جمهورية العراق

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جـــامـعــة كـــــــربـــــلاء

كلية الادارة والاقتصاد

قسم الاحصاء

التقدير البيزي لتوزيع (Chen-Truncate Poisson) في ظل دوال خسارة مختلفة مع التطبيق

اطروحة مقدمة الى

مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات نيل درجة الدكتوراه فلسفة في علوم الاحصاء

تقدم بها

الطالب احمد تركي عبد علي

بإشراف

أ.د عواد كاظم شعلان

1445 هـ 2023 م

بسم الله الرحمن الرحيم

(۞ وَإِذَا مَسَّ ٱلۡإِنسَٰنَ ضُرّٞ دَعَا رَبَّهُۥ مُنِيبًا إِلَيۡهِ ثُمَّ إِذَا خَوَّلَهُۥ

نِعۡمَةٗ مِّنۡهُ نَسِيَ مَا كَانَ يَدۡعُوٓاْ إِلَيۡهِ مِن قَبۡلُ وَجَعَلَ لِلَّهِ أَندَادٗا

لِّيُضِلَّ عَن سَبِيلِهِۦۚ قُلۡ تَمَتَّعۡ بِكُفۡرِكَ قَلِيلًا إِنَّكَ مِنۡ أَصۡحَٰبِ

ٱلنَّارِ ﴿٨﴾)

سورة الزمر اية (8)

صدق الله العلي العظيم

إقرار المشــرف

أشهد بأن إعداد هذه الاطروحة الموسومة (**التقدير البيزي لتوزيع – Chen Truncate Poisson في ظل دوال خسارة مختلفة مع تطبيق عملي**) والتي تقدم بها الطالب **" احمد تركي عبد علي"** قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة الدكتوراه علوم في الاحصاء.

أ.د. عواد كاظم الخالدي

التاريخ: / / 2023

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الاطروحة للمناقشة.

أم.د. ايناس عبدالحافظ محمد

رئيس قســم الاحصاء

التاريخ: / / 2023

إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الرسالة الموسومة (**التقدير البيزي لتوزيع Chen – Truncate Poisson في ظل دوال خسارة مختلفة مع تطبيق عملي**) قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت اشرافي اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت.

الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

جامعة كربلاء – كلية الادارة والاقتصاد

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الاطروحة الموسومة (**التقدير البيزي لتوزيع Chen–Truncate Poisson في ظل دوال خسارة مختلفة مع التطبيق**) والمقدمة من قبل الطالب "**احمد تركي عبد علي**" وناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة الدكتوراه فلسفة علوم في الإحصاء بتقدير (   ).

أ.د. شروق عبدالرضا سعيد	أ.م .د انعام عبد الرحمان نعمان
رئيساً	عضواً
/ / 2023	/ / 2023
أ.م. د مشتاق كريم عبد الرحيم	أ.م. د ايناس عبدالحافظ محمد
عضواً	عضواً
/ / 2023	/ / 2023
ا.م.د صدى فايض محمد	ا.د عواد كاظم شعلان
عضوا	عضوا ومشرفا
/ /2023	/ /2023

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على اقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالب " **احمد تركي عبد علي** " الموسومة بـ (**التقدير البيزي لتوزيع Chen– Truncate Poisson في ظل دوال خسارة مختلفة مع تطبيق**) ارشح هذه الاطروحة للمناقشة.

أ.د علي احمد فارس

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.د محمد حسين كاظم الجبوري

عميد كلية الادارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2023 / ١٥ / ١١

ت	قائمة المحتويات	الصفحة
	الآية	أ
	الاهداء	ب
	شكر وتقدير	ج - ح
	قائمة المحتويات	خ – د
	قائمة الجداول	ذ
	قائمة الاشكال	ر
	المستخلص	ز
	الفصل الاول: منهجية البحث	**7-2**
1-1	المقدمة	3-2
2-1	مشكلة الاطروحة	3
3-1	الهدف الاطروحة	3
5-1	الاستعراض المرجعي	7-4
	الفصل الثاني: الجانب النظري	61-9
1-2	التمهيد	9
2-2	توزيع بواسون	9
1-2-2	توزيع بواسون المبتور	11-9
3-2	توزيع جينThe Chen distribution	12
1-3-2	خصائص توزيع جين	22-12
4-2	التوزيعات الاحتمالية المركبة	22
1-4-2	توزيع Chen- Poisson المركب	25-23
1-1-4-2	خصائص توزيعChen – Poisson المركب	30-26
5-2	دالة المعولية	31-30
6-2	مفهوم نظرية بيز وطرائق التقدير	32-31
1-6-2	دوال الكثافة الاحتمالية الأولية	33-32
2-6-2	دوال الخسارة	35-34
7-2	مقدر بيز القياسي المعلوماتي	35
1-7-2	مقدر بيز القياسي في ظل دالة خسارة تربيعية	39-36
2-7-2	مقدر بيز القياسي المعلوماتي في ظل دالة خسارة انتروبي عامة	40-39
8-2	توقع مقدر بيز	41-40
1-8-2	مقدر توقع بيز في ظل دالة خسارة تربيعية	42-41
2-8-2	مقدر توقع بيز في ظل دالة خسارة انتروبي عامة	44-43
9-2	تقريب لندلي	59-44
2-10	معاير المقارنة	61-60
	الفصل الثالث: الجانب التجريبي	74-63
1-3	تمهيد	63
2-3	مفهوم المحاكاة	63

قائمة الجداول

قائمة الاشكال

المستخلص:

تعد عملية تركيب التوزيعات الاحتمالية من العمليات المهمة لكونها اداة مهمة في زيادة مرونة التوزيعات الأساسية، زادت أهميت التركيب في السنوات القليلة الماضية، ويرجع ذلك الى عدم تمثيل التوزيعات الكلاسيكية للبيانات الحقيقية بصورة دقيقة في كثير من البيانات التطبيقية وخاصة منها التي تخص المكائن ، وفي هذه الاطروحة تم اعتماد اسلوب [5](Adamidis، 1998) في بناء توزيع احتمالي مقترح (Chen- Truncate Poisson) ،تم التوصل الى الخصائص الاحصائية لتوزيع Chen منها العزوم ،الدالة المولدة للعزوم والخصائص الاخرى التي لم يتم التوصل اليها في البحوث والدراسات السابقة ،تم ايجاد دالة الكثافة الاحتمالية والتجميعية للتوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) وبعض الدوال الخاصة كدالة المخاطرة والمعولية،اذ تم تقدير المعلمات للتوزيع المقترح ومنها تم ايجاد دالة المعولية باستعمال الطرائق البيزية المتمثلة بطريقة بيز القياسي المعلوماتي (Standard Informative Bayesian method) وطريقة التوقع بيز (Expected Bayesian method) وذلك استعمال دالة خسارة تربيعية (Squared Error Loss function) ودالة خسارة انتروبي عامة (General Entropy Loss Function) ،تم الاعتماد على الأسلوب التقريبي الذي اقترحه الباحث Lindley والذي يدعى بأسلوب تقريب ليندلي (Lindley Approximation)، في حل المعادلات الغير خطية والتي لا يمكن حلها باستعمال أساليب التحليل العددي، ومن خلال توظيف أسلوب محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo) باستعمال برنامج الماتلاب لتقيم أداء مقدرات المعلمات ومقدرات دالة المعولية التوزيع المقترح لجميع الطرائق ،وذلك بأجراء عدة تجارب بأحجام عينات مختلفة صغيرة ومتوسطة وكبيرة وباعتماد معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE للمفاضلة بين حجوم العينات وطرائق التقدير المعتمدة، أظهرت النتائج افضلية طريقة التوقع البيزي في ظل دالة خسارة انتروبي على باقي طرائق التقدير، تم تطبيق توزيع (Chen- Truncate Poisson)عمليا على بيانات حقيقية، تم الحصول عليها من وزارة الكهرباء / محطة ديزلات شرق كربلاء المقدسة، والتي يبلغ عددها (72) محرك تمثل أوقات اشتغال المحرك (Engin) لحين العطل.

الفصل الاول

1-1 المقدمة: Introduction

منذ قرون عدة يسعى العلماء، والباحثون لوصف ودراسة ظواهر العالم الطبيعية والحياتية في المجالات المختلفة, اذ وظفت هذه الظواهر في العلوم المختلفة، ومنها علم الاحصاء اذ يعد من احد العلوم المهمة في مجالات البحث العلمي اذ يحتوي هذا العلم على مجموعة من الاساليب التي تمكننا من استعمالها في ميادين العلوم التي نحتاجها كافة لتوضيح ما نسعى اليه،اذ يبدا هذا العلم من جمع البيانات والمعلومات اللازمة لحل مشكلة ما او هدف معين بصدد الوصول اليه، اذ يتم توظيف ما تيسر من القواعد والقوانين لتحليل تلك البيانات بهدف الوصول إلى النتائج التي يسعى إليها الباحث لاتخاذ القرار المناسب.

من هذه الأساليب الإحصائية التي لها أهميتها البالغة هو معرفة اسلوب توزيع البيانات والمتمثلة بالمتغير العشوائي (Random Variable) اذ يوجد الكثير من التوزيعات الاحتمالية الكلاسيكية المتقطعة منها والمستمرة، لكن في بعض الدراسات تعجز هذه التوزيعات او بالأحرى تكون غير دقيقة لتمثيل الظواهر المعقدة بالصورة المطلوبة مثل الظواهر المالية، الجيوفيزيائية، الطبية، الهندسية والظواهر الطبيعية كالأمطار والزلازل وغيرها. اذا لابد هنا من ايجاد توزيعات اكثر دقة لوصف مثل هذه الدراسات، وسيكون احد محاور هذه الاطروحة، هو بناء توزيع احتمالي جديد وذلك عن طريق استعمال احدى الطرائق الخاص لتوليد التوزيع المقترح، وعليه هنالك اكثر من قاعدة للحصول على توزيعا جديدا مقترحة اكثر مرونة وملائمة لتمثيل الظواهر المطلوب دراستها عن طريق (Mixing Distributions)، (Compound Distributions) ومنها مفهوم توسعة Extended او الوزن Weighted,او قاعدة Marshall-Olkin.

ويتم الإفادة من صياغة توزيعات رياضية جديد لتقدير المعلمات عن طريق طرائق التقدير البيزية ، الابيزية، ففي هذه الاطروحة تمت دراسة التوزيع المقترح (Chen-Truncate Poisson) اذ قدرت معلماته باستعمال طريقة مقدر بيز القياسي المعلوماتي (Informative Standard Bayesian) ومقدر توقع بيز (Expectation Bayesian) ضمن نوعين من دوال الخسارة متماثلة وتعرف بدالة الخسارة التربيعية (Squared Error Loss function) وغير متماثلة تعرف بدالة خسارة الانتروبي العامة (General Entropy Loss Function) ومن ثم ايجاد دالة المعولية للتوزيع المقترح، فضلا عن حل المعادلات الغير الخطية والتي لا تحل بالطرائق الاعتيادية.

ولتوضيح مضمون الرسالة، تم تقسيمها على خمسة فصول:

الفصل الاول: تضمن مقدمة عن التوزيعات بصورة عامة، مشكلة الأطروحة، هدف الأطروحة فضلا عن الاستعراض المرجعي لبعض للدراسات السابقة المتناولة لأسلوب تركيب التوزيعات، في حين خصص الفصل الثانـي للجانب النظري الذي يشمل المفاهيم الاساسية المتعلقة بالأطروحة من توزيعات اساسية تم اعتمادها لتركيب التوزيع المقترح ،ومن ثم اشتقاق الخصائص الإحصائية وعرض الطرائق المستعملة في تقدير المعلمات وكذلك دالة المعولية ، اذ تم اعتماد اسلوب المدرسة البيزية في التقدير باعتماد دوال خسارة مختلفة، وقد خصص الفصل الثالث للجانب التجريبي الذي تناول مفهوم المحاكاة واجراء تجربة محاكاة Markov Chain Monte Carlo ومناقشة نتائجها وكذلك المقارنة بين طرائق التقدير وكذلك دالة المعولية التي تم التطرق اليهما في الفصل الثاني وبيان ايهما افضل للتقدير عن طريق مقياس متوسط مربعات الخطأ التكاملي(IMSE)، اما الفصل الرابع للجانب التطبيقي فقد تضمن تطبيق التجارب السابقة التي استعملت في الجانب التجريبي على بيانات حقيقية من تقدير معلمات و دالة المعولية للتوزيع المقترح (Chen-Truncate Poisson) بأفضل طريقة للتقدير تم التوصل اليها في الجانب التجريبي وكذلك اجراء اختبار حسن المطابقة للبيانات و مناقشة النتائج ، والفصل الخامس قد خصص للاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي والتطبيقي .

2-1 مشكلة الاطروحة: The Problem Of The Thesis

تتمثل مشكلة الاطروحة في ان هنالك العديد من التوزيعات الكلاسيكية المتقطعة والمستمرة تكون النتائج عندها اقل دقة في بيانات أوقات الاشتغال لحين الفشل او العطل في الواقع التطبيقي عند استعمالها وعليه لابد من ايجاد توزيعات جديدة اكثر ملائمة للبيانات المدروسة ،ولهذا اقترح الباحث توزيع (Chen-Truncate Poisson) المركب للدراسة.

3-1 الهدف من الاطروحة : The Objective Of The Thesis

1- اقتراح توزيع احتمالي يربط بين توزيع Chen المستمر وتوزيع Truncate Poisson والذي اطلق علية توزيع (Chen– Truncate Poisson) واشتقاق الدوال الاحصائية المرتبطة بهذا التوزيع .
2- اشتقاق الخصائص الاحصائية لتوزيع Chen والمتمثلة بالعزوم والدالة المولدة للعزوم وبعض الخصائص الاحصائية الاخرى.

3- ايجاد الدوال الاحصائية للتوزيع (Chen– Truncate Poisson) وتقدير معلماته المتمثلة بدالة المعولية بالطرائق البيزية للحصول على افضل تمثيل للبيانات الحقيقية للشركة المنتجة للطاقة الكهربائية المتمثلة بأوقات الاشتغال لحين الفشل من خلال معيار MSE, IMSE.

4-1 الاستعراض المرجعي: Review of Literature

ان موضوع الحصول على التوزيع المقترح قد تم تناوله من الكثير من الباحثين وعلى نطاق واسع من التوزيعات المختلفة وكذلك طرائق الحصول عليه منذ زمن بعيد ولا يزال لحد الان موضوعا مهما لكثير من التطبيقات العملية.

- في عام (2000)قدم الباحث Chen. Z[10] توزيعا جديدا ذا معلمتين ينماز بان دالة معدل الفشل له ممكن ان تأخذ عدد من الاشكال فقد تكون متزايدة، متناقصة، تأخذ شكل الحوض او لها شكل موحد (unimodal) ومن ثم يمكن استعمال هذا التوزيع في نمذجة البيانات المتعلقة بأوقات الحياة او الدراسات البيولوجية التي تعتمد على ميزة الاشكال المختلفة الى دالة معدل الفشل. تم دراسة دالة معدل الفشل و تقدير فترات المعلمات اعتمادا على دالة الامكان.
- و في عام 2007 قام (Kus)[17] بتناول توزيع جديد لأوقات الحياة والذي تم ايجاده عن طريق تركيب التوزيع الاسي مع توزيع بواسون المنقطع عند الصفر وتبين ان دالة معدل الفشل للتوزيع الجديد هي دالة متناقصة كما تم تناول بعض الخصائص الاحصائية للتوزيع كالدالة التجميعية، العزم الرائي، فضلا عن تقدير المعلمات باستعمال طريقة الامكان الاعظم، كما تناول البحث امثلة توضحيه بالاعتماد على بيانات حقيقية.
- في عام (2009) تناول(Souza & Neto)[26] توزيع بواسون– الاسي العام وايجاد الصيغ المغلقة لبعض الخصائص المهمة كالدالة الاحتمالية، التجميعية، دالة البقاء، العزوم، الرتبة الاحصائية، دالة الكوانتايل، دالة الانتروبي، دالة معدل الفشل للتوزيع الناتج تأخذ عدة حالات (متزايدة، متناقصة، شكل الحوض). قدرت معلمات التوزيع الجديد باستعمال طريقة الامكان الاعظم على البيانات الحقيقية.
- وفي عام 2011 [21](Neto et al.)قدم توزيعا جديدا ذا معلمتين وناتجا عن تركيب توزيع بواسون المنقطع عند الصفر(والذي هو التوزيع الى المتغير العشوائي الذي يمثل عدد المخاطر التكميلية (complementary risk) (CR)) مع توزيع وقت الحياة الى الحدث الذي يعود الى j^{th} (CR) وان

هذه المتغيرات يفترض انها مستقلة ومتماثلة التوزيع وتتوزع وفقا للتوزيع الاسي ، تم حساب بعض الخصائص الاحصائية للتوزيع المركب الناتج كدالة معدل الفشل وكانت دالة متزايدة فضلا عن تقدير معلمات التوزيع باتباع اسلوب بيز في التقدير بواسطة خوارزمية (Markov Chain Monte Carlo).

- في عام 2012 تطرقا (Lu & Shi)[18] الى توزيع جديد ناتج عن تركيب توزيع Poisson مع توزيع ويبل , وان هذا التوزيع مرن ينماز بان دالة معدل الفشل له ممكن ان تأخذ عددا من الاشكال فقد تكون متزايدة، متناقصة، تأخذ شكل الحوض او لها شكل موحد (unimodal) ومن ثم يمكن استعمال هذا التوزيع في نمذجة البيانات المتعلقة بأوقات الحياة او الدراسات البيولوجية التي تعتمد على ميزة الاشكال المختلفة الى دالة معدل الفشل. تم تقدير معلمات التوزيع بطريقة الامكان الاعظم باستعمال خوارزمية EM فضلا عن حساب الخصائص الاحصائية للتوزيع ومنها العزم الرائي ، كما تم اجراء اختبار حسن المطابقة باستعمال اختبار كولمكروف–سيمرنوف..
- وفي العام نفسه قاما (Alkarni & Oraby)[6] بإيجاد فئة جديدة من التوزيعات التي تنماز بان لها دالة معدل فشل متناقصة وذلك عن طريق تركيب توزيع Poisson المنقطع عند الصفر مع توزيعات اوقت الحياة وتم حساب الصيغة العامة للدالة الاحتمالية للتوزيع المركب الناتج، دالة التوزيع التجميعية، دالة البقاء ودالة معدل الفشل. تقدير المعلمات للتوزيع بالاعتماد على طريقة الامكان الاعظم وخوارزمية تعظيم التوقع (EM) فضلا عن حساب دالة الانتروبي للتوزيع.
- عام 2013 اقترح كل من (Mahmoudi.E & Sepahdar.A)[19] توزيع Poisson – ويبل الاسي ذا الاربع معلمات الناتج عن تركيب توزيع ويبل الاسي مع توزيع Poisson ، ينماز التوزيع بان دالة معدل الفشل تأخذ عدة حالات (متزايدة، متناقصة، شكل الحوض، الشكل الموحد)، تم استخراج الخصائص الاحصائية المهمة تم اشتقاقها بشكل مفصل. قدرت معلمات التوزيع باستعمال طريقة الامكان الاعظم بالاعتماد على خوارزمية تعظيم التوقع EM، كما اجري تطبيقا عمليا للتوزيع على مجموعتين من البيانات ومقارنتها مع الحالات الخاصة للتوزيع وعد توزيع(EWP) الجديد هو الانموذج المرشح لملائمة تحليل المعولية، الانظمة البيولوجية ونمذجة البيانات اعتمادا على معيار (AIC) ، (AIC_C), (BIC).
- في عام 2014 قدما (Ristic & Nadarajah)[24] توزيع وقت حياة جديد يسمى بتوزيع Poisson - الاسي الاسي (Exponentiated Exponentioal Poisson) ذي الثلاث معلمات واشتقاق دالة

التوزيع الاحتمالية الخاصة به، دالة معدل الفشل، الرتبة الاحصائية، العزوم و دالة الانتروبي، تم تقدير معلمات التوزيع الناتج باستعمال طريقة الامكان الاعظم ، فضلا عن التطبيق باستعمال، بيانات تمثل اوقات الفشل (بالساعة) الى 400 جهاز معاينة كهربائي.

- وفي العام نفسه قام(Singh, etc)[25] بتقدير معلمتي الشكل والقياس لتوزيع بواسون الاسي بطريقتي الامكان الاعظم واسلوب بيز، فضلا عن حساب بعض الدوال الاحصائية المهمة مثل الدالة التجميعية، دالة البقاء ودالة معدل الفشل، وقد استعملت خوارزمية MCMC في حساب مقدرات بيز تحت دالة خسارة متماثلة وغير متماثلة، وعن طريق النتائج تبين ان مقدرات بيز كانت افضل من مقدرات الامكان الاعظم تحت دالتي الخسارة المتماثلة وغير المتماثلة.
- في عام (2016) تناولا الباحثان, (Khan, M., & Sharma, A)[16], توزيع Chen عن طريق دالة الكثافة الاحتمالية و التراكمية اذ توصلا الى معدلات عامة تبين الخصائص الاحصائية للتوزيع.
- في عام نفسه قدم الباحث (نعيمة)[3] تركيب توزيع بواسون ليندلي المتقطع مع توزيع فرشت (Frechet Distribution) وتوزيع رايلي وتقدير معلماتهم بطريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى المحورة. تناول الجانب التطبيقي بيانات حقيقية تمثل الفترات الزمنية لحدوث الزلازل في منطقة بدرة بمحافظة واسط، اذ تمت مقارنة التوزيعين مع مجموعة من التوزيعات القياسية الاخرى بهدف ملائمتها للبيانات باستعمال عدة معايير وهي (AIC) ، (AIC_C), (BIC) وتبين ان توزيع فرشت Poisson – ليندلي يأتي بالمرتبة الاولى لتمثيل البيانات اما التوزيع الاخر الذي تناوله الباحث فكان بالمرتبة الخامسة.
- في عام 2017 تناول(Dey, S & etc)[11] توزيع Exponentiated Chen اذ تم الحصول على الخصائص الاحصائية كدالة المعولية، العزوم الرائي، وتقدير المعلمات للتوزيع باستعمال طرائق الامكان الاعظم، النسبة المئوية،المربع الصغرى، المربع الصغرى الموزونة وتم اختبار البيانات اعتمادا على اختبار Anderson–Darling ،اذ تم استعمال اسلوب المحاكاة والمقارنة بين التوزيعات(Chen،E. Weibull،E. Chen) اعتمادا على معيار AIC ،اما الجانب التطبيقي تم العمل على مجموعة البيانات المتعلقة بالتدفقات القصوى لنهر Piracicaba .
- في عام 2018 قدم الباحثان(Faizan & Sana)[13] بحثا يتناول التقدير البيزي والتنبؤ لتوزيع Chen، فضلا عن تقدير معلمتي الشكل والقياس للتوزيع باستعمال طريقة الامكان الاعظم والطريقة البيزية باعتماد توزيع اولي، كما اعتمد البحث على احجام عينات مختلفة لتوضح بالاعتماد المحاكاة.

- في عام 2019 تناولا [29](Yousaf. F, S & etc) توزيع Chen ،تم تقدير المعلمات للتوزيع باستعمال طريقة الامكان الاعظم،وطريقة بيز المعلوماتية ، تم استعمال المحاكاة (MCMC)كذلك المقارنة بين التوزيعات (Weibull،EXP،Chen) اعتمادا على معيار (BIC، AIC) وتبين توزيع Chen هو الافضل وتم تطبيقي التوزيع على بيانات حقيقية .
- في عام 2020 تناول كل من [23](Reis & etc) توزيعا جديدا The Gamma-Chen وتم توضيح الخصائص الاساسية دالة المعولية و دالة التجميعية والفشل ،وتقدير المعلمات باستعمال طريقة الامكان الاعظم وبأحجام عينات مختلفة تم توليدها و اعتماد مقياس MSE للمقارنة ، تبين التوزيع المقترح هو الافضل حيث تم المقارنة بين التوزيعات المستعملة اعتمادا على (BIC،AIC,AICc).
- في عام 2021 قدم الباحثان[27](Tarvirdizade & Ahmadpour) "توسعة جديد لتوزيع Chen مع التطبيقات لبيانات مدى الحياة"، قدم توزيع جديد Weibull-Chen (W-C) وهو اكثر مرونة تم دراسة خصائصه الدالة الكمية quantiles،والعزوم وكذلك، الاحصاءات المرتبة، and Renyi entropy تم تقدير المعلمات للتوزيع باستعمال طريقة الامكان الاعظم عن طريق المحاكاة مونت كارلو واتضح أن التوزيع المقترح (W-C) يناسب بيانات مدى الحياة وأفضل من توزيع Chen و Weibull.
- في عام 2021 قدم الباحثان [12](Eliwa & etc) توزيع مقترح (Exponentiated odd Chen-G family) وايجاد الخصائص الاساسية دالة المعولية والتجميعية والفشل ،وتقدير المعلمات باستعمال طريقة الامكان الاعظم والطريقة البيزية، تم استخدام المحاكاة كذلك تطبيق بينات COVID-19 في الصين.

استكمالا لما تقدمت به البحوث والاطاريح السابقة:

1- تم تفنيد البحث الموسوم (Statistical Analysis of a Weibull Extension with Bathtub-Shaped Failure Rate Function)**[28]** . والذي يقول بان توزيع Chen ليس له عزوم معروفة.
2- تم اشتقاق توزيع جديد بين توزيع Chen وتوزيع Truncate Poisson.
3- ملاءمة التوزيع المقترح للبيانات الحقيقية لموضوع الاطروحة.

الفصل الثاني

1-2 التمهيد:

نسعى في هذا الفصل للحصول على توزيع احتمالي مقترح (Chen - Truncate Poisson) عن طريق احد طرائق تركيب التوزيعات وتوضيح النقاط الاساسية الواجب توفرها للحصول على التوزيع المقترح، هنا تم الاعتماد على توزيع Truncate Poisson وتوضيح الخصائص الاحصائية الخاصة به بإيجاز، اما توزيع Chen تم التوصل الى خصائصه الاحصائية العزوم ،الدالة المولدة للعزوم والخصائص الاخرى التي لم يتم التوصل اليها في البحوث والدراسات السابقة ،كذلك تم ايجاد دالة الكثافة الاحتمالية والتجميعية للتوزيع المقترح (Chen - Truncate Poisson) وبعض الدوال الخاصة كدالة المخاطرة ،المعولية والكمية كما تم اشتقاق بعض الخصائص الإحصائية وقد تم تقدير معلمات التوزيع المقترح (Chen - Truncate Poisson) وكذلك تقدير دالة المعولية باستعمال طريقة بيز القياسي وكذلك طريقة التوقع البيزي باعتماد دوال خسارة متماثلة ، غير متماثلة.

2-2 توزيع بواسون[17][22] : Poisson Distribution

هو احد التوزيعات الاحتمالية المتقطعة وفقا لنظرية الاحتمالات والإحصاء ويعبر عن احتمال حدوث عدد معين من الأحداث في الفاصل الزمني أو المكاني اي يأخذ قيم بينية، إذا حدثت هذه الأحداث بمعدل متوسط ثابت معروف وبشكل مستقل عن الزمن منذ آخر حدث، ويستعمل لعدد الأحداث في مدد زمنية محددة، كالإصابات السرطانية ،إحصاء الوفيات والمواليد واحداث المرور وعليه فان الدالة الاحتمالية للتوزيع .

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0,1,2,\ldots\ldots \qquad \ldots(2\text{-}1)$$

1-2-2 توزيع بواسون المبتور[20][7]: Truncate Poisson Distribution

قد يتطلب الامر احيانا في بعض الدراسات وحسب طبيعة البيانات المدروسة والهدف المنشود اليه نلجأ الى بتر التوزيع وذلك لوجود بعض المشاهدات المتطرفة او ليس ضمن المدة المطلوب دراستها، يوجد ثلاثة انواع من البتر للتوزيعات الاحتمالية الاول يسمى البتر من الجانب الايمن والاخر البتر من الجانب الايسر والثالث من كلا الطرفين عن طريق تحديد بداية ونهاية للمدة المدروسة، عن طريق البتر سوف نحصل على توزيع جديد هو جزء من التوزيع الاصلي لذا فان هذا التوزيع له خصائص جديدة، هنا في

هذه الاطروحة نعتمد على البتر من اليسار (Left Truncated) اي عندما تبدا البيانات من نقطة معينة وغالبا ما يستعمل هذا النوع عند دراسة دالة المعولية.

ليكن X متغيرا عشوائيا يتوزع وفقا لتوزيع Poisson المعرف بالدالة (2-1) ومن ثم فان الدالة الاحتمالية لتوزيع Truncate Poisson عند الصفر نحصل عليها من القاعدة الاتية والمعرفة بالمعادلة (2-2):

$$0>P(x,\lambda) = \mathrm{P}(\mathrm{X} = \mathrm{X} / \mathrm{x} > 0) \qquad \mathrm{x} = 1,2,\dots, \lambda$$

$$P(x,\lambda) = \frac{\mathrm{p(x,0)}}{p(x>0)}$$

$$P(x,\lambda) = \frac{\mathrm{p(x,0)}}{1-p(x=0,\lambda)} \qquad \dots(2\text{-}2)$$

وبالتعويض ينتج

$$p(x=0,\lambda) = e^{-\lambda} \qquad P(x=0,\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{0}}{0!} \qquad \rightarrow$$

ومن ثم فان الدالة الاحتمالية لتوزيع Poisson المبتور(p.d.f) ستكون بعد التعويض في الصيغة (2-2).

$$\dots\ (2\text{–}3)\ \ 0 > P(x,\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!(1-e^{-\lambda})} \qquad \mathrm{x} = 1,2,\dots, \lambda$$

خصائص التوزيع: Properties of Truncate Poisson distribution

1- دالة الكثافة الاحتمالية: Probability distribution function (p.d.f)

دالة التوزيع الاحتمالية لمتغير عشوائي يتوزع (Truncate Poisson) يعطى بالصيغة الاتية:

$$0 > \qquad P(x,\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!(1-e^{-\lambda})} \qquad \mathrm{x} = 1,2,\dots, \lambda$$

2- دالة الكتلة الاحتمالية: Cumulative distribution function (c.d.f)

دالة التوزيع التراكمية للمتغير العشوائي تعطى بالصيغة الاتية:

$$F(x,\lambda) = \sum_{x=1}^{u} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!(1-e^{-\lambda})} \qquad \ldots(2\text{-}4)$$

3- دالة المعولية: Reliability function

دالة المعولية للمتغير العشوائي تعطى بالصيغة الاتية:

$$R(X=x,\lambda) = 1-\sum_{x=1}^{u} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!(1-e^{-\lambda})} \qquad \ldots(2\text{-}5)$$

4- دالة معدل الفشل Failure Rare function

دالة معدل الفشل للمتغير العشوائي لها علاقة طردية مع دالة المعولية:

$$h(x) = \frac{f(x)}{R(x)}$$

$$h(x) = \frac{\sum_{x=1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!(1-e^{-\lambda})}}{1-\sum_{x=1}^{u} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!(1-e^{-\lambda})}} \qquad \ldots(2\text{-}6)$$

جدول (2-1) بعض الخصائص الاحصائية للتوزيع Truncate Poisson

Properties	Formula
Mean	$\lambda(1-e^{-\lambda})^{-1} = \mu$
Variance	$\lambda + \lambda^{2}(1-e^{-\lambda})^{-1} - \lambda^{2}(1-e^{-\lambda})^{-2}$
S.D	Squ(var)= σ
c.v	$\frac{\sigma}{\mu}$

The Chen distribution   3-2 توزيع Chen [10][4][27]:

اقترح هذا التوزيع ذو المعلمتين من الباحث البريطاني Chen عام (2000) وهو من التوزيعات الاحتمالية المستمرة ومن مميزات هذا التوزيع ان دالة معدل الفشل تكون على شكل حوض الاستحمام Bathtub-Shaped ،يستعمل هذا التوزيع في العديد من مجالات الدراسات البيولوجية، والدراسات الطبية ،كذلك في دراسات اوقات الفشل التي يكثر استعمالها في دالة المعولية للمكائن، ومن الحالات الخاصة بهذا التوزيع هو يساوي توزيع Gompertz distribution ذو المعلمتين في حالة واحدة عندما تكون معلمة الشكل (β) في كلا التوزيعين تساوي واحدا.

ولبيان الخصائص الاحصائية لهذا التوزيع من دالة كثافة احتمالية والتجميعية ،وكذلك دالة المعولية والخصائص الاحصائية الأخرى التي لم يتم الحصول عليها في البحوث السابقة سنوضحها كالاتي:

Properties of The Chen distribution: 1-3-2 خصائص توزيع Chen [16][28]:

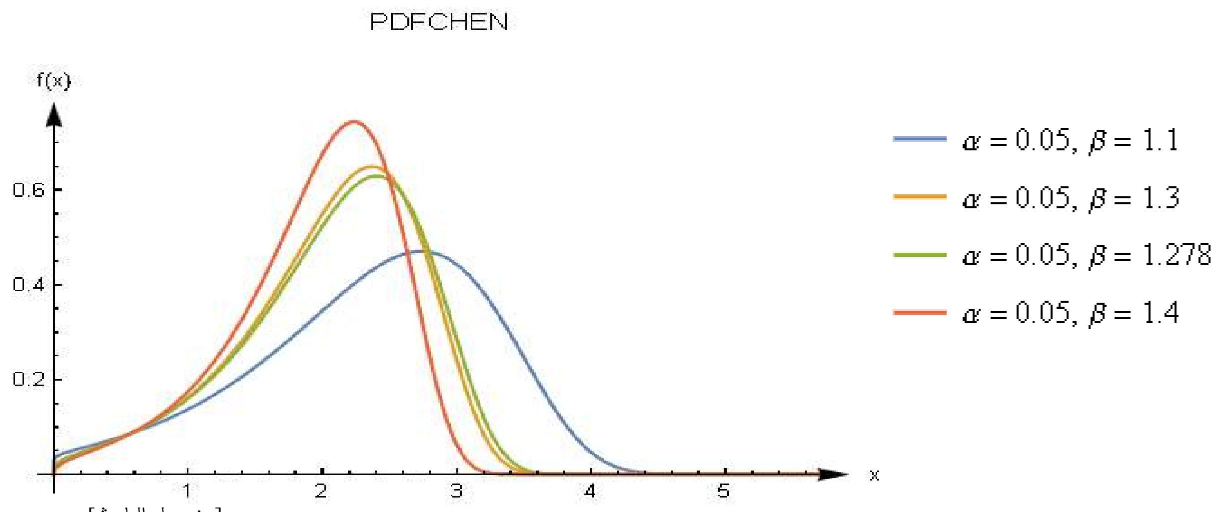
1- دالة الكثافة الاحتمالية: probability distribution function

دال التوزيع الاحتمالية لمتغير عشوائي يتوزع (Chen) تعطى بالمعادلة (2-7)

$$f(x,\alpha,\beta) = \alpha\beta x^{\beta-1} e^{x^{\beta}} e^{-\alpha(e^{x^{\beta}}-1)} \qquad ...(2\text{-}7)$$

shape $=\beta$ scale $=\alpha$ $\beta،\alpha > 0$

}ويمكن اثبات ان الدالة (2-7) هي دالة احتمالية ببساطة:



شكل (2-1) يمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Chen [من عمل الباحث]

2- **الدالة الكثافة التجميعية:** Cumulative distribution function

وهي عبارة عن دالة احتمالية تعبر عن وجود علاقة طردية مع المتغير المدروس تعطى بالصيغة (2-8) اذ ان.

$$P(X < x) + P(X \geq x) = 1$$

$$P(X < x) = \int_0^x \alpha\beta u^{\beta-} e^{u^\beta}\, e^{-\alpha(e^{u^\beta}-1)} du$$

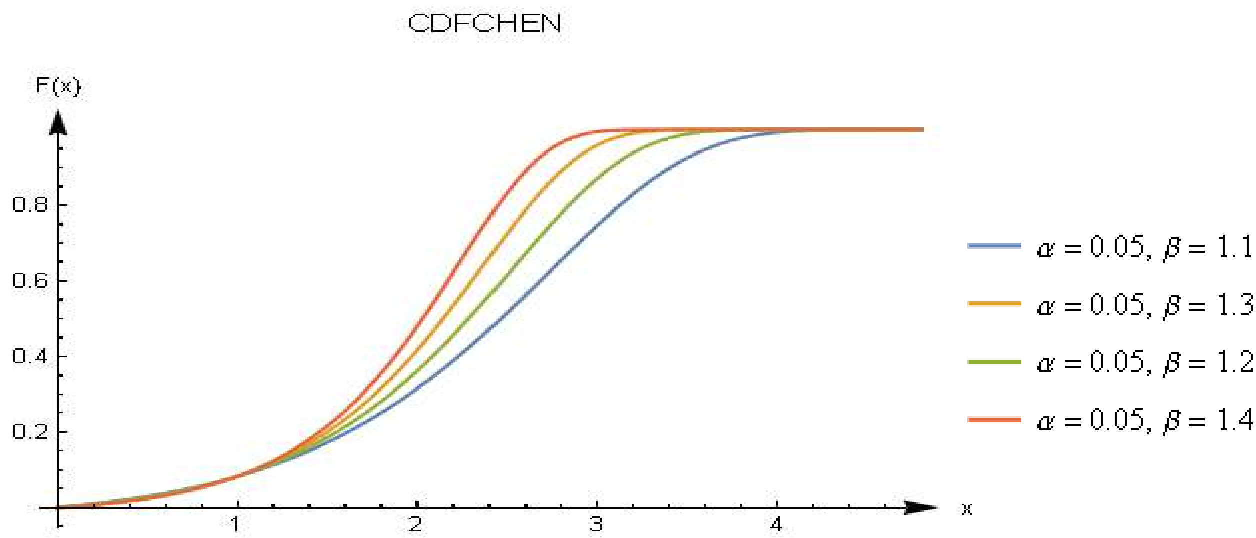
$$= -\alpha\beta u^{\beta-} e^{u^\beta} \int_0^x -e^{-\alpha(e^{u^\beta}-1)}\, du$$

$$= -[e^{-\alpha(e^{u^\beta}-1)}]_0^x$$

$$= -[e^{-\alpha\left(e^{x^\beta}-1\right)} - e^{-\alpha(e^{0^\beta}-1)}] \qquad , \quad \beta > 0$$

$$= -\left[e^{-\alpha\left(e^{x^\beta}-1\right)} - e^{-\alpha(e^{0}-1)}\right]$$

$$= -[e^{-\alpha\left(e^{x^{\beta}}-1\right)} - 1]$$



$$F(x,\alpha,\beta) = 1 - e^{-\alpha\left(e^{x^{\beta}}-1\right)} \qquad ...(2\text{-}8)$$

شكل (2-2) يمثل دالة التجميعية لتوزيع Chen [من عمل الباحث]

3- دالة المعولية: Reliability function

وهي عبارة عن دالة احتمالية تعبر عن وجود علاقة عكسية مع المتغير المدروس تعطى بالمعادلة (2-9):

$$R(x) = 1 - F(x)$$

$$R(x) = \exp(-\alpha[e^{(x^{\beta})} - 1]) \qquad ...(2\text{-}9)$$

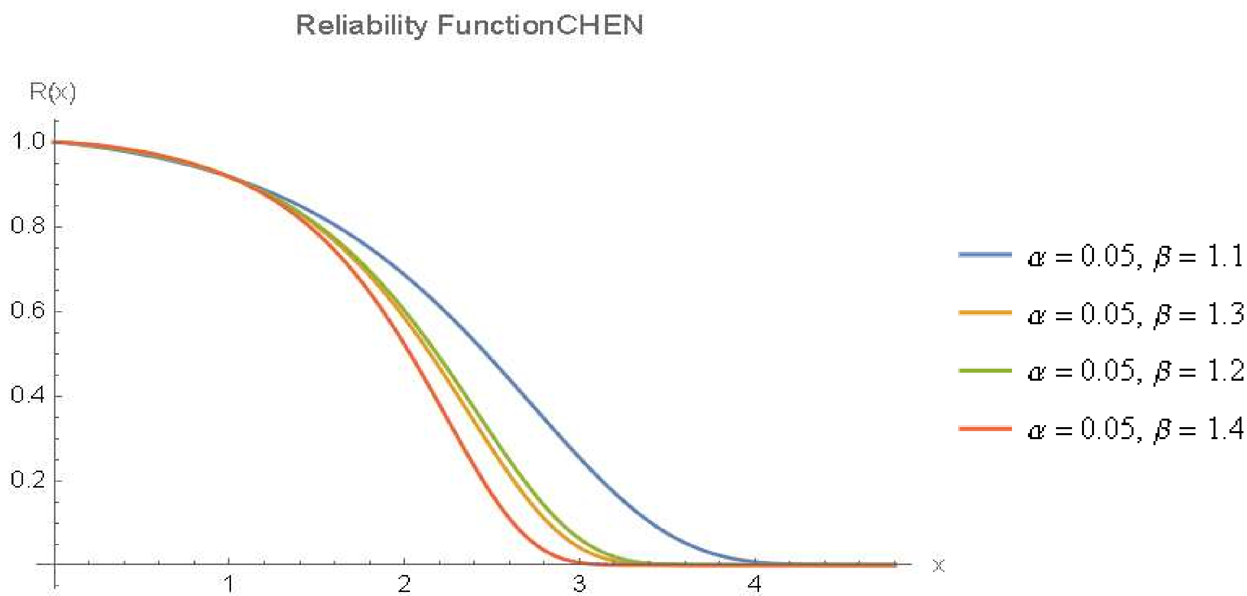
وللتحقيق من خصائص المعولية لتوزيع Chen

1- $\lim_{x\to 0}[e^{(-\alpha(e^{x^{\beta}}-1))}]$

$$\lim_{x\to 0}[e^{(-\alpha(e^{0^{\beta}}-1))}] \quad \to \quad [e^{(-\alpha(1-1))}] \quad = \quad 1$$

$$2\text{- } \lim_{x\to\infty}\left[e^{\left(-\alpha\left(e^{x^{\beta}}-1\right)\right)}\right]$$

$$\lim_{x\to\infty}\left[e^{\left(-\alpha\left(e^{\infty^{\beta}}-1\right)\right)}\right] \;\rightarrow\; \left[e^{\left(-\alpha\left(e^{\infty}-1\right)\right)}\right]$$



$= 0$

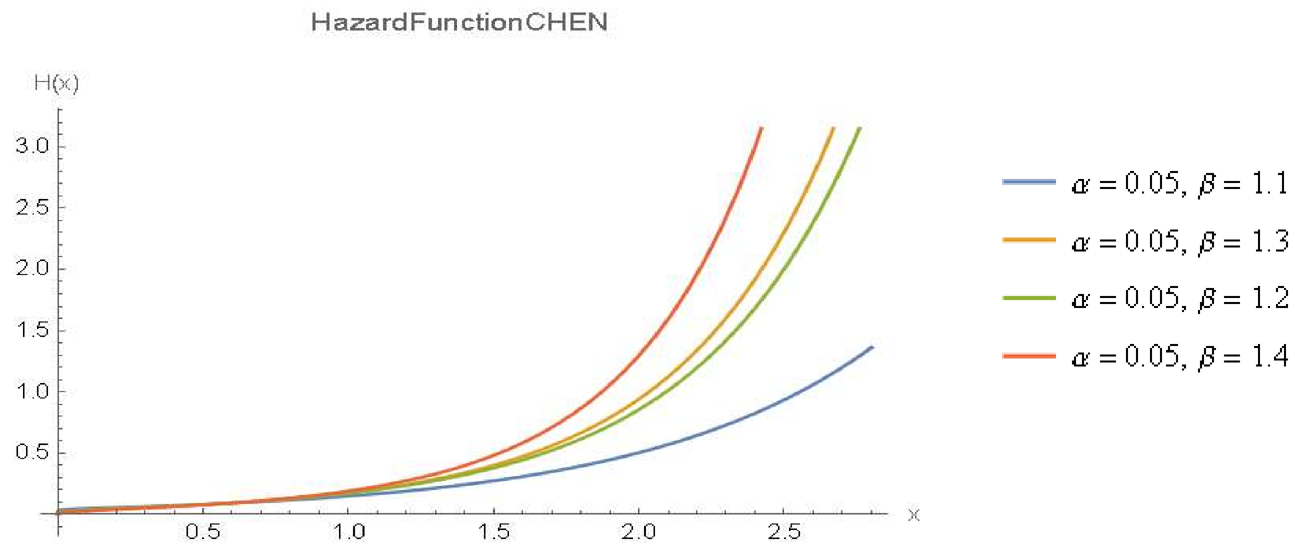
شكل (3-2) دالة المعولية لتوزيع Chen [من عمل الباحث]

4 - دالة معدل الفشل: Failure Rate function

دالة الفشل لمتغير عشوائي يتوزع (Chen) تعطى بالمعادلة (10-2) :

$$h(x) = \frac{f(x)}{R(x)}$$

$$h(x) = \alpha\beta x^{\beta-1} e^{x^{\beta}} \qquad ...(2\text{-}10)$$



شكل (2-4) يمثل دالة الفشل لتوزيع Chen [من عمل الباحث]

5- العزم اللامركزي: Non- central moments

لم يتمكن الباحثون من ايجاد العزوم لهذا التوزيع ولم يتم التطرق اليه من قبل الكثير من الباحثين عدا ما جاء به الباحث [28](Wang, R., etc) في صفحة (12) والذي لجأ الى قاعدة Hopital's لأثبات ان جميع العزوم اللامركزية هي كمية غير معرفة ($-\infty$) في حين توصلنا الى ان العزم الرائي لتوزيع Chen كما في المعادلة (2-12)الباحث.

