



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

تقدير دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو المحول باستعمال
الصيغة الاسية المحولة مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة إلى

مجلس كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات
نيل شهادة ماجستير في علوم الإحصاء
تقدمت بها

غفران غازي كريم الموسوي

بإشراف

أ.د شروق عبد الرضا سعيد

أ.م.د صدى فايز محمد

2023م

1444هـ

كربلاء المقدسة

سورة يونس

هُوَ الَّذِي جَعَلَ الشَّمْسُ ضِيَاءً وَالْقَمَرَ نُورًا
وَقَدَرَهُ مَنَازِلَ لِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ
وَالْحِسَابِ ۗ مَا خَلَقَ اللَّهُ ذَلِكَ إِلَّا بِالْحَقِّ ۗ يُفَصِّلُ
الْآيَاتِ لِقَوْمٍ يَعْلَمُونَ

صدق الله العلي العظيم

إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذه الرسالة الموسومة (تقدير دالة البقاء لتوزيع رايلي بارينو المحول باستعمال الصيغة الاسية المحولة مع تطبيق عملي) والتي تقدمت بها الطالبة " غفران غازي كريم " قد جرت بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.



أ.م.د. صدي فايز محمد

التاريخ: 25 / 6 / 2023



أ.د. شروق عبد الرضا سعيد

التاريخ: 25 / 6 / 2023

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرفع الرسالة للمناقشة.



أ.د. شروق عبد الرضا السباح

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: 25 / 6 / 2023

إقرار الخبير اللغوي

أشهد أن الرسالة الموسومة (تقدير دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو المحول باستعمال الصيغة الاسية المحولة مع تطبيق عملي) للطالبة غفران غازي كريم / قسم الاحصاء قد جرت مراجعتها من الناحية اللغوية حتى أصبحت خالية من الأخطاء اللغوية والاسلوبية ولأجله وقعت.

الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

جامعة كربلاء – كلية الإدارة والاقتصاد

إقرار لجنة المناقشة


نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (تقدير دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو المحول باستعمال الصيغة الاسية المحولة مع تطبيق عملي) والمقدمة من قبل الطالبة " غفران غازي كريم" وناقشنا الطالبة في محتوياتها وفيما له علاقة بهاء، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير (صريحاً عالى).


أ.م.د. مشتاق كريم عبد الرحيم
عضواً


أ.د. عيد الحسين حبيب الطائي
رئيساً


أ.م.د. صدى فايز محمد
عضواً ومشرفاً


أ.د. شروق عبد الرضا سعيد
عضواً ومشرفاً


أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد
عضواً

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالبة " غفران غازي كريم " الموسومة بـ (تقدير دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو المحول باستعمال الصيغة الاسية المحولة مع تطبيق عملي) اشرح هذه الرسالة للمناقشة.



أ.د. محمد حسين الجبوري

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صانع مجلس كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.



أ.د. محمد حسين الجبوري

عميد كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2023/ /

الاهداء

إلى من استقبلاني وأنا في قمة الضعف والاجهاد واستجابا لإستجارتني واستغاثتي بهما

سادتي أبا عبد الله الحسين وأخيه أبا الفضل العباس عليهما السلام

إلى سر وجودي في هذه الحياة سندي وفخري

ابي واممي الغاليان

إلى من تحملوا أصعب الأيام لأجلي واستوعبوا كل انفعالاتي وتقصيري بحفهم وقدموا لي الدعم النفسي والمادي.

نروحي واوادي

إلى من تقدمتا امامي لتبيرا لي سراجا اهتدي بي في مسيرتي العلمية

مشرفتي المحترمتين

إلى فروع شجرة الحب والوفاء الذين لم يتوقفوا عن الدعاء لي طوال أيام دراستي

اخوتي واخواتي

إلى كل من مرافقتني في مسيرتي العلمية ولم يخلوا علي بالمعلومة العلمية والدعم النفسي المستمر

نرملائي ونرميلاتي الاعزاء

وإلى كل من ساندني ووقف معي طوال مدة دراستي من اساتذتي الاجلاء والاهل والاقارب والأصدقاء
اهدي ثمرة جهدي المتواضع ...

غفران

شكر وتقدير

اليوم وانا أقف على اعتاب نهاية أولى محطات التقدم والنجاح لا يسعني الا ان أقدم شكري وعرفاني لكل من كان معي طوال رحلتي، تلك الرحلة التي رأيت فيها اياماً أبكتني حتى الصباح وأخرى اسعدتني وتذوقت حلومثارها .

ابداً شكري وثنائي للواحد الاحد الذي خلقني فسواني وعلمي فأوصلني الى ما انا عليه اليوم **شكراً لله**

أتقدم اولاً بالشكر الجزيل لمن كاتتا سبباً في إتمام هذه الرسالة استاذتي المحترمتين **الدكتورة شروق السباح والدكتورة**

صدي فايض .

كما اتقدم بشكري الجزيل لكافة الاساتيد الفضلاء في لجنة المناقشة الذين تفضلوا بقبولهم مناقشة رسالتي هذه، وعلى كل ملاحظة والتي لا شك ان هدفها هو اغناء الرسالة بالنصائح العلمية .

والشكر والامتنان الى الاساتيد الفضلاء في قسم الاحصاء (جامعة كربلاء) اللذين اثاروا لي طريق العلم حتى وصلت الى ما انا عليه اليوم .

اهلي وعائلي زوجي واولادي لكم مني كل الشكر والحب على مساندتكم ودعمكم وحبكم ووافر دعواتكم التي بها نلت التوفيق وان شاء الله أكون قادرة على سداد بعضاً من جميلكم عليّ .

زملائي وزميلاتي وكل من كان له فضل في وصولي الى هذه المرحلة كنتم خير اخوة وسند الحمد لله الذي جمعني بكم وشرفني بمعرفتكم الشكر الوافر لكم فقد سهرتم معي عند كل امتحان فرحتم لنجاحاتي وحزتم حين مسني السوء، دتمم بخير .

غفران

ومن الله التوفيق

قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع
أ	■ الآية
ب	■ الإهداء
ج	■ شكر وتقدير
د-هـ	■ قائمة المحتويات
و	■ قائمة الجداول
ز	■ قائمة الأشكال
ح	■ قائمة الرموز
ط	■ المستخلص
2-7	الفصل الأول
2	1-1 تمهيد
3	1-2 مشكلة الدراسة
3-4	1-3 هدف الدراسة
4-7	1-4 الاستعراض المرجعي
9-34	الفصل الثاني: الجانب النظري
9	1-2 المقدمة
9	2-2 اساسيات ومفاهيم عامة
9-10	2-2-1 دالة البقاء
10	2-2-2 دالة الكثافة التجميعية للفشل
10-11	2-2-3 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل
11-12	2-2-4 دالة المخاطرة
12	2-2-5 معامل الاختلاف
13	2-2-6 معامل الالتواء
13	2-2-7 معامل التفلطح
13-14	2-3 توزيع رايلي
14-15	2-4 توزيع باريتو
15-17	2-5 توزيع رايلي-باريتو
17-18	2-6 خارطة تحويل الرتب الترتيبية
18-26	2-6-1 اشتقاق التوزيع المركب رايلي-باريتو المحول الترتيبي
26	2-7 طرائق تقدير دالة البقاء
27-28	2-7-1 طريقة الإمكان الأعظم
28-29	2-7-2 طريقة المقدرات التجزئية
30-31	2-7-3 طريقة كريمر فون مايسز
31	2-8 معايير اختبار أفضل توزيع
31	2-8-1 معيار معلومات اكاكي
31-32	2-8-2 معيار اكاكي المصحح
32	2-8-3 معيار اكاكي البيزي
32-33	2-9 متوسط مربعات الخطأ
33-34	2-10 اختبار حسن المطابقة

36-86	الفصل الثالث: الجانب التجريبي	
36	تمهيد	3-1
36-37	مفهوم المحاكاة	3-2-1
38-39	مراحل بناء تجربة المحاكاة	3-2-2
39-86	تحليل نتائج المحاكاة	3-2-3
88-100	الفصل الرابع: الجانب التطبيقي	
88	المقدمة	4-1
88-92	نبذة عن مرض تليف الكبد	4-2
92-93	وصف البيانات	4-3
93	اختبار حسن المطابقة	4-4
94-96	معايير المفاضلة بين التوزيعات	4-5
97-100	تقدير دالة البقاء للتوزيع المحول	4-6
102	الفصل الخامس: الاستنتاجات والتوصيات	
102	الاستنتاجات	5-1
103	التوصيات	5-2
105-109	المصادر	
-111	الملاحق	
111-118	الملحق A	
119-126	الملحق B	
A	Abstract	

قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
38	القيم الافتراضية للمعلومات للتوزيع المحول TRP	3-1
41-43	القيم الحقيقية لدالة البقاء و مقدراتها و متوسط مربعات الخطأ و الرتب الجزئية لكافة طرائق التقدير و احجام العينات للأنموذج الاول	3-2
45-47	القيم الحقيقية لدالة البقاء و مقدراتها و متوسط مربعات الخطأ و الرتب الجزئية لكافة طرائق التقدير و احجام العينات للأنموذج الثاني	3-3
50-52	القيم الحقيقية لدالة البقاء و مقدراتها و متوسط مربعات الخطأ و الرتب الجزئية لكافة طرائق التقدير و احجام العينات للأنموذج االثالث	3-4
54-57	القيم الحقيقية لدالة البقاء و مقدراتها و متوسط مربعات الخطأ و الرتب الجزئية لكافة طرائق التقدير و احجام العينات للأنموذج الرابع	3-5
60-63	القيم الحقيقية لدالة البقاء و مقدراتها و متوسط مربعات الخطأ و الرتب الجزئية لكافة طرائق التقدير و احجام العينات للأنموذج الخامس	3-6
66-69	القيم الحقيقية لدالة البقاء و مقدراتها و متوسط مربعات الخطأ و الرتب الجزئية لكافة طرائق التقدير و احجام العينات للأنموذج السادس	3-7
71-74	القيم الحقيقية لدالة البقاء و مقدراتها و متوسط مربعات الخطأ و الرتب الجزئية لكافة طرائق التقدير و احجام العينات للأنموذج السابع	3-8
76-79	القيم الحقيقية لدالة البقاء و مقدراتها و متوسط مربعات الخطأ و الرتب الجزئية لكافة طرائق التقدير و احجام العينات للأنموذج الثامن	3-9
81-82	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير كافة لجميع المعلومات و النماذج	3-10
83	الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ لطرائق التقدير كافة لجميع المعلومات الافتراضية و حسب حجم العينة	3-11
84-85	يمثل الرتب لمتوسط مربعات الخطأ لمقدر دالة البقاء لطرائق و حجام العينات و النماذج كافة	3-12
85	مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ لطرائق تقدير دالة البقاء حسب حجم العينة	3-13
93	أوقات دخول مرضى تليف الكبد لحين الوفاة متمثلة بالأسابيع و مرتبة تصاعديا	4-1
93	المؤشرات الإحصائية للعينة	4-2
94	نتائج اختبار حسن المطابقة	4-3
95	معايير المقاضلة بين التوزيعات في تمثيل البيانات الحقيقية	4-4
99	مقدرات دالة البقاء و الـ CDF للقيم الحقيقية	4-5

قائمة الاشكال

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
10	المنحني العام لدالة البقاء	2-1
12	منحني دالة المخاطرة	2-2
15	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع رايلي باريتو	2-3
16	دالة الكثافة التجميعية لتوزيع رايلي باريتو	2-4
16	دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو	2-5
17	دالة المخاطرة لتوزيع رايلي باريتو	2-6
20	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المحول	2-7
20	الدالة التجميعية للتوزيع المحول	2-8
21	دالة البقاء للتوزيع المحول	2-9
21	دالة المخاطرة للتوزيع المحول	2-10
44	اشكال توضح تغير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الاول	3-1 الى 3-5
49	اشكال توضح تغير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثاني	3-6 الى 3-10
53	اشكال توضح تغير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثالث	3-11 الى 3-15
59	اشكال توضح تغير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الرابع	3-16 الى 3-20
65	اشكال توضح تغير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الخامس	3-21 الى 3-25
70	اشكال توضح تغير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج السادس	3-26 الى 3-30
75	اشكال توضح تغير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج السابع	3-31 الى 3-35
80	اشكال توضح تغير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثامن	3-36 الى 3-40
88	شكل الكبد المصاب بالتليف	4-1
95	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات قيد الدراسة	4-2
96	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المحول مقارنة مع دالة الكثافة الاحتمالية للبيانات الحقيقية	4-3
96	دالة الكثافة التجميعية للتوزيعات قيد الدراسة	4-4
97	دالة الكثافة التجميعية للتوزيع المحول مقارنة مع دالة الكثافة التجميعية للبيانات الحقيقية	4-5

قائمة الرموز و المختصرات

Mean	المعنى	الرمز
Survival function	دالة البقاء	$S(.)$
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(.)$
Cumulative distribution function	دالة التوزيع التراكمية	$F(.)$
Hazard rate function	دالة المخاطرة	$h(.)$
Coefficients of variation	معامل الاختلاف	$C.V$
Coefficients of skewness	معامل الالتواء	$S.K$
Coefficients of Kurtosis	معامل التفلطح	ck
Cumulative density function of composite distribution	الدالة التراكمية للتوزيع المركب	$G(.)$
Probability density function of composite distribution	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب	$g(.)$
Expected value	القيمة المتوقعة	$E(.)$
Variance	التباين	$V(.)$
Central r moment	العزم المركزي الرائي	μ^r
Quadratic ranking transmutation map	خارطة تحويل الرتب التربيعية	QRTM
Transmuted Rayieigh Pareto Distribution	التوزيع المحول (رايلي-باريتو)	TRPD
Maximum likelihood estimation	مقدرا الامكان الأعظم	MLE
Cramer-Von Mises estimation	مقدر كرايمر فون مايسز	CVM
Percentiles estimators	المقدرات التجزئية	PER
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Akaike Information Criteria	معيار معلومات اكاكي	AIC
Akaike Information Criteria Correct	معيار معلومات اكاكي المصحح	AIC _c
Bayesian Information Criterion	معيار اكاكي البيزي	BIC
Anderson darling statistic	إحصاءه اندرسون دارلنك	A_d^*
Chi – Squared Statistic	إحصاءة مربع كاي	X^2
Kolomogorov Smirnov statistic	إحصاءة كلوموغروف سمرينوف	D_n^*

المستخلص

سعت الدراسة الى استعمال نظرية التوزيعات المحولة التريبيعية في بناء توزيع احتمالي مقترح جديد يعرف بتوزيع (Transmuted Rayleigh Pareto Distribution) ذو الثلاث معلمات (α, γ, θ) ، إذ تمت دراسة بعض خصائصه، وتقدير معلماته وحساب مقدرات دالة البقاء بثلاثة طرائق تقدير (طريقة الامكان الاعظم (MLE)، وطريقة كريمر فون مايسز (CVM) وطريقة المقدرات التجزيئية (PER))، واخترنا افضل طرائق التقدير معلمات و دالة البقاء من خلال تطبيق اسلوب محاكاة مونت كارلو (Monte carlo) باستعمال برنامج Mathematica لإجراء العديد من التكرارات من التجارب بأحجام عينات مختلفة , صغيرة (20) ومتوسطة (50-75) وكبيرة (150-100) وعن طريق المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) اظهرت النتائج افضلية طريقة كريمر فون ماسز (CVM) في حساب مقدرات دالة البقاء للتوزيع المقترح عند احجام العينات الصغيرة (20) و افضلية طريقة الإمكان الأعظم عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة (50,75,100,150) وطبق التوزيع باستعمال الطريقة التي ظهرت افضليتها في الجانب التجريبي على بيانات حقيقية بواقع (105) مشاهدة تمثل أوقات البقاء بالأسابيع للأشخاص المصابين بتليف الكبد لحين الوفاة، وعن طريق اختبارات حسن المطابقة فقد تم اثبات افضلية التوزيع المقترح (TRP) في تمثيل ووصف هذه البيانات مقارنة بتوزيع (Rayleigh Pareto Distribution)، وكذلك تم تقدير دالة البقاء للبيانات الحقيقية باستعمال طريقة الإمكان الاعظم التي ظهرت افضليتها في الجانب التجريبي. فأن طريقة الإمكان الاعظم قد اخذت المرتبة الاولى في الافضلية عند حساب مقدرات دالة البقاء لتوزيع توزيع رايلي باريتو ذو ثلاث معلمات عند احجام العينات الكبيرة وهذا يعني انها تلائم حجوم العينات الكبيرة وعند المقارنة بين طرائق التقدير عند حجوم عينة (20) افراد كانت الأفضلية كل من طريقة كريمر فون مايسز (CVM) التقدير لدالة البقاء كونها قد امتلكت اقل متوسط مربعات الخطأ. في حين جاءت لطريقة بالإمكان الأعظم (MLE) بالمرتبة الثانية واخذت طريقة المقدرات التجزيئية (PER) المرتبة الثالثة بالاعتماد على ترتيب متوسط مربعات الخطأ. ما عند احجام العينات (50-75-100-150) كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE) تحتل المرتبة الأولى في افضلية التقدير لدالة البقاء تبثها طريقة كريمر فون مايسز (CVM) بالمرتبة الثانية وكانت المرتبة الثالثة لطريقة المقدرات التجزيئية (PER) بالاعتماد على قيم متوسط مربعات الخطأ مرتبة من الأقل الى الأكثر. ومن هنا نستنتج ان طريقة الإمكان الأعظم هي الافضل في تقدير معلمات ودالة البقاء لاي توزيع محول عند العينات الكبيرة.

الفصل الأول

منهجية الرسالة

1-1 تمهيد (Preface) :

أهم مرحلة من مراحل التحليل الإحصائي هي مرحلة نمذجة البيانات باستعمال التوزيعات الإحصائية لتمثيل بيانات الظاهرة المدروسة والتنبؤ بها. ففي العقد الأخير عمل الباحثون على دراسة التوزيعات المركبة (**Composite Distributions**) التي نالت أهمية مميزة لتطبيقاتها في التجارب الطبية و غيرها من المجالات وتنتج التوزيعات المركبة من تركيب توزيعين أو أكثر إذ تم اللجوء لهذه التوزيعات لكونها أكثر مرونة في تمثيل البيانات و تقدير المعلمات لدالة البقاء ان كانت تخص الكائن الحي. في هذه الرسالة أستعمل توزيع رايلي باريتو المركب ففي العقود القليلة الماضية كان هناك اهتمام متزايد بين الاحصائيين في تطوير عائلات جديدة من التوزيعات عن طريق اضافة معلمة او أكثر الى التوزيعات والهدف من إضافة تلك المعلمة هي جعل التوزيعات أكثر مرونة.

اكتسب تحويل التوزيعات الأساسية انتشاراً في العقد الماضي وقد درس العديد من المؤلفين بعض التوزيعات المحولة مثل الأسي، وييل، جاما، باريتو، الطبيعي وغيرها الكثير. في هذه الرسالة سوف نركز على التحويل التريبيعي من التوزيع المركب اذ تتيح خريطة تحويل الرتبة التريبيعية إدخال معلمة إضافية في إنموذجها الأصلي لتعزيز المزيد من المرونة في تحليل البيانات في مختلف التخصصات مثل العلوم البيولوجية، التمويل والتأمين.

ولتحقيق الهدف المرجو من الرسالة فقد قُسمت الرسالة على خمسة فصول يتضمن الأول المقدمة، مشكلة الرسالة، هدف الرسالة والاستعراض المرجعي لأهم المصادر والبحوث ذات العلاقة بالموضوع والدراسات السابقة التي استطاع الباحث الحصول عليها.

الثاني تضمن الجانب النظري من الرسالة الذي استعرض فيه بناء الأنموذج الاحتمالي المركب (**Rayleigh Pareto Distribution**) ، واستعراض بعض الخصائص للتوزيع المركب ،وبعدها تم تطبيق خارطة تحويل الرتب التريبيعية على التوزيع المركب (**Rayleigh Pareto Distribution**)

وتضمن أيضا عرض طرائق التقدير المستعملة لتقدير معالم طريقة الامكان الاعظم (**Method of Percentiles**)، طريقة المقدرات الجزئية (**Maximum likelihood**)، طريقة كريمر فون مايسز (**Method of Cramer-Von Mises**) (**Estimators**)، طريقة كريمر فون مايسز (**Minimum**) في حين تضمن الثالث الجانب التجريبي اذ تضمن مفهوم المحاكاة وتطبيق أسلوب

محاكاة مونت كارلو (Mont Carlo) للمقارنة بين طرائق التقدير التي تم التطرق اليها في الفصل الثاني باستعمال المؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (Mean Squares Error).

اما الرابع فهو الجانب التطبيقي اذ تضمن تطبيق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية تتمثل في أوقات البقاء على قيد الحياة من تاريخ دخول المستشفى لحين الوفاة للمرضى المصابين بمرض تليف الكبد وايضا تم تقدير دالة البقاء لهذه البيانات باستعمال أفضل طريقة ظهرت في الجانب التجريبي.

وأخيرا الفصل الخامس فقد تضمن استعراض أبرز ما جاء به البحث من استنتاجات وكذلك التوصيات التي من الممكن اخذها بنظر الاعتبار.

2-1 مشكلة الرسالة (problem of thesis):

تكمن مشكلة الرسالة ان التوزيعات الاحتمالية التقليدية تفسر نوعاً ما ضعفها في ايجاد افضل مقدر يمثل دالة البقاء لبيانات مرضى تليف الكبد اذ استعمل التوزيع المركب المحول التريبيعي (رايلي-باريتو) لكونه اكثر مرونة ودقة في وصف وتمثيل البيانات وهو افضل من التوزيعات الاحتمالية التقليدية المفردة.

3-1 هدف الرسالة (Aim of thesis)

ترمي الرسالة الى:

1- تقدير دالة البقاء لتوزيع احتمالي جديد وهو التوزيع المركب المحول التريبيعي (رايلي - باريتو) (TRP) (Transmuted Rayleigh Pareto Distribution)

2- استعمال التوزيع الاحتمالي الجديد في طريقة التحويل من الدرجة الثانية (Quadratic transformation).

3- اختيار افضل دالة بقاء احتمالية للتوزيع المركب المحول التريبيعي (رايلي - باريتو) (TRP) باستعمال طرائق التقدير (الامكان الأعظم، المقدرات الجزئية ، كريمر فون مايسز) بالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ واستعمال اسلوب المحاكاة بأحجام عينات مختلفة صغيرة ومتوسطة وكبيرة.

4- تطبيق مخرجات الجانب التجريبي على عينة حقيقية من مرضى تليف الكبد للمدة (-19 08-2020 و لغاية 26-02-2023) من اجل تطبيق طريقة التقدير الفضلى على البيانات الحقيقية.

4-1 الاستعراض المرجعي (Literature of Review)

يتضمن هذا المبحث استعراضاً مرجعياً لأهم الدراسات والبحوث التي اهتمت بمواضيع ذات العلاقة بموضوع الرسالة بدءاً بطرائق التقدير والتطبيقات العملية لها وأهم التوزيعات الشائعة في هذه التطبيقات للإفادة من هذه المعلومات لأغناء موضوع الرسالة وكالاتي:

***في العام (1988) قام الباحثان (Pandey & Upadhyay)** [40] بتقدير دالة البقاء بأستعمال مقدر بيز في دالة التقلص (Shrinkage Function) وتوصل الباحثان الى أن مقدر بيز للتقلص افضل من مقدر التقلص مقارنة باستعمال مقدر مختلف غير متحيز في التركيبة الخطية التي تضم أيضاً المعلومات الاولية لدالة البقاء والمعلمات .

***في عام (2002) قام الباحث (البياتي)** [1] بدراسة لتقدير دالة البقاء ومعالم توزيع ويبيل مستعملاً بعض طرائق التقدير التقليدية مضافاً اليها طرائق بيز ، ومقدماً طريقة تم اقتراحها اعتمدت على توفر المعلومات الأولية ، واستعملت المحاكاة لمقارنة هذه الطريقة والطرائق الأخرى لمعرفة الطريقة الافضل لتقدير معالم توزيع ويبيل ودالة المعولية .

وفي نفس العام (2002) قام الباحثان (Howlader & Hossain) [28] بتقدير دالة البقاء لتوزيع باريتو من النوع الثاني عن طريق استخدام طريقة بيز وحسب اسلوب الباحث (Lindley) واسلوب الباحثان (Tierney and Kadan) وتوصل الباحثان الى افضلية اسلوب (Lindley) على طريقة (Tierney and Kadan) لحجم العينات الصغيرة والمتوسطة ، وبالنسبة لحجوم العينات الكبيرة تمت التوصية من الباحثين باستعمال احدي هذه المقدرات لتقدير دالة البقاء وذلك لعدم وجود افضلية لمقدر على آخر في هذه الحالة.

***في عام (2006) قام الباحثان (Ibrahim JG & Chi yy)** [15] بدراسة النماذج المشتركة للمتغيرات المتعددة الطولية وبيانات البقاء المتعددة المتغيرات ودراسة الارتباط بين اوقات الفشل وحساب دالة البقاء الحدية والشرطية من أنموذج البقاء متعدد المتغيرات وتطبيقه على مجموعة من المصابات باورام الثديي (IBCSG).

***في عام (2015) قدم (Anum Fatima and Ayesha Roohi)** اعمام جديد لتوزيع (Exponentiated Pareto) المسمى بتوزيع (Exponentiated Pareto) المحول واستنتجوا

خصائص التوزيع بما فيها دالة البقاء, الانحراف, المتوسط, وإحصاءات الرتب للتوزيع الجديد, وقدرنا معالم الانموذج بطريقة الامكان الاعظم ويمكن للتوزيع نمذجة البيانات بمعدل خطر متزايد او متناقص او ثابت وبعد التطبيق على مجموعتين من البيانات الأولى تخص كسر أو اصر الكربون و الثانية لكسر أو اصر الزجاج, تم التوصل الى ان التوزيع المحول الجديد يعطي افضلية في تمثيل البيانات. [29]

*** وفي العام نفسه اقترح (Nofal) وآخرون** توزيعاً معمماً وهو توزيع (Weibull- Lomax) المحول وتم اشتقاق الخصائص الرياضية, ولتقدير المعالم تم اقتراح طريقة الامكان الاعظم وبعد تطبيق التوزيع عملياً وجد ان التوزيع الجديد يوفر تمثيل افضل من التوزيعات (Lomax) و (Weibull) منفردة. [18]

*** اقترح (Afify) وآخرون في عام (2016)** دراسة اعمام جديد لتوزيع (Weibull-Pareto) يسمى توزيع (Weibull-Pareto) المحول, وتم اشتقاق الخصائص الرياضية المختلفة بما في ذلك دالة العزوم العادية, الدالة الكمية, الدالة المولدة للعزوم وإحصاءات الرتب, وتم استعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معالم الانموذج, وتم توضيح مرونة الانموذج الجديد عن طريق التطبيق لمجموعة بيانات حقيقية تخص مواصفات عارضات الازياء. [19]

*** في العام (2017) قام (Deka) وآخرون** باشتقاق توزيع كامبل الاسي المحول (Transmuted Exponentiated Gumbel Distribution) (TEGD) باستعمال توزيع كامبل الاسي (Exponentiated Gumbel Distribution) (EGD) وخريطة تحويل الرتبة التربيعية (QRTM). تمت دراسة الخصائص والاشكال لدالة التوزيع المقترح ودالة الكثافة الاحتمالية ودالة المعدل للمخاطرة ودالة المعولية قدرت معالم التوزيع TEGD باستعمال طريقة الامكان الاعظم و تم تطبيق التوزيع المقترح TEGD على مجموعة من البيانات عن جودة المياه ووجد أنه مناسب بشكل أفضل من التوزيع كامبل الاسي وتوزيع كامبل. [24]

*** في عام (2018) قدم كل من (Umar Kabir Abdullahi and Terna Godfrey)** توزيعاً جديداً يسمى توزيع (exponential Lomax) المحول بوصفه امتداداً لتوزيع (Lomax) الشهير في شكل (exponential Lomax) باستعمال خارطة التحويل التربيعية واستخرج خصائص التوزيع كدالة كثافة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي للتوزيع المحول, بعد الاشتقاق وتم تقدير معالم التوزيع بطريقة الامكان الاعظم, وتم فحص اداة التوزيع الاحتمالي المقترح بالمقارنة مع بعض الاشكال الاخرى لتوزيع (Lomax) باستعمال ثلاث مجموعات من

البيانات المتعلقة بخدمات شركات الطيران . أشارت النتائج التي تم الحصول عليها إلى أن أداء التوزيع (لوماكس – الاسي المحول) Transmated Exponential Lomax Distribution (TELD) أفضل من التوزيعات الأخرى التي تشتمل على قوة Lomax و Exponential-Lomax [16].

***في العام ذاته اقترح (Nofal) وآخرون** اعمام لتوزيع (Weibull) المحول باستعمال خارطة تحويل الرتبة التربيعية ما يسمى بتوزيع (Exponentiated Additive Weibull) المحول ،وإنه أكثر مرونة وقدرة على تحليل البيانات، تم تقديم العديد من الخصائص الرياضية للتوزيع الجديد فضلاً عن استعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات الانموذج والتوصل الى انه يعطي افضلية في التقدير مقارنة بالتوزيعات المنفردة (وبيل) و (الاسي). [41]

***وفي عام (2019) قدم (Muhammad Shuaib Khan) وآخرون**

توزيع (EXPONENTIATED WEIBULL) المحول باستعمال خارطة التحويل الربيعية التي درسها (Shaw and Buckley) الذي يحتوي على أحد عشر توزيعاً كحالات خاصة تم التحقق من بعض الخصائص الرياضية للأنموذج المقترح، وتم استعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات الانموذج ويتم تقييم مرونة توزيع (EXPONENTIATED WEIBULL) المحول عن طريق تطبيق البيانات الميكانيكية. [38]

***في عام (2020) Ieren, T. G., & Abdullahi, J**

قام الباحثان باستعمال خريطة التحويل التربيعية للتوزيع الطبيعي واوجدا توزيعاً سمي (التوزيع الطبيعي المحول) واوجدا خصائصه الأساسية منها دالة البقاء ودالة المخاطرة ودالة الكثافة الاحتمالية والدالة التجميعية وبعد تقدير المعلمات وتطبيق التوزيع على ثلاث مجموعات من البيانات توصلوا إلى أن الأنموذج الطبيعي المحول على الرغم من المرونة لكنه ليس أفضل من التوزيع الطبيعي التقليدي. [33]

*** في عام (2021) قام (Urama) وآخرون** بتطوير توزيع باريتو باستعمال طريقة

كوماراسوامي التي أدت إلى توزيع جديد يسمى توزيع كوماراسوامي- باريتو. هذه الطريقة تسمى طريقة التحويل. تم تقديم الخصائص الرياضية للتوزيع المعمم الجديد كدالة البقاء ودالة المخاطرة والدالة المولدة للعزوم، ولتقدير معالم التوزيع المقترح تم استعمال طريقة الامكان الاعظم. وتم تطبيق التوزيع المعمم الجديد على بيانات واقعية عن تجاوزات معدلات الفيضان (بالملي ثانية) إذ لوحظ أنها متفوقة على نماذجها الفرعية وتمّ اختبار الملاءمة بمعيار حسن المطابقة أكايكي (AIC)

ومعيار (K-S) (Kolmogorov-Smirnov) ولاستنتاج الذي تم استخلاصه ان التوزيعات المحولة المكونة من توزيعين وأكثر عن طريق خرائط التحويل هي أفضل في تمثيل البيانات من التوزيعات المنفردة.^[48]

***في عام 2022 قدم Tanis. C** تم توسيع توزيع رايلي المعكوس قام بالحصول على التوزيع الجديد بواسطة خارطة الرتب الترتيبية وتم اشتقاق الخصائص الرياضية للتوزيع وقدر خمس طرائق تقدير هي (طريقة الإمكان الأعظم ،طريقة المربعات الصغرى ،طريقة المربعات الصغرى الموزونة ،طريقة كرايمر فون مايسز واندرسون دارلنك)، لتقدير النقاط للتوزيع المقترح تم إجراء دراسة محاكاة مونت كارلو شاملة لتقييم سلوك المخاطرة للمقدين الذين تم فحصهم. قدم تطبيقين حقيقيين للبيانات لتوضيح القدرة الملائمة للأنموذج المقترح، ومقارنة مدى ملاءمته مع التطبيقات المنافسة. على عكس العديد من التوزيعات المقترحة سابقاً، فإن التوزيع المقدم في هذه الورقة قد وضع انموذجاً انسب لأوقات الشفاء لمرضى Covid-19.^[46]

***في عام (2022) قدمت (هدير سعدى)** بحثاً لتوزيع احتمالي مركب محول (Composite Distribution (TEFD) (Exponential- Fréchet) وتتمت دراسة الخصائص لهذا التوزيع كدالة الكثافة الاحتمالية والدالة التجميعية ودالة البقاء والمخاطرة وعمل انموذج احتمالي حديث وتقدير معالم الانموذج بطريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood وطريقة المربعات الصغرى الموزونة Weighted Least square وطريقة أندرسون - دارلنك Anderson darling. وعند اجراء المحاكاة تبين ان طريقة الفضلى هي اندرسون دارلنك عند حجم عينات صغيرة وعند حجم عينات كبيرة طريقة الإمكان الأعظم طبقت على بيانات مرض الفشل الكلوي وتقدير دالة البقاء للمرض.^[6]

نلاحظ من الدراسات السابقة انها تناولت تقدير دالة البقاء للتوزيعات الاعتيادية و التوزيعات المحولة وتبين ايضاً ابرز طرائق التقدير التي تم استعمالها (التقليدية والبيزية) ، اما هذه الدراسة قدمت ثلاثة طرائق لتقدير دالة البقاء للتوزيع الاحتمالي المحول الترتيبية (رايلي-باريتو) مع المقارنة بينها بغية اختيار الافضل ، وبالتالي جاءت هذه الرسالة استكمالاً واطافة للجهود العلمية التي بذلها الباحثون وكما معروض بالدراسات السابقة اعلاه.

الفصل الثاني

الجانب النظري

2-1 التمهيد (Preface):

هذا الفصل، تمت الإشارة إلى المفاهيم الأساسية ذات الصلة، مثل (دالة الكثافة الاحتمالية، دالة الكثافة التجميعية، الدالة المولدة للعزوم، معامل الاختلاف، معامل الالتواء ومعامل التقلطح). تم استعمال طريقة الإمكان الاعظم (MLE) وطريقة كريمر فون مايسز (CVM) وطريقة المقدرات التجزيئية (PER) لتقدير معلمات التوزيع المقترح ودوال البقاء واستعمال معايير المقارنة بين التوزيعات، وهي (معيار معلومات اكاكي، معيار معلومات اكاكي المصحح، معيار معلومات البيزي).

