العراق.

تم في هذا الفصل استعمال طريقة بيز في ظل دالة خسارة احترافية في ظل بيانات تمثل متغيرين عشوائيين هما (X) كمية الامطار الساقطة على العراق مقاسة بالملتر و(Y) شدة الامطار الساقطة بوحدة الملم/ ساعة في كل محافظات العراق

## ٢-٤ كمية الامطار ( The intensity of rainfall )

يقع العراق في الزاوية الجنوبية الغربية من قارة اسيا بين دائرتي عرض ٢٩ شمالاً و ٣٧ شمالاً، وهو بذلك يقع ضمن الاقليم شبه المداري والذي تسيطر عليه منظومة الضغط العالي المداري صيفاً . فالضغط العالي المداري الدائم يتحرك شمالاً وجنوباً مع حركة الشمس الظاهرية . ففي الشتاء يصبح معدل موقعه دائرة عرض ٢٠-٢٥ شمالاً ، ويزحف شمالاً في الصيف ليصبح معدل موقعه ٣٥ شمالاً . ولأنه في الصيف يكون فوق الماء اكثر وضوحاً منه فوق اليابس . ولأن الضغط العالي المداري تكون قاعدته عريضة في الغرب ، فان لسان من الضغط العالي المداري المتمركز فوق المحيط الاطلسي يمتد ليشمل حوض البحر المتوسط واليابس المجاور . ورغم عدم ظهوره على السطح صيفاً نتيجة التسخين ، فإنه يبقى موجوداً على ارتفاع اكثر من ٢٠٠٠ متر. والامطار هي عبارة عن تكاثف بخار الماء الموجود في الهواء وتحوله الى قطرات ماء تتجمع لتصل الى وزن اثقل من ان يحمله الهواء وبذلك تسقط على شكل قطرات مائية على السطح الهواء Lapserate Adiabatic ، بالاضافة الى توفير نويات التكاثف ووجود بخار الماء بكمية كافية في الهواء لذلك فان نوع الامطار يضيف على اساس طريقة رفع الهواء الى الاعلى. فالامطار التصاعدية Conuctive يرتفع فيها الهواء نتيجة تسخين الهواء اما محلياً او بمنظومة تسخين كالاعاصير المدارية . لذلك ينتج عنها امطار غزيرة خلال فترة قصيره وتكون على شكل واييل . أما الامطار الاعصارية او الجبهوية rainfall Cyclonic or Frontal فهي الامطار التي يرتفع فيها الهواء اما من مركز المنخفض الجوي او نتيجة التقاء كتلتان هوائيتان على طول جبهة بينما يرتفع هواء الكتلة الدافئة على الكتلته الباردة . لذلك تكون الامطار لفتره اطول من التصاعدية ويقطرات أصغر . أما الامطار التضاريسية Orographic فيكون رفع الهواء فيها نتيجة اصطدامه بالمرتفعات كالتلال والجبال او الرفع البطيء نتيجة ارتفاع السطح التدريجي . لذلك فطريقة الرفع هنا تعتبر ميكانيكية ، فعنصر رفع الهواء متوفر باستمرار . وفي الوقت الذي تتوفر فيه الشروط الاخرى ( كمية كافية من بخار الماء في الهواء ) فان الامطار يمكن ان تسقط فوق المناطق المرتفعة.

## ٣-٤ شدة الامطار ( The intensity of rainfall )

ان المقصود بشدة المطر أو غزارته هو مقدار ما يسقط منه خلال فترة معينة وحساب غزارة المطر له أهمية كبيرة في تحديد قيمته الهيدرولوجية لما له من علاقة مباشرة بجريان الماء على السطح وتسربه في التربة. ويمكن حساب غزارة المطر في اليوم أو في أي فترة أخرى بقسمة كمية المطر على عدد الأيام المطيرة، مع ملاحظة أن اليوم المطير هو اليوم الذي يسقط خلاله مطر لا يقل على ٠.١ من البوصة "٠.٢ من الملليمتر" إلا أن حساب الغزارة بهذه الطريقة لا يعبر تعبيراً دقيقاً عن القيمة الهيدرولوجية للمطر، والأهم منه هو حساب الغزارة على امتداد الفترة الزمنية التي يسقط خلالها المطر منذ بدء سقوطه حتى توقعه، وتوضح هذه الغزارة ما يطرأ عليها من تغير خلال هذه المدة بواسطة منحنى يطلق عليه اسم منحنى "استمرارية الغزارة Intensity duration curve". وفيه تسجل كمية المطر التي تسقط في كل ساعة من ساعات سقوطه. ويمكن أن توضح الغزارة على امتداد مدة سقوطه بطريقة نسبية، وذلك بحساب النسبة المئوية لما يسقط في كل ساعة من ساعات العاصفة إلى الكمية الكلية التي تسقط في أثنائها، ويطلق على المنحنيات التي ترسم بهذه الطريقة اسم "منحنيات استمرارية العمق Depth duration curves" وقد تبين من دراسة مثل هذه المنحنيات أن شكلها يختلف تبعاً لاختلاف الكمية الكلية التي تسقطها العاصفة الممطرة، ففي حالة المطر الخفيف تسقط أكبر نسبة منه غالباً خلال الفترة الأولى من سقوطه، أما في حالة المطر الغزير فإن المنحنى يكون غالباً متوازياً. وثمة طريقة أخرى لتوضيح غزارة المطر هي رسم منحنيات يطلق عليها اسم منحنيات مرات تكرار الغزارة Rainfall intensity frequency curves وهي من أكثر منحنيات الغزارة أهمية في الدراسات المائية. حيث يمكن بواسطتها مثلاً معرفة عدد مرات سقوط الأمطار بغزارة معينة في الشهر أو السنة، فيمكن على أساسها توقع احتمالات حدوث الفيضانات أو حدوث تغيرات في مناسيب الأنهار ومقدار تصريفها. ولكن المشكلة في حساب غزارة المطر بالتفصيل في أي منطقة من المناطق تكمن في كونها تحتاج إلى قياسات مستمرة ودقيقة للأمطار بواسطة أجهزة دقيقة يمكن بواسطتها قياس الأمطار الساقطة في كل دقيقة، ومثل هذه البيانات لا يسهل توفيرها إلا في مرصد معدة إعداداً كافياً للقيام بها. ومن الواضح أن حساب غزارة الأمطار له أهمية كبيرة في الدراسات التطبيقية لأن تأثير الأمطار على جريان الماء يتوقف على غزارة الأمطار أو شدة سقوطها، فقد يؤدي سقوط خمسة سنتيمترات من المطر مثلاً خلال نصف ساعة إلى حدوث فيضانات تعرق بعض المناطق وتسبب كثيراً من الخسائر بينما لا يؤدي سقوطها في ٢٤ ساعة أو أكثر إلى أي شيء من هذا؛ لأن أغلبها يتبخّر في أثناء سقوطه أو بعد وصوله إلى الأرض مباشرة.