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} \alpha\beta x^{r+\beta-1} e^{x^{\beta}}\, e^{-\alpha(e^{x^{\beta}}-1)}\, dx$$

وبسبب صعوبة التكامل لهذه الدالة وعدم قدرة البرامج الرياضية على ايجاد الناتج سنقوم بالاتي:

Let:

$$x^{\beta} = y \qquad \rightarrow x = y^{\frac{1}{\beta}} \quad \rightarrow \qquad dx = \frac{1}{\beta} y^{\frac{1-\beta}{\beta}} dy$$

هنا فترة التوزيع لا تتغير $(0,\infty)$ وبالتعويض نحصل على الدالة الاتية:

$$E(x^r) = \int_0^\infty \alpha\beta y^{\frac{r+\beta-1}{\beta}} e^y \, e^{-\alpha(e^y-1)} \; \frac{1}{\beta} y^{\frac{1-\beta}{\beta}} dy$$

$$E(x^r) = \int_0^\infty \alpha y^{\frac{r}{\beta}} e^y \, e^{-\alpha(e^y-1)} \; dy$$

Let:

$$e^y = z \qquad \rightarrow \qquad y = \ln z \qquad \rightarrow \qquad dy = \frac{dz}{z}$$

هنا فترة التوزيع تتغير تصبح من $(1,\infty)$ ينتج لدينا الدالة الاتية:

$$E(x^r) = \int_1^\infty \alpha(\ln z)^{\frac{r}{\beta}} z \, e^{-\alpha(z-1)} \; \frac{dz}{z}$$

$$E(x^r) = \int_1^\infty \alpha(\ln z)^{\frac{r}{\beta}} \, e^{-\alpha(z-1)} \; dz$$

Let:

$$z - 1 = w \qquad \rightarrow \; z = w + 1 \qquad \rightarrow \; dz = dw$$

هنا فترة التوزيع تتغير فتصبح من $(0,\infty)$ ينتج لدينا الدالة الاتية:

$$E(x^r) = \int_0^\infty \alpha[(\ln(w+1))]^{\frac{r}{\beta}} \, e^{-\alpha w} \; dw$$

Let:

$$\alpha w = k \qquad \rightarrow \quad w = \frac{k}{\alpha} \qquad \rightarrow \; dw = \frac{dk}{\alpha}$$

هنا فترة التوزيع تبقى كما هي $(0,\infty)$ ينتج لدينا الدالة الاتية:

$$E(x^r) = \int_0^\infty \alpha[(\ln(\frac{k}{\alpha} + 1)]^{\frac{r}{\beta}} \, e^{-k} \; \frac{dk}{\alpha}$$

$$...(2\text{-}11)\quad E(x^r) = \int_0^{\infty} [(\ln(\frac{k+\alpha}{\alpha})]^{\frac{r}{\beta}} e^{-k}\ dk$$

اي ان:

$$E(x^r) = e^{\alpha} \ln\alpha^{\frac{-r}{\beta}} \boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{r+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]\right] \log[e]^{-\frac{r+\beta}{\beta}} \qquad ...(2\text{-}12)$$

معادلة (2-12) تمثل التوقع اللامركزي لتوزيع Chen باختلاف قيم (r) اعتمادا على برنامج Mathematical.

When : r =1 $\quad E(x^1) = e^{\alpha} \ln(\frac{1}{\alpha})^{\frac{1}{\beta}} \boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{1+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]\right] \log[e]^{-\frac{1+\beta}{\beta}}$

When: r =2 $\quad E(x^2) = e^{\alpha} \ln\alpha^{\frac{-2}{\beta}} \boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{2+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]\right] \log[e]^{-\frac{2+\beta}{\beta}}$

When: r =3 $\quad E(x^3) = e^{\alpha} \ln\alpha^{\frac{-3}{\beta}} \boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{3+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]\right] \log[e]^{-\frac{3+\beta}{\beta}}$

When: r =4 $\quad E(x^4) = e^{\alpha} \ln\alpha^{\frac{-4}{\beta}} \boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{4+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]\right] \log[e]^{-\frac{4+\beta}{\beta}}$

6- العزم المركزي: The Central Moments

$$E(x-\mu)^r = \int_0^{\infty} (x-\mu)^r \alpha\beta x^{\beta-1} e^{x^{\beta}}\ e^{-\alpha(e^{x^{\beta}}-1)}\ dx$$

$$\sum_{x=0}^{n} (a+b)^n = \sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} a^x b^{n-x}$$

$$E(x-\mu)^r = \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j * \alpha\beta x^{\beta-1} e^{x^{\beta}}\ e^{-\alpha(e^{x^{\beta}}-1)}\ dx$$

$$E(x-\mu)^r = \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} * \int_0^{\infty} x^j \alpha\beta x^{\beta-1} e^{x^{\beta}}\ e^{-\alpha(e^{x^{\beta}}-1)}\ dx$$

$$E(x-\mu)^r = \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty \alpha\beta x^{\beta+j-1} e^{x^\beta}\, e^{-\alpha(e^{x^\beta}-1)}\, dx$$

Let:

$$x^\beta = y \qquad \rightarrow \qquad x = y^{\frac{1}{\beta}} \qquad \rightarrow \qquad dx = \frac{1}{\beta} y^{\frac{1-\beta}{\beta}} dy$$

هنا فترة التوزيع لا تتغير $(0,\infty)$ وبالتعويض نحصل على الدالة الاتية:

$$= \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty \alpha\beta y^{\frac{j+\beta-1}{\beta}} e^{y}\, e^{-\alpha(e^{y}-1)} \;\; \frac{1}{\beta} y^{\frac{1-\beta}{\beta}} dy$$

$$= \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty \alpha y^{\frac{j}{\beta}} e^{y}\, e^{-\alpha(e^{y}-1)}\;\; dy$$

Let:

$$e^y = z \qquad \rightarrow \quad y = \ln z \quad \rightarrow \quad dy = \frac{dz}{z}$$

هنا فترة التوزيع تتغير تصبح من $(1,\infty)$ ينتج لدينا الدالة الاتية:

$$= \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_1^\infty \alpha(\ln z)^{\frac{j}{\beta}} z\, e^{-\alpha(z-1)} \;\; \frac{dz}{z}$$

$$= \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_1^\infty \alpha(\ln z)^{\frac{j}{\beta}}\, e^{-\alpha(z-1)} \;\; dz$$

Let:

$$z - 1 = w \qquad \rightarrow \; z = w + 1 \qquad \rightarrow \; dz = dw$$

هنا فترة التوزيع تتغير فتصبح من $(0,\infty)$ ينتج لدينا الدالة الاتية:

$$= \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty \alpha[(\ln(w+1))]^{\frac{j}{\beta}}\, e^{-\alpha w} \;\; dw$$

Let:

$$\alpha w = k \qquad \rightarrow \quad w = \frac{k}{\alpha} \qquad \rightarrow \; dw = \frac{dk}{\alpha}$$

هنا فترة التوزيع تبقى كما هي $(0,\infty)$ ينتج لدينا الدالة الاتية:

$$= \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty \alpha[(\ln(\frac{k}{\alpha}+1)]^{\frac{j}{\beta}} e^{-k} \; \frac{dk}{\alpha}$$

$$= \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty [(\ln(\frac{k+\alpha}{\alpha})]^{\frac{j}{\beta}} e^{-k} \; dk \qquad \text{....(2- 13)}$$

هنا مقدار التكامل في المعادلة (2-13) يساوي المعادلة (2-11) .

$$(x-\mu)^r = \sum_{j=0}^{r} \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \left[e^{\alpha} \ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}} \boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{j+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]\right] \log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}} \right] \qquad \text{...(2-14)}$$

معادلة (2-14) تمثل التوقع المركزي لتوزيع Chen باختلاف قيم (r) ومنها ينتج.

When r =1 $E(x-\mu)^r = 0$

When r =2

$$(x-\mu)^2 = \sum_{j=0}^{2} \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \left[e^{\alpha} \ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}} \boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{j+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]\right] \log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}} \right]$$

$$\sigma^2 = \sum_{j=0}^{2} \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \left[e^{\alpha} \ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}} \boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{j+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]\right] \log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}} \right]$$

$$(x-\mu)^3=\sum_{j=0}^{3}\binom{3}{j}(-\mu)^{3-j}\left[e^{\alpha}\ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}}\boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{j+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}}\right]$$

$$\sigma=\sqrt{\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}(-\mu)^{2-j}\left[e^{\alpha}\ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}}\boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{j+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}}\right]}$$

$$(x-\mu)^4=\sum_{j=0}^{4}\binom{4}{j}(-\mu)^{4-j}\left[e^{\alpha}\ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}}\boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{j+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}}\right]$$

7- معامل الاختلاف المركزي: Coefficient of variance:

هو احد المقاييس الاحصائية التي تعتمد لبيان مدى تشتت البيانات, ويمثل نسبة الانحراف المعياري الى الوسط الحسابي.

$$C.V=\frac{\sigma}{\mu_1}\times 100\%$$

$$C.V=\frac{\sqrt{\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}(-\mu)^{2-j}\left[e^{\alpha}\ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}}\boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{j+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}}\right]}}{e^{\alpha}\ln(\frac{1}{\alpha})^{\frac{1}{\beta}}\boldsymbol{\Gamma}\left[\frac{1+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{1+\beta}{\beta}}} \quad ....(2\text{-}15)$$

8- معامل الالتواء: Coefficient of Skewness:

هو درجة الانحراف عن التماثل، فإذا كان منحنى توزيع الشكل العام للبيانات له طرف على يمين مركز التوزيع أطول من الطرف الايسر، فان التوزيع يسمى ملتوي لليمين وأن له التواء موجب، وإذا حدث العكس يقال إن التوزيع ملتوي لليسار وأنه سالب الالتواء.

$$S.K=\frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$....(2\text{-}16) \qquad s.k = \frac{\sum_{j=0}^{3}\binom{3}{j}(-\mu)^{3-j}\left[e^{\alpha}\ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}}\Gamma\left[\frac{j+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}}\right]}{\left[\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}(-\mu)^{2-j}*\{e^{\alpha}\ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}}\Gamma\left[\frac{j+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}}\}\right]^{\frac{3}{2}}}$$

9- معامل التفلطح: Coefficient of Kurtosis:

التفلطح هو مؤشر لقياس درجة تحدب دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي حقيقي، وهو إلى جانب التجانس، من أهم معالم أشكال توزيع المتغيرات العشوائية، ويمكن من وصف شكل توزيع الاحتمالات في جوار القيمة المتوقعة

$$C.K = \left(\frac{(x-\mu)^4}{\sigma^4}\right)$$

$$C.K = \frac{(x-\mu)^4}{((x-\mu)^2)^2}$$

$$....(2\text{-}17) \quad C.K = \frac{\sum_{j=0}^{4}\binom{4}{j}(-\mu)^{4-j}\left[e^{\alpha}\ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}}\Gamma\left[\frac{j+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}}\right]}{\left(\sum_{j=0}^{2}\binom{2}{j}(-\mu)^{2-j}\left[e^{\alpha}\ln\alpha^{\frac{-j}{\beta}}\Gamma\left[\frac{j+\beta}{\beta},\alpha\log[e]\right]\log[e]^{-\frac{j+\beta}{\beta}}\right]\right)^2}$$

10- الدالة المولدة للعزوم: Moment Generating Function

ليكن X متغيرًا عشوائيًا يتبع توزيع (Chen) ، يمكن الحصول على الدالة المولدة للعزوم (m.g.f):

$$M_x(t) = E(e^{tx})$$

$$= \int_0^{\infty} e^{tx} f(x,\beta,\alpha)\,.\,dx$$

$$M_X(t) = \int_0^{\infty}\left(1 + tx + \frac{(tx)^2}{2!} + \cdots + \frac{(tx)^r}{r!}\right) f(x,\alpha,\beta).\,dx$$

$$M_X(t) = \int_0^{\infty}\frac{t^r}{r!}x^r f(x,\alpha,\beta).\,dx$$

$$M_X(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} x^r f(x, \alpha, \beta).dx$$

$[\ x^r f(x, \alpha, \beta).dx)\ ]$ = هو عبارة عن ناتج العزم اللامركزي في معادلة (2-12).

$$M_X(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \left[e^{\alpha} \ln\alpha^{\frac{-r}{\beta}} \Gamma(\frac{r+\beta}{\beta}, \alpha \log[e]) \log[e]^{-\frac{r+\beta}{\beta}} \right] \quad ....(2\text{-}18)$$

2–4 التوزيعات الاحتمالية المركبة[18][7][21]: Compounding Probability Distributions

يمكن تعريف التوزيعات المركبة على انها التوزيعات التي يتم الحصول عليه عن طريق توزيعين او اكثر ضمن اطار مفهوم تجانس المجتمع، وان عملية الحصول على توزيع المركب المطلوب تتم بعدة اساليب منها (الدالة التراكمية c.d.f، التوسعة Extended، Topp-Leone، Marshall-Olkin) والكثير من الطرق في هذه الاطروحة تم الاعتماد على اسلوب الباحث(Adamidis،1998)[5].

2–4–1 توزيع (Chen– Truncate Poisson)المركب:

Compound Chen- Truncate Poisson distribution

ان التوزيع المقترح الذي نسعى للحصول عليه وبناء دالة احتمالية له هو عبارة عن تركيب توزيعين هما توزيع (Truncate Poisson) وتوزيع (Chen) المستمر وفي هذه الاطروحة تم الاعتماد على اسلوب الباحث [4](Adamidis،1998) ويعد هذا الاسلوب من الاساليب المستعملة في تركيب التوزيعات اذ ظهر لأول مرة عام(1998) لتركيب التوزيع الاسي مع التوزيع الهندسي ، ومن مميزات هذا الاسلوب ان التوزيعات التي يتم الحصول عليها تكون من نوع المستمر ويكون الهدف من دراستها هو تقدير المعلمات التوزيع فضلا عن تقدير دالة المعولية.

لهذا الاسلوب قاعدة خاصة يتم اعتمادها للحصول على التوزيع الجديد ويحتاج الى عدة نقاط يجب توفرها سنبينها الواحدة تلوى الاخرى، وللتوضيح نفترض وجود ($Y_{i=1}^{m}$) من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتماثلة التوزيع (Independent Identically Distribution) التي تتوزع وفقا لاحد توزيعات اوقات

الحياة الشائعة وان m يمثل متغيرا عشوائيا يتوزع وفقا لاحد التوزيعات الاحتمالية المتقطعة وعليه فان المتغير العشوائي x معرف كالاتي:

$$X = \min (Y_i) \quad \text{او} \quad X = \max (Y_i) \qquad (2-19)$$

اي اكبر وقت لحين حدوث الفشل او اقل وقت لحين حدوث الفشل

ولحساب الدالة الاحتمالية الى x يتم عن طريق الاحصار الترتيبي (order statistics) سيتم الحصول على التوزيع الشرطي، والذي عند ضربه بالدالة الاحتمالية للمتغير العشوائي m واخذ المجموع بالنسبة الى m للدالة الناتجة، سيتم الحصول على التوزيع المركب المقترح وفق المعادلة (2-20):

$$f(x,\theta) = \sum_{i=1}^{m} g(x \mid m, \theta)\, p(m) \qquad \ldots(2-20)$$

لنفرض وجود عدد من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتماثلة (i.i.d) التي تتوزع وفقا لتوزيع Chen بدالة كثافة احتمالية تعطى كالاتي:

$$0> t \quad f(x,\alpha,\beta) = \alpha\beta x^{\beta-1} e^{x^{\beta}} * \exp(-\alpha[e^{(x^{\beta})} - 1]) \quad ,$$

$(\alpha > 0)$: تمثل معلمة القياس , $(\beta > 0)$: تمثل معلمة الشكل

وليكن m يمثل متغير عشوائي يتوزع وفقا لتوزيع بواسون المنقطع عند الصفر بدالة كثافة احتمالية تعطى (2-3):

$$P(m,\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{m}}{m!}\left(1 - e^{-\lambda}\right)^{-1} \qquad m = 1, 2, \ldots$$

وبفرض ان x يمثل اقل وقت لحين الفشل من بين اوقات الفشل التي تتوزع وفقا لتوزيع Chen المذكور انفا:

$$X = \min (T_1, T_2, T_3, \ldots, T_m)$$

والذي يتم الحصول عليه بتطبيق صيغة الاحصاء الترتيبي (Order statistics) ومن ثم فان التوزيع الشرطي الى x بإعطاء m (عدد اوقات الفشل) سيكون على وفق الدالة الاتية:

$$g(x_i) = \frac{m!}{(j-1)!(m-j)!}[F(x_i)]^{j-1}[1-F(x_i)]^{m-j} * f(x) \qquad ...(2\text{-}21)$$

عن طريق تعويض الدالة التراكمية لتوزيع Chen (2-8)في المعادلة (2-21).

ومن تطبيق قاعدة (order statistics)

عندما (j=1)

$$g(x_i) = \frac{m!}{(j-1)!\,(m-j)!}[1-e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]}]^{j-1}[1-(1-e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]})]^{m-j} * f(x,\alpha,\beta)$$

$$g(x_i) = \frac{m(m-1)!}{(1-1)!\,(m-j)!}[1-e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]}]^{1-1}[1-1+e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]}]^{m-1} * f(x,\alpha,\beta)$$

$$g(x_i) = m[e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]}]^{-1} * e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]^{m}} * f(x,\alpha,\beta)$$

$$g(x_i) = m[e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]}]^{-1} * e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]^{m}} * \alpha\beta x^{\beta-1}e^{x^\beta}e^{-\alpha(e^{x^\beta}-1)}$$

$$g(x_i) = m\alpha\beta x^{\beta-1}e^{x^\beta} * e^{-\alpha\left[e^{x^\beta}-1\right]^{m}} \qquad ...(2-22)$$

وعليه فان الدالة الى المتغير العشوائي x الذي يتوزع وفقا لتوزيع Chen- Truncate Poisson المركب يمكن ايجادها بعد ايجاد الدالة المشتركة للمتغيرين العشوائيين x و m معادلتي (2-3)و(2-22) وتعويضهما في معادلة (2-20) وفقا للشكل التي:

$$f(x_i) = \sum\nolimits_{\forall m} g(x\ /m;\alpha\beta) * \ P(m\,,\lambda)$$

$$f(x,m,\alpha,\beta) = \sum\nolimits_{m=1}^{\infty} m\alpha\beta x^{\beta-1}e^{x^\beta}e^{\left[-\alpha m\left(e^{x^\beta}-1\right)\right]} * \frac{e^{-\lambda}\lambda^m}{m!(1-e^{-\lambda})}$$

$$f(x,m,\alpha,\beta)=\frac{\lambda\alpha\beta x^{\beta-1}e^{x^{\beta}}e^{-\lambda}}{(1-e^{-\lambda})}*\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\lambda^{m-1}\left[e^{-\alpha m\left(e^{x^{\beta}}-1\right)}\right]}{(m-1)!}$$

Let:

$$m\text{-}1 = c \quad \rightarrow \quad m = c + 1$$

وعليه فعندما $m = 1$ ، فان $c = 0$ وعندما $m= \infty$ فان ، $c = \infty$

$$f(x,m,\alpha,\beta)=\frac{\lambda\alpha\beta x^{\beta-1}e^{x^{\beta}}e^{-\lambda}}{(1-e^{-\lambda})}\sum_{c=0}^{\infty}\frac{\lambda^{c}\left[e^{-\alpha(c+1)\left(e^{x^{\beta}}-1\right)}\right]}{(c)!}$$

$$f(x,m,\alpha,\beta)=\frac{\lambda\alpha\beta x^{\beta-1}e^{x^{\beta}}e^{-\lambda}}{(1-e^{-\lambda})}\sum_{c=0}^{\infty}\frac{\lambda^{c}\left[\left(e^{c\alpha-c\alpha e^{x^{\beta}}+\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}}\right)\right]}{(c)!}$$

$$f(x,\alpha,\beta,\lambda)=\frac{\lambda\alpha\beta x^{\beta-1}e^{x^{\beta}}e^{-\lambda}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}{(1-e^{-\lambda})}\sum_{c=0}^{\infty}\frac{\lambda^{c}\left[\left(e^{c\alpha-c\alpha e^{x^{\beta}}}\right)\right]}{(c)!}$$

$$\sum_{c=0}^{\infty}\frac{\lambda^{c}e^{c(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}{c!}=\sum_{c=0}^{\infty}\frac{[\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}]^{c}}{c!}$$

$$\sum_{c=0}^{\infty}\frac{[\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}]^{c}}{c!}=e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}$$

وبالتالي فان الدالة الاحتمالية لتوزيع Chen – Truncate Poisson المركب ستكون بالصيغة الاتية.

$$f(x,\alpha,\beta,\lambda)=\frac{\alpha\beta\lambda x^{\beta-1}e^{-\lambda}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}}{1-e^{-\lambda}} \quad ....(2\text{-}23)$$

$$(\alpha,\beta,\lambda)>0,\ x>0$$

1-1-4-2خصائص توزيع Chen – Truncate Poisson المركب:

Properties Of Compound Chen - Truncate Poisson Distribution:

1- لأثبات الدالة احتمالية:

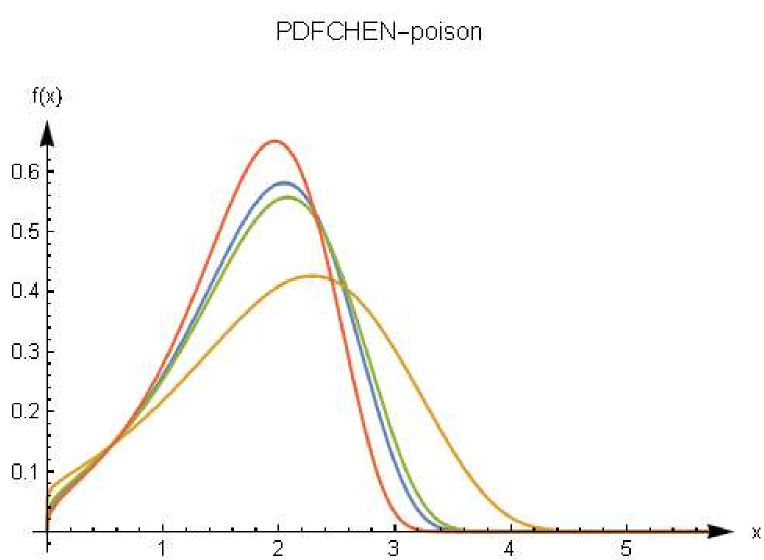
$$f(x,\alpha,\lambda) = \int_0^\infty \frac{\alpha\beta\lambda x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}}{e^\lambda - 1} dx$$

$$f(x,\alpha,\lambda) = \frac{-1}{e^\lambda - 1} \int_0^\infty -\alpha\beta\lambda x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}} dx$$

$$= \frac{-1}{e^\lambda - 1} [e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}]_0^\infty$$

$$= \frac{-1}{e^\lambda - 1} [\left(e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{\infty^\beta}\right)}}\right) - \left(e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{0^\beta}\right)}}\right)]$$

$$= \frac{-1}{e^\lambda - 1} [1 - e^\lambda] \quad \rightarrow \quad =1$$



شكل (2-5) يمثل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Chen-Truncate Poisson [من عمل الباحث]}

2- **الدالة التجميعية** : **cumulative distribution function:**

$$F(x,\alpha,\beta)=\frac{-1}{e^{\lambda}-1}\int_0^x -\alpha\beta\lambda x^{\beta-1}e^{x^{\beta}}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\,dx$$

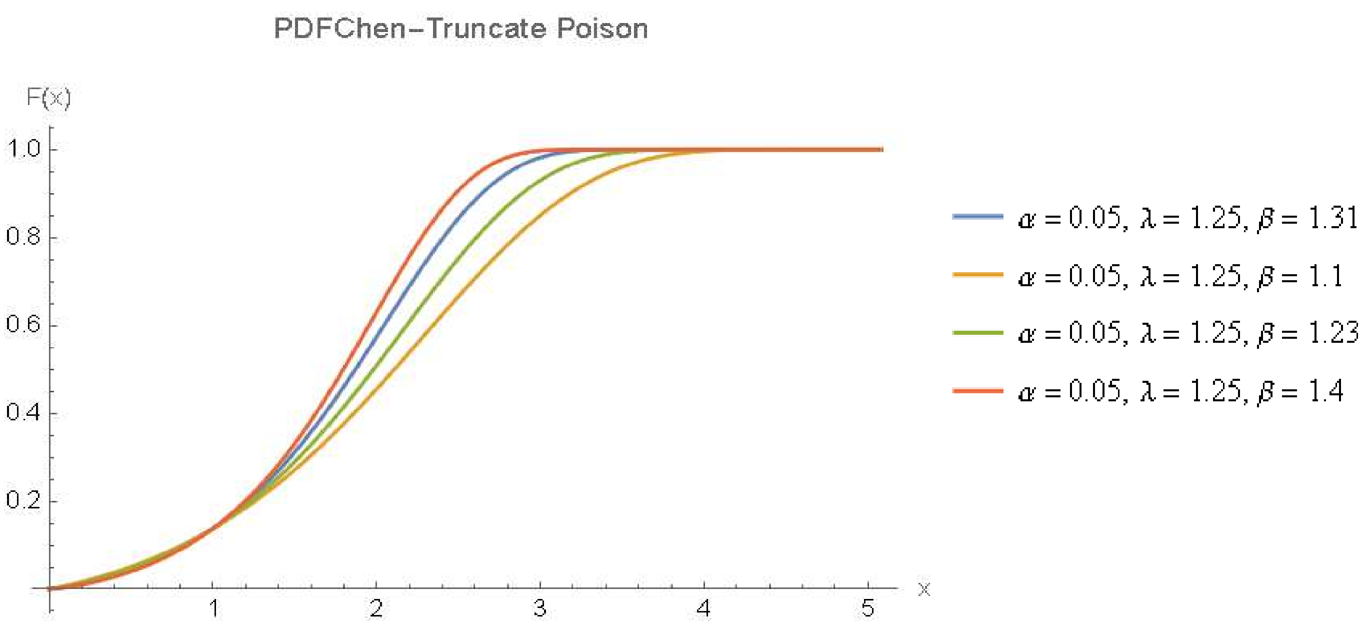
$$F(x,\alpha,\beta)=\frac{-1}{e^{\lambda}-1}\int_0^x\left[-\alpha\beta\lambda x^{\beta-1}e^{x^{\beta}}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]dx$$

$$=\frac{-1}{e^{\lambda}-1}\left[e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\begin{matrix}x\\0\end{matrix}$$

$$=\frac{-1}{e^{\lambda}-1}\left\{\left[e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}-e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{0^{\beta}}\right)}}\right]\right\}$$

$$F(x,\alpha,\beta)=\frac{-1}{e^{\lambda}-1}\left[e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}-e^{\lambda}\right]$$

$$F(x,\alpha,\beta,\lambda)=\frac{e^{\lambda}-e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}}{e^{\lambda}-1} \qquad ...(2\text{-}24)$$

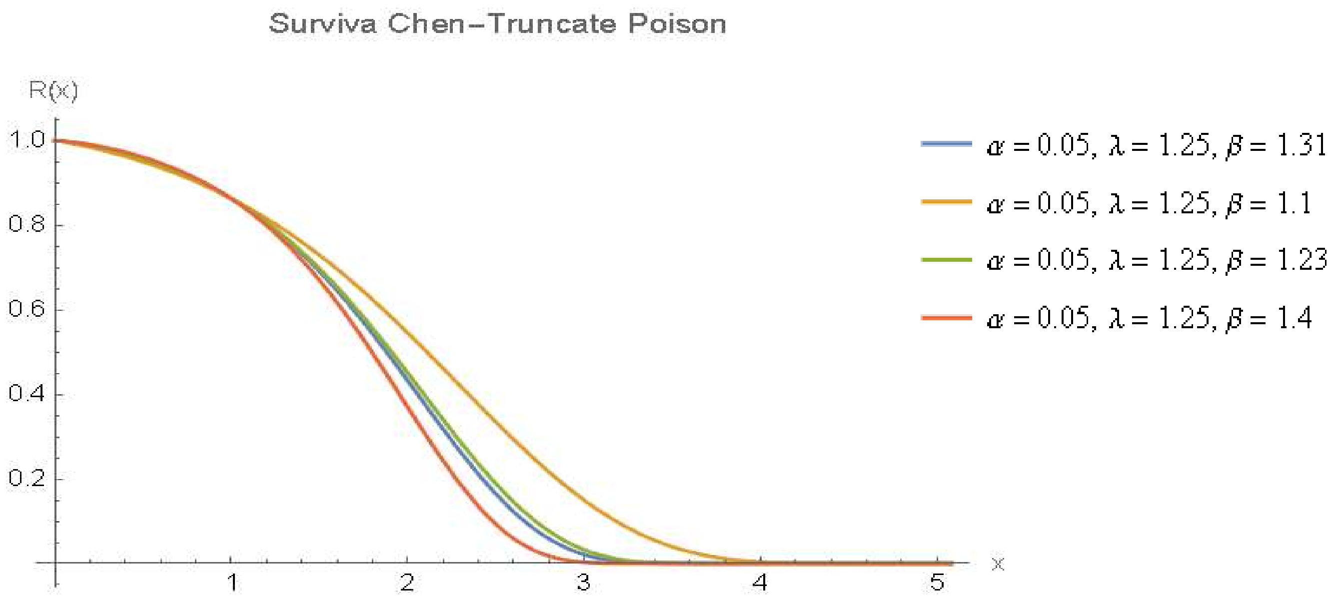


شكل (2-6) يمثل دالة التراكمية لتوزيع Chen-Truncate Poisson [من عمل الباحث]

3- **دالة المعولية :** **Reliability function**:

$$R(x,\alpha,\beta,\lambda) = 1 - F(x,\alpha,\beta,\lambda)$$

$$R(x,\alpha,\beta,\lambda) = 1 - \frac{e^{\lambda} - e^{\lambda e^{\left(\alpha - \alpha e^{x^{\beta}}\right)}}}{e^{\lambda} - 1} \qquad \text{...(2-25)}$$

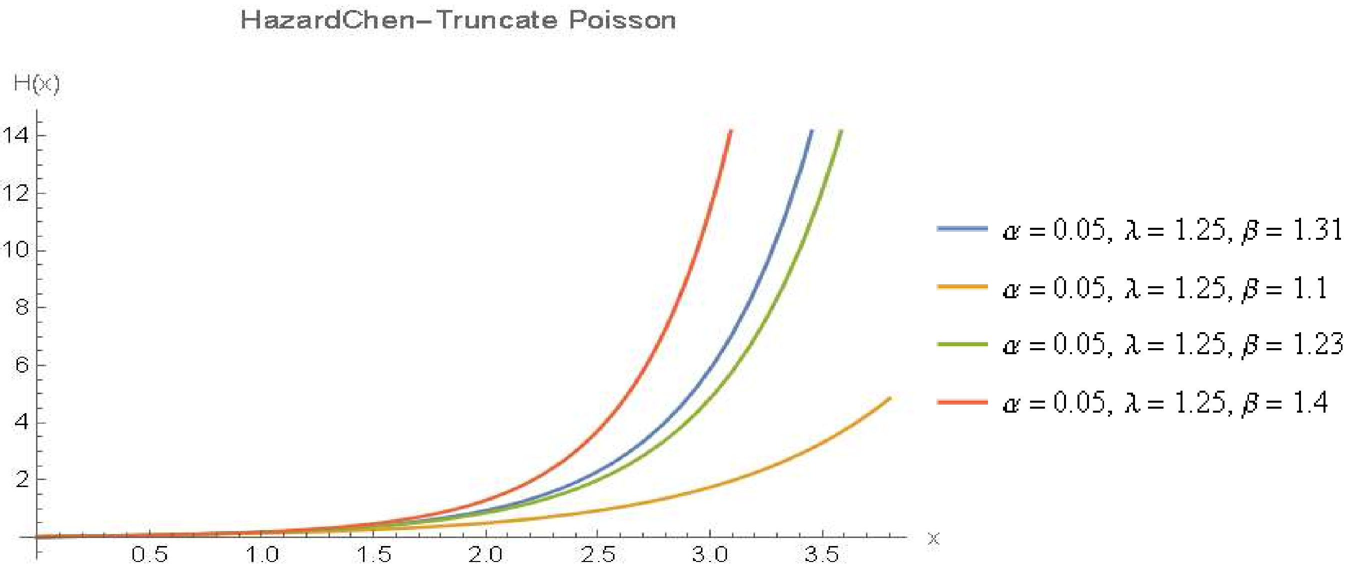


شكل (2-7) يمثل دالة المعولية لتوزيع Chen-Truncate Poisson [من عمل الباحث]

4- دالة معدل الفشل Failure Rate function

$$h(x,\alpha,\beta,\lambda) = \frac{f(x,\alpha,\beta,\lambda)}{R(x,\alpha,\beta,\lambda)}$$

$$h(\mathrm{x},\alpha,\beta,\lambda)=\frac{\alpha\beta\lambda x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}(e^{\lambda}-1)^{-1}}{1-[e^{\lambda}-e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}](e^{\lambda}-1)^{-1}} \quad \text{... (2-26)}$$



شكل (2-8) يمثل دالة معدل الفشل لتوزيع Chen-Truncate Poisson [من عمل الباحث]

5- دالة التوزيع العكسية :

$$U=F(x)$$

$$x=F^{-1}(x)$$

$$U=\frac{e^{\lambda}-e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}}{e^{\lambda}-1}$$

$$x=\left(\frac{\mathrm{Ln}[\alpha-\mathrm{Ln}[\frac{\mathrm{Ln}[\frac{e^{\lambda}}{1-e^{\lambda}}-\frac{e^{2\lambda}}{1-e^{\lambda}}+u-e^{\lambda}u]}{\lambda}]]}{\mathrm{Ln}[\alpha \mathrm{e}]}\right)^{\frac{1}{\beta}} \quad \text{...(2-27)}$$

6- الوسيط: **Median**

هو تلك القيمة التي تقسم المساحة تحت المنحني الى جزأيين متساويين ويمكن الحصول عليه في المعادلة (2-28).

$$\int_0^{m_e} f(x)\,dx = \int_{m_e}^{\infty} f(x)\,dx = 0.5$$

$$M = \{\frac{-1}{\alpha}\,[Ln\left(\frac{Ln\left(0.5e^{\lambda}-0.5\right)}{\lambda}\right) - \alpha\}^{\frac{1}{\beta}} \quad ...(2\text{-}28)$$

7- العزم اللامركزي : Non- central moments

$$E(x^r) = \frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\int_0^{\infty} x^{\beta+r-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\,dx$$

$$E(x^r) = \frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\int_0^{\infty} x^{\beta+r-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} e^{\lambda} e^{e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\,dx$$

بالاعتماد على متسلسلة تايلر

$$e^{-\alpha e^{x^{\beta}}} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n[\alpha]^n n^m}{n!m!} x^{m\beta}$$

$$E(x^r) = \frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1} e^{\lambda} e^{\alpha} e^{e^{\alpha}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n[\alpha]^n n^m}{n!m!} \int_0^{\infty} x^{\beta+r-1} x^{m\beta} e^{e^{-\alpha e^{x^{\beta}}}}\,dx$$

$$E(x^r) = \frac{\alpha\beta\lambda e^{\alpha+\lambda+e^{\alpha}}}{e^{\lambda}-1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n[\alpha]^n n^m}{n!\,m!} \int_0^{\infty} x^{\beta+r-1+m\beta} e^{e^{-\alpha e^{x^{\beta}}}}\,dx$$

$$E(x) = \frac{\alpha\beta\lambda e^{\alpha+\lambda+e^{\alpha}}}{e^{\lambda}-1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n[\alpha]^n n^m}{n!m!} \int_0^{\infty} x^{\beta+m\beta} e^{e^{-\alpha e^{x^{\beta}}}}\,dx \quad \ldots(2-29)$$

$$E(x^2) = \frac{\alpha\beta\lambda e^{\alpha+\lambda+e^{\alpha}}}{e^{\lambda}-1} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^n[\alpha]^n n^m}{n!\,m!}$$

$$* \int_0^{\infty} x^{\beta+1+m\beta} e^{e^{-\alpha e^{x^{\beta}}}}\,dx \quad \ldots(2-30)$$

$$var(x) = E(x^2) - \left(E(x)\right)^2 \quad ...(2-31)$$

2–5 دالة المعولية[19][8][3] : (Reliability Function)

المعولية هي اداة لمقياس مستوى الثقة بالنسبة للمكائن او الكائنات الحية عن طريق تحليل المتغيرات العشوائية ذات القيم الموجبة التي تمثل الوقت حتى حدوث الفشل بمرور الزمن، او درجة الضمان للوحدة (الماكنة، الجهاز) او للانظمة بصورة عامة من انها سوف تعمل بشكل ناجح في بيئة ضمن مدة زمنية معينة، اي انها احتمال ان تبقى الوحدة تؤدي عملها بنجاح على الاقل في مدة زمنية محددة من دون حدوث عطلات او توقف في عملها في هذه المدة.