2-2 أساسيات و مفاهيم عامة

2-2-1 دالة البقاء (The Survival Function):

تُعرّف وظيفة البقاء على أنها احتمالية عدم فشل الوحدة في الفترة الزمنية (0, t) ، وبعبارة أخرى ، احتمال بقاء الكائن الحي على قيد الحياة لفترة زمنية محددة t^[32]، ويرمز لها (St) مصطلح البقاء على قيد الحياة غالباً ما تستعمل في مجال الطب وأبحاث الحياة ، وصيغتها الرياضية هي:

$$S(t) = p_r(T > t) = \int_t^{\max} f(t) dt$$

$$S(t) = 1 - p_r(T \leq t)$$

$$S(t) = 1 - F(t) \quad \dots (2 - 1)$$

اذ ان:

T الوقت حتى حدوث الفشل

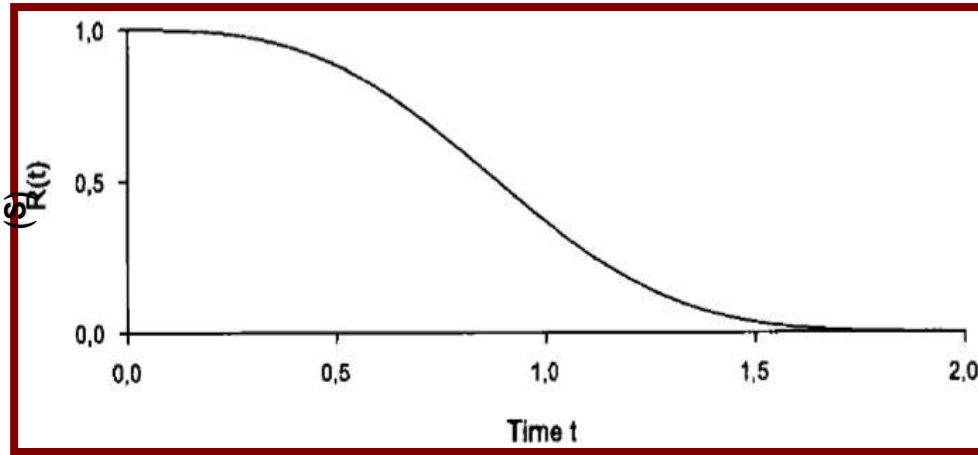
أما t فيمثل وقت البقاء الذي يكون أكبر أو يساوي صفراً (t ≥ 0).

عادة ما نعد ان S(0) = 1 أي أن احتمال بقاء المصاب حياً في الزمن (0) يساوي واحداً، وايضا يجب أن تكون دالة البقاء غير متزايدة مع الزمن وكذلك مستمرة من اليمين.^[37]

$$S(u) \leq s(t) \quad \text{if } u > t$$

فاحتمال البقاء عادة يقترب من الصفر كلما ازداد عمر الكائن الحي (الانسان مثلاً)

والشكل (2-1) يمثل منحنى دالة البقاء إذ يمثل المحور الافقي الوقت t والمحور العمودي يمثل قيمة دالة البقاء S(t) إذ يتبين من الشكل التناسب العكسي بين قيمة دالة البقاء S(t) والزمن t.



الشكل (2-1) (منحنى دالة البقاء)

2-2-2 دالة الكثافة التجميعية للفشل (Cumulative Density Function)

وهي احتمال موت الكائن الحي قبل الوقت t ويرمز لها بالرمز $F(t)$ وتسمى أيضا بدالة توزيع وقت الحياة وهي مكملة لدالة البقاء و يعبر عنها بالصيغة [20] :

$$F(t) = p_r(T \leq t)$$

$$F(t) = \int_0^t f(u)du \quad \dots (2 - 2)$$

اذ ان: $f(u)$ هي دالة كثافة الفشل للزمن t .

(T): الوقت حتى حدوث الفشل

$$F(t) = 1 - S(t) \quad \dots (2 - 3)$$

2-2-3 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل (Failure Density function)

وهي احتمال فشل المفردة (موت الانسان) في المدة $(t, t + \Delta t)$ وبغض النظر عن صغر Δt اذ ان $t_i = t_i + \Delta t$ ويعبر عنها بالرمز $f(t)$ والتعبير الرياضي لها هو [43]:

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pr[t < T < t + \Delta t]}{\Delta t}, \quad t \geq 0 \quad \dots (2 - 4)$$

اذ ان Δt : هو التغير في قيمة المتغير العشوائي T اي بمعنى $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$

ولهذه الدالة خواص هي [11]:

$$1 - f(t) \geq 0, \text{ for all } t$$

$$2 - \int_0^{\infty} f(t)dt = 1$$

2-2-4 دالة المخاطرة (Hazard Function)

يطلق عليها معدل الفشل وهي احتمال فشل المفردة أو النظام خلال الفترة الزمنية $(t, t+\Delta t)$ مع العلم أن المفردة أو النظام يعمل (لم يفشل) حتى الزمن t اما بالنسبة للكائن الحي فهي تمثل معدل الوفيات اللحظية للفرد الذي ينجو من الزمن t او احتمال ان تنتهي الحالة في الوقت t ويشار لها بالرمز $h(t)$ أي أن^[35]:

$$h(t) = \frac{\Pr(t < T \leq t + \Delta t / T > t)}{\Delta t} \quad \dots (2 - 5)$$

وعندما $\Delta t \rightarrow 0$ نحصل على دالة المخاطرة $h(t)$ وبالشكل الآتي:

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\Pr\{t < t + \Delta t / t\}}{\Delta t} \right] \quad \dots (2 - 6)$$

والاحتمال الشرطي عبارة عن الدالة المشتركة (*joint*) مقسومة على الدالة الحدية *Marjinal*

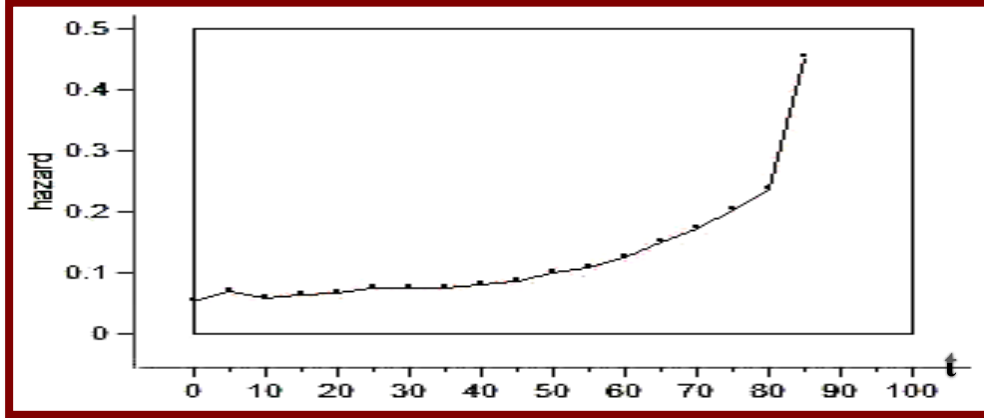
$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\Pr\{t < T < t + \Delta t\}}{\Delta t \Pr(T > t)} \right] \quad \dots (2 - 7)$$

$$h(t) = \frac{1}{S(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\Pr\{t < T < t + \Delta t\}}{\Delta t} \right] \quad \dots (2 - 8)$$

$$h(t) = \frac{dF(t)}{dt} * \frac{1}{S(t)} = \frac{f(t)}{S(t)} \quad \dots (2 - 9)$$

إن دالة الخطورة $h(t)$ تتناسب بصورة عكسية مع دالة البقاء $S(t)$ وبصورة طردية مع دالة الكثافة الاحتمالية $f(t)$ لذلك فان العلاقة التي تربط الدوال الثلاث والمتمثلة بالمعادلة (2-9) نستفيد منها وتطبق في الواقع، وإن معرفة أي اثنين من هذه الدوال يمكننا من الحصول على الدالة الثالثة.

والشكل (2-2) يبين منحنى دالة المخاطرة، اذ يمثل المحور الافقي الزمن t والمحور العمودي يمثل قيمة دالة المخاطرة $h(t)$ يمكن ملاحظة العلاقة الطردية بين قيمة دالة المخاطرة $h(t)$ والزمن t اذ كلما ازداد عمر الكائن الحي ازدادت الخطورة [44].



شكل (2-2) يوضح منحنى دالة المخاطرة (المصدر: عداد الباحث)

2-2-5 معامل الاختلاف (Coefficients of Variation)

يعرف معامل الاختلاف cv في نظرية الإحصاء والاحتمالات بأنه مقياس يستعمل لقياس مقدار التشتت للتوزيعات الاحتمالية نحصل عليه بقسمة الانحراف المعياري على الوسط الحسابي وصيغته الرياضية تكتب بالشكل الآتي [45]: -

$$cv = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \quad \dots (2 - 10)$$

اذ ان σ : الانحراف المعياري μ : الوسط الحسابي

2-2-6 معامل الالتواء (Coefficient of Skewness)

يبين معامل الالتواء (cs) الطريقة التي توزع بها المشاهدات داخل التوزيع الاحتمالي وهل تكون متماثلة حول الوسط الحسابي أي (الوسط الحسابي والوسيط والمنوال متطابقة) او ملتوية للجانب الايمن أي (الوسط الحسابي أكبر قيمة يليه الوسيط ثم المنوال) او ملتوية للجانب الايسر أي (الوسط الحسابي أصغر ما يكون يليه الوسيط فالمنوال) [1] ، ومن هنا تتجلى أهمية مقياس معامل الالتواء فهو يقيس درجة عدم التطابق في التوزيع ويبين الاتجاه الذي تتجه نحوها مفردات العينة وصيغته الرياضية تكتب كالاتي [32]: -

$$s_k = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots (2 - 11)$$

اذ ان μ_2 : العزم الثاني μ_3 : العزم الثالث

2-2-7 معامل التفلطح (Coefficient of Kurtosis)

يطلق عليه ايضا تسمية معامل التفرطح ويستعمل لقياس درجة تسطح او تفلطح الدالة او التوزيع الاحتمالي ودرجة تقوسه^[10]. وصيغته الرياضية التي توصل لها العالم كارل بيرسون تكتب بالشكل الآتي^[15]: -

$$ck = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} \quad \dots (2 - 12)$$

اذ μ_2 : العزم الثاني μ_4 : العزم الرابع.

اما ما سيتم تناوله في الفقرات التالية هي بعض التوزيعات التي لها علاقة بالتوزيع موضوع البحث :

2-3 توزيع رايلي (Rayleigh distribution)

يُعد توزيع رايلي من التوزيعات المستمرة والمرتبطة بحالات الفشل، ولهذا التوزيع تطبيقات كثيرة في مجال وصف الظواهر لا سيما في تحليل بيانات الحياة، كما اشار الى ذلك الباحث (Polavko,1968) ، كذلك وفي التجارب الطبية المتعلقة ببحوث امراض السرطان، كما اشار الى ذلك (Dyer& Whisenand,1973)، كذلك يوفر توقعات جيدة لأوقات الفشل المحتملة، وهذا التوزيع هو حالة خاصة من توزيع ويبل عندما تكون معلمة الشكل تساوي 2^[27,46]:
ودالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع هي:

$$f(x,\theta) = \frac{2x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{\theta}} \quad x > 0 , \theta > 0 \quad \dots (2 - 13)$$

اذ ان θ : تمثل معلمة القياس (Scale Parameter).

اما الدالة التجميعية لتوزيع رايلي فتكتب بالشكل الآتي :

$$F(x, \theta) = 1 - e^{-\frac{x^2}{\theta}} \quad \dots (2 - 14)$$

وبذلك فان دالة البقاء ستكون بالشكل الآتي:

$$S(x) = 1 - F(x)$$

$$S(x) = e^{-\frac{x^2}{\theta}} \quad \dots (2 - 15)$$

ودالة المخاطرة لتوزيع رايلي يكون شكلها الآتي:

$$h(x) = \frac{f(x)}{S(x)} = \frac{2x}{\theta} \quad \dots (2 - 16)$$

2-4 توزيع باريتو (Pareto distribution)

توزيع باريتو من النوع الأول ذي المعلمتين والذي يعبر عنه $(\text{Par } \alpha, \theta)$ يستعمل كأنموذج في العديد من التطبيقات العملية مثل توزيع احتياطي النفط العالمي في حقول النفط، احجام جزيئات الرمل، حرق اجزاء من الغابات على مستوى العالم، توزيع الدخل، الإحصاءات السكانية البشرية، تساقط الامطار وغيرها من المجالات. وقد أطلق عليه اسم باريتو نسبة الى اسم استاذ الاقتصاد فليفر دو باريتو (1923-1848) وهو اول من اقترح هذا التوزيع عندما وضع قانون شامل للتعامل مع توزيع الدخل لمجتمع معين، في هذا البحث يتم الحصول على تقدير معالم توزيع باريتو باستعمال طريقة العزوم المقدره وايجاد قيم تقريبية لكل من المتوسط والتباين لتوزيع باريتو وتكتب دالة الكثافة الاحتمالية بالشكل [1]:

$$f(x, \alpha, \theta) = \begin{cases} \frac{\alpha \theta^\alpha}{x^{\alpha+1}}, & x \geq \theta, \quad \theta, \alpha > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \dots (2 - 17)$$

ودالة الكثافة التجميعية تأخذ الشكل الآتي:

$$F(x, \alpha, \theta) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\theta}{x}\right)^\alpha, & x \geq \theta, \quad \theta, \alpha > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \dots (2 - 18)$$

ودالة البقاء تكتب بالصيغة الآتية:

$$S(x) = 1 - F(x)$$

$$S(x) = \left(\frac{\theta}{x}\right)^\alpha \quad \dots (2 - 19)$$

ودالة المخاطرة تكتب بالصيغة:

$$h(x) = \frac{f(x)}{S(x)} \quad \dots (2 - 20)$$

2-5 توزيع رايلي باريتو (Rayleigh Pareto Distributio)

هو توزيع احتمالي مستمر مركب من توزيعين رايلي وتوزيع باريتو، اذ يُعد بديلا ابسط مقارنة بتوزيعات مركبة أخرى في التطبيقات وتقدير الدوال والمعلمات^[38]

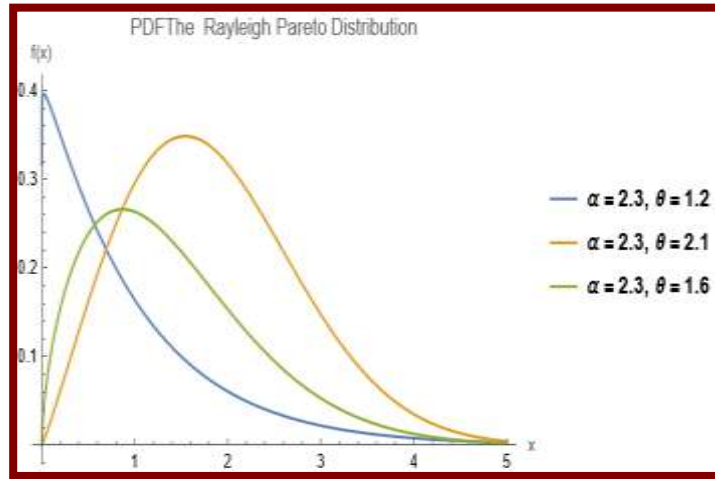
ودالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع هي:

$$f(x, \theta, \alpha) = \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \quad \dots (2 - 21)$$

معلمة القياس θ :

اذ ان α : معلمة الشكل

والشكل ادناه يوضح منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب رايلي باريتو

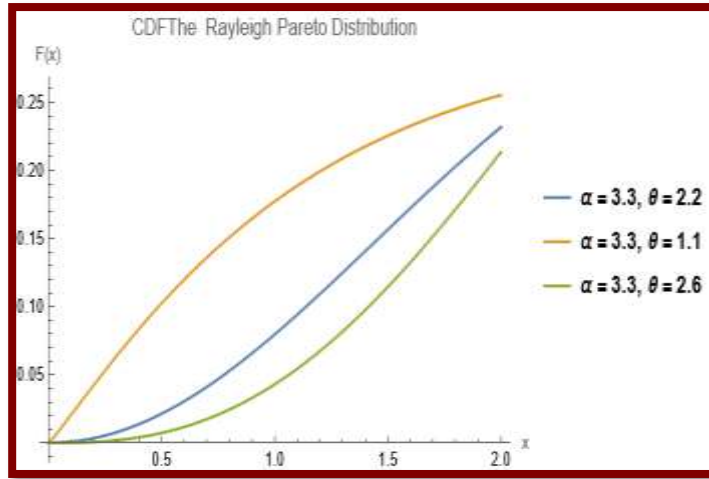


الشكل (2-3) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع رايلي باريتو (المصدر: اعداد الباحث)

ودالة الكثافة التجميعية لتوزيع رايلي باريتو تكتب بالصورة:

$$F(x, \theta, \alpha) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \quad \dots (2 - 22)$$

والشكل ادناه يوضح منحنى توزيع الدالة التجميعية للتوزيع

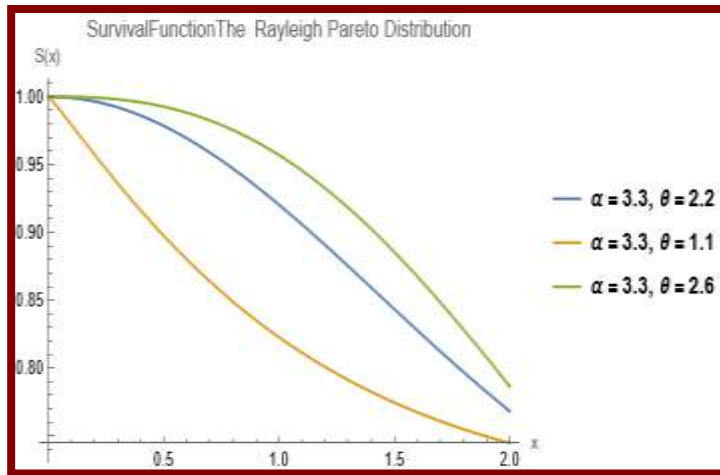


الشكل (2-4) الدالة التجميعية لتوزيع رايلي باريتو (المصدر: اعداد الباحث)

ومن ثمَّ فإن دالة البقاء تكتب بالشكل ادناه:

$$S(x) = e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \quad \dots (2 - 23)$$

والشكل ادناه يوضح منحنى دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو

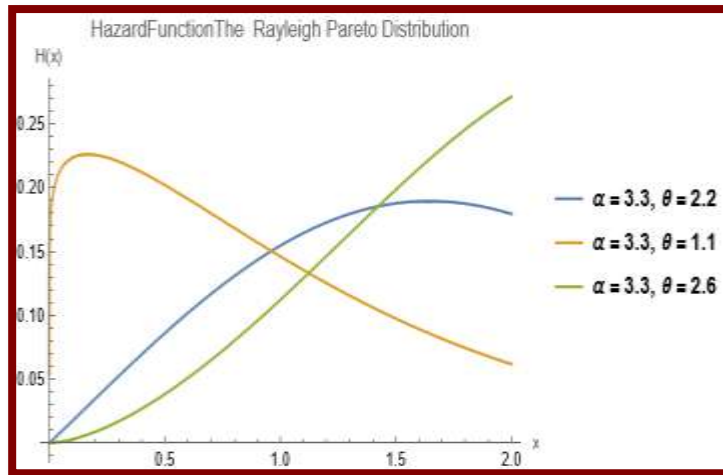


الشكل (2-5) دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو (المصدر: اعداد الباحث)

ودالة المخاطرة تكتب بالصورة الموضحة في المعادلة الآتية:

$$h(x) = \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} \quad \dots (2 - 24)$$

الآتي هو توضيح لشكل منحنى دالة المخاطرة للتوزيع



الشكل (2-6) دالة المخاطرة لتوزيع رايلي باريتو (المصدر: اعداد الباحث)

2-6 خارطة تحويل الرتب التربيعية (Quadratic Rank Transmuted Map (ORTM)

تعد خارطة التحويل الرتبة التربيعية التي قدمها (Shaw and Buckley) عام (2009) واحدة من الأساليب التي دعا إليها المؤلفان لإعطاء أي توزيع، فضلاً عن (Shaw and Buckley) قدما هذه الدالة لإنشاء مجموعة توزيعات جديدة وهذه التقنية هي أداة قوية لإنشاء توزيعات احتمالية ويمكن الحصول على دالة التوزيع (DF) (Distribution Function) إذا كان للتوزيع الاحتمالي الأساسي دالة توزيع تراكمي (CDF) فان المتغير العشوائي يكون محولاً بواسطة دالة تحويل الرتب التربيعية إذا كان له دالة توزيع تراكمي بحسب الشكل الآتي [21,23,24]: -

$$F(x) = (1 + \gamma)G_{RP}(x) - \gamma[G_{RP}(x)]^2, |\gamma| \leq 1 \quad \dots (2 - 25)$$

اذ ان:

$F(x)$: الدالة التجميعية للتوزيع المحول

$G_{RP}(x)$: دالة التوزيع المركب

γ : معلمة التحويل (Transfer Parameter) او معلمة الشكل (Shape Parameter) وقيمتها

$$-1 \leq \gamma \leq 1$$

وباشتقاق المعادلة (2 - 25) نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (PDF) ونحصل على الآتي: -

$$f(x) = (1 + \gamma)g_{RP}(x) - 2\gamma G_{RP}(x), |\gamma| \leq 1 \quad \dots (2 - 26)$$

يمكن ملاحظة انه عندما تكون $\gamma = 0$ يتم الحصول على توزيع المتغير العشوائي وهو حالة خاصة من التوزيع المحول . الصفة (السمة) الرئيسة لهذه الفئة من التوزيعات هي إنها أكثر مرونة من حيث الانحراف والتفطح من التوزيعات الأساسية كونها إسهامة مهمة في النمذجة الإحصائية.

2-6-1 اشتقاق التوزيع المركب (رايلي - باريتو) المحول التربيعي [اعداد الباحث]:

في هذه الرسالة نقوم بدراسة التوزيع المركب المحول التربيعي (رايلي-باريتو)

(Composite distribution quadratic transformed Rayleigh Pareto) إذ نقوم بتعويض دالة التوزيع التراكمي للتوزيع (رايلي- باريتو) (cdf) الواردة في معادلة (22 - 2) في دالة التحويل التربيعي الواردة في معادلة (26 - 2) اذ نحصل على التوزيع المركب المحول التربيعي التراكمي وكما يأتي:-

$$f(x, \theta, \alpha, \gamma) = f(x, \theta, \alpha)[1 + \gamma - 2\gamma F(x, \theta, \alpha)] \quad \dots (2 - 27)$$

$$f(x, \theta, \alpha, \gamma) = \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right] \quad \dots (2 - 28)$$

اذ ان :

α, θ : معلمتي الشكل (Shape Parameters)

γ : معلمة القياس (Scale Parameters)

ولإثبات ان الدالة ذات كثافة احتمالية و تكاملها = 1 سننتبع الخطوات ادناه بالاعتماد على برنامج

Mathematica

$$\int_0^{\infty} f(x, \theta, \alpha, \gamma) \cdot dx = \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right] \cdot dx \quad \dots (2 - 29)$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[1 + \gamma - 2\gamma + 2\gamma e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] \cdot dx$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (1 + \gamma - 2\gamma) + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \cdot dx$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^{\theta}} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} (1 + \gamma - 2\gamma) + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^{\theta}} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} . dx \\
 &= \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^{\theta}} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} (1 + \gamma - 2\gamma) . dx + \int_0^{\infty} \frac{2\gamma\theta}{\alpha^{\theta}} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} . dx \\
 &= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^{\theta}} \int_0^{\infty} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} . dx + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^{\theta}} \int_0^{\infty} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} . dx
 \end{aligned}$$

$$\text{let } u = \frac{x}{\alpha}, \quad x = u\alpha, dx = \alpha du$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^{\theta}} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1} e^{-(u)^{\theta}} . \alpha du + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^{\theta}} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1} e^{-2(u)^{\theta}} . \alpha du \\
 &= \frac{\theta\alpha(1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^{\theta-1}}{\alpha^{\theta}} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} e^{-(u)^{\theta}} . du + \frac{2\alpha\gamma\theta\alpha^{\theta-1}}{\alpha^{\theta}} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} e^{-2(u)^{\theta}} . du \\
 &= \frac{\theta\alpha(1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^{\theta-1}}{\alpha^{\theta}} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} e^{-(u)^{\theta}} . du + \frac{2\alpha\gamma\theta\alpha^{\theta-1}}{\alpha^{\theta}} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} e^{-2(u)^{\theta}} . du \\
 &= \theta(1 + \gamma - 2\gamma) \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} e^{-(u)^{\theta}} . du + 2\gamma\theta \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} e^{-2(u)^{\theta}} . du
 \end{aligned}$$

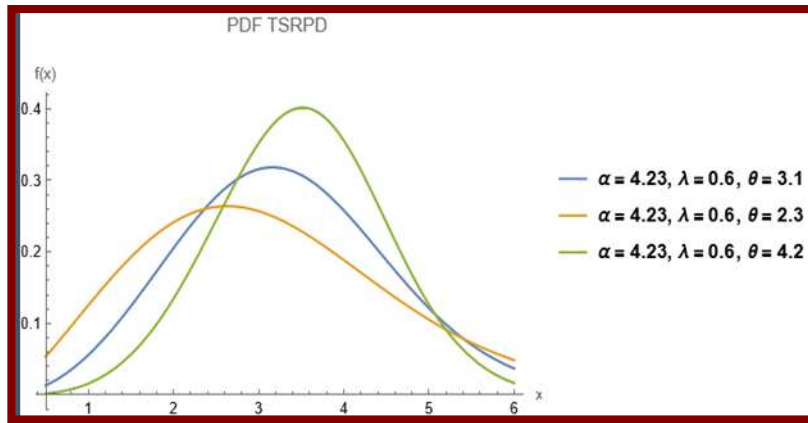
$$= \left[\frac{\theta(1+\gamma-2\gamma)}{\theta} \right] + \frac{2\gamma\theta}{2\theta}$$

$$= \left[\frac{\theta(1+\gamma-2\gamma)}{\theta} \right] + \frac{2\gamma\theta}{2\theta}$$

$$= (1 + \gamma - 2\gamma) + \gamma$$

$$= 1$$

والشكل يبين منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب المحول التربيعي



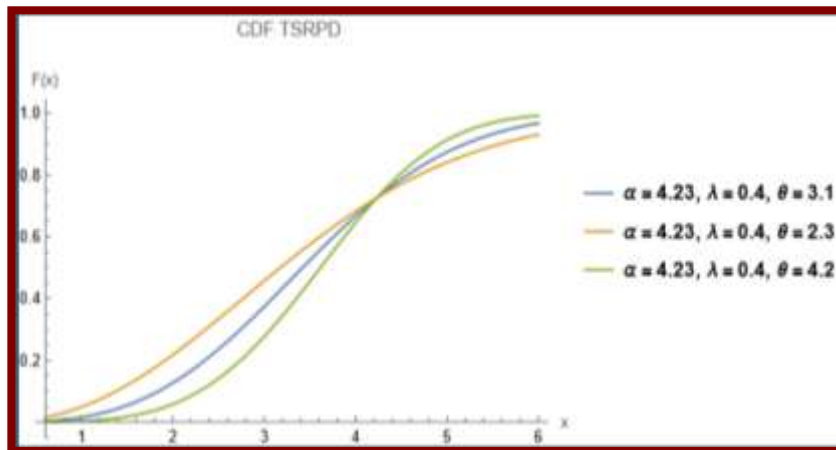
الشكل (2-7) دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المحول (المصدر: اعداد الباحث)

وان دالة الكثافة التجميعية للتوزيع المركب المحول التربيعي

$$F(x, \theta, \alpha, \gamma) = (1 + \gamma)(F(x, \theta, \alpha) - \gamma[F(x, \theta, \alpha)]^2) \quad \dots (2 - 30)$$

$$F(x, \theta, \alpha, \gamma) = (1 + \gamma)(1 - e^{-(\frac{x}{\alpha})^\theta}) - \gamma \left[1 - e^{-(\frac{x}{\alpha})^\theta} \right]^2 \quad \dots (2 - 31)$$

والشكل ادناه يبيّن منحنى دالة التوزيع التراكمي للتوزيع المحول التربيعي



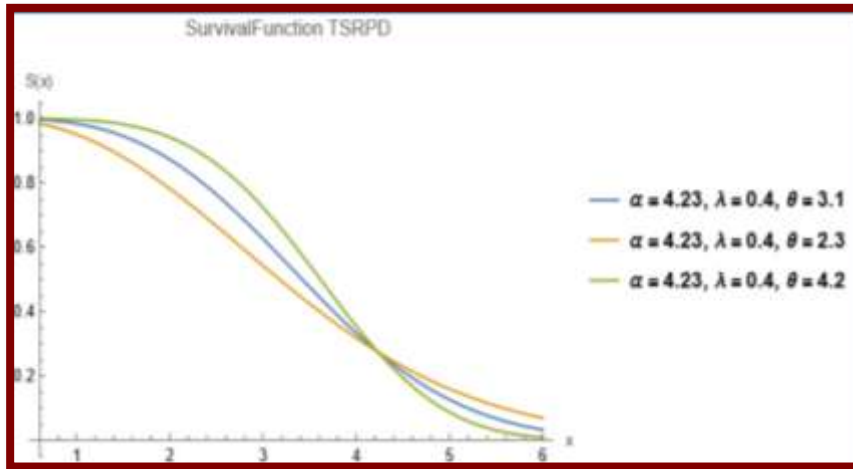
الشكل (2-8) الدالة التجميعية للتوزيع المحول (المصدر: اعداد الباحث)

ودالة البقاء تكتب بالشكل:

$$S(x, \theta, \alpha, \gamma) = 1 - F(x, \theta, \alpha, \gamma)$$

$$S(x, \theta, \alpha, \gamma) = 1 - (1 + \gamma)(1 - e^{-(\frac{x}{\alpha})^\theta}) - \gamma \left[1 - e^{-(\frac{x}{\alpha})^\theta} \right]^2 \quad \dots (2 - 32)$$

والشكل الآتي يبيِّن منحنى دالة البقاء للتوزيع المحول التربيعي



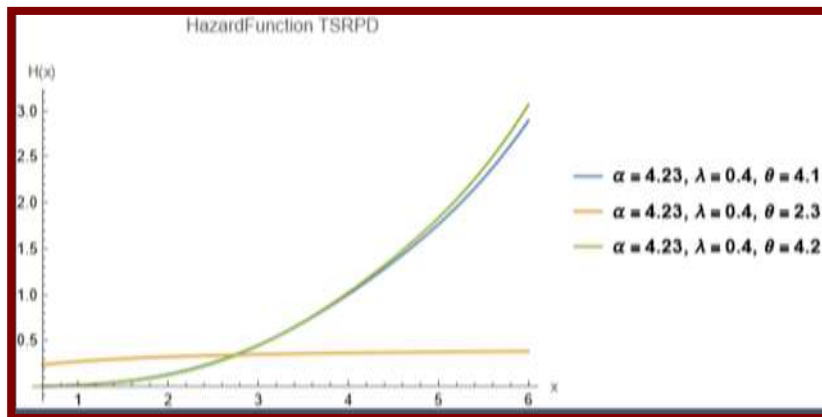
الشكل (2-9) دالة البقاء للتوزيع المحول (المصدر: اعداد الباحث)

وصيغة دالة المخاطرة للتوزيع المحول التربيعي هي:

$$h(x, \theta, \alpha, \gamma) = \frac{f(x, \theta, \alpha, \gamma)}{S(x, \theta, \alpha, \gamma)}$$

$$h(x, \theta, \alpha, \gamma) = \frac{\frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right]}{1 - (1 + \gamma) \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] - \gamma \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2} \dots (2 - 33)$$

والشكل ادناه يوضح منحنى دالة المخاطرة للتوزيع المحول المقترح



الشكل (2-10) دالة المخاطرة للتوزيع المحول (المصدر: اعداد الباحث)

ويمكن اشتقاق العزم الرائي للتوزيع كما يأتي:

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x, \theta, \alpha, \gamma). dx \quad \dots (2 - 34)$$

$$= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} x^r x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} x^r x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx$$

$$= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} x^{\theta-1+r} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} x^{\theta-1+r} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx$$

$$\text{let } u = \frac{x}{\alpha}, \quad x = u\alpha, dx = \alpha du$$

$$= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} . \alpha du + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1+r} e^{-2(u)^\theta} \alpha du$$

$$= \frac{\theta\alpha(1+\gamma-2\gamma)\alpha^{\theta-1+r}}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} . du + \frac{\alpha\alpha^{\theta-1+r}2\gamma\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-2(u)^\theta} du$$

$$= \theta(1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^r \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} . du + \alpha^r 2\gamma\theta \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-2(u)^\theta} du$$

$$= \theta(1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^r \frac{\Gamma\left[\frac{r + \theta}{\theta}\right]}{\theta} + \alpha^r 2\gamma\theta \frac{2^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r + \theta}{\theta}\right]}{\theta}$$

$$E(x^r) = (1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^r \Gamma\left[\frac{r + \theta}{\theta}\right] + \alpha^r 2\gamma 2^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r + \theta}{\theta}\right] \quad , r = 1,2,3, \quad \dots (2 - 35)$$

Where r=1

$$E(x^1) = (1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^1 \Gamma\left[\frac{1 + \theta}{\theta}\right] + \alpha^1 2\gamma 2^{-\frac{1+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{1 + \theta}{\theta}\right] \quad \dots (2 - 36)$$

Where r=2

$$E(x^2) = (1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^2 \Gamma\left[\frac{2 + \theta}{\theta}\right] + \alpha^2 2\gamma 2^{-\frac{2+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{2 + \theta}{\theta}\right] \quad \dots (2 - 37)$$

Where $r=3$

$$E(x^3) = (1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^3 \Gamma\left[\frac{3 + \theta}{\theta}\right] + \alpha^3 2\gamma 2^{-\frac{3+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{3 + \theta}{\theta}\right] \quad \dots (2 - 38)$$

Where $r=4$

$$E(x^4) = (1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^4 \Gamma\left[\frac{4 + \theta}{\theta}\right] + \alpha^4 2\gamma 2^{-\frac{4+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{4 + \theta}{\theta}\right] \quad \dots (2 - 39)$$