## ٤-٤ البيانات التطبيقية (Applied data)

تم الحصول على بيانات من وزارة النقل والنقل/ الهيئة العامة للانواء الجوية والرصد الزلالي / قسم التنبؤ الجوي تمثل متغيرين عشوائيين هما ( $X$ ) كمية الامطار الساقطة على العراق مقاسة بالمللتر و( $Y$ ) شدة الامطار الساقطة بوحدة الملم/ ساعة في كل محافظات العراق وبواقع (١٥٠) قراءة وتعبر كل قراءة عن كمية الامطار وشدة الامطار خلال (٢٤) ساعة وكما موضحة في جدول (٤-١)

جدول (١-٤) ( $X$ ) كمية الامطار الساقطة على العراق مقاسة بالمللتر و( $Y$ ) شدة الامطار الساقطة بوحدة الملم/ ساعة في كل محافظات العراق

X	Y	X	Y	X	Y
٠.١٠	٠.١٠	٢٣.٢٠	٧.٩٠	٢٢.٢٠	٩.٤٠
٠.٢٠	٠.١٠	٢٣.٢٠	٧.٩٠	٢٢.٢٠	٩.٤٠
٠.٢٠	٠.٢٠	٢٣.٣٠	٧.٩٠	٢٢.٤٠	٩.٤٠
٠.٥٠	٠.٢٠	٢٦.٤٠	٧.٩٠	٢٢.٤٠	٩.٤٠
٠.٣٠	٠.٤٠	٢٨.٠٠	٧.٩٠	٢٢.٧٠	٩.٤٠
٣٧.٧٠	٠.٤٠	٢٨.٣٠	٧.٩٠	٣٣.٩٠	٩.٤٠
٠.٥٠	١.٢٠	١٣.٤٠	٨.٨٠	٣٣.٩٠	٩.٤٠
٠.٥٠	١.٢٠	١٣.٦٠	٨.٨٠	٣٤.٦٠	٩.٤٠
٠.٦٠	١.٣٠	١٣.٦٠	٨.٨٠	٣٤.٦٠	٩.٤٠
٠.٧٠	١.٥٠	٢٣.٣٠	٨.٨٠	٣٤.٦٠	٩.٤٠
٠.٨٠	١.٨٠	٢٣.٤٠	٨.٨٠	٣٤.٦٠	٩.٤٠
٠.٤٠	١.٩٠	٢٣.٦٠	٨.٨٠	١٤.٨٠	٩.٦٠
٠.٩٠	١.٩٠	٢٨.٣٠	٨.٨٠	١٤.٨٠	٩.٦٠
١.٢٠	٢.٢٠	٢٨.٤٠	٨.٨٠	١٤.٨٠	٩.٦٠
٠.١٠	٣.٢٠	٢٨.٤٠	٨.٨٠	١٤.٨٠	٩.٦٠
٣.٣٠	٣.٣٠	١٣.٦٠	٨.٩٠	١٤.٨٠	٩.٦٠
٤.٢٠	٤.٣٠	٢٣.٦٠	٨.٩٠	٢٢.٧٠	٩.٦٠
١١.١٠	٤.٣٠	٢٨.٥٠	٨.٩٠	٢٢.٧٠	٩.٦٠
٢٢.٢٠	٤.٣٠	١٣.٧٠	٩.٠٠	٢٢.٧٠	٩.٦٠
٣٣.٤٠	٤.٣٠	٢٣.٧٠	٩.٠٠	٢٢.٧٠	٩.٦٠
١١.٦٠	٤.٤٠	٢٨.٥٠	٩.٠٠	٢٢.٩٠	٩.٦٠
١١.٦٠	٤.٤٠	١٣.٨٠	٩.١٠	٣٧.٠٠	٩.٦٠
١١.٦٠	٤.٧٠	١٣.٨٠	٩.١٠	٤٢.٨٠	٩.٦٠
١٩.٤٠	٤.٧٠	١٣.٨٠	٩.١٠	١٥.٤٠	٩.٧٠
٣٣.٣٠	٤.٧٠	١٣.٨٠	٩.١٠	٢٨.٥٠	٩.٧٠

٥.٠٠	٤.٨٠	١٣.٨٠	٩.١٠	١٥.٥٠	٩.٩٠
١١.٨٠	٤.٨٠	١٣.٨٠	٩.١٠	٢٨.٥٠	٩.٩٠
١١.٨٠	٤.٨٠	١٣.٨٠	٩.١٠	٤٤.٤٠	١٠.١٠
١١.٨٠	٤.٨٠	١٣.٨٠	٩.١٠	٤٤.٦٠	١٠.١٠
١٢.٠٠	٥.٦٠	٢٢.٢٠	٩.١٠	٤٤.٦٠	١٠.١٠
١٢.٠٠	٥.٦٠	٢٢.٢٠	٩.١٠	٤٤.٧٠	١٠.١٠
١٢.١٠	٥.٧٠	٢٢.٢٠	٩.١٠	٤٤.٧٠	١٠.١٠
١٢.٢٠	٦.٦٠	٢٣.٧٠	٩.١٠	٤٤.٨٠	١٠.١٠
١٢.٢٠	٦.٦٠	٢٨.٥٠	٩.١٠	٤٤.٨٠	١٠.١٠
١٢.٢٠	٦.٦٠	٣٣.٤٠	٩.١٠	٥٤.٠٠	١٠.١٠
١٢.٢٠	٦.٦٠	٣٣.٤٠	٩.١٠	٥٦.٠٠	١٠.١٠
١٢.٥٠	٦.٧٠	٣٣.٤٠	٩.١٠	١٥.٧٠	١٠.٢٠
١٨.٦٠	٦.٧٠	١٤.٥٠	٩.٣٠	١٥.٧٠	١٠.٢٠
٣٣.٣٠	٦.٧٠	١٤.٥٠	٩.٣٠	١٥.٧٠	١٠.٢٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	٢٢.٢٠	٩.٣٠	٢٨.٥٠	١٠.٢٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	٢٢.٢٠	٩.٣٠	٢٨.٥٠	١٠.٢٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	٣٣.٨٠	٩.٣٠	٢٨.٥٠	١٠.٢٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	٣٣.٨٠	٩.٣٠	١٥.٩٠	١٠.٤٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	١٤.٧٠	٩.٤٠	٢٩.٦٠	١٠.٤٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	١٤.٧٠	٩.٤٠	١٦.٤٠	١٠.٥٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	١٤.٧٠	٩.٤٠	١٨.٤٠	١٠.٥٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	١٤.٧٠	٩.٤٠	٢٩.٦٠	١٠.٥٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	١٤.٧٠	٩.٤٠	٣٠.٢٠	١٤.٥٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	١٤.٧٠	٩.٤٠	١٨.٦٠	١٤.٧٠
١٣.٢٠	٧.٩٠	٢٢.٢٠	٩.٤٠	٣٢.٤٠	١٤.٧٠

## ٤-٥ اختبار البيانات (Data test)

## ٤-٥-١ اختبار ملائمة البيانات (Data Fitting)

لغرض اختبار ملائم البيانات لتوزيع كما الثنائي لـ **Kibble** تم استعمال اختبار **Chi-Squared** اذ كانت احصاءة الإختبار والقيمة الاحتمالية للاختبار كما مبين في جدول (٤-٢)

جدول (٤-٢) إختبارات ملائمة البيانات

Test	Chi-Squared			Statistic	P-value
	Parameter Estimated				
Kibble's Bivariate Gamma	$\alpha$	$\beta$	$\rho$	٠.٦٧٨٥٤	٠.٨٦٨٤٤
	٤.٦٢٢٥٦	٢.٢٨٨٢١	٠.٩٣٢٤٢		

نلاحظ من جدول (٤-٣) ان القيمة الاحتمالية لاختبار **Chi-Squared** أكبر من مستوى المعنوية (١%). وبناء على ذلك نستدل على عدم رفض فرضية العدم التي تنص على ان البيانات لها توزيع **Kibble's Bivariate Gamma** ورفض الفرض البديل الذي ينص على ان البيانات ليس لها توزيع **Kibble's Bivariate Gamma**.

