جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعـــــــة كربـــلاء
كلية الإدارة والاقتصاد / قسم الاحصاء
الدراسات العليا

تقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال مقدرات التقلص البيزية مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة إلى
مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء
تقدمت بها

الطالبة زهراء إبراهيم عبد عباس الجبوري

بإشراف

أ.د عبد الحسين حسن حبيب الطائي

1444هـ **كربلاء المقدسة** 2023م

إقرار المشرف

أشهد بأن إعداد هذه الرسالة الموسومة (**تقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال مقدرات التقلص البيزية مع تطبيق عملي**) والتي تقدمت بها الطالبة "**زهراء ابراهيم عبد عباس**" قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.

أ.د. عبد الحسين حسن حبيب الطائي

التاريخ: ١٧/ ١ / ٢٠٢٣

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.

أ.د. شروق عبد الرضا السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: ١٧ / ١ / ٢٠٢٣

إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الرسالة الموسومة (**تقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال مقدرات التقلص البيزية مع تطبيق عملي)** قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت اشرافي اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت.

الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

جامعة كربلاء – كلية الادارة والاقتصاد

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على اقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالبة زهراء ابراهيم عبد عباس" الموسومة بـ (**تقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال مقدرات التقلص البيزية مع تطبيق عملي**) ارشح هذه الرسالة للمناقشة.

أ.د محمد حسين كاظم الجبوري
رئيس لجنة الدراسات العليا
معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.د محمد حسين كاظم الجبوري
عميد كلية الادارة والاقتصاد- جامعة كربلاء
2022 / 1 / 26

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (**تقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال مقدرات التقلص البيزية مع تطبيق عملي**) والمقدمة من قبل الطالبة "**زهراء ابراهيم عبد عباس**" وناقشنا الطالبة في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير (   ).

أ.د. فياض عبد الله علي

رئيساً

١٧ / ١ / ٢٠٢٣

أ.م.د مشتاق كريم عبد الرحيم

عضواً

١٧ / ١ / ٢٠٢٣

أ.م.د صدى فايض محمد

عضواً

١٧ / ١ / ٢٠٢٣

أ.د عبد الحسين حسن حبيب الطائي

عضواً ومشرفاً

١٧ / ١ / ٢٠٢٣

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿وَلَمَّا بَلَغَ أَشُدَّهُ وَاسْتَوَى آتَيْنَاهُ حُكْمًا وَعِلْمًا وَكَذَلِكَ نَجْزِي الْمُحْسِنِينَ﴾

صدق الله العلي العظيم

سورة القصص – الآية 14

الاهداء

إلى من علمنا السلام ومعنى الإسلام إلى نبي الرحمة وموضع الرسالة والنور المضيء في ظلمات الظلالة وسراج
العلم والمعرفة الرسول الأعظم والنبي المهداة الأكرم الحبيب المصطفى مُحَمَّد
(صلى الله عليه وعلى آله الطيبين الطاهرين) ...*
إلى امام زماننا والغائب عن انظارنا المستوطن في قلوبنا، من ندعو الله بتعجيل ظهوره
مهدي الأُمة الامام المنتظر (عجل الله تعالى فرجه) ...*
إلى ذلك الرجل الذي لن يكررهُ الزمان، من اعطاني الدافع والحافز وغمرني بحبه وعطاءه ودعائه
لكي أصل إلى ما انا عليه اليوم، فخري وعزتي وشموخي عزيز قلبي
أبي الغالي ...*
إلى من تغمرني بحنانها وحبها وعطائها، من تنقذني دعواتها في كل موطن وموقف، من
تحتضنني بدفء قلبها وصفاء روحها، من يطمئن قلبي بوجودها رفيقة روحي
أمي الحنونة عزيزة قلبي ...*
إلى أولئك الذين اسند ظهري واحتمي بهم إلى الكواكب التي تدور حولي في سماء حياتي اعزائي
وأحبائي إخوتي (هيام، علي، كرار) ...*
إلى رفيق حياتي وسندي عزيز روحي ومآمن فؤادي، من يلهمني الشجاعة والقوة ويصبرني
في المحن والشدائد، من يرسم البسمة على وجهي وتبتهج روحي بقربه
خطيبي الغالي على قلبي (يحيى) ...*
إلى مثال العلم والمعرفة استاذي المحترم ومشرفي المتواضع نجم العمالقة في علميتهِ
البروفسور الدكتور عبدالحسين الطائي ...*
إلى رفيقات طريقي ونجاحي اللاتي شاركنني في افراحي واحزاني إلى من يكتمل بهنَّ فرحي
وسروري صديقاتي وزميلاتي العزيزات (صفا، نور، زهراء) ...*
أُهدي ثمرة جهدي ...*

شكر وتقدير

الحمد لله بجميع محامدهِ على جميع نعمهِ كلها الحمد لله حمد الحامدين وشكر الشاكرين والصلاة والسلام على نبينا مُحَمَّد (صلى الله عليه وآله وسلم) خير خلق الله اجمعين وعلى آله الطيبين الطاهرين واصحابه المخلصين.

أشكر الله العلي القدير الذي وفقني إلى سبيل العلم ويسر لي دراستي وفضل عليَّ بتسهيل أموري. وفي نهاية رحلتي بتمام هذه الرسالة بفضل الله ورعايته لا يسعني إلا ان أتقدم بجزيل الشكر والتقدير وفائق الثناء والعرفان بالجميل لمن احاطني بعلمهِ وجميلهِ استاذي الفاضل الأستاذ الدكتور عبدالحسين حسن حبيب الطائي اطال الله عمره لما قدمه من معلومات مفيدة وكثيرة وتوجيهات سديدة اثرت هذه الرسالة وقومت جهدي، اشكره بجميل صبرهُ عليَّ، اشكره لرقتهِ وحنانهِ جزاهُ الله الف خير.

كما اتقدم بالشكر الجزيل للأساتيذ الفضلاء كافة في لجنة المناقشة الذين تفضلوا بقبولهم مناقشة رسالتي، وعلى كل ملاحظه والتي لا شك ان هدفها هو اغناء الرسالة بالنصائح العلمية. كما اشكر الأساتيذ الفضلاء كافة في قسم الإحصاء جامعة كربلاء وكذلك الشكر لسكرتارية قسم الإحصاء، كما أتقدم بالشكر الجزيل والعرفان بالجميل لأفراد عائلتي والدي ووالدتي الذين تحملوني وآزروني في المحن والشدائد ولما قدموه من دعم مادي او معنوي. وكذلك أتقدم بالشكر الجزيل لخالي العزيز لما غمرني بحبهِ وتشجيعهِ.

كما أقدم شكري وامتناني لرفيق روحي وسر سعادتي سندي العظيم الذي لا يميل.

وفي الختام اشكر جميع زميلاتي وزملائي في الدراسات العليا لما قدموا لي من مساعدة.

ومن الله التوفيق ....

قائمة الجداول

قائمة الاشكال

قائمة الرموز والمصطلحات

الرمز	المعنى
	قائمة الرموز
α	معلمة الشكل لتوزيع فريجت
λ	معلمة القياس لتوزيع فريجت
X	متغير عشوائي يتبع توزيع فريجت
$f(x.\alpha.\lambda)$	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع فريجت
$F(x.\alpha.\lambda)$	الدالة التراكمية لتوزيع فريجت
$R(x)$	دالة المعولية لتوزيع فريجت
$L(\hat{\theta}.\theta)$	دالة الخسارة
b	معلمة التوزيع المراد تقديرها
$\hat{b}_{s1}$	المقدر بيزي وفقاً لدالة خسارة تربيعية
$\hat{\lambda}_{mle}$	مقدر الإمكان الأعظم لمعلمة القياس
$\hat{b}_{sh1}$	مقدر التقلص البيزي وفق دالة خسارة تربيعية
b_0	المعلومات الأولية للمعلمة b
k	معامل التقلص
ρ	دالة الربط بين المعلمة والمقدر البيزي وفقاً لدالة خسارة تربيعية
N	حجم العينة
Δ	مقدار التغير
aΔ	المقدر الاول لتغير الحاصل في دالة الخسارة الاسية – الخطية LINEX
$\alpha\Delta$	المقدر الثاني لتغير الحاصل في دالة الخسارة الاسية – الخطية LINEX
L_2	دالة الخسارة الثانية الاسية – الخطية LINEX
$\hat{b}_{s2}$	المقدر البيزي وفق دالة خسارة الاسية – الخطية LINEX
$\hat{b}_{sh2}$	مقدر التقلص البيزي وفق دالة خسارة الاسية – الخطية LINEX
L_3	دالة الخسارة الموزونة
w	معامل الوزن لدالة الخسارة الموزونة
$\hat{b}_{s3}$	المقدر البيزي وفقاً لدالة خسارة موزونة
$\hat{b}_{sh3}$	مقدر التقلص البيزي وفق دالة خسارة موزونة
$p(\alpha)$	التوزيع الاولي للمعلمة (α)
$p(\lambda)$	التوزيع الاولي للمعلمة (λ)
$\mathrm{h}(\alpha.\lambda\|x_i)$	التوزيع اللاحق للمعلمتين
φ_{ik}	الفرق الأقل المطلق لكل مقدر ولكل تجربة
τ_j	القيمة المقدرة للمعلمة وفق كل طريقة ولكل تجربة
	قائمة المصطلحات
Real	دالة المعولية للبيانات الحقيقية
Cdf	دالة الكثافة التجميعية لتوزيع فريجت
MLE	دالة الإمكان الأعظم
LINEX	دالة الخسارة الاسية – الخطية

المستخلص: Abstract

يعد توزيع فريجت من التوزيعات الإحصائية المهمة وذلك لما يمتلكه هذا التوزيع من تطبيقات واسعة ومتعددة في مجالات (البيولوجية، الهندسية، الفيزيائية والكيميائية والزراعية وغيرها). أن تقدير معلمات هذا التوزيع كان ومايزال تحدياً متجدداً وفقاً لتجدد التجارب التي يمتلكها ونتيجة لذلك جاءت هذه الرسالة والتي تضمنت خمسة فصول ففي الفصل الأول تم استخدام منهجية الدراسة والدراسات السابقة التي تهدف الى إيجاد أفضل مقدر لمعلمات توزيع فريجت والذي بدوره يُسهم في تقديم أفضل دالة معولية. وذلك لان عمليات إيجاد مقدر لمعلمة التوزيع الاحصائي يمكن أن تصاحبها مشكلات كثيرة منها عدم قدرة طريقة التقدير على تقديم مقدر قريب الى معلمة التوزيع. اما الفصل الثاني فقد تضمن الجانب النظري من خلال معرفة وتحديد طرائق التقدير لمعلمات توزيع فريجت، إذ تم استعمال طرائق تقدير بيزية مقلصة وفقاً لدوال خسارة مختلفة (التربيعية، LINEX، موزونة وتربيعية باستعمال تقريب ليندلي). اما الفصل الثالث فقد تضمن تقدير المعلمات ودالة المعولية للتوزيع وفقاً لطرائق المحددة والمقارنة بين هذه الطرائق وذلك بالاعتماد على تجارب المحاكاة (محاكاة مونت – كارلو) إذ تضمنت تجارب المحاكاة (54) تجربة مختلفة وفقاً لاختلاف كل من (حجم العينة، قيم معلمات التوزيع وطريقة التقدير) والمقارنة بين التجارب المختلفة بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ والفرق الأقل المطلق، فضلاً عن (135) تجربة محاكاة مختلفة لتقدير دالة المعولية ومتوسط مربعات الخطأ العائد لها وفقاً لاختلاف كل من (حجم العينة، قيم معلمات التوزيع وقيم الزمن t)، فضلاً عن اختلاف طريقة التقدير، وكذلك تم المقارنة بين هذه التجارب بالاعتماد على متوسط

مربعات الخطأ والفرق الأقل المطلق. فيما تضمن الفصل الرابع من الرسالة الجانب التطبيقي لبيانات حقيقية بحجم (100) مشاهدة تمثل أوقات الاشتغال لجهاز الري بالرش المحوري لحين العطل ومقاسة بالاشهر، وتم تقديرمعلمات التوزيع ودالة المعولية وفقاً لطرائق التقدير الأربعة. اما الفصل الخامس فقد تضمن الاستنتاجات والتوصيات التي توصلت اليها الباحثة. إذ أظهرت النتائج تفوق طريقة تقدير بيز المقلصة المعتمدة على دالة خسارة LINEX على غيرها من طرائق التقدير البيزي المقلص وبنسبة تعادل (57%) بالنسبة لتقدير معلمات التوزيع و (85%) بالنسبة لتقدير دالة المعولية. يمكن تطبيق طرائق التقدير البيزية المقلصة على توزيعات إحصائية أخرى مثل توزيع (كامبل، كابا، كوماراسوامي).

الفصل الاول

منهجية الدراسة

1-1المقدمة: Introduction

من المعلوم أن امتلاك معلومات حول مقدرات معلمات التوزيعات الإحصائية كان ومايزال محط الاهتمام في اغلب البحوث والدراسات الإحصائية، وذلك لأن التوزيع الاحصائي يستند على معلمات يجب إيجاد تقدير لها أقرب ما يكون للقيم الحقيقية وذلك لان التطبيقات العائدة لكل توزيع احصائي تعتمد وبشكل أساس على مدى قرب القيمة المقدرة من القيمة الحقيقية لمعلمة التوزيع. وتعد الطرائق البيزية والتي تعتمد في الأساس على افتراض امتلاك مقدر المعلمة توزيع اولي يمكن الاعتماد عليه ضمن دالة خسارة محددة يجب اخذها بنظر الاعتبار وذلك لضمان الحصول على مقدر قريب إلى معلمة التوزيع. ونتيجة لذلك تضمنت الرسالة فصولاً خمس تقدمها الفصل الأول والذي يحتوي على مقدمة عامة وهدف ومشكلة الرسالة مع اهم البحوث والدراسات السابقة التي لها علاقة بموضوع الرسالة. اما الفصل الثاني فقد تضمن الجانب النظري لتوزيع فريجت ذو معلمتين مع اهم الجوانب النظرية لطرائق بيز المقلصة وفقاً لدوال خسارة (التربيعية، الاسية – الخطية LINEX، الموزونة، التربيعية بالاعتماد على تقريب ليندلي). كما تضمن الجانب النظري الصيغ النظرية لاختبارات حسن المطابقة (اختبار كولموكورف سميرنوف واختبار مربع كاي) وكذلك تضمن الفصل التعرف على معايير المقارنة والتي هي متوسط مربعات الخطأ وقيمة الفرق الأقل المطلق. في حين تضمن الفصل الثالث تقديم نتائج عدد من تجارب المحاكاة وفقاً لتغير كل من (حجم العينة، قيمة المعلمة الأولى لتوزيع، قيمة المعلمة الثانية لتوزيع، طريقة التقدير). وبلغ عدد التجارب (27) تجربة مختلفة، وتم ايضاً في هذا الفصل تقديم نتائج تجارب المحاكاة لكل من مقدر المعلمة والفرق الأقل المطلق ومتوسط مربعات الخطأ العائد لها. كما تم تقديم مقدر لدالة المعولية لتوزيع فريجت وفقاً إلى تغيير متزايد في الزمن فضلاً عن متوسط مربعات الخطأ المرافق لها والفرق الأقل المطلق العائد لها. اما الفصل الرابع فقد تضمن تحليل وتقدير معلمات التوزيع العائدة

لعينة قوامها (100) مشاهدة والتي تمثل اوقات الاشتغال لأجهزة الري بالرش المحوري لحين العطل وتكون مقاسة بالأشهر، والتي تم جمعها بمساعدة فريق مشروع تقنيات الري والمكننة الحديثة في محافظة كربلاء المقدسة بقضاء عين التمر. فضلاً عن الاستنتاجات والتوصيات التي خرجت بها الرسالة.

1-2مشكلة الرسالة: Problem of thesis

أن عمليات إيجاد مقدر لمعلمة التوزيع الاحصائي يمكن أن تصاحبها مشاكل كثير منها عدم قدرة طريقة التقدير على تقديم مقدر قريب إلى معلمة التوزيع. كما أن احتواء البيانات على قيم متطرفة يمكن أن يؤدي إلى عدم قدرة بعض الطرائق على تقديم مقدرات أقرب إلى القيم الحقيقية لمعلمة التوزيع، وهذا ما يؤدي للضرورة إلى ابتعاد مقدر دالة المعولية (والتي تعتمد بشكل أساس على مقدرات معلمات التوزيع) عن القيم الحقيقية لهذه الدالة وبالتالي فأن نتيجة توقع حصول عطل لجهاز معين يكون مضلل وهذا ما يؤدي إلى مشاكل كثيرة في جانب الاعتماد على هذه الأجهزة أو المكائن لفترات زمنية طويلة.

1-3هدف الرسالة: Purpose of thesis

تهدف الرسالة إلى:

1. إيجاد أفضل مقدر لمعلمات توزيع فريجت والذي يساهم في تقديم أفضل دالة معولية بالاعتماد على معلومات تتضمن كل من (حجم العينة، القيمة الحقيقية لمعلمة التوزيع، الزمن الخاص بدالة المعولية) وكذلك طريقة التقدير التي تعتمد على دالة الخسارة المفترضة.
2. استخدام التوزيع الأفضل في تقدير دالة المعولية بالاعتماد على (حجم العينة، القيمة الحقيقية لمعلمة التوزيع، الزمن الخاص بدالة المعولية) وكذلك طريقة التقدير التي تعتمد على دالة الخسارة المفترضة.

1-4 الاستعراض المرجعي: Review of Literature

من اجل الاطلاع على الأبحاث الخاصة بالرسالة والتي تتضمن توزيع فريجت والطرائق البيزية المقلصة فقد تم تقسيم الدراسات إلى كل من توزيع فريجت والطرائق البيزية المقلصة وكما يأتي:

1-4-1 البحوث الخاصة بتوزيع فريجت :

أجرى العديد من الباحثين بحوث وتطبيقات كثيرة على توزيع فريجت منهم من استخدمه بمفرده وقدر معلماته بطرق مختلفة ومنهم من استخدمه لدمج او الخلط مع توزيع اخر للحصول على توزيع جديد. حيث أن أول من قدم هذا التوزيع هو عالم الرياضيات الفرنسي (Maurice) [25] عام (1935) ومن هذه الدراسات ما يلي:

- في عام (1965) قدم العالم (Gumbel) [26] طريقة سريعة لتقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال ثلاث متوسطات وتم مقارنة هذه الطرائق بالاعتماد على مجموعة من العينات المختلفة الحجم والتي تم افتراضها بأنها تمتلك هذا التوزيع بمعلمتين هما معلمة الشكل ومعلمة القياس.
- في عام (1972) قدر (De Oliveira) [22]معلمات توزيع فريجت باستعمال طريقة الإمكان الأعظم maximum likelihood.
- في عام (1987) اقترح (Nishenko) [42] تقديرات الإمكان الأعظم بناءً على اقصى حد من عدة عينات واشارة إلى انه مع ذلك يجب استخدام المعلومات المشتركة للأطراف المتطرفة السفلية لأن المعلومات ضرورية ليتم تسجيلها لتحقيق النهايات القصوى الأولى.
- وفي عام 1990 قدم الباحث (Singh وآخرون) [57] بحثاً تم فيه اشتقاق تقديرات الإمكان الأعظم باستعمال دالة التوزيع المتقارب المشترك لأطراف متطرفة من عدة عينات، حيث تحسب الفروق والتغيرات لكل حد أدني إضافي وللقيم المختلفة لمعلمة الشكل من أجل فحص الزيادة في كفاءة التقديرات بسبب المعلومات الإضافية من الرتب الدنيا المتطرفة.

- في عام (1994) قام الباحث (Calabria وآخر) [19] باشتقاق فترات توقع بيز لتوزيع معكوس ويبل سواء في حالة عدم توفر معلومات سابقة او عند ادخال معلومات مسبقة عن مستوى عدم الموثوقية في وقت محدد في الأجراء التنبؤي حيث تناول بحثه مشكلة التنبؤ على أساس اخذ عينات خاضعة للرقابة، بالأعمار المرتبة في عينة مستقبلية عندما يفترض ان العينات تتبع توزيع معكوس ويبل. واظهرت دراسة محاكاة مونت كارلو أن استخدام المعلومات السابقة يؤدي إلى تنبؤ أكثر دقة. وأيضاً عندما يكون اختيار دالة كثافة للمعلومات الأولية خاطئاً تماماً.

- في عام (2002) وضح الباحث (Harlow وآخرون) [28] تطبيقات توزيع فريجت. وأشار إلى دالة التوزيع التراكمي لتوزيع فريجت والتي هي الدالة التراكمية الوحيدة التي تكون محددة على الاعداد الحقيقية غير السالبة وتكون حدود محددة جداً للحد الأقصى للمتغيرات العشوائية (RVS). وبالتالي تكون الدالة التراكمية لتوزيع فريجت مناسبة تماماً لوصف RVS للميزات الكبيرة. ونظراً لعدم استخدام الدالة التراكمية لتوزيع فريجت بشكل شائع وضح بعض خصائصه وذلك بأخذ التقديرات البارومتري باستعمال كل من الطرائق الرسومية وطرق الإمكان الأعظم. وأعطى مثالين، نمذجة الضرر البيني في الحزم الالكترونية الدقيقة وخصائص المواد للجسيمات المكونة في سبيكة الألمنيوم. واعتبر مقترح اقتطاع في الذيل العلوي مثال ثالث. وكذلك أوصى باستعمال دالة التوزيع التراكمي لتوزيع فريجت كنموذج احصائي قابل للتطبيق.

- في عام (2004) قام الباحث (Nadarajahوآخر) [38] بخلط توزيع فريجت مع توزيع بيتا وأطلق عليه اسم توزيع بيتا فريجت وأوجد الدالة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي له وقدر ايضاً دالة الإمكان الاعظم.

- في عام (2012) قدر الباحث (Abbas وآخرون) [15] معلمة القياس لتوزيع فريجت بمعلمة شكل معلومة باستعمال طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم الموزونة الاحتمالية. وقدر ايضاً مقدر بيز باستعمال دالة جيفري السابقة تحت دالة الخسارة التربيعية ودالة خسارة El-Sayyad'sعن طريق دراسة المحاكاة باستعمال احجام عينات مختلفة بناءً على متوسط مربعات الخطأ (MSE). واستنتج بأن طريقة الإمكان الأعظم أفضل من طريقة بيز من حيث التحيز عند زيادة قيمة α.
- في عام (2015) درس الباحث (Aslamوآخر) [40] نهج بيز لمعلمة الشكل لتوزيع فريجت، حيث اشتق التوزيعات اللاحقة باستعمال Gumbel Type-II وLevy السابق، وكذلك استخدم تقنية التكامل العددي التربيعي لحل التوزيع اللاحق. اذ حصل على المقدرات البيزية ودوال المخاطرة باستعمال أربع دوال خسارة. وقارن أداء مقدرات بيز باستعمال محاكاة مونت-كارلو.
- في عام (2017) اقترح الباحث (Mohammedوآخر) [61] أنموذج جديد لتوزيع فريجت سمي بتوزيع فريجت الموسع، واشتق خصائص التوزيع منها الدالة المولدة للعزوم و أنموذج قوة الأجهاد والإحصاء المرتب والعزوم، قدر معالم الأنموذج باستعمال طريقة الإمكان الأعظم حيث أجريت عليها تجربة المحاكاة لتقييم أداء تقديرات الطريقة. وايضاً تم مقارنة الأنموذج المقترح مع الامتدادات الأخرى لتوزيع فريجت من خلال مجموعتين لبيانات حقيقية، كانت المجموعة الأولى لعينة عشوائية مكونة من 128 مريضاً بسرطان المثانة، وتمثلت المجموعة الثانية تجاوزات قمم الفيضانات (بالمتر3/الثانية) لنهر ويتوون بالقرب من كار كروس في إقليم يوكون، كندا. وتكونت البيانات من 72 تجاوزاً مقربة إلى مرتبة عشرية واحدة، للأعوام 1958-1984.

♥ في العام نفسه (2017) قام الباحث (Shabbirوآخرون) [58] بتقدير توزيع فريجت المختلط باستعمال تحليل بيز تحت دوال خسارة مختلفة عندما تكون معلمة الشكل معروفة. واتبع نظام اخذ العينات الخاضعة للرقابة من النوع الأول نظراً لاستخدامه المكثف في تحليل البقاء والمعولية. اشتق الباحث تقديرات بيز لمعلمة نموذج الخليط إلى جانب مخاطرها اللاحقة في إطار دالة الخسارة التربيعية، ودالة خسارة وقائية (precautionary) ودالة خسارة DeGoot. وفي حالة عدم توفر أي معلومات سابقة او توفر القليل من المعلومات السابقة، يتم استنباط المعلمات المفرطة. ومن اجل الدراسة العددية، تنفيذ مقدرات بيز في ظل دوال خسارة مختلفة، وتمت محاكاة خصائصها الإحصائية لأحجام عينات مختلفة وأوقات انهاء الاختبار. كما اعطى مثال توضيحي لبيانات حقيقية من اجل توضيح الدراسة.

♥ في عام (2018) قدر الباحث (بشار) [11] معلمات توزيع فريجت باستعمال ثلاث طرائق للتقدير وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة بيز وطريقة العزوم في حالة بيانات حياة عبارة عن ارقام ضبابية، واستعمل الباحث تلك التقديرات في تقدير المعولية الضبابية للتوزيع. حيث تضمن بحثه جانبين هما الجانب التجريبي (المحاكاة) والجانب التطبيقي، اعتمد في الجانب التجريبي على أسلوب محاكاة مونت-كارلو لغرض توليد بيانات بأحجام عينات صغيرة (n=10, 25, 35) ومتوسطة (n=50, 75, 100) وكبيرة (n=150, 200, 500) وعدة قيم افتراضية لمعلمة الشكل α ومعلمة القياس β لتوزيع فريجت، وبعد ان قدر معلمات التوزيع باستعمال الطرائق المذكورة أعلاه ومن ثم استعمل هذه المعالم في تقدير المعولية الضبابية للتوزيع قام بإيجاد اختيار أفضل تقدير للمعولية الضبابية عن طريق المقارنة بالمعايير الإحصائية MSEوMAPE، وتوصل الباحث عن طريق نتائج المحاكاة بأن المعولية الضبابية وطريقة العزوم الضبابية تعطي اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) وأقل

متوسط مربعات الخطأ النسبي الطلق (MAPE) وبزيادة حجم العينة يتناقص MAPE وMSE إلى ان يصل اقله عند حجم العينة n=500 وان طريقة العزوم غير ملائمة لتقدير معلمات توزيع فريجت عندما تكون $\alpha \leq 1$ ، وعندما تكون معلمة الشكل الافتراضية α اقل من معلمة القياس الافتراضية β تتفوق طريقة الإمكان الأعظم على الطرائق الأخرى عند احجام العينات n=10, 25 ، وعندما تكون معلمة الشكل الافتراضية α اكبر من معلمة القياس الافتراضية β فأن طريقة الإمكان الأعظم تتفوق على الطرائق الأخرى عند حجم العينة n=10.

اما فيما يخص الجانب التطبيقي، حصل الباحث على بيانات تقريبية لمدد اشتغال جهاز المعجل الخطي المستخدم لمعالجة الأورام السرطانية في مركز بابل لمعالجة الأورام التابع لدائرة صحة بابل بحجم عينة (63)، وقد طبق أربعة اختبارات لحسن المطابقة، حيث بينت الاختبارات بأن بيانات مدد اشتغال الجهاز كانت أكثر توافق مع توزيع فريجت المضبب للمعلمات المقدرة بطريقة بيز، حيث أن منحنى الدالة الاحتمالية لتوزيع فريجت المضبب للمعلمات المقدرة بطريقة بيز أكثر ملائمة لتمثيل بيانات فترة اشتغال الجهاز المعجل الخطي. وأن منحنى الدالة الاحتمالية التجميعية لتوزيع فريجت المضبب لمعلمات طريقة بيز أكثر توافقاً مع منحنى الدالة الاحتمالية التجميعية لتوزيع البيانات الفعلية. وأن منحنى دالة المعولية المقدرة بطريقة بيز ملائمة أكثر من الطرائق الأخرى.

♥ في عام (2020) قدرت الباحثة (تمارة) [12] معلمة القياس لتوزيع فريجت باستعمال أسلوب بيز الحصين بالاعتماد على الصنف الملوث (ML-II-ε) عند أربعة أنواع من التوزيع الأساسي القياسي والتوزيع الأساسي الملوث عندما يكون التوزيع الأساس القياسي والتوزيع الملوث القياسي توزيع ويبل وعندما يكون التوزيع الأساس القياسي والتوزيع الملوث القياسي توزيع معكوس فريجت، وايضاً عندما يكون الأساس القياسي والملوث القياسي

توزيع كاما، وكذلك عندما يكون التوزيع الأساس القياسي والملوث القياسي توزيع لندلي تحت دالة خسارة تربيعية ثم استعملت الباحثة أسلوب محاكاة مونت-كارلو لفرض بيان افضلية طرائق التقدير عن طريق تقدير معيار متوسط مربعات الخطأMSE ، اذ توصلت الباحثة إلى ان طرائق التقدير المعتمدة كافة كان متوسطها أقرب إلى القيم الافتراضية لمعلمة القياس لتوزيع فريجت(β) عندما تكون احجام العينات المفترضة كافة عند نسب التلوث ($n=0.1, 0.5 , 0.9$) وكان افضل تقدير بيزي حصين عند صنف التوزيع الأولي للإمكان الأعظم من النوع الثاني عندما يكون التوزيع الأولي الأساسي القياسي والأولي الملوث توزيع لندلي يليه توزيع معكوس فريجت ومن ثم توزيع كاما واخيراً توزيع ويبل، وبزيادة قيمة نسب التلوث في التوزيع الأولي (0.1-0.9) تحقق افضلية تقدير بيز الحصين المعتمد على الصنف الأساسي القياسي والملوث القياسي لندلي. في حين أظهرت الباحثة نتائج تحليل البيانات التطبيقية المتمثلة بأوقات البقاء بالأيام تحت العلاج لحين الوفاة او الشفاء او مغادرة المستشفى للمصابين بفايروس (COVD-19) والتي حصلت عليها من مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء، لذ أكدت الباحثة إلى ضرورة استعمال توزيع لندلي كتوزيع أولي ملوث بنسب معينة من التلوث في إيجاد تقدير بيز الحصين في حال ان البيانات الحقيقية تتبع توزيع فريجت.

- في عام (2021) قامت الباحثة (نهلة هادي) [9] بدراسة توزيع احتمالي موزون موسع جديد لتوزيع فريجت أطلقت عليه توزيع فريجت الموزون الموسع الجديد (EWF) ذو ثلاث معلمات (λ,θ,α) ليكون اكثر مرونة في التطبيق مقارنة بالتوزيع الأصلي، إذ تمثل λ معلمة الشكل و(θ,α) يمثلان معلمة القياس. كذلك درست الباحثة الخصائص الإحصائية للتوزيع الجديد من خلال إيجاد دالة الكثافة الاحتمالية pdf والدالة التجميعية CDF وايضاً إيجاد

العزم المركزي حول الصفر والعزم اللامركزي حول المتوسط، ووفقاً للعمليات الرياضية حصلت الباحثة على الوسط الحسابي والتباين، كذلك قدرت الباحثة دالة الفشل واستعملت طرائق التقدير لغرض تقدير معلمات توزيع فريجت الموزون الموسع الجديد والطرائق هي (Maximum likelihood method, maximum product of spacing Method, percentiles Estimators method, Cramer Von-Mises method). بعدها استعملت أسلوب محاكاة مونت- كالو في الجانب التجريبي لتقدير دالة الفشل عند طرائق التقدير الأربعة تحت حجوم عينات (n=10,15,20,35) ولتحديد أفضل طريقة تقدير اعتمدت الباحثة على طريقة ranks إذ أظهرت طريقة (Maximum product of spacing method) الأفضلية عن بقية الطرائق الأخرى المستعملة في الاختبار اعتماداً على المقارنة بين متوسط مربعات الخطأ MSE، وتحديد حجم العينة التي كانت بحجم (n=35) و القيم المفروضة (λ=3.5, θ=5, α=2.5) التي كانت لها الأفضلية في تقدير دالة الفشل بأقل MSE. بينما تضمن الجانب التطبيقي قراءات وقت الفشل لعينة أداة قطع الموجودة في مكينة الخراطة (التورنة)حيث أجريت مقارنة بين توزيع فريجت الأصلي وتوزيع فريجت الموزون الموسع الجديد من حيث الأفضلية لتقدير دالة الفشل لأداة القطع عند الشروط المحددة لعملية القطع بعد أجراء عملية الطلاء.

1-4-2البحوث الخاصة بمقدرات التقلص البيزية:

تعتبر البحوث والدراسات السابقة مهمة جداً أولها الكثير من الحقائق العلمية والمعرفية التي تسهم في دعم الجانب النظري والتطبيقي وعند الاطلاع على مجموعة من البحوث ذات الصلة بموضوع مقدرات التقلص البيزية والتي تيسر للباحث الحصول عليها نجد ان اول من كتب في هذا الموضوع هو العالم Lammer [35]. إذ أن الدارسات الخاصة بهذا الموضوع والتي تيسر

الحصول عليها كالآتي:

♥ في عام (1985) قدر الباحث (Pandey)[45] مقدرات بيز ومقدرات التقلص البيزي لمعلمات توزيع ويبل ذو معلمتين ودرس كفاءتها عبر محاكاة مونت كارلو وبين ان مقدرات التقلص البيزية أفضل من المقدرين غير المتحيزين.

♥ في العام نفسه (1985) اقترح الباحثان (Pandey and Srivastava) [43] مقدراً اعتماداً على عامل التقلص k والذي حصل عليه من خلال تصغير متوسط مربعات الخطأ واستخدم المقدر المقترح في تقدير المتوسط الحسابي للتوزيع الاسي وكان أفضل من المقدرات الكلاسيكية في حالة العينات الصغيرة وذلك من خلال النتائج التي توصل اليها الباحثان بعد دراستهما لمعادلات متوسط الخطأ والكفاءة النسبية.

♥ في عام (1987) قدم الباحث (Park) [46] دراسة لبعض مقدرات التقلص البيزي لدالة المعولية في المقطع الأيسر من التوزيع الأسي بافتراض أن مقدرات Bayes و MVUE لدالة المعولية غير معروفة باستعمال "مقدر بيز" بدلاً من القيمة المقدرة باستعمال طرق مونت كارلو وMVUE و MSEالنسبي لمقارنة كفاءات مقدرات التقلص البيزية.