والعزم حول الوسط الحسابي يحسب كالآتي:

$$E(x - \mu)^r = \int_0^{\infty} (x - \mu)^r f(x, \theta, \alpha, \gamma). dx \quad \dots (2 - 40)$$

$$= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (x - \mu)^r x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (x - \mu)^r x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx$$

$$E(x - \mu)^r = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j \quad \dots (2 - 41)$$

$$= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} x^j x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} x^j x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx$$

$$= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} x^{\theta-1-j} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx + \frac{2\gamma\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} x^{\theta-1-j} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} . dx$$

$$\text{let } u = \frac{x}{\alpha}, \quad x = u\alpha, dx = \alpha du$$

$$= \frac{\theta(1 + \gamma - 2\gamma)}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1-j} e^{-(u)^\theta} . \alpha du$$

$$+ \frac{2\gamma\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1-j} e^{-2(u)^\theta} . \alpha du$$

$$= \frac{\theta\alpha(1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^{\theta-1-j}}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u)^{\theta-1-j} e^{-(u)^\theta} \cdot du$$

$$+ \frac{2\alpha\gamma\theta\alpha^{\theta-1-j}}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u)^{\theta-1-j} e^{-2(u)^\theta} \cdot du$$

$$= \theta(1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u)^{\theta-1-j} e^{-(u)^\theta} \cdot du$$

$$+ 2\gamma\theta\alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u)^{\theta-1-j} e^{-2(u)^\theta} \cdot du$$

$$= \theta(1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\Gamma[\frac{j+\theta}{\theta}]}{\theta}$$

$$+ 2\gamma\theta\alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \Gamma[\frac{j+\theta}{\theta}]}{\theta}$$

$$= \theta(1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\Gamma[\frac{j+\theta}{\theta}]}{\theta}$$

$$+ 2\gamma\theta\alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \Gamma[\frac{j+\theta}{\theta}]}{\theta}$$

$$= (1 + \gamma - 2\gamma)\alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma[\frac{j+\theta}{\theta}]$$

$$+ 2\gamma\alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \Gamma[\frac{j+\theta}{\theta}]$$

$$E(x - \mu)^r = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j] \left((1 + \gamma - 2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right) , r = 2,3,4 \dots (2 - 42)$$

Where r=2

$$E(x - \mu)^2 = \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1 + \gamma - 2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right) \quad \dots (2 - 43)$$

$$\sigma^2 = \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1 + \gamma - 2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1 + \gamma - 2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right)} \quad \dots (2 - 44)$$

Where r=3

$$E(x - \mu)^3 = \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-\mu)^{3-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1 + \gamma - 2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right) \quad \dots (2 - 45)$$

Where r=4

$$E(x - \mu)^4 = \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} (-\mu)^{4-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1 + \gamma - 2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right) \quad \dots (2 - 46)$$

ومعامل الاختلاف سوف يكتب بالشكل:

$$C \cdot V = \frac{\sigma}{\mu'_1} \times 100\%$$

$$C.V = \frac{\sqrt{\sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1 + \gamma - 2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right)}}{(1 + \gamma - 2\gamma) \alpha^1 \Gamma \left[\frac{1+\theta}{\theta} \right] + \alpha^1 2\gamma 2^{-\frac{1+\theta}{\theta}} \Gamma \left[\frac{1+\theta}{\theta} \right]} \quad \dots (2 - 47)$$

ومعامل الالتواء:

$$S.K = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$S.K = \frac{\sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-\mu)^{3-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1+\gamma-2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right)}{\left(\sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1+\gamma-2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right) \right)^{\frac{3}{2}}} \quad \dots (2-48)$$

ومعامل التفلطح:

$$C.K = \frac{E(x - \mu)^4}{\sigma^4}$$

$$C.K = \frac{\sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} (-\mu)^{4-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1+\gamma-2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right)}{\left(\sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma \left[\frac{j+\theta}{\theta} \alpha^j \right] \left((1+\gamma-2\gamma) + 2\gamma 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right) \right)^2} \quad \dots (2-49)$$

والدالة المولدة للعزوم للتوزيع المحول التربيعي تكتب كالاتي:

$$M_x(t) = E(e^{tx}) \quad \dots (2-50)$$

$$M_x(x) = E(e^{tx}) = \int_0^{\infty} e^{tx} f(x) dx \quad \dots (2-51)$$

$$M_x(t) = \int_0^{\infty} \left(1 + tx + \frac{(tx)^2}{2!} + \dots + \frac{(tx)^r}{r!} \right) f(x). dx$$

$$M_x(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} (1+\gamma-2\gamma) \alpha^r \Gamma \left[\frac{r+\theta}{\theta} \right] + \alpha^r 2\gamma 2^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma \left[\frac{r+\theta}{\theta} \right] \quad \dots (2-52)$$

7-2 طرائق تقدير دالة البقاء

يعرف التقدير بأنه ايجاد تقدير للمعلمة المجهولة للمجتمع من المعلومات المتوافرة من العينة، اذ ان اغلب الظواهر لا يمكن دراستها دراسة كاملة لصعوبة هذا الامر، ولكن يمكن معرفة سلوكها على توزيع احتمالي معين وهذا التوزيع فيه معلمات مجهولة وهذه المعلمات نحتاج الى ان تقدر بأحد طرائق التقدير المعروفة حتى نتمكن من معرفة بعض خصائص المجتمع عن طريق التوزيع الاحتمالي. وفي هذه الرسالة سنستعمل طرائق التقدير الآتية:

2-7-1 طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method)

تعد طريقة الامكان الاعظم (MLE) من أهم طرائق التقدير التقليدية في عملية التقدير واكثرها استعمالاً كونها تتميز بخصائص جيدة منها الكفاية والثبات والاتساق وعدم التحيز وتملك اقل تباين، وتكون اكثر دقة عندما يكون حجم العينة كبيراً، وأول من صاغ هذه الطريقة هو العالم (C. F. Gauss) وقام بتطبيقها لأول مرة الباحث (S. A. Fisher) عام (1922)، وتمتاز المقدرات التي يتم الوصول عليها من طريقة الامكان الاعظم بانها تملك بعض خصائص المقدر الجيد (Best Estimate)، وان مبدأ وهدف هذه الطريقة هو إيجاد قيم تقديرية للمعلمات التي نريد تقديرها، وذلك بجعل دالة الامكان في نهايتها العظمى^[3,47].

لتكن x_1, x_2, \dots, x_n مشاهدات عشوائية بحجم n تتبع توزيع (رايلي - باريتو) المحول ذو ثلاث معلمات فان دالة الامكان للمشاهدات يمكن صياغتها بالشكل الآتي^[9]:

$$f(x, \theta, \alpha, \gamma) = \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right] ; x > 0, \alpha, \theta \geq 0, -1 < \gamma < 1 \quad \dots(2-53)$$

$$Lf(x_1, x_2, \dots, x_n, \alpha, \theta, \gamma) = \prod_{i=1}^n f(x, \alpha, \theta, \gamma)$$

$$Lf(x_i, \alpha, \theta, \gamma) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{\theta}{\alpha^\theta} x_i^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left(1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right] \right] \quad \dots(2-54)$$

$$Lf(x_i, \alpha, \theta, \gamma) = \frac{\theta^n}{\alpha^{\theta n}} \prod_{i=1}^n \left[x_i^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \left[1 + \gamma - 2\gamma \left(1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right] \right] \quad \dots (2-55)$$

وبأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة نحصل على:

$$\ln Lf(x_i, \alpha, \theta, \gamma) = n \ln \theta - n \theta \ln \alpha + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta + \sum_{i=1}^n \ln \left[1 + \gamma - 2\gamma \left(1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right] \quad \dots (2-56)$$

وبأخذ المشتقة للمعلمات

$$\frac{d \ln Lf(x_i, \alpha, \theta, \gamma)}{d \theta} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\theta} + \ln[x_i] - \ln[\alpha] + \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta \ln \left[\frac{x_i}{\alpha} \right] (-1 + e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \ln[1 - \gamma]) \right) = 0 \quad \dots(2-57)$$

$$\frac{d \ln Lf(x_i, \theta, \alpha, \gamma)}{d \alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n \theta \left(-1 + \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta \ln[1 - \gamma] \right)}{\alpha} = 0 \quad \dots (2-58)$$

$$\frac{d\text{LnLf}(x_i, \alpha, \theta, \gamma)}{d\gamma} = - \sum_{i=1}^n \frac{(1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta})n}{1 - \gamma} = 0 \quad \dots (2-59)$$

المعادلات السابقة غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية (نيوتن رافسون) للحصول على مقدرات طريقة الإمكان الأعظم $(\hat{\gamma}_{MLE}, \hat{\alpha}_{MLE}, \hat{\theta}_{MLE})$ ويتم تعويض المقدرات بالمعادلة للحصول على دالة البقاء المقدر.

$$S(x, \theta, \alpha, \gamma)_{MLE} = 1 - \left[(1 + \gamma_{MLE})1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^{\theta_{MLE}}} - \gamma_{MLE} \left[1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^{\theta_{MLE}}} \right]^2 \right] \quad \dots (2 - 60)$$

2-7-2 طريقة المقدرات التجزئية (Percentiles Estimators Method)

تستعمل هذه الطريقة لتقدير المعلمات عن طريق مقارنة نقاط معينة من منحنى التوزيع مع النقاط العامة للتوزيع، اول من اقترح هذه الطريقة هو العالم KAW عام 1958 وتعتمد طريقة التوزيع هذه على الدالة التجميعية (CDF) [25]. وفي عام 1997 اعتمدها العالم Schimed لتقدير معلمات التوزيع الاسي بمعلمتين

وبفرض ان q_i هي مقدر الدالة التجميعية $F(x_i)$ فإن:

$$q_i = \frac{i}{n + 1}$$

$$q_i = \frac{i - 0.3}{n + 0.25}$$

وبمساواة دالة التوزيع التراكمي لتوزيع (رايلي -باريتو) الجديد التي تتميز بثلاث معلمات (γ, θ, α) تقدير المعلمة (γ) [50]

$$q_i = \hat{F}(x, \gamma, \theta, \alpha) = (1 + \gamma)1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \gamma \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \quad \dots (2 - 61)$$

فان مقدر المعلمات $(\hat{\alpha}, \hat{\theta}, \hat{\gamma})$ نحصل عليه عن طريق اجراء الاشتقاق الجزئي للصيغة ادناه بالنسبة للمعلمات (α, θ, γ) .

$$Q = \sum_{i=1}^n \left(\frac{i - 0.3}{n + 0.25} - (1 + \gamma)1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} - \gamma \left[1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \right)^2 \quad \dots (2 - 62)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للمعادلة (2-62) بالنسبة للمعلمات (α, θ, γ) لتكون بالشكل الاتي :

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = 0$$

$$\hat{\alpha} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{(e^{-4xi^\theta \alpha^{-\theta}} xi^\theta \alpha^{-1-\theta} (e^{xi^\theta \alpha^{-\theta}} (-1 + \gamma) - 2\gamma) (e^{2xi^\theta \alpha^{-\theta}} (-0.25 + i - n))}{0.25 + n} + \frac{e^{xi^\theta \alpha^{-\theta}} (0.25 + n(1 - \gamma) - 0.25\gamma) + (0.25 + n)\gamma\theta}{0.25 + n} \right) = 0 \quad \dots (2 - 63)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = 0$$

$$\hat{\theta} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{(e^{-4xi^\theta \alpha^{-\theta}} xi^\theta \alpha^{-\theta} (e^{xi^\theta \alpha^{-\theta}} (-1 + \gamma) - 2\gamma) (e^{2xi^\theta \alpha^{-\theta}} (-0.25 + i - n))}{0.25 + n} + \frac{e^{xi^\theta \alpha^{-\theta}} (0.25 + n(1 - \gamma) - 0.25\gamma) + (0.25 + n)\gamma (\text{Log}[xi] - \text{Log}[\alpha])}{0.25 + n} \right) = 0 \quad \dots (2 - 64)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \gamma} = 0$$

$$\hat{\gamma} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{-e^{-2xi^\theta \alpha^{-\theta}} (-1 + e^{xi^\theta \alpha^{-\theta}}) \left(\frac{-0.3 + i}{0.25 + n} - e^{-2xi^\theta \alpha^{-\theta}} \right)}{(-1 + e^{xi^\theta \alpha^{-\theta}}) (e^{xi^\theta \alpha^{-\theta}} + \gamma)} \right) = 0 \quad \dots (2 - 65)$$

وان المعادلات السابقة غير خطية لا يمكن ان تحل بالطرائق التحليلية الاعتيادية لذا سيتم استعمال الطرائق العددية في برنامج Mathematica لإيجاد مقدرات ودالة البقاء للتوزيع الجديد.

وعند التعويض عن $(\hat{\gamma}_{Per}, \hat{\theta}_{Per}, \hat{\alpha}_{Per})$ في المعادلة ادناه نحصل على تقدير دالة البقاء بطريقة المقدرات التجزئية:

$$S(x, \theta, \alpha, \gamma)_{Per} = 1 - \left[(1 + \gamma_{Per}) 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{Per}}} - \gamma_{Per} \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{Per}}} \right]^2 \right] \quad \dots (2 - 66)$$

7-3-2 طريقة كريمر فون مايسز (Method of Cramer-Von Mises Minimum)

تعتمد طريقة كريمر فون مايسز على مقدرات الحد الأدنى للمسافة اذ يمكننا الحصول على تقديرات المسافة الدنيا لطريقة *Cramer-Von Mises Minimum* وذلك بتقليل المسافة بين الدالة $c(\gamma, \theta, \alpha, x)$ بالنسبة للمعلمت غير المعروفة ويمكننا الحصول على المقدرات وذلك بالاشتقاق الجزئي $c(\gamma, \theta, \alpha, x)$ بالنسبة للمعلمت غير المعروفة ومساواتها للصفر وكالاتي [26,50].

$$c(\gamma, \theta, \alpha, x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(\gamma, \theta, \alpha, xi) - \frac{2i - 1}{2n} \right]^2 \quad \dots (2 - 67)$$

اذ ان $F(\gamma, \theta, \alpha, x)$ تمثل الدالة التجميعية لتوزيع (رايلي - باريتو) المحول وتطبيق المعادلة (2 - 67) نحصل على:

$$c(\gamma, \theta, \alpha, x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[(1 + \gamma)1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} - \gamma \left[1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 - \frac{2i - 1}{2n} \right]^2 \quad \dots (2 - 68)$$

ولتصغير المسافة الدنيا يتم اشتقاق جزئي بالنسبة للصيغة السابقة ومساواتها للصفر وحسب ما يأتي:

الاشتقاق بالنسبة α للحصول على المقدّر $\hat{\alpha}_{CVM}$ وكالاتي :

$$\frac{c(\gamma, \theta, \alpha, x)}{d\alpha} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{n(e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} (-1 + \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta) (-1 + \gamma) + (2 - 4\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta) \gamma) \theta}{\alpha(e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} (-1 + \gamma) - 2\gamma)} \right] = 0 \quad \dots (2 - 69)$$

الاشتقاق بالنسبة θ للحصول على المقدّر $\hat{\theta}_{CVM}$ وكالاتي :

$$\frac{c(\gamma, \theta, \alpha, x)}{d\theta} = 2 \sum_{i=1}^n \left[n \left(\frac{1}{\theta} + \text{Log}[x_i] - \frac{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta (e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} (-1 + \gamma) - 4\gamma) \text{Log}\left[\frac{x_i}{\alpha}\right]}{e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} (-1 + \gamma) - 2\gamma} - \text{Log}[\alpha] \right) \right] = 0 \quad \dots (2 - 70)$$

الاشتقاق بالنسبة γ للحصول على المقدّر $\hat{\gamma}_{CVM}$ وكالاتي :

$$\frac{c(\gamma, \theta, \alpha, x)}{d\gamma} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{(-2 + e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta}) n}{-e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} - 2\gamma + e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \gamma} \right] = 0 \quad \dots (2 - 71)$$

المعادلات السابقة غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق التحليلية الاعتيادية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية (نيوتن رافسون) للحصول على مقدرات طريقة كرايمر فون مايسز $(\hat{\gamma}_{CVM}, \hat{\beta}_{CVM}, \hat{\alpha}_{CVM}, \hat{\theta}_{CVM})$. ويتم تعويض المقدرات بالمعادلة للحصول على دالة البقاء المقدر.

$$S(x, \theta, \alpha, \gamma)_{CVM} = 1 - \left[(1 + \gamma_{CVM})1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{CVM}}} - \gamma_{CVM} \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{CVM}}} \right]^2 \right] \quad \dots (2 - 72)$$

2-8 معايير اختيار افضل توزيع (Criteria for selection of the best distribution)

عملية اختيار افضل توزيع تعد عملية مهمة في عملية تحليل البيانات ولإثبات افضلية طريقة تقدير للتوزيع المقترح ومدى ملائمتها للبيانات الحقيقية تم استعمال ثلاثة من معايير المفاضلة وهي:

2-8-1 معيار معلومات اكاكي (AIC) (Akaike information criterion)

اقترح هذا المعيار من العالم الياباني (هيرو تسوغو اكاكي) عام 1973م ، وهو مقياس للجودة النسبية لعدد من النماذج المطبقة على عينة من البيانات وهو مستوحى من نظرية المعلومات ويساعد على اختيار

الانموذج الافضل وفق مبدأ التقدير الاحصائي اي انه يفضل النماذج التي تحقق احسن توافق بين درج تعقيد الانموذج وقوته الحقيقية^[40]، وهو معيار نسبي يستعمل للمفاضلة بين توزيعين واكثر لمجموعة من البيانات ويتم حساب قيمة (AIC) لكل توزيع من التوزيعات التي يتم المقارنة بينهما على البيانات نفسها وان افضل توزيع هو الذي يمتلك اقل قيمة لـ (AIC) وان صيغته الرياضية هي^[31]:

$$AIC = -2 \log L(\hat{\theta}) + 2K \quad \dots (2 - 73)$$

اذ ان:

θ : يمثل متجه معاملات الانموذج.

L: يمثل قيمة دالة الامكان الاعظم . K: يمثل عدد معاملات التوزيع .

2-8-2 معيار معلومات اكاكي المصحح (AIC_c) (Akaike information correcte)

الصيغة العامة لهذا المعيار تعتمد بشكل اساس على الانموذج الاحصائي وان اختيار افضل توزيع من مجموعة من التوزيعات يعتمد على قيمة هذا المعيار الذي يكون صاحب اقل قيمة، وان صيغة معيار اكاكي المصحح هي^[45]:

$$AICc = AIC + \frac{2K(K + 1)}{n - K - 1} \quad \dots (2 - 74)$$

اذن ان:

AIC: معيار اكاكي

K: عدد معاملات التوزيع n: حجم العينة

2-8-3 معيار اكاكي البيزي (BIC) (InformatioCriterion)

هذا المعيار اقترح من العالم (Schwarz) عام 1978، اذ يكون التوزيع الافضل من بين مجموعة من التوزيعات الذي يجعل قيمة المعيار (BIC) اقل ما يمكن وان صيغة هذا المعيار هي^[45]:

$$BIC = -2 \log(L) + K \log(n) \quad \dots (2 - 75)$$

2-9 متوسط مربعات الخطأ (Mean squared error(MSE))

يستعمل المعيار الاحصائي (MSE) للمقارنة بين طرائق تقدير المعلمات ودالة البقاء للتوزيعات الاحتمالية والنماذج الإحصائية وذلك باعتماد اقل متوسط لمربعات للخطأ بين هذه الطرائق فتعتبر الطريقة التي تملك اقل متوسط مربع للخطأ هي أفضل طريقة للتقدير، وهو مجموع مربع انحرافات القيم المقدره عن القيم الحقيقية، وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:

$$MSE(\gamma) = \sum_{i=1}^R (\hat{\gamma}_i - \gamma)^2 \quad \dots (2 - 76)$$

$$MSE(\hat{S}(x_t)) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{S}(x_{t_j}) - S(x_{t_j}))^2 \quad \dots (2 - 77)$$

إذ ان: γ تمثل القيم الافتراضية لمعلمت او لدالة البقاء للتوزيع المقترح.

$\hat{\gamma}$: تمثل القيم المقدره لمعلمت او دالة البقاء للتوزيع المقترح.

$S(x_t)$: تمثل قيم دالة البقاء الحقيقية (التجريبية) للتوزيع المقترح .

$\hat{S}(x_t)$: تمثل قيم دالة البقاء (المقدرة) للتوزيع المقترح.

R: عدد تكرارات التجربة.

$i = 1, 2, \dots, m$; عدد قيم المتغير (x_t) في التجربة.

2-10 اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit)

لغرض معرفة أن البيانات الحقيقية تتبع التوزيع المدروس (رايلي - باريتو ذي الثلاث معلمت) فقد تم استعمال اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit) وحسب الفرضية الاحصائية الآتية^[2,5]:

H_0 : The data have Three Parameters Transformed Rayleigh – Pareto Distribution.

H_1 : The data dont have Three Parameters Transformed Rayleigh – Pareto Distribution.

وقد تم توضيح نتائج اختبار فرضية حسن المطابقة الفرضية باستعمال الاختبارات الآتية:

1- Chi –Squared^[2]

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(D_i - E_i)^2}{E_i} \quad \dots (2 - 78)$$

اذ ان :

D_i تمثل التكرار الملحوظ للملاحظات

E_i تمثل التكرارات المتوقعة للملاحظات

وان خطوات احتساب احصاءة اختبار حسن المطابقة χ^2_c كالآتي:

1. تبويب البيانات الى فئات وان D_i تمثل التكرارات المشاهدة الحقيقية.
2. حساب احتمالات تكرارات المشاهدة الحقيقية P_i عن طريق دالة الكثافة التجميعية (C. D. F).
3. حساب التكرار المتوقع E_i لكل تكرار مشاهد D_i وهي تمثل القيمة المتوقعة التي تم احتسابها من التوزيع النظري المستعمل .
4. احتساب احصاءة الاختبار χ^2 عند درجة حرية (i - 1) وذلك بأستعمال الدالة خوارزمية جاهزة في برنامج (Mathematica) ، وبخوارزمية كتبت في البرنامج والتي تم فيها تعريف دالة التوزيع التراكمية النظرية للتوزيع (cdf) ومقارنتها مع دالة التوزيع التراكمية المقدره للبيانات الحقيقية (cdf) أذ أن k تمثل عدد الفئات التي يتم طرحها من درجة الحرية وبما اننا استعملنا تقديرات لثلاث معلمات فان درجة الحرية تصبح (i - 4 = i - 3 - 1) في حالة توزيع رايلي باريتو المحول ذي الثلاث معلمات.
5. يتم قبول فرضية العدم أذ ا كانت قيمة إحصاءه الاختبار المحسوبة (χ^2_c) اقل من قيمة مربع كاي الجدولية (χ^2_{tabl})^[4].

2-Anderson- Darling statistic

تم تقديم هذه الطريقة بواسطة Anderson and Darling 1952 كبديل الى الاختبارات الإحصائية، يمكن تحديد تقديرات Anderson Darling (ADEs) لـ $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ عن طريق تقليل دالة Anderson- Darling فيما يتعلق بـ $(\alpha, \beta, \gamma, \theta)$ ويتم تحديد الدالة بواسطة^[19]

$$AD = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n (2i - 1) [\log F(x) + \log(1 - F(x))] \quad \dots (2 - 79)$$

3- Kolmogorov Smirnov

وهو اختبار احصائي يقارن بين عينيتين مستقلتين مأخوذتين من نفس المجمع و يمكن استخدامه لمقارنة اي توزيع نظري مع التوزيع المشاهد لذلك يسمى اختبار حسن المطابقة، وصيغته الرياضية:

$$D_n^+ = \max_{i=1,2,\dots,n} \left(\frac{i}{n} - F(x_i) \right)$$

$$D_n^- = \max_{i=1,2,\dots,n} \left(F(x_i) - \frac{i-1}{n} \right)$$

$$D_n = \max_{i=1,2,\dots,n} \{D_n^+, D_n^-\} \quad \dots (2 - 80)$$

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

Preface (3-1) التمهيد

في هذا الفصل سنتطرق بشكل موجز إلى المفاهيم التي تم التطرق إليها في الجانب النظري لذلك فقد تضمن هذا الفصل الجانب التجريبي (Experimental section)، اذ نقوم بتطبيق أسلوب المحاكاة (Simulation)، على البيانات غير الحقيقية نحدثها آلياً، وباستعمال منهج محاكاة (Monte-Carlo).

يتم المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في تقدير دالة البقاء لتوزيع (رايلي-باريتو المحول (TRP)، اذ يتم اختيار أفضل طريقة للتقدير بالاعتماد على اقل قيمة لمتوسط لمربعات الخطأ (MSE). وبيان نسب الأفضلية لكل طريقة من طرائق التقدير عند كل حجم من احجام العينات.

(3-2) الجانب التجريبي (Empirical part)

(3-2-1) مفهوم المحاكاة (Simulation Concept)

وهي أسلوب او منهج تعليمي يستعمل عادةً لتمثيل الواقع الحقيقي الذي يصعب الوصول اليه بواقع ادعائي تصوري يشبهه لحد ما، أي تقديم نسخة فرضية تكون طبق الأصل من الواقع الحقيقي او العالم الفعلي لنظام معين او أنموذج محدد، من دون الإشارة لهذا الانموذج والانضباط بشكل مباشر.

هناك عدة طرائق في المحاكاة كالتريفة المختلطة والطريقة التناظرية وطريقة مونت كارلو وقد تم اعتماد طريقة مونت كارلو لكونها أشهر الطرائق وأكثرها استعمالاً، تمتاز بمرونتها العالية في توليد بيانات عشوائية مختلفة في كل تجربة اذ تكون سلسلة الأرقام العشوائية في كل تجربة مستقلة عن الأخرى، فضلاً عن تكرارها أكثر من مرة مع تغيير قيم المدخلات وتقليل الجهد والوقت والمال للباحث. [12]

ويتم استعمال أسلوب المحاكاة التجريبي نتيجة لدرجة التعقيد الكبيرة في اغلب النظريات الإحصائية الرياضية والعمليات الهندسية والتجارب الطبية والحياتية، والصعوبة الكبيرة التي يوجهها الباحثون في تحليلها واثباتها، لذا يلجأ الباحثون الى استعمال أسلوب المحاكاة لتمثيلها في مجتمعات فرضية وهمية تشابه لحد ما النماذج الحقيقية الأصلية، مما تحقق لنا قدراً كافياً من الإدراك والفهم للواقع الأصلي، وذلك عبر سحب عينات عشوائية مختلفة الاحجام بهدف الوصول للظواهر المثلى لهذه المفاهيم والإشكاليات. [22]

يتم في نظرية المحاكاة خلق بيانات على شكل نماذج بأحجام مختلفة منفصلة الواحدة عن الأخرى مسحوبة من مجتمع فرضي ممثلاً للظاهرة المبحوثة دون اللجوء لسحبها من المجتمع الحقيقي، بعدها

يتم استعمال الأساليب الإحصائية والطرائق الحسابية المناسبة بهدف الحصول على التأثيرات المطلوبة.

اذ نقوم بأجراء أسلوب المحاكاة باختيار أفضل تقدير لدالة البقاء للتوزيع المقترح عن طريق اجراء المقارنات بالاعتماد على المعايير التي تم شرحها في الفصل الثاني سابقا، وذلك عبر ملاحظة التأثير الذي يحدث على سلوك أساليب التقدير المستعملة نتيجة للتغيير في حجم العينات وقيم المعلمات المقدره للأنموذج المقترح. الخطوات المتبعة لهذه الطريقة^[8]:

1. تحديد التوزيع الاحتمالي للمتغير.
2. تحديد دالة الكثافة الاحتمالية.
3. توليد الاعداد العشوائية لكل متغير.
4. تكوين الاعداد العشوائية.
5. اجراء سلسلة من محاولات المحاكاة.

عملية المحاكاة تمتاز بالمرونة لأنها تعطي القدرة على التجريب والاختبار عن طريق تكرار عملية المحاكاة مرات متعددة بتغيير مدخلات عملية التقدير في كل مرة وإن أهمية المحاكاة تأتي عن طريق توليد أرقاماً عشوائية في التجربة رقماً واحداً وتكون هذه الأرقام العشوائية مستقلة عن الأرقام العشوائية في التجربة الآتية وهكذا.

إن تطور أسلوب المحاكاة مع تطور الحاسبات ساعد الباحثين في توفير الوقت والجهد والمال وذلك عن طريق الاستعانة بالحاسبات الإلكترونية لتكوين البيانات (المشاهدات) المطلوبة دون اللجوء الى العمل الميداني للحصول عليها وبدون الإخلال بالنتائج المطلوبة ودقتها^[7].

(3-2-2) مراحل بناء تجربة المحاكاة (Stages of Building Simulation Experiment)

تتضمن مراحل بناء تجربة المحاكاة أربع مراحل وهي كالآتي:

المرحلة الأولى-تحديد القيم الافتراضية:

تعد هذه المرحلة من أهم المراحل التي تعتمد عليها بقية المراحل وقد تم اختيار القيم الافتراضية تجريبياً عبر اجراء تجارب عدة واختبار القيم التي استقرت عندها التقديرات واعطت أفضل النتائج وحسب الخطوات الآتية:

1-اختيار حجم العينة الكلي n:

وقد تم اختيار خمسة أحجام مختلفة من العينات وهي (n=20,50,75,100,150) إذ تمثل (n=20) العينات الصغيرة، (n=50,75) العينة المتوسطة، (n=100,150) العينة الكبيرة.

2-اختيار قيم المعلمات الافتراضية:

تم اختيار قيم افتراضية لمعلمتي الشكل α, θ ومعلمة القياس γ لتوزيع (رايلي-باريتو المحول TRP) ويرجع السبب في اختيارنا لهذه القيم المختلفة للمعلمات (α, θ, γ) الى اعتقادنا بأن التغير في قيم المعلمات يعطينا فكرة وتفسير عن سلوك دالة البقاء للنماذج الثمانية المفترضة وكما في الجدول ادناه:

جدول (3-1) القيم الافتراضية للمعلمات (α, θ, γ) لتوزيع رايلي باريتو المحول TRP

Model	α	θ	γ
1	3.5	2.5	0.5
2	3.5	3.5	-0.5
3	3.5	2.5	0.2
4	2	3.5	-0.3
5	3.5	2.5	0.6
6	5.1	2.5	0.2
7	3.1	3.5	0.2
8	2	3.2	-0.3

المرحلة الثانية-توليد البيانات:

في هذه المرحلة تم استعمال طريقة القبول والرفض لتوليد البيانات ولصعوبة استخراج قيمة x بسبب تعقيد الدوال التراكمية لتوزيع (رايلي باريتو المحول TRP).

والمعادلة ادناه تمثل دالة التوليد التي تم الحصول عليها عن طريق برنامج Mathematica

$$x = \left(\alpha^\theta \text{Log} \left[\frac{\gamma - 1 + \sqrt{1 - 4u + 2\gamma + \gamma^2}}{2(-u + \gamma)} \right] \right)^{\frac{1}{\theta}} \quad \dots (3 - 1)$$

المرحلة الثالثة-إيجاد التقديرات:

في هذه المرحلة تجري عملية تقدير لدالة البقاء لتوزيع (رايلي باريتو المحول TRP) ذو ثلاث معالم باستعمال طرائق التقدير التي تم ذكرها في الفصل الثاني (الجانب النظري) للرسالة :

1- طريقة الإمكان الأعظم (MLE).

2- طريقة المقدرات التجزئية (PER).

3- طريقة كريمر فون للتقدير (CVM).

المرحلة الرابعة-المقارنة بين دوال البقاء لطرائق التقدير

بعد إيجاد المقدرات في المرحلة الثالثة، يتم في هذه المرحلة المقارنة ما بين طرائق التقدير وذلك باستعمال المعايير اكاكي AIC و بيز اكاكي BIC و اكاكي المصحح AICc حسب الصيغ المبينة في الفصل الثاني.

(3-2-3) تحليل نتائج المحاكاة (Analysis of Simulation Result)

سيتم تحليل نتائج عملية المحاكاة للوصول الى أفضل الطرائق لتقدير المعلمات للتوزيع المركب المحول التريبيعي (رايلي باريتو المحول TRP) بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ (MSE) إذ يتضح من الجداول المرقمة من (1) الى (8) و الرسومات الواردة في الملحق (A)، المتضمنة نتائج تقدير معالم توزيع (رايلي باريتو المحول TRP)، ولحجوم العينات المختلفة (الصغيرة، والمتوسطة، والكبيرة) والحالات المختلفة للقيم الافتراضية لتقديرات المعلمات باستعمال طرائق التقدير المعتمدة كافة قد أظهرت قيم المعلمات المقدره اقرب الى القيم الحقيقية بالنسبة للنماذج وأحجام العينات المفترضة كافة وهذا ما يؤكد ملائمة طرائق التقدير المستعملة لتقدير معالم توزيع (رايلي باريتو المحول TRP)، ولغرض الوصول للمقدر الأفضل عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة (MLE, C.V.M, PER)، فقد تم الاعتماد بشكل عام في هذه الرسالة على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) الموضحة نتائجها ايضا في الجداول المذكورة انفاً فضلاً عن ذلك نلاحظ تناقص قيم متوسط مربعات الخطأ MSE بزيادة حجم العينة تدريجاً وهذا السلوك يتوافق مع خصائص هذا المعيار بكونه يتناقص مع زيادة حجم العينة .

