



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء
الدراسات العليا



تقدير دالة المعولية الضبابية لتوزيع Alpha Power kappa مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد في جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير في علوم الإحصاء

قدمتها الطالبة

مريم صادق كاظم النقاش

إشراف

أ.د. شروق عبد الرضا السباح

أ.م. د صدى فايز محمد

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وَقُلْ اعْلَمُوا

فَسِيَرَى اللَّهُ عَمَلِكُمْ وَرَسُولِهِ وَالْمُؤْمِنُونَ

صدق الله العلي العظيم

((سورة التوبة: الآية 105))

إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذه الرسالة الموسومة (تقدير دالة المعولية الضبابية لتوزيع Alpha Power Kappa مع تطبيق عملي) والتي تقدم بها الطالبة " مريم صادق كاظم " قد جرت بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.

أ.د شروق عبد الرضا سعيد

ا.م.د صدق فايز محمد

التاريخ / / 2023

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناء على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.

أ.م.د ايناس عبد الحافظ محمد

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2023

إقرار الخبير اللغوي

أشهد أن الرسالة الموسومة (تقدير دالة المعولية الضبابية لتوزيع Alpha Power Kappa مع تطبيق عملي) للطالبة مريم صادق كاظم / قسم الاحصاء قد جرت مراجعتها من الناحية اللغوية حتى اصبحت خالية من الاخطاء اللغوية والاسلوبية ولأجله وقعت.

الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

جامعة كربلاء - كلية الإدارة والاقتصاد

Scanned with CamScanner

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (تقدير دالة المعولية الضبابية لتوزيع Alpha Power Kappa مع تطبيق عملي) والمقدمة من قبل الطالبة " مريم صادق كاظم " وناقشنا الطالبة في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير () .



أ.م.د زينب حسن عبود
عضواً



أ.م.د رواء صالح محمد
عضواً



أ.م.د مشتاق كريم عبد الرحيم
رئيساً



أ.م.د صدى فايز محمد
عضواً ومشرفاً



أ.د شروق عبد الرضا سعيد
عضواً ومشرفاً

Scanned with CamScanner

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير
للطالبة " مريم صادق كاظم " الموسومة بـ (تقدير دالة المعولية
الضبابية لتوزيع Alpha Power Kappa مع تطبيق عملي) ارشح
هذه الرسالة للمناقشة.

أ.د. علي احمد فارس
رئيس لجنة الدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.د. محمد حسين الجبوري

عميد كلية الإدارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

2023/ /

Scanned with CamScanner

الاهداء

إلى

من في احضانه رباني ومن ثمره اطعمني ومن انهاره سقاني (وطني)

سندي الاول... وقره عيني... ومهجتي وروحي

(والدي الحبيب... أمي الحنوننة)

سندي الثاني ورياحين حياتي في الدنيا والآخرة.

(اخوتي واخواتي)

أصدقائي الأعزاء... كل محبة وإخلاص ووفاء

الجبال الشامخة والمشاعل المضيئة في سماء العلم والمعرفة الى من لم تغفل
عيونهم عني حباً وإجلالاً وعرفاناً...

(أساتذتي الاجلاء)

أهدي لكم جهدي المتواضع هذا

شكر وتقدير

الحمد لله رب العالمين، حمداً لا نهاية لأمده ولا نفاذ لمدده والشكر له على ما وهبني من توفيق لأتخطى به الصعاب من أجل إنجاز هذا العمل، والصلاة والسلام على خير خلقه محمد وعلى آله الطيبين الطاهرين وسلم تسليماً كثيراً.

كما أتقدم بالشكر الجزيل والثناء الجميل إلى جامعة كربلاء كلية الإدارة والاقتصاد لأتاحها لي الفرصة لإتمام دراستي العليا، كما أشكر صاحبة القلب الطيب والخلق الرفيع أساتذتي العزيزة الدكتورة شروق عبد الرضا السباح والى أساتذتي العزيزة الدكتورة صدى فايز محمد عرفاناً وامتناناً لتفضلهما بالإشراف على رسالتي ومتابعة جميع مراحلها، ولجهودهما الكبيرة التي بذلناها معي بتوجيهي ووضع علي الخطوط الصحيحة خلال مدة اعداد الرسالة عبر اشرافهما ورعايتهما العلمية المتواصلة لي منذ كانت فكرة حتى اخرجت بهذه الصورة اسأل الله أن يجعل كل ما قدمناه لي في ميزان حسناتهما.