♥ في عام (1988) درس الباحث (Paul chiou) [20] مقدر الاختبار الابتدائي الاعتيادي لمؤشر المقياس لتوزيع القيم المتطرفة للعينات الخاضعة للرقابة من النوع الثاني باستعمال مقدر التقلص اثبت ان المقدار المقلص للاختبار الابتدائي أفضل من مقدر الاختبار الابتدائي الاعتيادي.

- في عام (1989) قام الباحث (Pandey وآخرون) [44] بتقدير التقلص البيزي لدالة المعولية ومعلمة القياس لعينة خاضعة للرقابة من النوع الثاني من توزيع زمن فشل محدد النطاق، وأجرى مقارنة بين مقدر الإمكان الأعظم ومقدر بيز ومقدر التقلص البيزي حيث وجد أن المقدر المقترح أفضل من مقدر الإمكان الأعظم ومقدر بيز.

- في عام (1990) درس الباحث (Al-Hemyari)[16] المقدر المقلص ذو عينة مزدوجة للمعلمة θ ولأي دالة كثافة احتمالية $f(x/\theta)$ عندما تتوفر بعض المعلومات السابقة بشكل θ_0 كتقدير احتمالي سابق. وقد اشتق الباحث معادلات متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومقدر التحيز وحجم العينة المتوقع وكذلك الكفاءة النسبية (REF) للمقدر المذكور بصورة عامة. وطبق ايضاً المقدر باختيار عامل وزن مقلص معين وكذلك مجال معين لمشكلة تقدير التباين للتوزيع الطبيعي، كما برهن بعض خواص المقدر وكانت النتائج التي توصل اليها أفضل من المقدرات السابقة.

- وفي العام نفسه (1990) اقترح الباحث (Kambo وآخرون) [34] مقدراً لدراسة مقدرات التقلص لتقدير المتوسط الحسابي للتوزيع الأسي. إذ درس متوسط مربعات الخطأ ومعادلات التحيز والكفاءة النسبية كما اقترح ثلاثة اختيارات للمجال R وكانت نتائجه أفضل من المقدرات الكلاسيكية عندما تكون القيمة الحقيقية للمعلمة المجهولة لتوزيع الأسي θ قريبة من القيمة الأبتدائية و المعبر عنها بصيغة نقطة θ_0.

- في عام (1991) اقترح الباحث (Jani) [33] مقدر التقلص لتقدير المتوسط لتوزيع الأسي. وتوصل الباحث إلى إيجاد قيمة تقديرية لمعامل التقلص k وذلك بتصغير متوسط مربعات الخطأ (MSE). إذ طبق الباحث المقدر المقترح في تقدير المعلمة θ لدالة المعولية للعينات الخاضعة للرقابة من النوع الثاني، وكانت نتائجه مساوية أو أفضل من المقدر ذو الأقل متوسط مربعات الخطأ (MSE).

♥ في عام (1996) درس الباحث (النزال) [7] مقدرات التقلص البيزية بمرحلتين واشتق التحيز ومتوسط الخطأ وحجم العينة المتوقع والكفاءة النسبية بشكل عام وطبق هذه المقدرات لتقدير المتوسط لتوزيع الطبيعي عندما يكون التباين معلوم. وجرى مقارنة بين مقدرات التقلص البيزبة بمرحلتين لمتوسط التوزيع الطبيعي عندما يكون التباين معلوم ومقدرات الإمكان الأعظم وذلك من خلال النتائج العددية والتي بينت افضلية المقدرات البيزية المقلصة بمرحلتين.

♥ في عام (2000) درس الباحث (الرباصي) [5] مشكلة تقدير المتوسط لتوزيع الطبيعي في حالة التباين غير المعلوم (المجهول)، حيث قام بتوظيف المعلومات السابقة فضلاً عن المعلومات المتوفرة في مفردات العينة لتقدير كل من المتوسط والتباين في الوقت نفسه. وشمل بحثه تقدير المتوسط لتوزيع الطبيعي بالمقدرات المقلصة ذات المرحلة الواحدة والمرحلتين.

♥ في عام (2003) قدم الباحث (Rayوآخرون) [51] بحثاً بعنوان نموذج التحويل البيزي لتقلص الموجات، أوضح فيه بشكل عام أن تقديرات تقلص الموجات تجعل افتراض الضوضاء الطبيعية مضافة وتتجاهل الطبيعة غير الخطية للتلوث. حيث تقوم تطورات المقدرات البيزية لتقلص الموجات (بناءً على تحويلات الطاقة في النموذج الخطي) باستيعاب فئة واسعة من نماذج الضوضاء في تطبيقات معالجة الصور. واعتزم على أن يعترف بالنموذج الإضافي الواسع الانتشار (مثل صور الرادار)، ونماذج المنتجات الشائعة في التصوير فضلاً عن الضوضاء التي قد توجد (SAR) ذي الفتحة الاصطناعية وسط هذين النقيضين. وإشارة أن الاستنباط المسبق اللطيف في هذا

النموذج، مثل التخصيص المتزامن لمزيج معاملات الموجات والتحويل، ويضفي المرونة ورؤية ثاقبة للبنية الأساسية. وبين أن النموذج يسمح بتقدير بنية ضوضائية غير معروفة للتوزيعات أحادية الوسائط (على الذيول)، حيث يمكن أن تتفوق على تقديرات التقلص الشائعة. وتعتبر الامتدادات ذات التحويلات المتعددة والاحداث العشوائية لماركوف في نظر الاعتبار ايضاً للتكيف مع المتغيرات المحلية للتلوث.

وكذلك استخدم الباحث تقدير بيزي لسلسلة ماركوف الحديثة من خلال أسلوب محاكاة مونت-كارلو(MCMC).

- في عام (2005) قدم الباحث (Wangوآخرون) [60] بحثاً بعنوان تقدير التقلص البيزي لمعلمات روابط الصفات الكمية. وأشار فيه إلى أن رسم خرائط QTL يعد مشكلة نموذجية متعددة في اختيار المتغير لنموذج مفرط التشبع لأن العدد المحتمل ل QTL يمكن أن يكون أكبر بكثير من حجم العينة، وبين أن اختيار النموذج مايزال أكثر فاعلية لرسم خرائط QTL المتعددة، على الرغم من الحاجة إلى المزيد من البحث. وضح الباحث أن الأسلوب البديل عن تحليل نموذج مشبع هو تقدير التقلص البيزي والذي يتم فيه جميع المتغيرات المرشحة في النموذج ولكن يتم اجبار آثارها المقدرة على التقلص نحو الصفر. وبين على عكس تقدير التقلص المعتاد حيث يتم تقليص جميع تأثيرات النموذج بنفس العامل، ونقوم بتطوير طريقة بيز تسمح لعامل التقلص بالتنوع عبر التأثيرات المختلفة إذ تفرض طريقة التقلص الجديدة على فترات التي لا تحتوي على QTL أن يكون لها تأثيرات تقديرية قريبة من الصفر في حين أن الفترات التي لا تحتوي QTL لها تأثيرات تقديرية عرضية ملحوظة لعدم التقلص تقريباً. ولتوضح الطريقة استخدم الباحث كل من بيانات المحاكاة والبيانات الحقيقية لرسم خرائط QTL.

أظهرت نتائج تجربة المحاكاة مع 500 عرض خلفي (BC) أن الطريقة يمكنها توطين QTL و QTL المرتبطين ارتباطاً وثيقاً بتأثيرات صغيرة تصل إلى 1% من التباين الظاهري للسمة كذلك استخدم الطريقة لرسم خريطة QTL المسؤولة عن التئام الجروح في عائلة من تهجين (MPJ * SJL /J) مع 633 فئران F_2 مشتقة من خطين فطريين.

- في عام (2008) قدم الباحث (البرماني) [2] مقترح لتقدير التباين للتوزيع الطبيعي وذلك من خلال استخدام التقدير البيزي للتباين والمعتمد على دالة التوزيع الأولي للمعلمة الممثلة للتباين. في موقع التقدير الأولي ضمن صيغة التقدير المقلص بمرحلتين والتي تم تسميتها مقارنة بين مقدرات التقلص البيزية ومقدرات التقلص لتباين التوزيع الطبيعي باستعمال المحاكاة على موضوع الدراسة. وقد اعتمدت هذه التقديرات على عاملين للتقلص الأول كان عبارة عن قيمة عشوائية والثاني كان عبارة عن دالة لحجم العينة الأولى، وعندما أجرى التطبيق قام بدراسة التقديرات البيزية المقلصة بمرحلتين لتباين التوزيع الطبيعي عندما يكون متوسط التوزيع معلوماً.

- في عام (2009) قام الباحث (Prakashوآخرون) [49] بدراسة مقدرات تقلص بيز لمعلمة القياس لتوزيع ويبل تحت دالة خسارة الخطأ التربيعية ودالة خسارة LINEX بوجود معلومات سابقة لمعلمة القياس عند توفر البيانات الخاضعة للرقابة من النوع الثاني.
- في عام (2015) قدر الباحث (Sanku Deyوآخرون) [23] مقدر التقلص البيزي لمعلمة توزيع رايلي للبيانات التدريجية الخاضعة للرقابة من النوع الثاني، كما قدر دالة المخاطرة بناءً على الاحتمال السابق تحت دالة خسارة انتروبي عامة. وقدر ايضاً دالة المخاطرة لدالة الإمكان الأعظم ثم قارن بين مقدر بيز ومقدر التقلص البيزي، وكذلك

قارن بين دالة المخاطرة لمقدر بيز التجريبي ومقدر التقلص البيزي التجريبي.

- في عام (2020) أشتق الباحث (Hassanوآخرون) [29] مقدر التقلص البيزي المعمم لمعلمة توزيع Burr XII تحت ثلاث دوال خسارة، وهي دالة خسارة الخطأ التربيعية ودالة خسارة LINEX ودالة الخسارة الموزونة.
- في عام (2021) قدر الباحث (Rodeenوآخرون) [53] مقدرات التقلص البيزية لمعلمة القياس لتوزيع ماكسويل وكذلك قدر دالة المخاطرة ومعادلة المخاطر النسبية للمقدر الكلاسيكي والمقدرات المقترحة تحت دالة خسارة خطأ تربيعية، وقارن بين مقدرات التقلص البيزية ومقدر بيز الكلاسيكي باستعمال المحاكاة في لغة البرمجة R.

نلاحظ من خلال استعراض الدراسات السابقة أنها تناولت تقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال طرائق تقدير مختلفة منها التقليدية ومنها البيزية ونلاحظ ايضاً قلة استخدام الباحثين لطرائق التقلص البيزية وبالخصوص البحوث العربية وكذلك لم يقدر توزيع فريجت بهذه الطرائق أي طرق التقلص البيزية حسب علم الباحث. لذا جاءت هذه الرسالة لتقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال مقدرات التقلص البيزية تحت ثلاث دوال خسارة وهي دالة الخسارة التربيعية ودالة الخسارة الاسية – الخطية LINEX ودالة خسارة موزونة وأيضا دالة خسارة تربيعية التي تعتمد على تقريب ليندلي، وايضاً تقدير دالة المعولية لهذا التوزيع ثم المقارنة بين هذه المقدرات حيث يكون المقدر الأفضل هو الأقل متوسط مربع الخطأ MSE باستعمال المحاكاة.

الفصل الثاني

الجـــــانب النظري

2-1 تمهيد: Preface

في هذا الفصل سيتم استعراض كل من توزيع فريجت والدوال الاحتمالية التي لها علاقة بهذا التوزيع وكذلك التوقع والتباين إضافة إلى مفهوم أسلوب بيز ودالة الخسارة وبعض أنواعها المستخدمة في هذه الرسالة بعد ذلك سيتم إعطاء فكرة عن مقدرات التقلص ومقدرات التقلص البيزية وعن مفهوم المعولية ودالة المعولية والدوال المتعلقة بها وبعض طرائق التقدير لتقدير معلمات التوزيع وعرض جميع الاشتقاقات الضرورية لتحقيق هدف الرسالة.

2-2 توزيع فريجت: [41] [31] [21] [15] Frechet distribution

سمي توزيع فريجت بهذا الاسم على اسم عالم الرياضيات الفرنسي Maurice René Fréchet (1878-1973), الذي طوره في عشرينات القرن الماضي كتوزيع أقصى قيمة (والذي يعرف ايضا باسم توزيع القيمة القصوى من النوع الثاني). يعد توزيع فريجت من التوزيعات الاحتمالية لنماذج ازمنة الحياة حيث وصف kotz وNadarajah هذا التوزيع وناقشا قابلية تطبيقه على نطاق واسع في مجالات مختلفة مثل الكوارث الطبيعية، سباق الخيل، هطول الأمطار، الطوابير في محلات السوبرماركت، سرعة الرياح والتيارات البحرية واختبارات الحياة وذلك يستخدم في نمذجة معدلات الفشل والتي هي شائعة الاستعمال في الدراسات البيولوجية وتحليل الإشارات الضوئية وبناء نماذج الأخطاء.

2-3 دالة الكثافة الاحتمالية: [11] [50] Probability density Function

قدم الباحث (Drapella) في عام (1993) والباحث (Mundhol karad kollia) في عام (1994) اقتراح اسم معكوس ويبل Reciprocal of Weibull على توزيع فريجت.

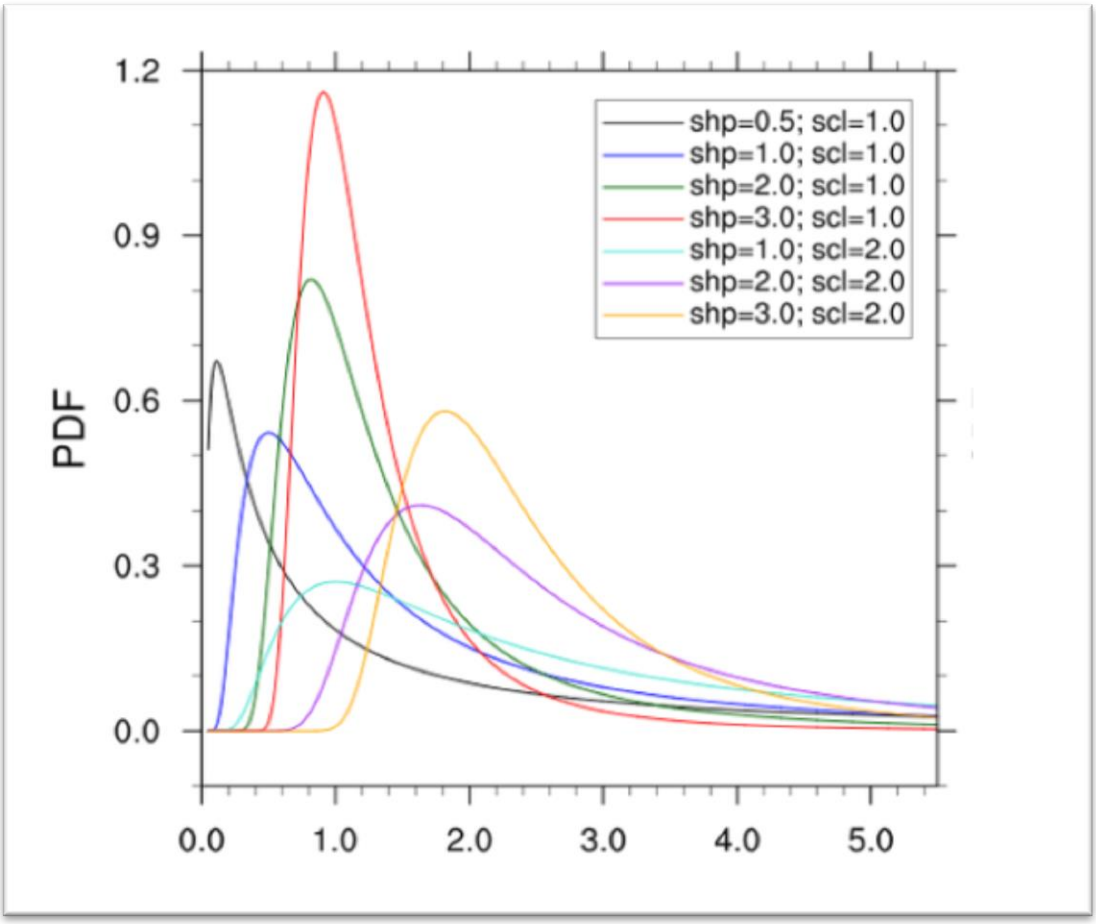
فإذا كان المتغير العشوائي t له توزيع ويبل Weibull distributionفأن المتغير x=1/t يمثل توزيع فريجت ودالة الكثافة الاحتمالية له كما يأتي:

$$f(x.\alpha.\lambda) = \alpha\lambda^{\alpha}x^{-(\alpha+1)}e^{-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\alpha}} \quad ...(2-1)$$

حيث ان:

x>0 و وأن معلمة الشكل Shape parameter $\alpha > 0$ ، أما معلمة القياس Scale paramete فيرمز لها ($\lambda > 0$) وتكون معلمة الموقع Location مساوي صفر.

والشكل الآتي يبين منحنى دالة الكثافة الأحتمالية لتوزيع فريجت لقيم مختلفة من α وλ:



الشكل (1-2) منحنى دالة الكثافة الأحتمالية لتوزيع فريجت لقيم مختلفة من α وλ [11].

2-4 دالة الكثافة التجميعية: Cumulative density Function

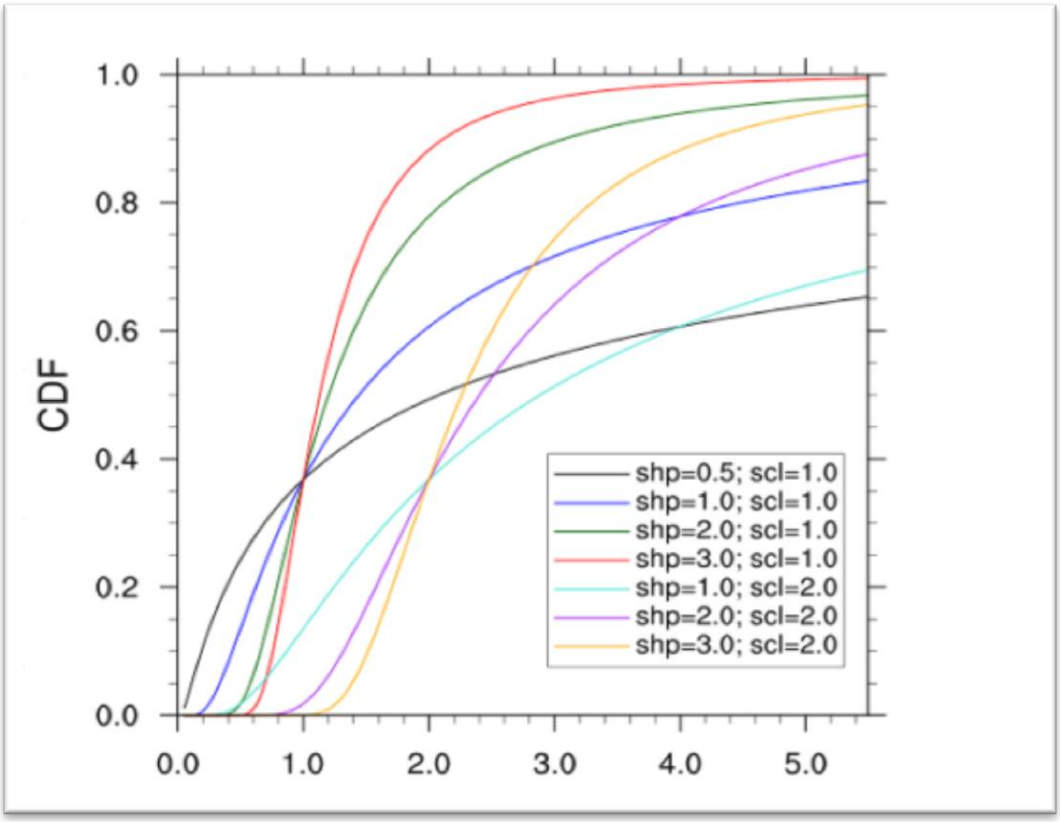
اذا كان x متغير عشوائي يتوزع توزيع فريجت $(\boldsymbol{\alpha}.\boldsymbol{\lambda})$x~Frechet فان الدالة التراكمية F(x) cumulative function له ستكون كالتالي :

$$F(x.\alpha.\lambda) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)\,du \qquad \dots (2-2)$$

$$F(x.\alpha.\lambda) = \int_{0}^{x} \alpha\lambda^{\alpha}u^{-(\alpha+1)}e^{-\left(\frac{\lambda}{u}\right)^{\alpha}}\,du$$

$$F(x.\alpha.\lambda) = e^{-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\alpha}} \quad ; \quad x \geq 0 \qquad \dots (2-3)$$

والشكل الآتي يبين منحنى دالة التوزيع الأحتمالي التراكمي لتوزيع فريجت لقيم مختلفة من α وλ:



الشكل (2-2) منحنى دالة التوزيع الأحتمالي التراكمي لتوزيع فريجت لقيم مختلفة من α وλ [11].

وان العزم ذو المرتبة k حول نقطة الأصل هو:

$$EX^k = \int_0^\infty X^k f(x)dx \qquad \dots(2-4)$$

$$EX^k = \lambda^k \Gamma\left(1-\frac{k}{\alpha}\right) \quad ; k = 1.2.3. \dots \qquad \dots(2-5)$$

عندما k=1 نحصل على التوقع:

$$EX = \lambda\Gamma\left(1-\tfrac{1}{\alpha}\right) \qquad . \ \alpha > 1 \qquad \dots(2-6)$$

وعندما k=2

$$EX^2 = \lambda^2\Gamma\left(1-\frac{2}{\alpha}\right) \qquad \dots(2-7)$$

والتباين سيكون:

$$\mathrm{Var}(X) = \lambda^2\left[\Gamma\left(1-\tfrac{2}{\alpha}\right) - \left(\Gamma^2\left(1-\tfrac{1}{\alpha}\right)\right)\right] \qquad . \ \alpha > 2 \qquad \dots(2-8)$$

وأن دالة المعولية R(*x*) (Reliability Function) كالآتي:

$$R(x) = 1 - F(x) = 1 - \int_0^x f(x)dx \qquad \dots(2-9)$$

$$R(x) = 1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^\alpha} \qquad \dots(2-10)$$

ودالة المخاطرة (Hazard Function) تكون كالآتي:

$$H(x) = \frac{f(x)}{R(x)} \qquad \dots(2-11)$$

$$H(x) = \frac{\boldsymbol{\alpha\lambda^\alpha x^{-(\alpha+1)} e^{-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^\alpha}}}{1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^\alpha}} \qquad \dots(2-12)$$

$$H(x) = \left(\boldsymbol{\alpha\lambda^\alpha x^{-(\alpha+1)} e^{-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^\alpha}}\right)\left(1 - e^{-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^\alpha}\right)^{\boldsymbol{-1}} \qquad \dots(2-13)$$

جدول (2-1) يمثل بعض خصائص توزيع فريجت ذي معلمتين.

الخاصية	الصيغة
المعلمات Parameters	α: معلمة الشكل، $\alpha > 0$ λ : معلمة القياس، $\lambda > 0$
المتوسط Mean	$\lambda\Gamma\left(1-\frac{1}{\alpha}\right) \qquad for \quad \alpha > 1$
الوسيط Median	$\frac{\lambda}{\sqrt[\alpha]{\log_e(2)}}$
المنوال Mode	$\lambda\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$
التباين Variance	$\lambda^2\left[\Gamma\left(1-\frac{2}{\alpha}\right)-\left(\Gamma^2\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\right)\right] \qquad for \quad \alpha > 2$
الالتواء Skewness	$\left\{\frac{\Gamma\left(1-\frac{3}{\alpha}\right)-3\Gamma\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)+2\Gamma^3\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)}{\sqrt{\left(\Gamma\left(1-\frac{2}{\alpha}\right)-\Gamma^2\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\right)^3}}\right. \qquad for \quad \alpha > 3$
التفلطح Kurtosis	$\left\{-6+\frac{\Gamma\left(1-\frac{4}{\alpha}\right)-4\Gamma\left(1-\frac{3}{\alpha}\right)\Gamma\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)+3\Gamma^2\left(1-\frac{2}{\alpha}\right)}{\left[\Gamma\left(1-\frac{2}{\alpha}\right)-\Gamma^2\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\right]^2}\right. \qquad for \quad \alpha > 4$

وتوزيع فريجت له علاقة بتوزيعات إحصائية أخرى وكالتالي:

2-5 بعض التوزيعات الإحصائية: Some Statistical Distributions

توجد توزيعات إحصائية مستمرة لها علاقة بتوزيع فريجت والتي سوف نستخدم منها في هذه الرسالة، ومن هذه التوزيعات مايلي:

2-5-1.التوزيع الأسي: Exponential Distribution [54] [37]

نظراً لوجود علاقة بين توزيع فريجت والتوزيع الأسي إذ أن توزيع فريجت هو معكوس توزيع ويبل وأن توزيع ويبل يكون من التوزيعات الأسية ، لذا سيتم شرح نبذة عن التوزيع الأسي حيث يعد التوزيع الأسي أحد التوزيعات الإحصائية المهمة و الذي عادة ما يستخدم في مجال احتساب دالة المعولية و المجالات الهندسية المتعلقة بقياس الزمن و في تخمين الفترات الزمنية بين وقوع الأحداث، مثل مدة المكالة الهاتفية ، مدة تفريغ باخرة الشحن، مدة خدمة شباك البريد، مدة أنتظار الزبون قبل الحصول على الخدمة وكذلك مدة تصليح آلة. وأن الأنموذج الأسي الأكثر شيوعاً هو الأنموذج الأسي ذو معلمة واحدة θ وتمثل معدل أو متوسط الوقت المستغرق لحين الفشل (MTTF) بينما تمثل ($\lambda=1/\theta$) متوسط معدل الوصول (MAR).

أما الدالة الأحتمالية له (pdf) تكون:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad ; \quad x \geq 0$$

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad ; \ \theta > 0$$

وأن دالة التوزيع التراكمي (التجميعي) (cdf) تكون:

$$F(x) = P(\mathrm{X} \leq \mathrm{x}) = \int_0^x f(u) du = 1 - e^{-\lambda x} \quad ; \ x \geq 0$$

إذ يكون التوزيع الأسي حالة خاصة من توزيع ويبل وتوزيع Gamma عندما تكون المعلمة α لتوزيع ويبل وتوزيع Gamma تساوي واحد(α=1).

وأن المتوسط والتباين سيكون:

$$EX = \frac{1}{\lambda}$$

$$EX^2 = \frac{2}{\lambda}$$

والتباين فهو:

$$Var(x) = \frac{1}{\lambda^2}$$

2-5-2. توزيع ويبل: **Weibull Distribution** [36] [24]

يعد توزيع ويبل من التوزيعات المهمة المستخدمة في المعولية Relibility وفي توزيعات فترات البقاء Survival function.

وتوزيع ويبل هو معكوس توزيع فريجت، وأشتق هذا التوزيع من قبل العالم السويدي (Waloddi Weibull) عام 1939م.إذ تكون دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) له هي:

$$f(x.\alpha.\lambda) = \alpha\lambda^{\alpha-1}e^{-\lambda x^{\alpha}} \quad ; \quad x > 0$$

وأن $\alpha > 0$ معلمة الشكل shape parameter و $\lambda > 0$ معلمة القياس scale parameter

و x يمثل المتغير العشوائي الوقت لحين الفشل.

دالة التوزيع التراكمية (cdf) له هي:

$$F(x.\alpha.\lambda) = P(X > x) = \int_0^x f(u)du = 1 - e^{-\lambda x^{\alpha}} \quad ; \quad x \geq 0$$

وأن :

$$E(X)=\frac{\Gamma(\frac{1}{\alpha})}{\alpha\lambda^{\frac{1}{\alpha}}}\quad .\quad E(X^2)=\frac{2\Gamma(\frac{1}{\alpha})}{\alpha\lambda^{\frac{2}{\alpha}}}\quad \ldots\ \mathrm{E}(X^r)=\frac{r\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)}{\alpha\lambda^{\frac{r}{\alpha}}}$$

$$Var(X)=\frac{2\Gamma(\frac{r}{\alpha})}{\alpha\lambda^{\frac{2}{\alpha}}}-(\frac{\Gamma^2(\frac{1}{\alpha})}{(\alpha\lambda^{\frac{1}{\alpha}})^2})$$

وتوزيع ويبل هو معكوس توزيع فريجت فعندما $x\sim frechet\ (\alpha.\lambda)$

فأن $x^{-1}\sim weibull\ (k=\alpha.\ \beta=\frac{1}{\lambda})$.

2-5-3. توزيع كاما: Gamma Distribution [13]

في الإحصاء الرياضي والاستدلال وغيرها يعد توزيع كاما الأساس لكثير من التوزيعات الأخرى وخاصة التوزيعات المرتبطة بزمن الحياة. ويعتبر واحد من التوزيعات المستمرة الشائعة الاستخدام، أذ عرف هذا التوزيع من قبل الباحثة (Stacy 1962). ويستخدم في قياس المدة الزمنية كأوقات الانتظار في المكاتب الخدمية او المطاعم وغيرها. وسيتم استخدام هذا التوزيع كتوزيع أولي لإيجاد المقدرات البيزية في هذه الرسالة. وأن دالة الكثافة الاحتمالية له تكون:

$$f(x.\alpha.\beta)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}x^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{\beta}}\quad ;\quad x\geq 0\quad ;\quad \alpha.\beta>0$$

حيث أن α هي معلمة الشكل، β هي معلمة القياس وأن المتوسط والتباين هما على التوالي كما يأتي:

$$\mathrm{EX}=\alpha\beta$$

$$\mathrm{V(X)}=\alpha\beta^2$$

كما أن الدالة التراكمية لتوزيع كاما هي:

$$F(x.\alpha.\beta)=\int_0^x f(u.\alpha.\beta)\,du$$

$$= \frac{\gamma\left(\alpha.\frac{x}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)}$$

حيث أن:

$\gamma\left(\alpha.\frac{x}{\beta}\right)$ هي دالة كاما الدنيا (المنقوصة) .

2-5-4. توزيع المنتظم المستمر: Uniform Distribution [47]

يعرف التوزيع المنتظم المستمر على انه توزيع يسمح لكل متغير عشوائي تابع له بأن يستطيع الحصول على قيم محصورة في فترة زمنية مستمرة واحدة ووحيدة على محور الأعداد الصحيحة، بحيث يكون أحتمال الحصول على القيم في أي فترة جزئية محتواة في هذه الفترة يكون الأحتمال متساوياً بشرط أن تكون جميع الفترات الجزئية متساوية الطول. بعبارة اخرى أن دالة الكثافة الأحتمالية لهذا التوزيع ثابتة في الفترة المذكورة، ومساوية لصفر خارج تلك الفترة.

ويكون المتغير الذي ينتمي إلى هذه العائلة بهذا الشكل U(a,b) بحيث أن a هي القيمة الصغرى في تلك الفترة وb هي القيمة العظمى.

وأن الدالة الاحتمالية له تكون:

$$f(x.a.b) = \frac{1}{b-a} \qquad ; \qquad -\infty < a < b < \infty$$

وأن دالة التجميعية له تكون:

$$\mathrm{F}(x.a.b) = \frac{x}{b-a}$$

ويكون المتوسط والتباين و الدالة المولدة للعزوم له على التوالي:

$$\mathrm{EX} = \frac{a+b}{2}$$

$$\mathrm{V(X)} = \frac{(b-a)^2}{12}$$

$$M_X(t) = \frac{e^{bt} - e^{at}}{(b-a)^t}$$

وأن العلاقة التي تربط بين توزيع فريجت و التوزيع المنتظم هي عندما يكون:

$x \sim U(0.1)$ فأن $\lambda(-\log(x))^{-\frac{1}{\alpha}} \sim Frechet(\alpha.\lambda)$

2-6 نظرية بيز : Bayesian Approach [10] [27]

سميت نظرية بيز نسبة إلى الباحث البريطاني توماس بيز (1701 - 1763) والتي تعد أساس الاستدلال الإحصائي البيزي، حيث تعتمد هذه النظرية على فرض أن المعلمات او المعلمة المجهولة تكون كمتغيرات عشوائية وهنالك معلومات أولية سابقة عنها وتصاغ تلك المعلومات بصيغة توزيع احتمالي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية الأولية (prior probability function) إذ يمكن التعرف على هذه المعلومات من النظرية التي تحكم الظاهرة او من تجارب وبيانات سابقة. كذلك تعتمد نظرية بيز على المعلومات الحالية للعينة والتي تتمثل بدالة الإمكان الأعظم ((Likelihoods Function للمشاهدات. ويتم الحصول على التوزيع الاحتمالي اللاحق (posterior) بدمج دالة الكثافة الاحتمالية الأولية للمعلمات مع دالة الإمكان الأعظم للمشاهدات الحالية. ولغرض توضيح أسلوب بيز في التقدير توضيحاً عاماً بعد أن تم الحصول على التوزيع الاحتمالي اللاحق يتم تحديد ما يعرف بدالة الخسارة (Loss Function) والتي هي دالة يمكن من خلالها قياس الخسارة الناتجة من اتخاذ القرار بالاعتماد على قيمة ($\hat{\underline{\lambda}}$) ولكن القرار الواجب اتخاذه يعتمد على ($\underline{\lambda}$) بمعنى وجود فرق بين قيمة المعلمة وتقديرها .

حيث أن العناصر الأساسية لطريقة بيز هي:

1. معرفة الاحتمال السابق $\pi(\underline{\lambda})$ (prior distribution) (قبل المعاينة)، ويتم الحصول عليه من دراسات سابقة أو دراسات تطبيقية.

2. معرفة الدالة الاحتمالية لتوزيع البيانات $f(x_1.x_2 \dots .x_n|\underline{\lambda})$ ومنها نحصل على دالة الإمكان الأعظم للمشاهدات.