## ٤-٥-٢ اختبار ارتباط المتغيرات (Variables dependency)

لغرض اختبار هل ان المتغيرات (X) و (Y) مترابطة وغير مستقلة سنستخدم اختبار **T** لعينتين مترابطتين باستعمال برنامج **SPSS Ver. ٢٨** وكانت النتائج كما في الجداول التالية:

جدول (٤-٣) احصاءات بيانات العينتين المترابطتين

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair ١	X	١٩.٩٠٤٧	١٥٠	١١.٤٥٥١٨	.٩٣٨٤٤
	Y	٧.٨٧٩٢	١٥٠	٢.٩١٩٦٥	.٢٣٩١٩

جدول (٤-٤) معامل ارتباط العينتين المترابطتين

	N	Correlation	Significance	
			One-Sided p	Two-Sided p
Pair ١ X & Y	١٥٠	.٥٩٤	<.٠٠١	<.٠٠١

جدول (٤-٥) اختبار t للعينتين المترابطتين

	t	Df	Significance	
			One-Sided p	Two-Sided p
Pair ١ X - Y	١٤.٦٧٨	١٤٩	<.٠٠١	<.٠٠١

نلاحظ من جدول (٤-٣) ان متوسط كميات الامطار في العراق بلغ (١٩.٩٠٤٧) ملمتر بانحراف معياري بلغ (١١.٤٥٥١٨) ، وان متوسط شدة الامطار في العراق بلغ (٧.٨٧٩٢) ملم/ ساعة بانحراف معياري بلغ (٢.٩١٩٦٥) . ومن جدول (٤-٤) نجد ان معامل الارتباط بين المتغيرين كمية الامطار وشدة الامطار بلغ (٠.٥٩٤) وهو ارتباط معنوي بدرجة عالية لان القيمة الاحتمالية اقل من مستوى المعنوية ١% . ومن جدول (٤-٥) نجد ان قيمة t المحسوبة والبالغة (١٤.٦٧٨) وهي معنوية بدرجة عالية لان القيمة الاحتمالية اقل من ١% وهذا يدل على ان بيانات العينتين مرتابطتين وغير مستقلتين.

## ٤-٦ تضبيب البيانات (Data Fuzziness)

يتم تحويل متجه العينة الحقيقي التقليدي  $\underline{T} = (X, Y)$  الى الضبابية وذلك بايجاد درجة الانتماء المقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات متجه العينة التقليدي الحقيقي لكل متغير باستعمال دالة إنتماء شبه منحرفة وكما يأتي:

$$\mu_A(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < a \\ \frac{t-a}{b-a} & \text{if } a \leq t \leq b \\ 1 & \text{if } t > b \end{cases} \quad \dots (٢-٥)$$

إذ أن **a** تمثل أقل قيمة من قيم مشاهدات العينة التقليدي و **b** تمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات متجه العينة التقليدي لكل متغير والذي ينتج لدينا متجه عينة ضبابي  $\tilde{T} = \tilde{X}, \tilde{Y}$  يتضمن كل مشاهدة ودرجة انتماءها المقابلة كالآتي:

جدول (٤-٦) المشاهدات الحقيقية ودرجة انتماء كل مشاهدة لكل متغير

I	X	Degree of Membership	Y	Degree of Membership
١	٠.١٠	٠.٠٠	٠.١	٠.٠٠
٢	٠.١٠	٠.٠٠	٠.١	٠.٠٠
٣	٠.٢٠	٠.٠٠	٠.٢	٠.٠١
٤	٠.٢٠	٠.٠٠	٠.٢	٠.٠١
٥	٠.٣٠	٠.٠٠	٠.٤	٠.٠٢
٦	٠.٤٠	٠.٠١	٠.٤	٠.٠٢
٧	٠.٥٠	٠.٠١	١.٢	٠.٠٨
٨	٠.٥٠	٠.٠١	١.٢	٠.٠٨
٩	٠.٥٠	٠.٠١	١.٣	٠.٠٨
١٠	٠.٦٠	٠.٠١	١.٥	٠.١٠
١١	٠.٧٠	٠.٠١	١.٨	٠.١٢
١٢	٠.٨٠	٠.٠١	١.٩	٠.١٢
١٣	٠.٩٠	٠.٠١	١.٩	٠.١٢
١٤	١.٢٠	٠.٠٢	٢.٢	٠.١٤
١٥	٣.٣٠	٠.٠٦	٣.٢	٠.٢١
١٦	٤.٢٠	٠.٠٨	٣.٣	٠.٢٢
١٧	٥.٠٠	٠.٠٩	٤.٣	٠.٢٩
١٨	١١.١٠	٠.٢٠	٤.٣	٠.٢٩
١٩	١١.٦٠	٠.٢١	٤.٣	٠.٢٩



٢٠	١١.٦٠	٠.٢١	٤.٣	٠.٢٩
٢١	١١.٦٠	٠.٢١	٤.٤	٠.٢٩
٢٢	١١.٨٠	٠.٢٢	٤.٤	٠.٢٩
٢٣	١١.٨٠	٠.٢٢	٤.٧	٠.٣٢
٢٤	١١.٨٠	٠.٢٢	٤.٧	٠.٣٢
٢٥	١٢.٠٠	٠.٢٢	٤.٧	٠.٣٢
٢٦	١٢.٠٠	٠.٢٢	٤.٨	٠.٣٢
٢٧	١٢.١٠	٠.٢٢	٤.٨	٠.٣٢
٢٨	١٢.٢٠	٠.٢٢	٤.٨	٠.٣٢
٢٩	١٢.٢٠	٠.٢٢	٤.٨	٠.٣٢
٣٠	١٢.٢٠	٠.٢٢	٥.٦	٠.٣٨
٣١	١٢.٢٠	٠.٢٢	٥.٦	٠.٣٨
٣٢	١٢.٥٠	٠.٢٣	٥.٧	٠.٣٨
٣٣	١٣.٢٠	٠.٢٤	٦.٦	٠.٤٥
٣٤	١٣.٢٠	٠.٢٤	٦.٦	٠.٤٥
٣٥	١٣.٢٠	٠.٢٤	٦.٦	٠.٤٥
٣٦	١٣.٢٠	٠.٢٤	٦.٦	٠.٤٥
٣٧	١٣.٢٠	٠.٢٤	٦.٧	٠.٤٥
٣٨	١٣.٢٠	٠.٢٤	٦.٧	٠.٤٥
٣٩	١٣.٢٠	٠.٢٤	٦.٧	٠.٤٥
٤٠	١٣.٢٠	٠.٢٤	٧.٩	٠.٥٣
٤١	١٣.٢٠	٠.٢٤	٧.٩	٠.٥٣
٤٢	١٣.٢٠	٠.٢٤	٧.٩	٠.٥٣
٤٣	١٣.٢٠	٠.٢٤	٧.٩	٠.٥٣
٤٤	١٣.٤٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٤٥	١٣.٦٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٤٦	١٣.٦٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٤٧	١٣.٦٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٤٨	١٣.٧٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٤٩	١٣.٨٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٥٠	١٣.٨٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٥١	١٣.٨٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٥٢	١٣.٨٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٥٣	١٣.٨٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٥٤	١٣.٨٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٥٥	١٣.٨٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٥٦	١٣.٨٠	٠.٢٥	٧.٩	٠.٥٣
٥٧	١٤.٥٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠
٥٨	١٤.٥٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠
٥٩	١٤.٧٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠

٦٠	١٤.٧٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠
٦١	١٤.٧٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠
٦٢	١٤.٧٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠
٦٣	١٤.٧٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠
٦٤	١٤.٧٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠
٦٥	١٤.٨٠	٠.٢٧	٨.٨	٠.٦٠
٦٦	١٤.٨٠	٠.٢٧	٨.٩	٠.٦٠
٦٧	١٤.٨٠	٠.٢٧	٨.٩	٠.٦٠
٦٨	١٤.٨٠	٠.٢٧	٨.٩	٠.٦٠
٦٩	١٤.٨٠	٠.٢٧	٩	٠.٦١
٧٠	١٥.٤٠	٠.٢٨	٩	٠.٦١
٧١	١٥.٥٠	٠.٢٩	٩	٠.٦١
٧٢	١٥.٧٠	٠.٢٩	٩.١	٠.٦٢
٧٣	١٥.٧٠	٠.٢٩	٩.١	٠.٦٢
٧٤	١٥.٧٠	٠.٢٩	٩.١	٠.٦٢
٧٥	١٥.٩٠	٠.٢٩	٩.١	٠.٦٢
٧٦	١٦.٤٠	٠.٣٠	٩.١	٠.٦٢
٧٧	١٨.٤٠	٠.٣٤	٩.١	٠.٦٢
٧٨	١٨.٦٠	٠.٣٤	٩.١	٠.٦٢
٧٩	١٨.٦٠	٠.٣٤	٩.١	٠.٦٢
٨٠	١٩.٤٠	٠.٣٦	٩.١	٠.٦٢
٨١	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.١	٠.٦٢
٨٢	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.١	٠.٦٢
٨٣	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.١	٠.٦٢
٨٤	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.١	٠.٦٢
٨٥	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.١	٠.٦٢
٨٦	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.١	٠.٦٢
٨٧	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.١	٠.٦٢
٨٨	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.٣	٠.٦٣
٨٩	٢٢.٢٠	٠.٤١	٩.٣	٠.٦٣
٩٠	٢٢.٤٠	٠.٤١	٩.٣	٠.٦٣
٩١	٢٢.٤٠	٠.٤١	٩.٣	٠.٦٣
٩٢	٢٢.٧٠	٠.٤٢	٩.٣	٠.٦٣
٩٣	٢٢.٧٠	٠.٤٢	٩.٣	٠.٦٣
٩٤	٢٢.٧٠	٠.٤٢	٩.٤	٠.٦٤
٩٥	٢٢.٧٠	٠.٤٢	٩.٤	٠.٦٤
٩٦	٢٢.٧٠	٠.٤٢	٩.٤	٠.٦٤
٩٧	٢٢.٩٠	٠.٤٢	٩.٤	٠.٦٤
٩٨	٢٣.٢٠	٠.٤٣	٩.٤	٠.٦٤
٩٩	٢٣.٢٠	٠.٤٣	٩.٤	٠.٦٤

١٠٠	٢٣.٣٠	٠.٤٣	٩.٤	٠.٦٤
١٠١	٢٣.٣٠	٠.٤٣	٩.٤	٠.٦٤
١٠٢	٢٣.٤٠	٠.٤٣	٩.٤	٠.٦٤
١٠٣	٢٣.٦٠	٠.٤٤	٩.٤	٠.٦٤
١٠٤	٢٣.٦٠	٠.٤٤	٩.٤	٠.٦٤
١٠٥	٢٣.٧٠	٠.٤٤	٩.٤	٠.٦٤
١٠٦	٢٣.٧٠	٠.٤٤	٩.٤	٠.٦٤
١٠٧	٢٦.٤٠	٠.٤٩	٩.٤	٠.٦٤
١٠٨	٢٨.٠٠	٠.٥٢	٩.٤	٠.٦٤
١٠٩	٢٨.٣٠	٠.٥٢	٩.٤	٠.٦٤
١١٠	٢٨.٣٠	٠.٥٢	٩.٤	٠.٦٤
١١١	٢٨.٤٠	٠.٥٣	٩.٤	٠.٦٤
١١٢	٢٨.٤٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١١٣	٢٨.٥٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١١٤	٢٨.٥٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١١٥	٢٨.٥٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١١٦	٢٨.٥٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١١٧	٢٨.٥٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١١٨	٢٨.٥٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١١٩	٢٨.٥٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١٢٠	٢٨.٥٠	٠.٥٣	٩.٦	٠.٦٥
١٢١	٢٩.٦٠	٠.٥٥	٩.٦	٠.٦٥
١٢٢	٢٩.٦٠	٠.٥٥	٩.٦	٠.٦٥
١٢٣	٣٠.٢٠	٠.٥٦	٩.٦	٠.٦٥
١٢٤	٣٢.٤٠	٠.٦٠	٩.٧	٠.٦٦
١٢٥	٣٣.٣٠	٠.٦٢	٩.٧	٠.٦٦
١٢٦	٣٣.٣٠	٠.٦٢	٩.٩	٠.٦٧
١٢٧	٣٣.٤٠	٠.٦٢	٩.٩	٠.٦٧
١٢٨	٣٣.٤٠	٠.٦٢	١٠.١	٠.٦٨
١٢٩	٣٣.٤٠	٠.٦٢	١٠.١	٠.٦٨
١٣٠	٣٣.٤٠	٠.٦٢	١٠.١	٠.٦٨
١٣١	٣٣.٨٠	٠.٦٣	١٠.١	٠.٦٨
١٣٢	٣٣.٨٠	٠.٦٣	١٠.١	٠.٦٨
١٣٣	٣٣.٩٠	٠.٦٣	١٠.١	٠.٦٨
١٣٤	٣٣.٩٠	٠.٦٣	١٠.١	٠.٦٨
١٣٥	٣٤.٦٠	٠.٦٤	١٠.١	٠.٦٨
١٣٦	٣٤.٦٠	٠.٦٤	١٠.١	٠.٦٨
١٣٧	٣٤.٦٠	٠.٦٤	١٠.٢	٠.٦٩
١٣٨	٣٤.٦٠	٠.٦٤	١٠.٢	٠.٦٩
١٣٩	٣٧.٠٠	٠.٦٨	١٠.٢	٠.٦٩

١٤٠	٣٧.٧٠	٠.٧٠	١٠.٢	٠.٦٩
١٤١	٤٢.٨٠	٠.٧٩	١٠.٢	٠.٦٩
١٤٢	٤٤.٤٠	٠.٨٢	١٠.٢	٠.٦٩
١٤٣	٤٤.٦٠	٠.٨٣	١٠.٤	٠.٧١
١٤٤	٤٤.٦٠	٠.٨٣	١٠.٤	٠.٧١
١٤٥	٤٤.٧٠	٠.٨٣	١٠.٥	٠.٧١
١٤٦	٤٤.٧٠	٠.٨٣	١٠.٥	٠.٧١
١٤٧	٤٤.٨٠	٠.٨٣	١٠.٥	٠.٧١
١٤٨	٤٤.٨٠	٠.٨٣	١٤.٥	٠.٩٩
١٤٩	٥٤.٠٠	١.٠٠	١٤.٧	١.٠٠
١٥٠	٥٦.٠٠	١.٠٠	١٤.٧	١.٠٠

بعد ذلك يتم الحصول على المجموعة الضبابية عند معاملات القطع  $\alpha=0.3,0.5$  بإختيار العناصر في المجموعة الضبابية التي لها درجة إنتماء اكبر او تساوي القطع  $\tilde{A}_\alpha = \{\tilde{X}, \tilde{Y}\}$  ، أي أن:

جدول (٧-٤) المشاهدات الحقيقية عند كل مستوى قطع لكل متغير

i	$\tilde{X}_{0.3}$	$\tilde{X}_{0.5}$	$\tilde{Y}_{0.3}$	$\tilde{Y}_{0.5}$
١	١٨.٤	٢٨.٤	٤.٧	٧.٩
٢	١٨.٦	٢٨.٥	٤.٧	٧.٩
٣	١٨.٦	٢٨.٥	٤.٧	٧.٩
٤	١٩.٤	٢٨.٥	٤.٨	٧.٩
٥	٢٢.٢	٢٨.٥	٤.٨	٧.٩
٦	٢٢.٢	٢٨.٥	٤.٨	٧.٩
٧	٢٢.٢	٢٨.٥	٤.٨	٧.٩
٨	٢٢.٢	٢٨.٥	٥.٦	٧.٩
٩	٢٢.٢	٢٨.٥	٥.٦	٧.٩
١٠	٢٢.٢	٢٩.٦	٥.٧	٧.٩
١١	٢٢.٢	٢٩.٦	٦.٦	٧.٩
١٢	٢٢.٢	٣٠.٢	٦.٦	٧.٩
١٣	٢٢.٢	٣٢.٤	٦.٦	٧.٩
١٤	٢٢.٤	٣٣.٣	٦.٦	٧.٩
١٥	٢٢.٤	٣٣.٣	٦.٧	٧.٩
١٦	٢٢.٧	٣٣.٤	٦.٧	٧.٩
١٧	٢٢.٧	٣٣.٤	٦.٧	٧.٩

١٨	٢٢.٧	٣٣.٤	٧.٩	٨.٨
١٩	٢٢.٧	٣٣.٤	٧.٩	٨.٨
٢٠	٢٢.٧	٣٣.٨	٧.٩	٨.٨
٢١	٢٢.٩	٣٣.٨	٧.٩	٨.٨
٢٢	٢٣.٢	٣٣.٩	٧.٩	٨.٨
٢٣	٢٣.٢	٣٣.٩	٧.٩	٨.٨
٢٤	٢٣.٣	٣٤.٦	٧.٩	٨.٨
٢٥	٢٣.٣	٣٤.٦	٧.٩	٨.٨
٢٦	٢٣.٤	٣٤.٦	٧.٩	٨.٨
٢٧	٢٣.٦	٣٤.٦	٧.٩	٨.٩
٢٨	٢٣.٦	٣٧	٧.٩	٨.٩
٢٩	٢٣.٧	٣٧.٧	٧.٩	٨.٩
٣٠	٢٣.٧	٤٢.٨	٧.٩	٩.٠
٣١	٢٦.٤	٤٤.٤	٧.٩	٩.٠
٣٢	٢٨.٠	٤٤.٦	٧.٩	٩.٠
٣٣	٢٨.٣	٤٤.٦	٧.٩	٩.١
٣٤	٢٨.٣	٤٤.٧	٧.٩	٩.١
٣٥	٢٨.٤	٤٤.٧	٨.٨	٩.١
٣٦	٢٨.٤	٤٤.٨	٨.٨	٩.١
٣٧	٢٨.٥	٤٤.٨	٨.٨	٩.١
٣٨	٢٨.٥	٥٤	٨.٨	٩.١
٣٩	٢٨.٥	٥٦.٦	٨.٨	٩.١
٤٠	٢٨.٥	٢٨.٤	٨.٨	٩.١
٤١	٢٨.٥	٢٨.٥	٨.٨	٩.١
٤٢	٢٨.٥	٢٨.٥	٨.٨	٩.١
٤٣	٢٨.٥	٢٨.٥	٨.٨	٩.١
٤٤	٢٨.٥		٨.٩	٩.١
٤٥	٢٩.٦		٨.٩	٩.١
٤٦	٢٩.٦		٨.٩	٩.١
٤٧	٣٠.٢		٩	٩.١
٤٨	٣٢.٤		٩	٩.١
٤٩	٣٣.٣		٩	٩.٣
٥٠	٣٣.٣		٩.١	٩.٣
٥١	٣٣.٤		٩.١	٩.٣
٥٢	٣٣.٤		٩.١	٩.٣
٥٣	٣٣.٤		٩.١	٩.٣
٥٤	٣٣.٤		٩.١	٩.٣
٥٥	٣٣.٨		٩.١	٩.٤
٥٦	٣٣.٨		٩.١	٩.٤
٥٧	٣٣.٩		٩.١	٩.٤

٥٨	٣٣.٩		٩.١	٩.٤
٥٩	٣٤.٦		٩.١	٩.٤
٦٠	٣٤.٦		٩.١	٩.٤
٦١	٣٤.٦		٩.١	٩.٤
٦٢	٣٤.٦		٩.١	٩.٤
٦٣	٣٧.٠		٩.١	٩.٤
٦٤	٣٧.٧		٩.١	٩.٤
٦٥	٤٢.٨		٩.١	٩.٤
٦٦	٤٤.٤		٩.٣	٩.٤
٦٧	٤٤.٦		٩.٣	٩.٤
٦٨	٤٤.٦		٩.٣	٩.٤
٦٩	٤٤.٧		٩.٣	٩.٤
٧٠	٤٤.٧		٩.٣	٩.٤
٧١	٤٤.٨		٩.٣	٩.٤
٧٢	٤٤.٨		٩.٤	٩.٤
٧٣	٥٤.٠		٩.٤	٩.٦
٧٤	٥٦.٦		٩.٤	٩.٦
٧٥			٩.٤	٩.٦
٧٦			٩.٤	٩.٦
٧٧			٩.٤	٩.٦
٧٨			٩.٤	٩.٦
٧٩			٩.٤	٩.٦
٨٠			٩.٤	٩.٦
٨١			٩.٤	٩.٦
٨٢			٩.٤	٩.٦
٨٣			٩.٤	٩.٦
٨٤			٩.٤	٩.٦
٨٥			٩.٤	٩.٧
٨٦			٩.٤	٩.٧
٨٧			٩.٤	٩.٩
٨٨			٩.٤	٩.٩
٨٩			٩.٤	١٠.١
٩٠			٩.٦	١٠.١
٩١			٩.٦	١٠.١
٩٢			٩.٦	١٠.١
٩٣			٩.٦	١٠.١
٩٤			٩.٦	١٠.١
٩٥			٩.٦	١٠.١
٩٦			٩.٦	١٠.١
٩٧			٩.٦	١٠.١

٩٨		٩.٦	١٠.٢
٩٩		٩.٦	١٠.٢
١٠٠		٩.٦	١٠.٢
١٠١		٩.٦	١٠.٢
١٠٢		٩.٧	١٠.٢
١٠٣		٩.٧	١٠.٢
١٠٤		٩.٩	١٠.٤
١٠٥		٩.٩	١٠.٤
١٠٦		١٠.١	١٠.٥
١٠٧		١٠.١	١٠.٥
١٠٨		١٠.١	١٠.٥
١٠٩		١٠.١	١٤.٥
١١٠		١٠.١	١٤.٧
١١١		١٠.١	١٤.٧
١١٢		١٠.١	
١١٣		١٠.١	
١١٤		١٠.١	
١١٥		١٠.٢	
١١٦		١٠.٢	
١١٧		١٠.٢	
١١٨		١٠.٢	
١١٩		١٠.٢	
١٢٠		١٠.٢	
١٢١		١٠.٤	
١٢٢		١٠.٤	
١٢٣		١٠.٥	
١٢٤		١٠.٥	
١٢٥		١٠.٥	
١٢٦		١٤.٥	
١٢٧		١٤.٧	
١٢٨		١٤.٧	