كما أتقدم بالشكر لكل من ساعدني وساندني على إنجاز رسالتي من خلال بذل النصيحة والمشورة والشكر لجميع الأساتذة وأعضاء هيئة التدريس والزملاء والاصدقاء

كما وأتقدم بالشكر الجزيل الى جميع موظفي مكتبة جامعة كربلاء - كلية الإدارة والاقتصاد على وقفهم معي في استعارة الأطاريح والرسائل والمصادر العلمية التي أسهمت في اكمال رسالتي، لهم فائق الاحترام والتقدير.

كما وأقدم شكري وامتناني الى السيد رئيس لجنة المناقشة واعضائها المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة الرسالة وابداء توجيهاتهم القيمة التي تغنيها.

والله ولي التوفيق

المحتويات

الصفحة	الموضوع
أ	الآية
ب	الإهداء
ج	شكر وتقدير
هـ - و - ز	قائمة المحتويات
ح - ط	قائمة الجداول
ي - ك	قائمة الأشكال
ل - م	قائمة الرموز
ن	المستخلص
9-2	الفصل الأول : منهجية الرسالة والاستعراض المرجعي
2	المقدمة 1-1
3	مشكلة الرسالة 2-1
3	اهمية الرسالة 3-1
4	اهداف الرسالة 4-1
9-4	الاستعراض المرجعي 4-1
38-11	الفصل الثاني : الجانب النظري
11	تمهيد 1-2
14-12	توزيع كابا 2-2
14	صيغة التحويل (Alpha Power Transformed) 3-2
15	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع Alpha Power Transformed : (kappa) 1-3-2
16	الدالة التراكمية التجميعية لتوزيع Alpha Power Transformed kappa : 2-3-2
16	دالة المعولية لتوزيع Alpha Power Transformed kappa 3-3-2
17	دالة المخاطرة لتوزيع Alpha Power Transformed kappa 4-3-2
27-18	الخصائص الاحصائية 4-2
21-18	اشتقاق العزم الرائي غير المركزي للتوزيع المقترح (APTK) 1-4-2
25-21	اشتقاق العزم حول الوسط الحسابي للتوزيع 2-4-2

25	معامل الاختلاف المركزي (Coefficients of Variation)	3-4-2
25	معامل الالتواء Coefficient of Skewness	4-4-2
26	معامل التفرطح (Coefficient of Kurtosis)	5-4-2
26	الدالة المولدة للعزوم Moment Generating Function	6-4-2
27	دالة التوليد Quintile function	7-4-2
36-27	طرائق التقدير ((Estimation Method))	5-2
30-28	طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation Method)	1-5-2
32-30	طريقة كرامر فون مايسز (Method of Cramer-Von Mises Minimum)	2-5-2
35-32	طريقة المقدرات التجزئية (Method of Percentiles Estimators)	3-5-2
35	اختبار حسن المطابقة: (Good ness of Fit)	6-2
36	معايير اختيار أفضل توزيع (Criteria for selection of the best)	7-2
36	اختبار أكايكي: (AIC) (Akaike Test):	1-7-2
36	اختبار بيز أكايكي (Bayesian Akaike Test) (BIC):	2-7-2
37	اختبار أكايكي المتسق (Consistent Akaike Information Criterion) (CAIC)	3-7-2
37	معايير اختيار أفضل الطرائق	8-2
37	معيار متوسط مربعات الخطأ (Mean Square Error (MSE)):	1-8-2
37	معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE):	2-8-2
48-39	الفصل الثالث: الجانب التجريبي	
39	تمهيد	1-3
39	لمحة عن الجانب التجريبي	2-3
39	مفهوم المحاكاة	3-3