نسعى عن طريق دالة المعولية الى تقيم اداء وكفاية الاجهزة او الانظمة بصورة عامة وتحديد المدة الزمنية للفشل كما يمكن وضع جداول زمنية للصيانة.

دالة المعولية للوحدة (الماكنة، الجهاز) التي لها الدالة التجميعية يرمز لها R(T) والتي تمثل احتمال ان وقت حياة الوحدة يتجاوز الزمن t وتعطى بالصورة الاتية:

$$R(T) = \Pr(T > t)$$

ويمكن اعادة كتابة المعادلة السابقة بالشكل الاتي

$$0 < t < \infty \qquad R(T) = 1 - \mathrm{F(t)} \qquad \ldots(2\text{-}32)$$

وابرز خصائص المعولية هي:

1- $0 \leq R(T) \leq 1$

2- $R(0) = P(x < 0)=1$

3- $R(\infty) = 0$

4- $R(x_1) \geq R(x_2) \qquad x_1 < x_2$

اذا كانت المعولية تساوي صفرا فان الجهاز لا يعمل اما اذا كانت واحد فهذا مؤشر على بداية العمل.

6-2 مفهوم نظرية بيز وطرائق التقدير [25][12][1]:

يتعامل اسلوب بيز مع المعلمات المجهولة على فرض انها متغير عشوائي (Variables Random) وهذه المعلمات لها معلومات اولية تختلف كما ونوعا اعتمادا على مدى المعلومات المتوفرة لدى الباحث عن طريق الخبرات او التجارب السابقة، نقطة الاختلاف في هذا الاسلوب في تحديد التوزيع الاحتمالي الاولي له بشكل دقيق وذلك لعدم دقة المعلومات او عدم توفرها، اذ توضع هذه المعلومات بشكل توزيع احتمالي اولي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية الاولية $P(\theta)$ (Prior p.d.f) اذ تعد هذه الدالة هي نقطة الفرق بين الطرائق البيزية والطرائق اللابيزية.

يتم الافادة من التوزيع الاولي عن طريق دمجه مع دالة الامكان الاعظم $P(Y|\theta)$ (Likelihood Function) للمشاهدات الحالية (Y) باستعمال صيغة بيز العكسية (Bayes Inversion Formula) اذ يتم الحصول على معلومات جيدة او قريبة من الواقع عن المعلمة المجهولة، وتوضع هذه المعلومات على شكل توزيع احتمالي يعرف بدالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة $P(\theta|Y)$ (Posterior .pdf) ،ويعد هذا التوزيع وصفا كاملا عن المعلمة المجهولة بوجود معلومات العينة.

ويتطلب اسلوب بيز في التقدير وجود دالة الخسارة اذ يتم الحصول على مقدر بيزي عن طريق تصغير دالة الخسارة المتوقعة للتوزيع اللاحق للمعلمة المجهولة(θ) ،بوجود بيانات العينة (Y) ،ويجب ان تحقق دالة الخسارة الشرطين الآتيين.

$$1.\ L(\hat{\theta},\theta) \geq 0 \quad \forall\hat{\theta},\forall\theta$$

$$2.\ L(\hat{\theta},\theta) = 0 \quad \forall\hat{\theta} = \forall\theta$$

الطرائق البيزية قسمت وفق المعلومات المتوفرة لها ،منها المدرسة البيزية المعتمدة على المعلومات الأولية المتوفرة حول المعلمة المراد تقديرها قد تتوفر المعلومات الأولية (توزيع احتمالي أولي) عن طريق الخبرة (Experience) أو التجارب المسابقة (Past Experiments) ففي هذا المجال هناك عدة طرائق للتقدير، منها طريقة بيز القياسية (Standard Bayes Method) ،توقع مقدر بيز (Expected Bayesian Estimator) وغيرها من الطرائق.

وإذا كانت المعلومات الأولية عن المعلمة هي تجارب مسبقة فإن طريقة التقدير التي تستعمل هذا النوع من المعلومات هي طريقة بيز التجريبية (Emperical Bayes Method).

1-6-2 **دوال الكثافة الاحتمالية الأولية**[13][1] : Prior Probability Distribution Function

تعتمد الطرائق البيزية على التوزيع الاولي والذي يعبر عن وجود او عدم وجود معلومات عن المعلمات المجهولة اذ تعد هذه المعلومات نقطة الدعم الرئيسة للأسلوب لأهميتها في عكس المعلومات الأولية المتوافرة لدى الباحث عن المعلمة (θ) المراد تقديرها وهذه المعلومات يتم الحصول عليها من بيانات وتجارب سابقة ، ان هذه المعلومات المتحصل عليها قليلة كانت او كثيرة قريبه من الاسلوب العلمي او بعيدة لها دور بارز في عملية اختيار دالة الكثافة الاحتمالية الاولية وسوف نورد هنا اربعة انواع من الدوال الاولية .

1- **دالة الكثافة الاحتمالية الأولية غير المعلوماتية** (Non Informative Prior p.d.f):

ويتم اختيار هذه الدالة في حال عدم توفر معلومات أولية كافية او عدم توفرها اطلاقا للمعلمة المطلوب تقديرها، وهنا وضع العالم (Jeffery) قاعدتين اساسيتين عن طريقهما يتم تحديد دالة الكثافة الاحتمالية الأولية المناسبة اعتمادا على مجال المعلمة.

القاعدة الاولى: اذا كان مجال المعلمة المراد تقديرها تمتلك قيمة في مجال لانهائي $(-\infty,\infty)$ فدالة الكثافة الاحتمالية الأولية تكون دالة الكثافة لتوزيع منتظم.

القاعدة الثانية: اما اذا كان مجال المعلمة ما بين $(0,\infty)$ اي المجال ضمن القيمة الموجبة من الاعداد الطبيعية فيستعمل توزيع لوغاريتمي منتظم.

2- **دالة الكثافة الاحتمالية الأولية المعلوماتية** (Informative Prior p.d.f):

تستعمل هذه الدالة في حالة وجود معلومات اولية كافية عن المعلمة المراد تقديرها ، قد يلجأ الباحث في كثير من الأحيان ولاسيما في الواقع التطبيقي إلى وضع قيود عن المعلمات المراد تقديرها مستندا في ذلك الى المعلومات المأخوذة عن تلك المعلمة، هنا تصبح هذه القيود مهمة في صياغة دالة الكثافة الاحتمالية

الأولية، تكون الدالة في هذه الحالة مشابه للدالة غير المعلوماتية من حيث تطبيق قاعدة (Jeffrey) بهدف الحصول على مقدر افضل، ويكون التوزيع الاولي ذو السلطة الاقوى في تحديد شكل المعلمة المقدرة مقارنة مع دالة الامكان.

3- دالة الكثافة الاحتمالية الأولية المعتمدة على عينة سابقة:

تستعمل هذه الدالة عندما تكون المعلومات المتوافرة عن المعلمات المراد تقديرها قليلة، لذا يتم الحصول على معلومات إضافية من تجارب سابقة أو حالية اذ تكون لدينا مجموعتان من البيانات المجموعة الاولى يكون لها توزيع احتمالي اولي غير معلوماتي بدمجه مع دالة الامكان للعينة الاولى نحصل على توزيع احتمالي لاحق للعينة الاولى، يتم استعمال هذا التوزيع كتوزيع احتمالي اولي للعينة الثانية ومن ثم توظيف المعلومات التي نحصل عليها من التجربة تحت الدراسة والتي تكون بصيغة دالة الإمكان الأعظم من اجل الحصول على توزيع ملائم ومنه يمكن الحصول على مقدر بيز لتلك المعلمة.

4 -دالة كثافة احتمالية أولية المرافقة الطبيعية (Normal Conjugate prior pdf):

ان لهذه الدالة صفات جيدة تميزها عن باقي الدوال التي تم ذكرها ما جعلها اكثر استعمالاً لأنها دالة احتمالية معروفة المعلمات فضلاً عن كونها واضحة ومحددة وملائمة اذ تبنى على دالة الإمكان لمشاهدات العينة الحالية بوصفها دالة بالمعلمة (θ) إذ إن دالة الكثافة الاحتمالية الأولية$P(\theta)$ ودالة الإمكان ودالة الكثافة الاحتمالية اللاحقة $P(\theta|Y)$تتماز بان لها الصيغ الدالية نفسها ولكن بمعلمات مختلفة جديدة هذا النوع من الدوال يفضل استعماله بدلاً عن دالة الكثافة الاحتمالية الأولية غير المعلوماتية التي تم التطرق أليها سابقا ومن اشهر الدوال الاولية المرافقة الطبيعية شيوعا هي دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة الاولية (طبيعي_ كاما).

2-6 -2دوال الخسارة[25][12]: Loss Functions

هي عبارة عن كمية الخسارة التي يمكن التعرض لها إذا تم تقدير المعلمة (θ) بالمقدر ($\widehat{\theta}$) فدائماً ما يكون هناك فرق بين المقدر والمقدر وتكون دالة الخسارة مقياس للفرق $(\theta - \widehat{\theta})$ وهي تعكس الدقة في

التقدير. هناك انواع مختلفة من دوال الخسارة منها دوال خسارة متماثلة (Symmetric Loss Functions) التي تفترض أن الخسارة متساوية أي هي نفسها في أي اتجاه، وهذا الافتراض لا يتحقق في عدة حالات وعليه برزت الحاجة الى استعمال دوال خسارة غير متماثلة (Asymmetric Loss Functions) وهذا النوع ينقسم على دوال الخسارة المتزنة Balanced Loss Function و دوال الخسارة غير متزنة Unbalanced Loss Function، إذ إن لدالة الخسارة اثر جلي في مقدر بيز فدالة الخسارة هي التي تحدد صيغة إيجاد المقدر،باختلاف دوال الخسارة متماثلة وغير متماثلة، ستكون تقديرات بيز ايضا مختلفة، والهدف هو الحصول على مقدر بيزي $\left(\hat{\theta}_{Bayes}\right)$تكون عنده الخسارة المتوقعة اللاحقة اقل ما يمكن.

1- دالة خسارة الخطأ التربيعية: Squared error Loss function_

وهي احدى دوال الخسارة المتمــــاثلة التي تفترض ان مقدار الخسارة المتحقق للخطأ الموجب مساوٍ للخطأ السالب بالاتجاه نفسه يمكن التعبير عنها بالشكل الآتي:

$$L(\theta^{\wedge},\theta)=(\theta^{\wedge}-\theta)^2 \quad \ldots \quad (2\text{-}33)$$

يمكن الحصول على مقدر بيز لمعلمة θ المعتمد على دالة الخسارة تربيعية على النحو الآتي:

$$\theta_{SE}^{\wedge}=E(\theta|X) \quad \ldots \quad (2\text{-}34)$$

2- دالة خسارة الانتروبي العامة: General Entropy Loss function

هي تعديل لدالة الخسارة الاسية الخطية (LINEX) المقترحة من (Varian،1975) و (Zellner،1986) والتي استعملها (Calabria and Pulcini , 1994) وتصنف من دوال الخسارة غير المتمـــاثلة ففي العديد من الحالات الطبيعية تبدو الخسارة النسبية$\hat{\theta}/\theta$ اكثر واقعية و يمكن التعبير عنها رياضياً بالشكل الأتي :

$$L(\theta^{\wedge},\theta)\alpha(\theta^{\wedge}-\theta)^q-qln(\theta^{\wedge}|\theta)-1 \quad , \quad q\neq 0 \quad \ldots \quad (2-35)$$

إذ أن : θ هو تقدير للمعلمة $\theta^{\wedge}$:

يمكن ان نحصل على مقدر بيز بالنسبة الى دالة الخسارة تربيعية المشار اليها سابقا كما يأتي :

$$\theta_{GE}^{\wedge} = [E\theta(\theta^{-q})]^{-\frac{1}{q}} \qquad \dots \quad (2-36)$$

بشرط ان يكون $E\theta(\theta^{-q})$ موجود ومحدود.

7-2 مقدر بيز القياسي المعلوماتي[29][13][2]:

Standard Informative Bayesian Estimator:

لإيجاد مقدر بيز القياسي والذي يعتمد على دالة التوزيع اللاحق التي تشمل المعلومات السابقة للمعلمة ومشاهدات العينة الحالية و دالة الخسارة (Loss Function) وتُعد من أدوات الحكم على أداء المعلمة المقدرة ففي هذه الاطروحة سيتم استعمال نوعين من دوال الخسارة متماثلة وتدعى بدالة الخسارة التربيعية (Squared Error Loss Function (SEL)) وغير متماثلة وهي دالة خسارة انتروبي عامة (General Entropy Loss Function (EL)).

خطوات ايجاد مقدر بيز القياسية :

1-إيجاد دالة الكثافة الشرطية للمعلمة θ للمتغير العشوائي $t_1, t_2, \dots, t_n$

$$\pi(\theta|t) = \frac{L(\theta|t)g(\theta)}{\int_{\theta} L(\theta|t)g(\theta)d\theta} \qquad \dots \quad (2-37)$$

إذ أن:

$L(\theta|t)$: يمثل دالة الإمكان لمشاهدات العينة .

$g(\theta)$: تمثل الاحتمال الاولي للمعلمة θ.

2-استعمال دوال الخسارة $L(\hat{\theta},\theta)$ التي تم تعريفها على انها دوال حقيقية فعندما :

a- $L(\hat{\theta},\theta) \geq 0 \qquad ; \ \forall\hat{\theta},\forall\theta$

b-$L(\hat{\theta},\theta) = 0 \qquad ; \ \forall\hat{\theta} = \theta$

3-إيجاد دالة الخسارة او المخاطرة للمعلمة θ.

$$\boldsymbol{Risk\ (\hat{\theta}) = E[\ L(\hat{\theta},\theta)] = \int_{\theta} L(\hat{\theta},\theta)\pi(\theta|t)d\theta \qquad \dots \quad (2-38)}$$

يهدف $E[\ L(\hat{\theta},\theta)]$ الى تقليل المخاطرة اقل ما يمكن (Risk Minimize) .

1-7-2 مقدر بيز القياسي في ظل دالة خسارة تربيعية[13][1]: (SBSEL)

Standard Bayesian Estimator Under Squared Error Loss function

يمكن تعريف مقدر بيز القياسي SB للمعلمة θ على انه متوسط التوزيع اللاحق (Posterior mean) للمعلمة العشوائية θ ، يمكن الحصول على معلمات توزيع (Chen -Truncate Poisson) بطريقة SB باستعمال دالة الاحتمال اولية المعلوماتية (.Prior dist) و دالة الخسارة التربيعية (Squared Error Loss function) اعتمادا على اسلوب المحاكاة لتبسيط التكاملات المعقدة ، اما فيما يخص التوزيعات الأولية للمعلمات المراد تقديرها توصلنا الى ان التوزيعات الاولية المقترحة هي توزيع كاما للمعلمات الموجودة:

$\lambda \sim \text{Gamma}\ (a_1 . b_1)$

$\alpha \sim Gamma\ (a_2 . b_2\ )$

$\beta \sim Gamma\ (a_3 . b_3\ )$

فعلية تكون دالة الكثافة الاحتمالية الأولية (.Prior Dist) لكل معلمة كما يأتي :

$$\boldsymbol{\pi_1}(\lambda) = \frac{\mathbf{b_1}^{\mathbf{a_1}}}{\Gamma(\mathbf{a_1})} \lambda^{\mathbf{a_1 - 1}} \mathbf{e}^{-\mathbf{b1}\lambda} \qquad ; \lambda > \mathbf{0} \qquad \textbf{...} \quad (2\text{-}39)$$

$$\textbf{...}\ (2\text{-}40) \qquad \pi_2(\alpha) = \frac{b_2{}^{a_2}}{\Gamma(a_2)} \alpha^{a_2 - 1} e^{-b_2 \alpha} \qquad ; \alpha > 0$$

$$\textbf{...}\ (2\text{-}41)\ \pi_3(\beta) = \frac{b_3{}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3 - 1} e^{-b_3 \beta} \qquad ; \beta > 0$$

من ثم نجد دالة التوزيع المشترك الاولي (Joint Prior) والذي يمثل حاصل ضرب دوال الكثافة الاحتمالية الأولية التي تم فرضها آنفاً وكما يأتي :

$$\pi_1 \left(\lambda\right) \pi_2(\alpha) \pi_3(\beta) = \frac{b_1{}^{a_1}}{\Gamma(a_1)} \lambda^{a_1 - 1} e^{-b1\lambda} \frac{b_2{}^{a_2}}{\Gamma(a_2)} \alpha^{a_2 - 1} e^{-b_2 \alpha}\ \frac{b_3{}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3 - 1} e^{-b_3 \beta} \qquad \dots (2 - 42)$$

نفرض ان:

$$\frac{b_1{}^{a_1}}{\Gamma(a_1)} \frac{b_2{}^{a_2}}{\Gamma(a_2)} \frac{b_3{}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} = \boldsymbol{A}$$

علما ان دالة الإمكان للمشاهدات $X_1, X_2, \dots, X_n$ لتوزيع (Chen - Truncate Poisson) تكتب بالشكل الآتي :

$$f(x;\lambda,\alpha,\beta)=\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}$$

$$Lf(x;\lambda,\alpha,\beta)=\prod_{i=1}^{n}f\,(x;\lambda,\alpha,\beta)$$

$$Lf(x;\lambda,\alpha,\beta)=\prod_{i=1}^{n}\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}$$

$$Lf(x;\lambda,\alpha,\beta)=\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\qquad\ldots(2-43)$$

وستكون التوزيعات اللاحقة للمعلمات λ,α,β كالآتي:

$$h(\lambda,\alpha,\beta|\vec{x})=\frac{\prod_{i=1}^{n}f(x_i;\lambda,\alpha,\beta)\pi_1(\lambda)\pi_2(\alpha)\pi_3(\beta)}{\int_{\lambda}\int_{\alpha}\int_{\beta}\prod_{i=1}^{n}f(x_i;\lambda,\alpha,\beta)\pi_1(\lambda)\pi_2(\alpha)\pi_3(\beta)d\beta d\alpha d\lambda}\qquad\ldots(2-44)$$

$$h(\lambda,\alpha,\beta|\vec{x})=\frac{A\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\lambda^{a_1-1}\alpha^{a_2-1}\beta^{a_3-1}\left(e^{-b_1\lambda-b_2\alpha-b_3\beta}\right)}{A\int_{\lambda}\int_{\alpha}\int_{\beta}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\lambda^{a_1-1}\alpha^{a_2-1}\beta^{a_3-1}\left(e^{-b_1\lambda-b_2\alpha-b_3\beta}\right)d\beta\, d\alpha\, d\lambda}$$

$$h(\lambda,\alpha,\beta|\vec{x})=\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\lambda^{a_1-1}\alpha^{a_2-1}\beta^{a_3-1}\left(e^{-b_1\lambda-b_2\alpha-b_3\beta}\right)}{\int_{\lambda}\int_{\alpha}\int_{\beta}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\lambda^{a_1-1}\alpha^{a_2-1}\beta^{a_3-1}\left(e^{-b_1\lambda-b_2\alpha-b_3\beta}\right)d\beta\, d\alpha\, d\lambda}$$

ومن ذلك يمكن ان نستنتج التوزيع اللاحق لكل معلمة من المعلمات المراد تقديرها كالآتي:

$$\text{)5... (2-4}\quad h1\,(\lambda|\,\alpha,\beta,\vec{x})=\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_{\lambda}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)d\lambda}$$

$$\text{)6... (2-4}\qquad h2\,(\alpha|\,\lambda,\beta,\vec{x})=\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_{\alpha}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)d\alpha}$$

$$\text{)7... (2-4}\qquad h3\,(\beta|\,\lambda,\alpha,\vec{x})=\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}\right]\beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_{\beta}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)d\beta}$$

فأن مقدر بيز في ظل دالة الخسارة التربيعية الذي يجعل توقع دالة الخسارة اقل ما يمكن والتي تمثل دالة المخاطرة بعد ايجاد المشتقة الاولى بالنسبة للمعلمة المراد تقديرها ومساواتها بالصفر:

$$\mathrm{Risk} = \mathrm{E}(\mathrm{d}(\theta) - \hat{\mathrm{d}}(\theta))^2)$$

$$\mathrm{Risk} = \int_{\forall\theta} (\mathrm{d}(\theta)^2 - 2\mathrm{d}(\theta)\hat{\mathrm{d}}(\theta) + \hat{\mathrm{d}}(\theta)^2)\mathrm{h}\ (\lambda, \alpha, \beta|\vec{\mathrm{x}})\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{Risk} = \hat{\mathrm{d}}(\theta)^2 - 2\hat{\mathrm{d}}(\theta)\mathrm{E}\big(\mathrm{d}(\theta)\big|\underline{\mathrm{x}}\big) + \mathrm{E}\big(\mathrm{d}(\theta)^2\big|\underline{\mathrm{x}}\big) \qquad \ldots(2-48)$$

وباشتقاق المعادلة (2-48) بالنسبة للـ $\hat{d}(\delta)$ ومساواة المشتقة بالصفر نحصل على :

$$\frac{\delta E(d(\theta) - \hat{d}(\theta))^2)}{\delta \hat{d}(\theta)} = 0$$

$$2\hat{d}(\theta) - 2E\big(d(\theta)\big|\underline{x}\big) = 0$$

$$\therefore \hat{d}(\theta)_{SEL} = E_\delta\big(\theta\big|\underline{x}\big) \qquad \ldots \quad (2\text{-}49)$$

إذ أن :

$d(\theta)$: القيمة الحقيقية للمعلمة المراد تقديرها

$\hat{d}(\theta)$: مقدر المعلمة

$\hat{d}(\theta)_{\mathrm{SBSEL}}$: مقدر بيز القياسي للمعلمة المراد تقديرها في ظل دالة الخسارة التربيعية

لذلك فان مقدر بيز القياسي لمعلمات توزيع **(Chen-Truncate Poisson)** يكون كالآتي:

$$\hat{\lambda}_{\mathrm{SBSEL}} = \frac{\partial}{\partial\hat{\lambda}}\left[\int_\lambda \left(\left(\lambda - \hat{\lambda}\right)^2\right) \mathrm{h}_1\ (\lambda|\ \alpha, \beta, \vec{\mathrm{x}})\mathrm{d}\lambda\right] = 0$$

$$= \frac{\partial}{\partial\hat{\lambda}}\left[\int_\lambda \left(\lambda - \hat{\lambda}\right)^2 \right.$$

$$\left. * \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_\lambda \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}\right]\lambda^{a_1-1}(e^{-b1\lambda})\ d\lambda} d\lambda\right]$$

$$= 0 \qquad \ldots(\ 2 - 50)$$

$$\hat{\alpha}_{SBSEL} = \frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}}\left[\int_\alpha (\alpha - \hat{\alpha})^2 h_2\ \big(\alpha|\lambda, \beta, \vec{x}\big)d\alpha\right] = 0$$

$$=\frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}}\ (\alpha-\hat{\alpha})^2\ \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda-1}}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^\beta}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^\beta}\right)}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_\alpha\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda-1}}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^\beta}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^\beta}\right)}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)\ d\alpha}\ d\alpha] =$$

$$0 \qquad \ldots(2-51)$$

$$\hat{\beta}_{SBSEL}=\frac{\partial}{\partial\hat{\beta}}\left[\int_\beta\left(\beta-\hat{\beta}\right)^2 h_3\ (\beta|\ \lambda,\alpha,\vec{x})d\beta\right]=0$$

$$=\frac{\partial}{\partial\hat{\beta}}\left[\int_\beta\ \left(\beta-\hat{\beta}\right)^2 * \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n\ \prod_{i=1}^n\ \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_\beta\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n\ \prod_{i=1}^n\ \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\beta^{a_3-1}(e^{-b3\beta})\ \ d\beta}\,d\beta\right]$$

$$=\mathbf{0}\quad \ldots.(2-52)$$

وان مقدر دالة المعولية لتوزيع **(Chen-Truncate Poisson)** في ظل دالة خسارة تربيعية

$$\hat{R}(X)_{SBSEL}=1-\frac{\left[e^{\lambda_{SBSEL}}-e^{\lambda_{SBSEL}e^{\left(\alpha_{SBSEL}-\alpha_{SBSEL}e^{x^{\beta_{SBSEL}}}\right)}}\right]}{e^{\lambda_{SBSEL}-1}} \qquad ..(2-53)$$

عند ملاحظة المعادلات (2-50)(2-51)(2-52) (2-53)نجد بانها معادلات غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق الاعتيادية وانما يتطلب حلها باستعمال طرائق التحليل العددي لذا سنلجأ الى طريقة تقريب ليندلي.

2-7-2 مقدر بيز القياسي المعلوماتي في ظل دالة خسارة انتروبي عامة[11][2]:

Standard Informative Bayesian Estimator under General Entropy Loss

مقدر بيز القياسي لمعلمات توزيع **(Chen- Truncate Poisson)** في ظل دالة الخسارة انتروبي عامة يكون كالآتي:

$$\hat{\lambda}_{SBEL}=\frac{\partial}{\partial\hat{\lambda}}[\int_\lambda\ \left(\left(\frac{\hat{\lambda}}{\lambda}\right)^q\ -q\log\frac{\hat{\lambda}}{\lambda}-1\ \right)^{\frac{-1}{q}}\ h_1\ (\lambda|\ \alpha,\beta,\vec{x})d\lambda]=0$$

$$\hat{\lambda}_{SBEL}=$$

$$\frac{\partial}{\partial\hat{\lambda}}\left[\int_\lambda\ \left(\left(\frac{\hat{\lambda}}{\lambda}\right)^q\ -q\log\frac{\hat{\lambda}}{\lambda}-1\ \right)^{\frac{-1}{q}} *\right.$$

$$\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_{\lambda}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\lambda^{a_1-1}(e^{-b1\lambda})\ d\lambda}d\lambda\Bigg]=0 \quad \dots(2-54)$$

$$\hat{\alpha}_{SBEL}=\frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}}\left[\int_{\alpha}\left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^{q}-q\log\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}-1\right)^{\frac{-1}{q}}h_2\left(\alpha|\ \lambda,\beta,\vec{x}\right)d\alpha\right]=0$$

$$\hat{\alpha}_{SBEL}=\frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}}\Bigg[\int_{\alpha}\left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^{q}-q\log\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}-1\right)^{\frac{-1}{q}}$$

$$*\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_{\alpha}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right]\alpha^{a_2-1}(e^{-b2\alpha})\ d\alpha}d\alpha\Bigg]$$

$$=0 \qquad \dots(2-55)$$

$$\hat{\beta}_{SBEL}=\frac{\partial}{\partial\hat{\beta}}\left[\int_{\beta}\left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^{q}-q\log\frac{\hat{\beta}}{\beta}-1\right)^{\frac{-1}{q}}h_3\ (\beta|\ \lambda,\alpha,\vec{x})d\beta\right]=0$$

$$=\frac{\partial}{\partial\hat{\beta}}[\int_{\beta}\left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^{q}-q\log\frac{\hat{\beta}}{\beta}-1\right)^{\frac{-1}{q}}*\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_{\beta}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\beta^{a_3-1}(e^{-b3\beta})\ d\beta}d\beta]$$

$$=0 \qquad \dots(2-56)$$

وان مقدر دالة المعولية لتوزيع (Chen- Truncate Poisson) في ظل دالة خسارة انتروبي عامة

$$\hat{R}(X)_{SBEL}=1-\frac{[e^{\lambda_{SBEL}}-e^{\lambda_{SBEL}e^{\left(\alpha_{SBEL}-\alpha_{SBEL}e^{x^{\beta_{SBEL}}}\right)}}]}{e^{\lambda_{SBEL}}-1} \quad \dots(2-57)$$

نلحظ أن المعادلات (2-54) و (2-55) و (2-56) *(2-57)*معادلات غير خطية (Non-Linear) ولا يمكن ان تحل بالطرائق التحليل الاعتيادية وانما يتطلب حلها باستعمال طرائق التحليل العددي لذلك سيتم استعمال تقريب ليندلي (Lindely Approximation) لايجاد مقدر بيز القياسي في ظل دالة الخسارة انتروبي عامة.

8-2 مقدر توقع بيز [2][14][25]: Expected Bayesian Estimator

واحدة من الطرائق البيزية التي قدمها الباحث Han عام (2006) في اختيار دالة كثافة احتمالية اولية تتضمن معلمات يتم اختيارها بالشكل الذي يجعل دالة الكثافة الاحتمالية الاولية متناقصة بالنسبة للمعلمة المراد تقديرها وتكون دوال الكثافة الاحتمالية للمعلمات كالآتي التي تتبع Uniform distribution:

$$\pi(a_1) = \frac{1}{m} \qquad 0 < a_1 < m \qquad ...(2\text{-}58)$$

$$\pi(b_1) = \frac{1}{m_1} \qquad 0 < b_1 < m_1 \qquad ...(2\text{-}59)$$

$$\pi(a_2) = \frac{1}{m_2} \qquad 0 < \alpha 2 < m_2 \qquad ...(2\text{-}60)$$

$$\pi(b_2) = \frac{1}{m_3} \qquad 0 < b_2 < m_3 \qquad ...(2\text{-}61)$$

$$\pi(a_3) = \frac{1}{m_4} \qquad 0 < a_3 < m_4 \qquad ...(2\text{-}62)$$

$$\pi(b_3) = \frac{1}{m_5} \qquad 0 < b_3 < m_5 \qquad ...(2\text{-}63)$$

$$\pi^*\left(a_1, a_2, a_{3,} b_1, b_2, b_3\right) \propto \frac{1}{m m_1\, m_2 m_3 m_4 m_5} \qquad ...(2\text{-}64)$$

إذ ان

$\pi^*\left(a_1, a_2, a_3, b_1, b_{2,} b_3\right)$: تمثل دالة الكثافة الاحتمالية المشتركة للمعلمات في التوزيعات الاحتمالية الأولية التي تستعمل لدراسة تأثير التوزيعات الأولية المختلفة على مقدر توقع بيز .

1-8-2 مقدر توقع بيز في ظل دالة خسارة تربيعية [20]:

Expectation Bayes estimator under a squared loss function (EBSEL)

وفق دالة الكثافة الاحتمالية الاولية في المعادلة (2-58),(2-59),(2-60),(2-61),(2-62),(2-63) وباستعمال طريقة توقع بيز لحصل على مقدرات المعلمات لتوزيع (Chen -Truncate Poisson).

$$\hat{\lambda}_{EBSEL} = \int_0^m \int_0^{m_1} \hat{\lambda}_{SBSEL} \pi(a_1)\pi(b_1) db_1 da_1$$

$$\hat{\lambda}_{EBSEL} = \int_0^m \int_0^{m_1} \frac{1}{m} \frac{1}{m_1} \left(\frac{\partial}{\partial \hat{\lambda}} \left[\int_\lambda \left(\lambda - \hat{\lambda}\right)^2 * \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^\beta}\right)} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_\lambda \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^\beta}\right)} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)\, d\lambda} d\lambda \right]\right) db_1 da_1 \quad ..(2-65)$$

$$\hat{\alpha}_{EBSEL} = \int_0^{m_2} \int_0^{m_3} \hat{\alpha}_{SBSEL} \pi(\alpha 2)\pi(b2) d\alpha 2b2$$

$$\hat{\alpha}_{EBSEL} = \int_0^{m_2} \int_0^{m_3} \frac{1}{m_2} \frac{1}{m_3} \left(\frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}} [\int_\alpha (\alpha - \hat{\alpha})^2 * \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_\alpha \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \alpha^{a_2-1}(e^{-b2\alpha})\, d\alpha} d\alpha \right) * db_2 da_2 \quad \ldots (2-66)$$

$$\hat{\beta}_{EBSEL} = \int_0^{m_4} \int_0^{m_5} \hat{\beta}_{SBSEL} \pi(\alpha 3)\pi(b3) d\alpha 3d3$$

$$\hat{\beta}_{EBSEL} = \int_0^{m_4} \int_0^{m_5} \frac{1}{m_4} \frac{1}{m_5} \left(\frac{\partial}{\partial \hat{\beta}} \left[\int_{\beta} (\beta - \hat{\beta})^2 * \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right] \beta^{a_1-1}\left(e^{-b1\beta}\right)}{\int_{\beta} \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})}}\right] \beta^{a_1-1}(e^{-b1\beta})\ d\beta} d\beta \right] \right) * db_3 da_3 \ldots..(2-67)$$

وان مقدر دالة المعولية لتوزيع (Chen - Truncate Poisson) في ظل دالة خسارة تربيعية :

$$\hat{R}(X)_{EBSEL} = 1 - \frac{[e^{\lambda_{EBSEL}} - e^{\lambda_{EBSEL} e^{\left(\alpha_{EBSEL} - \alpha_{EBSEL} e^{x^{\beta_{EBSEL}}}\right)}}]}{e^{\lambda_{EBSEL}-1}} \qquad \ldots..(2-68)$$

أن المعادلات (2-65),(2-66), (2-67), (2-68) معادلات غير خطية (Non-Linear) ولا يمكن حلها بالطرق التحليل الاعتيادية وانما يتطلب استعمال التحليل العددي لذلك سيتم استعمال تقريب ليندلي (Lindely Approximation) لإيجاد مقدرتوقع بيز في ظل دال خسارة تربيعية.

2-8-2مقدر توقع بيز في ظل دالة خسارة انتروبي عامة [25]] :

Expected Bayesian Estimator Under General Entropy Loss) (EBEL)

وفق دوال الكثافة الاحتمالية الاولية السابقة وباستعمال صيغة توقع بيز نحصل على مقدرات توقع بيز لتوزيع (Chen - Truncate Poisson) ذي الثلاث معلمات وفي ظل دالة خسارة انتروبي العامة كما يأتي:

$$\hat{\lambda}_{EBEL} = \int_0^{m} \int_0^{m_1} \hat{\lambda}_{EBEL} \pi(a_1)\pi(b_1) db_1 da_1$$

$$\hat{\lambda}_{EBEL} = \int_0^{m}\int_0^{m_1}\frac{1}{m}\,\frac{1}{m_1}\left(\frac{\partial}{\partial\hat{\lambda}}\left[\int_\lambda \left(\left(\frac{\hat{\lambda}}{\lambda}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\lambda}}{\lambda} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} * \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_\lambda\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)\,d\lambda}\,d\lambda\right]\right) * db_1da_1 \quad \ldots(2-69)$$

$$\hat{\alpha}_{EBEL} = \int_0^{m_2}\int_0^{m_3}\hat{\alpha}_{EBEL}\pi(\alpha2)\pi(b2)d\alpha2b2$$

$$\hat{\alpha}_{EBEL} = \int_0^{m_2}\int_0^{m_3}\frac{1}{m_2}\,\frac{1}{m_3}\left(\frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}}\left[\int_\alpha \left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} * \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_\alpha\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)\,d\alpha}\,d\alpha\right]\right) * db_2da_2 \quad \ldots(2-70)$$

$$\hat{\beta}_{EBEL} = \int_0^{m_4}\int_0^{m_5}\hat{\beta}_{EBEL}\pi(\alpha3)\pi(b3)d\alpha3d3$$

$$\hat{\beta}_{EBEL} = \int_0^{m_4}\int_0^{m_5}\frac{1}{m_4}\,\frac{1}{m_5}\left(\frac{\partial}{\partial\hat{\beta}}[\int_\beta \left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\beta}}{\beta} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} * \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_\beta\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)\,d\beta}\,d\beta]\right) * db_3da_3\ldots(2-71)$$

$$\widehat{R}(X)_{EBEL} = 1 - \frac{[e^{\lambda_{EBEL}} - e^{\lambda_{EBEL} e^{\left(\alpha_{EBEL} - \alpha_{EBEL} e^{EBEL}\right)}}]}{e^{\lambda_{EBEL}} - 1} \qquad \dots (2-72)$$

أن المعادلات (2-69),(2-70), (2-71) (2-72) معادلات غير خطية يصعب حلها لذلك نلجأ الى استعمال التحليل العددي طريقة تقريب ليندلي لنجد مقدرطريقة توقع بيز في ظل دالة خسارة انتروبية .

2-9 تقريب لندلي [2][9]: (Lindley Approximation)

وضع الباحث (Lindley) في عام (1980) حلا تقريبيا للتكامل الناتج عن استعمال طريقة مقدر بيز(Bayesian estimator) وبحسب اسلوب الباحث لندلي يعاد صياغة توقع الدالة الاولية حسب الصيغة الآتية :

$$E[u(\underline{\theta})\backslash x] = \frac{\int_{\Omega} u(\underline{\theta}) e^{L(\underline{\theta})+\rho(\underline{\theta})} d\underline{\theta}}{\int_{\Omega} e^{L(\underline{\theta})+\rho(\underline{\theta})} d\underline{\theta}} \qquad \dots (2-73)$$

إذ إن:

$L(\underline{\theta})$: لوغاريتم دالة الامكان الاعظم.

$\rho(\underline{\theta})$:لوغاريتم دالة التوزيع السابق للمعلمة $(\underline{\theta})$.