### ٤.٧ تحليل البيانات (Data analyzing)

لتحليل عينة البيانات الحقيقية في تقدير وتطبيقها على طرائق التقدير البيزية في ظل دالة خسارة احترازية والتي بينت تجارب المحاكاة افضليتها على طريقة بيز في ظل دالة الخسارة التريعية، والجدول (٤-٨) يوضح تقديرات معلمات توزيع كما الثنائي لـ Kibble وكالاتي:

جدول (٤-٨) يبين نتائج تحليل البيانات الحقيقية عند طرائق التقدير البيزية

Cut	Method	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\rho}$	MSE
٠.٣	FBPEL	٤.٦٦٧٧	٢.٢٥٦٤٦	٠.٩٤٤٢١	٠.٠٠٣٢٣٣
٠.٥	FBPEL	٤.٥٦٤٣	٢.٢١١٣١	٠.٩١٢٦٧	٠.٠٠١٠٦٢

يظهر الجدول (٤-٨) النتائج التي تم الحصول عليها من البيانات الحقيقية ونلاحظ منه ما يأتي :

١. تفوق طريقة بيز في ظل دالة الخسارة الاحترازية باستعمال البيانات الحقيقية عند معامل  $(\text{Alpha-Cut}=٠.٥)$  كونها سجل اقل متوسط مربعات خطأ بلغ  $(٠.٠٠١٠٦٢)$ .
٢. كلما زاد القطع بالمجموعة الضبابية قلت العناصر التي لها انتماء اقل او تساوي القطع وبالتالي زيادة دقة طريقة التقدير.
٣. المعلمات المقدرة عند البيانات الحقيقية اقرب ما تكون للمعلمات الافتراضية  $(\beta=٢, \alpha=٤.٥, \rho=٠.٩)$  والتي اعطت افضل النتائج في تجارب المحاكاة.



# الفصل الخامس

الاستنتاجات

والتوصيات

## ٥-١ الإستنتاجات (Conclusions)

من خلال ماتم التوصل اليه من نتائج في الجانبين التجريبي والتطبيقي تم التوصل الى الاستنتاجات الآتية:

١. المعلمات المقدره بموجب طريقة بيز في ظل دالتي خسارة تربيعية واحترازية اقرب ماتكون للمعلمات الحقيقية (الافتراضية) .
٢. اثبتت تجارب المحاكاة ان طريقة بيز في ظل دالة الخسارة الاحترازية افضل من طريقة بيز في ظل دالة خسارة تربيعية.
٣. سجلت طريقة بيز في ظل دالة الخسارة التربيعية افضلية على طريقة بيز في ظل دالة الخسارة الاحترازية عند معامل القطع ( $\text{Alfa-cut}=0.3$ ) في بعض تجارب المحاكاة.
٤. تفوق طريقة بيز في ظل دالة الخسارة الاحترازية باستعمال البيانات الحقيقية عند معامل القطع ( $\text{Alfa-Cut}=0.5$ ) .
٥. كلما زاد القطع بالمجموعة الضبابية قلت العناصر التي لها انتماء اقل او تساوي القطع وبالتالي زيادة دقة طريقة التقدير.

## ٥-٢ التوصيات (Recommendations)

من خلال ماتم التوصل اليه من استنتاجات نوصي بالآتي:

١. تقدير دالة المعولية الضبابية لتوزيع كاما الثنائي لـ **Kibble** باستعمال طرائق التقدير البيزية .
٢. استعمال طرائق اخرى في تقدير معلمات توزيع كاما الثنائي لـ **Kibble** مثل طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى وغيرها من طرائق التقدير التقليدية بالاضافة الى مبدأ الضبابية.
٣. مقارنة طرائق التقدير البيزية مع طرائق التقدير التقليدية مثل الامكان الاعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى وغيرها من طرائق التقدير التقليدية.
٤. استعمال مبدأ الحصانة (**Robustness**) في الطريقة البيزية باعتبار مبدأ الشواذ في البيانات بالاضافة الى الضبابية للوصول الى تقدير اكثر دقة.
٥. تطبيق طرائق التقدير البيزية المستعملة في هذه الرسالة على بيانات طبية مثل فاعلية دواء معين ونسبة الشفاء من مرض .

# المصادر

أولاً: المراجع:

\*القرآن الكريم

أولاً: المصادر العربية

١. بشار خالد علي، (٢٠١٨) ، " اختيار افضل تقدير للمعولية الضبابية لتوزيع فريجت " ، رسالة ماجستير غير منشورة، جامعة كربلاء ، كلية الادارة والاقتصاد
٢. أوجي ، زينة ياوز عبد القادر ، (٢٠١٥) ، " تقدير المعولية لاوقات الفشل الضبابية ذات التوزيع الحر واستعماله في تقدير المعولية الضبابية لسد الموصل " ، مجلة العلوم الاقتصادية والادارية ، المجلد : (٢١) ، العدد: (٨١) ، ص : (٣٤٨-٣٦٢) .
٣. الياسري ، تهاني مهدي عباس ، (٢٠٠٧) ، " مقارنة مقدرات بيز الحصين مع مقدرات أخرى لتقدير دالة المعولية التقريبية لتوزيع ويبيل " ، اطروحة دكتوراه ، كلية الادارة والاقتصاد- جامعة بغداد .

ثانياً: المصادر الأجنبية

٤. A.Hameed , Ibrahim, (٢٠١١), " Using Gaussian membership functions for improving the reliability and robustness of students' evaluation systems " , Expert Systems with Applications . Elsevier Ltd.
٥. A.Ibrahim, Nathier & A. Mohammed, Hussein, (٢٠١٧), "Parameters and Reliability Estimation for the Fuzzy Exponential Distribution", American Journal of Mathematics and Statistics, ٧(٤): ١٥١-١٤٣

٦. A.Sancho-Royo, J. L. Verdegay, \*, (٢٠١٩), "Methods for the Construction of Membership Functions", All content following this page was uploaded by Jose Luis Verdegay on ٠٦ May ٢٠١٩.١٢١٣-١٢٣٠.

٧. Aziz LMouddena;b & Éric Marchanda, (٢٠٢٠), " Bayesian estimation and prediction for certain type of mixtures ", arXiv:٢٠٠٥.٠٢٨٧٩٧٢ [math.ST] ٧ Sep ٢٠٢٠.

٨. Babuska, Robert, (١٩٩٨), " Fuzzy Modeling for Control", [International Series in Intelligent Technologies](#) book series (ISIT, volume ١٢)

٩. Biagini , L Francesca; Campanino , Massimo, (٢٠١٦), " Elements of Probability and Statistics An Introduction to Probability with de Finetti's Approach and to Bayesian Statistics ", Springer, UNITEXT – La Matematica per il ٣+٢ ISBN ٩٧٨-٣-٣١٩-٠٧٢٥٣-١ ISBN ٩٧٨-٣-٣١٩-٠٧٢٥٤-٨ (eBook) DOI ١٠.١٠.٧/٩٧٨-٣-٣١٩-٠٧٢٥٤-٨ , Library of Congress Control Number: ٢٠١٥٩٥٨٨٤١

١٠. Chaira , Tamalika, (٢٠١٩), "Fuzzy Set and Its Extension –The Intuitionistic Fuzzy Set", John Wiley & Sons, Inc.

١١. Chen, Li-Shya; Tzeng, I-Shiang; and Lin ,Chien-Tai , (٢٠١٤), " Bivariate generalized gamma distributions of Kibble's type", Taylor & Francis

, Statistics, Vol. ٤٨, No. ٤, ٩٣٣-٩٤٩,

<http://dx.doi.org/10.1080/02331888.2012.760092>.