3. الحصول على الاحتمال اللاحق $h(\lambda_i|x_1.x_2.\dots.x_n)$ (posterior distribution) (بعد المعاينة)

وفق نظرية بيز نحصل على التوزيع اللاحق باستعمال صيغة بيز العكسية وكما يأتي:

$$h(\underline{\lambda}|x_1.x_2.\dots.x_n) = \frac{\pi(\underline{\lambda})\prod_{i=1}^{n} f(x_1.x_2\dots.x_n|\underline{\lambda})}{\int_{\forall\lambda}\pi(\underline{\lambda})\prod_{i=1}^{n} f(x_1.x_2\dots.x_n|\underline{\lambda})} \quad \dots(2-14)$$

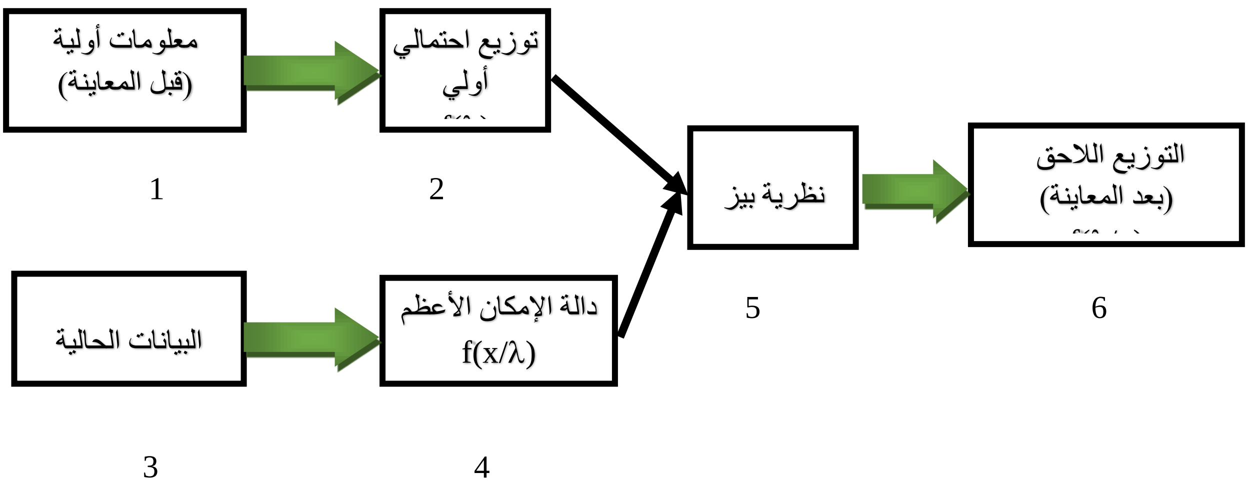
حيث إن:

$\pi(\underline{\lambda})$: التوزيع الأولي للمعلمة $(\underline{\lambda})$.

$f(x_1.x_2\dots.x_n|\underline{\lambda})$: دالة الإمكان الأعظم لمشاهدات العينة.

$h(\underline{\lambda}|x_1.x_2.\dots.x_n)$: التوزيع اللاحق.

ويمكن تلخيص ما تقدم بشكل مخطط و على النحو الآتي:



مخطط رقم (2-1) يوضح مراحل دالة الكثافة الأحتمالية اللاحقة [6]

2-7 دالة الخسارة: Loss Function [10] [32]

تعرّف دالة الخسارة بأنها مقياس لمقدار الخسارة الناتجة من اتخاذ القرار الذي يعتمد على المقدر ($\hat{\theta}_{Bayes}$) حيث تختلف التقديرات البيزية باختلاف أنواع دوال الخسارة والتي يكون توفرها ضروري على العكس من الأساليب الأخرى في تقدير المعلمة او متجه المعلمات وعند الحصول على المقدر البيزي تكون الخسارة المتوقعة اللاحقة اقل ما يمكن، ويرتبط هذا المقدر بشكل رئيسي بدالة المخاطرة ويجعلها في نهايتها الصغرى، والتي نحصل عليها من خلال اخذ التوقع لدالة الخسارة ويرمز لها بالرمز $L(\hat{\theta},\theta)$ وذلك لاختبار دقة الأسلوب البيزي في الحصول على المعلمة المقدرة.

فإذا كانت θ تمثل معلمة التوزيع المراد تقديرها فأن $L(\hat{\theta},\theta)$ تمثل دالة الخسارة ويجب ان تحقق الشروط التالية :

1. $L(\hat{\theta},\theta) \geq 0 \quad ; \ \forall \ \theta \ . \ \hat{\theta}$
2. $L(\hat{\theta},\theta) = 0 \quad ; \forall \ \hat{\theta} = \theta$

وفي هذه الرسالة تم استخدام ثلاث أنواع من دوال الخسارة هم دالة خسارة متماثلة والتي هي دالة الخسارة التربيعية والتي تعد من أكثر دوال الخسارة شيوعاً واستخداماً، دالة خسارة غير متماثلة والتي هي دالة خسارة انتروبي عامة، والدالة الثالثة هي دالة الخسارة LINEX والتي تكون غير متماثلة ايضاً.

2-7-1 دالة الخسارة التربيعية: Squared Loss Function [17] [32]

تعد دالة الخسارة التربيعية من الدوال الأكثر استعمالاً والتي تدعى ايضاً بدالة خسارة مربع الخطأ (Squared Error Loss Function) وهي دالة خسارة متماثلة (Symmetric Loss Function) أي أن كمية الخسارة في دالة الخسارة للخطأ الموجب تساوي كمية الخسارة للخطأ السالب وبنفس الأتجاه. ويكون مقدر بيز

وفق دالة الخسارة التربيعية وحيداً مما يجعل دالة الخسارة أقل مايمكن وهو مايجعله مقبولاً دائماً. وتكون صيغتها بالشكل الآتي:

$$L_1(\theta^\wedge - \theta) = (\theta^\wedge - \theta)^2 \qquad \ldots(2-15)$$

$$E[L_1(\theta^\wedge - \theta)] = E_\theta(\theta^\wedge - \theta)^2$$

$$E[L_1(\theta^\wedge - \theta)] = \theta^{\wedge 2} - 2\theta^\wedge E_\theta(\theta) + E_\theta(\theta)^2$$

وبالاشتقاق الجزئي بالنسبة إلى $\theta^\wedge$ ومساواتها إلى الصفر نحصل على تقدير بيز وكالآتي:

$$\theta^\wedge = E(\theta)$$

<u>2-7-2 دالة الخسارة الأسية–الخطية LINEX:</u> <u>LINEX Loss Function</u> [3][4]

اقترحت هذه الدالة من قبل الباحث (Varian) في عام 1975 وهي من دوال الخسارة غير المتماثلة (Unsymmetric Loss Function) التي تكون خليط من دالة الخسارة الأسية والخطية. حيث أن في بعض الحالات العملية تكون دالة الخسارة التربيعية المتماثلة غير واقعية إذ أن أعطاء أهمية كبيرة للخطأ باتجاه معين أكبر من الأتجاه الآخر سيكون أكثر واقعية. وتعتبر دالة الخسارة الأسية– الخطية LINEX من بين العديد من دوال الخسارة المشهورة والتي استخدمت من قبل الباحثين. ويكون مختصر دالة الخسارة الأسية الخطية LINEX من (Linear Exponential Loss Function) أي أن (LIN) هي مختصر لكلمة (Linear) والتي تعني الخطية، وأن (EX) هي مختصر لكلمة (Exponential) والتي تعني الأسية. وأن دالة الخسارة هذه تكون بالصيغة الآتية:

$$L_2(\Delta) = e^{a\Delta} - \alpha\Delta - 1 \quad ; \quad a \neq 0 \qquad \dots(2-16)$$

إذ أن: $\Delta = (\theta^{\wedge} - \theta)$ وبصيغة أخرى تكون $\Delta = \left(\frac{\widehat{\theta}}{\theta} - 1\right)$

L_2 : يمثل دالة الخسارة الثانية المستخدمة ضمن هذه الرسالة

وأن (Δ) هي خطأ تقدير القياس (scalar estimation error) وذلك باستعمال $(\theta^{\wedge})$ لتقدير (θ)

وللحصول على مقدر بيز تحت ظل دالة هذه الخسارة وبأخذ التوقع للمعادلة (2-16) وكالآتي:

$$E[L_2(\theta^{\wedge} - \theta)] = E_\theta\left(e^{a(\theta^{\wedge} - \theta)}\right) - \alpha E_\theta(\theta^{\wedge} - \theta) - 1$$

$$E[L_2(\theta^{\wedge} - \theta)] = e^{a\theta^{\wedge}} E_\theta\left(e^{-a\theta}\right) - \alpha\theta^{\wedge} + \alpha E_\theta(\theta) - 1$$

وبالاشتقاق الجزئي للمعادلة بالنسبة إلى $\theta^{\wedge}$ ومساواتها إلى الصفر نحصل على تقدير بيز وكالآتي:

$$\frac{\partial E[L_2(\theta^{\wedge} - \theta)]}{\partial \theta^{\wedge}} = a e^{a\theta^{\wedge}} E_\theta\left(e^{-a\theta}\right) - \alpha = 0$$

ومنها فأن:

$$e^{a\theta^{\wedge}} E_\theta\left(e^{-a\theta}\right) = 1$$

$$E_\theta\left(e^{-a\theta}\right) = e^{-a\theta^{\wedge}}$$

$$\ln E_\theta\left(e^{-a\theta}\right) = -\alpha\theta^{\wedge}$$

$$\therefore \ \theta^{\wedge}{}_{Linex} = -\frac{1}{\alpha} \ln E_\theta\left(e^{-a\theta}\right)$$

حيث أن إشارة معلمة الشكل (α) تظهر اتجاه اللاتماثل (*reflects asymmetry*) وكذلك مقدار

أو حجم(*magnitude*) درجة اللاتماثل.

2-7-3 دالة الخسارة الموزونة: Weighted Balance Loss Function [39]

وهي إحدى دوال الخسارة المقترحة في مقدرات بيز والتي تم افتراضها ابتداءً من قبل العالم أو الباحث Berger وذلك في عام 1985م والذي من خلالها تم اقتراح وزن مرافق لدالة الخسارة يمثل الدالة الأسية مرفوعة لقوة متعددة. ويتم الأستفادة من هذه الدالة الموزونة لتحسين دالة الخسارة المتوقعة عند الاعتماد على المقدر البيزي، بحيث أن مديات الاقتراب من المقدر الحقيقي يتم تعظيمها وفقاً للوزن المرافق لدالة الخسارة. وفي الجانب التطبيقي سيتم تطبيق دوال الخسارة المذكورة أعلاه جميعها وفقاً لطرائق التقدير.

2-8 مفهوم المعولية: The Concept of Reliability [8] [55] [30] [1] [52]

أن مصطلح المعولية مشتق من عبارة (معول عليه) والتي تعني الأعتماد على الشيء والوثوق به. وتعرف المعولية كأسلوب رياضي بأنها " مصطلح أحتمالي أحصائي يستعمل في تحليل المتغيرات العشوائية ذات القيم الموجبة والمتمثلة بالوقت (T) لحين حدوث الفشل لأي جهاز أو مكانة". وعليه فأن المعولية لجهاز ما في زمن (t) تعرف بأنها " أحتمال بقاء الجهاز أو الماكنة في المدة [0,t] بدون عطل أو فشل ".

بينما تعرف المعولية (Reliability) بشكل عام بأنها " أحتمال أن يعمل النظام أو الخدمة أو المنتوج في العمر الأنتاجي له دون أي عطل أو فشل في ظل ظروف الأستعمال العادية ".

وفي مجال الوثوق بالشيء يوجد مصطلحان الأول يتعلق بالمكائن والمعدات وأنظمتها أو بعبارة أخرى مع أعمار الأنظمة و المعدات و المكائن وهو مايسمى بالمعولية (Reliability) ،

اما عندما يتعلق الموضوع ببيانات الكائنات الحية والبقاء (Survival) فأن دالة البقاء تعرف بأنها أحتمال أن يكون عمر الخلية أو الكائن البشري أكبر من زمن معين، وكلا المصطلحين يشتركان في قياس

طول الحياة سواء كان للمكائن أو الكائن الحي أو الحيواني. إذ أن القيام بأي عملية في أي منظمة يعتمد على مجموعة معينة من المستلزمات الأساسية مثل (المكائن الأنتاجية، والأيدي العاملة، والمواد الأولية، الخ ...) فأن المكائن الأنتاجية تعد من أبرز الأمثلة على ذلك، فأن أي جزء من هذه المكائن معرض للعطل او الفشل مما يؤدي إلى خسائر مادية وهدر بالوقت، فضلاً عن أضرار أخرى تقود بالسلبيات على المنظمة، وعليه فأن تقدير معولية أي ماكنة يكون اساساً مهماً لتطور هذه المكائن، لان معرفة معولية أي منها تقودنا في نهاية الأمر إلى التخطيط السليم لتحسين وزيادة العمرالأنتاجي والنوعية الأنتاجية وفعالية برامج الصيانة.

ويرمز لدالة المعولية بالرمز R(t) ويمكن كتابة الصيغة الرياضية لدالة المعولية على النحو الآتي:

$$P(X \leq t) + P(X > t) = 1$$

$$P(X \leq t) = F(X) = \int_0^t f(u)du$$

$$P(X > t) = \mathrm{R(X)}$$

$$F(X) + \mathrm{R(X)} = 1$$

$$\mathrm{R(t)} = 1 - F(X)$$

حيث أن:

x : متغيرعشوائي قيمته موجبة ويمثل الزمن المتراكم في المدة الزمنية (0,t) أي أنه يمثل وقت اشتغال الوحدة التجريبية لحين حدوث الفشل.

t : يمثل زمن الاشتغال وهو أكبر او يساوي صفراً (t ≥ 0).

ومن أهم الخصائص التي تمتلكها دالة المعولية هي:

1. $\lim_{t \to 0} R(t) = \lim_{t \to 0}\left(1 - F(X)\right) = 1 - 0 = 1$

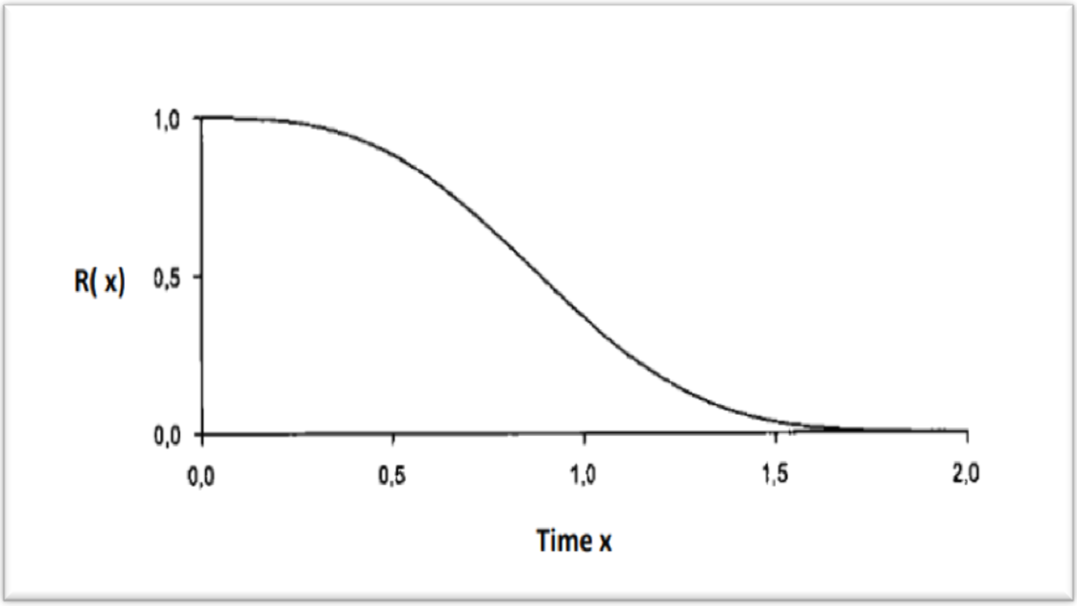
2. $\lim_{t \to \infty} R(t) = \lim_{t \to \infty}\left(1 - F(X)\right) = 1 - 1 = 0$

3. $0 \leq R(t) \leq 1$

4. $R(t_1) \geq R(t_2)$ فأن $t_1 < t_2$ اذا

ومن هذه الخصائص نستنتج بأن دالة المعولية هي دالة موجبة غير سالبة وقيمتها تقع بين الصفر و الواحد وتكون مستمرة ، متناقصة مع الزمن ورتيبة لجميع قيم (t) فضلاً عن كونها دالة احتمالية.

ويبين الشكل أدناه بين العلاقة بين الزمن و دالة المعولية:



الشكل (3-2) يوضح العلاقة بين الزمن ودالة المعولية [52]

وأن دالة المعولية لتوزيع فريجت تكون كما في الصيغة المذكورة سابقاً في المعادلة (10-2)

2-9 الدوال المرتبطة بالمعولية:

يوجد العديد من الدوال المهمة التي ترتبط بالمعولية ولها علاقة بها سواء كانت مرتبطة بها بصورة مباشرة أو بأخرى، ويمكن من خلال هذه الدوال تمييز أي توزيع الفشل والتي تكون معرفة بالفترة [0, ∞] للمتغير العشوائي والذي يكون مستمراً حتى حدوث الفشل ومن هذه الدوال مايأتي:

2-9-1 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل: [1] [12] Failure Density Function

وهي احتمال أن يتوقف أو يفشل النظام خلا المدة $t<T<t+\Delta t$ بغض النظر عن قيمة Δt باعتبار T متغير عشوائي موجب يمثل وقت حدوث الفشل ويمكن التعبير عنها رياضياً كمايأتي:

$$f_T(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{Pr(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \quad ; \quad t \geq 0$$

وخصائص هذه الدالة تكون كخصائص دالة الكثافة الاحتمالية (*probability density function*) وكالتالي:

1- $f_T(t)$ تكون غير سالبة دائماً.

2- مجموع المساحة تحت المنحني *f(t)* مساوية إلى الواحد الصحيح دائماً

أي أن $\int_0^\infty f(t)dt = 1$

2-9-2 دالة الكثافة التجميعية للفشل: [12][55] Failure Cumulative Function

وهي احتمال فشل او توقف الوحدة او النظام قبل الوقت t وتسمى ايضاً بدالة اللامعولية (Unreliability function) ويرمز لها بالرمز $F_T(t)$ ويعبر عنها رياضياً كما يأتي:

$$F_T(t) = P(T \leq t) \quad ; \quad t \geq 0$$

إذ أن T : يمثل الوقت حتى حدوث الفشل

$$F_T(t) = \int_0^t f(u)du$$

إذ أن $f(u)$: هي دالة الكثافة الاحتمالية للفشل للزمن t .

2-9-3 دالة المخاطرة: Hazard Function [9] [1] [52]

وهي احتمال فشل النظام او المفردة خلال الفترة الزمنية $(t, t+\Delta t)$ علماً أن المفردة او النظام لم يفشل بل يعمل حتى الزمن t. إذ تؤدي دالة المخاطرة دور أساسي في تحليل بيانات العمر، حيث تعطي مقدار توقع الوقت حتى حدوث حدث معين. وتعرف ايضاً بأنها دالة غير رتيبة وتسمى بدالة معدل الفشل. يرمز لها بالرمز $h(t)$ أي أن:

$$h(t) = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t \backslash T > t)}{\Delta t}$$

وعندما $\Delta t \to 0$ نحصل على دالة معدل الفشل او مايسمى بدالة المخاطرة او الخطورة $(h(t))$ وبالشكل الآتي:

$$h(t) = \frac{\mathrm{dF(t)}}{\mathrm{dt}} \cdot \frac{1}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

او بمعنى آخر أن معدل الفشل في الفترة $[t_1,t_2]$ يمكن التعبير عنه بالصيغة الآتية:

$$h(t) = \frac{R(t_1) - R(t_2)}{(t_2 - t_1)R(t_1)}$$

وعليه يكون معدل الفشل في الفترة $(t, t+\Delta t)$ كما يأتي:

$$h(t) = \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t R(t)}$$

وبما أن دالة المخاطرة هي الغاية لمعدل الفشل عندما تقترب الفترة من الصفر فأن دالة

المخاطرة تكون بالصيغة الآتية:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{R(t) - R(t+\Delta t)}{\Delta t R(t)}$$

$$h(t) = \frac{1}{R(t)}\left[-\frac{\partial}{\partial t} R(t)\right]$$

كذلك يمكن القول أن:

$$h(t) = \begin{cases} \dfrac{f(t)}{R(t)} & R(t) > 0 \\ \infty & R(t) = 0 \end{cases}$$

أن معدل الوفاة في النظرية الإحصائية يناظر معدل الفشل ويكون معدل الفشل مناظراً لدالة المخاطرة او الخطورة، لذلك تكون دالة المخاطرة او معدل المخاطرة او الخطورة او دالة معدل الفشل هي النسبة لدالة الكثافة الاحتمالية إلى دالة المعولية.

وتأتي أهمية دالة المخاطرة من كونها تعبر عن المتغير في معدل الفشل خلال عمر الماكنة وذلك عن طريق التعبير او تمثيل الخطورة لكل مفردة منها فعلى سبيل المثال لو كان لدينا نظامين يعطي كل منهما معولية الآخر نفسها في نقطة معينة في الزمن، فأن دالة المخاطرة لها لن تكون متماثلة.

2-10 مقدرات التقلص: Shrinkage Estimators [48] [59]

تعتمد مقدرات التقلص على فرض أن المعلمة المجهولة والمراد تقديرها هي متغير عشوائي من توزيع معين ، وتعتمد على معلمة التقلص θ ومجال القبول K حيث ان معلمة التقلص تعني مقدار ثقة الباحث بالمعلومات الأولية ، و إن كل باحث يستطيع أن يحدد صيغة لاختيار قيمة θ وفقاً لقواعد يعتقد أنها كافية وذلك لعدم

وجود صيغة موحدة لاختيار قيمة θ . ويمكن اعتماد مقدرات طرائق اخرى لهذه المعلمات تكون بعيده عن التحيز في تحديد قيمة المعلمة لكي تصبح المعلومات أولية مثل طريقة الإمكان الأعظم.

وتكون صيغة المقدر الذي اقترحه (Thompson) لمقدرات التقلص كالآتي:

$$\hat{\theta}_{sh} = \mathrm{k}\theta^{\wedge} + (1-\mathrm{k})\theta_0 \qquad .\ 0 \le K \le 1 \qquad \dots(2-17)$$

حيث أن:

θ_0: تمثل المعلومات الأولية للمعلمةθ.

$\theta^{\wedge}$: تمثل مقدر أولي غير متحيز للمعلمةθ.

$\theta^{\wedge}{}_{sh}$: تمثل مقدر التقلص.

K: تمثل معامل التقلص(Shrinkage Coefficient) وينتمي للفترة (0, 1)

فعندما k=0 فأن $\theta^{\wedge}{}_{sh} = \theta_0$ وعندما k=1 فأن $\theta^{\wedge}{}_{sh} = \theta^{\wedge}$

ولكي يتم تقدير معلمات توزيع فريجت لابد من استخدام طرائق التقدير ومنها مايلي:

2-11 طريقة الأمكان الأعظم : [6] Maximum Likelihood Estimator

أن طريقة الإمكان الأعظم تعد واحدة من الطرائق المهمة و الشائعة الاستخدام في التقدير، إذ تعتمد هذه الطريقة على إيجاد قيم المعلمات التي تعظم دالة الإمكان، ويمكن تعريف دالة الإمكان بما يأتي:

أذا كانت $x_1 . x_2 . \dots\ x_n$ هي مفردات عينة عشوائية بحجم n مسحوبة من مجتمع له دالة كثافة احتمالية $f(x,\alpha,\lambda)$ فأن دالة الإمكان الأعظم تكون دالة احتمالية مشتركة لها ويرمز لدالة الإمكان

بالرمز L ، ويمكن إيجاد دالة الإمكان لتوزيع Frechet على النحو الآتي:

$$\mathrm{L}(x_1 . x_2 . \dots . x_n : \alpha . \lambda) = \prod_{i=1}^{n} \alpha \lambda^{\alpha} x^{-(\alpha+1)} e^{-\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\alpha}}$$

حيث ان الدالة الاحتمالية لتوزيع فريجت مذكورة سابقاً في معادلة (2-1)

$$\mathrm{L}(x_1 . x_2 . \dots . x_n : \alpha . \lambda) \quad = \quad \alpha^{n} \lambda^{n\alpha} e^{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\alpha}} \prod_{i=1}^{n} x_i^{\,-(\alpha+1)}$$

ولغرض تقدير المعلمات باستعمال دالة الإمكان يجب تحويلها إلى الشكل الخطي وذلك من خلال

أخذ اللوغارتم الطبيعي لطرفي المعادلة حيث نحصل على:

$$\ln \mathrm{L} = n \ln \alpha + n\alpha \ln \lambda - \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\alpha} - (\alpha + 1) \sum_{i=1}^{n} \ln x_i \qquad \dots (2-18)$$

وبايجاد المشتقة الجزئية للدالة نسبة إلى المعلمتين (λ.α) نحصل على مايأتي:

عند الاشتقاق بالنسبة إلى المعلمة λ وهي معلمة القياس

$$\frac{\partial \ln \mathrm{L}}{\partial \lambda} = \frac{n\alpha}{\hat{\lambda}} - \alpha \lambda^{\alpha-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}$$

وبمساواة المشتقة إلى الصفر:

$$\frac{n\alpha}{\hat{\lambda}} - \alpha \lambda^{\wedge \alpha-1} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha} = 0$$

وبضرب طرفي المعادلة ب $\hat{\lambda}$ نحصل على:

$$n\alpha - a\lambda^{\wedge \alpha} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha} = 0$$

وبالتبسيط:

$$\hat{\lambda}^{\alpha} = \frac{n\alpha}{\alpha \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}}$$

فأن مقدر الإمكان الأعظم لمعلمة القياس يكون:

$$\hat{\lambda}_{mle} = \left| \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}} \right|^{\frac{1}{\alpha}} \quad \dots \ (2-19)$$

ولغرض تقدير معلمة الشكل α نشتق المعادلة (18-2) ونساويها للصفركالآتي:

$$\frac{\partial \ln \mathrm{L}}{\partial \alpha} = \frac{n}{\hat{\alpha}} + n\ln(\lambda) - \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i) - \{\lambda^{\alpha} \sum_{i=1}^{n} ({x_i}^{-\alpha})(-1)\ln(x_i) + (\sum_{i=1}^{n} ({x_i}^{-\alpha}))(\lambda^{\alpha}\ln(\lambda))\} = 0$$

$$= \frac{n}{\hat{\alpha}} - n\ln\hat{\lambda} - \sum_{i=1}^{n} \ln x_i + \hat{\lambda}^{\alpha} \sum_{i=1}^{n} {x_i}^{-\alpha}(-1)\ln x_i - \lambda^{\alpha}\ln\hat{\lambda} \sum_{i=1}^{n} {x_i}^{-\alpha} = 0$$

ويمكن حل هذه المعادلة بالطرائق العددية كطريقة نيوتن رافسون وذلك لصعوبة حلها بالطرائق الاعتيادية وكما يأتي:

$$g(\alpha) = \frac{n}{\hat{\alpha}} - \sum_{i=1}^{n} \ln x_i + \frac{n\sum_{i=1}^{n} {x_i}^{-\alpha}\ln x_i}{\sum_{i=1}^{n} {x_i}^{-\alpha}}$$

$$\acute{g}(\alpha) = \frac{\partial g(\alpha)}{\partial \alpha}$$

$$\acute{g}(\alpha) = -\frac{n}{\hat{\alpha}} - \frac{n(\sum_{i=1}^{n} {x_i}^{-\alpha})\sum_{i=1}^{n} {x_i}^{-\alpha}\ln {x_i}^{2} - \left((\sum_{i=1}^{n} {x_i}^{-\alpha})\ln x_i\right)^2}{\left(\sum_{i=1}^{n} {x_i}^{-\alpha}\right)^2}$$

نتوقف عندما يكون الفرق المطلق $|\lambda_i - \lambda_{i-1}| < \varepsilon$

حيث أن ε : هو عدد صغير جداً

وبذلك نحصل على مقدرات الإمكان الأعظم لكل من $\hat{\alpha}_{mle} \cdot \hat{\lambda}_{mle}$

2-12 مقدر التقلص البيزى تحت دالة خسارة تربيعية:
Bayesian Shrinkage Estimator under Squared Loss Function

تعد دالة الخسارة التربيعية من دوال الخسارة التماثلية والتي تدعى ايضاً بدالة خسارة مربع الخطأ

والتي تكون صيغتها كما في المعادلة (2-15) وكما يأتي:

$$L(b, b^{\wedge}{}_{s1}) = [b^{\wedge}{}_{s1} - b]^2$$

ولايجاد مقدر بيز العام من الضروري توفر مقدر الإمكان الأعظم والذي يكون كما في المعادلة (2-19) ويكون بالصيغة الآتية:

$$\hat{\lambda}_{mle} = \left|\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}}\right|^{\frac{1}{\alpha}}$$

وسيكون مقدر بيز العام كما يأتي:

$$\mathrm{E}[L(b, b^{\wedge}{}_{s1})] = \mathrm{E}[b^{\wedge}{}_{s1} - b]^2 \qquad \dots (2-20)$$

ولربط بين المعلمة والمقدر البيزي وفقاً لدالة الخسارة التربيعية فأن:

$$\rho(b, b^{\wedge}{}_{s1}) = \mathrm{E}[b^{\wedge}{}_{s1} - b]^2 \qquad \dots (2-21)$$

حيث ان:

ρ : يمثل دالة الربط بين المعلمة والمقدر البيزي وفقا لدالة الخسارة المفترضة

$b^{\wedge}{}_{s1}$: يمثل مقدر بيز ضمن دالة الخسارة الأولى (التربيعية)

$$\mathrm{E}[b^{\wedge}{}_{s1} - b]^2 = \hat{b}^2{}_{s1} - 2\hat{b}_{s1}\mathrm{E}b + \mathrm{E}b^2 \qquad \dots(2-22)$$

$$f(b/x) = \frac{t^n b^{n-1} e^{-tb}}{\Gamma(n)} \qquad \dots(2-23)$$

$$\mathrm{E}b = \frac{n}{t} \quad . \quad \mathrm{E}b^2 = \frac{n(n+1)}{t^2} \qquad \dots(2-24)$$

حيث أن: $t = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}$

$$\rho\left(b, b^{\wedge 2}{}_{s1}\right) = b^{\wedge 2}{}_{s1} - 2\hat{b}_{s1}\frac{n}{t} + \frac{n(n+1)}{t^2} \qquad \dots(2-25)$$

$$\frac{\partial\rho\left(b, b^{\wedge 2}{}_{s1}\right)}{\partial b^{\wedge 2}{}_{s1}} = 2b^{\wedge}{}_{s1} - 2\frac{n}{t} + zero \qquad \dots(2-26)$$

$$\frac{\partial\rho\left(b, b^{\wedge 2}{}_{s1}\right)}{\partial b^{\wedge 2}{}_{s1}} = 0$$

$$2b^{\wedge}{}_{s1} - 2\frac{n}{t} = 0$$

وبذلك نحصل على مقدر بيز العام والذي يكون بالصيغة الآتية:

$$b^{\wedge}{}_{s1} = \frac{n}{t} \quad \dots (2-27)$$

وبالتعويض عن $t = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}$ يكون مقدر بيز العام كما يأتي:

$$b^{\wedge}{}_{s1} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}} \quad \dots (2-28)$$

ولإيجاد مقدر بيز المقلص سيكون من خلال دالة الخسارة التربيعية :

$$b^{\wedge}{}_{sh1} = k(b^{\wedge}{}_{s1} - b_0) + b_0 \quad \dots (2-29)$$

وأن:

$$\rho_1(b, b^{\wedge}{}_{sh1}) = \mathrm{E}[b^{\wedge}{}_{sh1} - b_0]^2 \quad \dots (2-30)$$

حيث ان:

ρ_1 : تمثل دالة الربط بين المعلمة والمقدر البيزي المقلص ضمن دالة الخسارة التربيعية

$b^{\wedge}{}_{sh1}$: يمثل المقدر البيزي المقلص ضمن دالة خسارة تربيعية

$$\rho_1(b, b^{\wedge}{}_{sh}) = \mathrm{E}[k(b^{\wedge}{}_{s1} - b_0) + b_0]^2 \quad \dots (2-31)$$

$$\rho_1(b, b^{\wedge}{}_{sh}) = \mathrm{E}[kb^{\wedge}{}_{s1} - kb_0 + b_0]^2$$

$$\rho_1(b, b^{\wedge}{}_{sh}) = \mathrm{E}[kb^{\wedge}{}_{s1} + (1-k)b_0]^2$$

$$\rho_1(b, b^{\wedge}{}_{sh}) = k^2 b^{\wedge 2}{}_{s1} + (2k + 2k^2) b_0 b^{\wedge}{}_{s1} + (1-k)^2 {b_0}^2 - 2kb^{\wedge}{}_{s1} \frac{n}{t} + (2k-2)\frac{n}{t} b_0 + \frac{n(n+1)}{t^2} \quad \dots (2-32)$$

وبأخذ المشتقة للمعادلة (2-32) بالنسبة إلى (k) سيكون:

$$\frac{\partial\rho_1(b,b^{\wedge}{}_{sh})}{\partial \mathrm{k}} = 2kb^{\wedge 2}{}_{s1} + (2+4k)b_0 b^{\wedge}{}_{s1} - 2(1-k){b_0}^2 - \frac{2n}{t}[b^{\wedge}{}_{s1} - b_0] \qquad \dots (2-33)$$

وبجعل المشتقة مساوية إلى الصفر سيكون:

$$\frac{\partial\rho_1(b,b^{\wedge}{}_{sh})}{\partial \mathrm{k}} = 0$$

$$2kb^{\wedge 2}{}_{s1} + (2+4k)b_0 b^{\wedge}{}_{s1} - 2(1-k){b_0}^2 - \frac{2n}{t}[b^{\wedge}{}_{s1} - b_0] = 0 \qquad \dots (2-34)$$

$$2kb^{\wedge 2}{}_{s1} + 2b_0 b^{\wedge}{}_{s1} + 4kb_0 b^{\wedge}{}_{s1} - 2{b_0}^2 + 2k{b_0}^2 - \frac{2n}{t}[b^{\wedge}{}_{s1} - b_0] = 0 \qquad \dots (2-35)$$

$$k\left[2b^{\wedge 2}{}_{s1} + 4b_0 b^{\wedge}{}_{s1} + 2{b_0}^2\right] + 2b_0 b^{\wedge}{}_{s1} - 2{b_0}^2 - \frac{2n}{t}[b^{\wedge}{}_{s1} - b_0] = 0 \qquad \dots \ (2-36)$$

$$k\left[2b^{\wedge 2}{}_{s1} + 4b_0 b^{\wedge}{}_{s1} + 2{b_0}^2\right] = 2{b_0}^2 + \frac{2n}{t}[b^{\wedge}{}_{s1} - b_0] - 2b_0 b^{\wedge}{}_{s1} \qquad \dots (2-37)$$

$$k = \frac{2{b_0}^2 + \frac{2n}{t}[b^{\wedge}{}_{s1} - b_0] - 2b_0 b^{\wedge}{}_{s1}}{2b^{\wedge 2}{}_{s1} + 4b_0 b^{\wedge}{}_{s1} + 2{b_0}^2} \qquad \dots (2-38)$$

$$k=\frac{2\left[{b_0}^2+\frac{n}{t}[b^\wedge{}_{s1}-b_0]-b_0b^\wedge{}_{s1}\right]}{2\left[b^{\wedge2}{}_{s1}+2b_0b^\wedge{}_{s1}+{b_0}^2\right]}$$

$$k=\frac{{b_0}^2+\frac{n}{t}[b^\wedge{}_{s1}-b_0]-b_0b^\wedge{}_{s1}}{b^{\wedge2}{}_{s1}+2b_0b^\wedge{}_{s1}+{b_0}^2}$$

$$k=\frac{{b_0}^2+\frac{n}{t}b^\wedge{}_{s1}-\frac{n}{t}b_0-b_0b^\wedge{}_{s1}}{\left(b^{\wedge2}{}_{s1}+b_0\right)^2}]*\frac{t}{t}$$

$$k=\frac{t{b_0}^2+nb^\wedge{}_{s1}-nb_0-tb_0b^\wedge{}_{s1}}{t\left(b^{\wedge2}{}_{s1}+b_0\right)^2} \qquad \dots(2-39)$$

وبالتعويض عن قيمة $b^\wedge{}_{s1}$. t كالآتي:

$$t=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^\alpha$$

$$b^\wedge{}_{s1}=\frac{n}{t}$$

وبعد اجراء العمليات الرياضية نحصل على مقدر تقلص بيزي تحت دالة خسارة تربيعية وكما يأتي:

$$b^\wedge{}_{sh1}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^\alpha {b_0}^2+\frac{n^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^\alpha}-nb_0-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^\alpha b_0\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^\alpha}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^\alpha\left(\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^\alpha}+b_0\right)^2} \qquad \dots(2-40)$$

وبالتبسيط نحصل على:

$$b^{\wedge}{}_{sh1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha} {b_0}^2 + \frac{n^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}} - 2nb_0}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}\left(\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}} + b_0\right)^2} \qquad \dots(2-41)$$

وهذا يمثل المقدر المقلص البيزي الأول.