ولتفسير النتائج بالنسبة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) بأسلوب سهل وواضح تم اعتماد أسلوب الرتب، إذ تم اعطاء رتبة لكل قيمة من قيم متوسط مربعات الخطأ التكاملي (MSE)، إذ ان الرتبة الاولى (1) تعطى لأقل قيمة من MSE والرتبة الثالثة (3) تعطى لأكبر قيمة MSE ويتم هذا حسب كل حجم عينة ولجميع النماذج كما مبين في الجداول من (3-2) الى (3-9) والرسومات ادناه:
اذ ان:

ti: تمثل أوقات البقاء لحين الفشل والتي تمثل توزيع رايلي باريتو المحول ذو الثلاث معالم (TRP)

S-MLE: تمثل دالة البقاء بطريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method)

S-PER: تمثل دالة البقاء بطريقة المقدرات التجزئية (Percentiles Estimators Method)

S-CVM: تمثل دالة البقاء بطريقة كريمر فون مايسز (Cramer-Von Mises Minimum)

الجدول (3-2)

يبين القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الأول كافة

وبحسب حجوم العينات. ($\alpha = 3.5, \theta = 2.5, \gamma = 0.5$)

n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
20	0.37364	0.81958	0.814958	0.005707	0.803482	0.005937	0.809104	0.005902
	0.74077	0.615352	0.615352	0.008748	0.607601	0.008614	0.609368	0.008234
	0.80634	0.578749	0.578749	0.008904	0.573739	0.008699	0.574469	0.008264
	0.88497	0.535073	0.535073	0.008954	0.533717	0.008669	0.533139	0.008164
	1.11919	0.407252	0.407252	0.008358	0.418676	0.007819	0.414352	0.007194
	1.19726	0.364567	0.364567	0.007965	0.381824	0.007338	0.375785	0.006704
	1.44763	0.236723	0.236723	0.006298	0.268918	0.005497	0.258743	0.00502
	1.67472	0.125279	0.125279	0.004583	0.172456	0.004164	0.158997	0.004093
	1.72368	0.103572	0.103572	0.004261	0.153722	0.004045	0.139669	0.004083
	1.73542	0.098144	0.102144	0.004183	0.149035	0.004027	0.134837	0.004093
MSE				0.006796		0.006481		0.006175
Rank				3		2		1
n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
50	0.37364	0.81958	0.821526	0.003605	0.814414	0.003739	0.817002	0.003699
	0.74077	0.615352	0.622478	0.004633	0.621755	0.004317	0.622808	0.004245
	0.80634	0.578749	0.587143	0.004687	0.587724	0.004324	0.588273	0.004247
	0.88497	0.535073	0.544553	0.004716	0.547216	0.004318	0.547122	0.004232
	1.11919	0.407252	0.419235	0.004602	0.429027	0.004194	0.426889	0.004072
	1.19726	0.36567	0.378164	0.004502	0.390611	0.004099	0.387782	0.003973
	1.44763	0.236723	0.249444	0.003992	0.271169	0.003635	0.266421	0.003521
	1.67472	0.125279	0.136009	0.003354	0.166948	0.003187	0.160254	0.003165
	1.72368	0.103572	0.113617	0.003226	0.146465	0.003141	0.139453	0.003148
	1.73542	0.098142	0.107997	0.003195	0.141328	0.003135	0.134237	0.003149
MSE				0.004051		0.003809		0.003746
Rank				3		2		1

n	t_j	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
75	0.37364	0.81958	0.811409	0.003526	0.809914	0.003887	0.811793	0.003872
	0.74077	0.615352	0.615422	0.004345	0.618621	0.004327	0.619294	0.004272
	0.80634	0.578749	0.580694	0.004334	0.584854	0.004253	0.585186	0.004194
	0.88497	0.535073	0.539272	0.004276	0.544637	0.004136	0.544543	0.00407
	1.11919	0.407252	0.417685	0.003882	0.427044	0.003681	0.425569	0.003596
	1.19726	0.36567	0.377871	0.003693	0.388705	0.003508	0.386766	0.003418
	1.44763	0.236723	0.252988	0.002969	0.269121	0.002914	0.265733	0.002832
	1.67723	0.125279	0.142603	0.002264	0.164335	0.002427	0.159752	0.002403
	1.72368	0.103572	0.120759	0.002135	0.143704	0.002359	0.138902	0.002355
1.73542	0.098143	0.115274	0.002104	0.138529	0.002345	0.133673	0.002346	
MSE				0.003353		0.003384		0.003336
Rank				2		3		1
n	t_j	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
100	0.37364	0.81197	0.812142	0.002243	0.817247	0.002353	0.818678	0.002338
	0.74077	0.624298	0.617831	0.002683	0.626158	0.002821	0.62669	0.002833
	0.80634	0.591135	0.583544	0.002718	0.592335	0.002882	0.592621	0.002857
	0.88497	0.55151	0.542669	0.002742	0.552008	0.002946	0.55198	0.002917
	1.11919	0.434377	0.422641	0.002693	0.433702	0.00304	0.432669	0.002995
	1.19726	0.395636	0.383268	0.002635	0.394968	0.003024	0.393591	0.002975
	1.44763	0.272394	0.259309	0.002318	0.273384	0.002772	0.270919	0.002729
	1.67723	0.160733	0.148894	0.001921	0.165627	0.002355	0.162229	0.002351
	1.72368	0.138274	0.126923	0.001841	0.144249	0.002272	0.140673	0.002279
1.73542	0.132614	0.121399	0.001821	0.138877	0.002252	0.135256	0.002262	
MSE				0.002362		0.002672		0.002654
Rank				1		3		2
n	t_j	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
150	0.37364	0.81197	0.816927	0.001923	0.811822	0.002018	0.818358	0.002033
	0.74077	0.624298	0.625838	0.002363	0.617511	0.002513	0.626371	0.002501
	0.80634	0.591135	0.592015	0.002398	0.583224	0.002537	0.592301	0.002562
	0.88497	0.55151	0.551688	0.002422	0.542349	0.002597	0.551606	0.002626
	1.11919	0.434377	0.433382	0.002373	0.422321	0.002675	0.432349	0.002721

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

	1.19726	0.395636	0.394648	0.002315	0.382948	0.002655	0.393271	0.002704
	1.44763	0.272394	0.273064	0.001998	0.258989	0.002409	0.270599	0.002452
	1.67723	0.160733	0.165307	0.001601	0.148574	0.002031	0.161909	0.002035
	1.72368	0.138274	0.143929	0.001521	0.126603	0.001959	0.140353	0.001952
	1.73542	0.132614	0.138557	0.001501	0.121079	0.001942	0.134936	0.001932
MSE				0.002042		0.002334		0.002352
Rank				1		2		3

ويتضح من الجدول (3-2) إن مجموعة القيم الأولية كانت $(\alpha = 3.5, \theta = 2.5, \gamma = 0.5)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة البقاء عن طريق المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (20,50,75,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=20 :- كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.006175**

2- عند حجم عينة n=50 :- كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.003746**

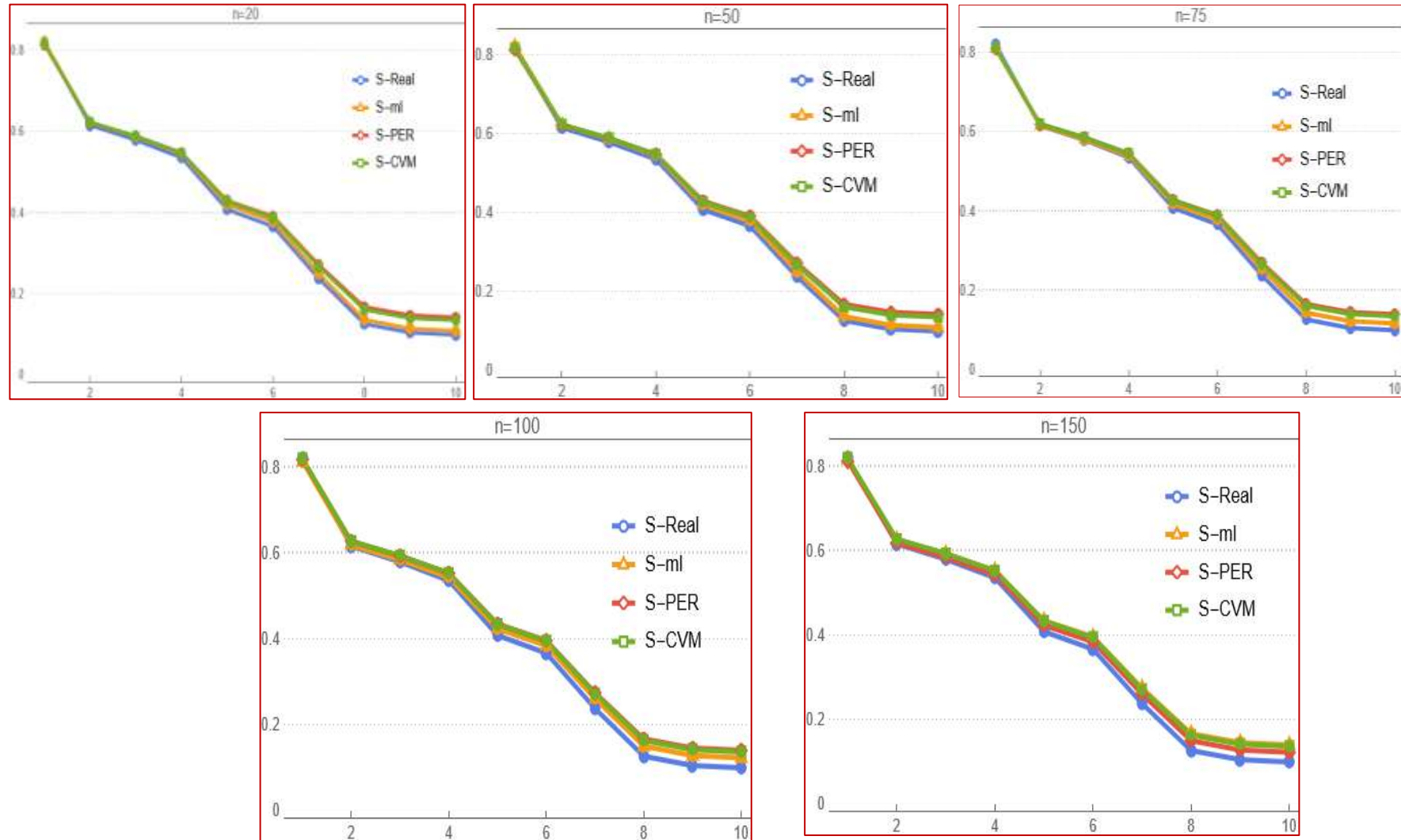
3- عند حجم عينة n=75 :- كانت طريقة كرايمر فون مايسز (CVM) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.003336**

4- عند حجم عينة n=100 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.002362**

5- عند حجم عينة n=150 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.002362**

ويتضح من النتائج المذكورة انفاً الفضلى إن كرايمر فون مايسز (CVM) كانت الطريقة الفضلى لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات (20-50-75) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ وطريقة الامكان الأعظم عند حجم عينة (100-150) .

الاشكال البيانية (3-1) الى (3-5) توضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الأول وعند احجام العينات (20-50-75-100-150)



الجدول (3-3)

يبين القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثاني كافة

وبحسب احجام العينات ($\alpha = 3.5, \theta = 3.5, \gamma = -0.5$)

n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
20	0.308362	0.84391	0.846597	0.007005	0.830048	0.007462	0.835648	0.007542
	0.427177	0.784834	0.790669	0.008114	0.771812	0.008579	0.777057	0.008545
	0.504161	0.5984	0.610129	0.010356	0.590845	0.01056	0.59199	0.01018
	1.152143	0.56768	0.579598	0.010511	0.561165	0.010664	0.56133	0.010248
	1.145843	0.453817	0.464133	0.010564	0.451112	0.010593	0.447176	0.010112
	2.22331	0.325561	0.329166	0.009727	0.326736	0.009819	0.317739	0.009359
	2.68315	0.238679	0.234181	0.008724	0.241999	0.008918	0.229733	0.008512
	2.59227	0.176213	0.164351	0.007631	0.18065	0.008042	0.166389	0.007697
	3.670913	0.110553	0.089639	0.006326	0.116177	0.006406	0.101719	0.006462
	3.898153	0.019745	0.00592	0.004212	0.031097	0.004291	0.021131	0.004616
MSE				0.008317		0.008533		0.008327
Rank				1		3		2
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
50	0.308362	0.84391	0.838548	0.005083	0.835622	0.005472	0.838996	0.005502
	0.427177	0.784834	0.781586	0.005426	0.778658	0.00584	0.781825	0.00583
	0.504161	0.5984	0.603375	0.00624	0.601226	0.006465	0.602124	0.00637
	1.152143	0.56768	0.573923	0.006334	0.572019	0.006511	0.572388	0.006416
	1.145843	0.453817	0.463852	0.006535	0.463214	0.006566	0.461409	0.006507
	2.22331	0.325561	0.337003	0.00636	0.338653	0.006377	0.334237	0.006395
	2.68315	0.238679	0.248198	0.005897	0.252095	0.006064	0.246037	0.006122
	2.59227	0.176213	0.182093	0.005385	0.188052	0.005778	0.181026	0.005836

	3.670913	0.110553	0.109459	0.004793	0.118066	0.00558	0.110418	0.005598
	3.898153	0.019745	0.009758	0.004166	0.027105	0.004473	0.022478	0.004632
	MSE			0.005622		0.005913		0.005921
	Rank			1		2		3
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
75	0.308362	0.84391	0.852831	0.00497	0.848322	0.005137	0.85033	0.005115
	0.427177	0.784834	0.796509	0.005222	0.791019	0.005384	0.792949	0.005346
	0.504161	0.5984	0.614227	0.005669	0.607323	0.005741	0.607884	0.005697
	1.152143	0.56768	0.583562	0.005719	0.576678	0.005776	0.576899	0.005736
	1.145843	0.453817	0.468461	0.005886	0.462324	0.005906	0.461117	0.005884
	2.22331	0.325561	0.336232	0.00596	0.332327	0.006016	0.329363	0.006545
	2.68315	0.238679	0.245117	0.005798	0.243711	0.005946	0.239628	0.005925
	2.59227	0.176213	0.178733	0.005491	0.17974	0.005745	0.174988	0.005717
	3.670913	0.110553	0.107891	0.004981	0.11216	0.005372	0.106953	0.005336
	3.898153	0.019745	0.011617	0.004123	0.024569	0.004352	0.021259	0.004434
	MSE			0.005382		0.005538		0.005574
	Rank			1		2		3
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
100	0.308362	0.84391	0.836377201	0.004814431	0.835424201	0.004781036	0.837022201	0.004805302
	0.427177	0.784834	0.778164201	0.004937023	0.777124201	0.004908883	0.778610201	0.004922717
	0.504161	0.5984	0.596289201	0.004994519	0.595415201	0.005066761	0.595752201	0.005049841
	1.152143	0.56768	0.566368201	0.004985839	0.565593201	0.005081431	0.565666201	0.005062231
	1.145843	0.453817	0.455159201	0.00495179	0.454951201	0.005127681	0.453947201	0.005108701
	2.22331	0.325561	0.328706201	0.004892148	0.329542201	0.005107341	0.327262201	0.005101111
	2.68315	0.238679	0.241758201	0.004783885	0.243547201	0.00497079	0.240471201	0.004974515

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

	2.59227	0.176213	0.178199201	0.004639741	0.180773201	0.004777322	0.177227201	0.004783763
	3.670913	0.110553	0.109898201	0.004425272	0.113324201	0.004504224	0.109462201	0.004502789
	3.898153	0.019745	0.013489281	0.004087743	0.018534901	0.004151375	0.016018401	0.004167735
	MSE			0.004751		0.004848		0.004849
	Rank			1		2		3
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
150	0.308362	0.843915	0.836702	0.004262	0.835104	0.004585	0.836057	0.004452
	0.427177	0.784834	0.778297	0.00438	0.776804	0.004564	0.777844	0.004443
	0.504161	0.598467	0.595432	0.004507	0.595095	0.004538	0.595969	0.004409
	1.152143	0.567685	0.565346	0.004519	0.565273	0.004524	0.566048	0.004394
	1.145843	0.453817	0.453627	0.004566	0.454631	0.004428	0.454839	0.004349
	2.22331	0.325561	0.326942	0.004558	0.329222	0.004366	0.328386	0.004271
	2.68315	0.238679	0.240151	0.004432	0.243227	0.004238	0.241438	0.004241
	2.59227	0.176213	0.176907	0.004241	0.180453	0.004234	0.177879	0.004097
	3.670913	0.110553	0.109142	0.00396	0.113004	0.003961	0.109578	0.003882
	3.898153	0.019745	0.015698	0.003625	0.018215	0.003608	0.013169	0.003545
	MSE			0.004305		0.004305		0.004208
	Rank			1.5		1.5		3

ويتضح من الجدول (3-3) إن مجموعة القيم الأولية كانت ($\alpha = 3.5, \theta = 3.5, \gamma = -0.5$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة البقاء عن طريق المقياس

الإحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (20,50,75,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=20 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ إذ بلغ $MSE=0.008317$

2- عند حجم عينة n=50 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ إذ بلغ $MSE=0.005622$

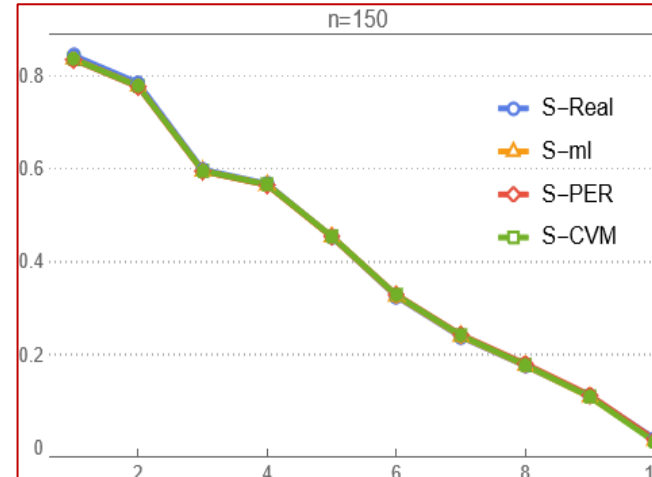
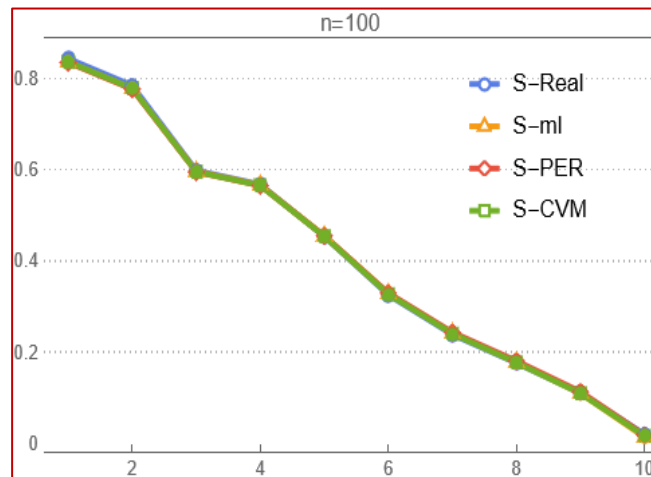
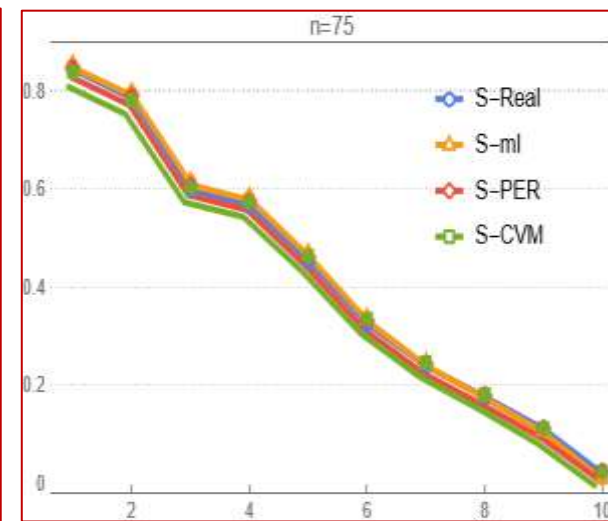
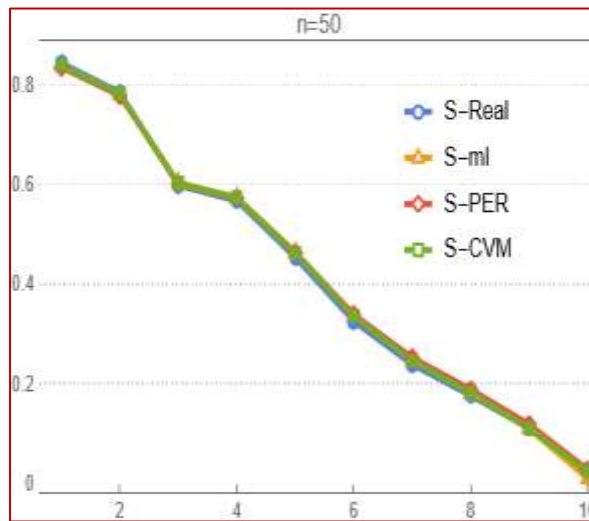
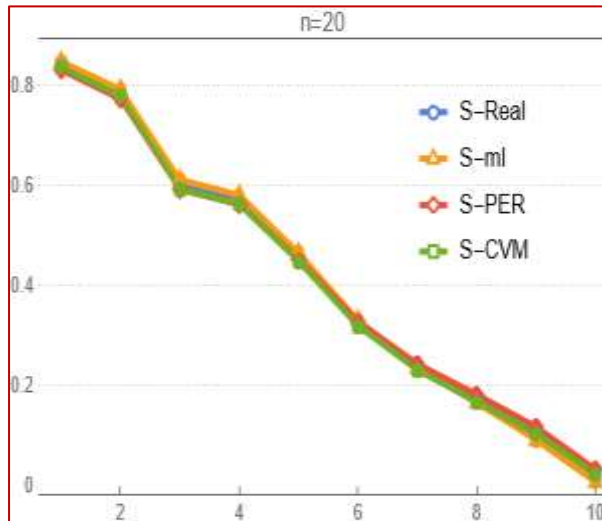
3- عند حجم عينة n=75 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ إذ بلغ $MSE=0.005382$

4 - عند حجم عينة n=100 - كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.004751$

5- عند حجم عينة n=150 - كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.004305$

ويتضح من النتائج المذكورة انفاً كانت الطريقة الفضلى هي الإمكان الأعظم لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات (20-50-75-100-150) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ.

الاشكال البيانية (3-6) الى (3-10) توضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للنموذج الثاني وعند احجام العينات (20-50-75-100-150)



الجدول (3-4)

يبين القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثالث كافة

وبحسب احجام العينات ($\alpha = 3.5, \theta = 2.5, \gamma = 0.2$)

n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
20	1.69253	0.995614	0.996428	0.001134	0.993294	0.001156	0.994339	0.001169
	1.69631	0.969766	0.973853	0.001513	0.964531	0.001721	0.96766	0.00181
	1.72366	0.892966	0.901066	0.003638	0.885487	0.004428	0.890891	0.004556
	2.395	0.803694	0.810152	0.006189	0.794635	0.007385	0.800105	0.007333
	2.56052	0.775522	0.780553	0.00686	0.765917	0.008103	0.771068	0.007978
	2.567	0.771518	0.776319	0.006949	0.761834	0.008196	0.76693	0.008059
	3.62032	0.725401	0.727144	0.007851	0.714794	0.009082	0.719082	0.008829
	3.70658	0.568657	0.556687	0.009297	0.555864	0.009972	0.555748	0.009413
	4.8543	0.382077	0.353849	0.008318	0.373108	0.008268	0.366423	0.007548
4.92638	0.240037	0.203842	0.006306	0.241994	0.005752	0.230801	0.005295	
MSE				0.005806		0.006406		0.006199
Rank				1		3		2
n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
50	1.69253	0.995614	0.997196	0.001127	0.995857	0.001134	0.996232	0.001136
	1.69631	0.969766	0.97696	0.001374	0.973228	0.001438	0.974503	0.001448
	1.72366	0.892966	0.908991	0.002764	0.904017	0.003128	0.906492	0.00311
	2.395	0.803694	0.822432	0.004497	0.819219	0.00529	0.821952	0.00519
	2.56052	0.775522	0.794053	0.004965	0.791706	0.005873	0.794358	0.005747
	2.567	0.771518	0.789988	0.005027	0.787772	0.00595	0.790407	0.00582
	3.62032	0.725401	0.742662	0.00566	0.742077	0.006726	0.744431	0.006556
	3.70658	0.568657	0.57725	0.006576	0.583363	0.007742	0.583861	0.00751
	4.8543	0.382077	0.377593	0.005472	0.393667	0.006498	0.390957	0.006327
4.92638	0.240037	0.227742	0.003718	0.253095	0.004688	0.247827	0.004655	

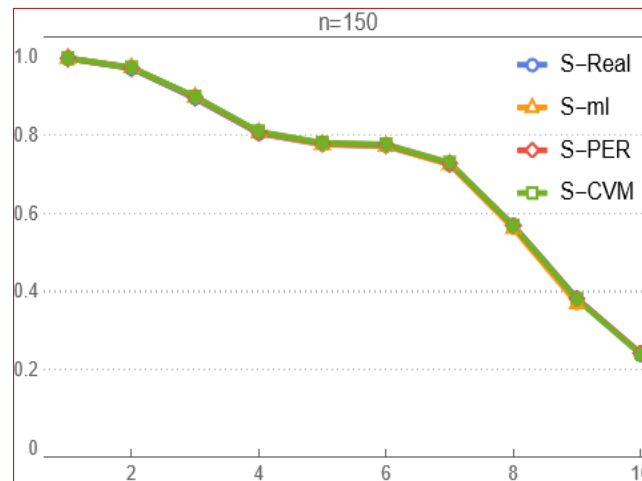
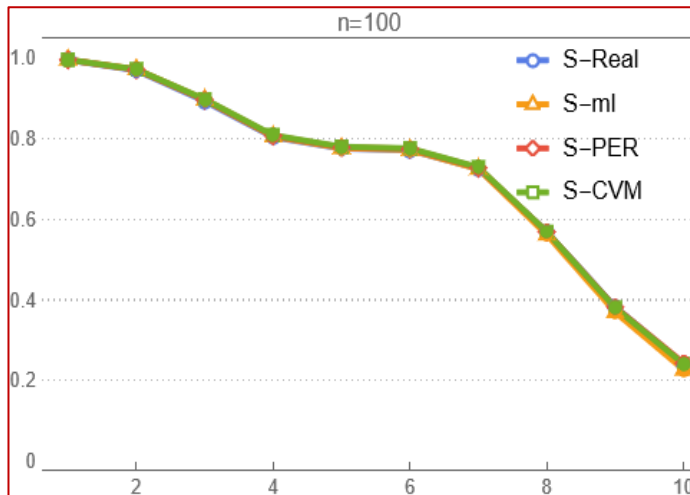
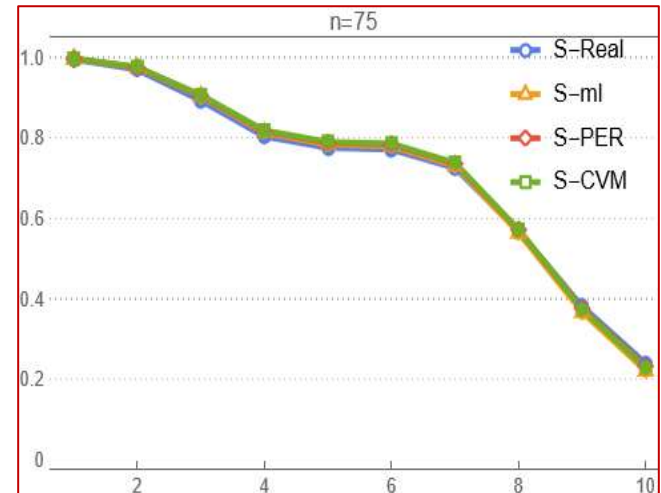
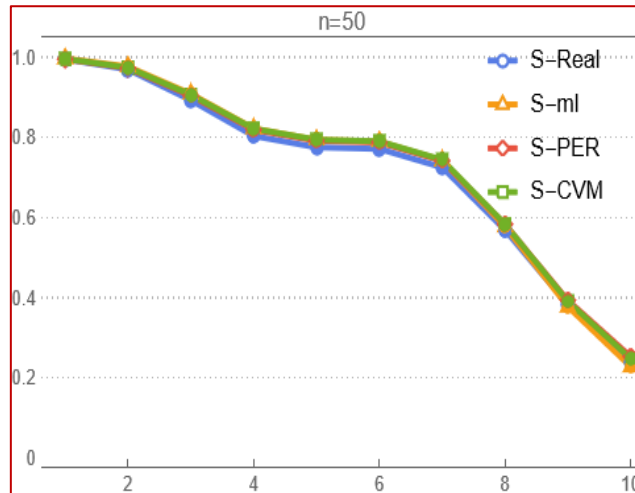
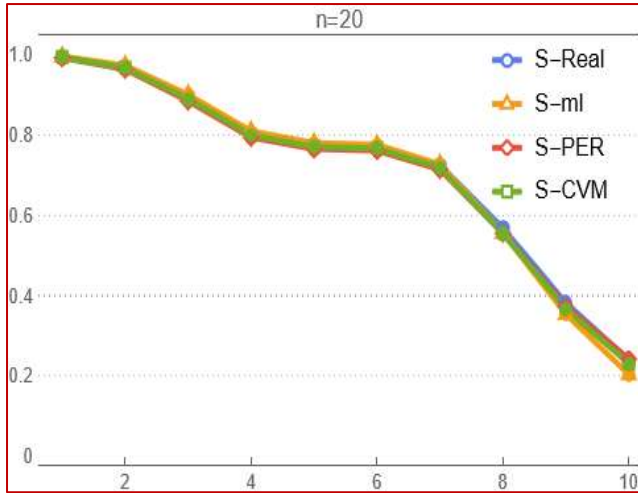
MSE				0.004118			0.004847		
Rank				1			3		
n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE	
75	1.69253	0.995614	0.996921	0.001122	0.996735	0.001123	0.99701	0.001123	
	1.69631	0.969766	0.975121	0.001257	0.975056	0.001287	0.976106	0.00128	
	1.72366	0.892966	0.902959	0.001808	0.904565	0.002011	0.90666	0.001961	
	2.395	0.803694	0.81279	0.002194	0.81651	0.002527	0.818753	0.002452	
	2.56052	0.775522	0.783557	0.002248	0.787879	0.002588	0.790019	0.002513	
	2.567	0.771518	0.779381	0.002254	0.783785	0.002593	0.785906	0.002519	
	3.62032	0.725401	0.730975	0.002287	0.736265	0.002602	0.738097	0.002535	
	3.70658	0.568657	0.564326	0.002185	0.571943	0.002316	0.572121	0.002284	
	4.8543	0.382077	0.367219	0.002028	0.376969	0.002122	0.374698	0.002055	
4.92638	0.240037	0.221359	0.001845	0.232826	0.002008	0.228896	0.001907		
MSE				0.001923			0.002118		
Rank				1			3		
n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE	
100	1.69253	0.995614	0.996192	0.00112	0.995825	0.001122	0.996057	0.001122	
	1.69631	0.969766	0.972092	0.001229	0.971363	0.001256	0.972154	0.001258	
	1.72366	0.892966	0.896559	0.001753	0.896538	0.001905	0.897977	0.001903	
	2.395	0.803694	0.805538	0.002309	0.807153	0.002636	0.808618	0.002624	
	2.56052	0.775522	0.776448	0.002446	0.778654	0.002827	0.780035	0.002411	
	2.567	0.771518	0.772304	0.002464	0.774596	0.002852	0.775963	0.002836	
	3.62032	0.725401	0.724456	0.00224	0.727772	0.00311	0.728928	0.003087	
	3.70658	0.568657	0.561316	0.001871	0.568476	0.00353	0.568533	0.003483	
	4.8543	0.382077	0.369177	0.001558	0.381558	0.003203	0.379996	0.003144	
4.92638	0.240037	0.226229	0.00162	0.242982	0.002505	0.240222	0.002481		
MSE				0.001861			0.002072		
Rank				1			3		

n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
	1.69253	0.995614	0.995872	0.000577	0.995505	0.000579	0.995737	0.000579
	1.69631	0.969766	0.971772	0.000686	0.971043	0.000713	0.971834	0.000715
150	1.72366	0.892966	0.896239	0.00121	0.896218	0.001362	0.897657	0.00136
	2.39533	0.803694	0.805218	0.001766	0.806833	0.002093	0.808298	0.002081
	2.56052	0.775522	0.776128	0.001903	0.778334	0.002284	0.779715	0.001868
	2.56744	0.771518	0.771984	0.001921	0.774276	0.002309	0.775643	0.002293
	3.62032	0.725401	0.724136	0.001698	0.727452	0.002568	0.728608	0.002544
	3.70658	0.568657	0.560996	0.001328	0.568156	0.002988	0.568213	0.00294
	4.85433	0.382077	0.368857	0.001015	0.381238	0.00266	0.379676	0.002601
	4.92638	0.240037	0.225909	0.001082	0.242662	0.001962	0.239902	0.001938
MSE				0.001319		0.001952		0.001892
Rank				2		1		3

ويتضح من الجدول (3-4) إن مجموعة القيم الأولية كانت ($\alpha = 3.5, \theta = 2.5, \gamma = 0.2$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة البقاء عن طريق المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (20,50,75,100,150) كالآتي :

- 1- عند حجم عينة n=20 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.005806**
 - 2- عند حجم عينة n=50 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.004118**
 - 3- عند حجم عينة n=75 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.001923**
 - 4- عند حجم عينة n=100 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.0018612**
 - 5- عند حجم عينة n=150 :- كانت طريقة المقدرات التجزئية (PER) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.001952**
- ويتضح من النتائج المذكورة انفاً كانت طريقة الامكان الأعظم الطريقة الفضلى لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات (20-50-75-100) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ. وطريقة المقدرات التجزئية عند حجم عينة (150)

الاشكال البيانية (3-11) الى (3-15) توضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثالث وعند احجام العينات (20-50-75-100-150)



الجدول (3-5)

يبين القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الرابع كافة

وبحسب احجام العينات ($\alpha = 2, \theta = 3.5, \gamma = -0.3$)

n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
20	0.32259	0.9039132	0.919216	0.018606	0.914021	0.010172	0.916392	0.010135
	0.499245	0.6602042	0.651129	0.034771	0.640806	0.017951	0.643744	0.017432
	0.592995	0.6512182	0.640851	0.0351	0.630742	0.018155	0.633531	0.017619
	1.617276	0.6218942	0.607295	0.036034	0.598142	0.018744	0.600368	0.018149
	1.650531	0.4845152	0.451272	0.035579	0.452091	0.019539	0.45038	0.018657
	1.711196	0.4122772	0.37107	0.030665	0.380844	0.018553	0.376439	0.017557
	2.768141	0.1809922	0.131258	0.017357	0.182923	0.011995	0.168874	0.011556
	2.801001	0.1808722	0.131143	0.017351	0.182832	0.011992	0.168779	0.011554
	2.859953	0.1320932	0.085735	0.01436	0.147056	0.01099	0.131001	0.010995
	3.957462	0.0767728	0.040042	0.011357	0.108977	0.01041	0.091598	0.011241
MSE				0.025117962		0.01485012		0.01448956
Rank				3		2		1
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
50	0.32259	0.9039132	0.9206632	0.0052684	0.9142672	0.0048642	0.9192802	0.0048863