١٢. de Barros, Laécio Carvalho, Bassanezi, Rodney Carlos, Lodwick, Weldon Alexander, (٢٠١٧), "A First Course in Fuzzy Logic, Fuzzy Dynamical Systems, and Biomathematics–Theory and Applications", © Springer–Verlag Berlin Heidelberg, ISSN ١٤٣٤-٩٩٢٢ ISSN ١٨٦٠-٠٨٠٨ (electronic), Studies in Fuzziness and Soft Computing, ISBN ٩٧٨-٣-٦٦٢-٥٣٣٢٢-٢ ISBN ٩٧٨-٣-٦٦٢-٥٣٣٢٤-٦ (eBook), DOI 10.1007/978-3-662-53324-6

١٣. Emad Hazem Abboudi<sup>١</sup>, Athraa Kamel Al – Mashhadani<sup>٢</sup>, Muna Shaker Salman<sup>٣</sup>, (٢٠٢٠), " Estimation of the fuzzy reliability function using two–parameter exponential distribution as prior distribution ", Periodicals of Engineering and Natural Sciences ISSN ٢٣٠٣-٤٥٢١ Vol. ٨, No. ٢, June ٢٠٢٠, pp.٦١٣-٦٢٥.

١٤. F. Naji, Loaiy; A. Rasheed, Huda. (٢٠١٩), "Bayesian Estimation for Two Parameters of Gamma Distribution Under Precautionary Loss Function", *Ibn Al-Haitham Jour. for Pure&Appl.Sci. IHJPAS.*, <https://doi.org/10.30526/32.1.1914> Vol. ٣٢ (١) ٢٠١٩

١٥. Ferreira, Sergio L.C.; Caires , Adriana O. ; da S. Borges, Thaise; M.D.S. Lima Ariana, O.B. Silva, Laiana and N.L. dos Santos Walter ,(٢٠١٧), " Robustness evaluation in analytical methods optimized using experimental designs", Microchemical Journal ١٣١ (٢٠١٧) ١٦٣-١٦٩, <http://dx.doi.org/10.1016/j.microc.2016.12.004> ٠٠٢٦-٢٦٥X/© ٢٠١٦ Elsevier B.V. All rights reserved.

١٦. Gadjeiev, Djavanshir; Kochetkov, Ivan, and Rustanov, Aligadzhi , (٢٠٢١), " The Convex Fuzzy Sets and Their Properties with Application to the Modeling with Fuzzy Convex Membership Functions", The Editor(s) (if applicable) and The Author(s), under exclusive license to Springer Nature Switzerland AG

١٧. Garg , Harish , Sharma, S.P. & Rani ,Monica, (٢٠١٣)," Weibull fuzzy probability distribution for analyzing the behavior of pulping unit in a paper industry" . Int. J. Industrial and Systems Engineering, Vol. ١٤, No. ٤ , pp ٣٩٥-٤١٣

١٨. Ghelli ,Alessandro; Hagraas, and Dooley Hani James, (٢٠١٦), "Towards Realising an Intelligent and Energy Efficient Hob by Employing a Fuzzy Logic



Based Embedded Agent Approach", All content following this page was  
 uploaded by Hani Hagraas . pp ١-١٠

١٩. Held, Leonhard ; Sabanés ; Bové ,Daniel, (٢٠١٤), " Applied Statistical  
 Inference Likelihood and Bayes ", ISBN ٩٧٨-٣-٦٤٢-٣٧٨٨٦-٧ ISBN ٩٧٨-  
 ٣-٦٤٢-٣٧٨٨٧-٤ (eBook) DOI ١٠.١٠.٧/٩٧٨-٣-٦٤٢-٣٧٨٨٧-٤ Springer  
 Heidelberg New York Dordrecht London Library of Congress Control  
 Number: ٢٠١٣٩٥٤٤٤٣ Mathematics Subject Classification: ٦٢-٠١, ٦٢F١٠,  
 ٦٢F١٢, ٦٢F١٥, ٦٢F٢٥, ٦٢F٤٠, ٦٢P١٠, ٦٥C٠٥, ٦٥C٦٠ © Springer-Verlag  
 Berlin Heidelberg .

٢٠. Howson, C. and Urbach, P. (٢٠٠٥). Scientific Reasoning: the Bayesian  
 Approach .٣rd edition, Open Court Publishing Company. [ISBN ٩٧٨-٠-  
 ٨١٢٦-٩٥٧٨-٦](#)

٢١. P. Mozgunov, T. Jaki & M. Gasparini, (٢٠١٩), " Loss functions in  
 restricted parameter spaces and their Bayesian applications", JOURNAL OF  
 APPLIED STATISTICS <https://doi.org/10.1080/02664763.2019.1586848>.  
 Published by Informa UK Limited, trading as Taylor & Francis Group.

٢٢. KAMALUDDEEN USMAN DANYARO ١ , JAFREEZAL JAAFAR ١ ,  
 SHAHIR LIEW, (٢٠١٠), " COMPARABILITY BETWEEN FUZZY SETS AND

CRISP SETS: A SEMANTIC WEB APPROACH", SELECTED TOPICS in  
 EDUCATION and EDUCATIONAL TECHNOLOGY, ISSN: 1792-5061,  
 ISBN: 978-960-474-232-0, 240-244.

24. Kim , Bara, Kim ,Jeongsim , (2017), " The maximum distribution of  
 Kibble's bivariate gamma random vector ", Operations Research Letters 40  
 (2017) 392-396

25. Kwang H. Lee, (2004), " First Course on Fuzzy Theory and  
 Applications", ISSN 16-15-3871, ISBN 3-540-22988-4 Springer ,Berlin  
 Heidelberg NewYork, ppt: 1-20.

26. Mathworks,(2021),<https://www.mathworks.com/help/fuzzy/pimf.html> ,  
 friaday, 11.00.

27. Norstorm, Jan Gerhard, (1996), "the Use of Precautionary LOSS  
 unctions in risk Analysis", IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY, VOL.  
 45, NO. 3, 1996 SEPTEMBER

28. P. Mozgunov, T. Jaki & M. Gasparini, (2019), " Loss functions in  
 restricted parameter spaces and their Bayesian applications", JOURNAL OF  
 APPLIED STATISTICS <https://doi.org/10.1080/02664763.2019.1586848>.

Published by Informa UK Limited, trading as Taylor & Francis Group.

٢٩. Pak ,Abbas ; (٢٠١٦)," Inference for the Shape Parameter of Lognormal Distribution in Presence of Fuzzy Data " Pak.j.stat.oper.res. Vol.XII No. ١ , pp. ٨٩-٩٩
٣٠. Pak, Abbas; Ali, Gholam & Saraj, Mansour, (٢٠١٣), "Inference for the Weibull Distribution Based on Fuzzy Data", Int J Syst Assur Eng Manag, vol.: ٣٦, no. ٢, pp. ٣٣٩ – ٣٥٨
٣١. Pak ,Abbas ; (٢٠١٧)," Statistical inference for the parameter of Lindley distribution based on fuzzy data" Brazilian Journal of Probability and Statistics, Vol. ٣١, No. ٣, ٥٠٢-٥١٥
٣٢. R. Yager, Ronald , (٢٠٠٨), " Level sets and the extension principle for interval valued fuzzy sets and its application to uncertainty measures" , Information Sciences ١٧٨ – ٣٥٦٥-٣٥٧٦.
٣٣. Rutkowski, Leszek ,(٢٠٠٤), " NEURO-FUZZY SYSTEMS Structures, Learning and Performance Evaluation", KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS NEW YORK, BOSTON, DORDRECHT, LONDON, MOSCOW.
٣٤. S. N. Sivanandam, S. Sumathi & S. N. Deepa, (٢٠٠٧), "Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB", "With ٣٠٤ Figures and ٣٧ Tables", © Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