$u(\underline{\theta})$:اي دالة للمعلمة .$(\underline{\theta})$

وقد اقترح الباحث لندلي الصيغة الآتية لحل التكاملات الناتجة عن صيغة بيز وكالآتي:

$$E[u(\underline{\theta}) / x] = u(\hat{\theta}) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}[u_{ij} + 2u_i\rho_j]\,\sigma_{ij} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{m} L_{ijk}u_l\sigma_{ij}\sigma_{kl} \dots (2-74)$$

أذان:

m :تمثل عدد المعلمات ، (m=3) .

$u(\hat{\theta})$ **:**مقدر الامكان الاعظم لدالة المعلمات.

وأن:

$$L_{ijk} = \frac{\partial^3 L(\underline{\theta})}{\partial\underline{\theta}_1\, \partial\underline{\theta}_2\, \partial\underline{\theta}_3} |_{\underline{\theta}=\underline{\hat{\theta}}} \qquad i.j.k = 1.2.3 \qquad (2-75)$$

$$\partial\underline{\theta}_1 = \partial\lambda$$

$$\partial\underline{\theta}_2 = \partial\alpha$$

$$\partial\underline{\theta}_3 = \partial\beta$$

$$\sigma_{ij} = -\left(\frac{\partial^2 L(\underline{\theta})}{\partial\underline{\theta}_i\, \partial\underline{\theta}_j} |_{\underline{\theta}=\underline{\hat{\theta}}}\right)^{-1} \theta_1 = \alpha; \theta_2 = \beta; \theta_3 = \lambda\, , i.j = 1,2,3 \qquad (2-76)$$

$$\rho = \mathrm{Log}\left(\pi(\underline{\theta})\right) = \mathrm{Log}\left(\frac{{b_1}^{a_1}}{\Gamma(a_1)} \lambda^{a_1-1} e^{-b1\lambda} \frac{{b_2}^{a_2}}{\Gamma(a_2)} \alpha^{a_2-1} e^{-b_2\alpha}\, \frac{{b_3}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3-1} e^{-b_3\beta}\right) \qquad \ldots(2-77)$$

$$\rho_i = \frac{\partial \log(\rho)}{\partial\underline{\theta}_i} \qquad i = 1,2,3 \qquad \ldots(2-78)$$

$$u_i = \frac{\partial u(\underline{\theta})}{\partial\underline{\theta}_i}; \qquad i = 1,2,3 \qquad \ldots(2-79)$$

$$u_{ij} = \frac{\partial u^2}{\partial\underline{\theta}_i\, \partial\underline{\theta}_j} \qquad i.j = 1,2,3 \qquad \ldots(2-80)$$

وللحصول على مقدر بيز القياسي للمعلمات في ظل دالة خسارة تربيعية وعلى فرض ان:

$$u(\alpha) = \frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}} [\int_\alpha (\alpha-\hat{\alpha})^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_\alpha \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \alpha^{a_2-1}(e^{-b2\alpha})\; d\alpha} d\alpha] = 0 \quad \ldots(2-81)$$

$$u(\beta) = \frac{\partial}{\partial\hat{\beta}} \left[\int_\beta\; (\beta-\hat{\beta})^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_\beta \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \beta^{a_3-1}(e^{-b3\beta})\; d\beta} d\beta\right] = \mathbf{0} \ldots(2-82)$$

$$u(\lambda)=\frac{\partial}{\partial\hat{\lambda}}\left[\int_{\lambda}\left(\lambda-\hat{\lambda}\right)^{2}\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\lambda^{a_{1}-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_{\lambda}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\lambda^{a_{1}-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)\,d\lambda}\,d\lambda\right]=\mathbf{0}\ \ldots(2-83)$$

وباشتقاق المعادلة$(2-81)$, $(2-82)$ $(2-83)$بالنسبة للمعلمات (λ,α,β) فان:

$$u_{\alpha}=\frac{du_{\alpha}[\int_{\alpha}\left(\alpha-\hat{\alpha}\right)^{2}\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\alpha^{a_{2}-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_{\alpha}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\alpha^{a_{2}-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)\,d\alpha}\,d\alpha}{\partial\alpha}$$

$$u_{\beta}=\frac{du_{\beta}\left[\int_{\beta}\left(\beta-\hat{\beta}\right)^{2}\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\beta^{a_{3}-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_{\beta}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\beta^{a_{3}-1}\left(e^{-b3\beta}\right)\,d\beta}\,d\beta\right]}{\partial\beta}$$

$$u_{\lambda}=\frac{du_{\lambda}\left[\int_{\lambda}\left(\lambda-\hat{\lambda}\right)^{2}\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\lambda^{a_{1}-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_{\lambda}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\lambda^{a_{1}-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)\,d\lambda}\,d\lambda\right]}{\partial\lambda}$$

$$u_{\alpha\beta}=\left(\begin{array}{c}\dfrac{\boldsymbol{\partial^{2}}[\int_{\alpha}\left(\alpha-\hat{\alpha}\right)^{2}\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\alpha^{a_{2}-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_{\alpha}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\alpha^{a_{2}-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)\,d\alpha}\,d\alpha}{\partial\alpha\,\partial\beta}\\ \dfrac{\left[\int_{\beta}\left(\beta-\hat{\beta}\right)^{2}\frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\beta^{a_{3}-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_{\beta}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]\beta^{a_{3}-1}\left(e^{-b3\beta}\right)\,d\beta}\,d\beta\right]}{\partial\alpha\,\partial\beta}\end{array}\right)$$

$$u_{\alpha\beta}=u_{\beta\alpha}$$

$$u_{\alpha\alpha} = \frac{\partial^2\left[[\int_\alpha (\alpha-\hat{\alpha})^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_\alpha \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}(e^{-b2\alpha})\ d\alpha} d\alpha\right]}{\partial\alpha\alpha}$$

$$u_{\alpha\lambda} = \left(\begin{array}{c} \dfrac{\partial^2[\int_\alpha (\alpha-\hat{\alpha})^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_\alpha \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}(e^{-b2\alpha})\ d\alpha} d\alpha}{\partial\alpha\,\partial\lambda} \\ \dfrac{\left[\int_\lambda \left(\lambda-\hat{\lambda}\right)^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\lambda^{a_1-1}(e^{-b1\lambda})}{\int_\lambda \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\lambda^{a_1-1}(e^{-b1\lambda})\ d\lambda} d\lambda\right]}{\partial\alpha\,\partial\lambda} \end{array} \right)$$

$u_{\alpha\lambda} = u_{\lambda\alpha}$

$$u_{\lambda\beta} = \left(\begin{array}{c} \dfrac{\partial^2\left[\int_\lambda \left(\lambda-\hat{\lambda}\right)^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_\lambda \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\lambda^{a_1-1}(e^{-b1\lambda})\ d\lambda} d\lambda\right]}{\partial\lambda\,\partial\beta} \\ \dfrac{\left[\int_\beta \left(\beta-\hat{\beta}\right)^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\beta^{a_3-1}(e^{-b3\beta})}{\int_\beta \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda-1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]\beta^{a_3-1}(e^{-b3\beta})\ d\beta} d\beta\right]}{\partial\lambda\,\partial\beta} \end{array} \right)$$

$u_{\lambda\beta} = u_{\beta\lambda}$

$$u_{\beta\beta} = \frac{\partial^2 \left[\int_\beta \left(\beta - \hat{\beta}\right)^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right] \beta^{a_3 - 1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_\beta \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right] \beta^{a_3 - 1}\left(e^{-b3\beta}\right)\, d\beta} d\beta \right]}{\partial\beta\beta}$$

$$u_{\lambda\lambda} = \frac{\partial^2 \left[\int_\lambda \left(\lambda - \hat{\lambda}\right)^2 \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right] \lambda^{a_1 - 1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_\lambda \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right] \lambda^{a_1 - 1}\left(e^{-b1\lambda}\right)\, d\lambda} d\lambda \right]}{\partial\lambda\lambda}$$

$$L_{\alpha\beta\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\alpha\,\partial\beta\,\partial\lambda}$$

$$L_{\alpha\lambda\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\alpha\,\partial\lambda\,\partial\beta}$$

$$L_{\beta\,\alpha\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\beta\,\partial\alpha\,\partial\lambda}$$

$$L_{\beta\lambda\alpha} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\beta\partial\lambda\partial\alpha}$$

$$L_{\lambda\,\alpha\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\lambda\,\partial\alpha\partial\beta}$$

$$L_{\lambda\,\beta\alpha} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\lambda\,\partial\beta\partial\alpha}$$

$$L_{\alpha\alpha\,\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\alpha\partial\alpha\,\partial\beta}$$

$$L_{\lambda\lambda\,\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha - \alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\lambda\partial\lambda\,\partial\beta}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\beta\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\lambda\partial\beta\partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\beta\lambda\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\beta\partial\lambda\,\partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\alpha\alpha\,\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\alpha\partial\alpha\,\partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\alpha\lambda\,\alpha} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\alpha\partial\lambda\,\partial\alpha}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\alpha\,\alpha} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\lambda\partial\alpha\,\partial\alpha}$$

$$\mathrm{L}_{\beta\lambda\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\beta\partial\lambda\partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\beta\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\lambda\partial\beta\partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\beta\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\lambda\partial\beta\partial\beta}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\lambda\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{\left(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\lambda\partial\lambda\partial\lambda}$$

$$\rho_{\alpha} = \frac{\partial \mathrm{Log}\left(\frac{\mathrm{b_1}^{\mathrm{a_1}}}{\Gamma(\mathrm{a_1})} \lambda^{\mathrm{a_1}-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}1\lambda} \frac{\mathrm{b_2}^{\mathrm{a_2}}}{\Gamma(\mathrm{a_2})} \alpha^{\mathrm{a_2}-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b_2}\alpha}\ \frac{b_3{}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3-1} e^{-b_3\beta}\right)}{\partial\alpha}$$

$$\rho_{\beta} = \frac{\partial \mathrm{Log}\left(\frac{\mathrm{b_1}^{\mathrm{a_1}}}{\Gamma(\mathrm{a_1})} \lambda^{\mathrm{a_1}-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}1\lambda} \frac{\mathrm{b_2}^{\mathrm{a_2}}}{\Gamma(\mathrm{a_2})} \alpha^{\mathrm{a_2}-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b_2}\alpha}\ \frac{b_3{}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3-1} e^{-b_3\beta}\right)}{\partial\beta}$$

$$\rho_{\lambda} = \frac{\partial \mathrm{Log}\left(\frac{\mathrm{b_1}^{\mathrm{a_1}}}{\Gamma(\mathrm{a_1})} \lambda^{\mathrm{a_1}-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}1\lambda} \frac{\mathrm{b_2}^{\mathrm{a_2}}}{\Gamma(\mathrm{a_2})} \alpha^{\mathrm{a_2}-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b_2}\alpha}\ \frac{b_3{}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3-1} e^{-b_3\beta}\right)}{\partial\lambda}$$

$$\sigma_{\alpha\alpha} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\alpha\,\partial\alpha}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\alpha\,\partial\beta}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\alpha\lambda} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\alpha\,\partial\lambda}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\beta\alpha} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\beta\,\partial\alpha}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\beta\beta} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\beta\,\partial\beta}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\beta\lambda} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\beta\,\partial\lambda}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\lambda\beta} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\lambda\,\partial\beta}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\lambda\alpha} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)} e^{\lambda e^{\left(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}}\right)}}\right]}{\partial\lambda\partial\alpha}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\lambda\lambda} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right]}{\partial\lambda\partial\lambda}\right)^{-1}$$

أما تقدير بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (Bayes Estimate) للمعلمة (λ) باعتماد على الدوال سابقة الذي تمت الإشارة إليها سابقا في المعادلة (2-39) وعلى فرض ان $u(\lambda;\alpha;\beta) = \lambda$ فإن المعادلة (45 -2) تكون كالآتي:

$$\begin{aligned}
\hat{\lambda}_{\mathrm{SBSEL}} = \lambda_{\mathrm{ML}} &+ 0.5\mathrm{L}_{\alpha\beta\beta}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\alpha\beta}\sigma_{\beta\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\beta\lambda\lambda}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\beta\lambda\alpha}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\alpha\beta} \\
&+ 0.5\mathrm{L}_{\beta\lambda\beta}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\beta\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\beta\alpha\lambda}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\beta\alpha\alpha}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\alpha\beta} \\
&+ 0.5\mathrm{L}_{\beta\alpha\beta}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\beta\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\beta\beta\lambda}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\beta\beta}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\beta\beta\alpha}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\beta\beta}\sigma_{\alpha\beta} \\
&+ 0.5\mathrm{L}_{\beta\beta\beta}\mathrm{u}_{\beta}{\sigma^{\alpha}}_{\beta\beta} + 0.5\sigma_{\lambda\lambda}\mathrm{u}_{\lambda\lambda} + 0.5\sigma_{\lambda\alpha}\mathrm{u}_{\lambda\alpha} + 0.5\sigma_{\lambda\beta}\mathrm{u}_{\lambda\beta} \\
&+ 0.5\sigma_{\alpha\lambda}\mathrm{u}_{\alpha\lambda} + 0.5\sigma_{\alpha\alpha}\mathrm{u}_{\alpha\alpha} + 0.5\sigma_{\alpha\beta}\mathrm{u}_{\alpha\beta} + 0.5\sigma_{\beta\lambda}\mathrm{u}_{\beta\lambda} + 0.5\sigma_{\beta\alpha}\mathrm{u}_{\beta\alpha} \\
&+ 0.5\sigma_{\beta\beta}\mathrm{u}_{\beta\beta} + \sigma_{\beta\lambda}\mathrm{u}_{\beta}\rho_{\lambda} + \sigma_{\beta\alpha}\mathrm{u}_{\beta}\rho_{\alpha} + \sigma_{\beta\beta}\mathrm{u}_{\beta}\rho_{\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\lambda\lambda\alpha}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\alpha\beta} \\
&+ 0.5\mathrm{L}_{\lambda\alpha\lambda}\mathrm{u}_{\alpha}\sigma^{\alpha}_{\lambda\alpha} + 0.5\mathrm{L}_{\lambda\alpha\lambda}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\lambda\alpha\alpha}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\alpha\beta} \\
&+ 0.5\mathrm{L}_{\lambda\alpha\beta}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\beta\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\lambda\beta\lambda}\mathrm{u}_{\beta}\sigma^{\alpha}_{\lambda\beta} + 0.5\mathrm{L}_{\lambda\beta\alpha}\mathrm{u}_{\lambda}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\lambda} \\
&+ 0.5\mathrm{L}_{\lambda\beta\alpha}\mathrm{u}_{\alpha}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\alpha +}0.5\mathrm{L}_{\lambda\beta\alpha}\mathrm{u}_{\beta}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\beta}
\end{aligned}$$

$$\mathrm{u}_{\alpha} = \mathrm{u}_{\beta} = \mathrm{u}_{\lambda\alpha} = \mathrm{u}_{\lambda\beta} = \mathrm{u}_{\alpha\beta} = \mathrm{u}_{\alpha\alpha} = \mathrm{u}_{\beta\beta} = \mathrm{u}_{\alpha\lambda} = \mathrm{u}_{\beta\lambda} = \mathrm{u}_{\beta\alpha} = 0$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\alpha\beta} = \mathrm{L}_{\lambda\beta\alpha} = \mathrm{L}_{\alpha\lambda\beta} = \mathrm{L}_{\alpha\beta\lambda} = \mathrm{L}_{\beta\lambda\alpha} = \mathrm{L}_{\beta\alpha\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\lambda\alpha} = \mathrm{L}_{\lambda\alpha\lambda} = \mathrm{L}_{\alpha\lambda\lambda} = 0$$

$$\mathrm{L}_{\beta\beta\alpha} = \mathrm{L}_{\beta\alpha\beta} = \mathrm{L}_{\alpha\beta\beta} = 0$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\lambda\beta} = \mathrm{L}_{\lambda\beta\lambda} = \mathrm{L}_{\beta\lambda\lambda} \quad \mathrm{L}_{\beta\alpha\beta} = \mathrm{L}_{\beta\alpha\alpha}$$

أما تقدير بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (Bayes Estimate) للمعلمة (α) باعتماد على الدوال سابقة الذي تمت الإشارة إليها سابقا في المعادلة (2-40) وعلى فرض ان $u(\lambda;\alpha;\beta) = \alpha$ فإن المعادلة (46 -2) تكون كالآتي:

$$\begin{aligned}\widehat{\alpha}_{SBSEL} = \widehat{\alpha}_{mle} &+ u_{\alpha}\rho_{\alpha}\sigma_{\alpha\alpha} + u_{\alpha}\rho_{\beta}\sigma_{\alpha\beta} + +u_{\alpha}\rho_{\lambda}\sigma_{\alpha\lambda} + 0.5L_{\beta\lambda\alpha}u_{\alpha}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\alpha\alpha} \\ &+ 0.5L_{\beta\lambda\lambda}u_{\alpha}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\lambda\alpha} + 0.5L_{\lambda\alpha\alpha}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\alpha\alpha} + 0.5L_{\lambda\alpha\beta}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\beta\alpha} \\ &+ 0.5L_{\lambda\alpha\lambda}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\alpha}^{\beta} + 0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\alpha} + 0.5L_{\lambda\beta\lambda}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\lambda\alpha} \\ &+ 0.5L_{\lambda\lambda\alpha}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\alpha\lambda} + 0.5L_{\lambda\lambda\beta}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\beta\alpha} + 0.5L_{\lambda\lambda\lambda}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\lambda\alpha} \\ &+ 0.5L_{\alpha\alpha\alpha}u_{\alpha}\sigma_{\alpha\alpha}^{\beta} + 0.5L_{\alpha\alpha\beta}u_{\alpha}\sigma_{\alpha\alpha}\sigma_{\beta\alpha} + 0.5L_{\alpha\alpha\lambda}u_{\alpha}\sigma_{\alpha\alpha}\sigma_{\lambda\alpha}\end{aligned}$$

$$u_{\alpha} = u_{\beta} = u_{\lambda\alpha} = u_{\lambda\beta} = u_{\alpha\beta} = u_{\alpha\alpha} = u_{\beta\beta} = u_{\alpha\lambda} = u_{\beta\lambda} = u_{\beta\alpha} = 0$$

$$L_{\lambda\alpha\beta} = L_{\lambda\beta\alpha} = L_{\alpha\lambda\beta} = L_{\alpha\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\alpha} = L_{\beta\alpha\lambda}$$

$$L_{\lambda\lambda\alpha} = L_{\lambda\alpha\lambda} = L_{\alpha\lambda\lambda} = 0$$

$$L_{\beta\beta\lambda} = L_{\beta\alpha\beta} = L_{\alpha\beta\beta} = 0$$

$$L_{\lambda\lambda\beta} = L_{\lambda\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\lambda}$$

$$L_{\alpha\beta\beta} = L_{\beta\alpha\beta} = L_{\beta\alpha\alpha}$$

$$\rho_{\alpha} = -\frac{1}{\gamma_{\alpha}}; \rho_{\in\alpha} = -\frac{1}{\gamma_2}; \rho_3 = -\frac{1}{\gamma_3}$$

تقدير بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (Bayes Estimate) للمعلمة (β) باعتماد على الدوال سابقة الذي تمت الإشارة إليها سابقا في المعادلة (2-41) وعلى فرض ان $u(\alpha;\beta;\lambda) = \beta$ فإن المعادلة (2-47) تكون كالآتي:

$$\begin{aligned}\widehat{\beta}_{SBSEL} = \beta_{ML} &+ 0.5L_{\alpha\beta\beta}u_{\beta}\sigma_{\alpha\beta}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\lambda\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\lambda\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\alpha\beta} \\ &+ 0.5L_{\beta\lambda\beta}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\alpha\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\alpha\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\alpha\beta} \\ &+ 0.5L_{\beta\alpha\beta}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\beta\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\beta}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\beta\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\beta}\sigma_{\alpha\beta} \\ &+ 0.5L_{\beta\beta\beta}u_{\beta}\sigma^{\alpha}{}_{\beta\beta} + 0.5\sigma_{\lambda\lambda}u_{\lambda\lambda} + 0.5\sigma_{\lambda\alpha}u_{\lambda\alpha} + 0.5\sigma_{\lambda\beta}u_{\lambda\beta} \\ &+ 0.5\sigma_{\alpha\lambda}u_{\alpha\lambda} + 0.5\sigma_{\alpha\alpha}u_{\alpha\alpha} + 0.5\sigma_{\alpha\beta}u_{\alpha\beta} + 0.5\sigma_{\beta\lambda}u_{\beta\lambda} + 0.5\sigma_{\beta\alpha}u_{\beta\alpha} \\ &+ 0.5\sigma_{\beta\beta}u_{\beta\beta} + \sigma_{\beta\lambda}u_{\beta}\rho_{\lambda} + \sigma_{\beta\alpha}u_{\beta}\rho_{\alpha} + \sigma_{\beta\beta}u_{\beta}\rho_{\beta} + 0.5L_{\lambda\lambda\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\alpha\beta} \\ &+ 0.5L_{\lambda\alpha\lambda}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\alpha}^{\alpha} + 0.5L_{\lambda\alpha\lambda}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\lambda\alpha\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\alpha\beta} \\ &+ 0.5L_{\lambda\alpha\beta}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\lambda\beta\lambda}u_{\beta}\sigma_{\lambda\beta}^{\alpha} + 0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\lambda}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\lambda} \\ &+ 0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\alpha+}0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\beta}\end{aligned}$$

$$u_{\alpha} = u_{\beta} = u_{\lambda\alpha} = u_{\lambda\beta} = u_{\alpha\beta} = u_{\alpha\alpha} = u_{\beta\beta} = u_{\alpha\lambda} = u_{\beta\lambda} = u_{\beta\alpha} = 0$$

$$L_{\lambda\alpha\beta} = L_{\lambda\beta\alpha} = L_{\alpha\lambda\beta} = L_{\alpha\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\alpha} = L_{\beta\alpha\lambda}$$

$$L_{\lambda\lambda\alpha} = L_{\lambda\alpha\lambda} = L_{\alpha\lambda\lambda} = 0$$

$$L_{\beta\beta\alpha} = L_{\beta\alpha\beta} = L_{\alpha\beta\beta} = 0$$

$$L_{\lambda\lambda\beta} = L_{\lambda\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\lambda} \quad L_{\beta\alpha\beta} = L_{\beta\alpha\alpha}$$

وللحصول على مقدر بيز القياسي للمعلمات في ظل دالة خسارة انتر وبي عامة وعلى فرض ان:

$$u(\alpha) = \frac{\partial}{\partial\hat{\alpha}}\left[\int_\alpha \left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^q - q\log\frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_\alpha \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right) d\alpha} d\alpha\right]$$

$$= 0 \quad \dots(2-84)$$

$$\frac{\partial}{\partial\hat{\beta}}\left[\int_\beta \left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^q - q\log\frac{\hat{\beta}}{\beta} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_\beta \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right) d\beta} d\beta\right]$$

$$= \mathbf{0} \quad \dots(\mathbf{2-85})$$

$$\frac{\partial}{\partial\hat{\lambda}}\left[\int_\lambda \left(\left(\frac{\hat{\lambda}}{\lambda}\right)^q - q\log\frac{\hat{\lambda}}{\lambda} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_\lambda \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right) d\lambda} d\lambda\right] = \mathbf{0} \quad ..(\mathbf{2-86})$$

وباشتقاق المعادلة$(2-84)$, $(2-85)$ $(2-86)$بالنسبة للمعلمات (λ, α, β) فان:

$$u_\alpha = \frac{du_\alpha\left[\int_\alpha \left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^q - q\log\frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_\alpha \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right) d\alpha} d\alpha\right]}{\partial\alpha}$$

$$u_\beta = \frac{du_\beta\left[\int_\beta \left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^q - q\log\frac{\hat{\beta}}{\beta} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_\beta \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x^\beta})}}\right] \beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right) d\beta} d\beta\right]}{d_\beta}$$

$$
u_{\lambda} = \frac{du_{\lambda}\left[\int_{\lambda}\left(\left(\frac{\hat{\lambda}}{\lambda}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\lambda}}{\lambda} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_{\lambda}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)\,d\lambda}\,d\lambda\right]}{d\lambda}
$$

$$
u_{\alpha\beta} = \left(\begin{array}{c}
\dfrac{\partial^{2}\left[\int_{\alpha}\left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_{\alpha}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)\,d\alpha}\,d\alpha\right]}{\partial\alpha\,\partial\beta} \\
\dfrac{\left[\int_{\beta}\left(\left(\frac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\beta}}{\beta} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)}{\int_{\beta}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\beta^{a_3-1}\left(e^{-b3\beta}\right)\,d\beta}\,d\beta\right]}{\partial\alpha\,\partial\beta}
\end{array}\right)
$$

$$
u_{\alpha\beta} = u_{\beta\alpha}
$$

$$
u_{\alpha\alpha} = \frac{\partial^{2}\left[\left[\int_{\alpha}\left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_{\alpha}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)\,d\alpha}\,d\alpha\right]\right]}{\partial\alpha\alpha}
$$

$$
u_{\alpha\lambda} = \left(\begin{array}{c}
\dfrac{\partial^{2}\left[\int_{\alpha}\left(\left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\alpha}}{\alpha} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)}{\int_{\alpha}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\alpha^{a_2-1}\left(e^{-b2\alpha}\right)\,d\alpha}\,d\alpha\right]}{\partial\alpha\,\partial\lambda} \\
\dfrac{\left[\int_{\lambda}\left(\left(\frac{\hat{\lambda}}{\lambda}\right)^{q} - q\log\frac{\hat{\lambda}}{\lambda} - 1\right)^{\frac{-1}{q}} \frac{\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)}{\int_{\lambda}\left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^{n}\prod_{i=1}^{n}\left[x^{\beta-1}e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}}\right]\lambda^{a_1-1}\left(e^{-b1\lambda}\right)\,d\lambda}\,d\lambda\right]}{\partial\alpha\,\partial\lambda}
\end{array}\right)
$$

$$u_{\alpha\lambda} = u_{\lambda\alpha}$$

$$u_{\lambda\beta} = \left(\begin{array}{c} \dfrac{\partial^2 \left[\int_\lambda \left(\left(\dfrac{\hat{\lambda}}{\lambda}\right)^q - q \log \dfrac{\hat{\lambda}}{\lambda} - 1 \right)^{\frac{-1}{q}} \dfrac{\left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right] \lambda^{a_1-1} (e^{-b1\lambda})}{\int_\lambda \left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right] \lambda^{a_1-1} (e^{-b1\lambda})\ d\lambda} d\lambda \right]}{\partial\lambda\,\partial\beta} \\ \dfrac{\int_\beta \left(\left(\dfrac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^q - q \log \dfrac{\hat{\beta}}{\beta} - 1 \right)^{\frac{-1}{q}} \dfrac{\left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right] \beta^{a_3-1} (e^{-b3\beta})}{\int_\beta \left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right] \beta^{a_3-1} (e^{-b3\beta})\ d\beta} d\beta}{\partial\lambda\,\partial\beta} \end{array} \right)$$

$$u_{\lambda\beta} = u_{\beta\lambda}$$

$$u_{\beta\beta} = \frac{\partial^2 \left[\int_\beta \left(\left(\dfrac{\hat{\beta}}{\beta}\right)^q - q \log \dfrac{\hat{\beta}}{\beta} - 1 \right)^{\frac{-1}{q}} \dfrac{\left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right] \beta^{a_3-1} (e^{-b3\beta})}{\int_\beta \left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right] \beta^{a_3-1} (e^{-b3\beta})\ d\beta} d\beta \right]}{\partial\beta\beta}$$

$$u_{\lambda\lambda} = \frac{\partial^2 \left[\int_\lambda \left(\left(\dfrac{\hat{\lambda}}{\lambda}\right)^q - q \log \dfrac{\hat{\lambda}}{\lambda} - 1 \right)^{\frac{-1}{q}} \dfrac{\left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right] \lambda^{a_1-1} (e^{-b1\lambda})}{\int_\lambda \left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right] \lambda^{a_1-1} (e^{-b1\lambda})\ d\lambda} d\lambda \right]}{\partial\lambda\lambda}$$

$$L_{\alpha\beta\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right]}{\partial\alpha\,\partial\beta\,\partial\lambda}$$

$$L_{\alpha\lambda\beta} = \frac{\partial^3 \left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right]}{\partial\alpha\,\partial\lambda\,\partial\beta}$$

$$L_{\beta\,\alpha\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\dfrac{\alpha\beta\lambda}{e^\lambda - 1}\right]^n \prod_{i=1}^n \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})} e^{\lambda e^{(\alpha-\alpha e^{x\beta})}} \right]}{\partial\beta\,\partial\alpha\,\partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\beta\lambda\alpha} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\beta\partial\lambda\partial\alpha}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\alpha\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\, \partial\alpha\partial\beta}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\beta\alpha} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\, \partial\beta\partial\alpha}$$

$$\mathrm{L}_{\alpha\alpha\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\alpha\partial\alpha\, \partial\beta}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\lambda\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\partial\lambda\, \partial\beta}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\beta\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\partial\beta\partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\beta\lambda\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\beta\partial\lambda\, \partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\alpha\alpha\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\alpha\partial\alpha\, \partial\lambda}$$

$$\mathrm{L}_{\alpha\lambda\alpha} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\alpha\partial\lambda\, \partial\alpha}$$

$$\mathrm{L}_{\lambda\alpha\alpha} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\partial\alpha\, \partial\alpha}$$

$$\mathrm{L}_{\beta\lambda\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\beta\partial\lambda\partial\lambda}$$

$$L_{\lambda\beta\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\partial\beta\partial\lambda}$$

$$L_{\lambda\beta\beta} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\partial\beta\partial\beta}$$

$$L_{\lambda\lambda\lambda} = \frac{\partial^3 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\partial\lambda\partial\lambda}$$

$$\rho_{\alpha} = \frac{\partial \mathrm{Log}\left(\frac{{\mathrm{b}_1}^{\mathrm{a}_1}}{\Gamma(\mathrm{a}_1)} \lambda^{\mathrm{a}_1-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}1\lambda} \frac{{\mathrm{b}_2}^{\mathrm{a}_2}}{\Gamma(\mathrm{a}_2)} \alpha^{\mathrm{a}_2-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}_2\alpha} \ \frac{{b_3}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3-1} e^{-b_3\beta}\right)}{\partial\alpha}$$

$$\rho_{\beta} = \frac{\partial \mathrm{Log}\left(\frac{{\mathrm{b}_1}^{\mathrm{a}_1}}{\Gamma(\mathrm{a}_1)} \lambda^{\mathrm{a}_1-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}1\lambda} \frac{{\mathrm{b}_2}^{\mathrm{a}_2}}{\Gamma(\mathrm{a}_2)} \alpha^{\mathrm{a}_2-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}_2\alpha} \ \frac{{b_3}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3-1} e^{-b_3\beta}\right)}{\partial\beta}$$

$$\rho_{\lambda} = \frac{\partial \mathrm{Log}\left(\frac{{\mathrm{b}_1}^{\mathrm{a}_1}}{\Gamma(\mathrm{a}_1)} \lambda^{\mathrm{a}_1-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}1\lambda} \frac{{\mathrm{b}_2}^{\mathrm{a}_2}}{\Gamma(\mathrm{a}_2)} \alpha^{\mathrm{a}_2-1} \mathrm{e}^{-\mathrm{b}_2\alpha} \ \frac{{b_3}^{a_3}}{\Gamma(a_3)} \beta^{a_3-1} e^{-b_3\beta}\right)}{\partial\lambda}$$

$$\sigma_{\alpha\alpha} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\alpha\,\partial\alpha}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\alpha\,\partial\beta}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\alpha\lambda} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\alpha\,\partial\lambda}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\beta\alpha} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{\boldsymbol{i=1}}^{\boldsymbol{n}} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\beta\,\partial\alpha}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\beta\beta} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\beta\,\partial\beta}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\beta\lambda} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\beta\,\partial\lambda}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\lambda\beta} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\,\partial\beta}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\lambda\alpha} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\partial\alpha}\right)^{-1}$$

$$\sigma_{\lambda\lambda} = -\left(\frac{\partial^2 \left[\frac{\alpha\beta\lambda}{e^{\lambda}-1}\right]^n \prod_{i=1}^{n} \left[x^{\beta-1} e^{(\alpha-\alpha e^{x^{\beta}})} \mathrm{e}^{\lambda \mathrm{e}^{(\alpha-\alpha \mathrm{e}^{x^{\beta}})}}\right]}{\partial\lambda\partial\lambda}\right)^{-1}$$

أما تقدير بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبي (Bayes Estimate) للمعلمة (λ) باعتماد على الدوال سابقة الذي تمت الإشارة إليها سابقا في المعادلة (2-39) وعلى فرض ان $u(\alpha;\beta;\lambda) = \lambda$ فإن المعادلة (2-45) تكون كالآتي:

$$\begin{aligned}\hat{\lambda}_{\mathbf{EBEL}} = \lambda_{ML} &+ 0.5L_{\alpha\beta\beta}u_{\beta}\sigma_{\alpha\beta}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\lambda\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\lambda\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\alpha\beta}\\ &+ 0.5L_{\beta\lambda\beta}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\alpha\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\alpha\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\alpha\beta}\\ &+ 0.5L_{\beta\alpha\beta}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\beta\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\beta}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\beta\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\beta}\sigma_{\alpha\beta}\\ &+ 0.5L_{\beta\beta\beta}u_{\beta}\sigma^{\alpha}{}_{\beta\beta} + 0.5\sigma_{\lambda\lambda}u_{\lambda\lambda} + 0.5\sigma_{\lambda\alpha}u_{\lambda\alpha} + 0.5\sigma_{\lambda\beta}u_{\lambda\beta}\\ &+ 0.5\sigma_{\alpha\lambda}u_{\alpha\lambda} + 0.5\sigma_{\alpha\alpha}u_{\alpha\alpha} + 0.5\sigma_{\alpha\beta}u_{\alpha\beta} + 0.5\sigma_{\beta\lambda}u_{\beta\lambda} + 0.5\sigma_{\beta\alpha}u_{\beta\alpha}\\ &+ 0.5\sigma_{\beta\beta}u_{\beta\beta} + \sigma_{\beta\lambda}u_{\beta}\rho_{\lambda} + \sigma_{\beta\alpha}u_{\beta}\rho_{\alpha} + \sigma_{\beta\beta}u_{\beta}\rho_{\beta} + 0.5L_{\lambda\lambda\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\alpha\beta}\\ &+ 0.5L_{\lambda\alpha\lambda}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\alpha}^{\alpha} + 0.5L_{\lambda\alpha\lambda}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\lambda\alpha\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\alpha\beta}\\ &+ 0.5L_{\lambda\alpha\beta}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\lambda\beta\lambda}u_{\beta}\sigma_{\lambda\beta}^{\alpha} + 0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\lambda}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\lambda}\\ &+ 0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\alpha+}0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\beta}\end{aligned}$$

$$u_{\alpha} = u_{\beta} = u_{\lambda\alpha} = u_{\lambda\beta} = u_{\alpha\beta} = u_{\alpha\alpha} = u_{\beta\beta} = u_{\alpha\lambda} = u_{\beta\lambda} = u_{\beta\alpha} = 0$$

$L_{\lambda\alpha\beta} = L_{\lambda\beta\alpha} = L_{\alpha\lambda\beta} = L_{\alpha\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\alpha} = L_{\beta\alpha\lambda}$

$L_{\lambda\lambda\alpha} = L_{\lambda\alpha\lambda} = L_{\alpha\lambda\lambda} = 0$

$L_{\beta\beta\alpha} = L_{\beta\alpha\beta} = L_{\alpha\beta\beta} = 0$

$L_{\lambda\lambda\beta} = L_{\lambda\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\lambda} \quad L_{\beta\alpha\beta} = L_{\beta\alpha\alpha}$

أما تقدير بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبي (Bayes Estimate) للمعلمة (α) باعتماد على الدوال سابقة الذي تمت الإشارة إليها سابقا في المعادلة (2-40) وعلى فرض ان $u(\alpha;\beta;\lambda) = \alpha$ فإن المعادلة (2-46) تكون كالآتي:

$$\begin{aligned}\hat{\alpha}_{SBSEL} = \hat{\alpha}_{mle} &+ u_\alpha\rho_\alpha\sigma_{\alpha\alpha} + u_\alpha\rho_\beta\sigma_{\alpha\beta} + +u_\alpha\rho_\lambda\sigma_{\alpha\lambda} + 0.5L_{\beta\lambda\alpha}u_\alpha\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\alpha\alpha}\\ &+ 0.5L_{\beta\lambda\lambda}u_\alpha\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\lambda\alpha} + 0.5L_{\lambda\alpha\alpha}u_\alpha\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\alpha\alpha} + 0.5L_{\lambda\alpha\beta}u_\alpha\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\beta\alpha}\\ &+ 0.5L_{\lambda\alpha\lambda}u_\alpha\sigma_{\lambda\alpha}^{\beta} + 0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_\alpha\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\alpha} + 0.5L_{\lambda\beta\lambda}u_\alpha\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\\ &+ 0.5L_{\lambda\lambda\alpha}u_\alpha\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\alpha\lambda} + 0.5L_{\lambda\lambda\beta}u_\alpha\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\beta\alpha} + 0.5L_{\lambda\lambda\lambda}u_\alpha\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\lambda\alpha}\\ &+ 0.5L_{\alpha\alpha\alpha}u_\alpha\sigma_{\alpha\alpha}^{\beta} + 0.5L_{\alpha\alpha\beta}u_\alpha\sigma_{\alpha\alpha}\sigma_{\beta\alpha} + 0.5L_{\alpha\alpha\lambda}u_\alpha\sigma_{\alpha\alpha}\sigma_{\lambda\alpha}\end{aligned}$$

$u_\alpha = u_\beta = u_{\lambda\alpha} = u_{\lambda\beta} = u_{\alpha\beta} = u_{\alpha\alpha} = u_{\beta\beta} = u_{\alpha\lambda} = u_{\beta\lambda} = u_{\beta\alpha} = 0$

$L_{\lambda\alpha\beta} = L_{\lambda\beta\alpha} = L_{\alpha\lambda\beta} = L_{\alpha\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\alpha} = L_{\beta\alpha\lambda}$

$L_{\lambda\lambda\alpha} = L_{\lambda\alpha\lambda} = L_{\alpha\lambda\lambda} = 0$

$L_{\beta\beta\lambda} = L_{\beta\alpha\beta} = L_{\alpha\beta\beta} = 0$

$L_{\lambda\lambda\beta} = L_{\lambda\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\lambda}$

$L_{\alpha\beta\beta} = L_{\beta\alpha\beta} = L_{\beta\alpha\alpha}$

$\rho_\alpha = -\frac{1}{\gamma_\alpha}; \rho_{\in\alpha} = -\frac{1}{\gamma_2}; \rho_3 = -\frac{1}{\gamma_3}$

أما تقدير بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبي (Bayes Estimate) للمعلمة (β) باعتماد على الدوال سابقة الذي تمت الإشارة إليها سابقا في المعادلة (2-41) وعلى فرض ان $u(\alpha;\beta;\lambda) = \beta$ فإن المعادلة (2-47) تكون كالآتي:

$$\hat{\beta}_{\mathbf{EBEL}} = \beta_{ML} + 0.5L_{\alpha\beta\beta}u_{\beta}\sigma_{\alpha\beta}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\lambda\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\lambda\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\alpha\beta}$$
$$+ 0.5L_{\beta\lambda\beta}u_{\beta}\sigma_{\beta\lambda}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\alpha\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\alpha\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\alpha\beta}$$
$$+ 0.5L_{\beta\alpha\beta}u_{\beta}\sigma_{\beta\alpha}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\beta\beta\lambda}u_{\beta}\sigma_{\beta\beta}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\beta\beta\alpha}u_{\beta}\sigma_{\beta\beta}\sigma_{\alpha\beta}$$
$$+ 0.5L_{\beta\beta\beta}u_{\beta}{\sigma^{\alpha}}_{\beta\beta} + 0.5\sigma_{\lambda\lambda}u_{\lambda\lambda} + 0.5\sigma_{\lambda\alpha}u_{\lambda\alpha} + 0.5\sigma_{\lambda\beta}u_{\lambda\beta}$$
$$+ 0.5\sigma_{\alpha\lambda}u_{\alpha\lambda} + 0.5\sigma_{\alpha\alpha}u_{\alpha\alpha} + 0.5\sigma_{\alpha\beta}u_{\alpha\beta} + 0.5\sigma_{\beta\lambda}u_{\beta\lambda} + 0.5\sigma_{\beta\alpha}u_{\beta\alpha}$$
$$+ 0.5\sigma_{\beta\beta}u_{\beta\beta} + \sigma_{\beta\lambda}u_{\beta}\rho_{\lambda} + \sigma_{\beta\alpha}u_{\beta}\rho_{\alpha} + \sigma_{\beta\beta}u_{\beta}\rho_{\beta} + 0.5L_{\lambda\lambda\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\lambda}\sigma_{\alpha\beta}$$
$$+ 0.5L_{\lambda\alpha\lambda}u_{\alpha}\sigma^{\alpha}_{\lambda\alpha} + 0.5L_{\lambda\alpha\lambda}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\lambda\beta} + 0.5L_{\lambda\alpha\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\alpha\beta}$$
$$+ 0.5L_{\lambda\alpha\beta}u_{\beta}\sigma_{\lambda\alpha}\sigma_{\beta\beta} + 0.5L_{\lambda\beta\lambda}u_{\beta}\sigma^{\alpha}_{\lambda\beta} + 0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\lambda}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\lambda}$$
$$+ 0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\alpha}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\alpha+}0.5L_{\lambda\beta\alpha}u_{\beta}\sigma_{\lambda\beta}\sigma_{\alpha\beta}$$

$$u_{\alpha} = u_{\beta} = u_{\lambda\alpha} = u_{\lambda\beta} = u_{\alpha\beta} = u_{\alpha\alpha} = u_{\beta\beta} = u_{\alpha\lambda} = u_{\beta\lambda} = u_{\beta\alpha} = 0$$

$$L_{\lambda\alpha\beta} = L_{\lambda\beta\alpha} = L_{\alpha\lambda\beta} = L_{\alpha\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\alpha} = L_{\beta\alpha\lambda}$$

$$L_{\lambda\lambda\alpha} = L_{\lambda\alpha\lambda} = L_{\alpha\lambda\lambda} = 0$$

$$L_{\beta\beta\alpha} = L_{\beta\alpha\beta} = L_{\alpha\beta\beta} = 0$$

$$L_{\lambda\lambda\beta} = L_{\lambda\beta\lambda} = L_{\beta\lambda\lambda} \quad L_{\beta\alpha\beta} = L_{\beta\alpha\alpha}$$

10-2معايير مقارنة:[11][19] Criteria for comparing estimation methods

1- متوسـط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة الى دالة المعولية للتوزيع المقترح:

$$MSE\left(\hat{R}(t_j)\right) = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{R}\left(\hat{R}_i(t_j) - R_i(t_j)\right)^2 \quad ، j = 1,2,\dots\dots,k \qquad \dots(2-87)$$

$R_i(t_j)$: تمثل قيم دالة المعولية الحقيقية.