	0.499245	0.6602042	0.6732892	0.0092015	0.6744132	0.0071731	0.6743642	0.0067889
	0.592995	0.6512182	0.6637392	0.0093349	0.6653422	0.0072362	0.6650442	0.0068378
	1.617276	0.6218942	0.6324842	0.0097627	0.6357112	0.0074251	0.6346192	0.006986
	1.650531	0.4845152	0.4851462	0.0114436	0.4968872	0.0078248	0.4927842	0.0073532
	1.711196	0.4122772	0.4077482	0.0119249	0.4243072	0.0076163	0.4192742	0.0072485
	2.768141	0.1809922	0.1643582	0.0096192	0.1955522	0.0057646	0.1911602	0.0058116
	2.801001	0.1808722	0.1642342	0.0096163	0.1954352	0.0057639	0.1910442	0.0058108
	2.859953	0.1320932	0.1141932	0.0083188	0.1479332	0.0055876	0.1443622	0.0055611
	3.957462	0.0767728	0.0587075	0.0064255	0.0943428	0.0057083	0.0921962	0.005472
MSE				0.009091573		0.00649639		0.00627560
Rank				3		2		1
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
75	0.32259	0.9039132	0.9057012	0.0048108	0.9095652	0.0050163	0.9103882	0.0049349
	0.499245	0.6602042	0.6526292	0.0061813	0.6576912	0.0059508	0.6595182	0.0060131
	0.592995	0.6512182	0.6432252	0.0061985	0.6483002	0.0059541	0.6500912	0.006023
	1.617276	0.6218942	0.6125532	0.0062428	0.6177062	0.0059593	0.6193482	0.0060457
	1.650531	0.4845152	0.4695952	0.00624	0.4762902	0.0058829	0.4766222	0.0059541

	1.711196	0.4122772	0.3951912	0.0061148	0.4037662	0.0057498	0.4030772	0.0057619
	2.768141	0.1809922	0.1621522	0.0052673	0.1830092	0.0048739	0.1780832	0.0048666
	2.801001	0.1808722	0.1620342	0.0052668	0.1828992	0.0048735	0.1779712	0.0048664
	2.859953	0.1320932	0.1140572	0.0050706	0.1387882	0.0047444	0.1328552	0.0048462
	3.957462	0.0767728	0.0601848	0.004803	0.0898221	0.0047512	0.0827282	0.0050522
MSE				0.005619587		0.00537560		0.00543641
Rank				3		1		2
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
100	0.32259	0.9039132	0.9036702	0.004604	0.9042202	0.0046852	0.9031432	0.0046304
	0.499245	0.6602042	0.6445712	0.0056966	0.6447092	0.0059192	0.6460142	0.0059637
	0.592995	0.6512182	0.6350172	0.0057165	0.6351922	0.0059548	0.6365522	0.0060083
	1.617276	0.6218942	0.6039062	0.0057716	0.6042552	0.0060648	0.6057602	0.0061455
	1.650531	0.4845152	0.4600152	0.0058226	0.4625002	0.0063641	0.4638582	0.0064747
	1.711196	0.4122772	0.3859372	0.0057083	0.3905052	0.0062954	0.3912092	0.0063459
	2.768141	0.1809922	0.1580542	0.0048348	0.1735682	0.0050124	0.1697012	0.0049471
	2.801001	0.1808722	0.1579402	0.0048343	0.1734612	0.0050116	0.1695912	0.0049465
	2.859953	0.1320932	0.1118692	0.0046271	0.1304012	0.004716	0.1251572	0.0047705
	3.957462	0.0767728	0.0605002	0.0044362	0.0826713	0.0045111	0.0757313	0.0048237

MSE				0.005205176		0.0052423		0.005401
Rank				1		2		3
n	t_1	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
150	0.322591	0.9039132	0.9033502	0.0042841	0.9039002	0.0043104	0.9028232	0.0043652
	0.499245	0.6602042	0.6442512	0.0053766	0.6443892	0.0056437	0.6456942	0.0055992
	0.592995	0.6512182	0.6346972	0.0053965	0.6348722	0.0056883	0.6362322	0.0056348
	1.617276	0.6218942	0.6035862	0.0054516	0.6039352	0.0058255	0.6054402	0.0057448
	1.650531	0.4845152	0.4596952	0.0055026	0.4621802	0.0061547	0.4635382	0.0060441
	1.711196	0.4122772	0.3856172	0.0053883	0.3901852	0.0060259	0.3908892	0.0059754
	2.768141	0.1809922	0.1577342	0.0045148	0.1732482	0.0046271	0.1693812	0.0046924
	2.801001	0.1808722	0.1576202	0.0045143	0.1731412	0.0046265	0.1692712	0.0046916
	2.859953	0.1320932	0.1115492	0.0043071	0.1300812	0.0044505	0.1248372	0.0043961
3.957462	0.0767728	0.0601802	0.0041162	0.0823513	0.0045037	0.0754113	0.0041911	
MSE				0.004885		0.005186		0.005133
Rank				1		3		2

ويتضح من الجدول (3-5) إن مجموعة القيم الأولية كانت $\alpha = 2, \theta = 3.5, \gamma = -0.3$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة البقاء عن طريق المقياس

الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (20,50,75,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة n=20 :- كانت طريقة كريمر فون مايسز (CVM) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.01448956**

2- عند حجم عينة n=50 :- كانت طريقة كريمر فون مايسز (CVM) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.00627560**

3- عند حجم عينة n=75 :- كانت طريقة المقدرات التجزئية (PER) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.00537560**

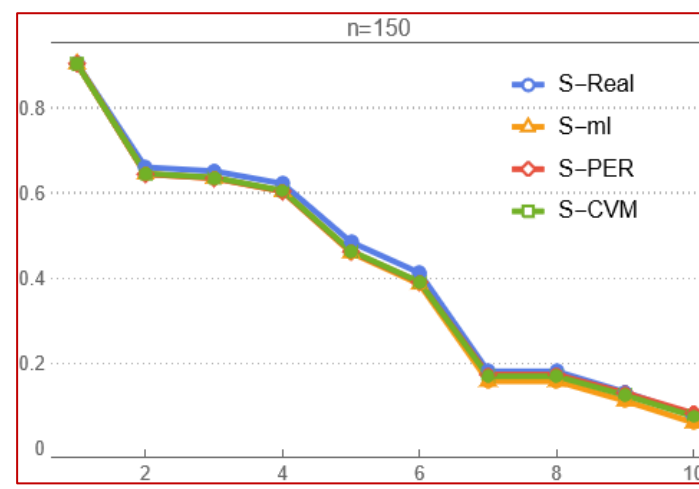
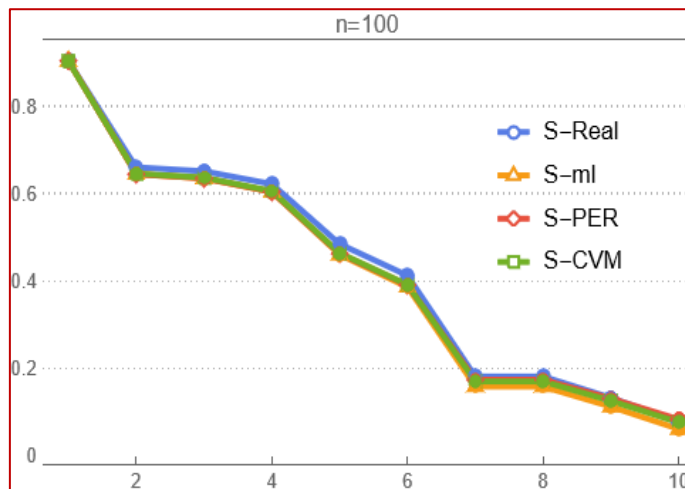
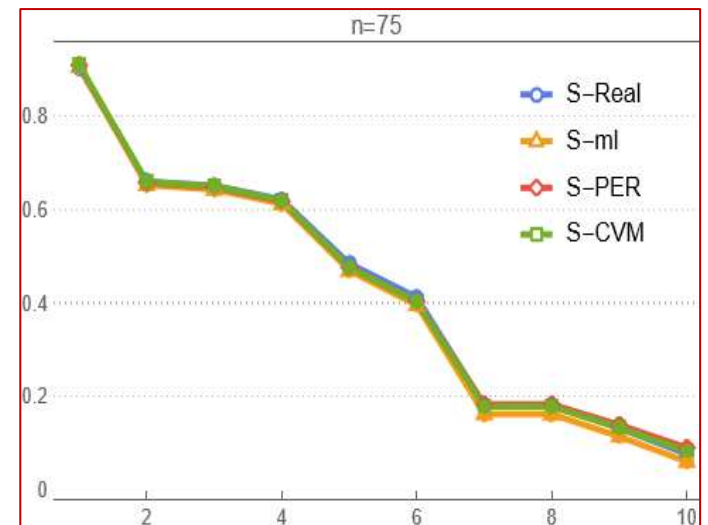
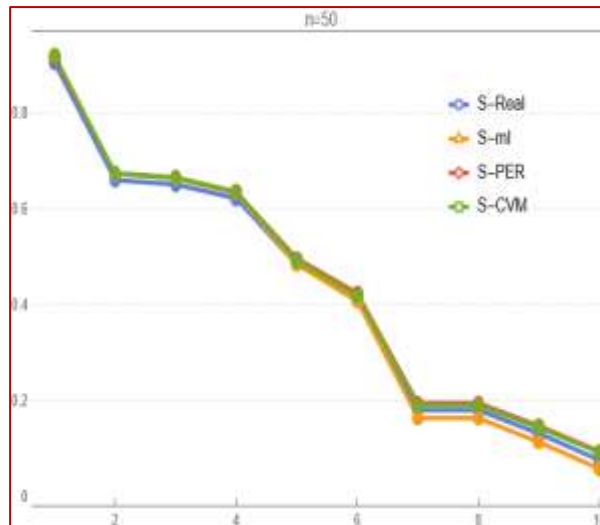
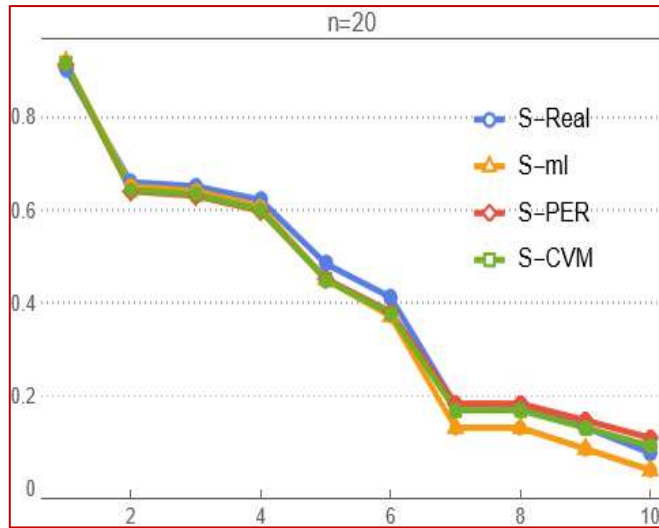
4 - عند حجم عينة n=100 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.005205176**

5- عند حجم عينة n=150 :- كانت طريقة المقدرات التجزئية (PER) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ **MSE=0.004885**

ويتضح من النتائج المذكورة انفاً كانت طريقة كريمر فون مايسز (CVM) الطريقة الفضلى لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات (20-50) لكونها سجلت اقل

متوسط لمربعات الخطأ . وطريقة المقدرات التجزئية عند حجم عينة (75) وطريقة الإمكان الأعظم (MLE) عند حجوم العينات (100-150).

الاشكال البيانية (3-16) الى (3-20) توضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الرابع وعند احجام العينات (20-50-75-100-150)



الجدول (3-6)

يبين القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الخامس كافة

$(\alpha = 3.5, \theta = 2.5, \gamma = 0.6)$ وبحسب احجام العينات

n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
20	0.506076	0.898699	0.810001	0.009391	0.804806	0.000957	0.807177	0.00092
	0.65415	0.65499	0.741914	0.025556	0.731591	0.008735	0.734529	0.008216
	1.48953	0.646004	0.631636	0.025884	0.621527	0.00894	0.624316	0.008404
	1.60521	0.61668	0.59808	0.026818	0.588927	0.009528	0.591153	0.008933
	2.15158	0.479301	0.442057	0.026364	0.442876	0.010323	0.441165	0.009441
	2.44187	0.407063	0.361855	0.02145	0.371629	0.009338	0.367224	0.008342
	3.38557	0.175778	0.122043	0.008142	0.173708	0.002779	0.159659	0.002341
	3.38606	0.175658	0.121928	0.008136	0.173617	0.002776	0.159564	0.002339
	4.58795	0.126879	0.07652	0.005144	0.137841	0.001775	0.121786	0.00178
	4.81815	0.071559	0.030826	0.002141	0.099762	0.001195	0.082383	0.002026
MSE				0.015903		0.005635		0.005274
Rank				3		2		1
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
50	0.506076	0.898699	0.817775	0.00238	0.811379	0.001976	0.816392	0.001998

	0.65415	0.65499	0.770401	0.006313	0.771525	0.004285	0.771476	0.003901
	1.48953	0.646004	0.660851	0.006447	0.662454	0.004348	0.662156	0.00395
	1.60521	0.61668	0.629596	0.006874	0.632823	0.004537	0.631731	0.004098
	2.15158	0.479301	0.482258	0.008555	0.493999	0.004937	0.489896	0.004465
	2.44187	0.407063	0.40486	0.009037	0.421419	0.004728	0.416386	0.00436
	3.38557	0.175778	0.16147	0.006731	0.192664	0.002876	0.188272	0.002923
	3.38606	0.175658	0.161346	0.006728	0.192547	0.002876	0.188156	0.002923
	4.58795	0.126879	0.111305	0.005431	0.145045	0.002699	0.141474	0.002673
	4.81815	0.071559	0.065819	0.003537	0.091455	0.00282	0.089308	0.002584
MSE				0.006203		0.003608		0.003388
Rank				3		2		1
n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
75	0.506076	0.898699	0.802813	0.001923	0.806677	0.002128	0.8075	0.002047
	0.65415	0.65499	0.749741	0.003293	0.754803	0.003063	0.75663	0.003125
	1.48953	0.646004	0.640337	0.00331	0.645412	0.003066	0.647203	0.003135
	1.60521	0.61668	0.609665	0.003355	0.614818	0.003071	0.61646	0.003157
	2.15158	0.479301	0.466707	0.003352	0.473402	0.002995	0.473734	0.003066
	2.44187	0.407063	0.392303	0.003227	0.400878	0.002862	0.400189	0.002874

	3.38557	0.175778	0.159264	0.002379	0.180121	0.001986	0.175195	0.001978
	3.38606	0.175658	0.159146	0.002379	0.180011	0.001985	0.175083	0.001978
	4.58795	0.126879	0.111169	0.002182	0.1359	0.001856	0.129967	0.001958
	4.81815	0.071559	0.057297	0.001915	0.086934	0.001863	0.07984	0.002164
	MSE			0.002732		0.002488		0.002548
	Rank			3		1		2
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
100	0.506076	0.898699	0.800782	0.001716	0.801332	0.001797	0.800255	0.001742
	0.65415	0.65499	0.741683	0.002808	0.741821	0.003031	0.743126	0.003075
	1.48953	0.646004	0.632129	0.002828	0.632304	0.003067	0.633664	0.00312
	1.60521	0.61668	0.601018	0.002883	0.601367	0.003177	0.602872	0.003257
	2.15158	0.479301	0.457127	0.002934	0.459612	0.003476	0.46097	0.003586
	2.44187	0.407063	0.383049	0.00282	0.387617	0.003407	0.388321	0.003458
	3.38557	0.175778	0.155166	0.001947	0.17068	0.002124	0.166813	0.002059
	3.38606	0.175658	0.155052	0.001946	0.170573	0.002123	0.166703	0.002058
	4.58795	0.126879	0.108981	0.001739	0.127513	0.001828	0.122269	0.001882
	4.81815	0.071559	0.087612	0.001548	0.079783	0.001623	0.072843	0.001936
	MSE			0.002317		0.002565		0.002617

Rank				1		2		3
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
150	0.506076	0.828699	0.800462	0.001173	0.801012	0.001199	0.799935	0.001254
	0.654154	0.654992	0.741363	0.002265	0.741501	0.002532	0.742806	0.002488
	1.489533	0.646004	0.631809	0.002285	0.631984	0.002589	0.633344	0.002524
	1.605211	0.616681	0.600698	0.00234	0.601047	0.002714	0.602552	0.002634
	2.151582	0.479301	0.456807	0.002391	0.459292	0.003043	0.46065	0.002933
	2.441873	0.407063	0.382729	0.002288	0.387297	0.002915	0.388001	0.002864
	3.385571	0.175778	0.154846	0.001404	0.170361	0.001516	0.166493	0.001581
	3.386065	0.175658	0.154732	0.001403	0.170253	0.001515	0.166383	0.00158
	4.587953	0.126879	0.108661	0.001196	0.127193	0.001339	0.121949	0.001285
	4.818151	0.071559	0.087292	0.001005	0.079463	0.001393	0.072523	0.00108
MSE				0.001775		0.002076		0.002022
Rank				1		3		2

ويتضح من الجدول (3-6) إن مجموعة القيم الأولية كانت ($\alpha = 3.5, \theta = 2.5, \gamma = 0.6$) وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة البقاء عن طريق المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (20,50,75,100,150) كالآتي :

1- عند حجم عينة $n=20$:- كانت طريقة كريمر فون مايسز (CVM) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.005274$

2- عند حجم عينة $n=50$:- كانت طريقة كريمر فون مايسز (CVM) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.003388$

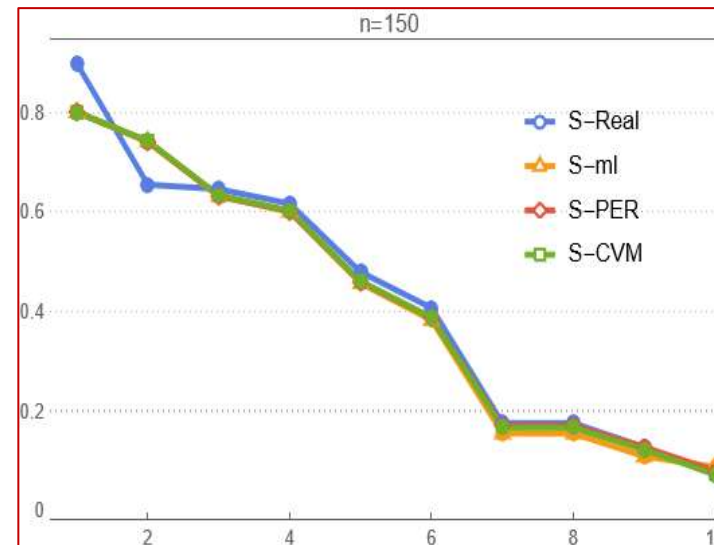
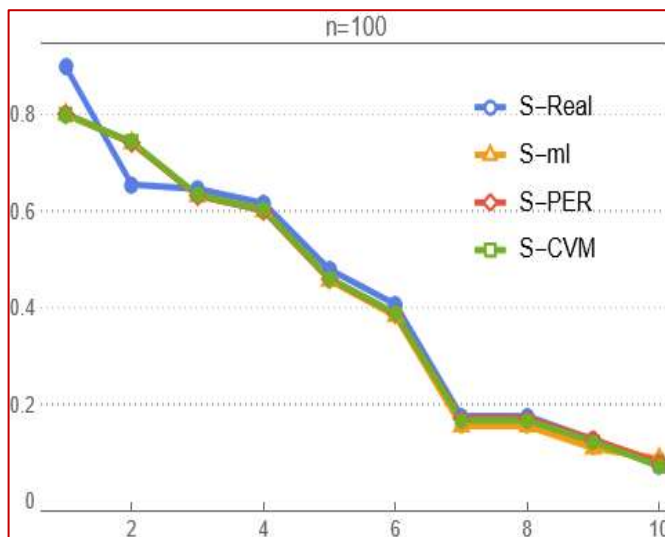
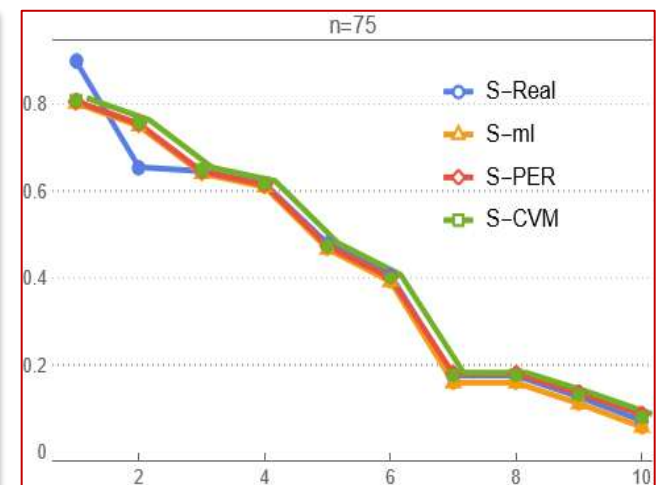
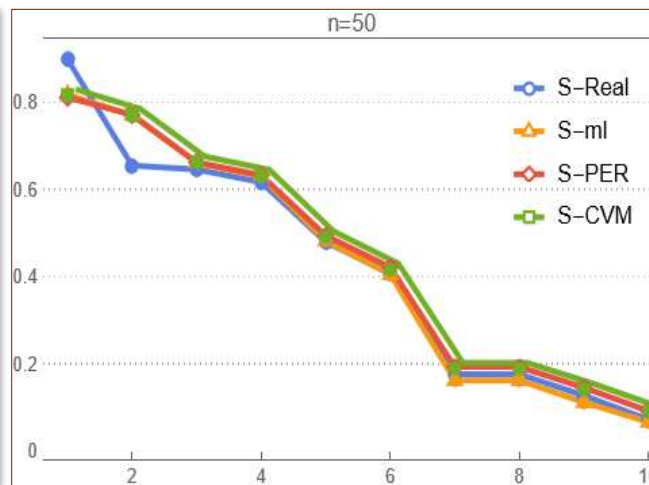
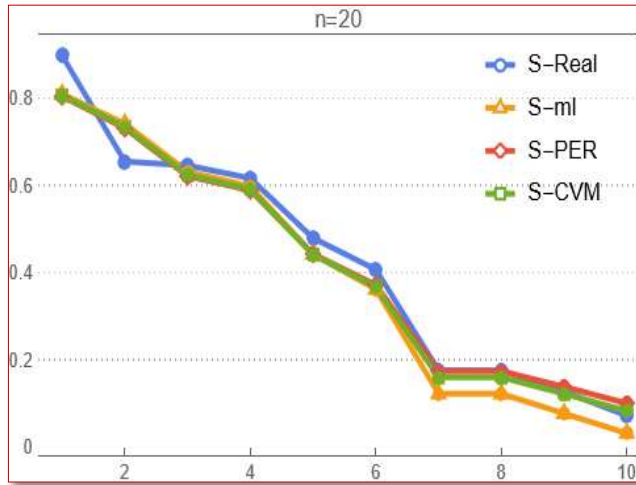
3- عند حجم عينة $n=75$:- كانت طريقة المقدرات التجزئية (PER) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002488$

4 - عند حجم عينة $n=100$:- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002317$

5- عند حجم عينة $n=150$:- كانت طريقة المقدرات التجزئية (PER) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.001775$

ويتضح من النتائج المذكورة انفاً كانت طريقة كريمر فون مايسز (CVM) الطريقة الفضلى لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات (20-50) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ . وطريقة المقدرات التجزئية عند حجم عينة (75) وطريقة الإمكان الأعظم (MLE) عند حجوم العينات (100-150)

الاشكال البيانية (3-21) الى (3-25) توضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الخامس وعند احجام العينات (20-50-75-100-150)



الجدول (3-7)

يبين القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج السادس كافة

($\alpha = 5.1, \theta = 2.5, \gamma = 0.2$) وبحسب احجام العينات

n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
20	0.449424	0.834244	0.875217	0.009959	0.815978	0.005695	0.821096	0.005791
	0.666466	0.611802	0.685557	0.034654	0.615415	0.008661	0.617006	0.008254
	0.807469	0.492203	0.571636	0.046805	0.507553	0.008771	0.505815	0.008352
	1.031723	0.462074	0.541946	0.047986	0.479955	0.008638	0.477277	0.008254
	1.17073	0.421623	0.502319	0.047018	0.442517	0.008363	0.438526	0.008045
	1.29337	0.350712	0.428	0.042461	0.375568	0.007629	0.369164	0.007467
	2.36971	0.288085	0.356244	0.035251	0.314659	0.006748	0.306052	0.006739
	2.46105	0.253869	0.314165	0.03025	0.280499	0.006196	0.27068	0.006262
	2.47419	0.196247	0.23789	0.021242	0.22122	0.005202	0.209383	0.00536
	2.77712	0.112038	0.117214	0.012151	0.12934	0.003862	0.114766	0.003997
MSE				0.032778		0.006977		0.006852
Rank				3		2		1
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
50	0.449424	0.834244	0.838283	0.003637	0.808859	0.003171	0.811525	0.00329
	0.666466	0.611802	0.624409	0.008499	0.595886	0.003312	0.596472	0.003268

	0.807469	0.492203	0.506933	0.011598	0.484565	0.00307	0.483337	0.002978
	1.031723	0.462074	0.477076	0.012424	0.456547	0.003012	0.454821	0.002917
	1.17073	0.421623	0.436838	0.013516	0.418862	0.00294	0.416453	0.002848
	1.29337	0.350712	0.365882	0.015164	0.352441	0.002827	0.348801	0.002755
	2.36971	0.288085	0.302721	0.015869	0.293145	0.002733	0.288412	0.002691
	2.46105	0.253869	0.267945	0.015707	0.260382	0.002678	0.25506	0.002654
	2.47419	0.196247	0.2087	0.014142	0.204405	0.002568	0.19812	0.002575
	2.77712	0.112038	0.119461	0.008485	0.119984	0.002372	0.112429	0.002399
	MSE			0.011904		0.002868		0.002838
	Rank			3		2		1
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
75	0.449424	0.834244	0.843963	0.004145	0.822798	0.002858	0.824756	0.002882
	0.666466	0.611802	0.605919	0.019845	0.612706	0.003548	0.613294	0.003488
	0.807469	0.492203	0.493464	0.017479	0.500537	0.00344	0.499859	0.003398
	1.031723	0.462074	0.464773	0.016894	0.472093	0.003375	0.471065	0.003345
	1.17073	0.421623	0.425974	0.01605	0.433709	0.003266	0.432199	0.003256
	1.29337	0.350712	0.357041	0.014255	0.365712	0.002714	0.363337	0.003046
	2.36971	0.288085	0.294946	0.012125	0.304654	0.002728	0.301514	0.002798

	2.46105	0.253869	0.260412	0.01068	0.270779	0.002549	0.267232	0.002636
	2.47419	0.196247	0.201023	0.007792	0.212685	0.002219	0.208484	0.002324
	2.77712	0.112038	0.110483	0.003196	0.124593	0.001739	0.119581	0.001828
MSE				0.012246		0.002844		0.0027511
Rank				3		1		2
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
100	0.449424	0.834244	0.842814	0.003423	0.826902	0.002549	0.828356	0.002566
	0.666466	0.611802	0.626561	0.007824	0.612447	0.003328	0.612885	0.003294
	0.807469	0.492203	0.507123	0.009101	0.496943	0.003233	0.496407	0.003202
	1.031723	0.462074	0.476638	0.00918	0.467639	0.003168	0.466832	0.003141
	1.17073	0.421623	0.435428	0.009099	0.428117	0.00306	0.426935	0.003041
	1.29337	0.350712	0.362316	0.008397	0.358222	0.002821	0.356366	0.002816
	2.36971	0.288085	0.296663	0.007194	0.295682	0.002568	0.29323	0.002574
	2.46105	0.253869	0.260277	0.006356	0.261116	0.002418	0.258345	0.002428
	2.47419	0.196247	0.197995	0.004868	0.202124	0.002157	0.198842	0.002166
	2.77712	0.112038	0.106891	0.002911	0.113607	0.001818	0.10969	0.001803
MSE				0.006835		0.002712		0.002303
Rank				3		2		1
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

150	0.449424	0.834244	0.842494	0.00288	0.826582	0.002023	0.828036	0.002006
	0.666466	0.611802	0.626241	0.007281	0.612127	0.002751	0.612565	0.002785
	0.807469	0.492203	0.506803	0.008558	0.496623	0.002659	0.496087	0.00269
	1.031723	0.462074	0.476318	0.008638	0.467319	0.002598	0.466512	0.002625
	1.170732	0.421623	0.435108	0.008556	0.427797	0.002498	0.426615	0.002517
	1.293373	0.350712	0.361996	0.007854	0.357902	0.002273	0.356046	0.002278
	2.369712	0.288085	0.296343	0.006651	0.295362	0.002031	0.29291	0.002025
	2.461053	0.253869	0.259957	0.005813	0.260796	0.001885	0.258025	0.001875
	2.474198	0.196247	0.197675	0.004325	0.201804	0.001623	0.198522	0.001614
	2.777121	0.112038	0.106571	0.002368	0.113287	0.00126	0.10937	0.001275
MSE			0.006292		0.00216		0.002169	
Rank			3		1		2	

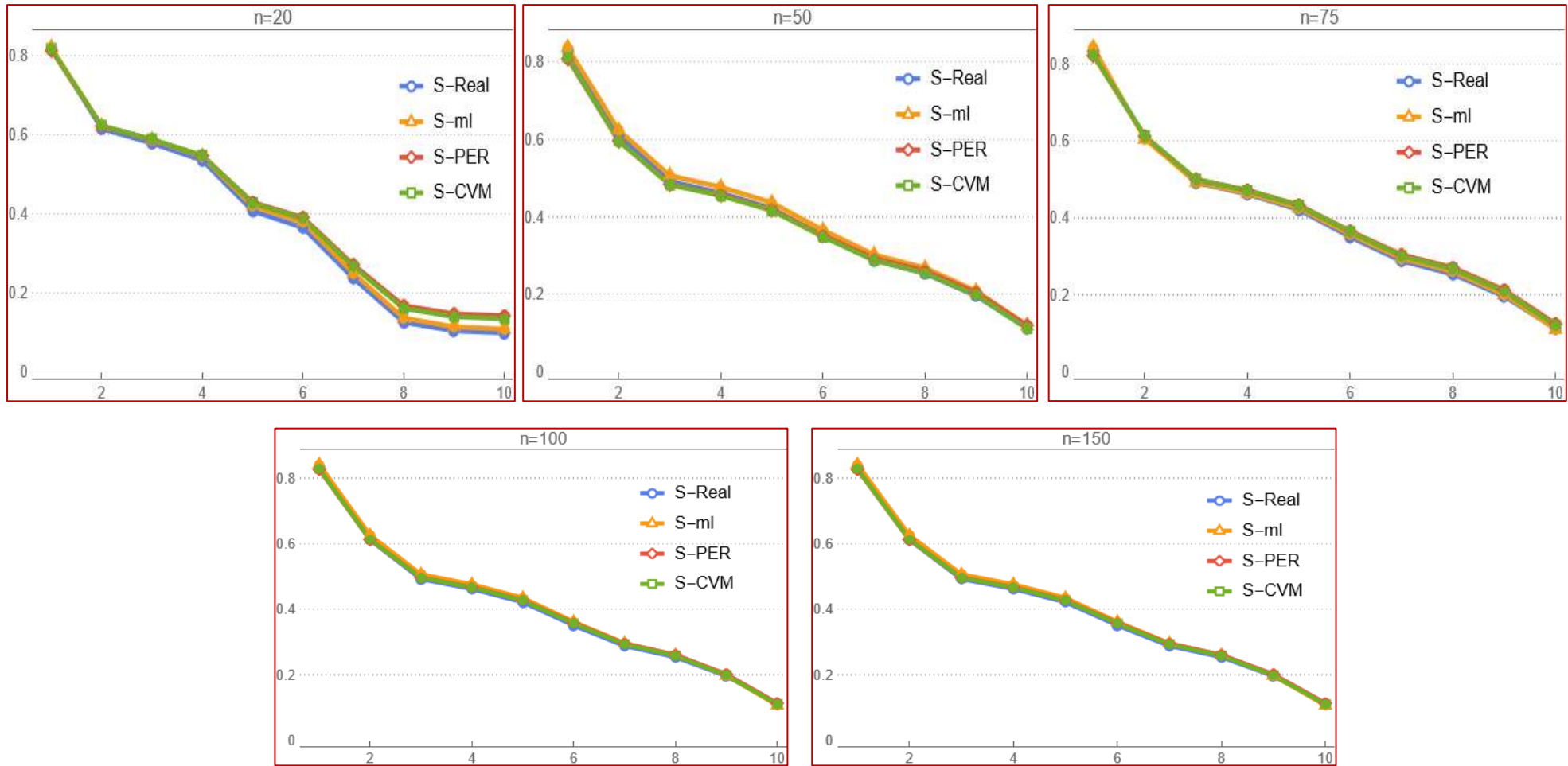
ويتضح من الجدول (3-7) إن مجموعة القيم الأولية كانت $(\alpha = 5.1, \theta = 2.5, \gamma = 0.2)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة البقاء عن طريق المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (20,50,75,100,150) كالآتي :

- 1- عند حجم عينة n=20 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.006852$
- 2- عند حجم عينة n=50 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002838$
- 3- عند حجم عينة n=75 :- كانت طريقة المقدرات التجزئية (PER) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002844$
- 4- عند حجم عينة n=100 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002303$
- 5- عند حجم عينة n=150 :- كانت طريقة المقدرات التجزئية (PER) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.00216$

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

ويتضح من النتائج المذكورة انفاً كانت طريقة الإمكان الاعظم (MLE) الطريقة الفضلى لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات (20-50-100) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ . وطريقة المقدرات التجزيئية عند حجم عينة (75-150) الاشكال البيانية (3-26) الى (3-30) توضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج السادس وعند احجام العينات (20-50-75-100-150)



الجدول (3-8)