2-13 مقدر التقلص البيزى تحت دالة الخسارة الاسية الخطية LINEX:

Bayesian Shrinkage Estimator under LINEX Loss Function

وهو أحد المقدرات المهمة والذي فيه تكون دالة الخسارة لمقدر بيز لهذا التوزيع تحت ظل الدوال الاسية وهي دوال لاخطية يمكن أخذها بنظر الأعتبار وبذلك تؤثر على قيم كل من المعلمات الأولية والنهائية الحاصلة عليها، وتنص دالة الخسارة LINEX كما في معادلة (2-16) على مايأتي:

$$L_2 = e^{a\Delta} - \alpha\Delta - 1$$

حيث أن: Δ تمثل مقدار التغير

إذ أن:

$$\Delta = \frac{b^{\wedge}{}_{s2}}{b} - 1$$

وأن ($a\Delta$) تمثل المقدار الأول لتغير الحاصل في دالة الخسارة LINEX .

وأن ($\alpha\Delta$) تمثل المقدار الثاني لتغير الحاصل في دالة الخسارة LINEX .

وعند التعويض لدالة الخسارة السابقة في معامل الربط الحاصل لدالة الخسارة للحصول على المقدر البيزي الثاني تحت ظل هذه الدالة يكون:

$$\rho(b^{\wedge}, b^{\wedge}{}_{s2}) = \mathrm{E}[e^{\mathrm{a}\Delta} - \alpha\Delta - 1] \qquad \dots (2-42)$$

حيث أن:

ρ : تمثل دالة الربط بين المعلمة والمقدر البيزي ضمن دالة الخسارة المفترضة

$b^{\wedge}{}_{s2}$: يمثل مقدر بيز ضمن دالة الخسارة الثانية (LINEX)

$$\rho(b^{\wedge}, b^{\wedge}{}_{s2}) = \mathrm{E}\left[e^{\mathrm{a}\left(\frac{b^{\wedge}{}_{s2}}{b}-1\right)} - \alpha\left(\frac{b^{\wedge}{}_{s2}}{b} - 1\right) - 1\right] \qquad \dots (2-43)$$

$$= e^{-\mathrm{a}}\,\mathrm{E}\left[e^{\mathrm{a}\left(\frac{b^{\wedge}{}_{s2}}{b}\right)}\right] - \alpha b^{\wedge}{}_{s2}\mathrm{E}\left[\frac{1}{b}\right] + \alpha - 1 \qquad \dots (2-44)$$

وبأفتراض أن:

$$b \sim Gamma(n.t)$$

وأن:

$$\frac{1}{b} \sim inv\ Gamma(n.t)$$

وبايجاد الدوال الخاصة بها والتي تكون على هيئة (f,t,m,e)

حيث أن:

f: يمثل الدالة الاحتمالية للتوزيع الاحتمالي الاولي

t: يمثل المتغير العشوائي لتوزيع

m: يمثل معلمة التوزيع الاحتمالي الاولي

e: يمثل الدالة الاسية

$$f\left(\frac{1}{b}\right)=\frac{t^{n}}{\Gamma(n)}b^{-n-1}e^{t/b} \qquad \dots(2-45)$$

وأن التوقعات الحاصلة ستكون:

$$\mathrm{E}\left(e^{\mathrm{a}\frac{b^{\wedge}{}_{s2}}{b}}\right)=\frac{t^{n}}{\Gamma(n)}\int_{0}^{\infty}e^{\frac{t-\mathrm{a}b^{\wedge}{}_{s2}}{b}}b^{-n-1}db \qquad \dots(2-46)$$

$$=\left[\frac{t}{t-\mathrm{a}b^{\wedge}{}_{s2}}\right]^{n} \qquad \dots(2-47)$$

$$\mathrm{E}\left(\frac{1}{b}\right)=\frac{t}{n-1} \qquad \dots(2-48)$$

وعند التعويض عن $\mathrm{E}\left(\frac{1}{b}\right)$ و $\mathrm{E}\left(e^{\mathrm{a}\frac{b^{\wedge}{}_{s2}}{b}}\right)$ بما يساويها في المعادلة (2-43) نحصل على ما يأتي:

$$\rho(b.b^{\wedge}{}_{s2})=e^{-\mathrm{a}}\left[\frac{t}{t-\mathrm{a}b^{\wedge}{}_{s2}}\right]^{n}-\alpha b^{\wedge}{}_{s2}\left[\frac{t}{n-1}\right]+\alpha-1 \qquad \dots(2-49)$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة إلى $(b^{\wedge}{}_{s2})$ فأن:

$$\frac{\partial\rho(b,b^{\wedge}{}_{s2})}{\partial b^{\wedge}{}_{s2}}=-nt^{n}e^{-\mathrm{a}}(t-\mathrm{a}b^{\wedge}{}_{s2})^{-n-1}(-\mathrm{a})-\frac{\alpha t}{n-1} \qquad \dots(2-50)$$

$$\frac{\partial\rho(b,b^{\wedge}{}_{s2})}{\partial b^{\wedge}{}_{s2}}=\mathrm{a}nt^{n}e^{-\mathrm{a}}(t-\mathrm{a}b^{\wedge}{}_{s2})^{-n-1}-\frac{\alpha t}{n-1} \qquad \dots(2-51)$$

وبجعل المشتقة مساوية إلى الصفر فأن:

$$\frac{\partial\rho(b,b^{\wedge}{}_{s2})}{\partial b^{\wedge}{}_{s2}}=0$$

$$\mathrm{a}nt^{n}e^{-\mathrm{a}}(t-\mathrm{a}b^{\wedge}{}_{s2})^{-n-1}-\frac{\alpha t}{n-1}=0 \qquad \dots(2-52)$$

وعند التبسيط نحصل على مقدر بيز تحت ظل دالة خسارة LINEX:

$$b^{\wedge}{}_{s2} = \frac{1}{\alpha}\left[t - (nt^{n-1}e^{-\mathrm{a}})^{\frac{1}{n+1}}\right] \qquad \dots(2-53)$$

والآن نجد المقدر المقلص تحت ظل دالة الخسارة هذه:

$$\rho_2(b^{\wedge}, b^{\wedge}{}_{sh2}) = \mathrm{E}\left[e^{\mathrm{a}\left(\frac{b^{\wedge}{}_{sh2}}{b}-1\right)} - \alpha\left(\frac{b^{\wedge}{}_{sh2}}{b} - 1\right) - 1\right] \qquad \dots(2-54)$$

حيث أن:

ρ_2 : تمثل دالة الربط بين المعلمة والمقدر البيزي المقلص ضمن دالة الخسارة LINEX

$b^{\wedge}{}_{sh2}$: يمثل المقدر البيزي المقلص ضمن دالة خسارة LINEX

$$\rho_2(b^{\wedge}, b^{\wedge}{}_{sh2}) = e^{-\mathrm{a}}\ \mathrm{E}\left[e^{\mathrm{a}\left(\frac{b^{\wedge}{}_{sh2}}{b}\right)}\right] - \alpha b^{\wedge}{}_{sh2}\mathrm{E}\left[\frac{1}{b}\right] + \alpha - 1 \qquad \dots(2-55)$$

وبالتعويض عن التوقعات للصيغة السابقة:

$$\mathrm{E}\left[e^{\mathrm{a}\left(\frac{b^{\wedge}{}_{sh2}}{b}\right)}\right] = \left[\frac{t}{t - \mathrm{a}b^{\wedge}{}_{sh2}}\right]^n \ . \ \mathrm{E}\left[\frac{1}{b}\right] = \frac{t}{n-1}$$

وبالتعويض نحصل على:

$$\rho_2\left(b, b^{\wedge}{}_{sh2}\right) = e^{-\mathrm{a}}\left[\frac{t}{t - \mathrm{a}b^{\wedge}{}_{sh2}}\right]^n - \alpha b^{\wedge}{}_{sh2}\left[\frac{t}{n-1}\right] + \alpha - 1 \qquad \dots(2-56)$$

والآن نعوض عن قيمة $b^{\wedge}{}_{sh2}$ في المعادلة (2-56) والذي يعرف وفقاً للدالة:

$$b^{\wedge}{}_{sh2} = k(b^{\wedge}{}_{s2} - b_0) + b_0 \qquad \ldots (2-57)$$

حيث أن $b^{\wedge}{}_{s2}$ كما في معادلة $(2-53)$ يكون:

$$b^{\wedge}{}_{s2} = \frac{1}{\alpha}\left[t - (nt^{n-1}e^{-\mathrm{a}})^{\frac{1}{n+1}}\right]$$

وبالتعويض للصيغتين السابقتين (2-53) و(2-57) في المعادلة (2-58) نحصل على:

$$\rho_2\left(b, b^{\wedge}{}_{sh2}\right) = e^{-\mathrm{a}}t^n[t - \mathrm{ak}(b^{\wedge}{}_{s2} - b_0) - \mathrm{a}b_0]^{-n} - \alpha\left(\frac{t}{n-1}\right)k(b^{\wedge}{}_{s2} - b_0) - \alpha b_0\left(\frac{t}{n-1}\right) \qquad \ldots (2-58)$$

وبإيجاد المشتقة الجزئية إلى $\rho_2(b.b^{\wedge}{}_{sh2})$ بالنسبة إلى (k) نحصل على:

$$\frac{\partial\rho_2\left(b, b^{\wedge}{}_{sh2}\right)}{\partial \mathrm{k}} = \mathrm{a}n(b^{\wedge}{}_{s2} - b_0)e^{-\mathrm{a}}t^n[t - \mathrm{ak}(b^{\wedge}{}_{s2} - b_0) - \mathrm{a}b_0]^{-n-1}\alpha t\frac{(b^{\wedge}{}_{s2} - b_0)}{n-1} \qquad \ldots (2-59)$$

وبجعل المشتقة مساوية إلى الصفر والتعويض عن قيمة $b^{\wedge}{}_{s2}$ نحصل على قيمة k وكما يأتي:

$$\mathrm{k} = \frac{(t - \mathrm{a}b_0) - [n(n-1)t^{n-1}e^{-\mathrm{a}}]^{\left(\frac{1}{n+1}\right)}}{\mathrm{a}\left(\left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left[t - (nt^{n-1}e^{-\mathrm{a}})^{\frac{1}{n+1}}\right]\right] - b_0\right)} \quad \dots (2-60)$$

والآن بتعويض قيمة (k) مع المعادلة (2-53) في الصيغة العامة لمقدر التقلص في المعادلة (2-57) والتي تساوي:

$$b^{\wedge}{}_{sh2} = k(b^{\wedge}{}_{s2} - b_0) + b_0$$

نحصل على المقدر البيزي المقلص وهو:

$$b^{\wedge}{}_{sh2} = \left[\frac{(t - \mathrm{a}b_0) - [n(n-1)t^{n-1}e^{-\mathrm{a}}]^{\left(\frac{1}{n+1}\right)}}{\mathrm{a}\left(\left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left[t - (nt^{n-1}e^{-\mathrm{a}})^{\frac{1}{n+1}}\right]\right] - b_0\right)}\right] \quad \dots \quad (2-61)$$

وبتعويض قيمة $t = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}$ سيكون مقدر بيز المقلص والمعتمد على دالة خسارة LINEX هو:

$$b^{\wedge}{}_{sh2} = \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha} - \mathrm{a}b_0\right) - \left[n(n-1)\left(\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}\right)^{n-1} e^{-\mathrm{a}}\right]^{\left(\frac{1}{n+1}\right)}}{\mathrm{a}\left(\left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha} - \left(n\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}\right]^{n-1} e^{-\mathrm{a}}\right)^{\frac{1}{n+1}}\right]\right] - b_0\right)}\right] *$$

$$\left[\left(\frac{1}{\alpha}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha} - \left(n\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}\right]^{n-1} e^{-\alpha}\right)^{\frac{1}{n+1}}\right]\right) - b_0\right] + b_0 \quad \dots (2-62)$$

2-14 مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة موزونة: Bayesian Shrinkage Estimator under Weighted Balance Loss Function

$$L_3(b,b^{\wedge}{}_{s3}) = w\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - b^{\wedge}{}_{s3})^2}{b^2} + (1-w)\left(\frac{b^{\wedge}{}_{s3}}{b} - 1\right)^2 \qquad \dots(2-63)$$

حيث أن $0 \le w \le 1$

$$\rho_3(b,b^{\wedge}{}_{s3}) = \frac{w}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - b^{\wedge}{}_{s3})^2 \mathrm{E}b\left(\frac{1}{b^2}\right) + (1-w)\,\mathrm{E}b\left[\left(\frac{b^{\wedge}{}_{s3}}{b} - 1\right)^2\right] \qquad \dots(2-64)$$

بأخذ المشتقة بالاعتماد على $(b^{\wedge}{}_{s3})$ وجعلها مساوية إلى الصفر فأن:

$$b^{\wedge}{}_{s3} = w\bar{\mathrm{x}} + (1-w)\frac{\mathrm{E}[b^{-1}]}{\mathrm{E}[b^{-2}]} \qquad \dots(2-65)$$

حيث أن $\bar{\mathrm{x}}$ يمثل الوسط الحسابي والمساوي إلى : $\bar{\mathrm{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

وأن $b^{-1} \sim inversgamma$

حيث أن:

$$\mathrm{E}\left(\frac{1}{b}\right) = \mathrm{E}(b^{-1}) = \frac{t}{(n-1)}$$

وأن:

$$\mathrm{E}\left(\frac{1}{b^2}\right) = \mathrm{E}(b^{-2}) = \frac{t^2}{(n-1)(n-2)}$$

وعليه فأن المقدر $(b^{\wedge}{}_{s3})$ سيكون:

$$b^{\wedge}{}_{s3} = w\bar{x} + (1-w)\frac{n-2}{t} \qquad \dots(2-66)$$

حيث أن:

$$t = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}$$

وعليه فأن:

$$b^{\wedge}{}_{s3} = w\bar{x} + (1-w)\frac{n-2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}} \qquad \dots(2-67)$$

وهو يمثل المقدر البيزي العام تحت دالة خسارة موزونة

وبجعل (w=0) فأن:

$$b^{\wedge}{}_{s3} = \frac{n-2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}}$$

وبجعل (w=1) فأن: $b^{\wedge}{}_{s3} = \bar{X}$

وأن دالة المخاطرة اللاحقة فأن ($b^{\wedge}{}_{s3}$) سيتم حسابه من خلال:

$$\rho_3(b, b^{\wedge}{}_{s3}) = \frac{w}{n}\left[\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - k(b^{\wedge}{}_{s3} - b_0)\right)^2\right]\mathrm{E}_b[b^{-2}] + (1-w)\mathrm{E}_b\left[\frac{k(b^{\wedge}{}_{s3} - b_0) + b_0}{b} - 1\right]^2 \qquad \dots(2-68)$$

وبأخذ المشتقة إلى $\rho_3(b.b^{\wedge}{}_{s3})$ بالاعتماد على (k) وجعلها مساوية إلى الصفر فأن:

$$k=\frac{w\bar{x}-b_0}{\left[w\bar{x}+\frac{(1-w)(n-2)}{t}\right]-b_0}+(1-w)\frac{(n-2)}{t\left[\left(w\bar{x}+\frac{(1-w)(n-2)}{t}\right)-b_0\right]} \qquad \ldots(2-69)$$

فأن المقدر المقلص يتم تعريفه وليكون:

$$b^{\wedge}{}_{sh3}=k(b^{\wedge}{}_{s3}-b_0)+b_0$$

وبتعويض الصيغة (2-67) في الصيغة (2-69) فأنه نحصل على المقدر المقلص البيزي تحت ظل دالة خسارة موزونة:

$$b^{\wedge}{}_{sh3}=\left[\frac{w\bar{x}-b_0}{\left[w\bar{x}+\frac{(1-w)(n-2)}{t}\right]-b_0}+(1-w)\frac{(n-2)}{t\left[\left(w\bar{x}+\frac{(1-w)(n-2)}{t}\right)-b_0\right]}\right]*\left[\left(w\bar{x}+(1-w)\frac{n-2}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)^{\alpha}}\right)-b_0\right]+b_0 \qquad \ldots(2-70)$$

<u>2-15 مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة تربيعية باستعمال تقريب ليندلي:</u>

لنفرض توفرت عينة بحجم (n) من توزيع فريجت وفقاً لمعلمتي الشكل والقياس لتكن (λ,α) فأن دالة الإمكان الأعظم تكون وفقاً للصيغة التالية:

$$L(\alpha.\lambda) = \alpha^n \lambda^{n\alpha} \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\, e^{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda}{x_i}\right)^{\alpha}} \qquad \dots(2-71)$$

وعلى فرض أن التوزيع الأولي لكلا المعلمتين (λ,α) تكون:

$$p(\alpha) = b_r\, \alpha^{b_r-1}$$

$$p(\lambda) = a_r\, \lambda^{a_r-1}$$

وأن التوزيع المشترك للمعلمتين سيكون:

$$p(\alpha,\lambda) = a_r\, b_r\, \alpha^{b_r-1}\, \lambda^{a_r-1}$$

وعليه فأن التوزيع اللاحق سيكون:

$$h(\alpha,\lambda|xi) = \frac{L(\alpha.\lambda)p(\alpha.\lambda)}{\int_\alpha \int_\beta L(\alpha.\lambda)p(\alpha.\lambda)d\alpha\, d\lambda} \qquad \dots(2-72)$$

$$h(\alpha,\lambda|xi) = \frac{\left(\alpha^n \lambda^{n\alpha} \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} e^{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda}{x_i}\right)^{\alpha}}\right) a_r\, b_r\, \alpha^{b_r-1}\, \lambda^{a_r-1}}{\int_\alpha \int_\beta \alpha^n \lambda^{n\alpha} \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)} e^{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda}{x_i}\right)^{\alpha}}\; a_r\, b_r\, \alpha^{b_r-1}\, \lambda^{a_r-1} d\alpha\, d\lambda} \qquad \dots(2-73)$$

$$h(\alpha,\lambda|xi) = \frac{\alpha^{n+b_r-1} \lambda^{n\alpha+a_r-1} \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\, e^{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda}{x_i}\right)^{\alpha}}}{\int_0^\infty \int_0^\infty \alpha^{n+b_r-1} \lambda^{n\alpha+a_r-1} \prod_{i=1}^{n} x^{-(\alpha+1)}\, e^{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda}{x_i}\right)^{\alpha}}\, d\alpha\, d\lambda} \qquad \dots(2-74)$$

ولدالة الخسارة التربيعية يمكن إيجاد المقدر لكل من المعلمات (λ,α) وكالآتي:

$$E(\alpha,\lambda|xi)=\frac{\int_0^\infty\int_0^\infty u(\alpha.\lambda)\alpha^{n+b_r-1}\lambda^{n\alpha+\mathrm{a}_r-1}\prod_{i=1}^{n}x^{-(\alpha+1)}e^{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda}{x_i}\right)^{\alpha}}d\alpha\, d\lambda}{\int_0^\infty\int_0^\infty \alpha^{n+b_r-1}\lambda^{n\alpha+\mathrm{a}_r-1}\prod_{i=1}^{n}x^{-(\alpha+1)}e^{-\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda}{x_i}\right)^{\alpha}}d\alpha\, d\lambda} \quad \dots(2-75)$$

وباستعمال تقريب ليندلي وفقاً للصيغة التالية:

$$E(u|xi)=u(\alpha.\lambda)+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(u_{ij}+2u_i\rho_j)\sigma_{ij}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\sum_{L=1}^{m}L_{ijk}\sigma_{ij}\sigma_{kL}ul$$

وبجعل قيمة (m=2) ستكون:

$$E(u|xi)=u(\alpha.\lambda)+\frac{1}{2}[(u_{11}\sigma_{11}+2u_1\rho_1\sigma_{11})+(u_{12}\sigma_{12}+2u_1\rho_2\sigma_{12})+(u_{21}\sigma_{21}+2u_2\rho_1\sigma_{21})+(u_{22}\sigma_{22}+2u_2\rho_2\sigma_{22})]+\frac{1}{2}[(u_2\sigma_{12}+u_1\sigma_{11})(L_{122}\sigma_{21}+L_{121}\sigma_{12}+L_{111}\sigma_{11})+(u_2\sigma_{22}+u_1\sigma_{21})(L_{222}\sigma_{22}+L_{212}\sigma_{21}+L_{122}\sigma_{12}+L_{112}\sigma_{11})] \quad \dots(2-76)$$

وعند تقدير المعلمة الأولى (α) وبفرض أن (α=u) للصيغة السابقة (2-87) ستكون:

$$u_1=1\,.\,u_{11}=0\,.\,u_{12}=0\,.\,u_2=0\,.\,u_{22}=0$$

$$\rho_{\mathrm{a}\lambda b\alpha}=(\mathrm{a}_r-1)\ln(\lambda)+(b_r-1)\ln(\alpha)$$

حيث أن ($\rho_{\mathrm{a}\lambda b\alpha}$) يمثل لوغاريتم التوزيع الأولي المشترك

وأن: $\rho_{b\alpha}=\frac{(b_r-1)}{\alpha}\quad,\quad\rho_{\mathrm{a}\lambda}=\frac{\mathrm{a}_r-1}{\lambda}$

إذ أن: ($\rho_{b\alpha}$) يمثل المشتقة الجزئية الأولى إلى دالة اللوغاريتم الطبيعي للتوزيع المشترك وبحسب المعلمة (α).

ويمثل ($\rho_{\mathrm{a}\lambda}$) المشتقة الجزئية الأولى إلى دالة اللوغاريتم الطبيعي للتوزيع المشترك وبحسب المعلمة (λ).

وعند التعويض لكل من ($u , u_1 , u_{11} , u_2 , u_{22} , u_{12} , \rho_{b\alpha} , \rho_{a\lambda}$) يمكن الحصول على مقدر بيز وكالآتي:

$$\hat{\alpha}_{Bayes} = \left[\left(\frac{b_r - 1}{\hat{\alpha}_{mle}}\sigma_{11}\right)\right] + Z_\alpha \qquad \dots(2-77)$$

حيث أن:

$$Z_\alpha = \hat{\alpha}_{mle} + \left(\frac{\mathrm{a}_r - 1}{\hat{\lambda}_{mle}}\sigma_{12}\right) + \frac{1}{2}L_{122}\sigma_{11}\sigma_{22} + \frac{3}{2}L_{121}\sigma_{11}\sigma_{12} + \frac{1}{2}L_{222}\sigma_{21}\sigma_{22} + L_{122}\sigma_{12}\sigma_{21}$$

باعتبار أن (L_{ijk}) يمثل مشتقة دالة اللوغاريتم لدالة الإمكان الأعظم للتوزيع المفترض (فريجت)

وأن (σij) يمثل العنصر المناظر إلى معكوس مصفوفة (L_{ijk}).

وأن (a_r , b_r) يمثل معلمات التوزيع الأولي لكل من معلمتي التوزيع المفترض (فريجت)

وللحصول على المقدرات البيزية المطورة يتم افتراض التوزيع الاولي وكالآتي:

وأن التوزيع الأولي (b_r) يتبع توزيع كاما وكالآتي:

$$b_r \sim Gamma(s_r . t_r)$$

وعليه فأن دالة الكثافة الاحتمالية تكون:

$$f(b_r , s_r , t_r) = \frac{{t_r}^{s_r}}{\Gamma(s_r)} {b_r}^{s_r - 1} e^{-t_r b_r}$$

وأن توقع لدالة السابقة وادراجه في مقدر بيز سيكون:

$$\hat{\alpha}_{Bayes} = \left[\left(\left[\frac{s_r}{\hat{\alpha}_{mle} t_r} - \frac{1}{\hat{\alpha}_{mle}}\right]\sigma_{11}\right) + Z_\alpha\right] \qquad \dots(2-78)$$

وللحصول على مقدر بيز للمعلمة λ نفرض أن:

$$u = \lambda$$

$$u_2 = 1 . u_{22} = 0 . u_1 = 0 . u_{11} = 0 . u_{12} = 0$$

وبالتعويض لكل من:

$\rho_{b\alpha}, \rho_{a\lambda}, u_2, u_{22}, u_1, u_{11}, u_{12}$

في الصيغة العامة (2-76) عودة إلى الصيغ السابقة وبنفس الأسلوب السابق للمعلمة (α) نحصل على:

$$\hat{\lambda}_{Bayes} = \left(\frac{a_r - 1}{\hat{\lambda}_{mle}}\sigma_{12}\right) + Z_b \qquad \dots (2-79)$$

حيث أن:

$$Z_b = \hat{\lambda}_{mle} + \frac{b_r - 1}{\hat{\alpha}_{mle}}\sigma_{21} + \frac{3}{2}L_{122}\sigma_{12}\sigma_{22} + L_{121}{\sigma_{12}}^2 + \frac{1}{2}L_{111}\sigma_{11}\sigma_{12} + \frac{1}{2}L_{222}{\sigma_{22}}^2 + \frac{1}{2}L_{112}\sigma_{11}\sigma_{22}$$

وعلى فرض ان التوزيع الاولي (a_r) يتبع توزيع كاما $a_r \sim Gamma(c_r . v_r)$

وعليه فأن:

$$f(a_r, c_r, v_r) = \frac{{v_r}^{c_r}}{\Gamma(c_r)}{a_r}^{c_r - 1}e^{v_r a_r}$$

وأن الصيغ السابقة تتطلب تحدبه التوزيع الأولي للمعلمة (α , λ) وبافتراض أن معلمتي (الشكل والقياس) تتبع توزيع كاما وكالآتي:

$\alpha \sim Gamma(g_k, h_k)$

$\lambda \sim Gamma(g_k, t_k)$

سيكون مقدر بيز ل (α) كالآتي:

$$\hat{\alpha}_{Bayes} = \left(\frac{g_k - 1}{\hat{\alpha}_{mle}} - h_k\right)\sigma_{11} + Z_d \qquad \dots (2-80)$$

$$Z_d = \hat{\alpha}_{mle} + \left[\left(\frac{g_k + 1}{\hat{\lambda}_{mle}} - t_k\right)\sigma_{12}\right] + \frac{1}{2}[(\sigma_{11})(L_{122}\sigma_{22} + L_{211}\sigma_{21} + L_{121}\sigma_{12} + L_{111}\sigma_{11}) + (\sigma_{21})(L_{222}\sigma_{22} + L_{212}\sigma_{21} + L_{122}\sigma_{12} + L_{112}\sigma_{11})]$$

وبافتراض أن معلمتي التوزيع الأولي $(t_k . g_k)$ تتبع التوزيع المنتظم الفوقي وكالآتي:

$$t_k \sim \mathrm{U}(0, c) \quad , g_k \sim U(0,1)$$

عندها فأن تعويض توقعات التوزيعات السابقة في صيغ مقدرات معلمتي التوزيع فأن:

$$\hat{\alpha}_{Bayes} = \frac{c(-\sigma_{11} c\ \hat{\alpha}_{mle} - \sigma_{11} + 2\ \hat{\alpha}_{mle}\ Z_d)}{2\ \hat{\alpha}_{mle}} \qquad \ldots (2-81)$$

$$\hat{\lambda}_{Bayes} = \left[\left(\frac{g_k - 1}{\hat{\lambda}_{mle}} - h_k\right)\sigma_{22}\right] + Z_{gq} \qquad \ldots (2-82)$$

حيث أن Z_d تم تعويضها سابقاً وأن Z_{gq} تكون:

$$Z_{gq} = \hat{\lambda}_{mle} + \left(\frac{g_k - 1}{\hat{\alpha}_{mle}}\right)\sigma_{21} + \frac{1}{2}[(\sigma_{12})(L_{122}\sigma_{12} + L_{211}\sigma_{21} + L_{121}\sigma_{12} + L_{111}\sigma_{11}) + (\sigma_{22})(L_{222}\sigma_{22} + L_{212}\sigma_{21} + L_{122}\sigma_{12} + L_{112}\sigma_{11})]$$

وأن معلمتي التوزيع الأولي سيكون توزيعها معادل إلى التوزيع المنتظم وكالآتي:

$$g_k \sim U(0,1) \ , h_k \sim U(0, c)$$

وعليه أن مقدر $\hat{\lambda}$ البيزي سيكون

$$\hat{\lambda}_{Bayes} = \frac{-\sigma_{22} c^2}{2} - c\frac{\sigma_{22}}{2\hat{\lambda}_{mle}} + cZ_{gq} \qquad \ldots (2-83)$$

2-16 المعايير الإحصائية: Statistical Standards

تعتبر المعايير الإحصائية مهمة في مقارنة طرائق التقدير لمعرفة أي الطريقة تكون الأفضل من الأخرى. إذ يوجد العديد من هذه المعايير و التي سوف نستخدم منها في هذه الرسالة معيار يعرف بمتوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقارنة بين طرائق تقدير المعلمات ودالة المعولية وصيغته الرياضية كما يأتي:

$$MSE(\hat{\theta}) = \frac{1}{Rep}\sum_{i=1}^{Rep}\left(\hat{\theta}_i - \theta_i\right)^2 \qquad \dots (2-84)$$

حيث أن :

Rep : يمثل عدد مرات تكرار التجربة والذي يكون مساوياً إلى (1000)

$\hat{\theta}_i$: تمثل القيمة التقديرية للمعلمة وفقاً لطرائق التقدير المستعملة

θ_i : تمثل القيمة الحقيقية للمعلمة $(\theta_i = \alpha . \lambda)$

وكذلك استخدمنا معيار مقترح من قبل الباحث يسمى بالفرق الأقل المطلق وتكون صيغته كما يأتي:

$$\varphi_{ik} = min_j\left|\theta_k - \tau_j\right| \qquad \dots (2-85)$$

حيث أن:

φ_{ik}: يمثل الفرق الأقل المطلق لكل مقدر ولكل تجربة

i : يمثل عدد تجارب المحاكاة

j : يمثل عدد الطرائق المستعملة

k: يمثل عدد المعلمات وهي $(\theta_1=\alpha)$ و $(\theta_2=\lambda)$

τ_j: يمثل القيمة المقدرة للمعلمة وفق كل طريقة ولكل تجربة

θ_k: يمثل القيمة الافتراضية للمعلمة ولكل تجربة

2-17 اختبارات حسن الطابقة : Goodness of fit Tests [11][9]

أن الأختبارات التي تتعلق بمسالة مطابقة التوزيع العملي لبيانات العينة مع توزيع احتمالي محدد تعرف بأختبارات حسن المطابقة. إذ تعد مسألة إيجاد التوزيع الملائم لبيانات العينة من الموضوعات المهمة في الاستدلال الاحصائي، إذ يوجد الكثير من الأختبارات التي يمكن أن تستعمل لأختبار التوزيع الملائم لتوزيع المجتمع بالإعتماد على بيانات العينة. ومن هذه الأختبارات التي سيتم استخدامها في هذه الرسالة هي كما يأتي:

1. أختبار مربع كاي: ***Chi – Squared Test***

هو أحد الاختبارات التي تستعمل لأختبار التوزيع الملائم لبيانات العينة وتكون صيغته الرياضية كما يأتي:

$$\chi^2{}_c = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - \mathrm{E}_i)^2}{\mathrm{E}_i} \sim \chi^2{}_{(k-1)} \qquad \dots (2-86)$$

حيث أن :

O_i : يمثل قيمة المشاهدة الحقيقية

E_i : يمثل التكرار المتوقع لكل فئة ويمكن حسابه بهذه الصيغة $\mathrm{E}_i = p_i \sum_{i=1}^{n} O_i n_i$

p_i : يمثل احتمال تكرار المشاهدة

2. أختبار كولموكوروف سميرنوف **Kolmogorov-Smirnov**

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

3-1 تمهيد: Preface

في هذا الفصل سوف نستعرض فكرة مختصرة عن المحاكاة وكذلك نعرض آلية تجربة المحاكاة، إذ تم استعمال محاكاة مونت – كارلو لغرض اختبار أفضلية طرائق التقدير المستعملة في تقدير معلمات توزيع فريجت باستعمال مقدرات التقلص البيزية. وايضاً نعرض نتائج تجربة المحاكاة التي تم الحصول عليها من أجراء تطبيق طرائق التقدير ومن هذه النتائج نختار أفضل تقدير لها.