$\hat{R}_i(t_j)$: تـمثل قيم دالة المعولية المقدرة حسب طريقة التقدير المسـتعملة.

R: يمثل عدد تكرار التجربة.

K: يمثل عدد مشاهدات التجربة.

2- ولتقدير دالة المعولية بأفضل مقدر تم الوصول اليه، ولكون متوسط مربعات الخطأ يحسب لكل قيم (t_j) من الـزمن، يتم المقارنـة بين طرائق التقدير المستعملة بواسـطة متوسـط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) الذي يمثل تكامل المساحة الكلية لقيم (t_j) وجعلها قيمة واحدة تعبر عن الزمن الكلي وحسب الصيغة الاتية:

$$\mathrm{IMSE}\left(\hat{\mathrm{R}}(\mathrm{t_j})\right) = \frac{1}{\mathrm{K}}\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{K}}\left(\frac{1}{\mathrm{R}}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{R}}\left(\hat{\mathrm{R}}_{\mathrm{i}}(\mathrm{t_j}) - \mathrm{R_i}(\mathrm{t_j})\right)^2\right)$$

أي ان:

$$\mathrm{IMSE}\left(\hat{\mathrm{R}}(\mathrm{t_j})\right) = \frac{1}{\mathrm{K}}\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{K}}\left(\mathrm{MSE}\left(\hat{\mathrm{R}}(\mathrm{t_j})\right)\right) \qquad \ldots\ (2-88)$$

<u>1- معيار معلومات اكايكي</u>[5] : (Akaike Information Criteria) (*A*IC)

ويستعمل هذا المعيار للمقارنة بين التوزيعات الاحتمالية بناءً على عينة من البيانات تطبق عليها اذ تحسب قيمة المعيار والتوزيع الذي يمتلك اقل قيمة يعد الأفضل في تمثيل هذه العينة من البيانات، وان قيمة معيار اكايكي تحسب بالصيغة الاتية:

$$\mathrm{AIC} = -2 * \log(\mathrm{Lik}) + 2 * k \qquad \ldots (2-89)$$

L : تمثل قيمة دالة الإمكان الأعظم (MLE).

K : تمثل عدد معلمات الانموذج.

2-معيار معلومات اكايكي المصحح:[6] (AIC_c) Akaike Information Correct:

ويفضل استعمال هذا المعيار عندما تكون النسـبة بين حجم العينة وعدد الـمعالم المقدرة للأنموذج صغيرة، اذ يتم اختيار افضـل توزيع من بين مجموعـة من التوزيعات بناءً على اقل قيمة لهذا المعيار (AIC_c)، ويتم حسابة وفق الصيغـة الاتية:

$$A\mathrm{ICc} = \mathrm{AIC} + \frac{2k\ (k+1)}{n-k-1} \qquad \ldots\ (2-90)$$

اذ ان:

AIC: يمثل معيار اكايكي.

K: يمثـل عدد معلمات الانموذج.

n: تمثـل حجم العينـة .

3-معيار المعلومات البيزي:[23] **Bayesian Information Criterion (*BIC*):**

اقترح هذا المعيار عام 1978 من (Schwarz)، إذ يتنـاول كـيفية اختيار انموذج معين من بين عدة نماذج، وذلك عن طريق إيجاد الحل البيزي له (Bayes Solution) وقد استعملت نظرية بيز في توسعة الحل البيزي وحسـب الـصيغة الاتية:

$$BIC = -2\log L\left(\hat{\theta}\right) + k\log(n) \qquad \ldots \quad (2-91)$$

اذ ان:

$\log L\left(\hat{\theta}\right)$: يمثل لوغاريتم الإمكان الأعظم.

K : تمثل عدد معلمات الانموذج المقدرة .

n: تمثل حجم العينـة.

الفصل الثالث

1-3 تمهيد:

تناول هذا الفصل أسلوب محاكاة مونت-كالو(Monte-Carlo Simulation) في توليد بيانات افتراضية للتوزيع المقترح (Chen-Truncate Poisson) ومناقشة نتائج أسلوب المحاكاة ،والمقارنة بين طرائق التقدير البيزية المعتمدة لتقدير معلمات ودالة المعولية للتوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson)، تم الاعتماد على احجام عينات مختلفة (صغيرة، متوسطة، كبيرة) وقيم افتراضية مختلفة محددة لمعلمات التوزيع المقترح، وقد تم تقدير معلمات ودالة المعولية للتوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) بطرائق التقدير البيزية التي تم التطرق اليها في الفصل الثاني، تم المقارنة بين الطرائق البيزية باستعمال متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) في ما يخص مقدار المعلمات ومقدار دالة المعولية ، للحصول على أفضل طريقة تقدير من بين الطرائق المعتمدة في هذه الاطروحة.

2-3 مفهوم المحاكاة[24][22]: The Simulation Concept

تعد المحاكاة أسلوبا رياضيا لحل المشاكل المعقدة يعتمد عليه عن طريق الحاسوب الالكتروني في إيجاد أنموذج مماثل الى التوزيع المدروس من دون المحاولة للحصول على التوزيع الحقيقي نفسه، غالبا ما نجد ان هناك عمليات معقدة لفهمها في الواقع الحقيقي لا سيما ما يتعلق بمشاكل إحصائية او هندسية محددة التي يصعب تحليلها باستعمال البراهين الرياضية الامر الذي يساعد في تبسيط هذه النظريات الى مجتمعات فعلية في مدة زمنية محددة ،عن طريق بيانات تقريبية لدراسة تلك الظواهر في حال العدم القدرة على الحصول على البيانات او عدم توفرها بشكل كاف ، أسلوب المحاكاة ينماز بالمرونة واختصار الوقت والكلفة والقدرة على التجريب والاختبار لمرات عدة ، كذلك بإمكان الباحث تكرار التجربة بحجوم عينات مختلفة، ويعطي وصفا شاملا للأجراء الرياضي المستعمل، ومن ثم اخذ عددا من العينات العشوائية لتحديد افضل الحلول لهذه المشاكل ولتحقيق ذلك من الأفضل مقارنة هذه العمليات بالصور الواقعية باستخدام نماذج محددة ، لذا تسمح لنا محاكاة التوزيع باكتساب فهم افضل للعملية الاصلية او الوضع في العالم الحقيقي، وقد تم صياغة انموذج المحاكاة لمقارنة طرائق التقدير المدروسة في الفصل الثاني من اجل تحديد اكثر الطرائق فاعلية وافضلها في تقدير معلمات و دالة المعولية للتوزيع المقترح.

3-2-1- وصف مراحل المحاكاة: [7][17][23]: Description Simulation experiments

لقد تضمنت تجارب المحاكاة عدة مراحل اساسية لتطبيق أساليب تقدير المعلمات وكذلك تقدير دالة المعولية:

المرحلة الأولى: تحديد القيم الافتراضية: (Initial Values determination)

تعَد من المراحل المهمة والتمهيدية للمراحل اللاحقة وتتلخص في الخطوات الاتية:

1- اختيار قيم افتراضيـة لمعالم التوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) في الجدول (3-1) أدناه:

جدول (3-1)

القيــم الافتراضـــــــية الأوليــــة للمعــــلمات للتوزيع المقترح

Models	α	β	λ
(1)	3	2	0.6
(2)	3	2	2.5
(3)	3	3.6	0.7
(4)	2	2.5	0.7
(5)	4	2	0.7
(6)	2	2.6	2
(7)	2.5	4	0.6
(8)	4	2	0.6

2- اختيار حجم العينة اذ تم تحديد احجام (25،50،75،100) من اجل قياس تأثير اختلاف احجام العينة على نتائج التقدير باختلاف طرائق التقدير.

3- تكرر التجربة (1000)مرة للحصول على نتائج تقدير متجانسـة.

المرحلة الثانية:

تتضمن هذه المرحلة توليد بيانات عشوائية تلائم التوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) بالمعلمات (α,β,λ) بطريقة التحويل المعكوس وحسب الخطوات الاتية:

1- يتم توليد ارقام عشوائية u_i تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة {0,1} بالاعتماد على برنامج (MATLAB).

$$u_i \sim UniformDistribution(0,1) \quad ، i = 1,2,\ldots\ldots\ldots.,n$$

وان u_i : يمثل متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع المنتظم

2- تحويل البيانات المولدة في الخطوة الأولى الى بيانات تتبع التوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) باستعمال طريقة التحويل المعكوس وحسب المعادلة (2-27) التي تمثل الدالة الكمية لتوزيع (Chen- Poisson) وكما مبين في الفصل الثاني.

المرحلة الثالثة:

يتم تقدير معلمات ودالة المعولية لتوزيع (Chen-Poisson) في هذه المرحلة وللطرائق كافة التي تم التطرق اليها في الجانب النظري من الفصل الثاني وهي:

1- طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (SBSEL).
2- طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL).
3- طريقة التوقع البيزي باعتماد دالة خسارة تربيعية (EBSEL).
4- طريقة التوقع البيزي باعتماد دالة خسارة انتروبية (EBEL).

وذلك باستعمال تقريب ليندلي **(Lindely approximation)** بموجب الصيغة (2-73) في الجانب النظري في ظل دوال الخسارة التي تم تحديدها ولكل معلمة تم افتراض توزيع اولي وكالآتي:

$$\alpha\sim \text{Gamma}\ (a_1.b_1),\quad \beta\sim \text{Gamma}\ (a_2.b_2).\ \ \lambda\sim \text{Gamma}\ (a_3.b_3).$$

اقترح (Press(2011 استعمال قيم موجبة صغيرة جدا للمعلمات الفوقية في التوزيع الاولي، لذلك سـنفترض أن :

$(a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = a_3 = b_3 = 0.1e^{-11})$.

المرحلة الرابعة:

هنا تتم المقارنة بين المقدرات التي تم الحصول عليها لمعلمات التوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) ودالة المعولية وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) كمعيار احصائي للمقارنة وفق المعادلة (2-88) من الفصل الثاني.

3-2-3 نتائــج المحاكــاة (Simulation results):

بعد اجــراء تجربة المحاكاة عن طريق تنفيذ البرنامج في الحاسبة الالكترونية، تم الحصـول على نتائج مقدرات المعلمات ودالة المعولية للتوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) بطرائق التقدير الأربعة المبينة في الفصل الثاني، فقد تم تبـويب نتائـج التقديرات بالجداول والرسوم البيانية في المـلحق (B)، ومن اجل الوصـول الى أفضل تقدير تمت المقارنة بين طرائق التقدير المدروسـة، وقد استعمل أسـلوب الرتب (Ranks) لمتوسـط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) كأسـاس للمفاضلة بين طـرائق التقدير الأربعة، ومن ثم المقارنة بين مقدرات المعلمات ودالة المعولية وفقا لذلك.

3-3 مقدرات معلمات التوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson):

تم احتسـاب نتائج مقدرات للمعلمات اعتمادا على متوسـط مربعات الخطأ التكاملي، والتي بوبت نتائجها في الجداول من (B-1) الى (B-8) ،فقد تمت المقارنة بين طرائق التقدير الأربعة باستعمال المعيار متوسـط مربعات الخطأ الـتكاملي (IMSE) الذي يمثل تكامل المساحة الكلية لقيم (t_j) وجعلها قيمة واحدة تعبر عن الزمن الكلي ،ليتم بعد ذلك استعمال أسلوب الرتب (Ranks) للمقارنة بين مقدرات المعلمات وكما مبين في الجداول (3-2) (3-3) أدناه.

يتم اجراء المقارنة بين نتائج مقدرات المعلمات لطرائق التقدير كافة وفق النقاط الاتية:

1- يتم تـرتيب مقدرات متوســط مربعـات الخطـأ التكاملي (IMSE) لطـرائق التقدير كافة ولكل حجم عينة.

2- تعطى رتبة لكل قيمه من قيم متوسط مربعات الخطأ وللطرائق كافة، بمعنى تعطى الرتبة الاولى لقيمة [IMSE(θ)] الأصغر من بين قيم [IMSE(θ)] في الطرائق الأربعة وهكذا نستمر حتى

الوصول الى أكبر قيمة لمتوسط مربعات الخطأ اذ يتم إعطائها الرتبة الرابعة، وتطبق هذه العملية بالنسبة للنماذج الأخرى، وتسمى الـرتب في هذه الحالة بالـرتب الجـزئية (Partial Rank).

3- يتم جمع الـرتب الجـزئية الناتجة عن النقطة الثانية لكل طريقة تقدير وحسـب احجـام العينـات وإعطاء رتب جديدة لمجاميع الـرتب الجزئية بنفس الطريقة التي تم ذكرها أنفا، وتسمى الـرتب الجديدة بالـرتب الكليـة والتي تعَد الأساس في المقارنة بين طرائق التقدير الأربعة وكما مبين في الجداول (3-2) (3-3) ادناه.

جدول (3-2)

يمثل الـرتب الكلية لمتوسـط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لـطرائق التقدير و قيم المعلمات الافتراضية ولجميع النماذج.

Models	N	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
(1)	25	2	1	3.5	3.5
	50	2	1	3	4
	75	2	1	3	4
	100	1.5	1.5	4	3
(2)	25	3	1	2	4
	50	3	1	2	4
	75	2	1	3	4
	100	1	2.5	4	2.5
(3)	25	1	2	4	3
	50	2	4	1	3
	75	1	2	3	4
	100	1	3	2	4
(4)	25	1	2	3	4
	50	1	2	3	4
	75	1	2.5	4	2.5
	100	2	1	3	4
(5)	25	2	1	4	3
	50	3	2	4	1
	75	1	2	3	4
	100	1	3	2	4
(6)	25	1	2.5	4	2.5
	50	1	2	4	3
	75	4	2	1	3
	100	4	2	1	3

(7)	25	4	1	2	3
	50	4	1	2.5	2.5
	75	4	1	2	3
	100	4	1	2	3
(8)	25	1	3	2	4
	50	1	3	2	4
	75	3	4	1	2
	100	1	3.5	2	3.5
$\sum$ Rank		65.5	62.5	86	106
Overall Ranks		2	1	3	4

جدول (3-3)

يمثل الـرتب الكلية لمتوسـط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لـطرائق التقدير كافة ولـجميع قيم المعلمات الافتراضية وحسب حجم العينة.

n	Sum of Ranks	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\sum$ Rank	15	13.5	24.5	27
	Overall Ranks	2	1	3	4
50	$\sum$ Rank	17	16	20.5	26.5
	Overall Ranks	2	1	3	4

75	$\sum$ Rank	17	16	20.5	26.5
	Overall Ranks	2	1	3	4
100	$\sum$ Rank	15.5	17.5	20	27
	Overall Ranks	1	2	3	4

لبيان الافضلية بين الطرائق لأحجام العينات كافة ، تم الاعتماد على معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE)، واعطاه رتبا (Ranks) للمقارنة بين مقدرات المعلمات :

من الجدولين (3-2) و(3-3) المذكورين انفا نستنتج اهم النقاط التي توصلنا لها:

1- افضلية طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL) لتقدير معلمات توزيع (Chen- Truncate Poisson) اذ اخذت الرتبة الأولى في التقدير من بين طرائق التقدير الاربعة أي انها تلائم في تقدير معلمات التوزيع المقترح لأحجام العينات كافة.

2- اما طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (SBSEL) اخذت الرتبة الثانية لتقدير معلمات التوزيع المقترح لأحجام العينات كافة.

3- عند حجم عينة (25، 50، 75) اتضحت افضلية طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL)اذ اخذت المرتبة الاولى في تقدير معلمات توزيع (Chen- Truncate Poisson) في حين احتلت المرتبة الثانية عند حجم عينة (100) أي انها تناسب في تقديرات احجام العينات، لانها اخذت الرتبة الاولى من بين طرائق التقدير بصورة عامة.

4- عند حجم عينة (25، 50، 75) ان طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (SBSEL) اخذت المرتبة الثانية في تقدير معلمات توزيع (Chen- Truncate Poisson) في حين احتلت المرتبة الاولى عند حجم عينة (100).

5- طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (EBSEL) وطريقة التوقع البيزي دالة خسارة انتروبية (EBEL) احتلت المرتبة الثالثة والرابعة على الترتيب عند جميع احجام العينة .

6- من الجداول الخاصة بتقدير معلمات توزيع(Chen- Truncate Poisson) الموجودة في الملحق (B) نلاحظ افضلية الانموذج الاول من بين النماذج الأخرى في تقدير المعلمات الافتراضية اذ

كانت المقدرات مقاربة للقيم الافتراضية الخاصة بالنموذج الاول وكذلك يمتلك اقل قيم من متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE).

4-3 مقدرات دالة المعولية لتوزيع (Chen- Truncate Poisson):

تم احتساب نتائج مقدرات دالة المعولية اعتمادا على متوسط مربعات الخطأ التكاملي، والتي بوبت نتائجها في الجداول من (B-9) الى (B-16) والرسوم البيانية لكل انموذج الواردة جميعها في الملحق (B)، وللوصول الى افضل مقدر لتقدير دالة المعولية ، حيث ان متوسط مربعات الخطأ يحسب لكل قيم (t_i) من الزمن، فقد تمت المقارنة بين دوال المعولية الأربعة باستعمال متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) الذي يمثل تكامل المساحة الكلية لقيم (t_j) وجعلها قيمة واحدة تعبر عن الزمن الكلي ،ليتم بعد ذلك استعمال أسلوب الرتب (Ranks) بالأسلوب نفسه الذي استعمل انفا للمقارنة بين مقدرات المعلمات وكما مبين في الجداول (4-3) (5-3) أدناه.

جدول (4-3)

يمثل الرتب لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لمقدر دالة المعولية لطرائق واحجام العينات وللنماذج كافة.

Models	N	R_{SBSEL}	R_{SBEL}	R_{EBSEL}	R_{EBEL}
(1)	25	3	1	2	4
	50	3	1	2	4
	75	2	1	3	4
	100	1	3	4	2
(2)	25	1	2	3	4
	50	1	3	2	4

	75	1	2	3	4
	100	1	3	2	4
(3)	25	1	2	3	4
	50	2	3	4	1
	75	1	4	2	3
	100	1	3	4	2
(4)	25	1	2	3	4
	50	1	2	3	4
	75	1	3	4	2
	100	3	1	2	4
(5)	25	4	1	2	3
	50	4	2	3	1
	75	3	2	1	4
	100	1	3	2	4
(6)	25	4	1	2	3
	50	4	2	1	3
	75	4	1	2	3
	100	4	1	2	3
(7)	25	3	1	2	4
	50	3	2	1	4
	75	4	1	3	2
	100	4	1	3	2
(8)	25	1	3	2	4
	50	1	3	2	4
	75	1	3	2	4
	100	1	2	3	4
$\sum$ Rank		70	65	79	106
Overall Ranks		2	1	3	4

جدول (5-3)

يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لطرائق تقدير حسب حجم العينة.

N	Sum of Rank	Method			
		R_{SBSEL}	R_{SBEL}	R_{EBSEL}	R_{EBEL}
25	$\sum$ ***Ranks***	18	13	19	30
	Overall Ranks	2	1	3	4
50	$\sum$ ***Ranks***	19	18	18	25
	Overall Ranks	3	1.5	1.5	4
75	$\sum$ ***Ranks***	17	17	20	26
	Overall Ranks	1.5	1.5	3	4
100	$\sum$ ***Ranks***	16	17	22	25
	Overall Ranks	1	2	3	4

نلحظ من الجدول (4-3) والجدول (5-3) أنفا ما ياتي:

1- افضلية طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL) لتقدير دالة المعولية لتوزيع (Chen- Truncate Poisson) اذ اخذت الرتبـة الأولى في التقدير دالة المعولية من بين طرائق التقدير الاربعة أي انها تلائم في تقدير معالم التوزيع المقترح لأحجام العينات كافة.

2- اما طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (SBSEL) اخذت الرتبـة الثانية لتقدير دالة المعولية التوزيع المقترح لأحجام العينات كافة.

3- تكون الأفضلية لطريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL) لتقدير دالة المعولية للأنموذج الاحتمالي (Chen- Truncate Poisson) اذ اخذت الرتبة الجزئية الأولى عند حجم العينة (25،50،75) واثبتت كفاءتها في التقدير عند حجوم العينات الصغيرة المتوسطة واخذت الرتبة الجزئية الثانية عند حجوم العينات (100) والتي تستعمل في تقدير دالة المعولية في الجانب التجريبي.

4- عند حجم عينة(50) اخذت طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL) وطريقة التوقع البيزي باعتماد دالة خسارة تربيعية (EBSEL) الرتبة الجزئية الأولى لانهما متساويتان من حيث الرتب.

5- عند حجم عينة(75) اخذت الأفضلية طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (SBSEL) ودالة خسارة انتروبية (SBEL) الرتبة الجزئية الأولى لانهما متساويتان من حيث الرتب.

6- عند حجم عينة(100) اخذت الأفضلية طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (EBSEL) الرتبة الجزئية الأولى.

7- ان طريقة التوقع البيزي باعتماد دالة خسارة انتروبية (EBEL)اخذت الرتبة الجزئية الرابعة لتقدير معولية الانموذج ولجميع حجوم العينات.

8- عن طريق الجداول الخاصة بتقدير دالة المعولية للنماذج كافة نلحظ افضلية الانموذج الثالث عن بقية النماذج الأخرى وذلك لكونه يمتلك اقل قيم من متوسط مربعات الخطأ (MSE) عن طريق المقارنة بين مقدرات دالة المعولية الحقيقية والمقدرة بطرائق التقدير المستخدمة.

الفصل الرابع

1-4تمهيد:

في هذا الفصل يتم تطبيق توزيع (Chen-Truncate Poisson)عمليا على بيانات حقيقية، تم الحصول عليها من وزارة الكهرباء /المديرية العامة للإنتاج الطاقة الكهربائية / الفرات الوسط / محطة ديزلات شرق كربلاء المقدسة، ومن سجلات قسم التخطيط في المحطة المذكورة انفا، علما ان هذه المحطات تأتي في المرتبة الثالثة عالميا من حيث التصنيف لإنتاج الطاقة الكهربائية (محطات رئيسة ،محطات ثانوية، محطات طوارئ)، التي بوبت فيها بيانات التوقف (العطل) المحركات (Engins) وان هذه البيانات تمثل أوقات العمل لحين الفشل(العطل) ممثلة بالساعات بالنسبة للشهر،وذلك بهدف تطبيقها على التوزيع المقترح (Chen-Truncate Poisson) ومن ثم تقدير دالة المعولية للأنموذج المقترح الجديد باستعمال طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL) والتي اثبتت تجربة المحاكاة افضليتها عن بقية الطرائق الأخرى.

2-4 بيانات البحث الحقيقية:

البيانات الحقيقية تمثل أوقات اشتغال محرك انتاج الطاقة الكهربائية (Engin) لحين العطل، والتي تم الحصول عليها من سجلات محطة ديزلات شرق كربلاء والتي يبلغ عددها (n=72) محركا، وان مشاهدات العينة تمثل اوقات اشتغال المحرك لحين العطل بالساعات بالنسبة لشهر، وحددت المدة الزمنية لجمع البيانات من 2023/1/1 الى 2023/1/31 وكما موضحة في الجدول (1-4).

الجدول (1-4)

يمثل أوقات اشتغال المحركات لحين العطل مقاسة بالساعات بالنسبة للشهر(كانون الثاني) لعام 2023 مرتبة تصاعدياً.

2.600	3.433	3.867	4.200	4.367	4.567	4.700	4.867	5.133
2.700	3.500	3.900	4.220	4.400	4.600	4.733	4.880	5.200
2.733	3.600	3.930	4.233	4.433	4.610	4.743	4.900	5.233
2.830	3.667	3.933	4.267	4.453	4.620	4.750	4.910	5.333
2.867	3.700	3.953	4.287	4.467	4.633	4.767	4.933	5.367
3.067	3.750	4.033	4.300	4.487	4.653	4.777	5.000	5.367
3.100	3.783	4.167	4.320	4.500	4.667	4.800	5.050	5.433
3.167	3.800	4.187	4.335	4.550	4.687	4.833	5.067	5.533

وان اهم المؤشرات الإحصائية للبيانات الحقيقية ألمذكورة انفا مبين في الجدول (2-4) ادناه:

الجدول (2-4)

قيـم المؤشـرات الاحـصائية للـبيانات الحقيقـية

Coefficients	Value	Coefficients	Value
Mean	4.32544	Median	4.46
Variance	0.49894	Standard Deviation	0.70635
Max	5.533	Min	2.600

4-3 اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit):[8]

في ضوء استعمال هذا الاختبار نستنتج ما إذا كانت البيانات الواردة في الجدول (1-4) تتبع توزيع (Chen-Truncate Poisson) الذي تمت دراسته ام لا، وتم استعمال اختبار (Chi Square test)، واستعمال برنامج (Mathematica) لإجراء الاختبار.

وان الصيغة الرياضية لإحصاءة اختبار مربع كاي (Chi -Square test) هي:

$$x^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j} \qquad \dots (4-1)$$

اذ ان:

O_j : تمثل تكرار المشـاهدة .

E_j : تمثل التكرار الـمتوقع .

وتم صياغة الفرضية على النحو الاتي:

H_0: The data have Chen-Truncate Poisson distribution.)

H_1: The data do not have Chen-Truncate Poisson distribution.)

تم اجراء الاختبار وكانت قيمة (P-Value = 0.2699) وهذه القيمة أكبر من مستوى المعنوية (0.05)، لذا يكون القرار لا نرفض فرضية العدم أي ان البيانات تتبع التوزيع المقترح (Chen-Truncate Poisson).

4-4 معايير اختيار أفضل توزيع:

يتـم اختيار أفضـل توزيع لـتمثيل البيانات في الجدول (4-1) عن طريق الـمعايير التي تم الـتطرق الـيها في الجانب النظري من الفصل الثاني، وتم الحصول على نتائج المقارنة في الجدول (4-3).

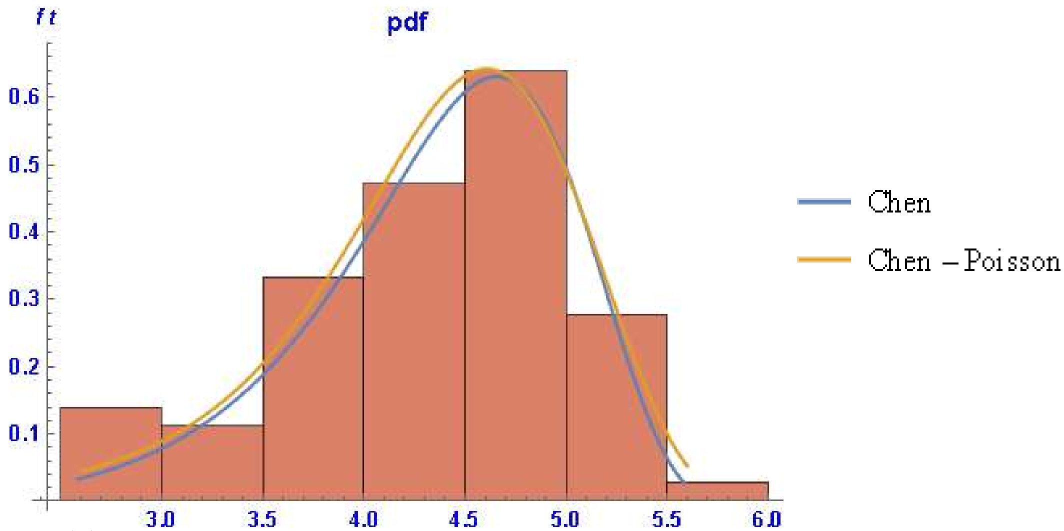
الجدول (4-3)

معايير المقارنة بين توزيع (Chen-Truncate Poisson) وتوزيع (Chen)

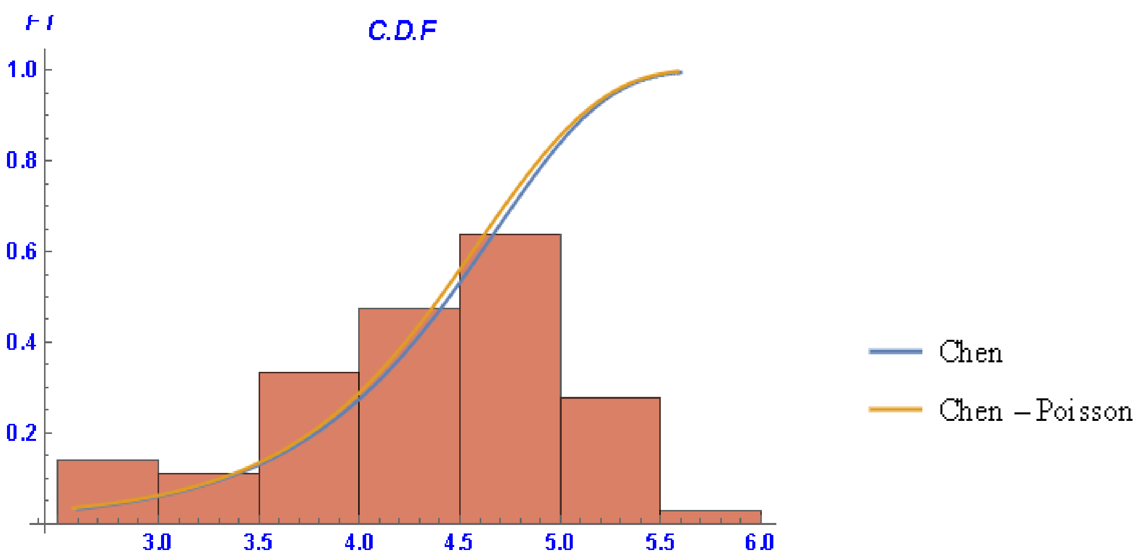
Dist	AIC	AICc	BIC
Chen-Poisson	241.3961	241.7490	240.968
Chen	272.173	272.3469	271.887

نلحظ من الجدول (4-3) بان توزيع (Chen-Truncate Poisson) يمتلك اقل قيمة بالنسبة لمعايير الاختبار الثلاثة وبذلك يعد توزيع (Chen-Truncate Poisson) الأفضل في تمثيل البيانات الحقيقية.

والشكل (3-1) يوضح مدى ملائمة توزيع (Chen-Truncate Poisson) لبيانات قيد الدراسة الحقيقية مقارنةً بتوزيع (Chen).



[من عمل الباحث] Chen ,Chen-Truncate Poissonلتوزيع p,d.f شكل (4-1) يمثل دالة الكثافة الاحتمالية



[من عمل الباحث] Chen ,Chen-Truncate Poissonلتوزيع c,d.f شكل (4-2) يمثل دالة الكتلة الاحتمالية

5-4 تقدير دالة المعولية للبيانات الحقيقية:

عن طريق ما توصلنا اليه في الجانب التجريبي وبيان افضلية طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL) في تقدير دالة المعولية للتوزيع المقترح (Chen-Truncate Poisson) من بين طرائق التقدير الاخرى، فقد تم استعمالها لتقدير دالة المعولية بالنسبة للبيانات الحقيقية وباستعمال برنامج (MATlAB)، والجدول (4-4) يوضح قيم مقدرات دالة المعولية للبيانات الحقيقية و مقدرات الدالة التراكمية (C.D.F).

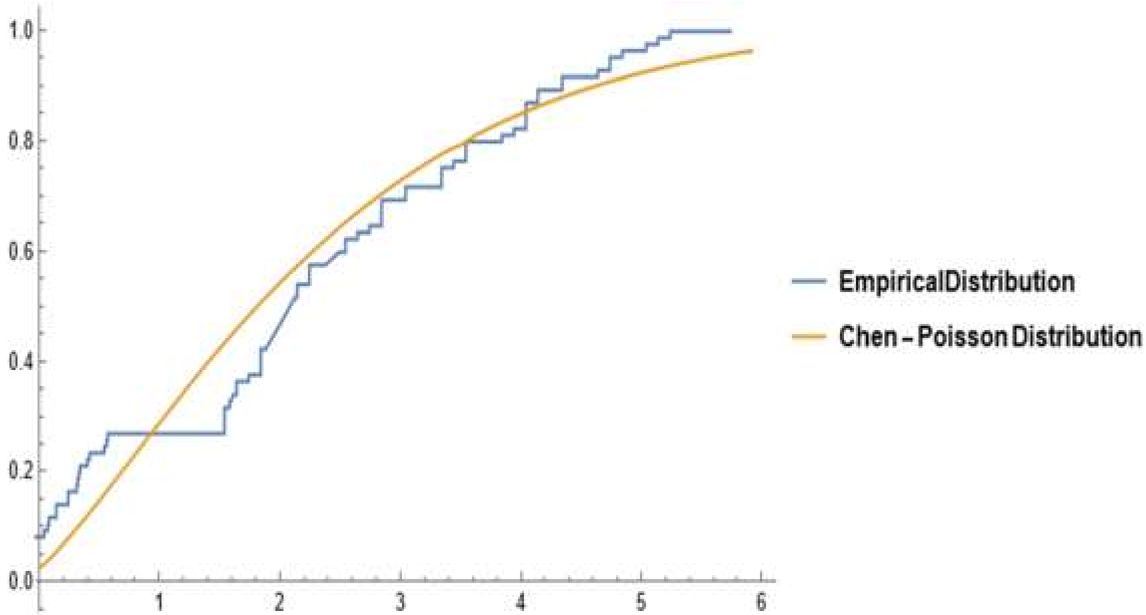
الجدول (4-4)

يبين قيم مقدر دالة المعولية ومقدر الدالة التراكميـة (CDF) للبيانات الحقيقيـة

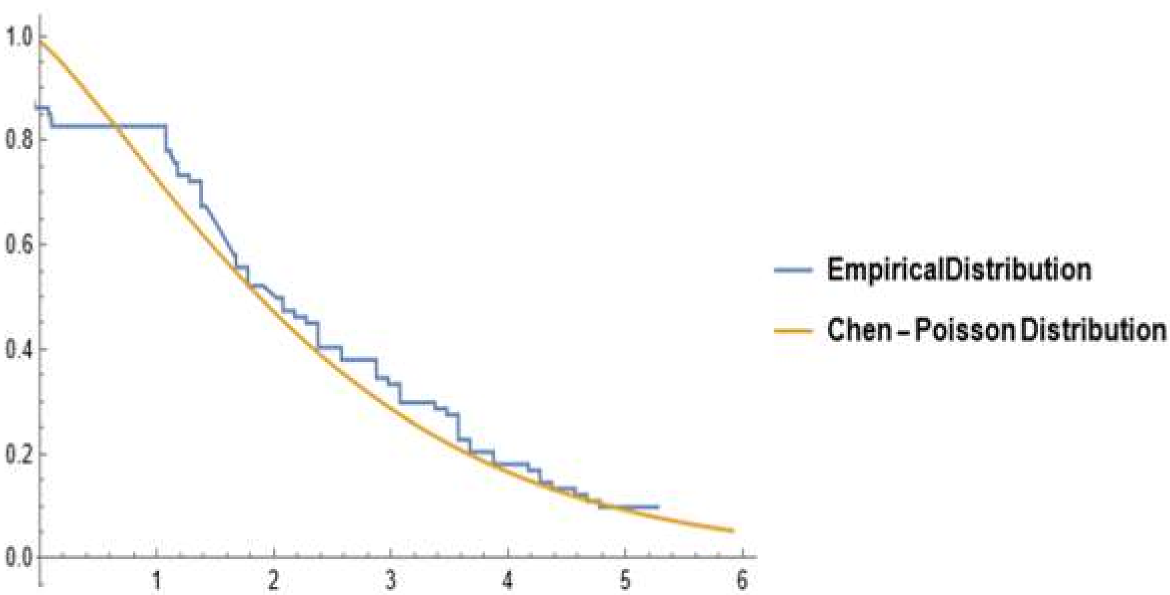
I	t_i	R(t) **SBEL**	F(t) **SBEL**
1	2.600	0.973677	0.026323
2	2.700	0.968803	0.031197
3	2.733	0.967002	0.032998
4	2.830	0.961075	0.038925
5	2.867	0.958541	0.041459
6	3.067	0.941679	0.058321
7	3.100	0.9383	0.0617
8	3.167	0.93083	0.06917
9	3.433	0.891341	0.108659
10	3.500	0.878369	0.121631
11	3.600	0.856249	0.143751
12	3.667	0.839387	0.160613
13	3.700	0.83043	0.16957

14	3.750	0.815996	0.184004
15	3.783	0.805877	0.194123
16	3.800	0.800474	0.199526
17	3.867	0.777881	0.222119
18	3.900	0.765969	0.234031
19	3.930	0.754677	0.245323
20	3.933	0.753524	0.246476
21	3.953	0.745717	0.254283
22	4.033	0.712468	0.287532
23	4.167	0.649428	0.350572
24	4.187	0.639238	0.360762
25	4.200	0.63251	0.36749
26	4.220	0.621997	0.378003
27	4.233	0.615061	0.384939
28	4.267	0.596546	0.403454
29	4.287	0.58541	0.41459
30	4.300	0.578077	0.421923
31	4.320	0.566655	0.433345
32	4.335	0.55798	0.44202
33	4.367	0.539178	0.460822
34	4.400	0.519397	0.480603
35	4.433	0.499257	0.500743
36	4.453	0.486895	0.513105
37	4.467	0.478179	0.521821
38	4.487	0.465648	0.534352
39	4.500	0.457456	0.542544
40	4.550	0.425682	0.574318
41	4.567	0.414807	0.585193
42	4.600	0.393642	0.606358
43	4.610	0.387222	0.612778
44	4.620	0.380802	0.619198
45	4.633	0.37246	0.62754
46	4.653	0.359644	0.640356
47	4.667	0.350693	0.649307
48	4.687	0.337946	0.662054
49	4.700	0.329693	0.670307
50	4.733	0.308894	0.691106
51	4.743	0.302642	0.697358
52	4.750	0.298281	0.701719
53	4.767	0.287752	0.712248
54	4.777	0.281601	0.718399
55	4.800	0.267586	0.732414

56	4.833	0.247844	0.752156
57	4.867	0.228022	0.771978
58	4.880	0.220597	0.779403
59	4.900	0.209355	0.790645
60	4.910	0.20382	0.79618
61	4.933	0.191319	0.808681
62	5.000	0.15688	0.84312
63	5.050	0.133293	0.866707
64	5.067	0.125716	0.874284
65	5.133	0.098534	0.901467
66	5.200	0.074706	0.925294
67	5.233	0.06439	0.93561
68	5.333	0.038761	0.961239
69	5.367	0.031901	0.968099
70	5.367	0.031901	0.968099
71	5.433	0.021052	0.978948
72	5.533	0.010039	0.989961
Sum	311.432	35.94465	3.605535
mean	4.325	0.4992	0.50076



شكل (3-4) يمثل دالة الكثلة الاحتمالية c,d.f لتوزيعChen-Poisson, Empirica [من عمل الباحث]



شكل (4-4) يمثل دالة المعولية R(t) لتوزيعChen-Truncate Poisson, Empirica [من عمل الباحث]

نلحظ من الجدول (4-4) ما يأتي:

1- إن العلاقة بين دالة المعولية $R(t)$ والزمن علاقة عكسية أي كلما زاد الزمن قلت قيمة دالة المعولية وهذا نلحظه في العمود الذي يمثل دالة المعولية $R(t)$ ، اي يطابق سلوك دالة المعولية لكونها متناقصة مع الزمن، وإن متوسط قيمتها يبلغ (0.4992) يعول على المحرك لكل خمسة ايام و(7)ساعات تقريبا علما ان القيم الحقيقية للمعولية هي خمسة ايام و 10 ساعات(متوسط الفشل).