٣٥. Sahar Muhsen Jaabar ; Ahmed Hadi Husain, (٢٠٢١). " Special Functions and Their Applications " International Journal of Engineering and Information Systems (IJEAIS) ISSN: ٢٦٤٣-٦٤٠X Vol. ٥ Issue ١, January – ٢٠٢١, Pages: ١٨-٢١
٣٦. Saralees Nadarajah and Arjun K. Gupta, (٢٠٠٦)", " Intensity–duration models based on bivariate gamma distributions ", Hiroshima Math. J. ٣٦ – ٣٨٧–٣٩٥
٣٧. Sengupta, Atanu , Vasant, Pandian , J. Andeeski ,Cvetko, (٢٠٠٨), "Fuzzy Optimization with Robust Logistic Membership Function: A Case Study In For Home Textile Industry', Proceedings of the ١٧<sup>th</sup> World Congress , The International Federation of Automatic Control
٣٨. Tashkandy, Yusra A.; Omair , Maha A.; & Alzaid , Abdulhamid A., (٢٠١٨), " Bivariate and Bilateral Gamma Distributions ", International Journal of Statistics and Probability; Vol. ٧, No. ٢; March ٢٠١٨ ISSN ١٩٢٧-٧٠٣٢ E-ISSN ١٩٢٧-٧٠٤٠. Published by Canadian Center of Science and Education

٣٩. Temme, Nico M. (٢٠٠٧). Special Functions: An introduction to the classical functions of mathematical physics (٢nd print ed.). New York: Wiley.

pp. ٢٢٨-٢٣١. [Wiley](#) ISBN: ٩٧٨-٠-٤٧١-١١٣١٣-٣ (٢٠٠٧).

٤٠. Torabi, H. & Mirhosseini S. M., (٢٠٠٩), " The Most Powerful Tests for Fuzzy Hypotheses Testing with Vague Data" , Applied Mathematical Sciences, Vol. ٣, ٢٠٠٩, no. ٣٣, pp. ١٦١٩ – ١٦٣٣

٤١. W.F. Kibble (١٩٤١) A two variate gamma type distribution, *Sankhya: The Indian journal of statistics*, ٥(٢): ١٣٧-١٥٠.

٤٢. Wang , Shuang; M. Keller, James; Burks , Kathryn; Skubic , Marjorie; Tyrer , Harry , (٢٠٠٦), " Assessing Physical Performance of Elders Using Fuzzy Logic" , International Conference on Fuzzy Systems Sheraton Vancouver Wall Centre Hotel, Vancouver, BC, Canada.

٤٣. Yang, Xiao-Jun, (٢٠٢١), "Theory and Applications of Special Functions for Scientists and Engineers", ISBN ٩٧٨-٩٨١-٣٣-٦٣٣٣-٥ ISBN ٩٧٨-٩٨١-٣٣-٦٣٣٤-٢ (eBook) <https://doi.org/10.1007/978-981-33-6334-2>

Mathematics Subject Classification: ٣٣C٠٥, ٣٣C٢٠, ٣٣E١٢, ٤٤A٢٠, ٤٤A٠٥, WILEY.

٤٤. Zadeh, L., A., (١٩٧٣), "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes", IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, VOL. SMC-٣, NO. ١, JANUARY ,pp:٢٨-٤٤.

٤٥- Danyaro , K. U., Jaafar, J., Shahir Liew, Mohd, (٢٠١٠), "COMPARABILITY BETWEEN FUZZY SETS AND CRISP SETS: A SEMANTIC WEB APPROACH", SELECTED TOPICS in EDUCATION and EDUCATIONAL TECHNOLOGY ISSN: ١٧٩٢-٥٠٦١ ٢٤١ ISBN: ٩٧٨-٩٦٠-٤٧٤-٢٣٢-٥

In many applied cases, we encounter data that may be interrelated with each other, as in clinical trials that involve survival analysis for interrelated failure times. Therefore, such data must be dealt with according to a probabilistic model that works to model such interrelated phenomena, and because there are many of these phenomena that suffer from the inaccuracy in its measurements, therefore, will have the characteristic of fuzziness and is expressed in fuzzy numbers. To estimate the parameters of the probability distribution that represents these interrelated data in light of the fuzzy environment, it is necessary to generalize the concept of fuzziness and move from the usual (traditional) estimation methods to those specialized in fuzziness. To obtain accurate and accurate estimates of the phenomena under study.

This thesis came with the aim of estimating the parameters of Kibble's Bivariate gamma distribution using the standard Bayesian method of estimation under the measurements of two fuzzy interconnected random variables under the quadratic loss function and a precautionary loss function. The thesis dealt with two aspects, the first is the experimental aspect in which Monte-Carlo simulation experiments were used to test the preference of the two estimation methods used in this thesis. It was concluded through simulation experiments that the Bayes method at a precautionary loss function recorded the highest percentage of preference (99%) compared to the Bayes method at a precautionary loss function. Squared loss with a priority rate of (91%). And at the cutoff (Alpha-cut = 0.3), the Bayesian method with a squared loss function was the best with a priority rate of (60%). While the Bayes method recorded at (Alpha-cut = 0.6, 0.8) a percentage of (90%) for each cut-off factor, and this indicates that the greater the cut-off in the fuzzy group, the lower the preference for the squared loss function of the Bayesian estimator. The Bayes method recorded at a precautionary loss function and at (Alpha-cut = 0.3) a preference rate of (96%), while it recorded at (Alpha-cut = 0.6, 0.8) a preference rate of (97%) for each cut-off parameter, and this indicates It is a Bayesian method when the precautionary loss function is the best as the cutoff increases in the fuzzy set. On the applied side, the Bayesian method was used under a precautionary loss function in light of data representing two random variables, namely (X) the amount of rain falling on Iraq, measured in milliliters, and (Y) the intensity of rain falling in mm/hour in all governorates of Iraq, with a rate of (100). Reading Each reading expresses the amount of rain and the intensity of rain within (24) hours, as the variables were tested in terms of their correlation and suitability to Kibble's Bivariate gamma distribution. On the applied side, the superiority of the Bayes method was reached under the precautionary loss function by using real data at the cut-off coefficient (Alpfa-Cut = 0.6), as it was the lowest mean square error is (0.00162). The greater the cutoff in the fuzzy set, the less elements that have less or equal cutoffs, and thus increase the accuracy of the estimation method. The estimated parameters at the real data are closer to the default parameters ( $\alpha = 4.6$ ,  $\beta = 2$ ,  $\rho = 0.9$ ), which gave the best results in the simulation experiments.



**Republic of Iraq  
Ministry of Higher Education  
And Scientific Research  
University of Karbala  
Faculty of Management  
And Economics  
Department of Statistics  
Graduate Studies**



# **Use of Fuzzy Bayesian Methods to Estimate Parameters of the Kibble-Bivariate Gamma Distribution**

**A thesis**

**Submitted to the council of the college of Administration  
& Economics\ University of Karbala as partial fulfillment of the  
requirements for the Master degree in Statistics Sciences**



**By**

**Bent Al-Huda Saheb Katran Ateya**

**Supervision**

**Asst. Prof. Dr. Enas Abdul Hafedh Mohammed**

١٤٤٤

**A.H.**

**A.D. ٢٠٢٣**