3-2 مفهوم المحاكاة: The Concept of Simulation [11] [12]

وهي محاولة لإعادة عملية معينة في ظروف اصطناعية مشابهة للظروف الطبيعية، إذ هي تقليد او تشبيه للنظام في العالم الحقيقي، فأن أسلوب المحاكاة يمكن أن يعطي معلومات مفيدة حول الواقع الحقيقي الذي يقلده. وأن نماذج المحاكاة الأكثر مشابهة للواقع الحقيقي تكون أكثر دقة في النتائج والمعلومات المستخلصة منها.

وهي أنواع منها بناء نموذج يكون نسخة مطابقة أصغر حجماً وتنفذ الاختبارات على النموذج المصغر ودراسة نتائجه واعمامها على الأنموذج الأصلي، او محاكاة حاسوبية وهي كتابة برنامج للشيء المراد فحصه يطابق مواصفاته في الواقع ويوضع هذا البرنامج ضمن ظروف برمجية مشابهة للواقع ومن ثم النظر إلى النتائج التي يتم الحصول عليها من البرنامج والاستنتاج على أساسها. ومن المبادئ الأساسية للمحاكاة الحاسوبية وضع برنامج يمثل سلوك العملية الحقيقية بشكل مقارب للواقع الحقيقي قدر الإمكان وغالباً ما يكون معقداً جداً لتمثيله بصورة دقيقة في برنامج الحاسوب.

أصبحت المحاكاة الحاسوبية جزءاً مقيداً نمذجة العديد من الظواهر الطبيعية مثل الكيمياء والفيزياء والبيولوجيا والنظم البشرية في الاقتصاد والعلوم الاجتماعية وكذلك في الهندسة للحصول على نظرة ثاقبة في كيفية سلوك تلك الظواهر.

أن اول مرحلة استخدام أسلوب المحاكاة هي توليد المتغيرات العشوائية قيد الدراسة، كما أن أي

تجربة محاكاة هي عبارة عن نوع معين من أنواع المعاينة إذ تسحب هذه العينة من المجتمع الافتراضي الممثل للظاهرة المدروسة بدلاً من أن تسحب من المجتمع الحقيقي.

وفي أسلوب المحاكاة يمكن للباحثين تحقيق حلول تحليلية وكذلك تأمين قاعدة تجريبية تكون دليلاً لهم مع القاعدة النظرية لاختبار الأسلوب المناسب او الطريقة الملائمة لتحليل بيانات الظاهرة قيد الدراسة من خلال مطابقة خصائصها مع الأنواع التي طبق أسلوب المحاكاة عليها.

3-3 وصف تجربة المحاكاة: [56] Discribtion of Simulation experiment

تم الاعتماد على أسلوب محاكاة مونت- كارلو (Simulation Monte Carlo) لغرض توليد بيانات بأحجام مختلفة تستخدم في تقدير معلمات توزيع فريجت Frechet distribution باستعمال مقدرات التقلص البيزية ولتوضيح تأثير طرائق التقدير كما يأتي:

1. التغير في حجم العينة sample size
2. التغير في العلاقة بين معلمة الشكل α (shape parameter) ومعلمة القياس λ (Scale parameter).

3-4 مراحل تطبيق تجربة المحاكاة:

تتضمن تجارب المحاكاة عدة مراحل وهي كما يأتي:

3-4-1 المرحلة الأولى: تحديد القيم الافتراضية Initial Values determination

وهي المرحلة التي يتم فيها تحديد القيم الافتراضية إذ تعد هذه المرحلة من أهم المراحل التي تعتمد عليها بقية المراحل اللاحقة وقد تم اختيار القيم الافتراضية كالآتي:

1- **تحديد القيم الافتراضية للمعلمات (λ , α):** وذلك من خلال القيام بتجارب متكررة واختبار النتائج التي يتم الحصول عليه والتي أعطت نمط عن سلوك المقدرات وفكرة واضحة عنها إذ تم تحديد ثلاث نماذج موضحة في الجدول الآتي:

جدول (3-1) يمثل النماذج المفترضة لمعلمتي توزيع فريجت

المعالم المفترضة	الأنموذج الأول	الأنموذج الثاني	الأنموذج الثالث
A	0.25	0.50	0.75
λ	0.5	1	1.5

2-تحديد حجم العينة: لغرض معرفة مدى تأثير حجم العينة على دقة النتائج تم تحديد ثلاثة احجام للعينات (صغيرة، متوسطة، كبيرة) هي (n=25, 100, 150). والسبب وراء اختيار هذه الاحجام لكي يكون حجم البيانات الحقيقية ضمن هذه الاحجام المفترضة أي أنه ضمان العينة الحقيقية تقع ما بين الحجمين.

وايضاً تم تحديد قيم الزمن (t) لدالة المعولية والتي اخذت خمسة ازمان مختلفة هي (t= 0.1,0.2,0.3 0.4,0.5) لتكون ازمان مفترضة تزداد بنسبة (0.1) في كل مرة.

وتم تكرار تجارب المحاكاة (1000) مرة لكل تجربة.

3-4-2 المرحلة الثانية: توليد الأرقام العشوائية: Data Generation

في هذه المرحلة تم توليد بيانات تتبع توزيع فريجت بالاعتماد على دالة التوزيع لمعكوس الدالة التجميعية وفقاً إلى دالة التوليد العشوائي (Rand) في برنامج الماتلاب والتي تسلك التوزيع المنتظم المستمر وللفترة بين الصفر والواحد[0,1] .

إذ أن دالة التوزيع لمعكوس الدالة التجميعية تكون بالصيغة الآتية:

$$t_i = \lambda \left(\ln \frac{1}{u} \right)^{-\frac{1}{\alpha}} \quad ; \quad i = 1. \dots . n \qquad \dots (3-1)$$

حيث أن:

t_i: يمثل متجه العينة العشوائية من توزيع فريجت.

u: يمثل متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم والذي يتم توليده من خلال دالة التوليد العشوائي (Rand).

3-4-3 المرحلة الثالثة: تقدير المعلمات للتوزيع ودالة المعولية: Estimation of parameters and Reliability function

تم في هذه المرحلة إيجاد مقدرات المعلمات ودالة المعولية لتوزيع فريجت باستعمال طرائق التقدير التي تم ذكرها في الفصل الثاني من هذه الرسالة ويمكن توضيحها كما يأتي:

1. مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة تربيعية
2. مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة الأسية – الخطية LINEX
3. مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة موزونة
4. مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة تربيعية باستعمال تقريب ليندلي

المرحلة الرابعة: مقارنة بين طرائق التقدير: Comparing Methods

تعتبر هذه المرحلة مرحلة أخيرة من مراحل تجربة المحاكاة والتي يتم فيها المقارنة بين مقدرات معلمات ودالة معولية توزيع فرجت حيث تحدد أفضلية هذه المقدرات بالاعتماد على المعيار الاحصائي المعروف بمتوسط مربعات الخطأ (MSE) والذي تكون صيغته المذكورة سابقاً بالفصل الثاني في المعادلة (2-95) وكما يأتي:

$$MSE(\hat{\theta}) = \frac{1}{Rep}\sum_{it=1}^{Rep}\left(\hat{\theta}_i - \theta_i\right)^2$$

حيث أن:

Rep : يمثل عدد مرات تكرار التجربة والذي يساوي (1000) مرة

$\hat{\theta}_i$: يمثل القيمة التقديرية للمعلمة وفقاً لطرائق التقدير المستعملة

θ_i: يمثل القيمة الحقيقية للمعلمة وفقاً للقيم الافتراضية $(\theta_i = \alpha.\lambda)$

وتم تحديد الأفضلية ما بين الطرائق لكل مقدر ولكل تجربة باستعمال صيغة مقترحة من قبل الباحثة والتي تتمثل بأقل فرق مطلق بين القيمة الافتراضية للمعلمة والقيمة المقدرة للمعلمة وفق كل طريقة ولكل تجربة وتكون كالآتي:

$$\varphi_{ik} = min_j\left|\theta_k - \tau_j\right| \quad \ldots(3-3)$$

φ_{ik}: يمثل الفرق الأقل المطلق لكل مقدر ولكل تجربة

i : يمثل عدد تجارب المحاكاة

j : يمثل عدد الطرائق المستعملة

K: يمثل عدد المعلمات وهي $(\theta_1=\alpha)$ و $(\theta_2=\lambda)$

τ_j: يمثل القيمة المقدرة للمعلمة وفق كل طريقة ولكل تجربة

θ_k: يمثل القيمة الافتراضية للمعلمة ولكل تجربة

3-5 تحليل تجارب المحاكاة: Simulation Experiments Analyses

تم عرض نتائج المحاكاة وتحليلها في هذه الفقرة لتقدير معلمات ودالة المعولية لتوزيع فريجت وفقاً للطرائق المذكورة سابقاً في الفصل الثاني إذ تم الحصول على هذه النتائج باستعمال برنامج الماتلاب وتم عرض النتائج في الجداول من (3-2) إلى (3-6) والتي تمثل نتائج تقدير معلمات التوزيع لكل طريقة ومتوسط مربعات الخطأ لكل معلمة مقدرة والجداول من (3-7) إلى (3-13) والتي تمثل تقدير دالة المعولية للتوزيع لكل طريقة من طرائق التقدير والتي تضمنت بعض الرموز ويمكن توضيحها كما يأتي:

يمثل العمود ii: رقم الطريقة الأفضل

يمثل العمود φ_{ik} : المقدر الافضل لكل تجربة من تجارب المحاكاة ولكل طريقة

يمثل العمود m_1 : الطريقة الأولى لتقدير المعلمات وهي مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة تربيعية

العمود m_2 : يمثل الطريقة الثانية لتقدير المعلمات وهي مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة الأسية – الخطية LINEX

العمود m_3 : يمثل الطريقة الثالثة لتقدير المعلمات وهي مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة موزونة

العمود m_4: يمثل الطريقة الرابعة لتقدير المعلمات وهي مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة تربيعية باستعمال تقريب ليندلي

العمود $\emptyset_{ik}$: يمثل المتوسط الأفضل لكل مقدر ولكل طريقة ولكل تجربة محاكاة

MSE : يمثل متوسط مربعات الخطأ

جدول (2-3) يمثل مقدرات المعلمة الاولى والمقدر الافضل لكل تجربة من تجارب المحاكاة ولكل طريقة

ii	φ_{i1}	m_4	m_3	m_2	m_1	n	λ	α	ت
4	0.000201261	0.250201	0.240317	0.252243	0.245522	25	0.5	0.25	1
2	0.00054305	0.304786	0.305122	0.249457	0.305928	100	0.5	0.25	2
1	1.3563E-05	0.249931	0.250023	0.250076	0.249986	150	0.5	0.25	3
2	0.006223117	0.270809	0.271486	0.256223	0.281919	25	1	0.25	4
4	0.000378941	0.249621	0.249191	0.249549	0.249411	100	1	0.25	5
3	4.46075E-06	0.249928	0.250004	0.249988	0.249935	150	1	0.25	6
2	0.002884369	0.286563	0.272985	0.252884	0.282566	25	1.5	0.25	7
2	2.95095E-05	0.247827	0.248742	0.24997	0.248687	100	1.5	0.25	8
2	3.11324E-05	0.249904	0.2499	0.250031	0.249935	150	1.5	0.25	9
2	0.003713255	0.503857	0.506636	0.503713	0.507021	25	0.5	0.5	10
4	0.000119433	0.500119	0.499355	0.500147	0.499877	100	0.5	0.5	11
2	6.0325E-05	0.499676	0.49972	0.50006	0.499698	150	0.5	0.5	12
2	0.001187802	0.496005	0.488138	0.501188	0.493872	25	1	0.5	13

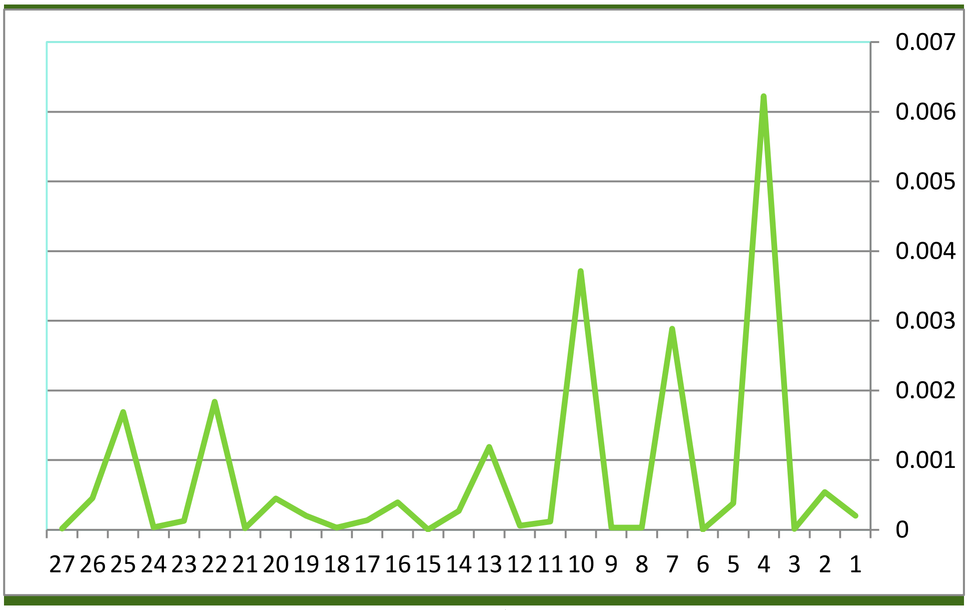
14	0.5	1	100	0.637824	0.500272	0.637868	0.638297	0.00027175	2
15	0.5	1	150	0.511337	0.499997	0.511356	0.511383	2.6256E-06	2
16	0.5	1.5	25	0.499607	0.506443	0.489993	0.491957	0.000392682	1
17	0.5	1.5	100	0.507722	0.500136	0.507659	0.507718	0.000135843	2
18	0.5	1.5	150	0.506058	0.500029	0.506139	0.506119	2.93045E-05	2
19	0.75	0.5	25	0.747537	0.74675	0.743853	0.749798	0.000201584	4
20	0.75	0.5	100	1.094763	0.750449	1.095595	1.09576	0.000448804	2
21	0.75	0.5	150	0.749951	0.750079	0.749978	0.750046	2.18703E-05	3
22	0.75	1	25	0.754042	0.755719	0.75184	0.752805	0.001839638	3
23	0.75	1	100	1.030459	0.749875	1.030332	1.031267	0.000125488	2
24	0.75	1	150	0.74744	0.749965	0.747345	0.747474	3.46751E-05	2
25	0.75	1.5	25	0.730049	0.751691	0.724255	0.723464	0.001690541	2
26	0.75	1.5	100	0.75695	0.749544	0.756445	0.756784	0.000456174	2
27	0.75	1.5	150	0.739076	0.750017	0.739089	0.739215	1.71082E-05	2

بملاحظة الجدول السابق (2-3) تبين ان التجارب المستخدمة هي (27) تجربة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى والمعلمة الثانية وحجم العينة) وللطرائق الاربع تبين ان المقدر الأفضل بحسب قيمة (φ_{i1}) الأقل.

ومن الجدول ظهر ان المقدر الأفضل هو لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25)

اما القيمة الافضل وهي ($\varphi_{11} = 0.000201261$) والتي تعود إلى الطريقة (4) وهذا معناه انه لهذه التجربة كانت طريقة (m_4) هي الافضل.

وهكذا بالنسبة إلى بقية الطرائق والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-1) يمثل الفرق الاقل المطلق لمقدر المعلمة الاولى وبحسب كل تجربة محاكاة

ومن الشكل أعلاه يتبين ان افضل قيمة في φ_{i1} وعلى مستوى (27) تجربة هي

$(\varphi_{151} = 2.6256E\text{-}06)$ والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (15).

جدول (3-3) يمثل مقدرات المعلمة الثانية والمقدر الافضل لكل تجربة من تجارب المحاكاة ولكل طريقة

ت	α	λ	n	m_1	m_2	m_3	m_4	φ_{i2}	ii
1	0.25	0.5	25	0.496287	0.500552	0.491662	0.50658	0.241662189	3
2	0.25	0.5	100	0.582271	0.500081	0.581808	0.581409	0.250080936	2
3	0.25	0.5	150	0.451545	0.500015	0.451463	0.451564	0.201462508	3
4	0.25	1	25	0.892469	1.001512	0.897672	0.903473	0.642468808	1
5	0.25	1	100	0.99511	0.999896	0.99561	0.995198	0.745110356	1
6	0.25	1	150	0.930385	1.000001	0.930217	0.930293	0.680217458	3
7	0.25	1.5	25	1.297575	1.500663	1.297319	1.292354	1.042354218	4
8	0.25	1.5	100	1.367761	1.500199	1.368416	1.36849	1.117761064	1

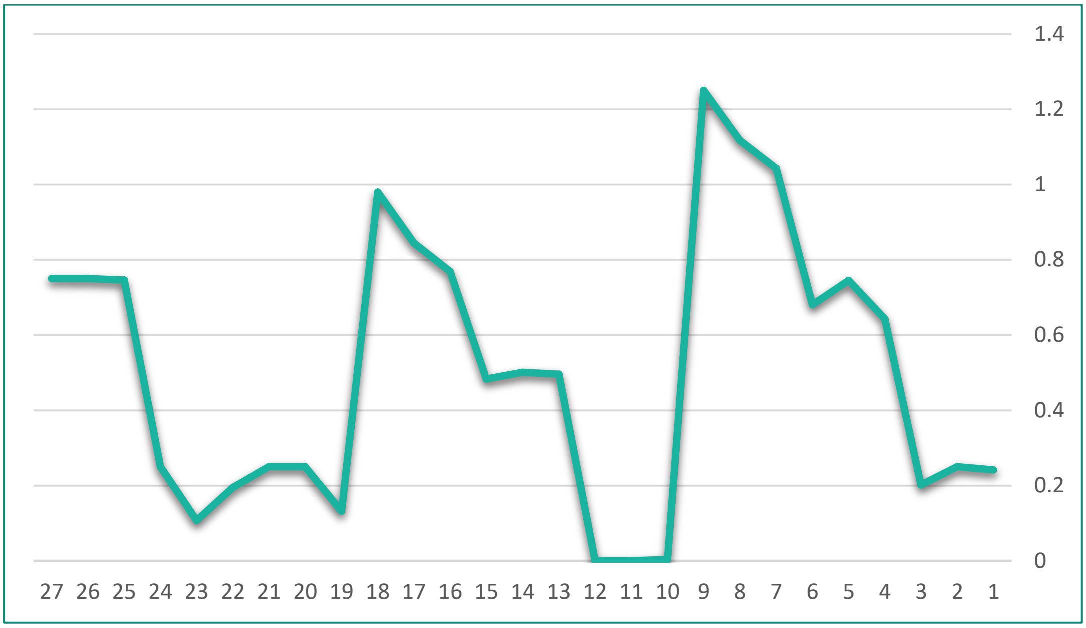
9	0.25	1.5	150	1.511172	1.500061	1.511188	1.511174	1.250060916	2
10	0.5	0.5	25	0.599307	0.496384	0.588695	0.592449	0.003615612	2
11	0.5	0.5	100	0.565042	0.500336	0.565192	0.565484	0.000336171	2
12	0.5	0.5	150	0.602863	0.499948	0.602898	0.602888	5.15451E-05	2
13	0.5	1	25	1.358993	0.99598	1.35711	1.357623	0.495979524	2
14	0.5	1	100	1.015104	1.000656	1.015037	1.014899	0.500656326	2
15	0.5	1	150	0.983064	0.999985	0.983001	0.983008	0.483000576	3
16	0.5	1.5	25	1.2785	1.504665	1.268576	1.271895	0.768575766	3
17	0.5	1.5	100	1.345097	1.500041	1.344752	1.344379	0.844379097	4
18	0.5	1.5	150	1.479525	1.499978	1.479534	1.479555	0.979525112	1
19	0.75	0.5	25	0.6177	0.501621	0.618019	0.618112	0.131888256	4
20	0.75	0.5	100	0.489329	0.500121	0.490729	0.489903	0.249879099	2
21	0.75	0.5	150	0.485618	0.499988	0.485659	0.485552	0.250012309	2
22	0.75	1	25	0.944869	0.996855	0.945398	0.946602	0.194868777	1
23	0.75	1	100	0.857445	0.999997	0.856895	0.857095	0.106894613	3
24	0.75	1	150	1.000246	0.999911	1.000205	1.000189	0.249911423	2
25	0.75	1.5	25	1.594612	1.495426	1.599692	1.596034	0.74542605	2
26	0.75	1.5	100	1.635403	1.499847	1.635145	1.635568	0.749847194	2
27	0.75	1.5	150	1.667953	1.500055	1.667909	1.66794	0.750055402	2

بملاحظة الجدول (3-3) تبين ان التجارب المستخدمة (27) تجربة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى والمعلمة الثانية وحجم العينة) وللطرائق الاربع تبين ان المقدر الافضل بحسب قيمة (φ_{i2}) الأقل.

ومن الجدول ظهران المقدر الافضل لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=50)

اما القيمة الافضل وهي $(\varphi_{12} = 0.241662189)$ والتي تعود إلى الطريقة (3) وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل طريقة كانت طريقة (m_3).

وهكذا بالنسبة إلى الطرائق الباقية والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-2) يمثل الفرق الاقل المطلق لمقدر المعلمة الثانية وبحسب كل تجربة محاكاة

ومن الشكل أعلاه يتبين ان افضل قيمة في φ_{i2} وعلى مستوى (27) تجربة هي ($\varphi_{122} = 5.15451E\text{-}05$) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (12).

الجدول (3-4) يمثل متوسط مربعات الخطأ والمتوسط الافضل للمقدر الاول ولكل طريقة من الطرائق ولكل تجربة محاكاة:

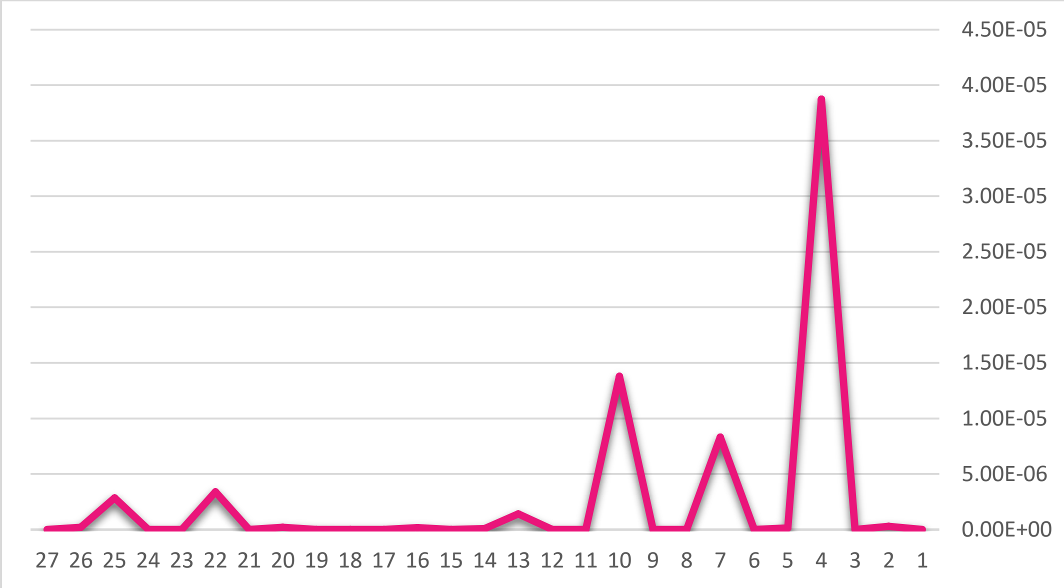
ت	α	λ	n	m_1	m_2	m_3	m_4	$\emptyset_{i1}$	ii
1	0.25	0.5	25	2.00E-05	5.03E-06	9.38E-05	4.05E-08	4.05E-08	4
2	0.25	0.5	100	3.13E-03	2.95E-07	3.04E-03	3.00E-03	2.95E-07	2
3	0.25	0.5	150	1.84E-10	5.83E-09	5.30E-10	4.77E-09	1.84E-10	1
4	0.25	1	25	1.02E-03	3.87E-05	4.62E-04	4.33E-04	3.87E-05	2
5	0.25	1	100	3.47E-07	2.03E-07	6.54E-07	1.44E-07	1.44E-07	4
6	0.25	1	150	4.23E-09	1.44E-10	1.99E-11	5.19E-09	1.99E-11	3
7	0.25	1.5	25	1.06E-03	8.32E-06	5.28E-04	1.34E-03	8.32E-06	2

2	8.71E-10	4.72E-06	1.58E-06	8.71E-10	1.72E-06	100	1.5	0.25	8
2	9.69E-10	9.15E-09	9.95E-09	9.69E-10	4.27E-09	150	1.5	0.25	9
2	1.38E-05	1.49E-05	4.40E-05	1.38E-05	4.93E-05	25	0.5	0.5	10
4	1.43E-08	1.43E-08	4.17E-07	2.17E-08	1.52E-08	100	0.5	0.5	11
2	3.64E-09	1.05E-07	7.86E-08	3.64E-09	9.09E-08	150	0.5	0.5	12
2	1.41E-06	1.60E-05	1.41E-04	1.41E-06	3.76E-05	25	1	0.5	13
2	7.38E-08	1.91E-02	1.90E-02	7.38E-08	1.90E-02	100	1	0.5	14
2	6.89E-12	1.30E-04	1.29E-04	6.89E-12	1.29E-04	150	1	0.5	15
1	1.54E-07	6.47E-05	1.00E-04	4.15E-05	1.54E-07	25	1.5	0.5	16
2	1.85E-08	5.96E-05	5.87E-05	1.85E-08	5.96E-05	100	1.5	0.5	17
2	8.59E-10	3.74E-05	3.77E-05	8.59E-10	3.67E-05	150	1.5	0.5	18
4	4.06E-08	4.06E-08	3.78E-05	1.06E-05	6.07E-06	25	0.5	0.75	19
2	2.01E-07	0.11955	0.119436	2.01E-07	0.118861	100	0.5	0.75	20
3	4.78E-10	2.08E-09	4.78E-10	6.29E-09	2.35E-09	150	0.5	0.75	21
3	3.38E-06	7.87E-06	3.38E-06	3.27E-05	1.63E-05	25	1	0.75	22
2	1.57E-08	7.91E-02	7.86E-02	1.57E-08	7.87E-02	100	1	0.75	23
2	1.20E-09	6.38E-06	7.05E-06	1.20E-09	6.55E-06	150	1	0.75	24
2	2.86E-06	7.04E-04	6.63E-04	2.86E-06	3.98E-04	25	1.5	0.75	25
2	2.08E-07	4.60E-05	4.15E-05	2.08E-07	4.83E-05	100	1.5	0.75	26
2	2.93E-10	1.16E-04	1.19E-04	2.93E-10	1.19E-04	150	1.5	0.75	27

بملاحظة الجدول(3-4) تبين ان التجارب المستخدمة (27) تجربة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى والمعلمة الثانية وحجم العينة) وللطرائق الاربع تبين ان المقدر الافضل بحسب قيمة $\emptyset_{i1}$ الأقل.

ومن الجدول ظهران المقدر الافضل لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25)
اما القيمة الافضل وهي ($\emptyset_{11}$ = 4.05E-08) والتي تعود إلى الطريقة (4) وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل طريقة كانت طريقة (m_4).

وهكذا بالنسبة إلى الطرائق الباقية والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-3) يمثل متوسط مربعات الخطأ للمعلمة الاولى وبحسب كل تجربة محاكاة

ومن الشكل أعلاه يتبين ان افضل قيمة في $\emptyset_{i1}$ وعلى مستوى (27) تجربة هي ($\emptyset_{151}$ = 6.89E-12) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (15).

جدول (3-5) يمثل متوسط مربعات الخطا والمتوسط الافضل للمقدر الثاني ولكل طريقة من الطرائق ولكل تجربة محاكاة

ت	α	λ	n	m_1	m_2	m_3	m_4	$\emptyset_{i2}$	ii
1	0.25	0.5	25	1.38E-05	3.04E-07	1.91E-08	4.33E-05	1.91E-08	3
2	0.25	0.5	100	6.77E-03	6.55E-09	6.69E-03	6.63E-03	6.55E-09	2
3	0.25	0.5	150	2.35E-03	2.30E-04	5.89E-05	2.35E-03	5.89E-05	3
4	0.25	1	25	2.29E-06	1.04E-02	1.05E-02	0.009318	2.29E-06	1
5	0.25	1	100	1.08E-08	2.39E-05	1.93E-05	2.31E-05	1.08E-08	1
6	0.25	1	150	4.85E-03	1.23E-02	6.96E-05	4.86E-03	6.96E-05	3
7	0.25	1.5	25	4.10E-02	4.39E-02	4.11E-02	1.17E-04	1.17E-04	4
8	0.25	1.5	100	8.71E-05	3.96E-02	1.73E-02	1.73E-02	8.71E-05	1
9	0.25	1.5	150	1.25E-04	3.71E-09	1.25E-04	1.25E-04	3.71E-09	2

2	1.31E-05	8.55E-03	7.87E-03	1.31E-05	9.86E-03	25	0.5	0.5	10
2	1.13E-07	4.29E-03	4.25E-03	1.13E-07	4.23E-03	100	0.5	0.5	11
2	2.66E-09	1.06E-02	1.06E-02	2.66E-09	1.06E-02	150	0.5	0.5	12
2	1.62E-05	0.127894	0.127528	1.62E-05	0.128876	25	1	0.5	13
2	4.31E-07	2.22E-04	2.26E-04	4.31E-07	2.28E-04	100	1	0.5	14
3	8.90E-05	2.89E-04	8.90E-05	2.30E-03	2.87E-04	150	1	0.5	15
3	5.72E-05	5.20E-02	5.72E-05	1.02E-03	4.91E-02	25	1.5	0.5	16
4	1.79E-05	1.79E-05	2.41E-02	1.65E-02	2.40E-02	100	1.5	0.5	17
1	9.22E-06	4.18E-04	4.19E-04	4.73E-03	9.22E-06	150	1.5	0.5	18
4	5.04E-05	5.04E-05	1.39E-02	2.63E-03	1.39E-02	25	0.5	0.75	19
2	1.46E-08	1.02E-04	8.60E-05	1.46E-08	1.14E-04	100	0.5	0.75	20
2	1.52E-10	2.09E-04	2.06E-04	1.52E-10	2.07E-04	150	0.5	0.75	21
1	9.45E-06	2.85E-03	2.98E-03	9.89E-03	9.45E-06	25	1	0.75	22
3	7.92E-05	2.04E-02	7.92E-05	7.88E-04	2.03E-02	100	1	0.75	23
2	7.85E-09	3.57E-08	4.19E-08	7.85E-09	6.04E-08	150	1	0.75	24
2	2.09E-05	9.22E-03	9.94E-03	2.09E-05	8.95E-03	25	1.5	0.75	25
2	2.33E-08	0.018379	1.83E-02	2.33E-08	0.018334	100	1.5	0.75	26
2	3.07E-09	2.82E-02	2.82E-02	3.07E-09	0.028208	150	1.5	0.75	27

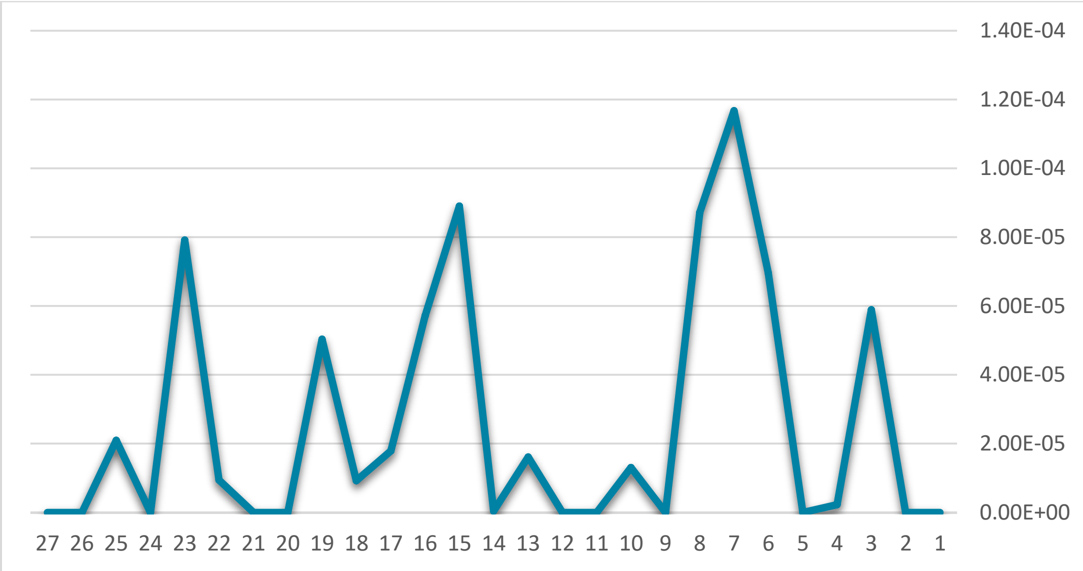
بملاحظة الجدول (3-5) تبين ان التجارب المستخدمة (27) تجربة وبحسب كل من (قيمة

المعلمة الاولى والمعلمة الثانية وحجم العينة) وللطرائق الاربع تبين ان المقدر الافضل بحسب قيمة $\emptyset_{i1}$ الأقل.

ومن الجدول ظهران المقدر الافضل لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25)

اما القيمة الافضل وهي ($\emptyset_{12} = 1.91\text{E-}08$) والتي تعود إلى الطريقة (3) وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل طريقة كانت طريقة (m_3).

وهكذا بالنسبة إلى الطرائق الباقية والتي يظهرها الشكل (3-4)



شكل (3-4) يمثل متوسط مربعات الخطا للمعلمة الثانية وبحسب كل تجربة محاكاة

ومن الشكل أعلاه يتبين ان افضل قيمة في $\emptyset_{i2}$ وعلى مستوى (27) تجربة هي

($\emptyset_{212} = 1.52E\text{-}10$) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (21).