2- إن قيم دالة الكثافة التجميعية (CDF) للفشل (اللامعولية) تكون متزايدة مع الزمن أي ان العلاقة بينهما تكون طردية هذا ما نلحظه في العمود الثالث $F(t)$، وان متوسط قيمتها يبلغ (0.503521) أي بنسبة (50%) تقريبا لا يعول على الأجهزة (129.75)ساعة تقريبا.

3- إن متوسط أوقات الاشتغال لحين العطل يبلغ (4.325) الذي يساوي (129.75) ساعة أي ما يعادل خمسة ايام و عشر ساعات يعتمد على الجهاز في أداء عمله من دون عطل.

الفصل الخامس

1-5 الاستنتاجات:

استنادا الى النتائج التي تم الحصول عليها من الجانب التجريبي وكذلك التطبيقي يمكن ان نستنتج:

1- أظهرت نتائج المحاكاة افضلية طريقة بيز القياسي في تقدير المعلمات باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL) واحتلت المرتبة الاولى في تقدير معلمات التوزيع المقترح (Chen-Truncate Poisson) وتقدير دالة المعولية عند حجوم العينات (25،50،75)وفقا لمقياس متوسط مربعات الخطأ التكاملي.

2- أظهرت نتائج المحاكاة أفضلية طريقة بيز القياسي في تقدير المعلمات باعتماد دالة خسارة تربيعية (SBSEL) في تقدير معلمات توزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) وتقدير دالة المعولية عند حجم عينة (100) وفقا لمقياس متوسط مربعات الخطأ التكاملي.

3- من الجداول الخاصة في الجانب التجريبي لمقدرات المعلمات ومقدرات دالة المعولية ، نلحظ افضلية الانموذج الاول عن بقية النماذج اذ كانت القيم المقدرة مقاربة للقيم الافتراضية للمعلمات الخاصة في هذا الانموذج، وافضلية الانموذج الثالث الخاص بمقدرات دالة المعولية عن بقية النماذج اذ كانت القيم المقدرة مقاربة للقيم الحقيقية لدالة المعولية.

4- إن المعدل التقديري لمتوسط أوقات الاشتغال لحين العطل يبلغ (4.325) أي ما يعادل خمسة ايام و سبع ساعات يعتمد على الجهاز في أداء عمله من دون عطل اعتمادا على طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL).

5- من الجانب التطبيقي تبين ان تقديرات دالة المعولية لتوزيع المقترح(Chen-Truncate Poisson) للبيانات الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الحقيقية لدالة المعولية في الجانب التجريبي.

6- اظهر الجانب التطبيقي ان تقديرات معلمات توزيع(Chen- Truncate Poisson) للبيانات الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الافتراضية للجانب التجريبي.

2-5 التوصيات:

استنادا الى النتائج التي تم الحصول عليها من الجانب التجريبي وكذلك التطبيقي يمكن ان نوصي :

1- استعمال طريقة بيز القياسية باعتماد دالة خسارة انتروبية (SBEL) في تقدير معلمات لتوزيع المقترح (Chen- Truncate Poisson) وتقدير دالة المعولية عند حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة.
2- استعمال طريقة بيز القياسي باعتماد دالة خسارة تربيعية (SBSEL) في تقدير معلمات لتوزيع المقترح(Chen- Truncate Poisson) وتقدير دالة المعولية عند حجوم العينات الكبيرة.
3- تطبيق التوزيع المقترح (Chen-Truncate Poisson) في دراسات تتعلق في تقدير دالة البقاء ودالة المخاطرة، لكون هذا التوزيع يعد أكثر مرونة ودقة في وصف البيانات من التوزيعات الشائعة.
4- اجراء الدراسات والبحوث المستقبلية الهادفة الى تقدير دالة المعولية لتوزيع (Chen- Truncate Poisson) في حالة وجود بيانات خاضعة للرقابة.
5- نوصي الجهات المختصة بعدم الاعتماد على هذه المحطات وذلك لعدم الثقة الكافية بها ، اذ نحتاج في هذه المحطات العدة والعدد لديمومة عملها وهذا يسبب تكاليف عالية ، ممكن الافادة من هذه التكاليف لبناء محطات اعلى جودة.
6- نوصي الجهات المختصة بالبحث عن بدائل للمحطات المدروسة وايجاد محطات اكثر كفاية وذات جدوى اقتصادية عالية.

المصادر

القرآن الكريم

المصادر :

1- الحسناوي، أموري هادي كاظم، باسم شليبة مسلم، (2002)،"القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق". قسم الإحصاء – كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد – المكتبة الوطنية، دار الكتب والوثائق ببغداد.

2- العبادي ، كرم ناصر (2021) ، "التقدير البيزي لتوزيع ليندلي ذو ثلاث معلمات مع تطبيق عملي" ، رسالة ماجستير ، كلية الإدارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء .

3- نعيمة، علي بندر (2016) " تقدير دوال الفشل للتوزيع الناتج من دمج توزيع بواسون ليندلي مع توزيعات اخرى "، اطروحة مقدمة الى كلية الادارة والاقتصاد / جامعة بغداد للحصول على درجة دكتوراه " فلسفة في الاحصاء ".

4- عبد الرسول، شهد عماد (2022) " تقدير دالة البقاء لتوزيع Odd Chen Frechet"، رسالة مقدمة الى كلية الادارة والاقتصاد / جامعة كربلاء للحصول على درجة الماجستير " فلسفة في الاحصاء ".

5- Adamidis, K.,& Loukas, S. (1998) " A lifetime distribution with decreasing failure rate " , Statistics & Probability Letters 39, PP. 35–42.

6- Alkarni, S., & Oraby, A. (2012) " A Compound Class Of Poisson And Lifetime Distributions " , Journal of Statistics Applications & Probability ,Vol. 1, No . 1, PP. 45–51

7- Barreto-Souza, W., & Cribari-Neto, F. (2009). A generalization of the exponential-Poisson distribution. *Statistics & Probability Letters*, *79*(24), 2493-2500.

8- Chaubey, Y. P., & Zhang, R. (2015). An extension of Chen's family of survival distributions with bathtub shape or increasing hazard rate function. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, *44*(19), 4049-4064.

9- Chen, S., & Gui, W. (2020). Statistical analysis of a lifetime distribution with a bathtub-shaped failure rate function under adaptive progressive type-II censoring. *Mathematics*, *8*(5), 670.

10- Chen, Z. (2000). A new two-parameter lifetime distribution with bathtub shape or increasing failure rate function. *Statistics & Probability Letters*, *49*(2), 155-161.

11- Dey, S., Kumar, D., Ramos, P. L., & Louzada, F. (2017). Exponentiated Chen distribution: Properties and estimation. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 46(10), 8118-8139.

12- Eliwa, M. S., El-Morshedy, M., & Ali, S. (2021). Exponentiated odd Chen-G family of distributions: statistical properties, Bayesian and non-Bayesian estimation with applications. *Journal of Applied Statistics*, *48*(11), 1948-1974.

13- Faizan, M., & Sana, B. E. (2018). Bayesian Estimation and Prediction for Chen Distribution Based on Upper Record Values. *Journal of Mathematics and Statistical Science*, *6*, 235-243.

14- Han, M. (2021). E-Bayesian estimations of parameter and its evaluation standard: E-MSE (expected mean square error) under different loss functions. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, *50*(7), 1971-1988.

15- Kayal, T., Tripathi, Y. M., Kundu, D., & Rastogi, M. K. (2022). Statistical inference of Chen distribution based on type I progressive hybrid censored Samples. *Statistics, Optimization & Information Computing*, *10*(2), 627-642.

16- Khan, M., & Sharma, A. (2016). Generalized order statistics from Chen distribution and its characterization. *Journal of Statistics and Applied Probability*, *5*, 123-128.

17- Kus, C. (2007) "A new lifetime distribution" , Computational Statistics & Data Analysis, Vol.51, PP. 4497–4509.

18- Lu, W. ,& Shi, D. (2012) " A new compounding life distribution : the weibull – poisson distribution " , Journal of Applied Statistics Vol. 39, No.1, PP. 21–38.

19- Mahmoudi, E., & Sepahdar, A. (2013). Exponentiated Weibull–Poisson distribution: Model, properties and applications. *Mathematics and computers in simulation*, *92*, 76-97.

20- Mansoor, M., Tahir, M. H., Alzaatreh, A., & Cordeiro, G. M. (2020). The Poisson Nadarajah–Haghighi distribution: Properties and applications to lifetime data. *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, *27*(01), 2050005.

21- Neto, F. L. , Cancho, V. G. ,& Barriga , G. D. (2011) " The Poisson – Exponential Distribution : A Bayesian Approach " , Journal Of Applied Statistics, Vol. 38, No. 6, PP. 1239–1248 .

22- Özel, G., & Inal, C. (2010). The probability function of a geometric Poisson distribution. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, *80*(5), 479-487.

23- Reis, L. D. R., Cordeiro, G. M., & Maria do Carmo, S. (2020). The Gamma-Chen distribution: a new family of distributions with applications. *Span. J. Stat*, *2*, 23-40.

24- Ristic, M.M. , & Nadarajah , S. , (2014) "A New Lifetime Distribution" , Journal of Statistical Computation and Simulation, Vol. 84, issue1, PP.135–150

25- Singh, K.S., Singh, U., & Kumar, M. (2014) " Estimation for the parameter of poisson – Exponential Distribution Under Bayessian Paradigm " , Journal of Data Science, No.12, PP. 157–173.

26- Souza, W.B. ,& Neto, F.C. (2009) "A Generalization of the Exponential – Poisson Distribution " , statistics and probability letter , Vol .79, PP. 2493 – 2500.

27- Tarvirdizade, B., & Ahmadpour, M. (2021). A new extension of Chen distribution with applications to lifetime data. Communications in Mathematics and Statistics, 9(1), 23-38.

28- Wang, R., Sha, N., Gu, B., & Xu, X. (2014). Statistical analysis of a Weibull extension with bathtub-shaped failure rate function. Advances in Statistics, 2014.

29- Yousaf, F., Ali, S., & Shah, I. (2019). Statistical inference for the Chen distribution based on upper record values. *Annals of Data Science*, *6*, 831-851.

الملحق

$$f(x,\beta,\alpha,\lambda) = \lambda * \alpha * \beta * x^{\beta-1} * E^{x^{\beta}} * E^{-\alpha*(E^{x^{\beta}}-1)} * E^{\lambda*E^{-\alpha*(E^{x^{\beta}}-1)}} * (E^{\lambda}-1)^{-1}$$

$$b = \prod_{i=1}^{n} c$$

$$m = \mathrm{Log}[b]$$

$$\mathrm{Log}[(\frac{e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\alpha\beta\lambda}{-1+e^{\lambda}})^{n}]$$

$$\frac{\partial f(x,\beta,\alpha,\lambda)}{\partial\beta}$$

$$= \frac{1}{\alpha\beta\lambda} e^{-x^{\beta}-\alpha+e^{x^{\beta}}\alpha-e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}(-1+e^{\lambda})nx^{1-\beta}(\frac{e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\alpha\lambda}{-1+e^{\lambda}}$$
$$+\frac{e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\alpha\beta\lambda\mathrm{Log}[x]}{-1+e^{\lambda}}$$
$$+\frac{e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\alpha\beta\lambda(x^{\beta}\mathrm{Log}[x]-e^{x^{\beta}}x^{\beta}\alpha\mathrm{Log}[x]-e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}x^{\beta}\alpha\lambda\mathrm{Log}[x])}{-1+e^{\lambda}})$$

$$\frac{\partial f(x,\beta,\alpha,\lambda)}{\partial\alpha}$$

$$= \frac{e^{-x^{\beta}-\alpha+e^{x^{\beta}}\alpha-e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}(-1+e^{\lambda})nx^{1-\beta}(\frac{e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\beta\lambda}{-1+e^{\lambda}}+\frac{e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\alpha\beta\lambda(1-e^{x^{\beta}}+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}(1-e^{x^{\beta}})\lambda)}{-1+e^{\lambda}})}{\alpha\beta\lambda}$$

$$\frac{\partial f(x,\beta,\alpha,\lambda)}{\partial\lambda}$$

$$= \frac{e^{-x^{\beta}-\alpha+e^{x^{\beta}}\alpha-e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}(-1+e^{\lambda})nx^{1-\beta}(\frac{e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\alpha\beta}{-1+e^{\lambda}}-\frac{e^{x^{\beta}+\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha+\lambda+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\alpha\beta\lambda}{(-1+e^{\lambda})^{2}}+\frac{e^{x^{\beta}+2\alpha-2e^{x^{\beta}}\alpha+e^{\alpha-e^{x^{\beta}}\alpha}\lambda}x^{-1+\beta}\alpha\beta\lambda}{-1+e^{\lambda}})}{\alpha\beta\lambda}$$

جدول(B-1)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الأول ($\alpha=3$ ، $\beta=2$ ، $\lambda= 0.6$)

n	Est.Par	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\hat{\alpha}$	3.17363	3.24256	2.97846	2.91419
	MSE	0.013403	0.010761	0.013795	0.240203
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\beta}$	2.18981	2.14613	2.25427	2.25427
	MSE	0.060463	0.053772	0.075867	0.083365
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\lambda}$	0.659723	0.659259	0.451021	0.27403
	MSE	0.103644	0.10378	0.454106	0.358187
	Rank	1	2	4	3
	$\sum$ Rank	5[2]	4[1]	11[3.5]	11[3.5]
50	$\hat{\alpha}$	2.95284	2.9961	3.09152	3.06761
	MSE	0.00652	0.005743	0.031105	0.025816
	Rank	2	1	4	3
	$\hat{\beta}$	2.15031	2.08166	2.09246	2.11498
	MSE	0.051822	0.050661	0.072778	0.08161
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\lambda}$	0.270752	0.200599	0.362104	0.375174
	MSE	0.081785	0.091301	0.186397	0.257314
	Rank	1	2	3	4
	$\sum$ Rank	5[2]	4[1]	10[3]	11[4]
75	$\hat{\alpha}$	2.80814	2.93318	2.0548	3.00814
	MSE	0.001969	0.001199	0.009929	0.00395
	Rank	2	1	4	3
	$\hat{\beta}$	2.05258	2.08884	1.002	2.06553
	MSE	0.032205	0.014428	0.036801	0.072003
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\lambda}$	0.192752	0.222914	0.260102	0.25451
	MSE	0.0829613	0.08039849	0.09320133	0. 234928
	Rank	2	1	3	4
	$\sum$ Rank	6[2]	3[1]	10[3]	11[4]
100	$\hat{\alpha}$	2.98221	3.03487	3.02397	3.00049
	MSE	0.000502	0.0004454	0.003722	0.001481
	Rank	2	1	4	3
	$\hat{\beta}$	2.05592	2.06603	2.07665	1.994895
	MSE	0.0140147	0.01227	0.016158	0.011754
	Rank	3	2	4	1
	$\hat{\lambda}$	0.170716	0.210294	0.21682	0.107637
	MSE	0.01346	0.0191703	0.0156026	0.041695
	Rank	1	3	2	4

	$\sum$ Rank	6[1.5]	6[1.5]	10[4]	8[2]

جدول(B-2)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثاني (α=3 ، β=2 ، λ= 2.5)

N	Est.Par	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\hat{\alpha}$	3.15469	2.74272	2.97357	2.68727
	MSE	0.260437	0.108342	0.132923	0.528255
	Rank	3	1	2	4
	$\hat{\beta}$	1.986134	2.02099	2.01897	1.880213
	MSE	0.015869	0.013704	0.021394	0.022618
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\lambda}$	2.64097	2.09039	2.51542	2.05305
	MSE	0.785822	0.470123	0.471179	0.730796
	Rank	4	1	2	3
	$\sum$ Rank	9[3]	3[1]	7[2]	11[4]
50	$\hat{\alpha}$	2.92953	2.86942	3.00921	3.08234
	MSE	0.114747	0.031325	0.132832	0.188243
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\beta}$	1.900926	1.962299	1.980327	1.960746
	MSE	0.018388	0.011918	0.014921	0.015856
	Rank	4	1	2	3
	$\hat{\lambda}$	2.19955	2.09922	2.35703	2.38376
	MSE	0.592464	0.327488	0.463313	0.603443
	Rank	3	1	2	4
	$\sum$ Rank	9[1]	3[1]	7[2]	11[4]
75	$\hat{\alpha}$	2.98668	2.89963	3.03295	2.94976

	MSE	0.064966	0.023191	0.07143	0.05738
	Rank	3	1	4	2
	$\hat{\beta}$	2.03777	2.02991	2.02613	2.005741
	MSE	0.013229	0.010982	0.012751	0.014005
	Rank	3	1	2	4
	$\hat{\lambda}$	2.50712	2.33269	2.53119	2.36686
	MSE	0.261548	0.309173	0.294463	0.319363
	Rank	1	3	2	4
	$\sum$ Rank	7[2]	5[1]	8[3]	10[4]
100	$\hat{\alpha}$	2.93364	2.97662	3.0082	2.9889
	MSE	0.011761	0.021049	0.033926	0.017188
	Rank	1	3	4	2
	$\hat{\beta}$	1.973319	1.979438	1.970475	1.973319
	MSE	0.011552	0.010249	0.012598	0.013261
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\lambda}$	2.37795	2.38801	2.39755	2.32026
	MSE	0.207791	0.232931	0.254858	0.164965
	Rank	2	3	4	1
	$\sum$ Rank	5[1]	7[2.5]	11[4]	7[2.5]

جدول(B-3)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثالث ($\alpha=3$ ، $\beta=3.6$ ، $\lambda= 0.7$)

n	Est.Par	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\hat{\alpha}$	2.9833	3.07341	3.05177	3.00828
	MSE	0.013251	0.014946	0.014372	0.052042
	Rank	1	3	2	4
	$\hat{\beta}$	3.25796	3.8227	3.94315	3.7336
	MSE	0.90854	0.918246	0. 991582	0.929045
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\lambda}$	0.587416	0.73752	0.765673	0.599264

	MSE	0.192661	0.17024	0.719305	0.160328
	Rank	3	2	4	1
	$\sum$ Rank	5[1]	7[2]	10[4]	8[3]
50	$\hat{\alpha}$	2.99902	3.04847	3.00573	3.0388
	MSE	0.013036	0. 013398	0. 012737	0.012622
	Rank	3	4	2	1
	$\hat{\beta}$	3.41302	3.93191	3.79198	3.98803
	MSE	0.683499	0.847858	0.649854	0.863549
	Rank	2	3	1	4
	$\hat{\lambda}$	0.517442	0.618033	0.458397	0.626856
	MSE	0.127432	0.142456	0.139977	0.160223
	Rank	1	3	2	4
	$\sum$ Rank	6[2]	10[4]	5[1]	9[3]
75	$\hat{\alpha}$	3.00166	3.00404	3.01958	3.01414
	MSE	0.001017	0.0023072	0. 00404717	0. 00315436
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\beta}$	3.83561	3.26881	3.84504	3.8927
	MSE	0.270468	0.396708	0.402013	0.449239
	Rank	1	2	3	4
	$\hat{\lambda}$	0.484861	0.310716	0.520131	0.535669
	MSE	0.011852	0.0254599	0.027808	0.0279414
	Rank	1	2	3	4
	$\sum$ Rank	3[1]	6[2]	10[3]	11[4]
100	$\hat{\alpha}$	3.01606	3.03207	3.00629	3.0278
	MSE	0.13347E-05	0.00126346	6.87549E-05	0.00126195
	Rank	1	4	2	3
	$\hat{\beta}$	3.60751	3.69377	3.71381	3.7229
	MSE	0.173234	0.241565	0.180066	0.257378
	Rank	1	3	2	4
	$\hat{\lambda}$	0.384579	0.464435	0.432397	0.473036
	MSE	0.010146	0.0158889	0.0103936	0.0203745
	Rank	1	3	2	4
	$\sum$ Rank	3[1]	10[3]	6[2]	11[4]

جدول(B-4)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الرابع (α=2 ، β=2.5 ، λ= 0. 7)

n	Est.Par	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\hat{\alpha}$	1.89882	1.96296	2.00287	1.77436
	MSE	0.018961	0.022513	0.025365	0.268842
	Rank	1	2	3	4
	$\hat{\beta}$	2.26494	2.16269	2.07913	2.87655

	MSE	0.188749	0.324428	0.370035	0.999915
	Rank	1	2	3	4
	$\hat{\lambda}$	0.851122	0.971362	0.965624	0.808298
	MSE	0.184759	0.771386	0.834767	0.97996
	Rank	1	2	3	4
	$\sum$ Rank	3[1]	6[2]	9[3]	12[4]
50	$\hat{\alpha}$	1.9396	1.99686	2.00962	2.03582
	MSE	0.01168	0.013073	0.014432	0.017413
	Rank	1	2	3	4
	$\hat{\beta}$	2.35955	2.27485	2.40371	2.35737
	MSE	0.020078	0.02486	0.091657	0.036806
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\lambda}$	1.15816	1.32933	1.54234	1.55261
	MSE	0.175328	0.176349	0.227319	0.289411
	Rank	1	2	3	4
	$\sum$ Rank	3[1]	6[2]	10[3]	11[4]
75	$\hat{\alpha}$	1.96133	2.01353	2.90218	1.99614
	MSE	0.002258	0.00402	0.005826	0.005331
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\beta}$	2.53492	2.48789	2.46066	2.51877
	MSE	0.011173	0.015503	0.0196481	0.0172936
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\lambda}$	1.42968	1.59617	15.4421	1.58421
	MSE	0. 152493	0. 156079	0. 218474	0. 12766
	Rank	2	3	4	1
	$\sum$ Rank	4[1]	7[2.5]	12[4]	7[2.5]
100	$\hat{\alpha}$	1.98019	1.95943	1.99175	1.97345
	MSE	0.0052579	0.00201957	0.00532644	0.00693135
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\beta}$	2.52192	2.54947	2.49879	2.48748
	MSE	0.010675	0.0102332	0.0106506	0.010916
	Rank	3	1	2	4
	$\hat{\lambda}$	1.44397	1.35855	1.44972	1.39744
	MSE	0.0275328	0.0193349	0.0287319	0.0229411
	Rank	3	1	4	2
	$\sum$ Rank	8[2]	3[1]	9[3]	10[4]

جدول(B-5)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الخامس (α=4 ، β=2 ، λ= 0.7)

n	Est.Par	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\hat{\alpha}$	4.74892	4.68846	5.94541	5.89261
	MSE	0.514499	0. 50199	0.97458	0.68712
	Rank	2	1	4	3
	$\hat{\beta}$	2.05733	2.24053	2.32695	2.3059
	MSE	0. 14849	0. 16999	0.29499	0.280041
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\lambda}$	0.319282	0.41445	0.47741	0.97137
	MSE	0.241035	0.233978	0.33456	0.32547
	Rank	2	1	4	3
	$\sum$ Rank	5[2]	4[1]	12[4]	9[3]
50	$\hat{\alpha}$	3.86892	3.80846	5.06541	5.01261
	MSE	0.377838	0. 17945	0.45671	0. 13836
	Rank	3	2	4	1
	$\hat{\beta}$	2.11943	2.1852	2.17592	2.11635
	MSE	0.047722	0.050982	0.061235	0.037793
	Rank	2	3	4	1
	$\hat{\lambda}$	0.420279	0.256869	0.49874	0.213437
	MSE	0.141055	0.112435	0.259713	0.119222
	Rank	3	1	4	2
	$\sum$ Rank	8[3]	6[2]	12[4]	4[1]
75	$\hat{\alpha}$	4.91186	4.18766	4.00779	3.9607
	MSE	0.03743	0.052046	0.0571275	0.078937
	Rank	1	2	3	4
	$\hat{\beta}$	1.025743	1.052046	1.351275	1.80937
	MSE	0.022737	0.024758	0.058938	0.025359
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\lambda}$	0.072142	0.081282	0.671146	0.75909
	MSE	0.02132	0.021517	0.034574	0.042469
	Rank	1	2	3	4
	$\sum$ Rank	3[1]	6[2]	10[3]	11[4]
100	$\hat{\alpha}$	3.9752	4.08025	4.00202	4.84066
	MSE	0.01562	0.022239	0.012311	0.04778
	Rank	2	3	1	4
	$\hat{\beta}$	2.09961	2.09791	2.02254	2.11475
	MSE	0.020335	0.021611	0.02112	0.025128
	Rank	1	3	2	4
	$\hat{\lambda}$	0.26908	0.325317	0.174957	0.47733
	MSE	0.017186	0.0228468	0.019067	0.03949
	Rank	1	3	2	4
	$\sum$ Rank	4[1]	9[3]	5[2]	12[4]

جدول(B-6)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج السادس ($\alpha=2$ ، $\beta=2.6$ ، $\lambda=2$)

n	Est.Par	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\hat{\alpha}$	1.991829	2.017999	1.979014	2.004895
	MSE	0.426662	0.415037	0. 44853	0.466241
	Rank	2	1	3	4
	$\hat{\beta}$	2.63037	2.58287	2.30905	2.63037
	MSE	0.131005	0.136248	0.27554	0.116578
	Rank	2	3	4	1
	$\hat{\lambda}$	2.423236	2.421414	2.680342	2.405528
	MSE	0.323157	0.345711	0.457622	0.323295
	Rank	1	3	4	2
	$\sum$ Rank	5[1]	7[2.5]	11[4]	7[2.5]
50	$\hat{\alpha}$	2.012634	2.02713	2.05103	1.989605
	MSE	0.309737	0.311306	0. 41468	0.321903
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\beta}$	2.59388	2.57193	2.90706	2.31622
	MSE	0.065689	0.0715819	0.718481	0.118467
	Rank	1	2	4	3
	$\hat{\lambda}$	2.563901	2.564903	2.91155	2.446697
	MSE	0.176876	0.181881	0.538368	0.250628
	Rank	1	2	4	3
	$\sum$ Rank	3[1]	6[2]	12[4]	9[3]
75	$\hat{\alpha}$	1.980477	2.02094	2.012022	1.996129
	MSE	0.045187	0.014114	0.011289	0.023839
	Rank	4	2	1	3
	$\hat{\beta}$	3.0507	2.6282	2.64589	2.37604
	MSE	0.63036	0.0454386	0.0421915	0.073766
	Rank	4	2	1	3
	$\hat{\lambda}$	2.677061	2.555306	2.559199	2.450293
	MSE	0.209192	0.14059	0.130612	0.198386
	Rank	4	2	1	3
	$\sum$ Rank	12[4]	6[2]	3[1]	9[3]
100	$\hat{\alpha}$	2.02466	2.0064	1.999551	1.99993
	MSE	0.03477	0.001126	0.010617	0.01821
	Rank	4	1	2	3
	$\hat{\beta}$	2.63322	2.45309	2.46599	2.39255
	MSE	0.163044	0.0439563	0.0427372	0.0504976
	Rank	4	2	1	3
	$\hat{\lambda}$	2.09039	2.825261	2.826243	2.569771
	MSE	0.146899	0.116202	0.112186	0.123546
	Rank	4	2	1	3

	$\sum$ Rank	12[4]	5[2]	4[1]	9[3]

جدول(B-7)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج السابع (α=2.5 ، β=4 ، λ= 0.6)

n	Est.Par	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\hat{\alpha}$	2.63599	2.94157	2.73006	2.77941
	MSE	0.939349	0.109704	0.178028	0.15253
	Rank	4	1	3	2
	$\hat{\beta}$	4.28081	4.28468	3.17112	3.36322
	MSE	0.581304	0.340514	0.285028	0.5167
	Rank	4	2	1	3
	$\hat{\lambda}$	0.6786	0.328243	0.2684	0.983849
	MSE	0.932478	0.164799	0.555023	0.764512
	Rank	4	1	2	3
	$\sum$ Rank	12[4]	4[1]	6[2]	8[3]
50	$\hat{\alpha}$	2.27571	2.96936	2.98928	3.31879
	MSE	0.44064	0.107279	0.112018	0.1137185
	Rank	4	1	2	3
	$\hat{\beta}$	3.14376	3.18373	2.87764	3.07759
	MSE	0.210274	0.201344	0.266603	0.200495
	Rank	3	2	4	1
	$\hat{\lambda}$	0.7863	0.56252	0.558994	0.2804
	MSE	0.273897	0.095563	0.130902	0.419506
	Rank	3	1	2	4
	$\sum$ Rank	10[4]	4[1]	8[2.5]	8[2.5]
75	$\hat{\alpha}$	2.16175	2.98473	2.01179	2.04077
	MSE	0.078326	0.012668	0.001537	0.057099
	Rank	4	2	1	3
	$\hat{\beta}$	2.26652	2.24267	2.12095	2.21246
	MSE	0.03765	0.0202618	0.028504	0.035432
	Rank	4	1	2	3
	$\hat{\lambda}$	0.39663	0.623216	0.636662	0.818726
	MSE	0.0464785	0.027473	0.0297896	0.0615922
	Rank	3	1	2	4
	$\sum$ Rank	11[4]	4[1]	5[2]	9[3]
100	$\hat{\alpha}$	2.00589	2.97983	2.98943	2.01272
	MSE	0.041733	0.002889	0.010311	0.045314
	Rank	3	1	2	4
	$\hat{\beta}$	1.94175	2.97127	1.84216	2.90651
	MSE	0.0269872	0.0110551	0.0268546	0.0263989

	Rank	4	1	3	2
	$\hat{\lambda}$	0.48565	0.43797	0.398684	0.216756
	MSE	0.0431234	0.0195225	0.0177814	0.042457
	Rank	4	2	1	3
	$\sum$ Rank	11[4]	4[1]	6[2]	9[3]

جدول(B-8)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثامن (α=4 ، β=2 ، λ= 0.6)

n	Est.Par	SBSEL	SBEL	EBSEL	EBEL
25	$\hat{\alpha}$	4.60004	3.85735	4.4466	4.70921
	MSE	0.671727	0.97315	0.836458	0.97458
	Rank	1	3	2	4
	$\hat{\beta}$	2.88112	2.82412	2.727848	2.87703
	MSE	0. 483562	0. 439324	0.612715	0.59196
	Rank	2	1	4	3
	$\hat{\lambda}$	0.212559	0.78456	0.21012	0.457856
	MSE	0.212559	0.78456	0.21012	0.457856
	Rank	2	4	1	3
	$\sum$ Rank	5[1]	8[3]	7[2]	10[4]
50	$\hat{\alpha}$	4.70164	4.4402	4.73471	4.3257
	MSE	0.666155	0.948721	0.724789	0.924789
	Rank	1	4	2	3
	$\hat{\beta}$	2.82793	2.82068	2.714799	2.84569
	MSE	0.407283	0.431252	0.325256	0.513388
	Rank	2	3	1	4
	$\hat{\lambda}$	0.431725	0.352	0.331673	0.4863
	MSE	0.101795	0.42753	0.135505	0.44786
	Rank	1	3	2	4
	$\sum$ Rank	4[1]	10[3]	5[2]	11[4]
75	$\hat{\alpha}$	4.73901	4.7601	4.79195	4.79195
	MSE	0.490789	0.77094	0.234019	0.255798
	Rank	3	4	1	2
	$\hat{\beta}$	2.83027	2.83065	2.758995	2.758995
	MSE	0.201575	0.324554	0.283026	0.483026
	Rank	1	3	2	4
	$\hat{\lambda}$	0.435886	0.4706	0.354263	0.354263
	MSE	0.0513836	0.024578	0.017135	0.0113836
	Rank	4	3	2	1
	$\sum$ Rank	8[3]	10[4]	5[1]	7[2]
100	$\hat{\alpha}$	4.73428	4.74022	4.76526	4.75004
	MSE	0.113696	0.3457	0.213452	0.154785
	Rank	1	4	3	2

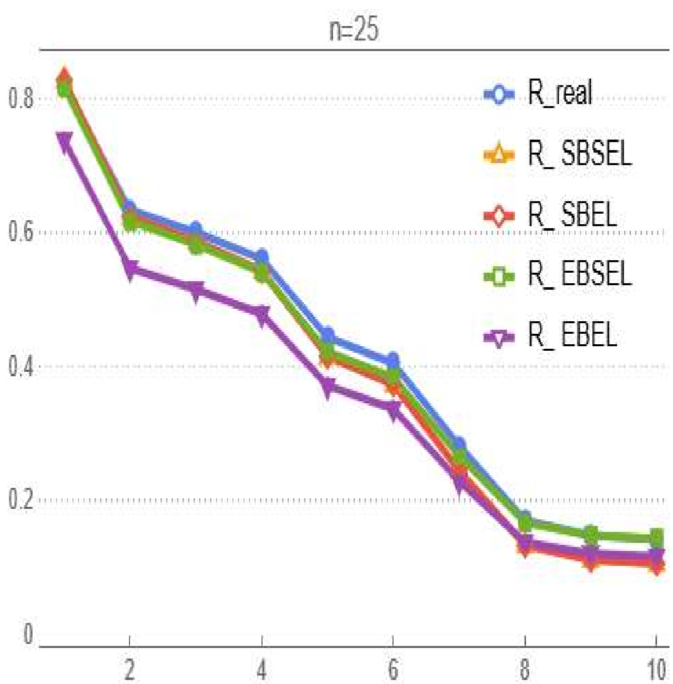
	$\hat{\beta}$	2.80221	2.80105	2.789191	2.718712
	MSE	0.0135845	0.0290265	0.028256	0.0333117
	Rank	1	3	2	4
	$\hat{\lambda}$	0.433924	0.420622	0.408793	0.335876
	MSE	0. 0103897	0.0117229	0.0117887	0.0114982
	Rank	1	2	4	3
	$\sum$ Rank	3[1]	9[3.5]	9[2]	9[3.5]

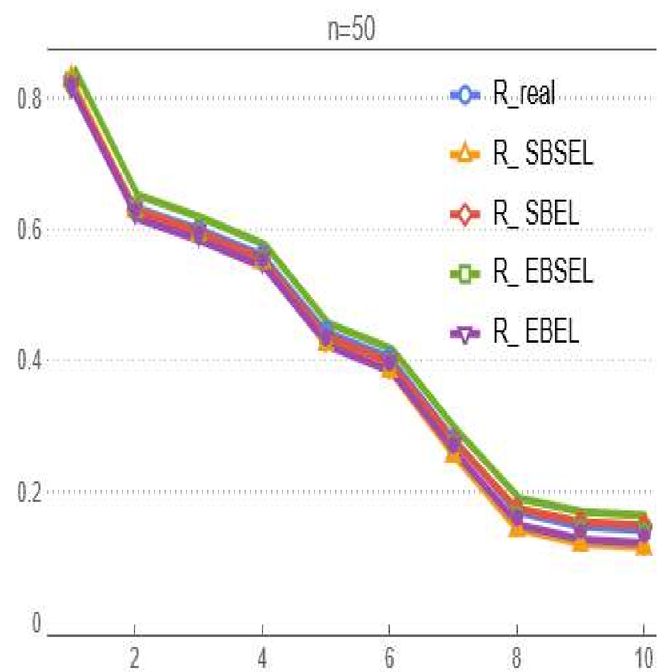
جدول(B-9)

يوضح ا لمعولية الحقيقية والمقدرة و متوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية ولطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الأول (λ= 0. 6 ، β=2 ، α=3)

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
25	1.6052	0.82097	0.82718	0.013307	0.811082	0.013502	0.816704	0.011627	0.737895	0.01437
	1.60898	0.633298	0.622952	0.016348	0.615201	0.01583	0.616968	0.011645	0.546489	0.014691
	1.63633	0.600135	0.586349	0.016504	0.581339	0.01586	0.582069	0.011764	0.515192	0.016088
	2.30767	0.56051	0.542673	0.016554	0.541317	0.015764	0.540739	0.013097	0.478178	0.023036
	2.47319	0.443377	0.414852	0.016958	0.426276	0.01479	0.4216	0.013537	0.371104	0.031237
	2.47967	0.404636	0.37327	0.017565	0.389424	0.014304	0.383385	0.014938	0.336439	0.034081
	2.53299	0.281394	0.244323	0.017698	0.276518	0.01262	0.266343	0.015419	0.228564	0.043102
	2.61925	0.16973	0.132879	0.017783	0.180056	0.011693	0.166597	0.01621	0.13711	0.046218
	2.76697	0.147274	0.111172	0.017861	0.161322	0.011683	0.147269	0.016269	0.120153	0.048822
	2.83905	0.141614	0.10574	0.017983	0.156635	0.011693	0.142437	0.016299	0.115894	0.051576
IMSE				0.014396		0.013773		0.014080		0.032322
Rank				3		1		2		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
50	1.6052	0.82097	0.829126	0.010795	0.82174	0.010748	0.824602	0.010735	0.820843	0.010725
	1.60898	0.633298	0.63038	0.010826	0.629355	0.010749	0.630408	0.010741	0.62905	0.010772
	1.63633	0.600135	0.594743	0.010954	0.595324	0.010765	0.595873	0.010787	0.595002	0.010971
	2.30767	0.56051	0.552153	0.011205	0.554816	0.011121	0.554722	0.011235	0.554354	0.012027
	2.47319	0.443377	0.426835	0.01159	0.436627	0.011299	0.434489	0.011339	0.434739	0.012048
	2.47967	0.404636	0.385764	0.012102	0.398211	0.011573	0.395382	0.011699	0.395452	0.013011
	2.53299	0.281394	0.257044	0.012202	0.278769	0.011672	0.27381	0.01179	0.271728	0.013232
	2.61925	0.16973	0.143609	0.012233	0.174548	0.011832	0.167854	0.011917	0.161583	0.013476
	2.76697	0.147274	0.121217	0.012287	0.154065	0.011845	0.147053	0.011918	0.13968	0.013543
	2.83905	0.141614	0.115597	0.012316	0.148928	0.011847	0.141837	0.011924	0.134174	0.013559
IMSE				0.01165		0.011345		0.011408		0.012336
Rank				3		1		2		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
75	1.6052	0.82097	0.819009	0.009704	0.81751	0.009946	0.81939	0.009945	0.815192	0.009648
	1.60898	0.633298	0.623022	0.009735	0.626221	0.009955	0.62689	0.009959	0.623284	0.009677
	1.63633	0.600135	0.588294	0.009864	0.592454	0.010003	0.592786	0.010027	0.589438	0.009802
	2.30767	0.56051	0.546872	0.010569	0.552237	0.010432	0.55214	0.010514	0.549096	0.010545
	2.47319	0.443377	0.425285	0.011126	0.43464	0.011018	0.433169	0.011108	0.430748	0.011382
	2.47967	0.404636	0.385471	0.011293	0.396305	0.011196	0.394366	0.011281	0.391987	0.011557
	2.53299	0.281394	0.260588	0.011482	0.276721	0.011472	0.27333	0.011487	0.270272	0.011613
	2.61925	0.16973	0.150203	0.011876	0.171935	0.01167	0.167352	0.011736	0.162391	0.012136
	2.76697	0.147274	0.128359	0.011934	0.151304	0.011794	0.146502	0.011853	0.140997	0.012234