يبين القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج السابع كافة

وبحسب احجام العينات ($\alpha = 3.1, \theta = 3.5, \gamma = 0.2$)

n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
20	0.449424	0.79871	0.808037	0.006207	0.75875	0.028232	0.763808	0.028187
	0.666466	0.797331	0.80671	0.006236	0.757463	0.028183	0.762509	0.028135
	1.807469	0.787197	0.796937	0.006442	0.748004	0.027826	0.752953	0.02775
	1.931723	0.45632	0.457374	0.00669	0.440328	0.014724	0.43691	0.01417
	2.17073	0.355661	0.348084	0.005604	0.347398	0.011059	0.340607	0.010575
	2.29337	0.351627	0.343675	0.005562	0.343688	0.010918	0.336764	0.01044
	2.36971	0.318246	0.307133	0.00523	0.313042	0.009778	0.305027	0.009353
	2.46105	0.263632	0.247228	0.00473	0.263088	0.007988	0.253358	0.007685
	3.47419	0.169347	0.143938	0.003985	0.177291	0.005202	0.164887	0.005206
	3.77712	0.123483	0.093946	0.003701	0.135959	0.003874	0.122945	0.004198
MSE				0.005439		0.014778		0.01457
Rank				1		3		2
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
50	0.449424	0.79871	0.805022	0.004351	0.794707	0.004454	0.797632	0.004421
	0.666466	0.797331	0.803657	0.004373	0.793334	0.004472	0.796251	0.004438

	1.807469	0.787197	0.793605	0.004525	0.783234	0.0046	0.78609	0.004558
	1.931723	0.45632	0.45608	0.006018	0.453014	0.005819	0.450923	0.005618
	2.17073	0.355661	0.35129	0.00519	0.354241	0.005258	0.350311	0.005064
	2.29337	0.351627	0.347082	0.005147	0.350315	0.005224	0.346314	0.005032
	2.36971	0.318246	0.312243	0.004769	0.317933	0.004901	0.313362	0.004726
	2.46105	0.263632	0.255197	0.004077	0.26536	0.004237	0.259923	0.004107
	3.47419	0.169347	0.156674	0.002819	0.17572	0.002855	0.169043	0.002848
	3.77712	0.123483	0.108761	0.002287	0.13253	0.002249	0.125392	0.002308
MSE				0.004356		0.004407		0.004412
Rank				1		2		3
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
75	0.449424	0.79871	0.810763	0.002477	0.805882	0.002743	0.808191	0.00266
	0.666466	0.797331	0.809395	0.002482	0.804508	0.002747	0.806813	0.002665
	1.807469	0.787197	0.799312	0.002517	0.794385	0.002777	0.796659	0.002693
	1.931723	0.45632	0.457226	0.002484	0.454856	0.002743	0.453393	0.002686
	2.17073	0.355661	0.351512	0.002334	0.351968	0.002641	0.349126	0.002552
	2.29337	0.351627	0.347288	0.002327	0.347881	0.002633	0.344988	0.002543
	2.36971	0.318246	0.312392	0.002262	0.314204	0.002555	0.310906	0.002459
	2.46105	0.263632	0.255597	0.002131	0.259693	0.002365	0.255809	0.002272

	3.47419	0.169347	0.158781	0.001809	0.167642	0.001893	0.163022	0.00184
	3.77712	0.123483	0.112429	0.001619	0.123948	0.001668	0.119113	0.001647
	MSE			0.002244		0.002477		0.002402
	Rank			1		3		2
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
100	0.449424	0.79871	0.798603	0.002086	0.794743	0.00258	0.796346	0.002578
	0.666466	0.797331	0.797242	0.002092	0.7934	0.002587	0.794999	0.002584
	1.807469	0.787197	0.787239	0.00214	0.783529	0.002635	0.785093	0.002629
	1.931723	0.45632	0.458019	0.002393	0.460647	0.002147	0.459665	0.002116
	2.17073	0.355661	0.356376	0.002838	0.361395	0.002994	0.359468	0.002474
	2.29337	0.351627	0.352283	0.002226	0.357403	0.002984	0.355439	0.002465
	2.36971	0.318246	0.318356	0.002218	0.324315	0.0029	0.322053	0.002385
	2.46105	0.263632	0.26259	0.001487	0.269971	0.001728	0.267251	0.002222
	3.47419	0.169347	0.165435	0.001377	0.175401	0.001364	0.172015	0.001372
	3.77712	0.123483	0.11769	0.001621	0.128961	0.001194	0.125328	0.001206
	MSE			0.002048		0.002311		0.002203
	Rank			1		3		2
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
	0.449424	0.798713	0.796026	0.002258	0.794423	0.00226	0.798283	0.001766

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

150	0.666466	0.797331	0.794679	0.002264	0.79308	0.002267	0.796922	0.001772
	1.807469	0.787197	0.784773	0.002309	0.783209	0.002315	0.786919	0.001822
	1.931723	0.45632	0.459345	0.001796	0.460327	0.001827	0.457699	0.002073
	2.170723	0.355661	0.359148	0.002154	0.361075	0.002674	0.356056	0.002518
	2.293373	0.351627	0.355119	0.002145	0.357083	0.002664	0.351963	0.001906
	2.369721	0.318246	0.321733	0.002065	0.323995	0.002586	0.318036	0.001898
	2.461025	0.263632	0.266931	0.001902	0.269651	0.001408	0.26227	0.001167
	3.474133	0.169347	0.171695	0.001052	0.175081	0.001044	0.165115	0.001057
	3.777132	0.123483	0.125008	0.000886	0.128641	0.000874	0.11737	0.001301
MSE			0.001883		0.001992		0.001728	
Rank			2		3		1	

ويتضح من الجدول (3-8) إن مجموعة القيم الأولية كانت $(\alpha = 3.1, \theta = 3.5, \gamma = 0.2)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة البقاء عن طريق المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (20,50,75,100,150) كالآتي :

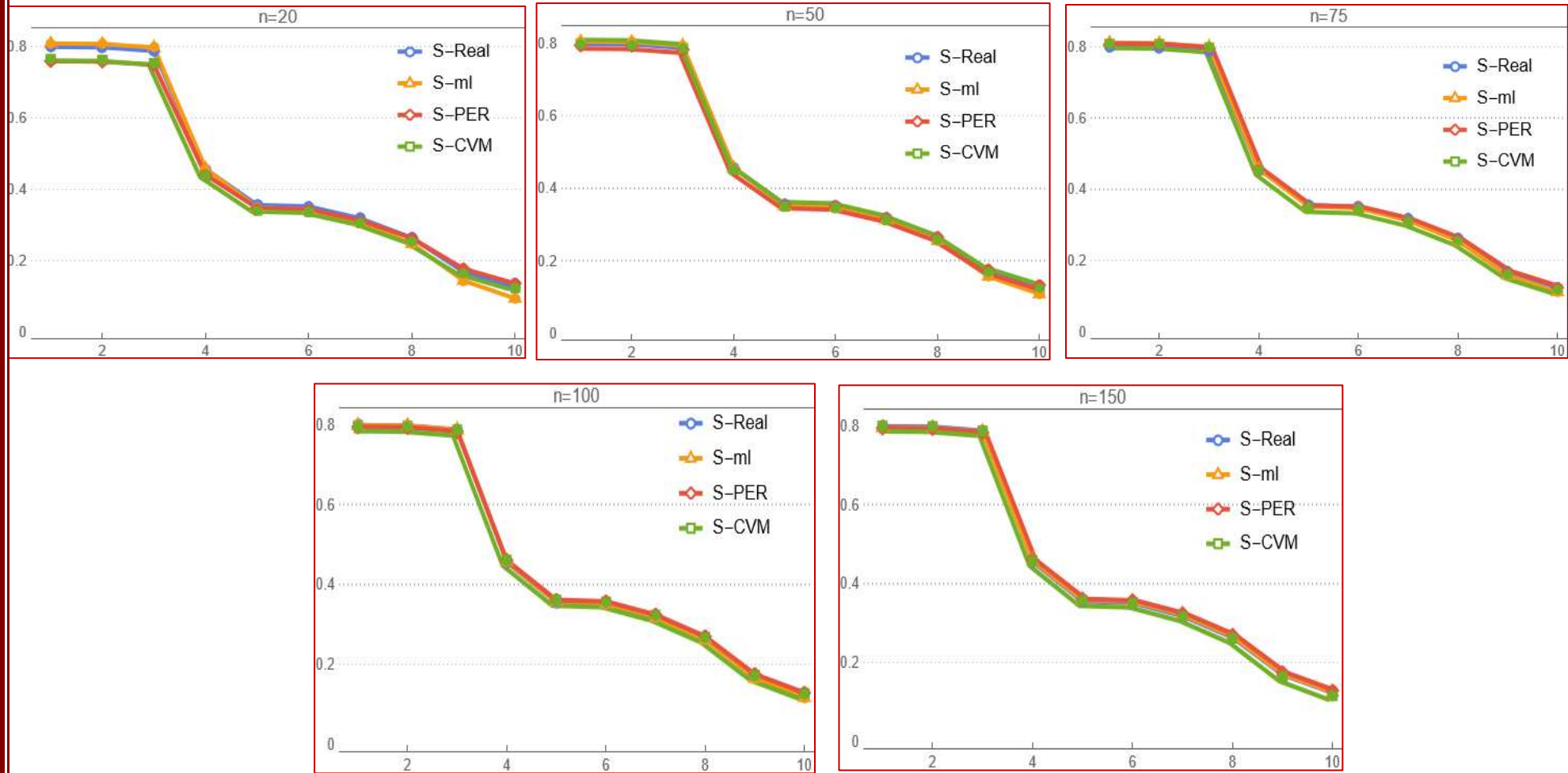
- 1- عند حجم عينة n=20 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.005439$
- 2- عند حجم عينة n=50 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.004356$
- 3- عند حجم عينة n=75 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002244$
- 4- عند حجم عينة n=100 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002048$
- 5- عند حجم عينة n=150 :- كانت طريقة كريمر فون مايسز (CVM) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.001728$

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

ويتضح من النتائج المذكورة انفاً كانت طريقة الإمكان الاعظم (MLE) الطريقة الفضلى لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات (20-50-75-100) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ. وطريقة كريمير فون مايسز عند حجم عينة (150)

الاشكال البيانية (3-31) الى (3-35) توضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج السابع وعند احجام العينات (20-50-75-100-150)



الجدول (3-9)

يبين القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير للأنموذج الثامن كافة

وبحسب احجام العينات ($\alpha = 2, \theta = 3.2, \gamma = -0.3$)

n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
20	0.367738	0.93293	0.938293	0.002585	0.928865	0.002416	0.934061	0.002499
	0.614229	0.890598	0.90082	0.003657	0.888911	0.003474	0.895156	0.003473
	0.930304	0.863728	0.876712	0.004316	0.863769	0.004145	0.870352	0.004067
	1.15177	0.654173	0.678282	0.00767	0.666332	0.007938	0.67036	0.007329
	1.20874	0.384978	0.39884	0.00776	0.406437	0.008454	0.400669	0.008099
	1.21649	0.366373	0.378675	0.006793	0.388358	0.00832	0.381859	0.008012
	2.30058	0.262494	0.264304	0.005363	0.287354	0.007086	0.277043	0.007088
	2.53715	0.087109	0.065024	0.00302	0.115835	0.003977	0.10174	0.004606
	2.76128	0.07365	0.050722	0.002771	0.102832	0.003798	0.088569	0.004442
	2.90743	0.036188	0.01677	0.001779	0.067633	0.003188	0.055821	0.004135
MSE				0.004571		0.00528		0.005375
Rank				1		2		3
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
50	0.367738	0.93293	0.93307	0.00205	0.929567	0.002321	0.932266	0.002363
	0.614229	0.890598	0.893372	0.002756	0.889317	0.003047	0.892503	0.00306

	0.930304	0.863728	0.868178	0.00318	0.863811	0.003445	0.86713	0.003432
	1.15177	0.654173	0.667438	0.00504	0.661657	0.004957	0.66338	0.004801
	1.20874	0.384978	0.395752	0.004041	0.396238	0.004382	0.393014	0.004309
	1.21649	0.366373	0.376429	0.003897	0.37787	0.004252	0.374294	0.004192
	2.30058	0.262494	0.267362	0.003036	0.275491	0.003309	0.270102	0.003338
	2.53715	0.087109	0.078812	0.001815	0.102796	0.001846	0.095377	0.002013
	2.76128	0.07365	0.064667	0.00168	0.089475	0.001846	0.081976	0.002016
	2.90743	0.036188	0.025735	0.001383	0.052651	0.001969	0.045376	0.002172
MSE				0.002888		0.003137		0.003169
Rank				1		2		3
n	t _i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
75	0.367738	0.93293	0.938427	0.001475	0.9357	0.001599	0.937543	0.001594
	0.614229	0.890598	0.899341	0.001782	0.895701	0.001953	0.897905	0.001929
	0.930304	0.863728	0.874292	0.001978	0.870127	0.002164	0.87243	0.002128
	1.15177	0.654173	0.673046	0.003138	0.666489	0.00335	0.667672	0.003271
	1.20874	0.384978	0.401515	0.003144	0.39973	0.003488	0.397551	0.003485
	1.21649	0.366373	0.382264	0.003078	0.381249	0.003417	0.378835	0.003423
	2.30058	0.262494	0.273651	0.002561	0.278095	0.002843	0.274477	0.002902
	2.53715	0.087109	0.085628	0.001451	0.103866	0.001857	0.098971	0.001991

	2.76128	0.07365	0.070926	0.00139	0.090458	0.001845	0.085523	0.001981
	2.90743	0.036188	0.029766	0.001281	0.053337	0.001884	0.048514	0.002038
	MSE			0.002128		0.00244		0.002474
	Rank			1		2		3
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
100	0.367738	0.93293	0.933883	0.001438	0.932492	0.001628	0.933846	0.001631
	0.614229	0.890598	0.893059	0.00165	0.892293	0.001906	0.893902	0.001897
	0.930304	0.863728	0.867108	0.00177	0.866813	0.002047	0.868492	0.002028
	1.15177	0.654173	0.662281	0.002336	0.665419	0.002503	0.666313	0.002462
	1.20874	0.384978	0.392056	0.002361	0.397348	0.002562	0.395787	0.002567
	1.21649	0.366373	0.373074	0.00233	0.378418	0.002545	0.376677	0.002553
	2.30058	0.262494	0.266301	0.002064	0.271687	0.002342	0.268996	0.002356
	2.53715	0.087109	0.082447	0.001422	0.086678	0.00175	0.082815	0.00173
	2.76128	0.07365	0.068109	0.001387	0.072159	0.001733	0.068241	0.001705
	2.90743	0.036188	0.028466	0.001294	0.032619	0.001618	0.028771	0.001585
	MSE			0.001805		0.002063		0.002051
	Rank			1		3		2
n	t_i	S-real	S-MLE	MSE	S-PER	MSE	S-C.VM	MSE
	0.367738	0.932913	0.933526	0.001118	0.932172	0.001311	0.933563	0.001308

150	0.614229	0.890598	0.893582	0.001331	0.891973	0.001577	0.892739	0.001586
	0.930304	0.863728	0.868172	0.001452	0.866493	0.001708	0.866788	0.001727
	1.151773	0.654173	0.665993	0.002016	0.665099	0.002142	0.661961	0.002183
	1.208744	0.384978	0.395467	0.002041	0.397028	0.002247	0.391736	0.002242
	1.216498	0.366373	0.376357	0.002011	0.378098	0.002233	0.372754	0.002225
	2.300588	0.262494	0.268676	0.001744	0.271367	0.002036	0.265981	0.002022
	2.537159	0.087109	0.082495	0.001102	0.086358	0.001411	0.082127	0.00143
	2.761281	0.073651	0.067921	0.001067	0.071839	0.001385	0.067789	0.001413
	2.907432	0.036188	0.028451	0.000974	0.032299	0.001265	0.028146	0.001298
MSE			0.001486		0.001732		0.001743	
Rank			1		2		3	

ويتضح من الجدول (3-8) إن مجموعة القيم الأولية كانت $(\alpha = 3.1, \theta = 3.5, \gamma = 0.2)$ وذلك لأيجاد أفضل مقدر لدالة البقاء عن طريق المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ولأحجام عينات مختلفة (20,50,75,100,150) كالاتي :

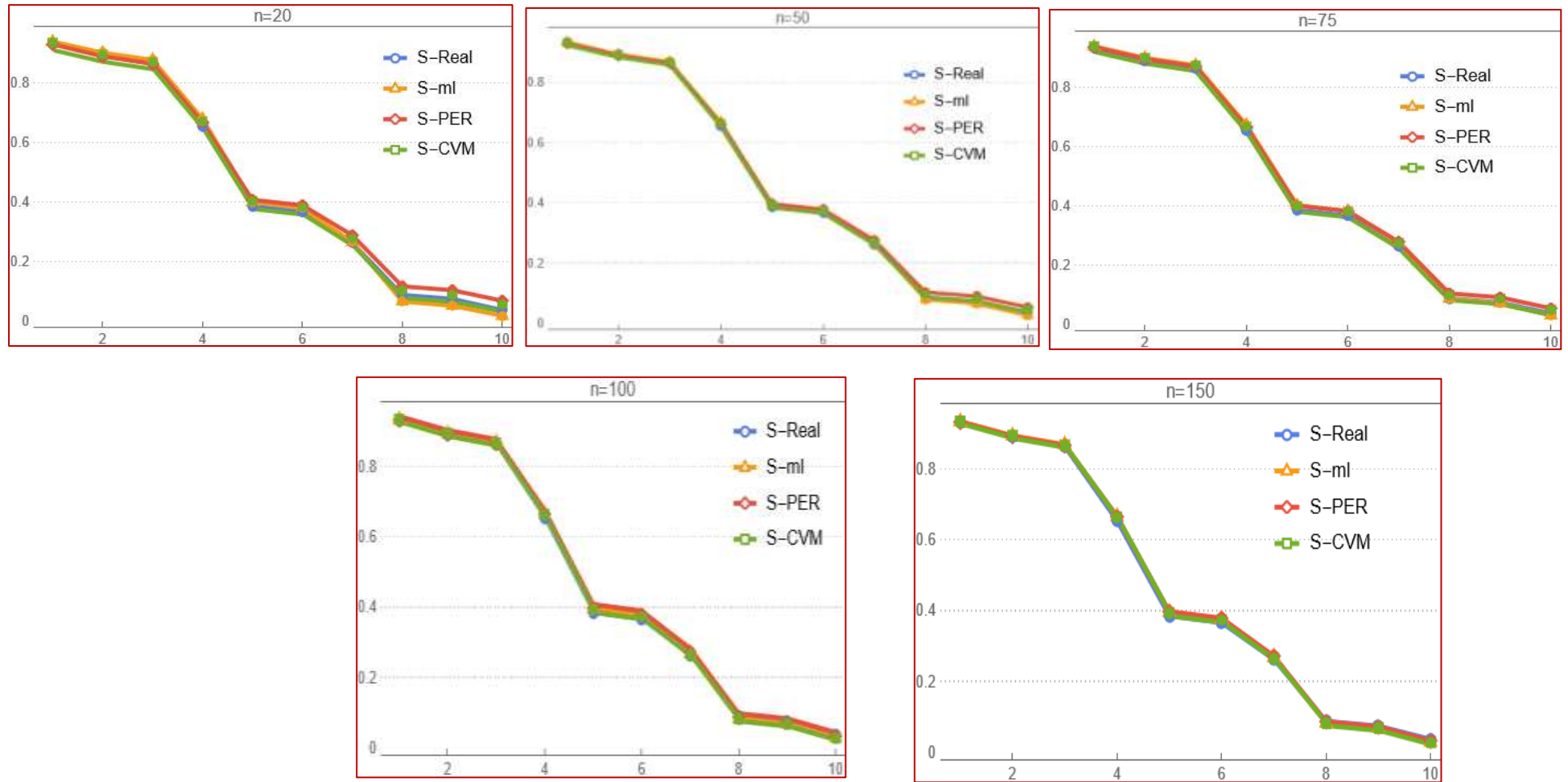
- 1- عند حجم عينة n=20 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.004571$
- 2- عند حجم عينة n=50 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002888$
- 3- عند حجم عينة n=75 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.002128$
- 4- عند حجم عينة n=100 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.001805$
- 5- عند حجم عينة n=150 :- كانت طريقة الامكان الاعظم (MLE) هي الفضلى لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ اذ بلغ $MSE=0.001486$

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

ويتضح من النتائج المذكورة انفاً كانت طريقة الإمكان الاعظم (MLE) الطريقة الفضلى لتقدير دالة البقاء عند حجوم العينات (20-50-75-100-150) لكونها سجلت اقل متوسط لمربعات الخطأ.

الاشكال البيانية (3-36) الى (3-40) توضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثامن وعند احجام العينات (20-50-75-100-150)



الجدول (3-10) يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع قيم المعلمات الافتراضية ولجميع النماذج

Models	n	MLE	PER	C.V.M
(1)	20	2	3	1
	50	1.5	3	1.5
	75	3	1	2
	100	1.5	3	1.5
	150	1	3	2
(2)	20	1	2.5	2.5
	50	1	3	2
	75	1	3	2
	100	1	3	2
	150	1	2	3
(3)	20	1	2	3
	50	1	3	2
	75	2	3	1
	100	1	2.5	2.5
	150	1	3	2
(4)	20	1	3	2
	50	1	2.5	2.5
	75	1	2	3
	100	1	2	3
	150	1	3	2
(5)	20	1	3	2
	50	1	3	2
	75	1	2	3
	100	1	3	2

	150	1	3	2
(6)	20	3	2	1
	50	3	2	1
	75	3	2	1
	100	3	2	1
	150	1	2.5	2.5
	(7)	20	1.5	1.5
50		1.5	3	1.5
75		1	3	2
100		1	2	3
150		1	3	2
(8)	20	1	2	3
	50	1	3	2
	75	1	2	3
	100	1	2	3
	150	1	2	3
\sum Rank		56	100.5	80.5
Overall Ranks		1	3	2

جدول (3-11) يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق التقدير كافة ولجميع قيم المعلمات الافتراضية وحسب حجم العينة.

n	Sum of Rank	Method		
		MLE	PER	CVM
20	\sum Rank	11.5	19	17.5
	Overall Ranks	1	3	2
50	\sum Rank	11	22.5	14.5
	Overall Ranks	1	3	2
75	\sum Rank	13	18	17
	Overall Ranks	1	3	2
100	\sum Rank	10.5	19.5	18
	Overall Ranks	1	3	2
150	\sum Rank	10	21.5	18.5
	Overall Ranks	1	3	2

و من الجدولين (3-10) و(3-11) المذكورة انفاً يتضح ما يأتي:

1- افضلية طريقة الإمكان الأعظم (MLE) في تقدير معلمات توزيع (رايلي-باريتو المحول TRP) وذلك لكونها اخذت الرتبة الأولى عند كل احجام العينات (20,50,75,100,150) من بين طرائق التقدير أي انها تناسب في تقدير معالم التوزيع عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.

2- طريقة كريمر فون مايسز (CVM) احتلت المرتبة الثانية عند حجم العينة (20,50,75,100,150) من بين طرائق التقدير أي انها تناسب في تقديرات حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.

3- طريقة المقدرات التجزيئية (PER) احتلت المرتبة الثالثة عند حجم عند حجم العينة (20,50,75,100,150) من بين طرائق التقدير أي انها تناسب في تقديرات حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.

4- عن طريق الجداول الموجودة في الملحق (A) نلاحظ بأن قيم المعلمات المقدره تقترب من قيم المعلمات الحقيقية وتزداد اقترابا كلما زاد حجم العينة (n) ولجميع طرائق التقدير المستعملة.

5- عن طريق الجداول الموجودة في الملحق (A) نلاحظ تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر.

6- عن طريق الجداول الخاصة بتقدير معلمات توزيع (رايلي -باريتو المحول TRP) الموجودة في الملحق (A) نلاحظ افضلية الانموذج الخامس من بين النماذج الأخرى في تقدير المعلمات الافتراضية اذ كانت المقدرات مقارنة للقيم الافتراضية الخاصة بالأنموذج الخامس وكذلك يمتلك اقل قيم من متوسط مربعات الخطأ (MSE).

جدول (3-12) يمثل الرتب لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لمقدر دالة البقاء لطرائق واحجام العينات والنماذج كافة

Models	n	MLE	PER	C.V.M
(1)	20	3	2	1
	50	1	3	2
	75	1	3	2
	100	1	3	2
	150	1	3	2
(2)	20	1	3	2
	50	1	2	3
	75	1	3	2
	100	1	2	3
	150	1	2	3
(3)	20	1	3	2
	50	1	3	2
	75	1	3	2
	100	1	3	2
	150	1	3	2
(4)	20	3	2	1
	50	3	2	1
	75	3	1	2
	100	2	1	3
	150	1	3	2
(5)	20	3	2	1
	50	3	2	1
	75	3	1	2
	100	1	2	3
	150	1	3	2
(6)	20	3	2	1
	50	3	2	1
	75	3	2	1
	100	3	2	1
	150	1	2.5	2.5

(7)	20	1	3	2
	50	1	2	3
	75	1	3	2
	100	1	3	2
	150	1	3	2
(8)	20	1	2	3
	50	1	2	3
	75	1	2	3
	100	1	3	2
	150	1	2	3
$\sum Ranks$		63	95.5	81.5
Rank of methods		1	3	2

جدول (3-13) يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق تقدير دالة البقاء حسب حجم العينة.

n	Sum of Rank	Method		
		MLE	PER	CVM
20	$\sum Rank$	16	19	13
	Overall Ranks	2	3	1
50	$\sum Rank$	14	18	16
	Overall Ranks	1	3	2
75	$\sum Rank$	14	18	16
	Overall Ranks	1	3	2
100	$\sum Rank$	11	19	18
	Overall Ranks	1	3	2
150	$\sum Rank$	8	21.5	18.5
	Overall Ranks	1	3	2

نلاحظ من الجدول (3-12) والجدول (3-13) المذكورة انفاً ما يأتي:

1- تكون الأفضلية لطريقة كريمر فون مايسز (CVM) في تقدير دالة البقاء للأنموذج الاحتمالي الجديد (رايلي-باريتو المحول TRP) فقد اخذت الرتبة الجزئية الأولى عند حجم العينة (20) بينما اخذت الرتبة الجزئية الثانية عند حجوم العينات (50,75,100,150) واثبتت كفاءتها في التقدير عند حجوم العينات الصغيرة وقد اخذت المرتبة الجزئية الثانية من بين طرائق تقدير دالة البقاء بصورة عامة.

- 2- تكون الأفضلية لطريقة الامكان الاعظم (MLE) لتقدير دالة البقاء الانموذج الاحتمالي (رايلي-باريتو المحول TRP) عندما تكون حجوم العينات (50,75,100,150) فقد اخذت الرتبة الجزئية الاولى اي انها تكون أكثر ملائمة عند حجوم العينات المتوسطة الكبيرة بينما اخذت الرتبة الجزئية 2 عند حجم العينة (20) وقد اخذت المرتبة الأولى من بين طرائق التقدير لدالة البقاء كافة وبصورة عامة.
- 3- وان طريقة المقدرات التجزئية (PER) اخذت الرتبة الجزئية الثالثة بالنسبة لجميع حجوم العينات (20,50,75,100,150) لتقدير دالة البقاء وقد اخذت المرتبة الثالثة من بين طرائق التقدير لدالة البقاء كافة وبصورة عامة.
- 4- عن طريق الرسوم البيانية لكل انموذج نلاحظ ان طريقة الإمكان الأعظم تكون تقديراتها متقاربة جدا من القيم الحقيقية (الافتراضية) عندما يكون حجم عينة (20,50,75,100,150).
- 5- من الجداول (3-2) الى (3-9) نلاحظ تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) بالنسبة لدالة البقاء كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر

الفصل الرابع

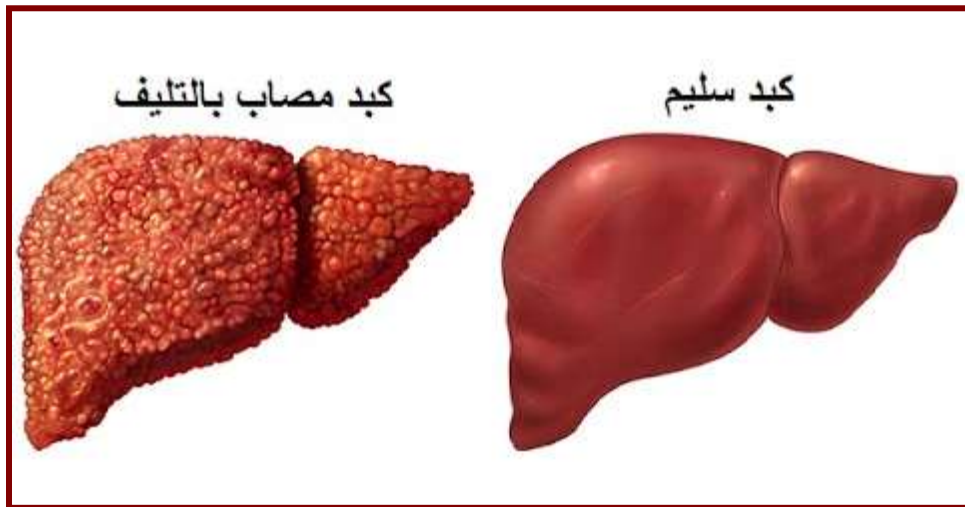
الجانب التطبيقي

4-1 التمهيد (Preface)

يتم التطرق الى البيانات الحقيقية التي تم اخذها من مستشفى الحسين التعليمي التابع لدائرة صحة كربلاء الخاصة (بوفيات مرض تليف الكبد) ومن كلا الجنسين للمدة [من 19-08-2020 لغاية-26] 02-2023 وذلك بهدف تطبيقها على الانموذج المركب المحول التريبيعي (رايلي - باريتو TRP) ومن ثم تقدير دالة البقاء باستعمال طريقة الامكان الاعظم (ML) التي اظهرت مخرجات المحاكاة افضليتها على بقية الطرائق تم ذلك بالاعتماد على برنامج Mathematica

4-2 نبذة عن مرض تليف الكبد (Cirrhosis)

يعد تليف الكبد من المراحل المتقدمة للتندب الكبدي الذي ينتج عن اصابة الكبد ببعض الفايروسات والالتهابات او الادمان على الكحول وفي كل مرة يتضرر فيها كبدك، سواء بمرض أو فرط شرب الكحوليات أو أي سبب آخر، يُحاول الكبد استعادة خلاياه للعمل. ومع استمرار عملية الإصلاح الكبدي تتكون الندب. وكلما تفاقم تليف الكبد، زاد التندب بكثرة، وزادت صعوبة قيام الكبد بوظائفه. والتليف الكبدي المتقدم يهدد الحياة. والتضرر الكبدي الناتج عن تلف الكبد لا يمكن شفاؤه. ولكن إذا شُخص تليف الكبد مبكراً وعُولج السبب، يمكن الحدُّ من انتشار التليف، ونادراً ما يعاود.^[49]



الشكل (4-1) توضح شكل الكبد المصاب بالتليف

اسباب الاصابة بالمرض (Causes of the Disease)

تُوجد مجموعة واسعة النطاق من الأمراض والحالات المرضية التي يُمكنها أن تلحق الضرر بالكبد، وتؤدي إلى تليفه. تتضمن الأسباب ما يأتي [49]:

- 1- سوء استعمال الكحول.
- 2- التهاب الكبد الفيروسي المزمن (التهاب الكبد B و C و D).
- 3- تراكم الدهون في الكبد (مرض الكبد الدهني غير الكحولي).
- 4- تراكم الحديد في الجسم (داء ترسُّب الأصبغة الدموية).
- 5- تراكم النحاس في الكبد (داء ويلسون).
- 6- القنوات الصفراوية سيئة التشكيل (رتق القناة الصفراوية).
- 7- اضطراب نقص ألفا-1 أنتي تريبين.
- 8- اضطرابات الهضم الجينية (متلازمة ألاجيل).
- 9- أمراض الكبد الناجمة عن الجهاز المناعي في جسمك (التهاب الكبد المناعي الذاتي).
- 10- تدمير القنوات الصفراوية (التشمُّع الصفراوي الأولي).
- 11- تصلب القنوات الصفراوية وتندبها (التهاب الأقنية الصفراوية الأولي).
- 12- الأدوية، وتتضمن ميثوتريكسات أو إيزونيازيد.

اعراض المرض (Symptoms of the Disease)

عادةً لا توجد علامات أو أعراض لتليف الكبد حتى يكون الضرر الملحق بالكبد شديدًا. عندما تظهر العلامات والأعراض، فهي تتمثل غالبًا فيما يأتي [49]:

- 1- الإرهاق وفقدان الوزن.
- 2- الإصابة بالنزيف أو التكدم بسهولة.
- 3- فقدان الشهية والغثيان.
- 4- تورم في الساقين أو القدمين أو الكاحلين (الوذمة).

5- حكة في الجلد اصفرار لونه ولون العينين (اليرقان).

6- تجمع السوائل في تجويف البطن (الاستسقاء).

7- أوعية دموية تشبه العنكبوت على جلدك.

8- احمرار راحتي اليد.

9- التشوش والنعاس وثقل اللسان (اعتلال دماغي كبدي).

تشخيص المرض (Diagnosis of the disease)^[49]

عادة لا تظهر الأعراض على الأشخاص المُصابين بتليُّف الكبد في مراحله المبكرة. وغالبا ما يُكتشَف تليف الكبد أول مرةٍ عن طريق اختبار الدم أو الفحص الدوري. لتأكيد التشخيص، تُجرى مجموعة من الفحوصات المعملية واختبارات التصوير الطبية في الغالب.

علاج المرض (Disease Treatment)^[49]

يتوقف علاج التليف على السبب فيه، ومدى التلف الذي لحق بالكبد. وتكمن أهداف العلاج في إبطاء تطور النسيج المنتدب في الكبد، والوقاية من أعراض ومضاعفات التليف أو علاجها. قد تحتاج إلى الإقامة بالمستشفى إذا كنت مصابًا بتلف شديد في الكبد.

والآن يعمل الباحثون على علاجات تستهدف خلايا الكبد تحديداً؛ ما يُساعد على إبطاء أو حتى عكس التليُّف الذي يُؤدِّي إلى تليُّف الكبد. على الرغم من عدم وجود علاج مستهدف جاهز تمامًا، فإن إطار تطوير مثل هذه العلاجات في مكانه، والتقدُّم يتسارع^[49].