وعلى مستوى التجارب (54) فان التجارب كانت الافضل بحسب الاعداد الموضحة في الجدول التالي:

جدول (3-6) يمثل الطريقة الأفضل لتقدير المعلمات على مستوى (54) تجربة

الطريقة	m_1	m_2	m_3	m_4
التكرار الافضل	7	31	9	7
النسبة المئوية	0.12963	0.574074	0.166667	0.12963

من الجدول السابق نلاحظ انه على مستوى التجارب جميعها فان الطريقة (m2) اعطت تفوق

ما يعادل تقريبا (57%) اما (43%) الباقية فقد توزعت على الطرائق الباقية

(m1,m3,m4) وهذا يبين أن أفضل طريقة هي طريقة مقدر بيز المقلص عند دالة خسارة LINEX لأنها أعطت الأفضلية بنسبة (57%) في التجارب المنفذة.

أما تجارب تقدير دالة المعولية وفق طرائق التقدير المختلفة وبحسب القيم الافتراضية لمعلمتي

التوزيع وحجم العينة وقيم الزمن (t) ظهرت النتائج الخاصة بها والموضحة في الجداول و

الاشكال الآتية:

إذ يمثل الجدول الآتي (3-7) القيمة الحقيقية والمقدرة للمعولية مع الفرق الاقل والطريقة

الامثل لتجارب عندما (α=0.25):

الجدول (3-7) يمثل القيمة الحقيقية والمقدرة للمعولية مع الفرق الاقل والطريقة الامثل لتجارب عندما (α=0.25)

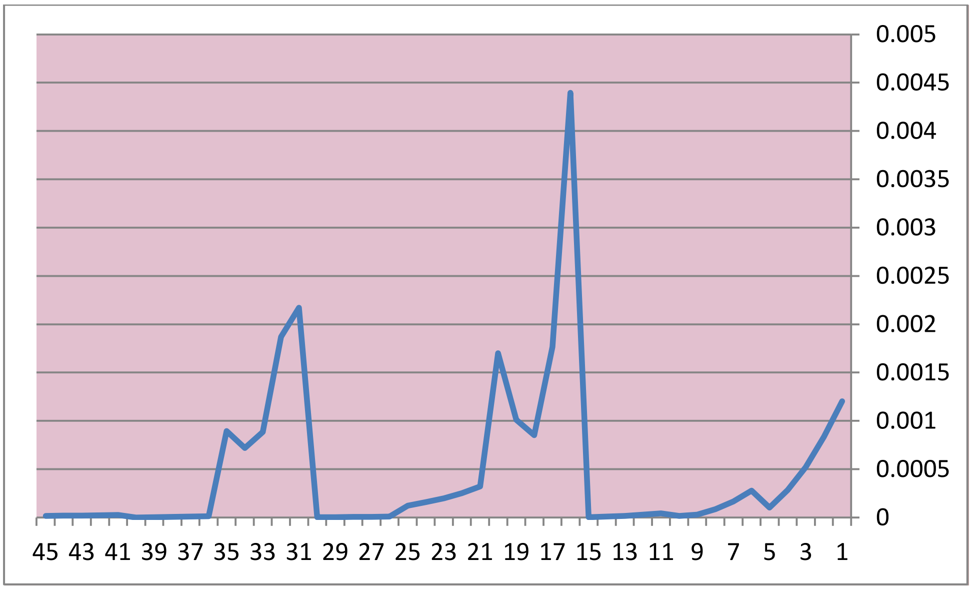
ii	φ_{i1}	R_{m_4}	R_{m_3}	R_{m_2}	R_{m_1}	R_t	t	n	λ	ت
4	0.001204	0.777034	0.769219	0.777131	0.772794	0.77583	0.1	25	0.5	1
2	0.000834	0.716852	0.710992	0.716451	0.713494	0.715617	0.2	25	0.5	2
2	0.000519	0.6802	0.675689	0.679489	0.677467	0.67897	0.3	25	0.5	3
2	0.000286	0.65385	0.650354	0.652918	0.651593	0.652632	0.4	25	0.5	4
2	0.000102	0.633324	0.630634	0.632223	0.631447	0.632121	0.5	25	0.5	5
2	0.00028	0.81914	0.819387	0.77555	0.8199	0.77583	0.1	100	0.5	6
2	0.000164	0.74952	0.749717	0.715454	0.750099	0.715617	0.2	100	0.5	7
2	8.65E-05	0.705784	0.70594	0.678883	0.706219	0.67897	0.3	100	0.5	8
2	2.97E-05	0.673961	0.674083	0.652603	0.674282	0.652632	0.4	100	0.5	9
2	1.49E-05	0.649028	0.649124	0.632135	0.649258	0.632121	0.5	100	0.5	10
2	4.37E-05	0.767203	0.767231	0.775873	0.767228	0.77583	0.1	150	0.5	11
2	2.77E-05	0.706459	0.706466	0.715645	0.706472	0.715617	0.2	150	0.5	12
2	1.7E-05	0.669653	0.669646	0.678987	0.669657	0.67897	0.3	150	0.5	13
2	9.04E-06	0.643267	0.643251	0.652641	0.643266	0.652632	0.4	150	0.5	14
2	2.79E-06	0.622753	0.622729	0.632123	0.622747	0.632121	0.5	150	0.5	15
2	0.004395	0.837158	0.837081	0.835467	0.84331	0.831071	0.1	25	1	16
3	0.001765	0.777838	0.777595	0.779308	0.782267	0.77583	0.2	25	1	17
4	0.000853	0.740218	0.739867	0.743824	0.743292	0.741071	0.3	25	1	18
1	0.001011	0.712602	0.712173	0.717793	0.714606	0.715617	0.4	25	1	19
2	0.001701	0.690801	0.690312	0.697239	0.691932	0.695537	0.5	25	1	20
2	0.00032	0.830448	0.830182	0.830752	0.830296	0.831071	0.1	100	1	21
2	0.000252	0.775222	0.775025	0.775578	0.775101	0.77583	0.2	100	1	22
2	0.000199	0.740491	0.740346	0.740872	0.740394	0.741071	0.3	100	1	23
2	0.000157	0.715063	0.71496	0.71546	0.714987	0.715617	0.4	100	1	24

2	0.000122	0.695007	0.694937	0.695415	0.694947	0.695537	0.5	100	1	25
2	8.21E-06	0.825558	0.825604	0.831063	0.825571	0.831071	0.1	150	1	26
2	6.38E-06	0.76971	0.769743	0.775823	0.769722	0.77583	0.2	150	1	27
2	4.95E-06	0.734702	0.734726	0.741066	0.734714	0.741071	0.3	150	1	28
2	3.83E-06	0.709121	0.709137	0.715613	0.709132	0.715617	0.4	150	1	29
2	2.91E-06	0.68897	0.68898	0.695535	0.688981	0.695537	0.5	150	1	30
2	0.00217	0.875319	0.866413	0.862433	0.872948	0.860263	0.1	25	1.5	31
2	0.00187	0.818579	0.810993	0.810754	0.816618	0.808884	0.2	25	1.5	32
3	0.000884	0.781221	0.774946	0.777421	0.779657	0.77583	0.3	25	1.5	33
1	0.00072	0.753264	0.748112	0.752675	0.752038	0.751318	0.4	25	1.5	34
4	0.000893	0.730921	0.726728	0.732971	0.729982	0.731814	0.5	25	1.5	35
2	1.29E-05	0.852283	0.852955	0.86025	0.852881	0.860263	0.1	100	1.5	36
2	8.32E-06	0.800232	0.800794	0.808876	0.800722	0.808884	0.2	100	1.5	37
2	4.81E-06	0.766979	0.767445	0.775825	0.767377	0.77583	0.3	100	1.5	38
2	2.03E-06	0.742411	0.7428	0.751316	0.742734	0.751318	0.4	100	1.5	39
2	2.55E-07	0.722911	0.723234	0.731814	0.723172	0.731814	0.5	100	1.5	40
2	2.6E-05	0.860701	0.860699	0.860288	0.860723	0.860263	0.1	150	1.5	41
2	2.31E-05	0.809409	0.809408	0.808907	0.809429	0.808884	0.2	150	1.5	42
2	2.02E-05	0.776399	0.776398	0.77585	0.776416	0.77583	0.3	150	1.5	43
2	1.78E-05	0.751916	0.751914	0.751335	0.751929	0.751318	0.4	150	1.5	44
2	1.57E-05	0.732431	0.73243	0.73183	0.732443	0.731814	0.5	150	1.5	45

بملاحظة الجدول (3-7) تبين ان التجارب المستخدمة (45) تجربة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى، المعلمة الثانية، حجم العينة وقيمة الزمن t) وللطرائق الاربع تبين ان المقدر الأفضل وبحسب قيمة (φ_{i1}) الأقل بالمقارنة ولكل تجربة محاكاة من التجارب المنفذة ومن الجدول ظهران المقدر الافضل لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.1) اما القيمة الافضل وهي $(\varphi_{11}$=0.001204) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (4) وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل معولية كانت (R_{m4}).اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.2) هي $(\varphi_{21}$=0.000834) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل معولية كانت (R_{m2}). اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.3) هي

(φ_{31}=0.000519) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل معولية كانت (R_{m2}). كذلك لحالة (t=0.4) و(t=0.5) وبنفس قيم (n=25، α=0.25، λ=0.5) فأن القيمة الأفضل هي على التوالي (φ_{41}=0.000286) و(φ_{51}=0.000102) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربتين فأن أفضل معولية كانت(R_{m2}).

وهكذا بالنسبة إلى الحالات الباقية والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-5) يمثل الفرق الأقل المطلق لدالة المعولية ولكل تجربة وفقاً (α=0.25)

ومن الشكل أعلاه يتبين ان افضل قيمة في φ_{i1} وعلى مستوى (45) تجربة هي (φ_{401} = 2.55E-07) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (40).

الجدول (3-8) يمثل القيمة الحقيقية والمقدرة للمعولية مع الفرق الاقل والطريقة الامثل لتجارب عندما (0.50)

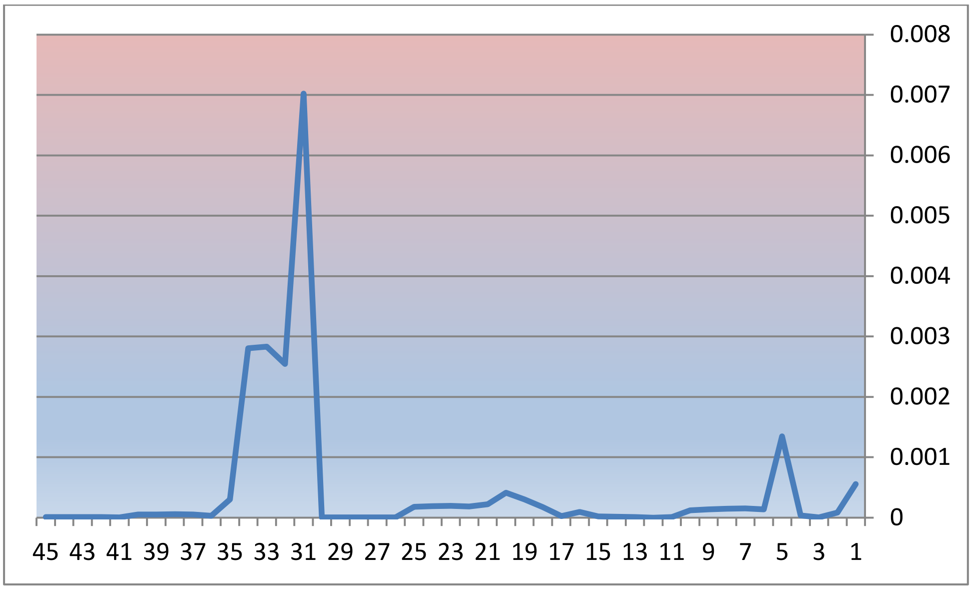
ii	φ_{i1}	R_{m_4}	R_{m_3}	R_{m_2}	R_{m_1}	R_t	t	n	λ	ت
2	0.000554	0.913774	0.914138	0.893676	0.916177	0.893122	0.1	25	0.5	1
4	8.24E-05	0.794177	0.822359	0.794877	0.825257	0.794259	0.2	25	0.5	2
3	5.41E-06	0.755607	0.725008	0.724378	0.758354	0.725003	0.3	25	0.5	3
2	3.36E-05	0.704433	0.672045	0.673044	0.706981	0.673078	0.4	25	0.5	4
2	0.001345	0.663529	0.662521	0.630776	0.665864	0.632121	0.5	25	0.5	5
1	0.000136	0.907309	0.906959	0.893259	0.893258	0.893122	0.1	100	0.5	6
2	0.000153	0.813943	0.813613	0.794413	0.813742	0.794259	0.2	100	0.5	7
2	0.000146	0.746664	0.746405	0.725149	0.746474	0.725003	0.3	100	0.5	8
2	0.000135	0.695488	0.695299	0.673213	0.695316	0.673078	0.4	100	0.5	9
2	0.000124	0.65475	0.65462	0.632244	0.654595	0.632121	0.5	100	0.5	10
2	1.09E-05	0.914046	0.914065	0.893133	0.914051	0.893122	0.1	150	0.5	11
2	1.21E-06	0.823704	0.823722	0.794261	0.823706	0.794259	0.2	150	0.5	12
2	7.36E-06	0.757631	0.757644	0.724995	0.757629	0.725003	0.3	150	0.5	13
2	1.39E-05	0.706983	0.706993	0.673064	0.706979	0.673078	0.4	150	0.5	14
2	1.9E-05	0.666466	0.666472	0.632102	0.66646	0.632121	0.5	150	0.5	15
2	9.58E-05	0.973915	0.971891	0.957767	0.97343	0.957671	0.1	25	1	16
2	2.57E-05	0.924645	0.921637	0.893096	0.923944	0.893122	0.2	25	1	17
2	0.000173	0.879308	0.876209	0.838729	0.878612	0.838902	0.3	25	1	18
2	0.000303	0.840119	0.837235	0.793956	0.8395	0.794259	0.4	25	1	19
2	0.000411	0.80626	0.803696	0.756472	0.805741	0.756883	0.5	25	1	20
3	0.00022	0.987591	0.957451	0.959798	0.957021	0.957671	0.1	100	1	21
2	0.000183	0.940394	0.940292	0.893305	0.940287	0.893122	0.2	100	1	22
2	0.000193	0.886615	0.886257	0.839095	0.886255	0.838902	0.3	100	1	23
2	0.000188	0.836636	0.836543	0.794447	0.836543	0.794259	0.4	100	1	24
2	0.000178	0.792215	0.792145	0.757061	0.792148	0.756883	0.5	100	1	25
2	1.82E-06	0.959962	0.959954	0.957669	0.959952	0.957671	0.1	150	1	26
2	2.82E-06	0.895392	0.895381	0.893119	0.895382	0.893122	0.2	150	1	27
2	3.16E-06	0.840352	0.840342	0.838899	0.840345	0.838902	0.3	150	1	28
2	3.25E-06	0.794801	0.794792	0.794256	0.794797	0.794259	0.4	150	1	29
2	3.23E-06	0.756583	0.756575	0.75688	0.756582	0.756883	0.5	150	1	30
3	0.007021	0.969626	0.986224	0.970694	0.971901	0.979204	0.1	25	1.5	31
2	0.002545	0.916637	0.915616	0.937885	0.920062	0.93534	0.2	25	1.5	32
2	0.002833	0.869353	0.868256	0.895955	0.872954	0.893122	0.3	25	1.5	33
2	0.002804	0.829099	0.828050	0.858595	0.832537	0.855791	0.4	25	1.5	34

3	0.0003	0.794641	0.822779	0.825721	0.797795	0.823079	0.5	25	1.5	35
2	3.07E-05	0.976266	0.976265	0.979234	0.976291	0.979204	0.1	100	1.5	36
2	5.09E-05	0.927999	0.928004	0.935391	0.928051	0.93534	0.2	100	1.5	37
2	5.55E-05	0.885027	0.88254	0.893178	0.882597	0.893122	0.3	100	1.5	38
2	5.39E-05	0.842845	0.842865	0.855845	0.842925	0.855791	0.4	100	1.5	39
2	4.99E-05	0.808393	0.808419	0.823129	0.80848	0.823079	0.5	100	1.5	40
2	5.81E-06	0.970203	0.979272	0.97921	0.970955	0.979204	0.1	150	1.5	41
2	9.17E-06	0.936289	0.936295	0.935349	0.936266	0.93534	0.2	150	1.5	42
2	9.54E-06	0.893814	0.89382	0.893132	0.893789	0.893122	0.3	150	1.5	43
2	8.79E-06	0.85611	0.856115	0.8558	0.856085	0.855791	0.4	150	1.5	44
2	7.64E-06	0.82301	0.823015	0.823086	0.822987	0.823079	0.5	150	1.5	45

بملاحظة الجدول (3-8) تبين ان التجارب المستخدمة (45) تجربة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى، المعلمة الثانية، حجم العينة وقيمة الزمن (t) وللطرائق الاربع تبين ان المقدر الأفضل وبحسب قيمة (φ_{i1}) الأقل بالمقارنة بين الطرائق الاربع ولكل تجربة محاكاة من التجارب المنفذة ومن الجدول تبين ان المقدر الافضل لحالة (α=0.50) و(λ=0.5) و (n=25) و(t=0.1) اما القيمة الافضل وهي (φ_{11}=0.000554) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل معولية كانت (R_{m2}).

اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.50) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.2) هي (φ_{21}= 8.24E-05) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (4) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل معولية كانت(R_{m4}). اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.50) و(λ=0.5) و (n=25) و(t=0.3) هي (φ_{31}= 5.41E-06) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (3) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل معولية كانت (R_{m3}). كذلك لحالة (t=0.4) و(t=0.5) وبنفس قيم (n=25، α=0.50، λ=0.5) فأن القيمة الأفضل هي على التوالي (φ_{41}= 3.36E-05) و(φ_{51}= 0.001345) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربتين فأن أفضل معولية كانت (R_{m2}).

وهكذا بالنسبة إلى الحالات الباقية والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-6) يمثل الفرق الأقل المطلق لدالة المعولية ولكل تجربة وفقاً (α=0.50)

ومن الشكل أعلاه يتبين ان افضل قيمة في φ_{i1} وعلى مستوى (45) تجربة هي

(φ_{431} = 9.54E-06) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (43).

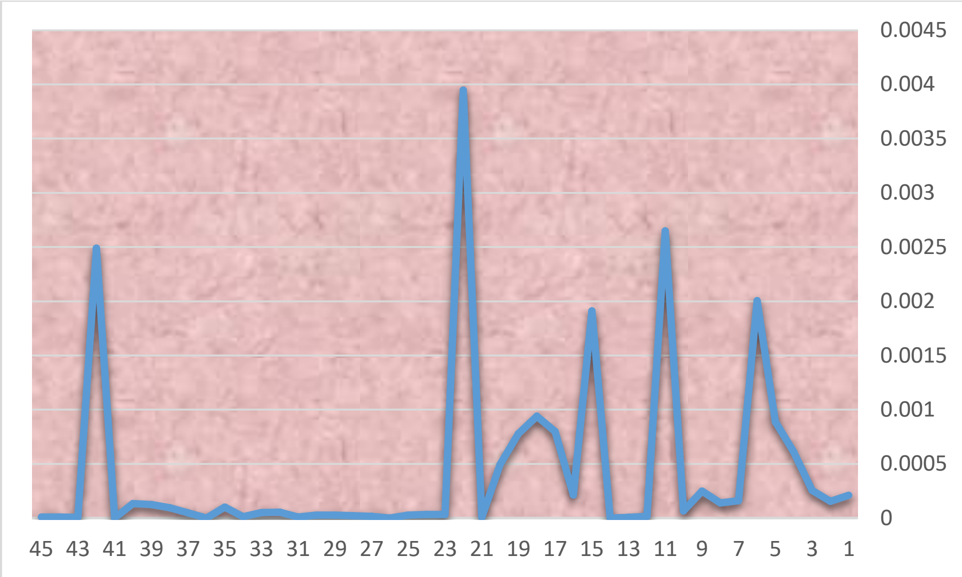
الجدول (9-3) يمثل القيمة الحقيقية والمقدرة للمعولية مع الفرق الاقل والطريقة الامثل لتجارب (α=0.75)

ii	φ_{i1}	R_{m_4}	R_{m_3}	R_{m_2}	R_{m_1}	R_t	t	n	λ	ت
1	0.00021	0.980133	0.979267	0.964361	0.964484	0.964694	0.1	25	0.5	1
2	0.000153	0.902742	0.90119	0.862902	0.90205	0.863055	0.2	25	0.5	2
2	0.000256	0.82084	0.819479	0.769606	0.820182	0.76935	0.3	25	0.5	3
2	0.000613	0.74989	0.748954	0.694003	0.749376	0.693389	0.4	25	0.5	4
2	0.000889	0.690359	0.689861	0.63301	0.690004	0.632121	0.5	25	0.5	5
3	0.002004	0.996668	0.966698	0.974801	0.996613	0.964694	0.1	100	0.5	6
2	0.000161	0.930674	0.930988	0.863216	0.930271	0.863055	0.2	100	0.5	7
2	0.000139	0.819411	0.819956	0.769489	0.818863	0.76935	0.3	100	0.5	8
4	0.000248	0.693142	0.713791	0.703492	0.71261	0.693389	0.4	100	0.5	9
2	6.67E-05	0.623897	0.624577	0.632187	0.623433	0.632121	0.5	100	0.5	10
3	0.002647	0.962039	0.962047	0.974707	0.962034	0.964694	0.1	150	0.5	11

2	1.48E-05	0.857014	0.857043	0.86307	0.85702	0.863055	0.2	150	0.5	12
2	7.46E-06	0.761879	0.761925	0.769357	0.761899	0.76935	0.3	150	0.5	13
2	2.77E-07	0.685406	0.685461	0.693389	0.685437	0.693389	0.4	150	0.5	14
4	0.00191	0.634031	0.624092	0.642114	0.624069	0.632121	0.5	150	0.5	15
2	0.000214	0.99562	0.995546	0.996601	0.995654	0.996388	0.1	25	1	16
2	0.000799	0.960161	0.959844	0.965493	0.96023	0.964694	0.2	25	1	17
2	0.00094	0.906996	0.906539	0.916096	0.907005	0.915156	0.3	25	1	18
2	0.000777	0.852308	0.851802	0.863833	0.852219	0.863055	0.4	25	1	19
2	0.000495	0.801481	0.800976	0.814455	0.801291	0.81396	0.5	25	1	20
2	5.92E-06	0.999896	0.999893	0.996382	0.999894	0.996388	0.1	100	1	21
3	0.003948	0.988723	0.968642	0.98467	0.988685	0.964694	0.2	100	1	22
2	3.21E-05	0.947781	0.947593	0.915124	0.947715	0.915156	0.3	100	1	23
2	3.19E-05	0.888575	0.888342	0.863023	0.888528	0.863055	0.4	100	1	24
2	2.79E-05	0.825061	0.824834	0.813932	0.825057	0.81396	0.5	100	1	25
2	2.97E-06	0.996271	0.996265	0.996385	0.99627	0.996388	0.1	150	1	26
2	1.44E-05	0.964229	0.964205	0.96468	0.964227	0.964694	0.2	150	1	27
2	2.26E-05	0.914548	0.914518	0.915133	0.914548	0.915156	0.3	150	1	28
2	2.67E-05	0.862463	0.862434	0.863028	0.862466	0.863055	0.4	150	1	29
2	2.83E-05	0.813456	0.813432	0.813932	0.813462	0.81396	0.5	150	1	30
2	8.45E-06	0.9994	0.999417	0.999519	0.999474	0.99951	0.1	25	1.5	31
2	5.4E-05	0.988817	0.988982	0.989296	0.989457	0.989242	0.2	25	1.5	32
2	5.02E-05	0.964952	0.9653	0.964744	0.966153	0.964694	0.3	25	1.5	33
2	1.11E-05	0.934216	0.934708	0.932432	0.93572	0.932443	0.4	25	1.5	34
2	0.000102	0.901301	0.901888	0.897563	0.902891	0.897665	0.5	25	1.5	35
2	4.92E-06	0.999749	0.999746	0.999506	0.999749	0.99951	0.1	100	1.5	36
2	4.86E-05	0.992593	0.99256	0.989193	0.992603	0.989242	0.2	100	1.5	37
2	9.58E-05	0.972926	0.97285	0.964598	0.972946	0.964694	0.3	100	1.5	38
2	0.000124	0.945145	0.945038	0.932319	0.94517	0.932443	0.4	100	1.5	39
2	0.000135	0.913876	0.91375	0.897531	0.913902	0.897665	0.5	100	1.5	40
2	2.76E-07	0.999667	0.999666	0.999511	0.999666	0.99951	0.1	150	1.5	41
3	0.002489	0.991742	0.991731	0.969245	0.98173	0.989242	0.2	150	1.5	42
2	6.52E-06	0.9714	0.971376	0.9647	0.971376	0.964694	0.3	150	1.5	43
2	9.16E-06	0.943496	0.943464	0.932452	0.943465	0.932443	0.4	150	1.5	44
2	1.08E-05	0.912533	0.912498	0.897676	0.912498	0.897665	0.5	150	1.5	45

بملاحظة الجدول (3-9) تبين ان التجارب المستخدمة (45) تجربة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى، المعلمة الثانية، حجم العينة وقيمة الزمن (t) وللطرائق الاربع تبين المقدر الأفضل وبحسب قيمة (φ_{i1}) الافضل بالمقارنة بين الطرائق الاربع ولكل تجربة محاكاة من التجارب المنفذة ومن الجدول تبين ان المقدر الافضل لحالة (α=0.75) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.1) اما القيمة الافضل وهي (φ_{11}= 0.00021) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (1) وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل معولية كانت (R_{m1}).اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.75) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.2) هي (φ_{21}= 0.000153) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل معولية كانت (R_{m2}). اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.75) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.3) هي (φ_{31}= 0.000256) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل معولية كانت (R_{m2}). كذلك لحالة (t=0.4) و(t=0.5) وبنفس قيم (n=25، α=0.75، λ=0.5) فأن القيمة الأفضل هي على التوالي (φ_{41}= 0.000613) و(φ_{51}= 0.000889) والتي تعود إلى المعولية المقدرة وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربتين فأن أفضل معولية كانت (R_{m2}).

وهكذا بالنسبة إلى الحالات الباقية والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-7) يمثل الفرق الأقل المطلق لكل مقدر لدالة المعولية ولكل تجربة وفقاً (α=0.75)

ومن الشكل أعلاه يتبين ان افضل قيمة في φ_{i1} وعلى مستوى (45) تجربة هي

($\varphi_{141} = 2.77E\text{-}07$) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (14).

الجدول (3-10) يمثل متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة والطريقة الاقل ولتجارب المحاكاة التي تتضمن (α=0.25)

ii	Min	MSE_4	MSE_3	MSE_2	MSE_1	t	n	λ	ت
4	1.45E-06	1.45E-06	4.37E-05	1.69E-06	9.22E-06	0.1	25	0.5	1
2	6.96E-07	1.53E-06	2.14E-05	6.96E-07	4.51E-06	0.2	25	0.5	2
2	2.7E-07	1.51E-06	1.08E-05	2.7E-07	2.26E-06	0.3	25	0.5	3
2	8.18E-08	1.48E-06	5.19E-06	8.18E-08	1.08E-06	0.4	25	0.5	4
2	1.05E-08	1.45E-06	2.21E-06	1.05E-08	4.53E-07	0.5	25	0.5	5
2	7.81E-08	0.001876	0.001897	7.81E-08	0.001942	0.1	100	0.5	6
2	2.67E-08	0.001149	0.001163	2.67E-08	0.001189	0.2	100	0.5	7
2	7.48E-09	0.000719	0.000727	7.48E-09	0.000743	0.3	100	0.5	8
2	8.81E-10	0.000455	0.00046	8.81E-10	0.000469	0.4	100	0.5	9
2	2.21E-10	0.000286	0.000289	2.21E-10	0.000294	0.5	100	0.5	10
2	1.91E-09	7.44E-05	7.39E-05	1.91E-09	7.4E-05	0.1	150	0.5	11
2	7.69E-10	8.39E-05	8.37E-05	7.69E-10	8.36E-05	0.2	150	0.5	12
2	2.89E-10	8.68E-05	8.69E-05	2.89E-10	8.67E-05	0.3	150	0.5	13

2	8.18E-11	8.77E-05	8.8E-05	8.18E-11	8.77E-05	0.4	150	0.5	14
2	7.79E-12	8.77E-05	8.82E-05	7.79E-12	8.79E-05	0.5	150	0.5	15
2	1.93E-05	3.7E-05	3.61E-05	1.93E-05	0.00015	0.1	25	1	16
3	3.12E-06	4.03E-06	3.12E-06	1.21E-05	4.14E-05	0.2	25	1	17
4	7.27E-07	7.27E-07	1.45E-06	7.58E-06	4.94E-06	0.3	25	1	18
1	1.02E-06	9.09E-06	1.19E-05	4.73E-06	1.02E-06	0.4	25	1	19
2	2.89E-06	2.24E-05	2.73E-05	2.89E-06	1.3E-05	0.5	25	1	20
2	1.02E-07	3.89E-07	7.92E-07	1.02E-07	6.02E-07	0.1	100	1	21
2	6.34E-08	3.69E-07	6.47E-07	6.34E-08	5.3E-07	0.2	100	1	22
2	3.95E-08	3.37E-07	5.25E-07	3.95E-08	4.57E-07	0.3	100	1	23
2	2.46E-08	3.07E-07	4.32E-07	2.46E-08	3.97E-07	0.4	100	1	24
2	1.5E-08	2.81E-07	3.6E-07	1.5E-08	3.49E-07	0.5	100	1	25
2	6.74E-11	3.04E-05	2.99E-05	6.74E-11	3.03E-05	0.1	150	1	26
2	4.07E-11	3.74E-05	3.7E-05	4.07E-11	3.73E-05	0.2	150	1	27
2	2.46E-11	4.06E-05	4.03E-05	2.46E-11	4.04E-05	0.3	150	1	28
2	1.47E-11	4.22E-05	4.2E-05	1.47E-11	4.21E-05	0.4	150	1	29
2	8.47E-12	4.31E-05	4.3E-05	8.47E-12	4.3E-05	0.5	150	1	30
2	4.71E-06	0.000227	3.78E-05	4.71E-06	0.000161	0.1	25	1.5	31
2	3.5E-06	9.4E-05	4.45E-06	3.5E-06	5.98E-05	0.2	25	1.5	32
3	7.82E-07	2.91E-05	7.82E-07	2.53E-06	1.46E-05	0.3	25	1.5	33
1	5.18E-07	3.79E-06	1.03E-05	1.84E-06	5.18E-07	0.4	25	1.5	34
4	7.98E-07	7.98E-07	2.59E-05	1.34E-06	3.36E-06	0.5	25	1.5	35
2	1.65E-10	6.37E-05	5.34E-05	1.65E-10	5.45E-05	0.1	100	1.5	36
2	6.93E-11	7.49E-05	6.54E-05	6.93E-11	6.66E-05	0.2	100	1.5	37
2	2.31E-11	7.83E-05	7.03E-05	2.31E-11	7.15E-05	0.3	100	1.5	38
2	4.11E-12	7.93E-05	7.26E-05	4.11E-12	7.37E-05	0.4	100	1.5	39
2	6.51E-14	7.93E-05	7.36E-05	6.51E-14	7.47E-05	0.5	100	1.5	40
2	6.75E-10	1.92E-07	1.9E-07	6.75E-10	2.13E-07	0.1	150	1.5	41
2	5.31E-10	2.76E-07	2.74E-07	5.31E-10	2.97E-07	0.2	150	1.5	42
2	4.08E-10	3.25E-07	3.23E-07	4.08E-10	3.44E-07	0.3	150	1.5	43
2	3.15E-10	3.57E-07	3.56E-07	3.15E-10	3.74E-07	0.4	150	1.5	44
2	2.45E-10	3.81E-07	3.8E-07	2.45E-10	3.96E-07	0.5	150	1.5	45

بملاحظة الجدول السابق يتبين لنا ان التجارب المستخدمة (45) تجربة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى، المعلمة الثانية، حجم العينة وقيمة الزمن (t) وللطرائق الاربع تبين ان متوسط مربعات الخطأ الأفضل لدالة المعولية وبحسب قيمة (Min) الافضل بالمقارنة بين الطرائق الاربع ولكل تجربة محاكاة من التجارب المنفذة ومن الجدول تبين ان متوسط مربعات الخطأ للمعولية الافضل لحالة

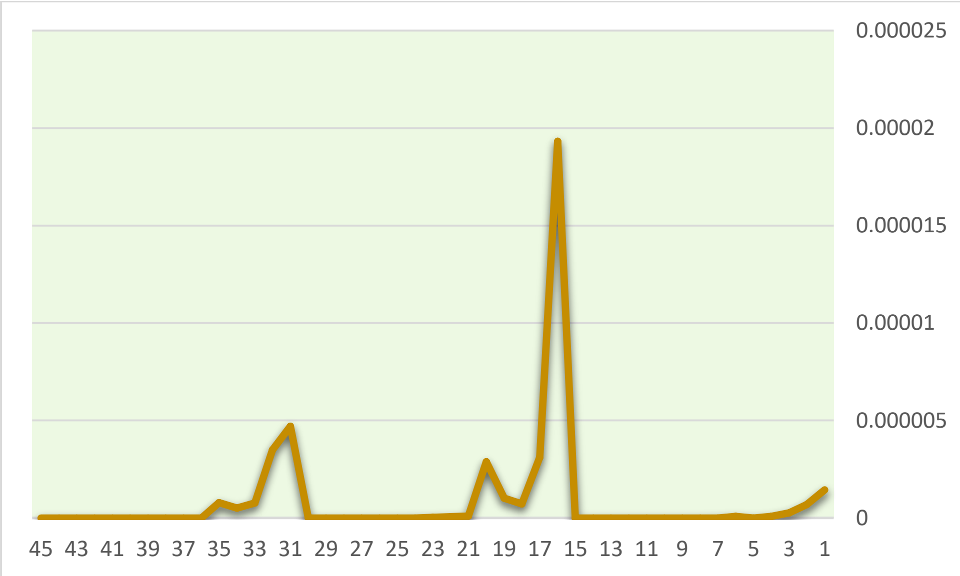
(α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.1) اما القيمة الافضل وهي (Min=1.45E-06) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (4) والتي هي طريقة مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة تربيعية باستعمال تقريب ليندلي وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_4)

اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.2) هي (Min=6.96E-07) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (2) والتي هي طريقة مقدر التقلص البيزي تحت دالة خسارة LINEX وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_2)

اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.25) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.3) هي (Min=2.7E-07) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_2)

كذلك لحالة (t=0.4) و(t=0.5) وبنفس قيم (n=25، α=0.25، λ=0.5) فأن القيمة الأفضل هي على التوالي (Min=8.18E-08) و(Min=1.05E-08) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربتين فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_2).