	2.83905	0.141614	0.122874	0.011945	0.146129	0.011872	0.141273	0.011927	0.135621	0.012276
IMSE				0.010952		0.010935		0.010983		0.01158
Rank				2		1		3		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
100	1.6052	0.82097	0.819742	0.009421	0.824847	0.009862	0.826278	0.009852	0.811072	0.009521
	1.60898	0.633298	0.625431	0.009441	0.633758	0.009879	0.63429	0.009872	0.620651	0.009539
	1.63633	0.600135	0.591144	0.009521	0.599935	0.009938	0.600221	0.009953	0.587277	0.009614
	2.30767	0.56051	0.550269	0.009843	0.559608	0.009951	0.55958	0.009955	0.547516	0.010012
	2.47319	0.443377	0.430241	0.009918	0.441302	0.010329	0.440269	0.010372	0.430755	0.010171
	2.47967	0.404636	0.390868	0.010235	0.402568	0.0104	0.401191	0.010421	0.392405	0.010367
	2.53299	0.281394	0.266909	0.010283	0.280984	0.010457	0.278519	0.010482	0.271336	0.010444
	2.61925	0.16973	0.156494	0.010293	0.173227	0.010517	0.169829	0.010546	0.16288	0.010556
	2.76697	0.147274	0.134523	0.010318	0.151849	0.010575	0.148273	0.010624	0.14121	0.010565
	2.83905	0.141614	0.128999	0.010342	0.146477	0.010595	0.142856	0.01064	0.135756	0.010568
IMSE				0.009961		0.010250		0.010271		0.010135
Rank				1		3		4		2

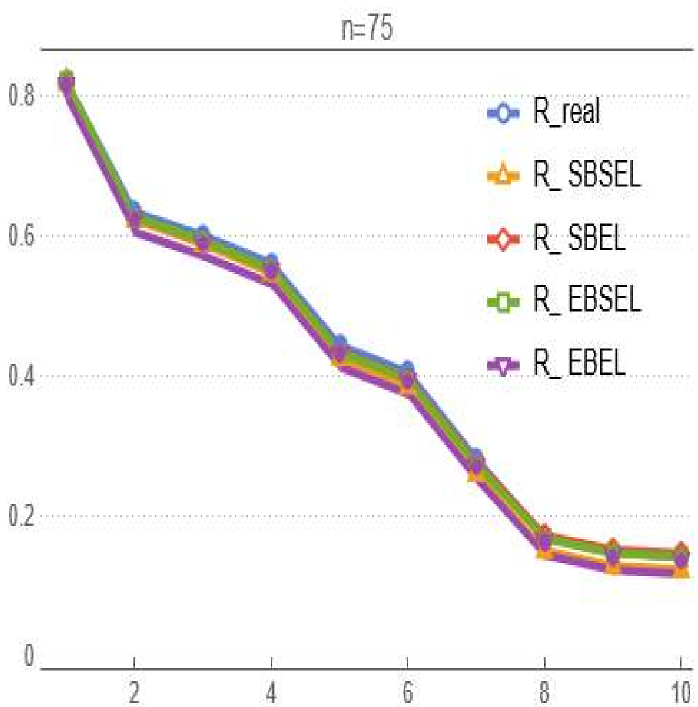


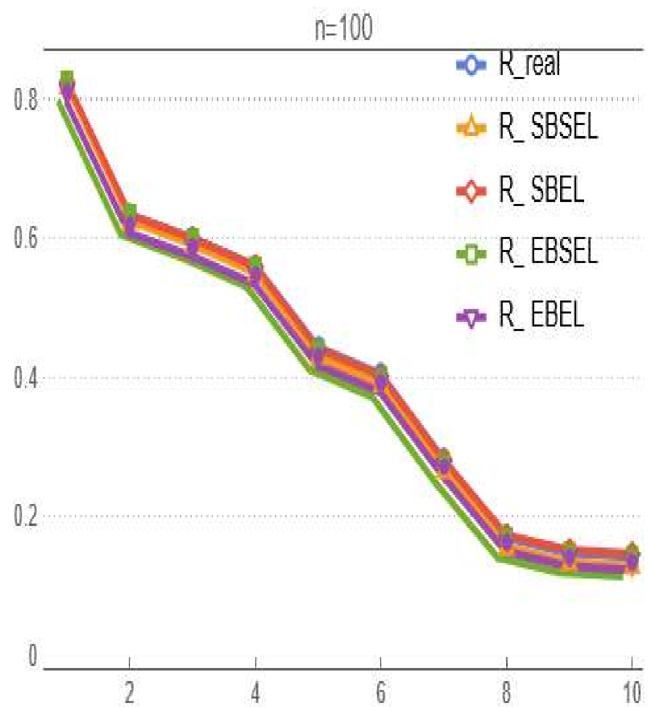


جدول(B-10)

يوضح ا لمعولية الحقيقية والمقدرة متوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة
ولكافة احجام العينات للأنموذج الثاني ($\alpha=3$ ، $\beta=2$ ، $\lambda= 2.5$)

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
25	0.23526	0.848909	0.82718	0.009211	0.811082	0.009615	0.816704	0.00929	0.737895	0.009592
	0.411915	0.789833	0.622952	0.011325	0.615201	0.011461	0.616968	0.011404	0.546489	0.014579
	0.505665	0.603399	0.586349	0.012003	0.581339	0.012541	0.582069	0.012461	0.515192	0.019542
	0.529946	0.572679	0.542673	0.012629	0.541317	0.012696	0.540739	0.013041	0.478178	0.02401
	0.563201	0.458816	0.414852	0.013113	0.426276	0.013511	0.4216	0.013578	0.371104	0.029464
	0.623866	0.33056	0.37327	0.013723	0.389424	0.013544	0.383385	0.013917	0.336439	0.038087
	0.680811	0.24744	0.244323	0.014726	0.276518	0.014358	0.266343	0.014818	0.228564	0.045582
	0.713671	0.243678	0.132879	0.015355	0.180056	0.015111	0.166597	0.015559	0.13711	0.047816
	0.772623	0.181212	0.111172	0.01551	0.161322	0.015178	0.147269	0.015591	0.120153	0.059695
	0.870132	0.115552	0.10574	0.015563	0.156635	0.015247	0.142437	0.015663	0.115894	0.060033
IMSE				0.013315		0.013326		0.013532		0.03484
Rank				1		2		3		4



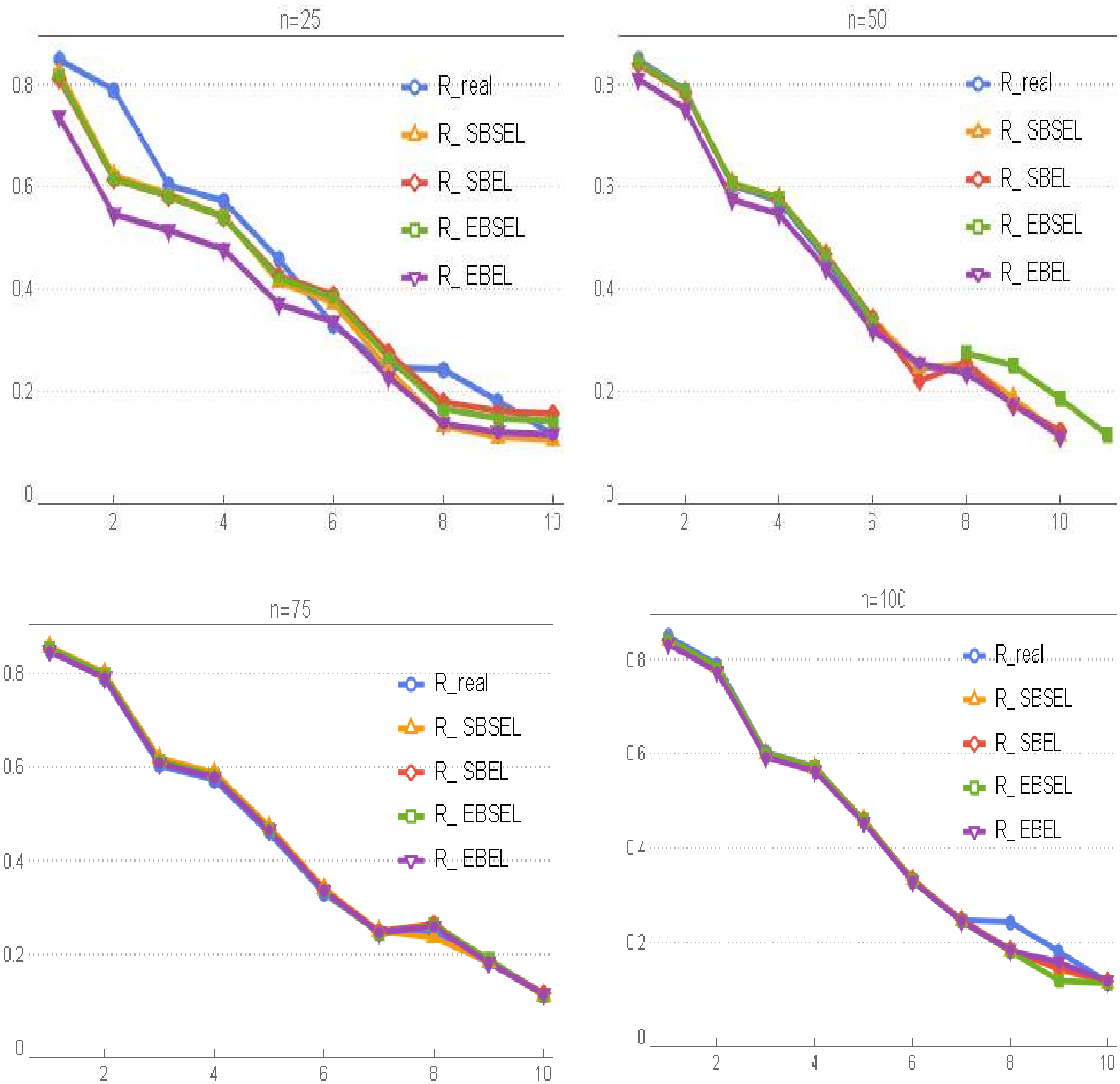


n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
50	0.23526	0.848909	0.843547	0.009164	0.840621	0.00963	0.843995	0.009472	0.811034	0.00929
	0.411915	0.789833	0.786585	0.009792	0.783657	0.010501	0.786824	0.01047	0.752851	0.011101
	0.505665	0.603399	0.608374	0.010082	0.606225	0.010596	0.607123	0.010579	0.57589	0.012991
	0.529946	0.572679	0.578922	0.010384	0.577018	0.010828	0.577387	0.010777	0.547131	0.014683
	0.563201	0.458816	0.468851	0.010425	0.468213	0.010835	0.466408	0.010839	0.440532	0.015761
	0.623866	0.33056	0.342002	0.010896	0.343652	0.011121	0.339236	0.011063	0.319166	0.016884

	0.680811	0.24744	0.24757	0.011239	0.22104	0.011368	0.27477	0.011375	0.25481	0.017835
	0.713671	0.243678	0.253197	0.011332	0.257094	0.011394	0.251036	0.011464	0.235552	0.017943
	0.772623	0.181212	0.187092	0.011359	0.173051	0.011415	0.186025	0.01151	0.175984	0.018067
	0.870132	0.115552	0.114458	0.011534	0.123065	0.011506	0.115417	0.011565	0.112361	0.01855
IMSE				0.01261		0.109194		0.109114		0.153105
Rank				1		3		2		4

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
75	0.23526	0.848909	0.85783	0.009122	0.853321	0.009433	0.855329	0.009351	0.847818	0.00923
	0.411915	0.789833	0.801508	0.009969	0.796018	0.010113	0.797948	0.010135	0.790697	0.010591
	0.505665	0.603399	0.619226	0.00998	0.612322	0.010335	0.612883	0.01037	0.608584	0.011003
	0.529946	0.572679	0.588561	0.010221	0.581677	0.010345	0.581898	0.010383	0.578237	0.011287
	0.563201	0.458816	0.47346	0.01049	0.467323	0.010696	0.466116	0.01074	0.464881	0.01136
	0.623866	0.33056	0.341231	0.010668	0.337326	0.010715	0.334362	0.010744	0.335547	0.011571
	0.680811	0.243678	0.250116	0.010718	0.24871	0.010735	0.244627	0.010775	0.246891	0.011591
	0.713671	0.24744	0.23615	0.010796	0.26568	0.010882	0.26258	0.010905	0.25901	0.011645
	0.772623	0.181212	0.183732	0.010885	0.184739	0.010924	0.189987	0.010945	0.182516	0.011682
	0.870132	0.115552	0.11289	0.010959	0.117159	0.010999	0.111952	0.011015	0.114923	0.011763
IMSE				0.010380		0.010517		0.010536		0.011172
Rank				1		2		3		4

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
100	0.23526	0.848909	0.841376	0.000245371	0.840423	0.009502	0.842021	0.009502	0.832715	0.006033
	0.411915	0.789833	0.783163	0.009424	0.782123	0.009783	0.783609	0.009783	0.77378	0.009603
	0.505665	0.603399	0.601288	0.009639	0.600414	0.009804	0.600751	0.009804	0.592416	0.009806
	0.529946	0.572679	0.571367	0.009783	0.570592	0.009922	0.570665	0.009922	0.562878	0.009928
	0.563201	0.458816	0.460158	0.009813	0.45995	0.009973	0.458946	0.009973	0.453638	0.010009
	0.623866	0.33056	0.333705	0.009891	0.334541	0.010049	0.332261	0.010049	0.330249	0.010074
	0.680811	0.243678	0.246757	0.009936	0.248546	0.010061	0.24547	0.010061	0.245739	0.010166
	0.713671	0.181212	0.183198	0.009951	0.185772	0.0101	0.182226	0.0101	0.184032	0.010167
	0.772623	0.132614	0.14388	0.009985	0.14433	0.010108	0.119172	0.010108	0.158181	0.010197
	0.870132	0.115552	0.114897	0.009993	0.118323	0.06653	0.114461	0.06653	0.117662	0.010281
IMSE				0.00975		0.009846		0.009845		0.009939
Rank				1		3		2		4



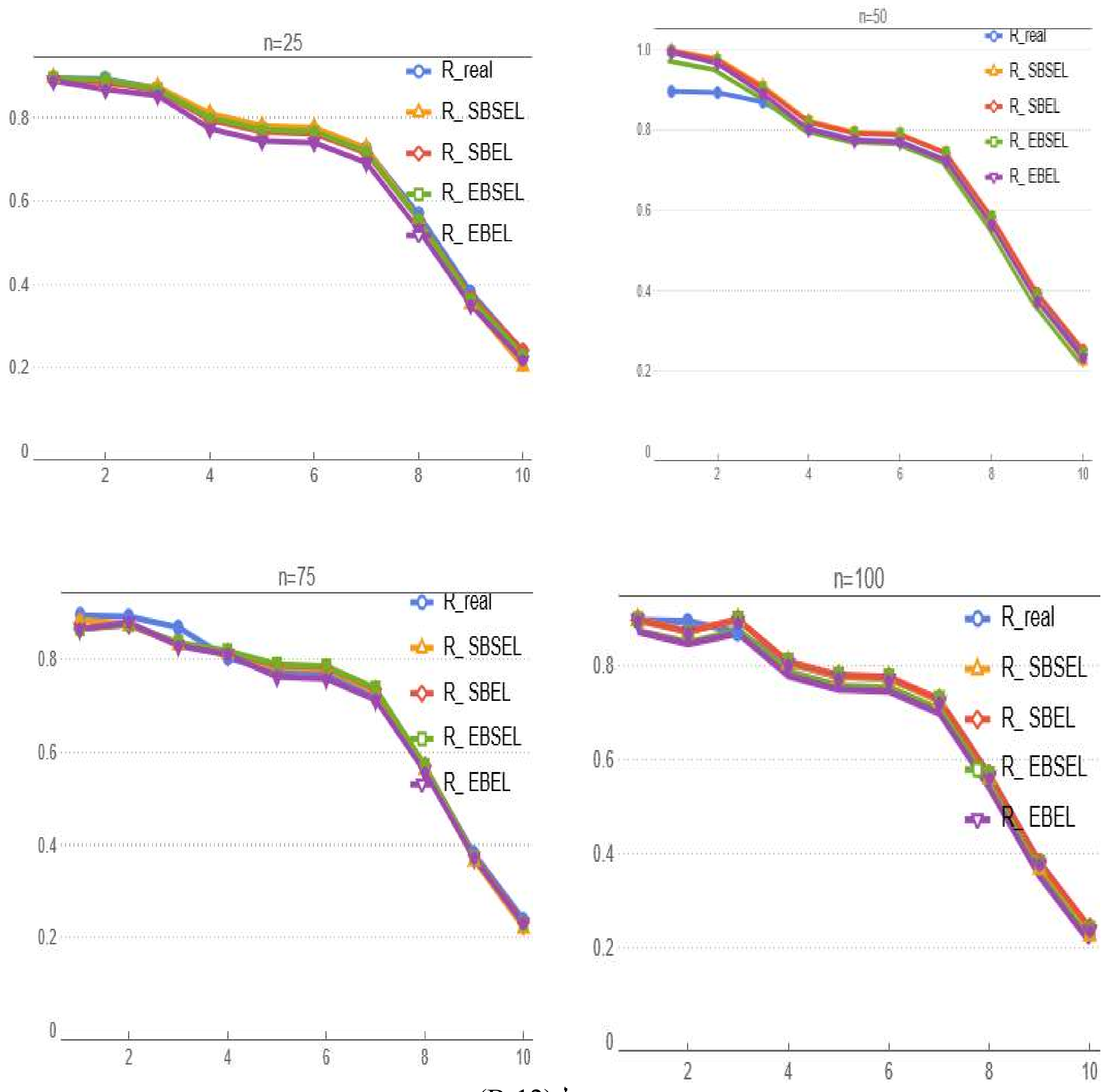
جدول(B-11)

يوضح ا لمعولية الحقيقية والمقدرة متوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة
ولكافة احجام العينات للأنموذج الثالث ($\alpha=3$ ، $\beta=3.6$ ، $\lambda= 0.7$)

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
25	0.418746	0.895501	0.896315	0.001021	0.893181	0.001056	0.894226	0.001043	0.888022	0.001544
	1.36682	0.892853	0.880953	0.0014	0.885374	0.001697	0.890778	0.001608	0.867214	0.004113

	1.4022	0.869653	0.87374	0.003525	0.864418	0.004443	0.867547	0.004315	0.852895	0.0082
	1.51788	0.803581	0.810039	0.006076	0.794522	0.005182	0.799992	0.007272	0.77329	0.011047
	2.06425	0.775409	0.78044	0.006193	0.765804	0.00722	0.770955	0.00799	0.743946	0.014014
	2.35454	0.771405	0.776206	0.006747	0.761721	0.007435	0.766817	0.008083	0.73978	0.017158
	3.29824	0.725288	0.727031	0.006836	0.714681	0.007865	0.718969	0.008969	0.691878	0.018619
	3.29873	0.568544	0.556574	0.007738	0.555751	0.007946	0.555635	0.009859	0.531587	0.018809
	3.50062	0.381964	0.353736	0.008205	0.372995	0.008716	0.36631	0.008155	0.350493	0.020697
	3.73082	0.239924	0.203729	0.009184	0.241881	0.0093	0.230688	0.005639	0.217544	0.02196
IMSE				0.005692		0.00608		0.006293		0.01361
Rank				1		2		3		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
50	0.418746	0.995501	0.997083	0.001014	0.995744	0.001023	0.996119	0.001021	0.992725	0.00281
	1.36682	0.969653	0.976847	0.001261	0.973115	0.001335	0.97439	0.001325	0.965252	0.00174
	1.4022	0.892853	0.908878	0.002651	0.903904	0.002997	0.906379	0.003015	0.889579	0.001617
	1.51788	0.803581	0.822319	0.003605	0.819106	0.004542	0.821839	0.004575	0.801365	0.002135
	2.06425	0.775409	0.79394	0.004384	0.791593	0.005077	0.794245	0.005177	0.773233	0.004874
	2.35454	0.771405	0.789875	0.004852	0.787659	0.005634	0.790294	0.00576	0.769224	0.005674
	3.29824	0.725288	0.742549	0.004914	0.741964	0.005707	0.744318	0.005837	0.722858	0.005778
	3.29873	0.568544	0.577137	0.005359	0.58325	0.006214	0.583748	0.006385	0.563438	0.006242
	3.50062	0.381964	0.37748	0.005547	0.393554	0.006443	0.390844	0.006613	0.372948	0.006805
	3.73082	0.239924	0.227629	0.006463	0.252982	0.007397	0.247714	0.007629	0.232426	0.008072
IMSE				0.004005		0.004636		0.004733		0.0036641
Rank				2		3		4		1
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.418746	0.885501	0.886808	0.001009	0.866622	0.00101	0.866897	0.00101	0.866065	0.001088
	1.36682	0.869653	0.875008	0.001144	0.874943	0.001167	0.875993	0.001174	0.879891	0.001441
	1.4022	0.852853	0.832846	0.001695	0.834452	0.001794	0.836547	0.001895	0.830217	0.001895
	1.51788	0.843581	0.812677	0.001732	0.816397	0.001848	0.81864	0.001898	0.810925	0.002022
	2.06425	0.775409	0.783444	0.001915	0.787766	0.001942	0.789906	0.002009	0.762914	0.002177
	2.35454	0.771405	0.779268	0.002072	0.783672	0.002171	0.785793	0.002203	0.758935	0.002268
	3.29824	0.725288	0.730862	0.002081	0.736152	0.002339	0.737984	0.002414	0.713135	0.002302
	3.29873	0.568544	0.564213	0.002135	0.57183	0.0024	0.572008	0.002475	0.557432	0.002305
	3.50062	0.381964	0.367106	0.002141	0.376856	0.002406	0.374585	0.00248	0.371542	0.002336
75	3.73082	0.239924	0.221246	0.002174	0.232713	0.002422	0.228783	0.002489	0.229495	0.002344
IMSE				0.001809		0.00295		0.002604		0.002617
Rank				1		4		2		3
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
100	0.418746	0.895501	0.896079	0.001007	0.895712	0.001009	0.895944	0.001009	0.894979	0.001012
	1.36682	0.869653	0.871979	0.001116	0.87125	0.001145	0.872041	0.001143	0.868658	0.001164
	1.4022	0.892853	0.896446	0.001445	0.896425	0.00179	0.897864	0.001792	0.891167	0.00181
	1.51788	0.803581	0.805425	0.001507	0.80704	0.002298	0.808505	0.002392	0.800629	0.001925
	2.06425	0.775409	0.776335	0.00164	0.778541	0.002368	0.779922	0.002523	0.771985	0.002467
	2.35454	0.771405	0.772191	0.001758	0.774483	0.002511	0.77585	0.002714	0.767913	0.002582
	3.29824	0.725288	0.724343	0.002127	0.727659	0.002723	0.728815	0.002739	0.720998	0.002626
	3.29873	0.568544	0.561203	0.002196	0.568363	0.002974	0.56842	0.002997	0.56189	0.002647
	3.50062	0.381964	0.369064	0.002333	0.381445	0.003031	0.379883	0.00309	0.374663	0.002847
	3.73082	0.239924	0.226116	0.002351	0.242869	0.00337	0.240109	0.003417	0.234665	0.003056
IMSE				0.001747		0.002322		0.002381		0.002213

Rank			1		3		4		2



جدول(B-12)

يوضح ا لمعولية الحقيقية والمقدرة متوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الرابع ($\alpha=2$ ، $\beta=2.5$ ، $\lambda= 0.7$)

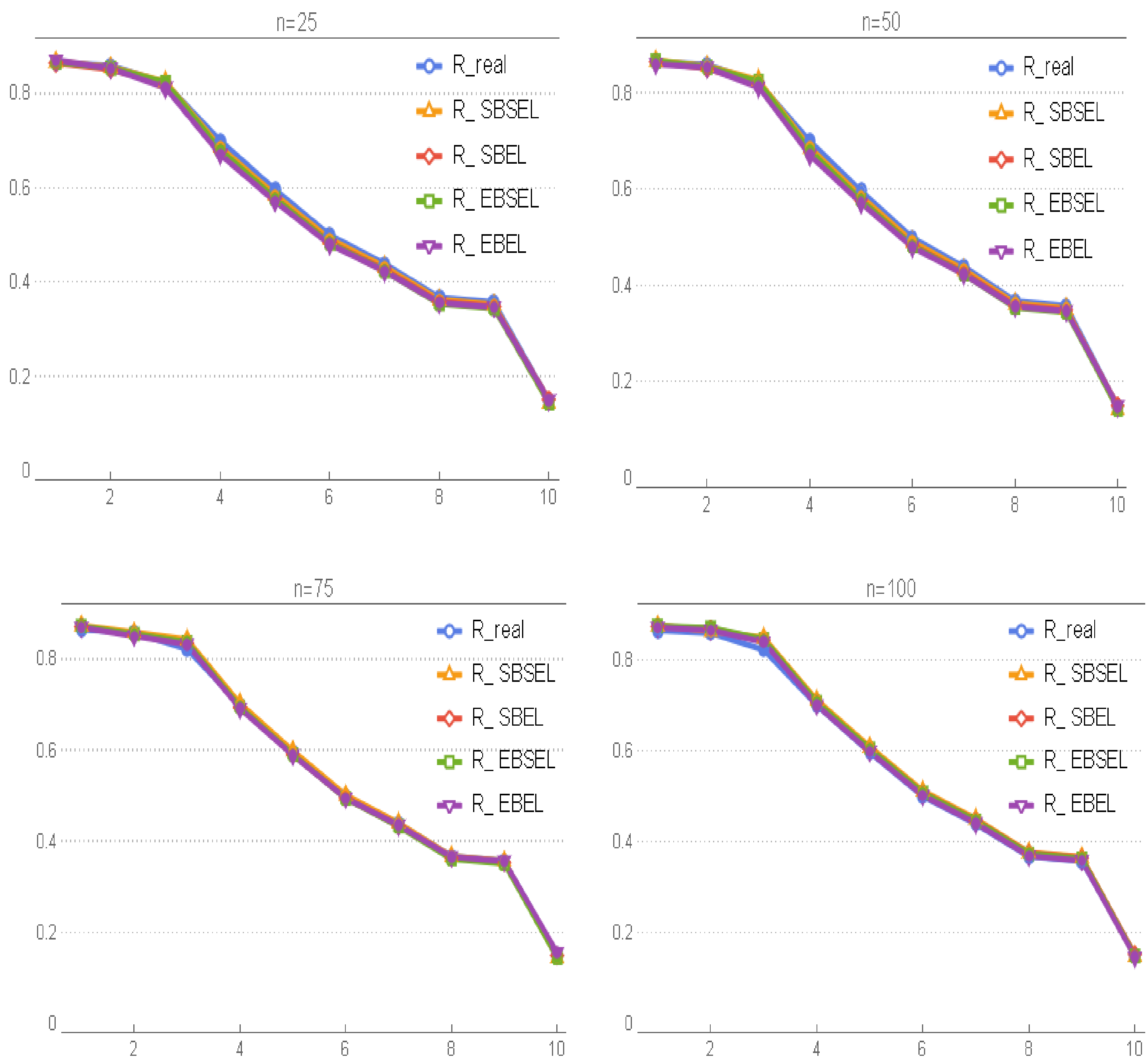
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
25	0.362094	0.864298	0.866967	0.001198	0.864506	0.001825	0.866243	0.00165	0.869759	0.009686
	0.579136	0.858468	0.855371	0.001887	0.850605	0.003293	0.853624	0.002958	0.852689	0.021855
	0.720139	0.821401	0.824651	0.002396	0.820292	0.003919	0.823506	0.003626	0.811511	0.022653
	0.944393	0.69957	0.685859	0.003232	0.677999	0.004119	0.680011	0.004129	0.670175	0.028907
	1.0834	0.59579	0.58474	0.00386	0.576779	0.004172	0.577156	0.00438	0.57067	0.035062
	1.20604	0.49913	0.490894	0.004484	0.483772	0.004451	0.482333	0.004745	0.479471	0.04647
	1.28238	0.438432	0.431842	0.004855	0.425781	0.004743	0.42314	0.005031	0.42257	0.058498
	1.37372	0.366935	0.361916	0.005043	0.357726	0.005144	0.353674	0.005366	0.355629	0.070426
	1.38686	0.35684	0.351997	0.005206	0.34813	0.0052	0.343884	0.005408	0.346168	0.072139
	1.68979	0.14955	0.143319	0.005243	0.150408	0.00559	0.143065	0.005447	0.148941	0.076464
IMSE				0.003740		0.004245		0.00427		0.044215
Rank				1		2		3		4

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
50	0.362094	0.874298	0.866967	0.00116	0.864506	0.001321	0.866243	0.001276	0.859759	0.001583
	0.579136	0.858468	0.855371	0.001923	0.850605	0.002408	0.853624	0.002305	0.852689	0.002551
	0.720139	0.841401	0.826513	0.002419	0.820292	0.002418	0.823506	0.002492	0.811511	0.003153
	0.944393	0.69957	0.685859	0.002554	0.677999	0.003194	0.680011	0.003097	0.670175	0.003931
	1.0834	0.59579	0.58474	0.003373	0.576779	0.003316	0.577156	0.003501	0.57067	0.003991
	1.20604	0.49913	0.490894	0.003441	0.483772	0.003354	0.482333	0.00354	0.479471	0.004215
	1.28238	0.438432	0.431842	0.00347	0.425781	0.003602	0.42314	0.003782	0.42257	0.004399
	1.37372	0.366935	0.361916	0.003622	0.357726	0.003781	0.353674	0.003939	0.355629	0.004704
	1.38686	0.35684	0.351997	0.003632	0.34813	0.00394	0.343884	0.003948	0.346168	0.005057
	1.68979	0.14955	0.143319	0.003679	0.150408	0.003969	0.143065	0.004065	0.148941	0.005119
IMSE				0.002927		0.003130		0.003194		0.003870
Rank				1		2		3		4

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.362094	0.874298	0.873452	0.001058	0.870728	0.001113	0.871741	0.001099	0.869037	0.001159
	0.579136	0.858468	0.858735	0.001651	0.852753	0.00184	0.854639	0.001813	0.850066	0.001921
	0.720139	0.841401	0.842913	0.002219	0.835092	0.00223	0.837174	0.002285	0.832166	0.002541
	0.944393	0.69957	0.70253	0.002261	0.693431	0.002503	0.694833	0.002487	0.691013	0.002655
	1.0834	0.59579	0.598681	0.003062	0.590225	0.003406	0.590583	0.003436	0.58876	0.003269
	1.20604	0.49913	0.501191	0.003405	0.494275	0.003411	0.493431	0.003504	0.494078	0.003269
	1.28238	0.438432	0.439644	0.003466	0.434103	0.003444	0.432447	0.003537	0.434881	0.003286
	1.37372	0.366935	0.366867	0.003488	0.363315	0.003625	0.360696	0.003714	0.365405	0.003387
	1.38686	0.35684	0.356569	0.003557	0.35333	0.003678	0.350576	0.00374	0.355618	0.003439
75	1.68979	0.14955	0.143952	0.00357	0.148726	0.003703	0.143817	0.003785	0.155476	0.00344
IMSE				0.002773		0.002895		0.002940		0.002836
Rank				1		3		4		2

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.362094	0.874298	0.87499	0.00141	0.873146	0.001005	0.873879	0.001	0.870538	0.001254
	0.579136	0.868468	0.862562	0.001471	0.868557	0.001383	0.869956	0.001379	0.864501	0.001752
	0.720139	0.841401	0.848618	0.001853	0.843377	0.001485	0.844954	0.001492	0.838677	0.00203
	0.944393	0.69957	0.711155	0.002034	0.70509	0.001718	0.706235	0.001726	0.69967	0.00216
	1.0834	0.59579	0.608502	0.00206	0.602993	0.001976	0.603406	0.001974	0.59718	0.002186
	1.20604	0.49913	0.511324	0.002237	0.507058	0.001992	0.5066	0.001991	0.500894	0.002389

	1.28238	0.438432	0.449545	0.002371	0.446365	0.002088	0.445307	0.002096	0.439995	0.002583
	1.37372	0.366935	0.37604	0.002431	0.374395	0.002118	0.372611	0.002147	0.367825	0.002585
	1.38686	0.35684	0.365599	0.0025	0.36419	0.002147	0.362304	0.002165	0.357597	0.002872
	1.68979	0.14955	0.147698	0.00299	0.151546	0.002188	0.147925	0.002217	0.145345	0.003013
IMSE				0.001935		0.001810		0.001818		0.002282
Rank				3		1		2		4

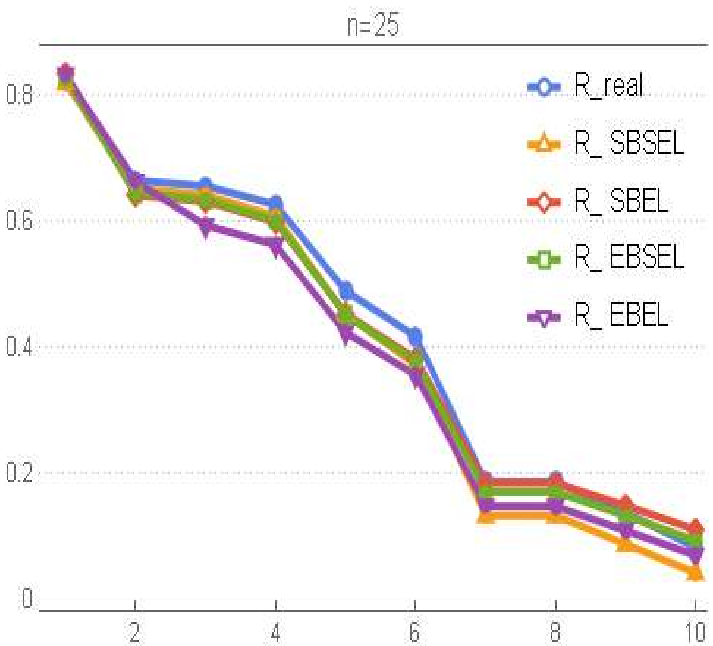


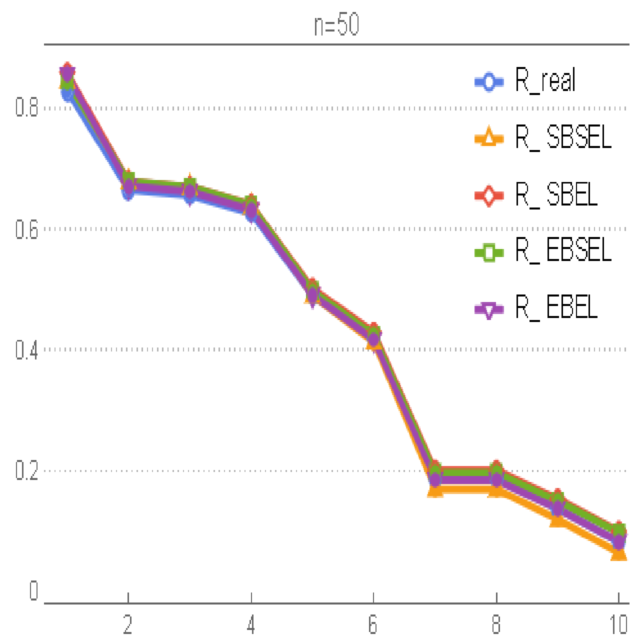
جدول(B-13)

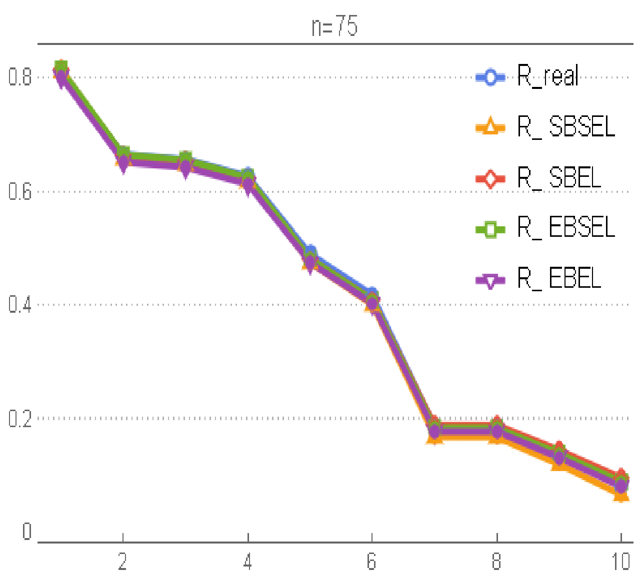
يوضح ا لمعولية الحقيقية والمقدرة متوسط مربعات الـخطأ (MSE) والـرتب الـجزئية لـطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الخامس ($\lambda= 0.7$ ، $\beta=2$ ، $\alpha=4$)