4-3 وصف البيانات (Description of the data)

البيانات حقيقية تمثل اوقات البقاء للأشخاص المصابين بمرض تليف الكبد لحين الوفاة في محافظة كربلاء المقدسة والتي تم جمعها من سجلات الراقدين في ردهات مستشفى الحسين التعليمي، وكانت حجم العينة (n= 105) مشاهدة، وان مشاهدات العينة تمثل اوقات دخول المريض الى حين الوفاة بالأسابيع كما موضح في الجدول(4-1).

xi	xi	xi	xi	xi	xi	xi	xi	xi	xi	xi
0.5	1.7	2.3	2.6	2.9	3.1	3.5	3.9	4.3	5.1	7
0.5	1.7	2.3	2.6	2.9	3.1	3.7	3.9	4.3	5.1	7
0.7	1.7	2.3	2.7	2.9	3.2	3.7	3.9	4.3	5.1	7.1
1.2	1.8	2.4	2.7	2.9	3.4	3.7	4	4.4	5.2	7.2
1.2	1.8	2.4	2.7	2.9	3.4	3.8	4	4.4	5.3	7.5
1.3	1.9	2.5	2.7	3.1	3.4	3.8	4	4.6	5.4	
1.5	1.9	2.5	2.7	3.1	3.5	3.8	4.1	4.6	5.6	
1.5	1.9	2.5	2.7	3.1	3.5	3.9	4.1	4.7	6	
1.5	2	2.6	2.7	3.1	3.5	3.9	4.1	4.8	6.1	
1.6	2.1	2.6	2.7	3.1	3.5	3.9	4.2	4.9	6.6	

الجدول (4-1)

يمثل فترة بقاء مرضى تليف الكبد لحين الوفاة متمثلة بالأسابيع ومرتبطة تصاعديا

Coefficients	Value
Mean	3.4219
Variance	2.22192
Skewness	0.614444
Kurtosis	3.95947
Median	3.2
Standard Deviation	1.49061
Max	7.5
Min	0.5

الجدول (4-2) المؤشرات الاحصائية للعينة (الجدول: -من اعداد الباحث)

4-4 اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit)

عن طريق استعمال هذا الاختبار لمعرفة ما اذا كانت البيانات الواردة في الجدول (4-1) تتبع التوزيعات قيد الدراسة ام لا. فقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة للبيانات الحقيقية عن طريق الاختبارات

(Chi Square test, Anderson-Darling Pearson, Cramer-Von Mises) التي تم الاشارة اليها في الفصل لثاني في المعادلات (2-77) (2-78) (2-79) بحسب الفرضية الآتية :

H₀: DistribThe data have (distribution transmuted Rayleigh Pareto)

H₁: DistribThe data don't have (distribution transmuted Rayleigh Pareto)

و ظهرت النتائج حسب الجدول (4-3)

Distributions	Parameter			Anderson-D		Kolmogorov- Smirno		Pearson X ²	
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\gamma}$	statistic	P-Value	statistic	P-Value	statistic	P-Value
Transmuted Rayleigh Pareto Distribution	4.45290	2.6332	0.59412	0.38537	0.96279	0.0527739	0.91671	11.009	0.8281
Rayleigh Pareto Distribution	3.8581	2.4437	-----	0.52065	0.62533	0.065814	0.72811	6.34	0.59798

(الجدول: من اعداد الباحث)

جدول (4-3) يمثل نتائج اختبار حسن المطابقة

1- ان قيمة P-Value للاختبارات (-, Chi Square test, Anderson-Darling Pearson, Kolmogorov- Smirnov) اكبر من مستوى المعنوية (0.05) وهذا يؤدي الى عدم رفض فرضية العدم مما يدل ملائمة البيانات الحقيقية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة.

2- ان قيمة P-Value للتوزيع الاساسي (Rayleigh Pareto Distribution) أصغر من قيمتها عند التوزيع المحول (Transmuted Rayleigh Pareto Distribution) هذا يعني ان التوزيع المحول اكثر ملائمة للعينة قيد الدراسة.

4-5 معايير المفاضلة بين التوزيعات Criteria for differentiation between distributions

سيتم استعمال معيار معلومات اكايكي (AIC) ومعيار معلومات بيز اكايكي (BIC) ومعيار معلومات اكايكي المصحح (AICc) الذي تم الإشارة اليها في الفصل الثاني في المعادلة (2- 73)

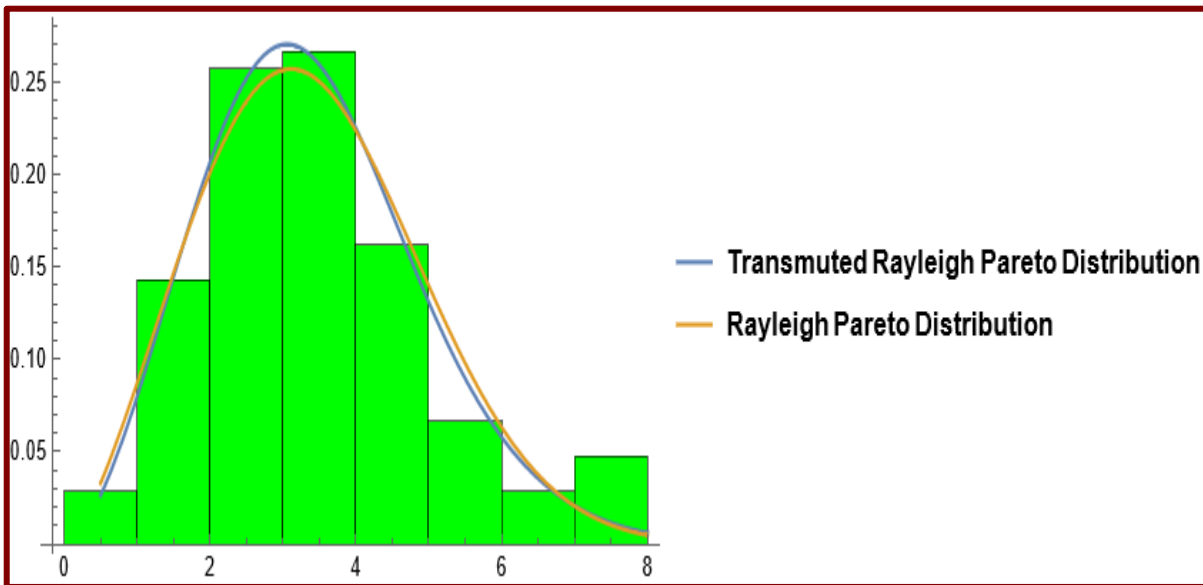
و(2-74) و (2-75) لغرض تحديد أفضل توزيع يمثل ويصف البيانات الحقيقية لعينة الدراسة وحصلنا على قيم المعايير الموضحة في الجدول (4-4) أدناه باستعمال برنامج (Mathematica).

Distributions	Parameter			Logl	AIC	AICc	BIC
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\gamma}$				
Transmuted Rayleigh Pareto Distribution	4.45290	2.6332	0.59412	-144.12865	294.2573	294.494923	294.32076
Rayleigh Pareto Distribution	3.8581	2.4437	-----	-156.6282	317.2564	317.374047	317.29877

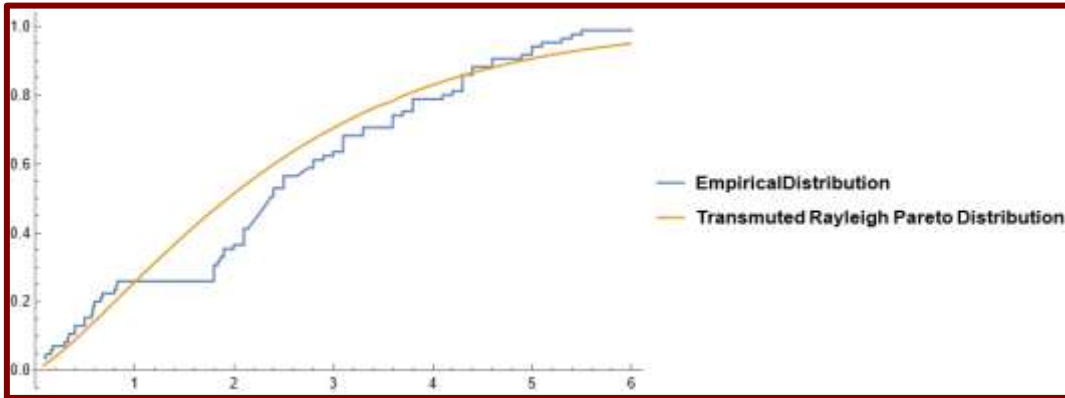
جدول (4-4) يمثل معايير المفاضلة بين التوزيعات في تمثيل البيانات الحقيقية (الجدول: من اعداد الباحث

يتضح من الجدول (4-4) المذكورة انفاً افضلية توزيع (Transmuted Rayleigh Pareto Distribution) مقارنة بالتوزيع الأصلي قيد الدراسة نتيجة امتلاكه أقل قيمة للمعايير (AIC، AICc، BIC)، وبذلك يعد هو التوزيع الأفضل في تمثيل تنفيذ ووصف عينة الدراسة المتمثلة ببيانات البقاء لعينة من المرضى المصابين بتليف الكبد ومضاعفته من تاريخ دخولهم المستشفى لحين الوفاة مقاسة بالأسابيع في محافظة كربلاء المقدسة.

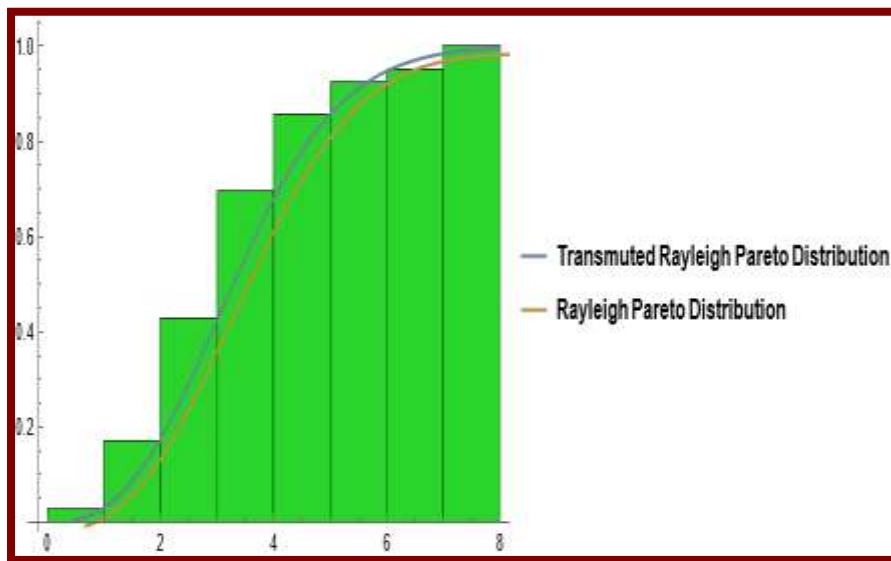
والشكل الاتي يبين ملائمة التوزيع (TRP) مقارنة بالتوزيع الأصلي



والشكل (2-4) أدناه يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة. نلاحظ من الشكل المذكور انفاً ان التوزيع المحول يكون ذا قمة والأفضل مقارنة من التوزيع الاصلي للبيانات الحقيقية.

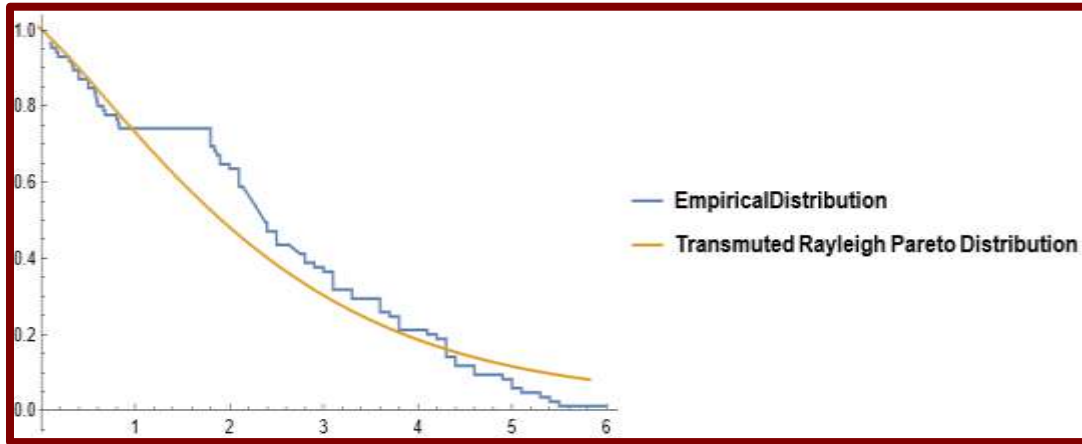


شكل (4-3) يوضح دالة الكثافة التجميعية (CDF) لتوزيع (TRP) مقارنة مع دالة الكثافة التجميعية (CDF) للتوزيع التجريبي للبيانات الحقيقية.



شكل (4-4) منحنيات دالة الكثافة التجميعية للبيانات الحقيقية وللتوزيعات الاحتمالية المحددة في الدراسة (المصدر: اعداد الباحث)

الشكل المذكور انفاً يبين ان دالة الكثافة التجميعية لتوزيع رايلي باريتو المحول متزايدة وتكون الفضلى في المقارنة مع التوزيع الاصلي للبيانات الحقيقية .



شكل (4-5) يوضح الدالة التراكمية (CDF) لتوزيع (TRP) مقارنة مع الدالة التراكمية (CDF) للتوزيع التجريبي للبيانات الحقيقية.

الشكل المذكور انفاً يبين ان دالة الكثافة التجميعية لتوزيع راياتي-باريتو المحول TRP متزايدة وتكون الفضلى في المقارنة بين التوزيع الأصلي للبيانات الحقيقية.

4-6 تقدير دالة البقاء للتوزيع المحول

Transmuted Distribution

عن طريق ما توصلنا اليه في الجانب التجريبي وبيان افضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير دالة البقاء لتوزيع رايلي-باريتو المحول TRP من بين طرائق التقدير الاخرى , فقد تم استعمالها لتقدير دالة البقاء بالنسبة للبيانات الحقيقية وباستعمال برنامج (mathematica 12) والجدول (4-5) يوضح قيم مقدرات دالة البقاء و (cdf).

I	X	CDF(F _i)	S(x)	I	X	CDF(F _i)	S(x)
1	0.5	0.00502	0.99498	54	3.4	0.52937	0.47063
2	0.5	0.00502	0.99498	55	3.4	0.52937	0.47063
3	0.7	0.01213	0.98787	56	3.4	0.52937	0.47063
4	1.2	0.0491	0.9509	57	3.5	0.55554	0.44446
5	1.2	0.0491	0.9509	58	3.5	0.55554	0.44446
6	1.3	0.06023	0.93977	59	3.5	0.55554	0.44446
7	1.5	0.08646	0.91354	60	3.5	0.55554	0.44446
8	1.5	0.08646	0.91354	61	3.5	0.55554	0.44446
9	1.5	0.08646	0.91354	62	3.7	0.60635	0.39365
10	1.7	0.10156	0.89844	63	3.7	0.60635	0.39365
11	1.6	0.11796	0.88204	64	3.7	0.60635	0.39365
12	1.7	0.11796	0.88204	65	3.8	0.63082	0.36918
13	1.7	0.11796	0.88204	66	3.8	0.63082	0.36918
14	1.8	0.13563	0.86437	67	3.8	0.63082	0.36918
15	1.8	0.13563	0.86437	68	3.9	0.65455	0.34545
16	1.9	0.15454	0.84546	69	3.9	0.65455	0.34545
17	1.9	0.15454	0.84546	70	3.9	0.65455	0.34545
18	1.9	0.15454	0.84546	71	3.9	0.65455	0.34545
19	2	0.17463	0.82537	72	3.9	0.65455	0.34545
20	2.1	0.19584	0.80416	73	3.9	0.65455	0.34545
21	2.3	0.2413	0.7587	74	4	0.6775	0.3225
22	2.3	0.2413	0.7587	75	4	0.6775	0.3225
23	2.3	0.2413	0.7587	76	4	0.6775	0.3225
24	2.4	0.26537	0.73463	77	4.1	0.69961	0.30039
25	2.4	0.26537	0.73463	78	4.1	0.69961	0.30039
26	2.5	0.29021	0.70979	79	4.1	0.69961	0.30039
27	2.5	0.29021	0.70979	80	4.2	0.72082	0.27918
28	2.5	0.29021	0.70979	81	4.3	0.74111	0.25889
29	2.6	0.31571	0.68429	82	4.3	0.74111	0.25889
30	2.6	0.31571	0.68429	83	4.3	0.74111	0.25889
31	2.6	0.31571	0.68429	84	4.4	0.76044	0.23956
32	2.6	0.31571	0.68429	85	4.4	0.76044	0.23956
33	2.7	0.34175	0.65825	86	4.6	0.7962	0.2038

34	2.7	0.34175	0.65825	87	4.6	0.7962	0.2038
35	2.7	0.34175	0.65825	88	4.7	0.81262	0.18738
36	2.7	0.34175	0.65825	89	4.8	0.82806	0.17194
37	2.7	0.34175	0.65825	90	4.9	0.84255	0.15745
38	2.7	0.34175	0.65825	91	5.1	0.86875	0.13125
39	2.7	0.34175	0.65825	92	5.1	0.86875	0.13125
40	2.7	0.34175	0.65825	93	5.1	0.86875	0.13125
41	2.9	0.395	0.605	94	5.2	0.88052	0.11948
42	2.9	0.395	0.605	95	5.3	0.89144	0.10856
43	2.9	0.395	0.605	96	5.4	0.90154	0.09846
44	2.9	0.395	0.605	97	5.6	0.91947	0.08053
45	2.9	0.395	0.605	98	6	0.94731	0.05269
46	3.1	0.44901	0.55099	99	6.1	0.95283	0.04717
47	3.1	0.44901	0.55099	100	6.6	0.97365	0.02635
48	3.1	0.44901	0.55099	101	7	0.98407	0.01593
49	3.1	0.44901	0.55099	102	7	0.98407	0.01593
50	3.1	0.44901	0.55099	103	7.1	0.98603	0.01397
51	3.1	0.44901	0.55099	104	7.2	0.98778	0.01222
52	3.1	0.44901	0.55099	105	7.5	0.99194	0.00806
53	3.2	0.476	0.524	sum	359.3	52.40056	52.59944
				mean	3.421905	0.499053	0.500947

الجدول (4-5) يوضح مقدرات دالة البقاء و الـ cdf للقيم الحقيقية (الجدول من اعداد الباحث)

نلاحظ من الجدول (4-5) ما يأتي:

- 1- ان العلاقة بين دالة البقاء $S(t)$ والزمن علاقة عكسية، كلما زاد الزمن قلت قيمة دالة البقاء وهذا ما نلاحظه بصورة واضحة في العمود الذي يمثل دالة البقاء، وان هذا السلوك يطابق سلوك دالة البقاء لكونها متناقصة مع الزمن.
- 2- ان قيم cdf تكون متزايدة مع الزمن اي ان العلاقة بينهما تكون طردية وهذا ما نلاحظه في العمود الذي يمثل $F(t)$.
- 3- متوسط أوقات البقاء هو (0.500947) اي ان احتمال بقاء المصاب بمرض الكبد على قيد الحياة هو 50 % تقريبا.
- 4- قيم دالة الكثافة التجميعية $F(t)$ تقع قيمها بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتتناسب طرديا مع الزمن.

- 5- ان مجموع قيم دالة البقاء ($S(t)$) وقيم دالة الكثافة ال تجميعية CDF يساوي واحداً أي إن أحدهما متمم للآخر
- 6- ان دالة البقاء $S(t)$ كانت ما يقارب 99% ولكن بمرور الوقت فأن عدد الذين فارقوا الحياة قد ازداد ومن ثمَّ فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من 8% عندما حصلت الوفاة (105).
- 7- ان متوسط الوقت للوفاة يبلغ (3.421905) أسبوع متوسط وقت وفاة المصاب بتليف الكبد في مدة (23) أسبوعاً تقريباً.
- 8- بالامكان احتمال الحصول على احتمال بقاء المريض على قيد الحياة بعد مدة محددة من الزمن على سبيل المثال احتمال البقاء على قيد الحياة بعد الاسبوع الاول $P(t>1) = 0.9509$.

الفصل الخامس

الاستنتاجات والتوصيات

5-1 الاستنتاجات (Conclusions)

استنادا الى النتائج المستحصلة من الجانبى التجريبي و التطبيقى (الحقيقى) يمكن تلخيصها الاستنتاجات كما يلى:

- 1- طريقة الإمكان الأعظم قد اخذت المرتبة الاولى في الافضلية عند حساب مقدرات دالة البقاء لتوزيع توزيع رايلي باريتو ذو ثلاث معلمات عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة وهذا يعنى انها تلائم حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.
- 2- عند المقارنة بين طرائق التقدير عند حجم عينة (20) افراد كانت الافضلية كل من طريقة كرىمر فون مايسز (CVM) التقدير لدالة البقاء كونها قد امتلكت اقل متوسط مربعات الخطأ. في حين جاءت لطريقة بالإمكان الأعظم (MLE) بالمرتبة الثانية واخذت طريقة المقدرات التجزئية (PER) المرتبة الثالثة بالاعتماد على ترتيب متوسط مربعات الخطأ. ما عند احجام العينات (50-75-100-150) كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE) تحتل المرتبة الأولى في افضلية التقدير لدالة البقاء تبثها طريقة كرىمر فون مايسز (CVM) بالمرتبة الثانية وكانت المرتبة الثالثة لطريقة المقدرات التجزئية (PER) بالاعتماد على قيم متوسط مربعات الخطأ مرتبة من الأقل الى الأكثر.
- 3- دالة البقاء متناقصة وهذا يتناسب عكسيا مع الزمن ولجميع طرائق التقدير وهذا يتوافق مع مآتم عرضة في الجانب النظرى.
- 4- ان قيم متوسط مربعات الخطأ MSE لتقدير دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو المحول تتناقص بزيادة حجم العينة ولجميع طرائق التقدير وهذا ما ينسجم مع النظرية الإحصائية الخاصة بهذا المؤشر.
- 5- اظهر الجانب التجريبي ان تقديرات دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو المحول للبيانات الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الحقيقية لدالة المخاطرة في الجانب التطبيقى .
- 6- من نتائج التطبيق العملي وعن طريق اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit) وجد أن التوزيع الاحتمالى المقترح (رايلي باريتو) يصف البيانات الحقيقية افضل من توزيع رايلي باريتو، وهذا يعكس أهمية التوزيع الاحتمالى المحول مقارنة بالتوزيع الاحتمالى الاصلى.
- 7- ان قيم pdf و cdf للفشل تكون متزايدة مع الزمن اي ان العلاقة بينهما تكون طردية.

5-2التوصيات (Recommendations)

- 1- استعمال طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معلمات ودالة البقاء للأحجام الكبيرة لأي توزيع محول.
- 2- تطبيق توزيع رايلي باريتو المحول في دراسات تتعلق بتقدير دالة البقاء ودراسات أخرى لأنه يعد أكثر دقة ومرونة في وصف البيانات.
- 3- يمكن إجراء مقارنة بين توزيع رايلي باريتو المحول وتوزيعات أخرى .
- 4- استعمال كيرمر فون مايسز وطريقة المقدرات التجزئية حجوم عينات الصغيرة والمتوسطة لأنها تعطي نتائج افضل لتقدير المعلمات ودوال البقاء عند هذه الحجوم.
- 5- استعمال طريقة الامكان الاعظم عند حجم عينات الكبيرة لانها تعطي نتائج افضل.
- 6- استعمال طرائق أخرى لتقدير توزيع رايلي باريتو المحول وبالخصوص الطرائق اللامعلمية عند حجوم عينات مختلفة .
- 7- يمكن استعمال طريقة كرايمر فون مايسز وطريقة المقدرات التجزئية وطريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات لتوزيعات أخرى .
- 8- نظرا لخطورة مرض تليف الكبد لا بد من تسليط الضوء عليه ودراسة اعراضه وطرق علاجه في المستقبل.
- 9- يجب ان تكون هناك حملات توعوية بخصوص طرق انتشار المرض واعراضه و علاجه و الوقاية منه كون المحافظة مكنتزة على مدار السنة بالزائرين الوافدين من كل دول العالم.
- 10- على دوائر الصحة في المحافظة القيام بجولات ميدانية دورية على العيادات الطبية والمطاعم و الفنادق لفحص وكشف حالات المرض مبكرا و علاجها للحد من انتشاره.
- 11- بإمكان الجهات ذات العلاقة ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة للاستفادة منها في مجال المخاطرة او مجالات أخرى.
- 12- يوصي الباحث بتطوير استخدام توزيع نموذج رالي باريتو المحول ذي الأربع معالم لكي يصبح بالإمكان ان يستخدم في دراسات أخرى.
- 13- بإمكان الجهات ذات العلاقة أن تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة لتوظيفها منها في مجالات أخرى.
- 14- التوسع في استعمال نظرية التوزيعات المحولة للحصول على توزيعات جديدة تمتاز بالمرونة العالية في تمثيل ووصف البيانات.

المصادر

المصادر

القرآن الكريم

المصادر العربية

1. البياتي، حسام نجم (2002) "مقارنة طرائق تقدير أنموذج ويبيل للفشل باستعمال المحاكاة" أطروحة دكتوراه - كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة بغداد .
2. الدريعي , مهدي علي عبد الحسين (2016) " بعض طرائق تقدير معلمات دالة المعولية لنموذج احتمالي مركب مع تطبيق عملي " رسالة ماجستير , كلية الادارة والاقتصاد – جامعة بغداد.
3. الهندي ، عدي وليد تيودور، (1998) " دراسة مقارنة لطرائق تقدير معالم دالة توزيع كاما لحساب المعولية مع تطبيق عملي " ، رسالة ماجستير كلية الادارة و الاقتصاد –جامعة بغداد.
4. جاسم ، فراس منذر ، (2015) ، (دراسة مقارنة في تقدير دالة المعولية لأنموذج ليندلي الاجهاد والمتانة) مجلة الادارة والاقتصاد ، العدد (103)، ص(265-273).
5. جليل , طالب شريف , واخرون(2013) , " ايجاد معولية نظام التوالي بطريقة جديدة " المجلة العراقية للعلوم الاحصائية , العدد(23) , ص(75-98) .
6. صاحب، هدير سعدي 2022 "التحويل التريبيعي للتوزيع المركب اسي فريجيت "،رسالة ماجستير, كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة كربلاء.
7. عبد الأمير ،صفا نجاح،2022"بناء توزيع احتمالي(Inverted Topp Leone- exponential) مع تطبيق عملي". رسالة ماجستير, كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة كربلاء.
8. عبد الصاحب ،نهلة هادي،2021"بناء توزيع احتمالي موزون موسع لتقدير دالة الفشل مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير, كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة كربلاء.
9. عبد اليمّة، منال موسى2022 "تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كبا مع تطبيق عملي "،رسالة ماجستير, كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة كربلاء.
10. عدنان القرشي،كنعان،2022"بناء توزيع احتمالي باستعمال قاعدة top-leone لتقدير دالة المعولية مع تطبيق عملي" ، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة كربلاء.
11. مجلي،احمد عاجل ،(2019) " تقدير دالة البقاء لتوزيع احتمالي مركب(ويبيل-راياتي) مع تطبيق عملي " ،رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة كربلاء.
12. نصر الله، مهدي وهاب،2015 "بناء توزيع أسي-باريتو الموزون" أطروحة دكتوراه ,كلية الإدارة والاقتصاد , جامعة بغداد.
13. نعمان ، انعام عبد الرحمن ،(2012) "تصميم خطط عينات القبول للشركة العامة للصناعات الالكترونية باستعمال التوزيع الاسي " أطروحة دكتوراه- جامعة واسط.
14. نعمان، عبد الأمير (واخرون) ،(2019)" مقارنة بين الطرائق الاعتيادية والبيزية لتقدير معلمة الشكل و دالة المعولية لتوزيع بورX ذو المعلمتين تحت دوال خسارة مختلفة "مجلة الإدارة و الاقتصاد –جامعة واسط المجلد 42 العدد 119 ص 42-58.
15. هرمز ، امير حنا، "الإحصاء الرياضي" دار الكتب للطباعة والنشر ، 1990.ص:137-134.

16-Abdullahi, U. K., & Ieren, T. G. (2018). On the inferences and applications of transmuted exponential Lomax distribution. International Journal of Advanced Probability and Statistics, 6(1), 30-36.

17-Chi YY, Ibrahim JG.,2006, " Joint models for multivariate longitudinal and multivariate survival data.", Biometrics.62(2):432-45. Chi YY, Ibrahim JG.,2006, " Joint models for multivariate longitudinal and multivariate survival data.", Biometrics.62(2):432-45.18-Afify, A. Z., Nofal, Z. M., Yousof, H. M., El Gebaly, Y. M., & Butt, N. S. (2015). The transmuted Weibull Lomax distribution: properties and application. Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, 135-152.

19-Afify, A. Z., Yousof, H. M., Butt, N. S., & Hamedani, G. G. (2016). The transmuted Weibull-pareto distribution. Pakistan Journal of Statistics.

20-Al-Kadim.K.A,and Mohammed.B.D,(2018) Rayleigh Pareto Distribution journal of Babylon University/Pure and Applied Sciences/ No.(1)/ Vol.(26): 2018.

21-Arshad, M. Z., Iqbal, M. Z., & Ahmad, M. (2018). Transmuted exponentiated moment pareto distribution. Open Journal of Statistics, 8(06), 939.

22-Casals, M. R., Gil, M. A., & Gil, P. (1986). On the use of Zadeh's probabilistic definition for testing statistical hypotheses from fuzzy information. Fuzzy Sets and Systems, 20(2), 175-190.

23-Chaudhary, S., Panwar, M. S., Bundel, R., & Tomer, S. K. ANALYSIS OF TRANSMUTED MAXWELL DISTRIBUTION.

24-Deka, D., Das, B., & Baruah, B. K. (2017). Transmuted exponentiated Gumbel distribution (TEGD) and its application to water quality data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 115-126.

25-Dey, S., Moala, F.A. and Kumar, D., 2018. Statistical properties and different methods of estimation of Gompertz distribution with the application. *Journal of Statistics and Management Systems*, 21(5), pp.15,839-876.

26-Dey. S, Dey.T ,Statistical Inference for the Rayleigh distribution under progressively Type-II censoring with binomial removal / *Applied Mathematical Modelling* 38. (2014) 974–982 .

27-DOSSOU, F., HONORE, H., & LARDIC, S. "Skewness et kurtosis des prévisions de bénéfice: impact sur les rendements. "2017.p:15.

28-Howhader,H.A.andHossain,A.M.(2002),"Bayesian survival of Estimation of pareto Distribution of the second kind"EKSEVIWR, *Computational statistics on Data Analys,s*,38,pp.301-314 .

29-Fatima, A., & Roohi, A. (2015). *Pak. J. Statist.* 2015 Vol. 32 (1), 63-80
TRANSMUTED EXPONENTIATED PARETO-I DISTRIBUTION. *Pak. J. Statist*, 32(1), 63-80.

30-Frank J. F, and Sergio M. F,and Svetlozar T. R, and Bala G. A, (2014), *Model Selection Criterion:AIC and BIC*, 2014 John Wiley & Sons, Inc. Published by John Wiley & Sons, Inc.

31-Hassan.A.S, Abd-Allah.M, Exponentiated Weibull-Lomax Distribution: Properties and Estimation, *Journal of data science: JDS* · April 2018, pp277-298 .

32-Hasting ,N and Evans ,M and Peacock ,B.(2000)" statistical Distribution ,3rd ed",New York Wiley , p.13,.

33-Ieren, T. G., & Abdullahi, J. (2020). A transmuted Normal distribution: properties and applications. *Equity journal of science and technology*, 7(1), 16-16.

34-Iriarte, Y. A., & Astorga, J. M. (2014). Distribución de probabilidad de Maxwell transmutada. *Revista Integración*, 32(2), 211-221.

35-Jelle Goeman , July - 2001 , Using survival To predict survival ,Leiden University Medical Center.

36-Jialiang Li; and Shuangge Ma, P.:(2013);" Survival Analysis in Medicine and Genetics".

37-Jyothi, P. (2019). Reliability Computation of System Reliability for the New Rayleigh Pareto Distribution. *International Journal of Science and Research*, 8(1), 2053-2055.

38-Khan, M. S., King, R., & Hudson, I. L. (2019). Transmuted exponentiated Weibull distribution. *Journal of Applied Probability and Statistics*, 14, 37-51.

39-Mazerolle, M. J. (2004). Appendix 1: Making sense out of Akaike's Information Criterion (AIC): its use and interpretation in model selection and inference from ecological data. *Mouvements et Reproduction des Amphibiens en Tourbières Perturbées*, 174-190.

40-Pandey, M. and Upadhyay, S. K. (1988), "Bayes Shrinkage Estimator of Weibull Parameters" , *IEEE , Transaction on Reliability*, vol.R-34, No, 5 .

41-Nofal, Z. M., Afify, A. Z., Yousof, H. M., Granzotto, D. C. T., & Louzada, F. (2018). The transmuted exponentiated additive weibull distribution: properties and applications. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 17(1), 4.

42-Reed, G. F., Lynn, F., & Meade, B. D. (2002). Use of coefficient of variation in assessing variability of quantitative assays. *Clinical and Vaccine Immunology*, 9(6), 1235-1239.

43-Rinne, H. (2014). *The Hazard Rate. Theory and Inference, With supplementary MATLAB-Programs*, Justus-Liebig University.

44-Singh, S. K., Singh, U., & Sharma, V. K. (2014). The truncated lindley distribution: Inference and application. *Journal of Statistics Applications & Probability*, 3(2), 219-228.

45-Sinha S.K., and Kale B.K. "LifeTesting and Reliability Estimation ", Wileyastrn Limited, 1980 .

46-Taniş, C. (2022). Transmuted lower record type inverse rayleigh distribution: estimation, characterizations and applications. *Ricerche di Matematica*, 1-25.

47-Todinov, M. (2015). *Reliability and risk models" setting reliability requirements"*, John Wiley & Sons.

48-Urama, K. U., Onyeagu, S. I., & Eze, F. C. (2021). The Transmuted Kumaraswamy Pareto Distribution. *Earthline Journal of Mathematical Sciences*, 6(2), 325-358.

49-Web Teb www.webteb.com/cancer/diseases .

50-Yadav, A. S. et al., (2019), "The Inverse Xgamma Distribution: Statistical Properties and Different Methods of Estimation", Springer-Verlag GmbH Germany, part of Springer Nature 2019.