وهكذا بالنسبة إلى الحالات الباقية والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-8) يمثل متوسط مربعات الخطأ الأقل لدالة المعولية ولكل تجربة وفقاً (α=0.25)

ومن الشكل أعلاه يتبين ان أفضل قيمة في (Min) وعلى مستوى (45) تجربة هي (Min=6.51E-14) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (40).

الجدول (3-11) يمثل متوسط مربعات الخطا لكل طريقة والطريقة الاقل ولتجارب المحاكاة التي تتضمن (α=0.25)

ت	λ	n	t	MSE_1	MSE_2	MSE_3	MSE_4	Min	ii
1	0.5	25	0.1	0.000532	3.07E-07	0.000442	0.000427	3.07E-07	2
2	0.5	25	0.2	0.000961	6.79E-05	0.00079	8.61E-08	8.61E-08	4
3	0.5	25	0.3	0.001112	0.00039	8.82E-06	0.000937	8.82E-06	3
4	0.5	25	0.4	0.001149	1.07E-06	0.000936	0.000983	1.07E-06	2
5	0.5	25	0.5	0.001139	1.81E-06	0.000924	0.000986	1.81E-06	2
6	0.5	100	0.1	2.18E-07	1.88E-05	0.000191	0.000201	2.18E-07	1
7	0.5	100	0.2	0.00038	2.35E-08	0.000375	0.000387	2.35E-08	2
8	0.5	100	0.3	0.000461	2.13E-08	0.000458	0.000469	2.13E-08	2
9	0.5	100	0.4	0.000495	1.82E-08	0.000494	0.000502	1.82E-08	2
10	0.5	100	0.5	0.000505	1.53E-08	0.000506	0.000512	1.53E-08	2
11	0.5	150	0.1	0.000438	1.18E-10	0.000439	0.000438	1.18E-10	2

2	1.47E-12	0.000867	0.000868	1.47E-12	0.000867	0.2	150	0.5	12
2	5.42E-11	0.001065	0.001065	5.42E-11	0.001064	0.3	150	0.5	13
2	1.94E-10	0.00115	0.00115	1.94E-10	0.001149	0.4	150	0.5	14
2	3.6E-10	0.00118	0.00118	3.6E-10	0.001179	0.5	150	0.5	15
2	9.17E-09	0.000264	0.000202	9.17E-09	0.000248	0.1	25	1	16
2	6.59E-10	0.000994	0.000813	6.59E-10	0.00095	0.2	25	1	17
2	3E-08	0.001633	0.001392	3E-08	0.001577	0.3	25	1	18
2	9.17E-08	0.002103	0.001847	9.17E-08	0.002047	0.4	25	1	19
2	1.69E-07	0.002438	0.002191	1.69E-07	0.002387	0.5	25	1	20
3	2.47E-07	0.000895	2.47E-07	1.63E-05	0.000892	0.1	100	1	21
2	3.34E-08	0.002235	0.002225	3.34E-08	0.002225	0.2	100	1	22
2	3.71E-08	0.002277	0.002266	3.71E-08	0.002266	0.3	100	1	23
2	3.52E-08	0.001796	0.001788	3.52E-08	0.001788	0.4	100	1	24
2	3.15E-08	0.001248	0.001243	3.15E-08	0.001244	0.5	100	1	25
2	3.33E-12	5.25E-06	5.21E-06	3.33E-12	5.21E-06	0.1	150	1	26
2	7.97E-12	5.15E-06	5.1E-06	7.97E-12	5.11E-06	0.2	150	1	27
2	9.99E-12	2.1E-06	2.07E-06	9.99E-12	2.08E-06	0.3	150	1	28
2	1.06E-11	2.93E-07	2.84E-07	1.06E-11	2.89E-07	0.4	150	1	29
2	1.05E-11	9.04E-08	9.5E-08	1.05E-11	9.08E-08	0.5	150	1	30
3	4.62E-08	9.17E-05	4.62E-08	0.000222	5.33E-05	0.1	25	1.5	31
2	6.48E-06	0.00035	0.000389	6.48E-06	0.000233	0.2	25	1.5	32
2	8.03E-06	0.000565	0.000618	8.03E-06	0.000407	0.3	25	1.5	33
2	7.86E-06	0.000712	0.000771	7.86E-06	0.000541	0.4	25	1.5	34
3	7.37E-06	0.000809	7.37E-06	0.000698	0.000639	0.5	25	1.5	35
2	9.43E-10	8.63E-06	8.64E-06	9.43E-10	8.48E-06	0.1	100	1.5	36
2	2.59E-09	5.39E-05	5.38E-05	2.59E-09	5.31E-05	0.2	100	1.5	37
2	3.08E-09	0.000112	0.000112	3.08E-09	0.000111	0.3	100	1.5	38
2	2.91E-09	0.000168	0.000167	2.91E-09	0.000166	0.4	100	1.5	39
2	2.49E-09	0.000216	0.000215	2.49E-09	0.000213	0.5	100	1.5	40
2	3.37E-11	5.84E-07	5.9E-07	3.37E-11	5.64E-07	0.1	150	1.5	41
2	8.41E-11	9E-07	9.11E-07	8.41E-11	8.57E-07	0.2	150	1.5	42
2	9.1E-11	4.79E-07	4.87E-07	9.1E-11	4.45E-07	0.3	150	1.5	43
2	7.73E-11	1.02E-07	1.05E-07	7.73E-11	8.62E-08	0.4	150	1.5	44
2	5.84E-11	4.7E-09	4.11E-09	5.84E-11	8.44E-09	0.5	150	1.5	45

بملاحظة الجدول (3-11) تبين ان التجارب المستخدمة هي (45) تجربة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى، المعلمة الثانية، حجم العينة وقيمة الزمن t) وللطرائق الاربع تبين ان متوسط مربعات الخطأ الأفضل لدالة المعولية وبحسب قيمة (Min) الافضل بالمقارنة بين الطرائق الاربع ولكل تجربة محاكاة من التجارب المنفذة ومن الجدول تبين ان متوسط مربعات الخطأ للمعولية الافضل لحالة

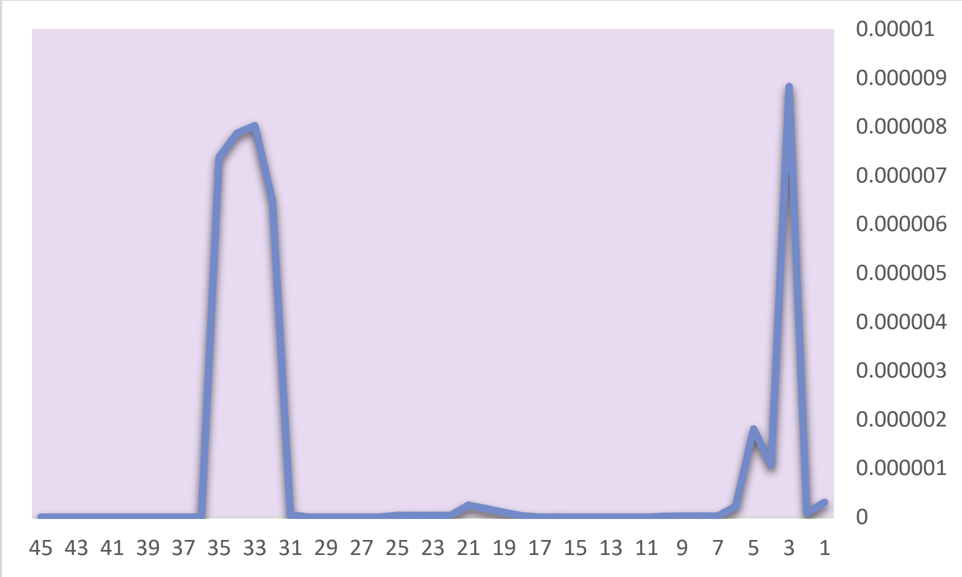
(α=0.50) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.1) اما القيمة الافضل وهي (Min=3.07E-07) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_2)

اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.50) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.2) هي (Min=8.61E-08) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (4) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_4)

اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.50) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.3) هي (Min=8.82E-06) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (3) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_3)

كذلك لحالة (t=0.4) و(t=0.5) وبنفس قيم (n=25، α=0.50، λ=0.5) فأن القيمة الأفضل هي على التوالي (Min=1.07E-06) و(Min=1.81E-06) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربتين فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_2).

وهكذا بالنسبة إلى الحالات الباقية والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-9) يمثل متوسط مربعات الخطأ الأقل لدالة المعولية ولكل تجربة وفقاً (α=0.50)

ومن الشكل أعلاه تبين ان أفضل قيمة في (Min) وعلى مستوى (45) تجربة هي (Min=9.99E-12) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (28).

الجدول الآتي (3-12) يمثل متوسط مربعات الخطا لكل طريقة والطريقة الاقل ولتجارب المحاكاة التي تتضمن (α=0.75):

i	Min	MSE_4	MSE_3	MSE_2	MSE_1	t	n	λ	ت
1	7.31E-06	2.38E-04	2.12E-04	1.11E-03	7.31E-06	0.1	25	0.5	1
2	2.34E-08	1.58E-03	1.45E-03	2.34E-08	1.52E-03	0.2	25	0.5	2
2	6.55E-08	2.65E-03	2.51E-03	6.55E-08	2.58E-03	0.3	25	0.5	3
2	3.76E-07	3.19E-03	3.09E-03	3.76E-07	3.13E-03	0.4	25	0.5	4
2	7.91E-07	3.39E-03	3.33E-03	7.91E-07	3.35E-03	0.5	25	0.5	5
3	2.43E-05	1.02E-03	2.43E-05	1.14E-04	1.02E-03	0.1	100	0.5	6
2	2.60E-08	4.57E-03	4.61E-03	2.60E-08	4.52E-03	0.2	100	0.5	7
2	1.93E-08	2.51E-03	2.56E-03	1.93E-08	2.45E-03	0.3	100	0.5	8
4	1.52E-07	1.52E-07	4.16E-04	1.04E-04	3.69E-04	0.4	100	0.5	9
2	4.46E-09	6.76E-05	5.69E-05	4.46E-09	7.55E-05	0.5	100	0.5	10
3	7.01E-07	7.05E-06	7.01E-07	1.66E-06	7.08E-06	0.1	150	0.5	11
2	2.18E-10	3.65E-05	3.61E-05	2.18E-10	3.64E-05	0.2	150	0.5	12
2	5.57E-11	5.58E-05	5.51E-05	5.57E-11	5.55E-05	0.3	150	0.5	13
2	7.66E-14	6.37E-05	6.29E-05	7.66E-14	6.32E-05	0.4	150	0.5	14
4	4.49E-07	4.49E-07	6.45E-05	4.61E-06	6.48E-05	0.5	150	0.5	15
2	4.57E-08	5.89E-07	7.09E-07	4.57E-08	5.39E-07	0.1	25	1	16
2	6.39E-07	2.06E-05	2.35E-05	6.39E-07	1.99E-05	0.2	25	1	17
2	8.83E-07	6.66E-05	7.43E-05	8.83E-07	6.64E-05	0.3	25	1	18
2	6.04E-07	1.16E-04	1.27E-04	6.04E-07	1.17E-04	0.4	25	1	19
2	2.45E-07	1.56E-04	1.69E-04	2.45E-07	1.60E-04	0.5	25	1	20
2	3.50E-11	1.23E-05	1.23E-05	3.25E-11	1.23E-05	0.1	100	1	21
3	4.85E-07	5.77E-04	4.85E-07	5.81E-05	5.76E-04	0.2	100	1	22
2	1.03E-09	1.06E-03	1.05E-03	1.03E-09	1.06E-03	0.3	100	1	23
2	1.02E-09	6.51E-04	6.39E-04	1.02E-09	6.49E-04	0.4	100	1	24
2	7.77E-10	1.23E-04	1.18E-04	7.77E-10	1.23E-04	0.5	100	1	25
2	8.83E-12	1.36E-08	1.51E-08	8.83E-12	1.38E-08	0.1	150	1	26
2	2.08E-10	2.17E-07	2.39E-07	2.08E-10	2.18E-07	0.2	150	1	27
2	5.13E-10	3.70E-07	4.08E-07	5.13E-10	3.70E-07	0.3	150	1	28
2	7.15E-10	3.51E-07	3.86E-07	7.15E-10	3.47E-07	0.4	150	1	29
2	8.01E-10	2.54E-07	2.79E-07	8.01E-10	2.48E-07	0.5	150	1	30
2	7.14E-11	1.21E-08	8.68E-09	7.14E-11	1.30E-09	0.1	25	1.5	31
2	2.92E-09	1.80E-07	6.73E-08	2.92E-09	4.64E-08	0.2	25	1.5	32
2	2.52E-09	6.64E-08	3.68E-07	2.52E-09	2.13E-06	0.3	25	1.5	33
2	1.24E-10	3.14E-06	5.13E-06	1.24E-10	1.07E-05	0.4	25	1.5	34

2	1.05E-08	1.32E-05	1.78E-05	1.05E-08	2.73E-05	0.5	25	1.5	35
2	2.42E-11	5.67E-08	5.56E-08	2.42E-11	5.71E-08	0.1	100	1.5	36
2	2.36E-09	1.12E-05	1.10E-05	2.36E-09	1.13E-05	0.2	100	1.5	37
2	9.17E-09	6.78E-05	6.65E-05	9.17E-09	6.81E-05	0.3	100	1.5	38
2	1.53E-08	1.61E-04	1.59E-04	1.53E-08	1.62E-04	0.4	100	1.5	39
2	1.82E-08	2.63E-04	2.59E-04	1.82E-08	2.64E-04	0.5	100	1.5	40
2	7.63E-14	2.44E-08	2.41E-08	7.63E-14	2.41E-08	0.1	150	1.5	41
3	6.20E-08	6.25E-06	6.20E-08	9.19E-07	6.19E-06	0.2	150	1.5	42
2	4.25E-11	4.50E-05	4.47E-05	4.25E-11	4.47E-05	0.3	150	1.5	43
2	8.39E-11	1.22E-04	1.21E-04	8.39E-11	1.21E-04	0.4	150	1.5	44
2	1.18E-10	2.21E-04	2.20E-04	1.18E-10	2.20E-04	0.5	150	1.5	45

بملاحظة الجدول السابق (3-12) تبين ان التجارب ال (45) المختلفة وبحسب كل من (قيمة المعلمة الاولى، المعلمة الثانية، حجم العينة وقيمة الزمن t) وللطرائق الاربع تبين ان متوسط مربعات الخطأ الأفضل لدالة المعولية وبحسب قيمة (Min) الافضل بالمقارنة بين الطرائق الاربع ولكل تجربة محاكاة من التجارب المنفذة ومن الجدول تبين ان متوسط مربعات الخطأ للمعولية الافضل لحالة

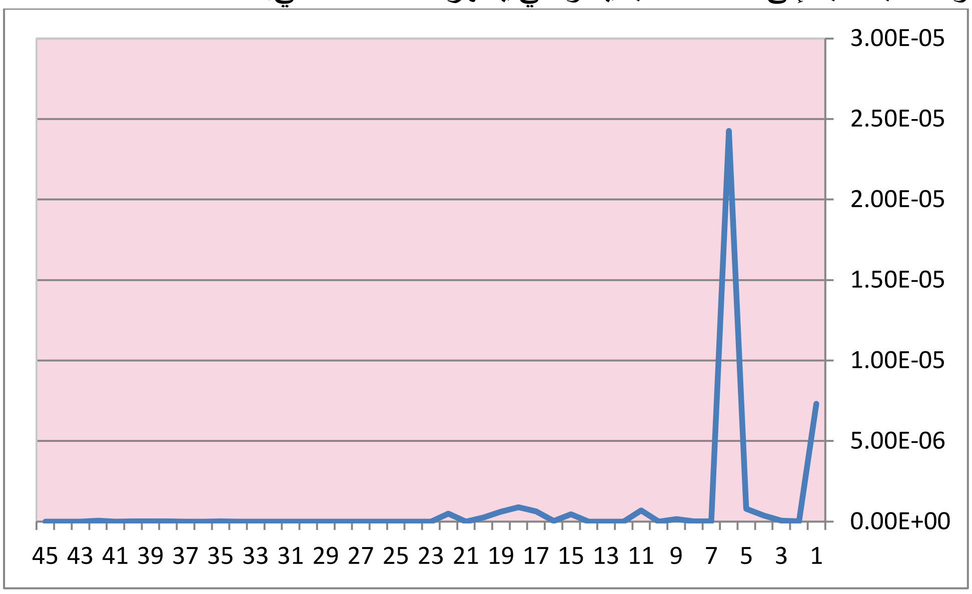
(α=0.75) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.1) اما القيمة الأفضل والاقل وهي (Min=7.31E-06) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (1) وهذا معناه انه لهذه التجربة فان افضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_1)

اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.75) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.2) هي (Min=2.34E-08) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_2)

اما القيمة الأفضل لحالة (α=0.75) و(λ=0.5) و(n=25) و(t=0.3) هي (Min=6.55E-08) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربة فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_2)

كذلك لحالة (t=0.4) و(t=0.5) وبنفس قيم (n=25، α=0.75، λ=0.5) فأن القيمة الأفضل هي على التوالي (Min=3.76E-07) و(Min=7.91E-07) والتي تعود إلى متوسط مربعات الخطأ للمعولية وفق الطريقة (2) وهذا معناه انه لهذه التجربتين فأن أفضل متوسط مربعات الخطأ للمعولية كان (MSE_2).

وهكذا بالنسبة إلى الحالات الباقية والتي يظهرها الشكل الآتي:



شكل (3-10) يمثل متوسط مربعات الخطأ الأقل لدالة المعولية ولكل تجربة وفقاً (α=0.75):

ومن الشكل أعلاه تبين ان أفضل قيمة في (Min) وعلى مستوى (45) تجربة هي (Min=7.63E-14) والتي تعود إلى الطريقة (2) لتجربة (41).

وعلى مستوى التجارب (135) فان التجارب كانت الافضل بحسب الاعداد الموضحة في الجدول التالي:

جدول (3-13) يمثل الطريقة الأفضل لتقدير دالة المعولية على مستوى (135) تجربة

الطريقة	m_1	m_2	m_3	m_4
التكرار الافضل	4	115	10	6
النسبة المئويه	0.02963	0.851852	0.074074	0.044444

من الجدول السابق نلاحظ انه على مستوى التجارب جميعها فان الطريقة (m2) اعطى تفوق ما يعادل تقريبا (85%) اما (15%) الباقية فقد توزعت على الطرائق الباقية (m1,m3,m4) وهذا يبين أن أفضل طريقة هي طريقة مقدر بيز المقلص بأخذ دالة خسارة LINEX لأنها أعطت الأفضلية بنسبة (85%) في التجارب المنفذة.

الفصل الرابع

الجانب التطبيقي

4-1تمهيد: Preface

تم في هذا الفصل تطبيق توزيع فريجت عملياً على البيانات الحقيقة التي تمثل أوقات الاشتغال لحين العطل لجهاز الري بالرش المحوري فضلاً عن إيجاد مقدرات معلمات التوزيع ودالة المعولية بالاعتماد على طرائق بيز المقلصة وبالخصوص الطريقة الأفضل التي بينتها نتائج تجربة المحاكاة.

4-2 نبذة عن جهاز الرى بالرش المحورى:

يعرف الري بالرش المحوري عبارة عن نظام مناسب للري الزراعي إذ يتم إعطاء الأرض المياه بصورة رذاذ يتناسب حجمه مع نوع التربة، حيث يتطلب القليل من العمال والصيانة وهو سهل التشغيل، إذ يلائم العديد من الظروف الحقلية فهو يصلح لري معظم المحاصيل الزراعية، ويمكن استعماله تحت معظم الظروف المناخية وكذلك يمكن إضافة الأسمدة والمواد الكيميائية بواسطته. يتكون الجهاز المحوري من خط أنابيب يحتوي على رشاشات ومثبت من أحد طرفيه يسمى الطرف المثبت بنقطة المحور والطرف الآخر يسمى بالنهاية الطرفية، تكون نقطة المحور عبارة عن قاعدة خرسانية مثبت عليها المحور.

يرتفع خط الرشاشات عن الأرض ثلاثة أمتار، حيث يكون هذا الخط محمولاً بالأبراج التي يبعد كل واحد عن الآخر مسافة تتراوح (25 - 75) متر على طول خط الأنبوب، بينما تركب الأبراج على عجلات وتدار الأبراج بواسطة محرك كهربائي صغير الحجم يركب على كل برج لإدارة العجلتين المحمول عليها البرج وذلك في حالة الأجهزة التي تدار كهربائياً وهي الأكثر انتشاراً.

4-3 البيانات الحقيقية: Real Data

سيتم أخذ عينة عشوائية بحجم (100) جهاز لبيانات حقيقية تمثل أوقات الاشتغال لحين العطل لجهاز الري بالرش المحوري المستعمل في محافظة كربلاء بقضاء عين التمر لري المحاصيل الزراعية، إذ حصلنا على هذه البيانات بمساعدة فريق مشروع تقنيات الري والمكننة الحديثة ولكي يتم استعمال الجهاز بالشكل الأمثل والصحيح لابد الاخذ بنظر الاعتبار التكلفة والصيانة والتشغيل للجهاز المحوري، إذ يتطلب قياس موثوقية أنظمة الري بالرش ولاسيما جهاز الري بالرش المحوري من أجل الوقوف على كفاءة الجهاز وتزويد المزارعين والجهات ذات العلاقة بمعلومات وافية وكافية عن كفاءته ليستفيدوا منها، وذلك نظراً لساعات التشغيل الطويلة في الموسم يجب ان يكون الجهاز موثوقاً به ويمكن الاعتماد عليه، إذ ان توقف الجهاز (عطله) لعدة أيام في مدة أقصى احتياجات المحصول للمياه قد يؤدي إلى ضياع المحصول او انخفاض الإنتاج بدرجة كبيرة.

حيث انبثقت فكرة استعمال هذه البيانات لأهمية الزراعة كونها تعد عنصراً اساسياً في النمو الاقتصادي والأمن الزراعي، اذ اتسعت الرقعة الزراعية توسعاً كبيراً في السنوات الأخيرة في مجال الزراعة ولاسيما زراعة القمح في المناطق الجافة في العراق ولاسيما في محافظة كربلاء بقضاء عين التمر، وقد صاحب هذا التوسع الكبير والسريع في آن واحد استعمال نظم الري الحديثة، أذ كان نظام الري بالرش المحوري من أهم هذه الأنظمة انتشاراً، حيث يتم بواسطته إضافة كميات كبيرة من مياه الري إلى مساحات كبيرة من الأراضي.

وعلى حد علم الباحث أن نقل مثل هكذا معلومات فما يخص موثوقية أنظمة الري للمزارعين والجهات ذات العلاقة لا تحظى بالاهتمام الكاف. وأن هذه ثاني محاولة على حد علم الباحث تناولت هذا الجانب. والجدول (4-1) يمثل البيانات الحقيقة

4-4 تحليل البيانات: Data Analysis

تم تنفيذ الجانب التطبيقي على البيانات الحقيقية والتي تمثل بأوقات الاشتغال لحين العطل لجهاز الري بالرش المحوري وتكون هذه البيانات مقاسة بالأشهر تم الحصول عليها بمساعدة فريق مشروع تقنيات الري والمكننة الحديثة، إذ يبلغ حجم العينة (n=100) جهاز، والجدول الآتي يبين البيانات الحقيقية قيد الدراسة.

جدول (4-1) يمثل أوقات الاشتغال لحين العطل لجهاز الري بالرش المحوري مقاسة بالأشهر

No.	Ti	No.	ti	No.	ti	No.	ti	No.	Ti	No.	ti	No.	ti	No.	ti	No.	Ti	No.	ti
1	0.1	11	1.6	21	2.2	31	2.5	41	2.8	51	3.1	61	3.4	71	3.8	81	4.2	91	5
2	0.3	12	1.6	22	2.2	32	2.5	42	2.8	52	3.1	62	3.5	72	3.8	82	4.3	92	5.2
3	0.3	13	1.7	23	2.3	33	2.5	43	2.8	53	3.2	63	3.5	73	3.9	83	4.4	93	5.3
4	0.6	14	1.7	24	2.3	34	2.5	44	2.9	54	3.3	64	3.5	74	4	84	4.5	94	5.5
5	1.1	15	1.8	25	2.3	35	2.6	45	2.9	55	3.3	65	3.6	75	4	85	4.5	95	6
6	1.3	16	1.8	26	2.3	36	2.6	46	3	56	3.3	66	3.6	76	4	86	4.6	96	6.2
7	1.4	17	1.8	27	2.3	37	2.6	47	3	57	3.4	67	3.6	77	4	87	4.7	97	6.3
8	1.4	18	1.9	28	2.4	38	2.6	48	3	58	3.4	68	3.6	78	4	88	4.8	98	7
9	1.5	19	2	29	2.4	39	2.6	49	3	59	3.4	69	3.6	79	4	89	4.8	99	7.2
10	1.5	20	2	30	2.4	40	2.7	50	3.1	60	3.4	70	3.6	80	4.2	90	4.9	100	8

4-5 اختبار حسن المطابقة للبيانات: Goodness of fit Test

للتأكد من أن البيانات الموضحة في الجدول (4-1) تتبع توزيع فريجت Frechet distribution تم استعمال اختبار Chi- Square واختبار Kolmogorov-Smirnov لملائمة البيانات للتوزيع وبحسب الفرضية الآتية:

H_0: The data have the Frechet distribution

H_1: The data have not the Frechet distribution

ولاختبار هذه الفرضية سوف نحسب إحصاءه ($\chi^2{}_c$) اختبار Chi- Square والذي صيغته مذكورة سابقاً في الفصل الثاني في المعادلة رقم (2-86) واختبار Kolmogorov-Smirnov وكالآتي:

$$\chi^2{}_c = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - \mathrm{E}_i)^2}{\mathrm{E}_i} \sim \chi^2{}_{(k-1)}$$

حيث تم احتساب اختبارات حسن المطابقة في برنامج الماتلاب (Matlab) وكانت نتائج الاختبارات كما في الجدول (4-2)

جدول (4-2) يمثل اختبارا حسن المطابقة

Test	Kolmogorov-Smirnov	Chi-Squared	$\chi^2{}_t$
Statistic	0.04239	0.72123	5.99
P-Value	0.96802	0.98234	

نلاحظ من الجدول (4-2) ما يأتي:

1- أن قيمة إحصاءه اختبار كاي سكوير $\chi^2{}_c$ المحسوبة لتوزيع فريجت ثنائي المعلمة والبالغة (0.72123) أقل من قيمة $\chi^2{}_t$ الجدولية بمستوى معنوية 5% ودرجة حرية (3) والبالغة (5.99) وكذلك قيمة إحصاءه اختبار Kolmogorov-Smirnov والبالغة (0.04239) أقل من مستوى المعنوية 5% وهذا يدل على عدم رفض فرضية العدم التي تبين ان البيانات الحقيقية تسلك توزيع فريجت ثنائي المعلمة.

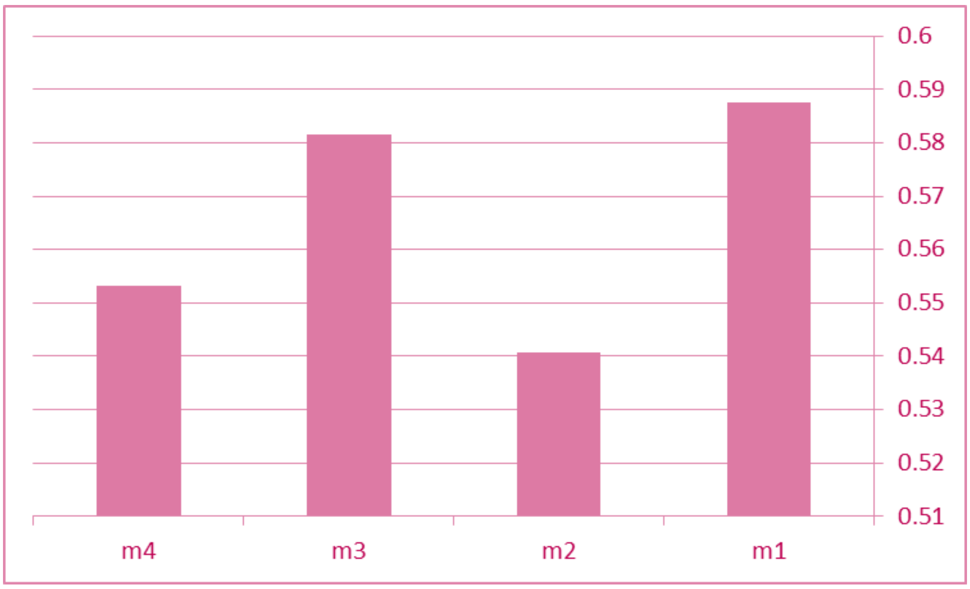
2- أن قيمة P-Value لكلا الاختبارين والبالغة على التوالي (0.96802) و (0.98234) كلاهما أكبر من مستوى المعنوية 5% وهذا يعني عدم رفض فرضية العدم أي أن البيانات الحقيقية تسلك توزيع فريجت ثنائي المعلمة.

4-6 تطبيق طرائق التقدير على البيانات الحقيقية:

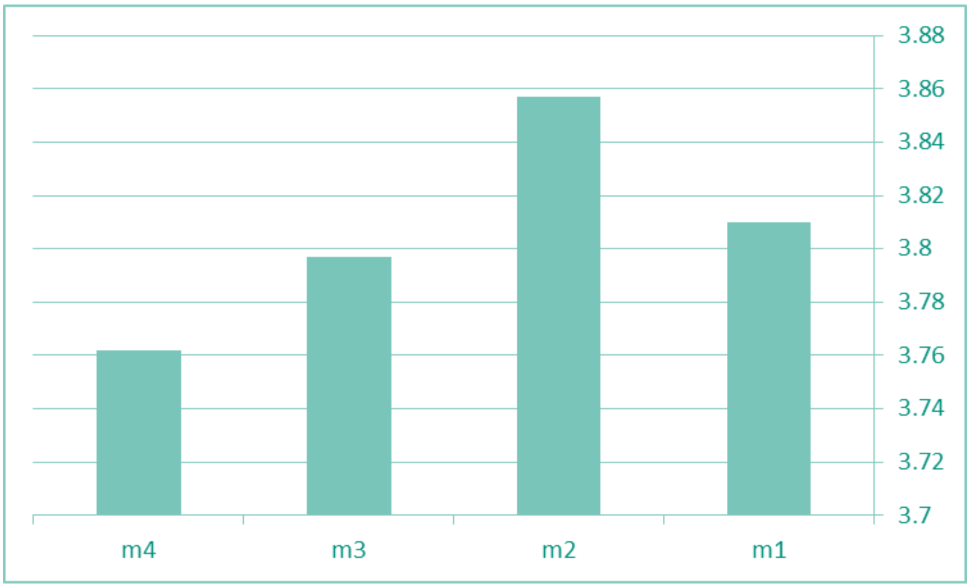
بالعودة إلى البيانات الحقيقية وبعد اثبات أنها تتبع توزيع فريجت تم تطبيق طرائق التقدير المختلفة الأربعة فظهرت لدينا قيم المعلمات التالية (α , λ) وفق الجدول (4-3) الآتي :

جدول (4-3) يمثل القيم التقديرية لمعلمات التوزيع (α , λ) وفقاً لطرائق التقدير المطبقة على البيانات الحقيقية بحجم عينة (n=100).

M4	M3	M2	M1	Parameter
0.5532123	0.5816273	0.5406915	0.5876237	A
3.7616459	3.7968943	3.856804	3.8100993	λ



يمثل الشكل (4-1) المعلمة الأولى (α) وفق طرائق التقدير بالاعتماد على البيانات الحقيقية



يمثل الشكل (2-4) تقدير المعلمة الثانية (λ) وفق طرائق التقدير بالاعتماد على البيانات الحقيقية بالعودة إلى تجارب المحاكاة التي هي ملائمة إلى قيم الجدول أعلاه وفق البيانات الحقيقية وفيها حجم العينة (n=100) و (α =0.50) و (λ=1.5) وكذلك بملاحظة الاشكال اعلاه الخاصة بتقدير المعلمات وفق البيانات الحقيقية نلاحظ بأن الطريقة الثانية التي تعرف بطريقة مقدر التقلص البيزي تحت دالة الخسارة الأسية – الخطية LINEX هي الأفضل بالاعتماد على مقدرات الطريقة الثانية وهي كالتالي (λ=3.85 و α=0.54) .

ولغرض تقدير دالة المعولية على البيانات الحقيقية لكافة طرائق التقدير وذلك بالعودة إلى دالة المعولية الخاصة بتوزيع فريجت وتطبيق دالة المعولية على البيانات الحقيقية ظهرت لدينا النتائج وفقاً للجدول الآتي

حيث أن:

العمود t_i : يمثل اوقات اشتغال الجهاز لحين العطل ومقاسة بالأشهر.

العمود Real : يمثل المعولية الحقيقية للبيانات.