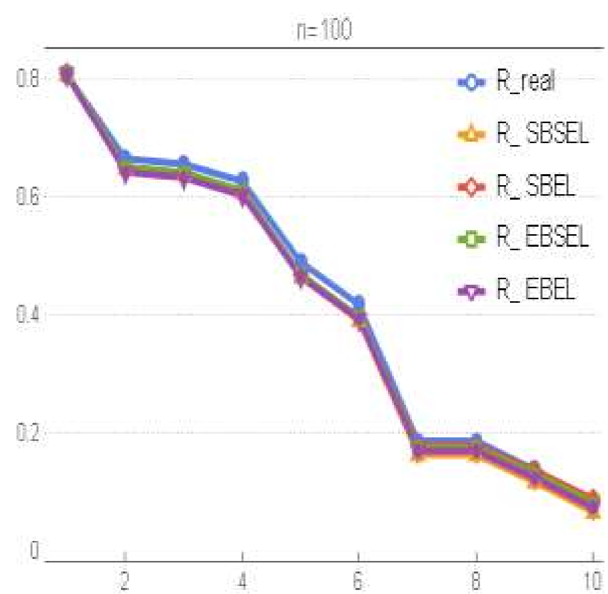
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
25	0.267325	0.828912	0.820214	0.032076	0.835019	0.011133	0.82739	0.01117	0.832918	0.012354
	0.428522	0.665203	0.652127	0.034015	0.641804	0.011993	0.644742	0.011408	0.663351	0.015357
	0.596276	0.656217	0.641849	0.037553	0.63174	0.012239	0.634529	0.011988	0.593828	0.018349
	0.976553	0.626893	0.608293	0.046121	0.59914	0.012552	0.601366	0.012989	0.562919	0.018355
	1.104412	0.489514	0.45227	0.04758	0.453089	0.012554	0.451378	0.012992	0.423476	0.019604
	1.161685	0.417276	0.372068	0.062787	0.381842	0.018429	0.377437	0.018948	0.355883	0.031663
	1.339232	0.185991	0.132256	0.067157	0.183921	0.018555	0.169872	0.019153	0.146969	0.035769
	1.714183	0.185871	0.132141	0.067206	0.18383	0.018617	0.169777	0.019551	0.146866	0.036097
	1.811741	0.137092	0.086733	0.077395	0.148054	0.019146	0.131999	0.019741	0.108225	0.036577
	1.826798	0.081772	0.041039	0.079415	0.109975	0.019654	0.092596	0.020536	0.069181	0.037031
IMSE				0.0551305		0.015487		0.015848		0.026116
Rank				4		1		2		3
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
50	0.267325	0.858912	0.845662	0.010267	0.859266	0.014885	0.844279	0.009863	0.856327	0.009937
	0.428522	0.665203	0.678288	0.011424	0.679412	0.011471	0.679363	0.010586	0.671351	0.00994
	0.596276	0.656217	0.668738	0.013318	0.670341	0.01056	0.670043	0.010707	0.662131	0.010213
	0.976553	0.626893	0.637483	0.0142	0.64071	0.01081	0.639618	0.010763	0.632014	0.010521
	1.104412	0.489514	0.490145	0.014334	0.501886	0.01081	0.497783	0.010763	0.490908	0.010522
	1.161685	0.417276	0.412747	0.014615	0.429306	0.011788	0.424273	0.012172	0.417074	0.011847
	1.339232	0.185991	0.169357	0.014618	0.200551	0.011837	0.196159	0.012235	0.184515	0.01188
	1.714183	0.185871	0.169233	0.014761	0.200434	0.011985	0.196043	0.012424	0.184396	0.011882
	1.811741	0.137092	0.119192	0.016442	0.152932	0.012247	0.149361	0.012615	0.136306	0.011978
	1.826798	0.081772	0.063706	0.016924	0.099342	0.012352	0.097195	0.012824	0.082225	0.012067
IMSE				0.01409		0.011274		0.011495		0.011079
Rank				4		2		3		1
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.267325	0.808912	0.810766	0.009802	0.814564	0.009629	0.815387	0.00951	0.801379	0.009616
	0.428522	0.665203	0.657628	0.00981	0.66269	0.009769	0.664517	0.009684	0.651568	0.01006
	0.596276	0.656217	0.648224	0.010069	0.653299	0.009823	0.65509	0.009715	0.64244	0.010158
	0.976553	0.626893	0.617552	0.010266	0.622705	0.009945	0.624347	0.01001	0.6127	0.010395
	1.104412	0.489514	0.474594	0.010266	0.481289	0.009946	0.481621	0.010011	0.474364	0.010396
	1.161685	0.417276	0.40019	0.011114	0.408765	0.010962	0.408076	0.010918	0.402341	0.011846
	1.339232	0.185991	0.167151	0.01118	0.188008	0.011007	0.183082	0.010954	0.176737	0.0119
	1.714183	0.185871	0.167033	0.011197	0.187898	0.011144	0.18297	0.011064	0.176624	0.01193
	1.811741	0.137092	0.119056	0.011239	0.143787	0.011345	0.137854	0.011294	0.130974	0.012011
75	1.826798	0.081772	0.065184	0.011242	0.094821	0.011473	0.087727	0.011363	0.079478	0.012054
IMSE				0.010619		0.010504		0.010452		0.011037
Rank				3		2		1		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.267325	0.808912	0.808669	0.009435	0.809219	0.009845	0.808142	0.009743	0.807657	0.009385
	0.428522	0.665203	0.64957	0.009603	0.649708	0.009865	0.651013	0.00975	0.6425	0.009937
	0.596276	0.656217	0.640016	0.009626	0.640191	0.009865	0.641551	0.009872	0.633265	0.010341
	0.976553	0.626893	0.608905	0.009833	0.609254	0.009934	0.610759	0.009873	0.603217	0.010657
	1.104412	0.489514	0.465014	0.009834	0.467499	0.010051	0.468857	0.010015	0.464344	0.010659
	1.161685	0.417276	0.390936	0.010695	0.395504	0.010761	0.396208	0.010749	0.392634	0.012418

	1.339232	0.185991	0.163053	0.010707	0.178567	0.010953	0.1747	0.010882	0.169371	0.012453
	1.714183	0.185871	0.162939	0.010715	0.17846	0.011012	0.17459	0.01095	0.169257	0.012454
	1.811741	0.137092	0.116868	0.01077	0.1354	0.011022	0.130156	0.010953	0.123398	0.012549
	1.826798	0.081772	0.065499	0.010821	0.08767	0.011044	0.08073	0.010958	0.072674	0.012635
IMSE				0.010204		0.010435		0.010375		0.011349
Rank				1		3		2		4









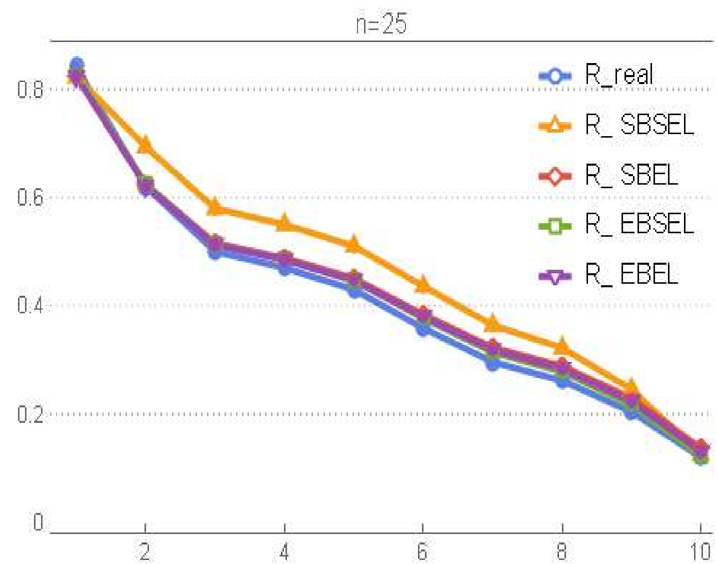
جدول(B-14)

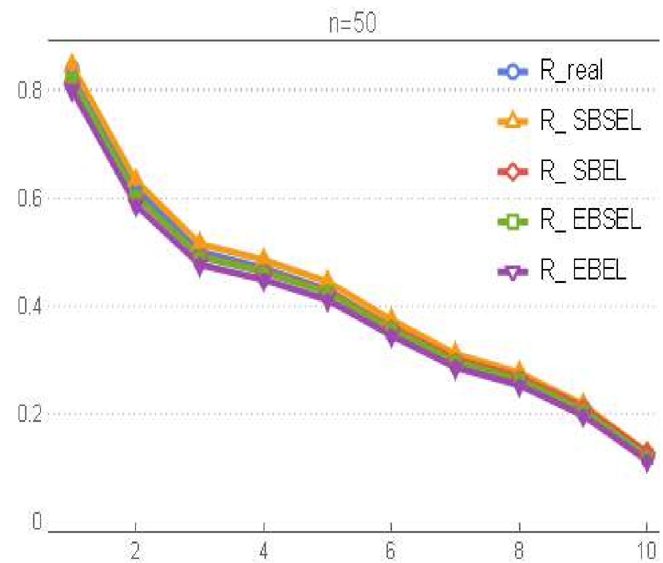
يوضح ا لمعولية الحقيقية والمقدرة متوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة

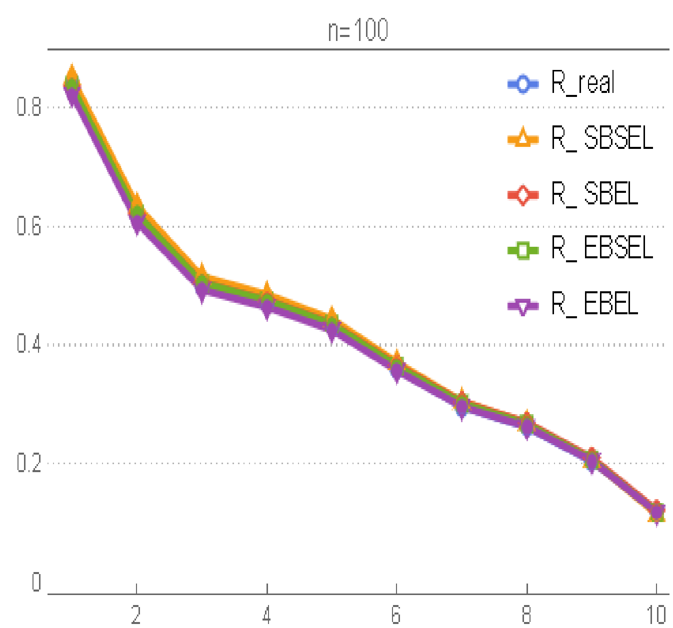
ولكافة احجام العينات للأنموذج السادس (α=2 ، β=2.6 ، λ= 2)

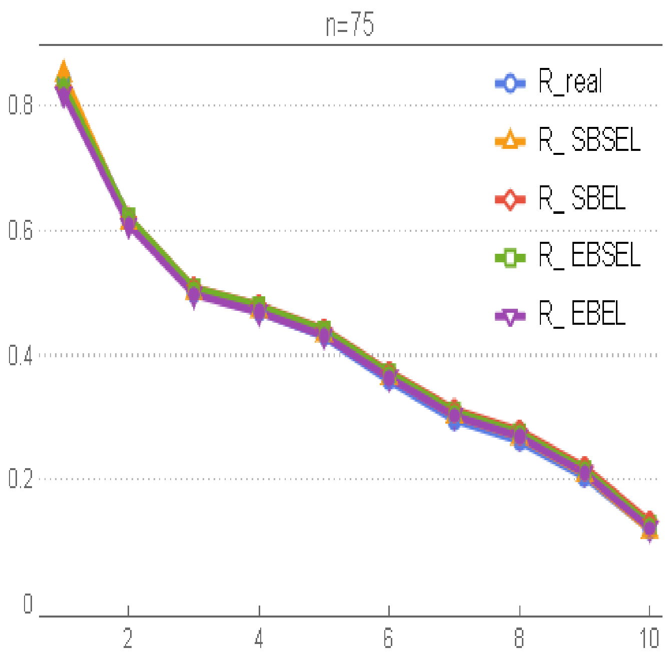
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
25	0.280408	0.842131	0.823104	0.009616	0.823865	0.011884	0.828983	0.013582	0.823386	0.01259
	0.526899	0.619689	0.693444	0.01006	0.623302	0.013247	0.624893	0.016548	0.621309	0.013936
	0.842974	0.50009	0.579523	0.010158	0.51544	0.013678	0.513702	0.016658	0.512679	0.014022
	1.06444	0.469961	0.549833	0.010395	0.487842	0.014149	0.485164	0.016525	0.484885	0.014971
	1.12141	0.42951	0.510206	0.010396	0.450404	0.014626	0.446413	0.01625	0.44718	0.015469
	1.12916	0.358599	0.435887	0.011846	0.383455	0.015354	0.377051	0.015516	0.379726	0.01621
	1.21325	0.295972	0.364131	0.0119	0.322546	0.015932	0.313939	0.014635	0.318307	0.016732
	1.44982	0.261756	0.322052	0.01193	0.288386	0.016141	0.278567	0.014083	0.283828	0.016759
	1.67395	0.204134	0.245777	0.012011	0.229107	0.016141	0.21727	0.013089	0.223913	0.016933
	1.8201	0.119925	0.125101	0.012054	0.137227	0.016239	0.122653	0.011749	0.13103	0.016998
IMSE				0.040665		0.014739		0.014863		0.015462
Rank				4		1		2		3
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
50	0.280408	0.842131	0.84617	0.011524	0.816746	0.010769	0.819412	0.010259	0.800061	0.011061
	0.526899	0.619689	0.632296	0.016386	0.603773	0.011375	0.604359	0.010455	0.58672	0.012275
	0.842974	0.50009	0.51482	0.019485	0.492452	0.011285	0.491224	0.010565	0.476174	0.012664
	1.06444	0.469961	0.484963	0.020311	0.464434	0.011232	0.462708	0.01062	0.44835	0.012891
	1.12141	0.42951	0.444725	0.021403	0.426749	0.011143	0.42434	0.010714	0.410905	0.013306
	1.12916	0.358599	0.373769	0.023051	0.360328	0.010933	0.356688	0.010827	0.344793	0.013785
	1.21325	0.295972	0.310608	0.023756	0.301032	0.010685	0.296299	0.010899	0.285592	0.014062
	1.44982	0.261756	0.275832	0.023594	0.268269	0.010523	0.262947	0.010957	0.252782	0.014268
	1.67395	0.204134	0.216587	0.022029	0.212292	0.010211	0.206007	0.011058	0.196518	0.014576
	1.8201	0.119925	0.127348	0.016372	0.127871	0.009715	0.120316	0.011199	0.113249	0.015002
IMSE				0.019791		0.010787		0.010755		0.013389
Rank				4		2		1		3
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
75	0.280408	0.842131	0.85185	0.01131	0.830685	0.010286	0.832643	0.010745	0.81891	0.012806
	0.526899	0.619689	0.613806	0.015711	0.620593	0.010462	0.621181	0.011435	0.608836	0.012974
	0.842974	0.50009	0.501351	0.016988	0.508424	0.010541	0.507746	0.011327	0.49746	0.012531
	1.06444	0.469961	0.47266	0.017067	0.47998	0.010578	0.478952	0.011262	0.469223	0.012404
	1.12141	0.42951	0.433861	0.016986	0.441596	0.010642	0.440086	0.011153	0.431104	0.012225
	1.12916	0.358599	0.364928	0.016284	0.373599	0.010735	0.371224	0.010601	0.363493	0.011887
	1.21325	0.295972	0.302833	0.015081	0.312541	0.010804	0.309401	0.010615	0.302636	0.011549
	1.44982	0.261756	0.268299	0.014243	0.278666	0.010865	0.275119	0.010436	0.268789	0.011343
	1.67395	0.204134	0.20891	0.012755	0.220572	0.011155	0.216371	0.010106	0.210563	0.010957
	1.8201	0.119925	0.11837	0.010798	0.13248	0.011177	0.127468	0.009626	0.121687	0.010328
IMSE				0.014722		0.010724		0.010731		0.01190
Rank				4		1		2		3
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.280408	0.842131	0.850701	0.012032	0.834789	0.010453	0.836243	0.010436	0.821547	0.011267
	0.526899	0.619689	0.634448	0.027732	0.620334	0.011181	0.620772	0.011215	0.606046	0.011906

	0.842974	0.50009	0.51501	0.025366	0.50483	0.011089	0.504294	0.01112	0.492325	0.011715
	1.06444	0.469961	0.484525	0.024781	0.475526	0.011028	0.474719	0.011055	0.463626	0.011637
	1.12141	0.42951	0.443315	0.023937	0.436004	0.010928	0.434822	0.010947	0.424987	0.011517
	1.12916	0.358599	0.370203	0.022142	0.366109	0.010703	0.364253	0.010708	0.356794	0.011267
	1.21325	0.295972	0.30455	0.020012	0.303569	0.010461	0.301117	0.010455	0.29585	0.011005
	1.44982	0.261756	0.268164	0.018567	0.269003	0.010315	0.266232	0.010305	0.262163	0.010846
	1.67395	0.204134	0.205882	0.015679	0.210011	0.010053	0.206729	0.010044	0.204611	0.010554
	1.8201	0.119925	0.114778	0.011083	0.121494	0.00969	0.117577	0.009705	0.11793	0.010105
IMSE				0.020133		0.010590		0.010599		0.011182
Rank				4		1		2		3









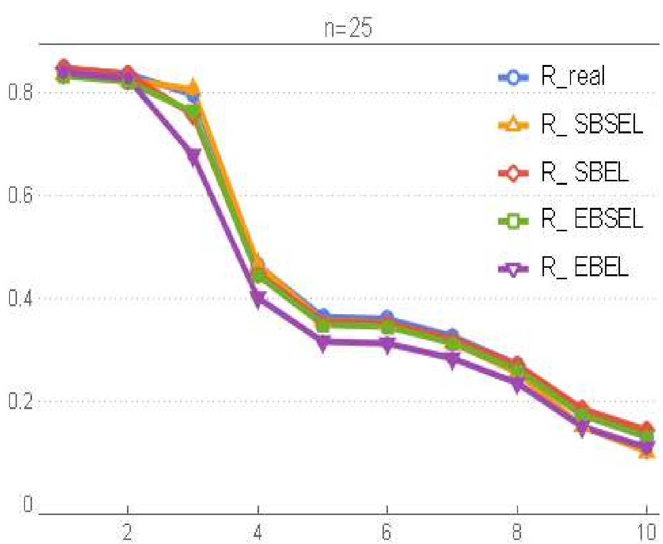
جدول(B-15)

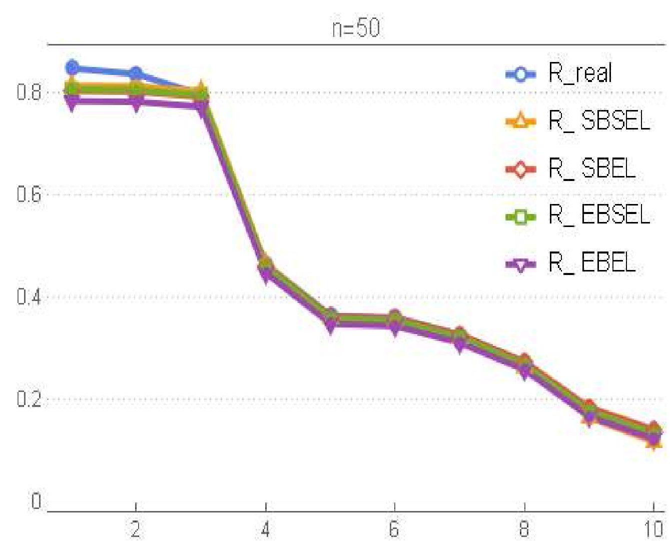
يوضح ا لمعولية الحقيقية والمقدرة متوسط مربعات الـخطأ (MSE) والـرتب الـجزئية لـطرائق التقدير كافة

ولكافة احجام العينات للأنموذج السابع (α=2.5 ، β=4 ، λ= 0.6)

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
25	0.173255	0.846597	0.835924	0.011761	0.846637	0.011588	0.831695	0.012085	0.837604	0.014539
	0.229563	0.835218	0.824597	0.013089	0.83535	0.011872	0.820396	0.013093	0.826405	0.017672
	0.433532	0.795084	0.804824	0.015875	0.755891	0.012617	0.76084	0.015572	0.677613	0.025293
	0.471936	0.464207	0.465261	0.017665	0.448215	0.013117	0.444797	0.01724	0.400813	0.030836
	0.630367	0.363548	0.355971	0.018805	0.355285	0.013449	0.348494	0.018327	0.31559	0.0346
	0.850619	0.359514	0.351562	0.018946	0.351575	0.013491	0.344651	0.018462	0.312119	0.035073
	1.03932	0.326133	0.31502	0.022611	0.320929	0.014094	0.312914	0.022057	0.283228	0.048111
	1.20672	0.271519	0.255115	0.035713	0.270975	0.014123	0.261245	0.035637	0.23531	0.086769
	1.4295	0.177234	0.151825	0.03607	0.185178	0.014329	0.172774	0.036022	0.150598	0.087368
	1.90749	0.13137	0.101833	0.036119	0.143846	0.014577	0.130832	0.036074	0.110006	0.087447
IMSE				0.022666		0.013326		0.022457		0.046771
Rank				3		1		2		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
50	0.173255	0.806597	0.812909	0.010136	0.802594	0.010174	0.805519	0.010195	0.782613	0.011167
	0.229563	0.805218	0.811544	0.010742	0.801221	0.010706	0.804138	0.010735	0.781256	0.012453
	0.433532	0.795084	0.801492	0.012124	0.791121	0.011964	0.793977	0.011994	0.771288	0.01482
	0.471936	0.464207	0.463967	0.012341	0.460901	0.012238	0.45881	0.012308	0.4466	0.016454
	0.630367	0.363548	0.359177	0.012359	0.362128	0.01226	0.358198	0.012325	0.347102	0.01698
	0.850619	0.359514	0.354969	0.012487	0.358202	0.012412	0.354201	0.012445	0.343106	0.017036
	1.03932	0.326133	0.32013	0.012788	0.32582	0.012656	0.321249	0.012613	0.310098	0.01814
	1.20672	0.271519	0.263084	0.013111	0.273247	0.013034	0.26781	0.012919	0.257301	0.018166

	1.4295	0.177234	0.164561	0.013145	0.183607	0.013077	0.17693	0.012951	0.16574	0.018281
	1.90749	0.13137	0.116648	0.013706	0.140417	0.013905	0.133279	0.013505	0.122459	0.018354
IMSE				0.012294		0.012243		0.012199		0.016185
Rank				3		2		1		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.173255	0.806597	0.81865	0.009555	0.813769	0.009506	0.816078	0.009534	0.81072	0.009559
	0.229563	0.805218	0.817282	0.00978	0.812395	0.009696	0.8147	0.009727	0.809353	0.009761
	0.433532	0.795084	0.807199	0.010252	0.802272	0.010018	0.804546	0.010159	0.799292	0.010121
	0.471936	0.464207	0.465113	0.010442	0.462743	0.010149	0.46128	0.010346	0.463527	0.010259
	0.630367	0.363548	0.359399	0.01052	0.359855	0.010214	0.357013	0.01043	0.361091	0.010319
	0.850619	0.359514	0.355175	0.010528	0.355768	0.010221	0.352875	0.010439	0.357004	0.010325
	1.03932	0.326133	0.320279	0.01063	0.322091	0.010364	0.318793	0.010547	0.323261	0.010423
	1.20672	0.271519	0.263484	0.01063	0.26758	0.010369	0.263696	0.010552	0.268381	0.01053
	1.4295	0.177234	0.166668	0.010634	0.175529	0.010371	0.170909	0.010573	0.174815	0.010533
75	1.90749	0.13137	0.120316	0.010664	0.131835	0.010404	0.12702	0.01058	0.129943	0.010552
IMSE				0.010363		0.010131		0.010289		0.010238
Rank				4		1		3		2
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.173255	0.806597	0.80649	0.009081	0.80263	0.009264	0.804233	0.009093	0.796325	0.009139
	0.229563	0.805218	0.805129	0.009251	0.801287	0.009374	0.802886	0.009259	0.794978	0.009155
	0.433532	0.795084	0.795126	0.009615	0.791416	0.009508	0.79298	0.010003	0.785079	0.009485
	0.471936	0.464207	0.465906	0.010034	0.468534	0.009973	0.467552	0.010109	0.463075	0.009608
	0.630367	0.363548	0.364263	0.010467	0.369282	0.009979	0.367355	0.010272	0.36405	0.009625
	0.850619	0.359514	0.36017	0.010474	0.36529	0.010027	0.363326	0.010352	0.360007	0.01015
	1.03932	0.326133	0.326243	0.010522	0.332202	0.010105	0.32994	0.010361	0.326896	0.010533
	1.20672	0.271519	0.270477	0.010787	0.277858	0.010113	0.275138	0.010465	0.27241	0.010541
	1.4295	0.177234	0.173322	0.010871	0.183288	0.01028	0.179902	0.010471	0.177153	0.010599
	1.90749	0.13137	0.125577	0.010881	0.136848	0.010725	0.133215	0.010516	0.130149	0.011949
IMSE				0.010198		0.009935		0.01009		0.010078
Rank				4		1		3		2



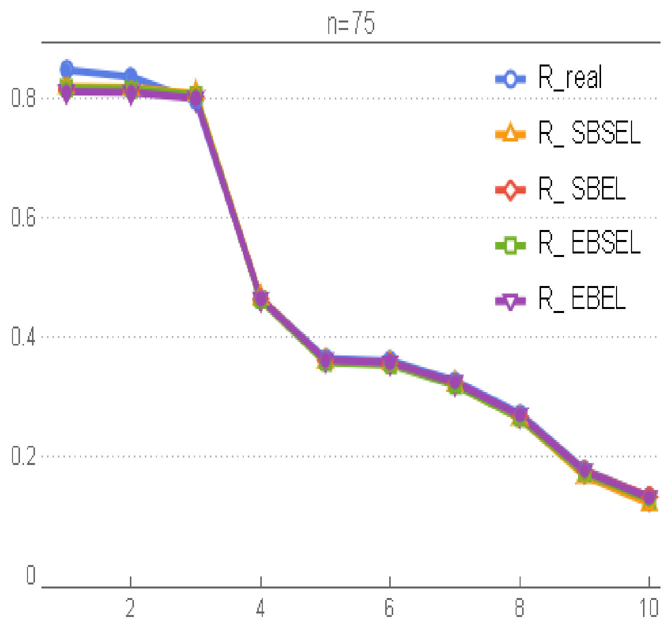


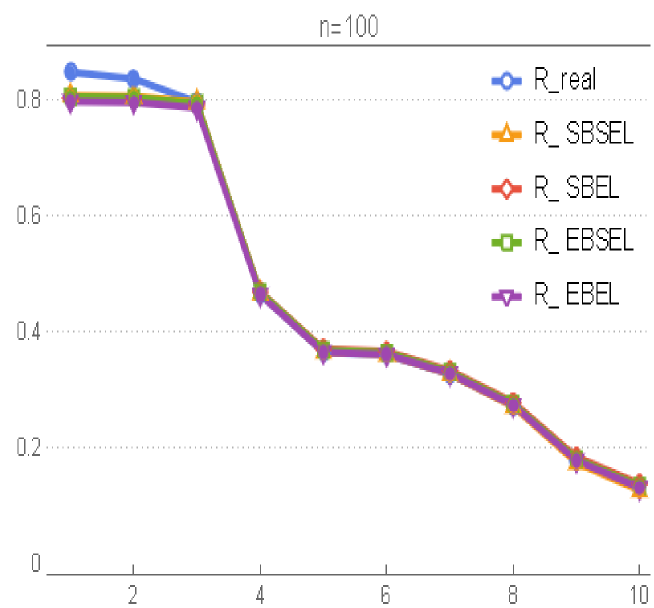
جدول(B-16)

يوضح ا لمعولية الحقيقية والمقدرة ومتوسـط مربعات الـخطأ (MSE) والـرتـب الـجزئية لـطرائق التقدير

كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثامن ($\alpha=4$ ، $\beta=2$ ، $\lambda= 0.6$)

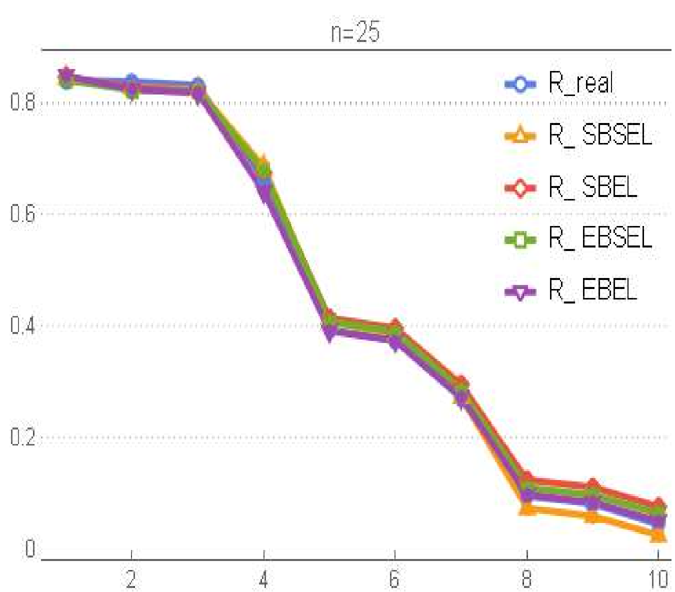
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
25	0.396995	0.840817	0.84618	0.009666	0.846752	0.010386	0.841948	0.010303	0.848806	0.010509
	0.764126	0.838485	0.828707	0.010472	0.826798	0.01136	0.823043	0.011075	0.825012	0.011694
	0.829697	0.831615	0.824599	0.010658	0.821656	0.011954	0.821239	0.011361	0.818475	0.012094
	0.908322	0.66206	0.686169	0.010907	0.674219	0.012022	0.678247	0.011685	0.640903	0.018873
	1.14254	0.392865	0.406727	0.011544	0.414324	0.012329	0.408556	0.011864	0.391406	0.019368
	1.22061	0.37426	0.386562	0.012203	0.396245	0.012493	0.389746	0.012032	0.373587	0.022274

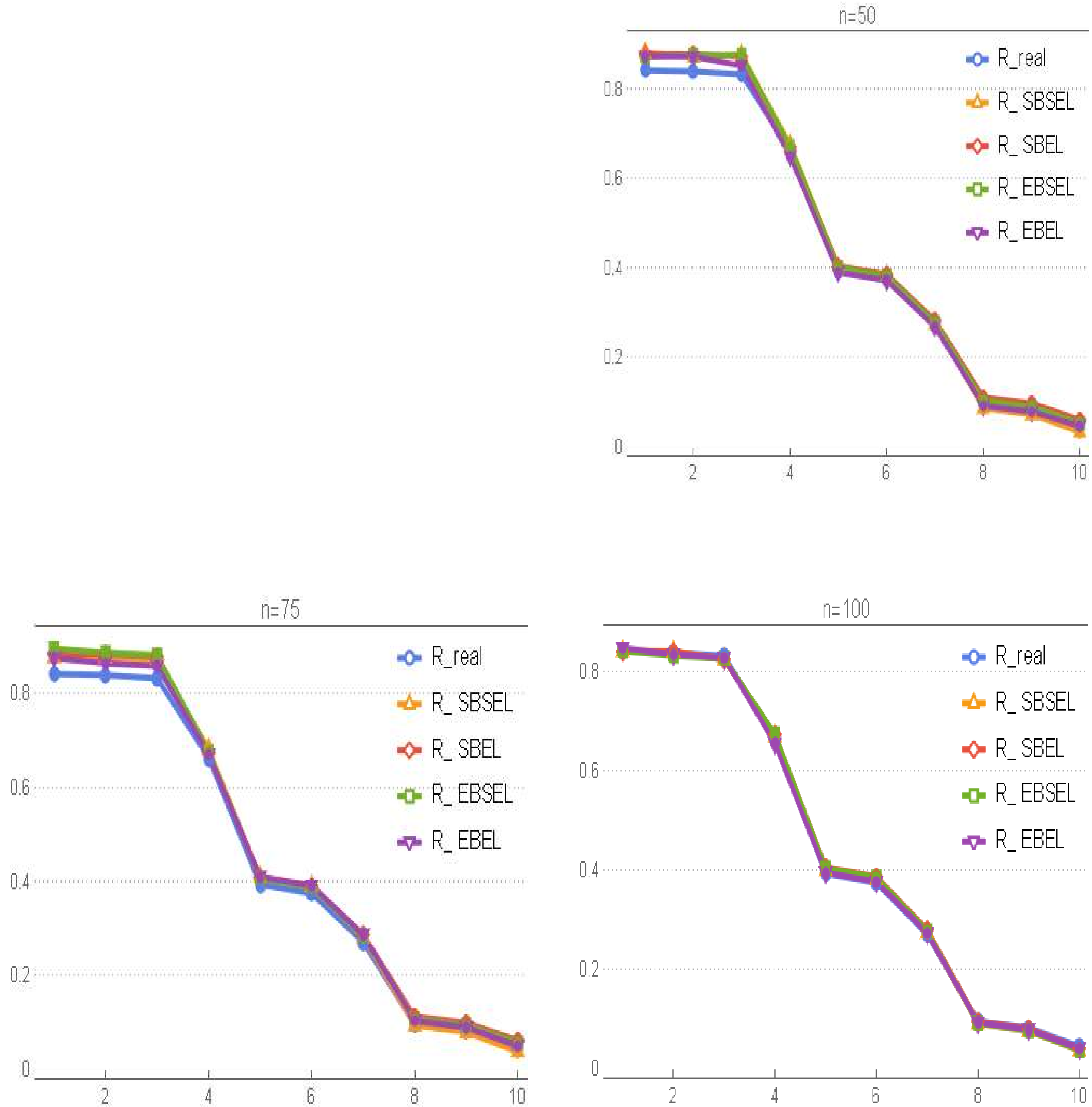




n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	1.47098	0.270381	0.272191	0.01325	0.295241	0.014975	0.28493	0.014973	0.272533	0.022771
	1.70055	0.094996	0.072911	0.01468	0.123722	0.015216	0.109627	0.015825	0.09711	0.022867
	1.74703	0.081537	0.058609	0.014887	0.110719	0.015899	0.096456	0.016207	0.083434	0.024522
	1.75877	0.044075	0.024657	0.015557	0.07552	0.015986	0.063708	0.016341	0.049357	0.031751
IMSE				0.012383		0.013262		0.013167		0.019672
Rank				1		3		2		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
50	0.396995	0.880817	0.880957	0.00927	0.877454	0.0099	0.870153	0.009733	0.872194	0.00972
	0.764126	0.878485	0.871259	0.009567	0.877204	0.009903	0.875039	0.009733	0.871106	0.010683
	0.829697	0.871615	0.876065	0.009702	0.871698	0.010059	0.875017	0.009856	0.851025	0.010901
	0.908322	0.66206	0.675325	0.009937	0.669544	0.01025	0.671267	0.010208	0.648309	0.010915
	1.14254	0.392865	0.403639	0.010643	0.404125	0.010947	0.400901	0.010934	0.389736	0.011833

n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	1.22061	0.37426	0.384316	0.010923	0.385757	0.011225	0.382181	0.011196	0.371561	0.012326
	1.47098	0.270381	0.275249	0.011067	0.283378	0.011319	0.277989	0.011332	0.26882	0.013117
	1.70055	0.094996	0.086699	0.011784	0.110683	0.012079	0.103264	0.012139	0.091764	0.01386
	1.74703	0.081537	0.072554	0.011928	0.097362	0.012196	0.089863	0.012269	0.078546	0.013967
	1.75877	0.044075	0.033622	0.012927	0.060538	0.012688	0.053263	0.012844	0.046322	0.014321
IMSE				0.010775		0.011056		0.011024		0.012164
Rank				1		3		2		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.396995	0.860817	0.876314	0.009168	0.883587	0.009481	0.894543	0.009486	0.874931	0.009325
	0.764126	0.878485	0.877228	0.009277	0.883588	0.009816	0.885792	0.009732	0.863874	0.009713
	0.829697	0.871615	0.872179	0.009338	0.878014	0.009868	0.880317	0.009744	0.858193	0.009881
	0.908322	0.66206	0.680933	0.009362	0.674376	0.009878	0.675559	0.009771	0.669731	0.009983
	1.14254	0.392865	0.409402	0.009669	0.407617	0.009925	0.405438	0.00984	0.408978	0.01051
	1.22061	0.37426	0.390151	0.009865	0.389136	0.010015	0.386722	0.010051	0.390504	0.010797
	1.47098	0.270381	0.281538	0.010448	0.285982	0.010789	0.282364	0.01073	0.285927	0.011446
	1.70055	0.094996	0.093515	0.010965	0.111753	0.011158	0.106858	0.011237	0.102862	0.01202
	1.74703	0.081537	0.078813	0.011025	0.098345	0.01131	0.09341	0.011304	0.088715	0.012089
75	1.75877	0.044075	0.037653	0.011031	0.061224	0.011372	0.056401	0.011375	0.049344	0.012094
IMSE				0.010015		0.010361		0.010327		0.010786
Rank				1		3		2		4
n	t_i	R_{real}	R_{SBSEL}	MSE	R_{SBEL}	MSE	R_{EBSEL}	MSE	R_{EBEL}	MSE
	0.396995	0.840817	0.84177	0.009325	0.840379	0.009518	0.841733	0.009515	0.847497	0.010194
	0.764126	0.838485	0.840946	0.009537	0.84018	0.009784	0.831789	0.009793	0.834364	0.010616
	0.829697	0.821615	0.824995	0.009657	0.8247	0.009915	0.826379	0.009934	0.82764	0.010795
	0.908322	0.66206	0.670168	0.010223	0.673306	0.010349	0.6742	0.01039	0.654905	0.0111
	1.14254	0.392865	0.399943	0.010248	0.405235	0.010454	0.403674	0.010449	0.394374	0.010812
	1.22061	0.37426	0.380961	0.010217	0.386305	0.01044	0.384564	0.010432	0.37608	0.010773
	1.47098	0.270381	0.274188	0.009951	0.279574	0.010243	0.276883	0.010229	0.27282	0.010461
	1.70055	0.094996	0.090334	0.009309	0.094565	0.009617	0.090702	0.009637	0.092318	0.009665
	1.74703	0.081537	0.075996	0.009274	0.080046	0.009592	0.076128	0.00962	0.078019	0.00962
	1.75877	0.044075	0.036353	0.009181	0.040506	0.009472	0.036658	0.009505	0.039919	0.009341
IMSE				0.009692		0.009938		0.00995		0.010338
Rank				1		2		3		4




n=50
R_real
R_ SBSEL
R_ SBEL
R_ EBSEL
R_ EBEL
0
0.2
0.4
0.6
0.8
2
4
6
8
10
n=75
R_real
R_ SBSEL
R_ SBEL
R_ EBSEL
R_ EBEL
0
0.2
0.4
0.6
0.8
2
4
6
8
10
n=100
R_real
R_ SBSEL
R_ SBEL
R_ EBSEL
R_ EBEL
0
0.2
0.4
0.6
0.8
2
4
6
8
10

Abstract:

The process of fitting probability distributions is one of the important operations because it is an important tool in increasing the flexibility of the basic distributions. The importance of installation has increased in the past few years, This is due to the failure to accurately represent the classical distributions of real data in many applied data, especially those related to machines. In this thesis, the method was adopted (Adamidis‹1998) in constructing a proposed probability distribution(Chen-Truncate Poisson),The statistical characteristics of the distribution were obtained Chen Including the moment, The function that generates the moments and other properties that were not reached in previous research and studies, has been found The cumulative probability density function of the proposed distribution (Chen-Truncate Poisson) and some special functions such as the risk and reliability function, As the parameters were estimated for the proposed distribution, among which the reliability function was found using Bayesian methods represented by the Standard Informative Bayesian method and the Expected Bayesian method by using Squared Error Loss function and General Entropy Loss Function, The approximate method suggested by the researcher was relied upon Lindley which is called Lindley Approximation style, In solving nonlinear equations that cannot be solved using numerical analysis methods, By employing a simulation Monte Carlo method by using a program MATLAB For the purpose of evaluating the performance of parameter estimators and reliability function estimators, the proposed distribution of all methods, This is done by conducting several experiments with different sample sizes, small, medium and large, and by adopting the standard of Mean Squares Integral Error IMSE For the comparison between samples sizes and the approved estimation methods, the results showed a preference for the Bayesian expectation method under the entropy

loss function over the rest of the estimation methods. has been applied Chen-Poisson Distribution on real data, Obtained from the Ministry of Electricity - Diesel station east of Holy Karbala, which contains 72 engines , represent Engine running times until the failure.

University of Karbala

College of Administration and Economic

Department of Statistic

Bayesian Estimation of the (Chen-Truncate Poisson) Distribution Under Different Loss Functions With Application

A Thesis

Submitted to the council of the College of Administration and Economics at the University of Karbala as partial fulfillment of the requirements for the Degree of Doctorate of Philosophy in Statistics

By

Ahmed Turki Abd Ali

Under Supervision

Prof. Dr. Awad Kazem Shaalan

A.H1445 **2023 A.M**