المطابق

جدول (1)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الأول ($\alpha = 3.5, \theta = 2.5, \gamma = 0.5$)

n	Est.Par	MLE	PER	C.V.M
20	$\hat{\alpha}$	3.20242	3.22277	3.25384
	MSE	0.072632	0.0884339	0.049521
	Rank	3	2	1
	$\hat{\theta}$	2.43448	2.12634	2.17002
	MSE	0.083388	0.095003	0.0512447
	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}$	0.518931	0.727169	0.727633
	MSE	0.280256	0.999972	0.921423
	Rank	1	3	2
\sum Rank	6 ^[2]	8 ^[3]	4 ^[1]	
50	$\hat{\alpha}$	3.69339	3.11073	3.58682
	MSE	0.062937	0.063967	0.035665
	Rank	2	3	1
	$\hat{\theta}$	2.46752	2.50967	2.13219
	MSE	0.072763	0.088167	0.025665
	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}$	0.778662	0.370014	0.583084
	MSE	0.0403767	0.0454229	0.45831
	Rank	1	2	3
\sum Rank	5 ^[1.5]	8 ^[3]	5 ^[1.5]	
75	$\hat{\alpha}$	3.37205	3.37501	3.25971
	MSE	0.01991	0.0110247	0.022558
	Rank	2	1	3
	$\hat{\theta}$	2.20705	2.08806	2.60282
	MSE	0.062961	0.085078	0.010165
	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}$	0.430824	0.668012	0.477524
	MSE	0.031424	0.18652	0.193332
	Rank	3	1	2
\sum Rank	7 ^[3]	5 ^[1]	6 ^[2]	
100	$\hat{\alpha}$	3.45867	3.55508	3.24418
	MSE	0.01782	0.0042405	0.017116
	Rank	2	3	1
	$\hat{\theta}$	2.27413	2.48424	2.79486
	MSE	0.029505	0.046728	0.0100101
	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}$	0.578626	0.618204	0.42473
	MSE	0.031083	0.131826	0.136149
	Rank	1	2	3
\sum Rank	5 ^[1.5]	8 ^[3]	5 ^[1.5]	
150	$\hat{\alpha}$	3.73542	3.214946	3.927462
	MSE	0.0012129	0.0012805	0.0012416
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.82544	2.934193	2.82194
	MSE	0.0049505	0.0026728	0.00100101
	Rank	3	2	1
	$\hat{\gamma}$	0.618726	0.696743	0.5823415
	MSE	0.0011343	0.0013482	0.0031567
	Rank	1	2	3
\sum Rank	5 ^[1]	7 ^[3]	6 ^[2]	

جدول (2)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثاني ($\alpha = 3.5, \theta = 3.5, \gamma = -0.5$)

n	Est.Par	MLE	PER	C.V.M
	$\hat{\alpha}$	3.92134	2.9959	2.99691
	MSE	0.120342	0.272437	0.144923
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.961019	3.01383	3.02547
	MSE	0.411179	0.395881	0.411208
	Rank	2	1	3
	$\hat{\gamma}$	-0.57809	-0.62867	-0.57571
	MSE	0.482123	0.742796	0.5053
	Rank	1	3	2
\sum Rank	4 ^[1]	7 ^[2,5]	7 ^[2,5]	
50	$\hat{\alpha}$	3.88733	3.52065	3.97438
	MSE	0.043325	0.200243	0.144832
	Rank	1	2	2
	$\hat{\theta}$	3.149499	3.473834	3.50667
	MSE	0.149039	0.238176	0.225941
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	-0.49039	-0.58525	-0.54473
	MSE	0.339488	0.615443	0.483179
	Rank	1	3	2
\sum Rank	3 ^[1]	8 ^[3]	6 ^[2]	
75	$\hat{\alpha}$	3.85712	3.47004	2.96432
	MSE	0.035191	0.08343	0.076966
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.21761	3.658175	3.568027
	MSE	0.024982	0.030751	0.031229
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	-0.53692	-0.51889	-0.60312
	MSE	0.321173	0.366858	0.344931
	Rank	1	3	2
\sum Rank	3 ^[1]	8 ^[3]	7 ^[2]	
100	$\hat{\alpha}$	3.33042	3.44239	2.26127
	MSE	0.023761	0.045926	0.043049
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.04869	3.148446	3.967138
	MSE	0.023552	0.027898	0.027261
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	-0.56565	-0.37146	-0.49482
	MSE	0.219791	0.306463	0.273548
	Rank	1	3	2
\sum Rank	3 ^[1]	9 ^[3]	6 ^[2]	
150	$\hat{\alpha}$	3.71939	3.92546	3.165573
	MSE	0.0135646	0.01646t6	0.026563
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	3.06452	3.812944	3.741857
	MSE	0.01135756	0.01286738	0.0182871
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	-0.56565	-0.37146	-0.49482
	MSE	0.00382655	0.002857577	0.00545182
	Rank	2	1	3
\sum Rank	4 ^[1]	5 ^[2]	9 ^[3]	

جدول (3)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثالث ($\alpha = 3.5, \theta = 3.5, \gamma = 0.2$)

n	Est.Par	MLE	PER	C.V.M
20	$\hat{\alpha}$	3.99399	3.46111	3.03947
	MSE	0.451715	0.9298	0.608737
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.82331	2.8104	2.97573
	MSE	0.92854	0.958246	0.983549
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	0.292397	0.280131	0.286856
	MSE	0.512661	0.527456	0.533523
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	3 ^[1]	7 ^[2]	8 ^[3]
50	$\hat{\alpha}$	3.28672	3.03617	3.0265
	MSE	0.193362	0.42072	0.335436
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.70151	2.68147	2.7106
	MSE	0.703499	0.897858	0.469239
	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}$	0.244861	0.19752	0.195669
	MSE	0.357432	0.51324	0.439305
	Rank	1	3	2
	\sum Rank	4 ^[1]	9 ^[3]	5 ^[2]
75	$\hat{\alpha}$	3.28672	3.03617	3.4265
	MSE	0.044251	0.033372	0.032042
	Rank	3	2	1
	$\hat{\theta}$	2.54566	2.63274	2.5804
	MSE	0.290468	0.422013	0.277378
	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}$	0.237442	0.248033	0.253036
	MSE	0.101852	0.23808	0.246414
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	6 ^[2]	7 ^[3]	5 ^[1]
100	$\hat{\alpha}$	2.9741	2.51977	3.0155
	MSE	0.020069	0.021233	0.021262
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	2.30072	2.41961	2.53085
	MSE	0.200066	0.261565	0.13582
	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}$	0.237416	0.224435	0.195673
	MSE	0.076094	0.178889	0.183745
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4 ^[1]	7 ^[2,5]	7 ^[2,5]
150	$\hat{\alpha}$	3.875636	3.93442	3.86253
	MSE	0.010342	0.0133233	0.011634
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.257463	2.964143	2.463746
	MSE	0.002866	0.00296164	0.0050935
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	0.275646	0.2923352	0.1995635
	MSE	0.001417	0.0018132	0.00185454
	Rank	1	3	2
	\sum Rank	3 ^[1]	8 ^[3]	7 ^[2]

جدول (4)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الرابع ($\alpha = 2, \theta = 3.5, \gamma = -0.3$)

n	Est.Par	MLE	PER	C.V.M
20	$\hat{\alpha}$	2.89882	2.23287	2.94296
	MSE	0.038961	0.045365	0.042513
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.61955	3.498 643	3.97629
	MSE	0.208749	0.390035	0.344428
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	-0.35756	-0.373491	-0.355634
	MSE	0.0683562	0.0839324	0.10196
	Rank	3	1	2
\sum Rank	5 ^[1]	7 ^[3]	6 ^[2]	
50	$\hat{\alpha}$	2.16133	2.51353	2.59614
	MSE	0.02768	0.037413	0.034432
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.55812	3.29389	3.12471
	MSE	0.096173	0.142936	0.136481
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	-0.33352	-0.354412	-0.35327
	MSE	0.0460083	0.0668252	0.0713388
	Rank	2	1	3
\sum Rank	4 ^[1]	7 ^[2.5]	7 ^[2.5]	
75	$\hat{\alpha}$	2.4396	2.04382	2.71962
	MSE	0.022326	0.027098	0.026397
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.24947	3.158345	3.55892
	MSE	0.083605	0.122332	0.12416
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	-0.42469	-0.29372	-0.354362
	MSE	0.0201575	0.0324554	0.0346384
	Rank	2	1	3
\sum Rank	4 ^[1]	6 ^[2]	8 ^[3]	
100	$\hat{\alpha}$	1.95943	1.99175	1.95019
	MSE	0.02202	0.025326	0.025258
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.564494	3.27153	3.52617
	MSE	0.04086	0.111657	0.113078
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	-0.27853	-0.299767	-0.26621
	MSE	0.0135845	0.028256	0.0290265
	Rank	2	1	3
\sum Rank	4 ^[1]	6 ^[2]	8 ^[3]	
150	$\hat{\alpha}$	2.84646	2.453284	2.52846
	MSE	0.0054285	0.008562365	0.0055627
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.54526	3.91392	3.93061
	MSE	0.00824	0.035325	0.016422
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	-0.83405	-0.26364	-0.713065
	MSE	0.00186746	0.004376834	0.0097354
	Rank	1	2	3
\sum Rank	3 ^[1]	8 ^[3]	7 ^[2]	

جدول (5)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الخامس ($\alpha = 3.5, \theta = 2.5, \gamma = 0.6$)

n	Est.Par	MLE	PER	C.V.M
20	$\hat{\alpha}$	3.9572	3.93161	3.78342
	MSE	0.117199	0.9978	0.99458
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.22053	2.2859	2.30695
	MSE	0.111999	0.200041	0.23499
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	0.69445	0.65137	0.67874
	MSE	0.935174	0.75909	0.671146
	Rank	3	2	1
	\sum Rank	5 ^[1]	7 ^[3]	6 ^[2]
50	$\hat{\alpha}$	3.1496	3.26936	3.46926
	MSE	0.033945	0.80937	0.47671
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.3652	2.14833	2.45592
	MSE	0.070982	0.073359	0.081235
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	0.54908	0.55733	0.65741
	MSE	0.541424	0.6149	0.26574
	Rank	2	3	1
	\sum Rank	4 ^[1]	8 ^[3]	6 ^[2]
75	$\hat{\alpha}$	3.43146	3.72535	3.092525
	MSE	0.025743	0.70712	0.351275
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.47961	3.39943	2.52094
	MSE	0.042737	0.067722	0.078938
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	0.5696869	0.490279	0.599713
	MSE	0.253978	0.14547	0.25456
	Rank	2	1	3
	\sum Rank	4 ^[1]	6 ^[2]	8 ^[3]
100	$\hat{\alpha}$	3.69429	3.537186	2.94371
	MSE	0.023562	0.397838	0.042239
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.47087	2.79475	2.67791
	MSE	0.040335	0.060128	0.057611
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	0.581055	0.359222	0.505317
	MSE	0.067186	0.10532	0.248468
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	3 ^[1]	8 ^[3]	7 ^[2]
150	$\hat{\alpha}$	3.763535	3.642432	3.19348
	MSE	0.001582	0.0037241	0.0052529
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	2.75634	2.85625	2.9426749
	MSE	0.0052146	0.009782468	0.0065241
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	0.83542	0.94275	0.244824
	MSE	0.00425835	0.0093179	0.002478268
	Rank	1	3	2
	\sum Rank	3 ^[1]	8 ^[3]	7 ^[2]

جدول (6)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج السادس ($\alpha = 5.1, \theta = 2.5, \gamma = 0.2$)

n	Est.Par	MLE	PER	C.V.M
	$\hat{\alpha}$	5.426477	4.96412	4.959232
	MSE	0.064868	0.058831	0.057066
	Rank	3	2	1
	$\hat{\theta}$	2.16435	2.43174	2.646513
	MSE	0.085248	0.084982	0.079089
	Rank	3	2	1
	$\hat{\gamma}$	0.474261	0.521732	0.35329
	MSE	0.059162	0.047971	0.045716
	Rank	3	2	1
\sum Rank	9 ^[3]	6 ^[2]	3 ^[1]	
50	$\hat{\alpha}$	5.33403	4.524919	4.634245
	MSE	0.058173	0.055904	0.055374
	Rank	3	2	1
	$\hat{\theta}$	2.13516	1.95287	2.10558
	MSE	0.076436	0.058839	0.056137
	Rank	3	2	1
	$\hat{\gamma}$	0.3522875	0.2564283	0.2653901
	MSE	0.0327039	0.046606	0.0263901
	Rank	2	3	1
\sum Rank	8 ^[3]	7 ^[2]	3 ^[1]	
75	$\hat{\alpha}$	5.30316	4.13451	5.626955
	MSE	0.056253	0.027662	0.029566
	Rank	3	1	2
	$\hat{\theta}$	2.786435	2.783813	2.98188
	MSE	0.040954	0.057356	0.055592
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	0.382875	0.214283	0.27346
	MSE	0.031319	0.027459	0.026261
	Rank	3	2	1
\sum Rank	7 ^[3]	6 ^[2]	5 ^[1]	
100	$\hat{\alpha}$	5.849014	5.503714	4.856183
	MSE	0.028587	0.024514	0.024229
	Rank	3	2	1
	$\hat{\theta}$	2.81341	1.94152	1.939537
	MSE	0.029704	0.027025	0.026501
	Rank	3	2	1
	$\hat{\gamma}$	0.282142	0.205261	0.190624
	MSE	0.02809	0.02502	0.024619
	Rank	3	2	1
\sum Rank	9 ^[3]	6 ^[2]	3 ^[1]	
150	$\hat{\alpha}$	5.635478	5.16582	5.104527
	MSE	0.0075243	0.0025344	0.009353364
	Rank	2	1	3
	$\hat{\theta}$	2.51048	2.642443	2.041846
	MSE	0.00542364	0.0094032	0.00647421
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	0.7195633	0.729573	0.382067
	MSE	0.0021936	0.0054421	0.003416
	Rank	1	3	2
\sum Rank	4 ^[1]	7 ^[2,5]	7 ^[2,5]	

جدول (7)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج السابع ($\alpha = 3.1, \theta = 3.5, \gamma = 0.2$)

n	Est.Par	MLE	PER	C.V.M
20	$\hat{\alpha}$	3.976443	3.412388	3.15215
	MSE	0.075468	0.100758	0.058804
	Rank	2	3	1
	$\hat{\theta}$	3.671924	3.582431	2.94175
	MSE	0.946018	0.530132	0.594704
	Rank	3	1	2
	$\hat{\gamma}$	0.24352	0.274197	0.274216
	MSE	0.769027	0.83797	0.645878
	Rank	2	3	1
\sum Rank	$7^{[1.5]}$	$7^{[1.5]}$	$4^{[3]}$	
75	$\hat{\alpha}$	3.423436	3.136006	3.04249
	MSE	0.069468	0.037053	0.024134
	Rank	3	2	1
	$\hat{\theta}$	3.14262	3.25235	3.394521
	MSE	0.2643215	0.527742	0.478185
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	0.43742	0.318723	0.34743
	MSE	0.184799	0.7645123	0.632478
	Rank	1	3	2
\sum Rank	$5^{[1.5]}$	$8^{[3]}$	$5^{[1.5]}$	
100	$\hat{\alpha}$	3.132473	3.053274	3.022571
	MSE	0.013827	0.02111	0.019233
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.424371	3.173439	2.366921
	MSE	0.253914	0.31844	0.3899
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	0.225242	0.233044	0.38551
	MSE	0.178199	0.629322	0.282272
	Rank	1	3	2
\sum Rank	$3^{[1]}$	$8^{[3]}$	$7^{[2]}$	
150	$\hat{\alpha}$	2.065321	3.052277	3.012199
	MSE	0.013729	0.017931	0.017573
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.34467	3.90651	3.14426
	MSE	0.123951	0.281389	0.282272
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	0.228229	0.28234	0.29641
	MSE	0.142873	0.232906	0.244634
	Rank	1	2	3
\sum Rank	$3^{[1]}$	$7^{[2]}$	$8^{[3]}$	
150	$\hat{\alpha}$	3.93421	3.284553	3.38219
	MSE	0.0104628	0.0131233	0.013404
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	3.810463	3.045243	3.0345636
	MSE	0.0384189	0.09263	0.042012
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	0.21844	0.35153	0.1945303
	MSE	0.015185	0.096534	0.0267463
	Rank	1	3	2
\sum Rank	$3^{[1]}$	$8^{[3]}$	$7^{[2]}$	

جدول (8)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثامن ($\alpha = 2, \theta = 3.2, \gamma = -0.3$)

n	Est.Par	MLE	PER	C.V.M
20	$\hat{\alpha}$	2.13149	2.9207	2.94023
	MSE	0.090173	0.95688	0.99758
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	3.08154	3.22429	2.37476
	MSE	0.069008	0.088219	0.094339
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	-0.235559	-0.80756	-0.8086
	MSE	0.212559	0.78456	0.457856
	Rank	1	3	2
	\sum Rank	3 ^[1]	7 ^[2]	8 ^[3]
75	$\hat{\alpha}$	2.23418	2.81522	2.96921
	MSE	0.089616	0.8687	0.177785
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.63725	3.52045	3.34587
	MSE	0.06737	0.089825	0.073094
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}$	-0.451725	-0.75243	-0.592533
	MSE	0.124795	0.51053	0.37086
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	3 ^[1]	8 ^[3]	7 ^[2]
100	$\hat{\alpha}$	1.994504	2.74234	2.9882
	MSE	0.082079	0.571721	0.168763
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.53732	3.763585	2.37823
	MSE	0.043158	0.055455	0.057638
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	-0.835886	-0.50316	-0.62223
	MSE	0.100135	0.26878	0.261743
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	3 ^[1]	7 ^[2]	8 ^[3]
150	$\hat{\alpha}$	2.90124	2.65245	1.9253
	MSE	0.04437	0.048402	0.050094
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	1.00221	0.989191	1.00105
	MSE	0.036585	0.051256	0.052027
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	-0.284322	-0.3544084	-0.2432385
	MSE	0.09339	0.170887	0.170229
	Rank	1	3	2
	\sum Rank	3 ^[1]	7 ^[2]	8 ^[3]
150	$\hat{\alpha}$	2.7354321	2.934173	2.824183
	MSE	0.00544238	0.004428354	0.0084524
	Rank	2	1	3
	$\hat{\theta}$	3.6341735	3.63413239	3.215342
	MSE	0.0025481	0.0041529	0.0047164
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}$	-0.2854294	-0.8523183	-0.2538342
	MSE	0.0021037	0.0012484	0.001430956
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4 ^[1]	5 ^[2]	9 ^[3]

Clear[All]

>>Optimization`UnconstrainedProblems<<`

dist [α_, θ_, γ_] := ProbabilityDistribution[(((θ))/((α^θ)))*(x^(θ-1))*(E^(- [((x))/((α))] ^θ))*((1+γ)-2*γ*(((1-(E^(- [((x))/((α))] ^θ))))))), {x,0,∞}, Assumptions->α>0&&θ>0&&-1<=γ<=1;[

F[α_, θ_, γ_] := e^(-2x^θ α^(-θ)) (-1+e^(x^θ α^(-θ)))(e^(x^θ α^(-θ)))+γ; (

r=1000;n1=20;n2=50;n3=75;n4=100; n5=150;

α1=3.5; θ1=2.5; γ1=0.5;

distGen1=dist[α1, θ1, γ1;[

tayed1 := distGen1

□1 = TransformedDistribution[Refine[InverseCDF[dist [α_, θ_, γ_], p], 0 <= p <= 1], p \[Distributed]UniformDistribution;[[]

BlockRandom]

} data1=RandomVariate[□1,{r,n1;[{

data2=RandomVariate[□1,{r,n2;[{

data3=RandomVariate[□1,{r,n3;[{

data4=RandomVariate[□1,{r,n4;[{

data5=RandomVariate[□1,{r,n5;[{

;[{

>>Maximum Likelihood Method<<

MLE1=Table[res=

FindDistributionParameters[data1[[i]], dist [α_, θ_, γ_], ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood"}],{i,1,r;[{

MLE2=Table[res=

FindDistributionParameters[data2[[i]], dist [α_, θ_, γ_], ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood"}],{i,1,r;[{

MLE3=Table[res=

```
FindDistributionParameters[data3[[i]], dist [α_, θ_, γ_], ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}; {
```

```
MLE4=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data4[[i]], dist [α_, θ_, γ_], ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}; {
```

```
MLE5=Table[res=
```

```
FindDistributionParameters[data5[[i]], dist [α_, θ_, γ_], ParameterEstimator->{"MaximumLikelihood"}], {i, 1, r}; {
```

```
>>>Percentiles Estimators Method<<<
```

```
Per1=Last/@Table[res=Minimize[ {Σ_(i=1)^(n_1) ((i-0.375)/(n_1-0.25)-F[sdata1[[j]][[i]])^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
Per2=Last/@Table[res=Minimize[ {Σ_(i=1)^(n_2) ((i-0.375)/(n_1-0.25)-F[sdata2[[j]][[i]])^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
Per3=Last/@Table[res=Minimize[ {Σ_(i=1)^(n_3) ((i-0.375)/(n_1-0.25)-F[sdata3[[j]][[i]])^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
Per4=Last/@Table[res=Minimize[ {Σ_(i=1)^(n_4) ((i-0.375)/(n_1-0.25)-F[sdata4[[j]][[i]])^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
Per5=Last/@Table[res=Minimize[ {Σ_(i=1)^(n_5) ((i-0.375)/(n_1-0.25)-F[sdata5[[j]][[i]])^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
>>Cramer-Von Mises Minimum<<<
```

```
cvm1=Last/@Table[res=Minimize[ {(1/(12 n1))+ (Σ_(i=1)^(n_1) [(F[sdata1[[j]][[i]]-((2i-1)/(2n_1)) ] )^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
cvm2=Last/@Table[res=Minimize[ {(1/(12 n2))+ (Σ_(i=1)^(n_2) [(F[sdata2[[j]][[i]]-((2i-1)/(2n_2)) ] )^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
cvm3=Last/@Table[res=Minimize[ {(1/(12 n3))+ (Σ_(i=1)^(n_1) [(F[sdata3[[j]][[i]]-((2i-1)/(2n_3)) ] )^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
crm4=Last/@Table[res=Minimize[ {(1/(12 n4))+ (Σ_(i=1)^(n_4) [(F[sdata4[[j]][[i]]-((2i-1)/(2n_4)) ] )^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

```
cvm5=Last/@Table[res=Minimize[ {(1/(12 n5))+ (Σ_(i=1)^(n_5) [(F[sdata5[[j]][[i]]-((2i-1)/(2n_5)) ] )^2, α>0, θ>0, -1≤γ≤1 }, {α, θ, γ}, Method->"Newton"], {j, 1, r}; {
```

>>Estimate mean of the parameters and the mean of MSE for the parameters model with all samples<<

>>MLE<<

TableForm[{Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. MLE1], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. MLE2],[

Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. MLE3], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. MLE4], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. MLE5,{[

TableHeadings->{{"20","50","75","100","150"},{ " α ","MSE(α)"," θ ","MSE(θ)"," γ ","MSE(γ){"(

;

>>PER<<

TableForm[{Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Per1], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Per2 ,[

Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Per3], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Per4], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Per5,{[

TableHeadings->{{"20","50","75","100","150"},{ " α ","MSE(α)"," θ ","MSE(θ)"," γ ","MSE(γ){"(

;

>>Cvm<<

TableForm[{Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Cvm 1], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Cvm 2 ,[

Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Cvm 3], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Cvm 4], Mean[{{ α },{(Subscript[α , 1]- α)²},{ θ }},{(Subscript[θ , 1]- θ)²},{ γ }},{(Subscript[γ , 1]- γ)²}/. Cvm5 ,{[

TableHeadings->{"20","50","75","100","150"}, {"α","MSE(α)","θ","MSE(θ)","γ","MSE(γ)"}(

;

>>SurvivalFunction<<

}TableForm[{Table[Survival Function[dist[α1, θ1, γ1],t], {t,Sort[Take[data1[[1]],10],[[[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. MLE1,[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data2[[1]],10]]}]/. MLE2,[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data3[[1]],10]]}]/. MLE3,[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data4[[1]],10]]}]/. MLE4], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data5[[1]],10]]}]/. MLE5, {

TableHeadings->{"S_real","20", "50","75","100","150"}, Sort[Take[data1[[1]],10]],TableDirections->Row

} ,[TableForm[{Table[Survival Function[dist[α1, θ1, γ1],t], {t,Sort[Take[data1[[1]],10],[[[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. Per1,[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data2[[1]],10]]}]/. Per2,[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data3[[1]],10]]}]/. Per3,[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data4[[1]],10]]}]/. Per4], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data5[[1]],10]]}]/. Per5, {

TableHeadings->{"S_real","20", "50","75","100","150"}, Sort[Take[data1[[1]],10]],TableDirections->Row

} ,[TableForm[{Table[Survival Function[dist[α1, θ1, γ1],t], {t,Sort[Take[data1[[1]],10],[[[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. Cvm 1,[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α, θ, γ],t], {t,Sort[Take[data2[[1]],10]]}]/. Cvm 2,[

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α , θ , γ],t],{t,Sort[Take[data3[[1]],10]]}]/. Cvm
3, [

Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α , θ , γ],t],{t,Sort[Take[data4[[1]],10]]}]/. Cvm
4], Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α , θ , γ],t],{t,Sort[Take[data5[[1]],10]]}]/. Cvm
5, { [

TableHeadings->{"S_real","20","50","75","100","150"},
Sort[Take[data1[[1]],10]],TableDirections->Row; { [

>> MSE SurvivalFunction<<

}TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1,
 γ 1],t], {t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-

Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. MLE1, [

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1, γ 1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. MLE2, [

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1, γ 1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. MLE3],

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1, γ 1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. MLE4],

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1, γ 1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. MLE5, { [

TableHeadings->{"20","50","75","100","150"}, Sort[Take[data1[[1]],10 {[[
, TableDirections->Row], TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1,
 γ 1],t], {t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-

Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. Per1, [

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1, γ 1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. Per2, [

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1, γ 1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. Per3],

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1, γ 1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. Per4],

Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α 1, θ 1, γ 1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]})2/. Per5, { [

TableHeadings->{"20","50","75","100","150"}, Sort[Take[data1[[1]],10 {[[


```
, TableDirections->Row], TableForm[{Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1,
γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}])2/. Cvm 1, [
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data3[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}])2/. Cvm 2,[
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}])2/. Cvm 3],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}])2/. Cvm 4],
Mean[(Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]-
Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}])2/. Cvm 5,{[
TableHeadings->{"20","50","75","100","150"}, Sort[Take[data1[[1]],10]{[[
, TableDirections->Row,{[
}ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}],
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.MLE1,[
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.
Per1,[
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. Cvm
1,[
},{AxesLabel-
>{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Blue,Bold,Medium]},PlotLabel-
>"n=20",DataRange->{0.1,3}, PlotLegends->Placed[{"S-Real","S-ML","S-PER","S-
CVM"},Center],Mesh->Full,ImageSize->300,[{
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10],[[[
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.MLE2,[
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/.
Per2,[
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]]}]/. Cvm
2,[
},{AxesLabel-
>{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Blue,Bold,Medium]},PlotLabel-
```



```
>"n=50",DataRange->>{0.1,3}, PlotLegends->Placed[{"S-Real","S-ML","S-PER","S-CVM"},Center],Mesh->Full,ImageSize->300,[{
```

```
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]},
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/.MLE3,[
```

```
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/.
Per3,[
```

```
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/.
Cvm 3,[
```

```
},{AxesLabel-
>{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Blue,Bold,Medium]},PlotLabel-
```

```
>"n=75",DataRange->{0.1,3}, PlotLegends->Placed[{"S-Real","S-ML","S-PER","S-CVM"},Center],Mesh->Full,ImageSize->300,[{
```

```
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10],[[[
```

```
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/.MLE4,[
```

```
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/.
Per4,[
```

```
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/. Cvm
4,[
```

```
},{AxesLabel-
>{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Blue,Bold,Medium]},PlotLabel-
```

```
>"n=100",DataRange->{0.1,2}, PlotLegends->Placed[{"S-Real","S-ML","S-PER","S-CVM"},Center],Mesh->Full,ImageSize->300}],
```

```
ListLinePlot[{Table[SurvivalFunction[distGen1,t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10],[[[
```

```
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/.MLE1,[
```

```
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/.
Per1,[
```

```
Mean[Table[SurvivalFunction[dist[α1, θ1, γ1],t],{t,Sort[Take[data1[[1]],10]}]}/. Cvm
1,[
```

```
},{AxesLabel-
>{Style[t,Black,Bold,Medium],Style[R[t],Blue,Bold,Medium]},PlotLabel-
```

```
>"n=20",DataRange->{0.1,2}, PlotLegends->Placed[{"S-Real","S-ML","S-PER","S-CVM"},Center],Mesh->Full,ImageSize->300;{[{
```

برنامج الجانب التطبيقي

```
dist1[α_(θ),_γ _]=ProbabilityDistribution[(((θ))/((α^θ)))*(x^(θ-1))*(E^(- [
(((x))/((α))) ] ^θ
))] * ((1+γ)-2*γ*(((1-(E^(- [(((x))/((α))) ] ^θ
))))), {x,0,∞},Assumptions->α>0&&θ>0&&-1<=γ<=1;[
```

```
dist2[α_θ _γ _]=ProbabilityDistribution[(((θ))/((α^θ)))*(x^(θ-1))*(E^(- [(((x))/((α)))
] ^θ )), {x,0,∞},Assumptions->α>0&&θ>0;[
```

```
data={0.5,0.5,0.7,1.2,1.2,1.3,1.5,1.5,1.5,1.7,1.6,1.7,1.7,1.8,1.8,1.9,1.9,1.9,2,2.1,2.3,2.3
,2.3,2.4,2.4,2.5,2.5,2.5,2.6,2.6,2.6,2.6,2.7,2.7,2.7,2.7,2.7,2.7,2.7,2.9,2.9,2.9,2.9,2.9,
3.1,3.1,3.1,3.1,3.1,3.1,3.1,3.2,3.4,3.4,3.4,3.5,3.5,3.5,3.5,3.5,3.7,3.7,3.7,3.8,3.8,3.8,3.9,
3.9,3.9,3.9,3.9,4,4,4,4.1,4.1,4.1,4.2,4.3,4.3,4.3,4.4,4.4,4.6,4.6,4.7,4.8,4.9,5.1,5.1,5.
1,5.2,5.3,5.4,5.6,6,6.1,6.6,7,7,7.1,7.2,7.5;{
```

```
Estim1=FindDistributionParameters[data, dist1 [α_, θ _, γ _],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood["
```

```
Estim2=FindDistributionParameters[data, dist1[α_(θ),_γ _],ParameterEstimator-
>{"MaximumLikelihood"}]<<goodness-of-fit to a distributionS of<<
```

```
data{□=DistributionFitTest[data, dist1[α_(θ),_γ _]/.
Estim1,"HypothesisTestData"];□["TestDataTable",All],□=DistributionFitTest[data,
dist1[α_(θ)_]/. Estim2,"HypothesisTestData"];□["TestDataTable",All {
```

```
>>{ {Estimate SurvivalFunction<<
```

```
TableForm[ {Table[SurvivalFunction[dist1[α_(θ),_γ
_]/.est,t],{t,{dataa}}}],TableDirections->Column]
```

```
TableForm[ {Table[CDF[dist1[α_(θ),_γ _]/. Estim1,t],{t,{data}}}],TableDirections-
>Column;[
```

```
Show[Histogram[da,Automatic,"PDF",ChartStyle-
>Green],Plot[{PDF[dist1/.1dist,x],PDF[dist2/.
1dist2,x]},{x,0.5,8}],PlotLegends->"Expressions",PlotTheme->"Web",Mesh->Full,Fr
```

ame→False,PlotRange→Full,PlotLegends→Placed[{"Transmuted Rayleigh pareto Distribution"," Rayleigh pareto Distribution "},Center[[

Abstract

Abstract

The study sought to use the theory of quadratic transformed distributions in constructing a proposed new probability distribution known as the Transmuted Rayleigh Pareto Distribution with three parameters (α, γ, θ) , as some of its properties were studied, its parameters were estimated, and survival function estimators were calculated using three estimation methods (method The greatest possibility (MLE), the Kramer von Mises method (CVM) and the partial estimators method (PER), and we chose the best methods for estimating the parameters and the survival function by employing the Monte Carlo simulation method using the Mathematica program to conduct many iterations of experiments with sample sizes Different, small (20), medium (75-50) and large (100-150) and by means of the statistical mean square error (MSE) the results showed the preference of the Cramer von Masse (CVM) method in calculating survival function estimators for the proposed distribution at small sample sizes (20) and the preference of the method of greatest possibility at the sizes of medium and large samples (50, 75, 100, 150), and the distribution was applied using the method whose preference appeared on the experimental side on real data by (105) observations representing survival times in weeks for people with cirrhosis until death, and through tests of good conformity The preference of the proposed distribution (TRP) in representing and describing this data has been demonstrated compared to the (Rayleigh Pareto Distribution), as well as the survival function for real data has been estimated using the method of greatest possibility, whose preference appeared in the experimental side. The method of greatest possibility has taken the first place in preference when calculating the estimations of the survival function for the distribution of the Rayleigh-Pareto distribution with three parameters at the sizes of large samples, and this means that it is suitable for the sizes of large samples. Cramer von Mises (CVM) estimated the survival function as it had the least mean squares error. While the method of the greatest possibility (MLE) ranked second, and the method of fractional estimators (PER) ranked third, depending on the arrangement of the mean squares of error. At sample sizes (150-100-75-50), the method of greatest possibility (MLE) ranked first in preference for the survival function, followed by the Cramer von Mises (CVM) method in the second place, and the method of fractional estimators (PER) ranked third, depending on the values of The mean squares of the errors are ordered from lowest to highest. Hence, we conclude that the method of greatest possibility is the best in estimating the parameters and survival function of any converted distribution at large samples.

**Ministry of Higher Education
and Scientific Research
University of Karbala
College of Economics and Administration
Department of Statistics**



**Estimating the Survival function of The Transmuted
Rayleigh–Pareto Distribution using the converted
exponential formula with a practical application.**

Preface letter to

**Council of the College of Administration and Economics / University of Karbala,
which is part of the requirements for obtaining a master's degree in statistics**

Submitted by the researcher

By

Ghofran Ghazi Kareem AL–Mosawi

Supervised By

Prof. Dr.Shrooq Abd–ALRida Saeed

Assistant Prof.Dr. Sada Fayed Mohammed

A.H. 1444

Holy Karbala

A.D. 2023