العمود R_{m1} : يمثل المعولية المقدرة وفقاً للطريقة الاولى

العمود R_{m2} : يمثل المعولية المقدرة وفقاً لطريقة الثانية

العمود R_{m3} : يمثل المعولية المقدرة وفقاً لطريقة الثالثة

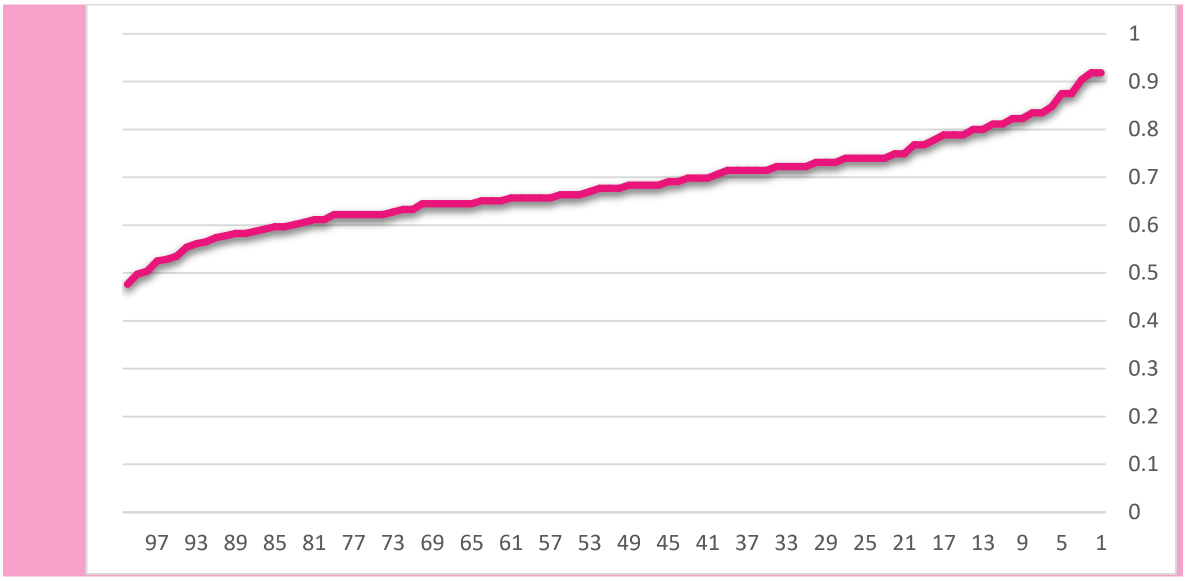
العمود R_{m4} : يمثل المعولية المقدرة وفقاً لطريقة الرابعة

جدول (4-4) يمثل القيم التقديرية لدالة المعولية لتوزيع فريجت وفق طرائق التقدير المختلفة عند البيانات الحقيقية.

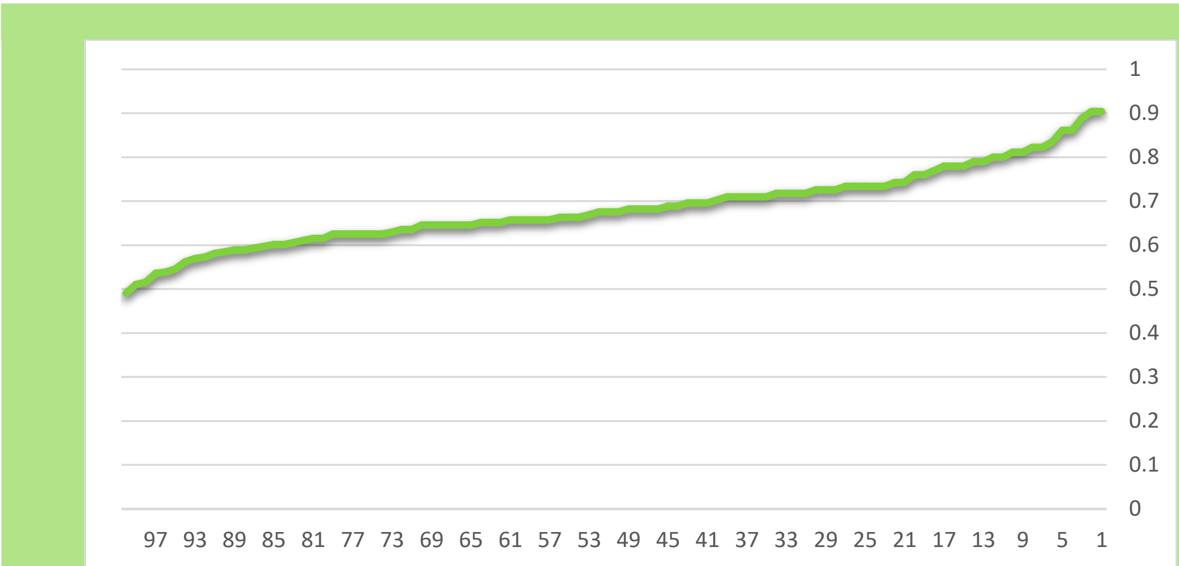
i	t_i	Real	R_{m1}	R_{m2}	R_{m3}	R_{m4}
1	0.1	0.979204	0.918094	0.903751	0.915742	0.905069
2	0.3	0.893122	0.918094	0.903751	0.915742	0.905069
3	0.3	0.893122	0.903176	0.888796	0.900746	0.889868
4	0.6	0.794259	0.874462	0.86062	0.871983	0.861138
5	1.1	0.688933	0.874462	0.86062	0.871983	0.861138
6	1.3	0.65842	0.84758	0.834761	0.845144	0.8347
7	1.4	0.644809	0.834859	0.822653	0.832466	0.822306
8	1.4	0.644809	0.834859	0.822653	0.832466	0.822306
9	1.5	0.632121	0.82261	0.811058	0.820269	0.810429
10	1.5	0.632121	0.82261	0.811058	0.820269	0.810429
11	1.6	0.620251	0.810818	0.799947	0.808538	0.799043
12	1.6	0.620251	0.810818	0.799947	0.808538	0.799043
13	1.7	0.609113	0.799466	0.789291	0.797252	0.788121
14	1.7	0.609113	0.799466	0.789291	0.797252	0.788121
15	1.8	0.59863	0.788536	0.779065	0.786392	0.777636
16	1.8	0.59863	0.788536	0.779065	0.786392	0.777636
17	1.8	0.59863	0.788536	0.779065	0.786392	0.777636
18	1.9	0.588737	0.778008	0.769242	0.775936	0.767563
19	2	0.57938	0.767863	0.759798	0.765865	0.757878
20	2	0.57938	0.767863	0.759798	0.765865	0.757878
21	2.2	0.562082	0.748643	0.741959	0.746797	0.739582
22	2.2	0.562082	0.748643	0.741959	0.746797	0.739582
23	2.3	0.554061	0.739533	0.733523	0.737763	0.730931
24	2.3	0.554061	0.739533	0.733523	0.737763	0.730931
25	2.3	0.554061	0.739533	0.733523	0.737763	0.730931
26	2.3	0.554061	0.739533	0.733523	0.737763	0.730931
27	2.3	0.554061	0.739533	0.733523	0.737763	0.730931
28	2.4	0.546414	0.730733	0.725384	0.729039	0.722584

29	2.4	0.546414	0.730733	0.725384	0.729039	0.722584
30	2.4	0.546414	0.730733	0.725384	0.729039	0.722584
31	2.5	0.53911	0.722227	0.717526	0.720609	0.714526
32	2.5	0.53911	0.722227	0.717526	0.720609	0.714526
33	2.5	0.53911	0.722227	0.717526	0.720609	0.714526
34	2.5	0.53911	0.722227	0.717526	0.720609	0.714526
35	2.6	0.532125	0.714001	0.709933	0.712457	0.706741
36	2.6	0.532125	0.714001	0.709933	0.712457	0.706741
37	2.6	0.532125	0.714001	0.709933	0.712457	0.706741
38	2.6	0.532125	0.714001	0.709933	0.712457	0.706741
39	2.6	0.532125	0.714001	0.709933	0.712457	0.706741
40	2.7	0.525435	0.70604	0.70259	0.70457	0.699213
41	2.8	0.519018	0.698331	0.695484	0.696933	0.691929
42	2.8	0.519018	0.698331	0.695484	0.696933	0.691929
43	2.8	0.519018	0.698331	0.695484	0.696933	0.691929
44	2.9	0.512856	0.690862	0.688602	0.689535	0.684875
45	2.9	0.512856	0.690862	0.688602	0.689535	0.684875
46	3	0.506931	0.68362	0.681933	0.682363	0.678041
47	3	0.506931	0.68362	0.681933	0.682363	0.678041
48	3	0.506931	0.68362	0.681933	0.682363	0.678041
49	3	0.506931	0.68362	0.681933	0.682363	0.678041
50	3.1	0.501229	0.676595	0.675466	0.675406	0.671414
51	3.1	0.501229	0.676595	0.675466	0.675406	0.671414
52	3.1	0.501229	0.676595	0.675466	0.675406	0.671414
53	3.2	0.495735	0.669776	0.66919	0.668654	0.664985
54	3.3	0.490436	0.663154	0.663096	0.662098	0.658744
55	3.3	0.490436	0.663154	0.663096	0.662098	0.658744
56	3.3	0.490436	0.663154	0.663096	0.662098	0.658744
57	3.4	0.485321	0.65672	0.657176	0.655728	0.652681
58	3.4	0.485321	0.65672	0.657176	0.655728	0.652681
59	3.4	0.485321	0.65672	0.657176	0.655728	0.652681
60	3.4	0.485321	0.65672	0.657176	0.655728	0.652681
61	3.4	0.485321	0.65672	0.657176	0.655728	0.652681
62	3.5	0.480378	0.650464	0.651421	0.649535	0.646789
63	3.5	0.480378	0.650464	0.651421	0.649535	0.646789
64	3.5	0.480378	0.650464	0.651421	0.649535	0.646789
65	3.6	0.475598	0.64438	0.645823	0.643512	0.641059
66	3.6	0.475598	0.64438	0.645823	0.643512	0.641059
67	3.6	0.475598	0.64438	0.645823	0.643512	0.641059
68	3.6	0.475598	0.64438	0.645823	0.643512	0.641059

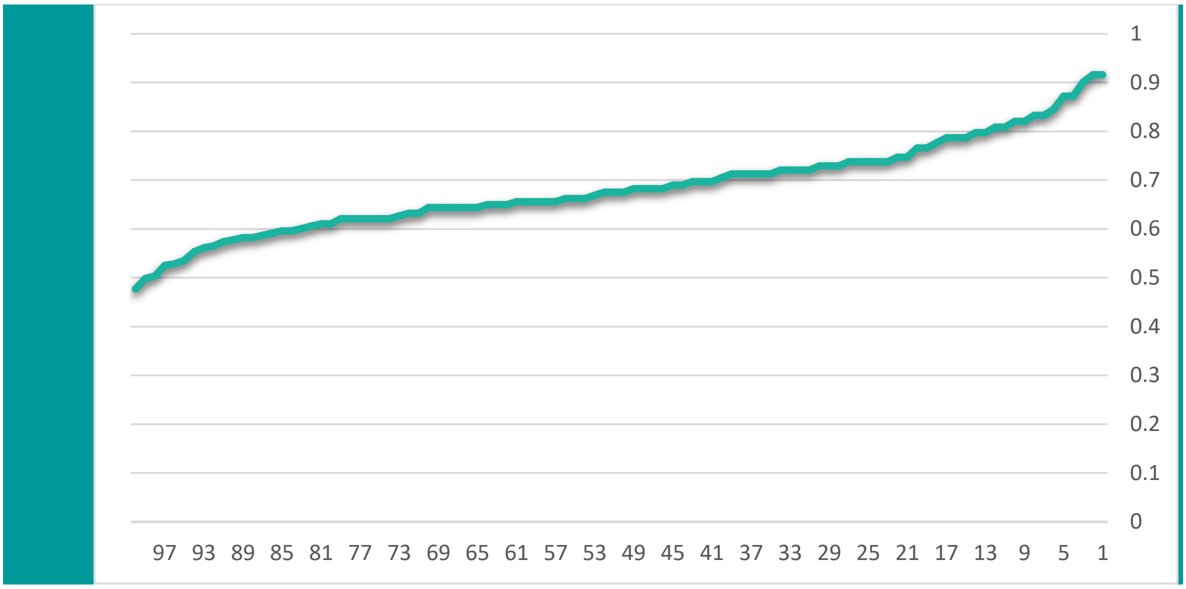
69	3.6	0.475598	0.64438	0.645823	0.643512	0.641059
70	3.6	0.475598	0.64438	0.645823	0.643512	0.641059
71	3.8	0.466492	0.632694	0.635072	0.631946	0.630056
72	3.8	0.466492	0.632694	0.635072	0.631946	0.630056
73	3.9	0.462149	0.627079	0.629905	0.626388	0.62477
74	4	0.457937	0.621607	0.62487	0.620972	0.619619
75	4	0.457937	0.621607	0.62487	0.620972	0.619619
76	4	0.457937	0.621607	0.62487	0.620972	0.619619
77	4	0.457937	0.621607	0.62487	0.620972	0.619619
78	4	0.457937	0.621607	0.62487	0.620972	0.619619
79	4	0.457937	0.621607	0.62487	0.620972	0.619619
80	4.2	0.449878	0.61107	0.61517	0.610543	0.609701
81	4.2	0.449878	0.61107	0.61517	0.610543	0.609701
82	4.3	0.446019	0.605994	0.610496	0.605519	0.604923
83	4.4	0.442267	0.601039	0.605933	0.600615	0.600259
84	4.5	0.438616	0.5962	0.601476	0.595826	0.595705
85	4.5	0.438616	0.5962	0.601476	0.595826	0.595705
86	4.6	0.435063	0.591474	0.597121	0.591149	0.591255
87	4.7	0.431602	0.586855	0.592864	0.586578	0.586907
88	4.8	0.428229	0.582341	0.588702	0.582109	0.582657
89	4.8	0.428229	0.582341	0.588702	0.582109	0.582657
90	4.9	0.424941	0.577926	0.584631	0.57774	0.5785
91	5	0.421735	0.573607	0.580647	0.573466	0.574433
92	5.2	0.415551	0.565246	0.57293	0.56519	0.566558
93	5.3	0.412568	0.561196	0.569191	0.561181	0.562742
94	5.5	0.406806	0.553344	0.561937	0.55341	0.555344
95	6	0.393469	0.535035	0.545001	0.535286	0.538081
96	6.2	0.388518	0.52819	0.538661	0.528509	0.531623
97	6.3	0.386116	0.524862	0.535576	0.525214	0.528482
98	7	0.370551	0.503154	0.515427	0.50372	0.507977
99	7.2	0.366462	0.497415	0.510091	0.498037	0.502552
100	8	0.351448	0.476222	0.490346	0.477045	0.48249



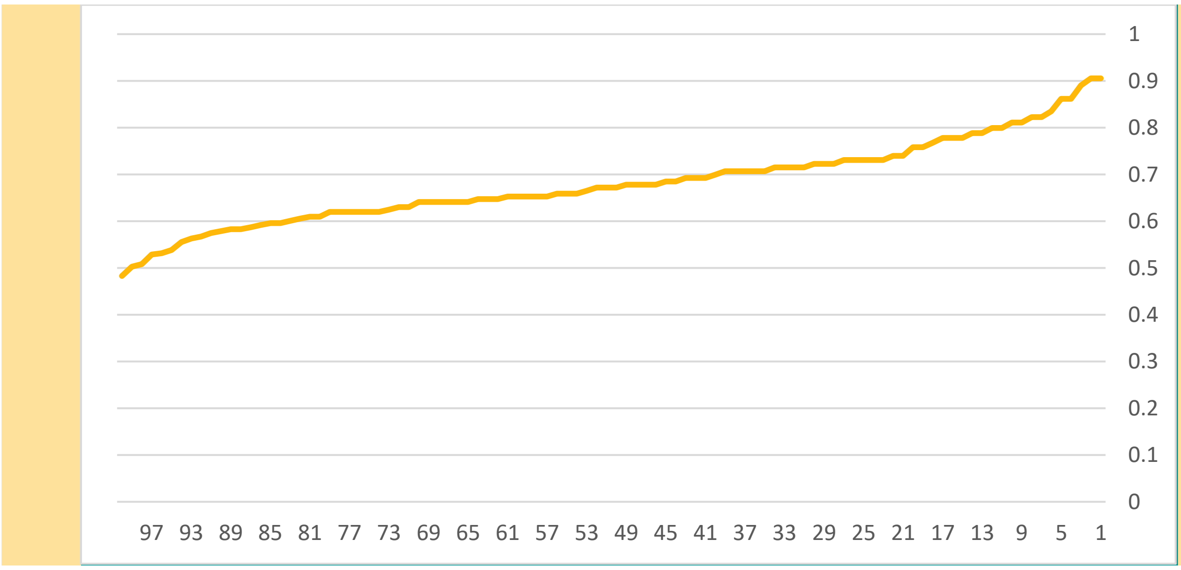
شكل (4-3) يمثل منحنى دالة المعولية المقدرة بموجب الطريقة الأولى للبيانات الحقيقية



شكل (4-4) منحنى دالة المعولية بموجب الطريقة الثانية للبيانات الحقيقية



شكل (4-5) منحنى دالة المعولية بموجب الطريقة الثالثة للبيانات الحقيقية



شكل (4-6) منحنى دالة المعولية بموجب الطريقة الرابعة للبيانات الحقيقية

بملاحظة نتائج الجدول السابقة والرسومات اعلاه يتبين لنا ما يلي:

1. تناقص قيم دالة المعولية مع الزمن ولجميع الطرائق بصورة واضحة وهذا يتطابق مع سلوك هذه الدالة كونها متناقصة مع الزمن وكذلك يتماشى مع الواقع.

2. تقارب نتائج دالة المعولية ولجميع الطرائق نتيجة لتقارب قيم المقدرات الخاصة بالتوزيع.

الفصل الخامس

الاستنتاجات

والتوصيات

5-1 الاستنتاجات والتوصيات

بعد دراسة وتحليل وتقدير معلمات توزيع فريجت ودالة المعولية وأجراء تجارب المحاكاة وتطبيق طرائق التقدير لاستخراج نتائج مقدرات المعلمات ودالة المعولية لتوزيع فقد توصلت الباحثة الى الاستنتاجات والتوصيات التالية:

الاستنتاجات: Conclusions

1. قدرة الطرائق البيزية المقلصة على تقديم مقدرات قريبة إلى قيم المعلمات الحقيقية فضلاً عن تقدير دالة معولية أقرب إلى القيمة الحقيقية العائدة لها.
2. تفوق طريقة المقدر البيزي المعتمد على دالة خسارة LINEX على باقي الطرائق التي تم تقديمها في الرسالة بالنسبة إلى تقدير معلمات توزيع فريجت ودالة المعولية العائدة له.
3. تأثر طرائق التقدير البيزية المقلصة بكل من (حجم العينة، القيم الحقيقية لمعلمات التوزيع) بالنسبة لمقدرات معلمات توزيع فريجت.
4. تأثر مقدر دالة المعولية لتويع فريجت بكل من (حجم العينة، القيم الحقيقية لمعلمات التوزيع و قيم الزمن t) فضلاً عن طريقة التقدير فيها.
5. قدرة طريقة التقدير المعتمدة على معلمة بيز المقلصة وفقاً لدوال خسارة مختلفة على تقديم مقدرات معولية قريبة من الدقة لبيانات أوقات الإشتغال لجهاز الري بالرش المحوري.
6. أن معرفة دالة المعولية لجهاز الرش المحوري يمكن أن يُسهم في تطوير الزراعة وبالأخص زراعة القمح وزيادة الغطاء النباتي الأخضر وأن عدم معرفتها يمكن أن يؤثر تأثير سلبي بعملية الرش المحوري وبالتالي تتأثر الزراعة سلباً وذلك من خلال الاعتماد على الري بالطرائق الحديثة.
7. أن الاعتماد على مقدرات دالة المعولية لبيانات حقيقية يساهم في تقليل وقت الأعطال الخاصة بجهاز الري بالرش المحوري وذلك بتوقع أوقات الاشتغال وفقاً للاحتمالات المرافقة لمقدر دالة المعولية.

اعتماداً على الاستنتاجات المذكورة في الرسالة في الجانب العملي التجريبي والتطبيقي توصي الباحثة بما يلي:

التوصيات: Recommendations

1. الاعتماد على طرائق تقدير أخرى مثل (العزوم، النسبية، العزوم المعدلة، الموزونة) وذلك لتقدير معلمات توزيع فريجت والمقارنة مع طرائق تقدير بيز المقلص.
2. تقدير دوال البقاء ودوال المخاطرة لتوزيع فريجت وفقاً لطرائق بيز المقلصة وذلك للمساعدة في التجارب الحياتية.
3. ضرورة تطبيق الطرائق البيزية المقلصة على بيانات حقيقية لتوزيع فريجت في تجارب أخرى مثل (توقع فترة بقاء المرضى، توقع الوفيات لإصابات بمرض معين) وغيرها.
4. يفضل الاعتماد على تقنيات الرش المحوري في ري وسقي المزروعات لما لها من فوائد في مجال (زيادة العائد، تقليل الكلفة، تقليل الجهد).
5. ضرورة الاعتماد على بيانات أوقات الاشتغال اليومي (بالساعة) وتسجيلها بدقة لأجهزة الرش المحوري وذلك بما يساهم في زيادة دقة تقدير دالة المعولية.
6. اعتماد توزيعات إحصائية أخرى مثل (توزيع كامبل، توزيع كابا، توزيع كوماراسوامي) لتقدير طرائق بيز المقلصة.
7. تطبيق دوال الانتماء المختلفة لتحويل البيانات إلى المنطق المضبب وذلك لتطبيق طرائق بيزية مقلصة تأخذ بنظر الاعتبار حالة المنطق المضبب للبيانات العائدة لها.
8. تطبيق طرائق بيز المقلصة على بيانات توزيع فريجت ملوثة وفقاً لنسب تلوث مختلفة وملاحظة مدى دقة هذه الطرائق لهذا النوع من البيانات.

المصادر

المصادر العربية Arabic references:

القرآن الكريم

1- الباقر، زينب محمد باقر صادق، (2017)، "تقدير دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير علوم في الإحصاء – كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة كربلاء.

2- البرماني، محمد حسين عبدالحميد، (2008)، "مقارنة بين مقدرات التقلص البيزية و مقدرات التقلص لتباين التوزيع الطبيعي باستعمال المحاكاة"، أطروحة دكتوراه مقدمة إلى كلية الإدارة و الاقتصاد، جامعة بغداد.

3- الجميلي صبا صباح احمد، (2011)، "مقارنة مقدرات بيز لدالة المعولية لأنموذج ويبل للفشل باستعمال دوال خسارة مختلفة مع تطبيق عملي"، أطروحة دكتوراه، كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة بغداد.

4- الحديثي، اخلاص علي حمودي، (2010)، "مقارنة مقدرات بيز القياسية لمعلمة توزيع باريتو باستعمال دوال خسارة مختلفة"، رسالة ماجستير – كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد.

5- الرباصي، احمد محمد غالب، (2000)، "بعض المقدرات المقلصة لتقدير المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي ذات المرحلة الواحدة والمرحلتين" – دراسة مقارنة، أطروحة دكتوراه مقدمة إلى كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

6- الصراف، نزار مصطفى، الراوي، اسماء غالب، إسماعيل، غفران كمال، (2016)، التقدير الإحصائي، مكتب الجزيرة للطباعة والنشر، العراق- بغداد- الوزيرية.

7- النزال، رافد اسماعيل محمد، (1996)، "التقديرات البيزية المقلصة بمرحلتين"، اطروحة دكتوراه مقدمة إلى كلية الادارة والاقتصاد، الجامعة المستنصرية.

8- حسن، ضوية سلمان، وآخرون، (2011) " معولية خطط معاينة القبول توزيع كاما لأوقات الفشل تحت أسلوب المقارنة الهجينة" المجلة العراقية للعلوم الإحصائية، المجلد 11، العدد 20

9- عبد الصاحب، نهلة هادي، (2021)،" بناء توزيع احتمالي موزون موسع لتقدير دالة الفشل مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.

10- عبد علي، احمد تركي، (2019) " استعمال أسلوب بيز والبرمجة الهدفية في تقدير معالم الانحدار " رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة كربلاء.

11- علي، بشار خالد، (2018)، "اختيار أفضل تقدير للمعولية الضبابية لتوزيع فريجت"، رسالة ماجستير، جامعة كربلاء، كلية الإدارة والاقتصاد.

12- غني، تمارة علي، (2020)، " تقدير بيز الحصين لتوزيع فريجت "، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.

13- وادي، اوات، سردار، (2007)، " مقارنة طرائق تقدير معلمات ودالة المعولية لتوزيع كاما ذي معلمتين في حالة البيانات المفقودة باستعمال المحاكاة "، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.

المصادر الأجنبية Foreign references :

14-Abbas, K., & Tang, Y, (2015), "Analysis of Frechet distribution using reference priors", *Communications in Statistics-Theory and Methods*, *44*(14), 2945-2956.

15-Abbas, Kamran & Yincai, Tang, (2012), "Comparison of Estimation Methods for Frechet Distribution with Known Shape", Caspian Journal of Applied Sciences Research, 1(10), pp. 58-64, ISSN: 2251-9114, CJASR

16-Al-Hemyari, Z. A., (1990), "On double stage shrunken estimators", Al-Mustansiriya J. Sci., Vol.2, No.1, p.27-40.

17-Amin, A, A, (2020), "Bayesian analysis of double seasonal autoregressive models", *Sankhya B*, *82*(2), 328-352.

18-Bernardo, J. M., & Smith, A. F, (2009), *"Bayesian theory* "(Vol. 405). John Wiley & Sons.

19-Calabria, R., & Pulcini, G, (1994), "Bayes 2-sample prediction for the inverse Weibull distribution", *Communications in Statistics-Theory and Methods*, *23*(6), 1811-1824.

20-Chiou, P, (1988), "Shrinkage estimation of scale parameter of the extreme-value distribution", *IEEE transactions on reliability*, *37*(4), 370-374.

21-D. Gary Harlow, (2002), " Applications of the Frechet distribution function" , Int. J. of Materials & Product Technology, Vol. 17, Nos 5/6,pp. 482-495.

22-De Oliveira, J. T, (1972), "Statistics for Gumbel and Fréchet distributions". In *International Conference on Structural Safety and Reliability* (pp. 91-105). Pergamon.

23-Dey, S., Dey, T., & Maiti, S. S, (2015), "Bayes Shrinkage estimation of the parameter of Rayleigh distribution for progressive type-II censored data", *Austrian Journal of Statistics*, *44*(4), 3-15).

24-El-Din, M. M., & Nagy, M, (2017), "Estimation for inverse Weibull distribution under generalized progressive hybrid censoring scheme". *J. Stat. Appl. Prob. Lett*, *4*, 1-11.

25-Fréchet, Maurice, (1935), "Sur les précisions comparées de la moyenne et de la médiane." *Aktuárské vědy* 5.1: 29-34.

26-Gumbel, E. J. (1965), "A quick estimation of the parameters in Fréchet's distribution", *Revue* de l'Institut International de Statistique, 349-363.

27-Han, M. (2009), "E-Bayesian estimation and hierarchical Bayesian estimation of failure rate". *Applied Mathematical Modelling*, *33*(4), 1915-1922.

28-Harlow, D. G, (2002), "Applications of the Fréchet distribution function". *International Journal of Materials and Product Technology*, *17*(5-6), 482-495.

29-Hassan, N. J., Hadad, J. M., & Nasar, A. H, (2020), "Bayesian Shrinkage Estimator of Burr XII Distribution", *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*.

30-Hoang, P. (2016), "Reliability and Safety Engineering". 2nd ed. Springer Series in Reliability Engineering, Piscataway-USA.

31-Ibrahim, M. (2019), "A New Extended Fréchet Distribution: Properties and Estimation", *Pakistan Journal of Statistics & Operation Research*, *15*(3).

32-Ibrahim, M., Mohammed, W., & Yousof, H. M, (2020), "Bayesian and classical estimation for the one parameter double Lindley model", *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 409-420.

33-Jani, P. N, (1991), "A class of shrinkage estimators for the scale parameter of the exponential distribution", *IEEE Transactions on Reliability*, *40*(1), 68-70.

34-Kambo, N. S., Handa, B. R., & Al-Hemyari, Z. A, (1990), "On shrunken estimators for exponential scale parameter", *Journal of Statistical Planning and Inference*, *24*(1), 87-94.

35-Lemmer, H. H, (1981), "From ordinary to Bayesian shrinkage estimators", *South African Statistical Journal*, *15*(1), 57-72.

36-Loganathan, A., & Uma, A, (2017), "Comparison of estimation methods for inverse Weibull parameters", *Global and Stochastic Analysis*, *4*, 83-93.

37-Mohammed, S. J, (2021), “The use of the genetic algorithm to estimate the parameters function of the hypo exponential distribution by simulation”, *Journal of Economics and Administrative Sciences*, 27(126), pp. 583–591. doi: 10.33095/jeas.v27i126.2126.

38-Nadarajah, S., & Gupta, A. K, (2004), "The beta Fréchet distribution". *Far east journal of theoretical statistics*, *14*(1), 15-24.

39-Naji, L. F., & Rasheed, H. A, (2019), "Bayesian estimation for two parameters of gamma distribution under generalized weighted loss function", *Iraqi Journal of Science*, *60*(5), 1161-1171.

40-Nasir, W., & Aslam, M, (2015), "Bayes approach to study shape parameter of Frechet distribution". *International Journal of Basic and Applied Sciences*, *4*(3), 246.

41-Nassar, M., & Abo-Kasem, O. E, (2017), "Estimation of the inverse Weibull parameters under adaptive type-II progressive hybrid censoring scheme". *Journal of computational and applied mathematics*, *315*, 228-239.

42-Nishenko, S. P., & Singh, S. K, (1987), "Conditional probabilities for the recurrence of large and great interpolate earthquakes along the Mexican subduction zone", *Bulletin of the Seismological Society of America*, *77*(6), 2095-2114.

43-Pandey, B. N., & Srivastava, R, (1985), "On shrinkage estimation of the exponential scale parameter", *IEEE transactions on reliability*, *34*(3), 224-226.

44-Pandey, M., & Singh, V. P, (1989), "Bayesian shrinkage estimation of reliability from a censored sample from a finite range failure time model", *Microelectronics Reliability*, *29*(6), 955-958.

45-Pandey, M., & Upadhyay, S. K, (1985), "Bayes shrinkage estimators of Weibull parameters". *IEEE transactions on reliability*, *34*(5), 491-494.

46-Park, M. G. (1987), "Bayesian shrinkage estimation of the reliability function for the left truncated exponential distribution", *East Asian mathematical journal*, *3*, 33-46.

47-Park, Sung Y.؛ Bera, Anil K, (2009), "Maximum entropy autoregressive conditional heteroscedasticity model" ،*Journal of Econometrics* ،Elsevier ،**150** (2): 219–230.

48- Peter, H. 2013, "Shrinkage estimators"

49-Prakash, G., & Singh, D. C. (2009), "A Bayesian shrinkage approach in Weibull type-II censored data using prior point information", *REVSTAT-Statistical Journal*, *7*(2), 171-187.

50-Ramos, P. L., Louzada, F., Ramos, E., & Dey, S. (2020), "The Fréchet distribution: estimation and application-an overview". *Journal of Statistics and Management Systems*, *23*(3), 549-578.

51-Ray, S., & Mallick, B. K. (2003), "A Bayesian transformation model for wavelet shrinkage", *IEEE transactions on image processing*, *12*(12), 1512-1521.

52- Rinne, H. (2014), The Hazard rate: Theory and inference (with supplementary MATLAB-Programs).

53-Rodeen, W., & Aziz, S. (2021, July), "Bayes pre-test shrinkage estimators of scale parameter for maxwell distribution under squared loss functions", In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1963, No. 1, p. 012069). IOP Publishing.

54-Ross, S. M. (2009), "Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists", Student Solutions Manual. Academic Press.

55-Roy, B & Ranald, N. A.(2012), "Reliability Evaluation of Engineering System Concept and techniques". 2nd ed. – New York and London.

56-Rubinstein, R. Y., & Kroese, D. P. (2016), *"Simulation and the Monte Carlo method"*, John Wiley & Sons.

57-Singh, N. P., Singh, K. P., & Singh, U. (1990), "Estimation of Frechet distribution parameters by joint distribution" of'm'extremes. Statistical, *50*(1), 59-69.

58-Sultana, T., Aslam, M., & Shabbir, J. (2017), "Bayesian analysis of the mixture of frechet distribution under different loss functions", *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 501-528.

59-Tong, T., & Wang, Y. (2007), "Optimal shrinkage estimation of variances with applications to microarray data analysis", *Journal of the American Statistical Association*, *102*(477), 113-122.

60-Wang, H., Zhang, Y. M., Li, X., Masinde, G. L., Mohan, S., Baylink, D. J., & Xu, S. (2005), "Bayesian shrinkage estimation of quantitative trait loci parameters". *Genetics*, *170*(1), 465-480.

61-Zayed, M. & Butt, N. S., (2017), "The Extended Frechet Distribution: Properties and Applications ", Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, Vol. 13, P.529.

Abstract :

The Frechet distribution is one of the important statistical distributions because of what this distribution has It has many wide applications in the fields of (biological, engineering, physical and chemical). Estimating the parameters of this distribution was and still is a renewed challenge, according to the renewal of the experiences he possesses and as a result, this study came, which included estimate parameters of the Frechet distribution using Bayesian contraction estimators. The distribution parameters were estimated using four reduced Bayesian estimation methods according to loss function different (squared, LINEX, weighted and quadratic using Lindley approximation) were compared the four estimation methods based on simulation experiments (Monte-Carlo simulation) and real data. The simulation experiments included (54) different experiments according to the difference of each of (sample size, distribution parameter values and estimation method). And the comparison between different experiments based on the mean squares of error and the absolute least difference, in addition to (135) different simulation experiments to estimate the reliability function and its mean squares of error.According to the difference of (sample size, distribution parameter values and time t values), as well as different estimation method. The comparison between these experiments was done by adopting the mean of squares the error is the absolute least difference. A master's thesis also included real data results of a size (100) watch representing the working times of the pivot sprinkler irrigation device until the malfunction, was appreciated distribution parameters and reliability function according to the four estimation methods. The results showed superior the contraction bass estimation method based on the LINEX loss function over other methods the reduced Bayesian estimate is equivalent to (57%) for the estimation of the distribution parameters and (85%) for the estimation of the reliability function. Reduced Bayesian estimation methods can be applied on other statistical distributions such as (Campbell, Kappa, and Cumaraswamy).

Republic of Iraq
Ministry of Higher Education
and Scientific Research
Karbala University
Faculty of Management and Economics
Department of Statistics

Estimation Parameters of the Frechet distribution by using shrinkage estimators with an application

A Thesis Submitted
Council of The Administration and Economics/ Karbala University as Partial fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Statistics

Presented by researcher

Zahra Ibrahim Abd Abbas AL-Jubouri

Supervised by

Prof. Dr. Abdulhussien Hassan Habib Al-Taee

2023 **Karbala** **1444 هـ**