43	مراحل تجربة المحاكاة	1-3-3
84-43	نتائج المحاكاة	2-3-3
99-86	الفصل الرابع: الجانب التطبيقي	4
86	تمهيد	1-4
86	نبذة مختصرة عن اتصالات زين العراق:	2-4
86	عينة الرسالة للبيانات غير المضطربة:	3-4
87	معايير اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit):	4-4
88	معايير اختيار افضل توزيع:	5-4
99-91	تضبيب البيانات (Data Fuzziness)	6-4
102-101	الفصل الخامس: الاستنتاجات والتوصيات	
101	الاستنتاجات	
102	التوصيات	
109-104	المصادر والمراجع	
128-111	الملاحق	
	Abstract	

قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
41	القيم الافتراضية الأولية للمعاملات والنماذج المقترحة	(1-3)
44	مقدرات معلمات الانموذج الأول مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.10)	(2-3)
111	قيم دالة المعولية التجريبية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير لجميع حجوم العينة المفتره بالنسبة للانموذج الاول	(3-3)
47	قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(4-3)
49	مقدرات معلمات الانموذج الثاني مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.10)	(5-3)
114	قيم دالة المعولية التجريبية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير لجميع حجوم العينة المفتره بالنسبة للانموذج الثاني	(6-3)
51	قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(7-3)
53	مقدرات معلمات الانموذج الثالث مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.10)	(8-3)
116	قيم دالة المعولية التجريبية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير لجميع حجوم العينة المفتره بالنسبة للانموذج الثالث	(9-3)
55	قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(10-3)
57	مقدرات معلمات الانموذج الرابع مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.10)	(11-3)
117	قيم دالة المعولية التجريبية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير لجميع حجوم العينة المفتره بالنسبة للانموذج الرابع	(12-3)
59	قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(13-3)
61	مقدرات معلمات الانموذج الخامس مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.30)	(14-3)
120	قيم دالة المعولية التجريبية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير لجميع حجوم العينة المفتره بالنسبة للانموذج الخامس	(15-3)
63	قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(16-3)
65	يمثل مقدرات معلمات الانموذج السادس مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.30)	(17-3)

118	قيم دالة المعولية التجريبية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير لجميع حجوم العينة المفتره بالنسبة للانموذج السادس	(18-3)
67	يبين قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(19-3)
69	مقدرات معلمات الانموذج السابع مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.30)	(20-3)
120	قيم دالة المعولية التجريبية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير لجميع حجوم العينة المفتره بالنسبة للانموذج السابع	(21-3)
71	يبين قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(22-3)
73	مقدرات معلمات الانموذج الثامن مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.30)	(23-3)
122	قيم دالة المعولية التجريبية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير لجميع حجوم العينة المفتره بالنسبة للانموذج الثامن	(24-3)
75	يبين قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(25-3)
77	يمثل مقدرات معلمات الانموذج التاسع مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.30)	(26-3)
124	يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للنموذج التاسع مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (mse) لحجوم العينة الأربع	(27-3)
79	يبين قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب	(28-3)
81	يمثل الرتب لمقدرات المعلمات للتوزيع المقترح (APTK) للبيانات التجريبية المضطربة عند القطع (0.1) والقطع (0.15) والقطع (0.3) للنماذج التسع المفترضة ولحجوم العينة المختارة (150) و(100) و(50) و(25).	(29-3)
84	افضل انموذج مقترح	(30-3)
87	يمثل فترة تشغيل الأبراج لحين العطل ومقاسة بالأشهر	(1-4)
87	يبين نتائج اختبارات حسن المطابقة	(2-4)
88	قيم اختبارات اختيار افضل توزيع	(3-4)
88	قيم المعلمات الخاصة بالتوزيع المقترح عند تطبيق البيانات الحقيقية	(4-4)
89	يوضح بعض المؤشرات الإحصائية الخاصة بالتوزيع المقترح للبيانات الحقيقية	(5-4)
95-92	يوضح مقدرات دالة المعولية الضبابية ودالة التوزيع التجميعية للتوزيع المقترح بتطبيق البيانات الحقيقية	(6-4)
91	يمثل نتائج الاختبارات الإحصائية (AIC, CAIC, BIC) على البيانات	(7-4)
99-97	قيمة دالة المعولية الضبابية (R(x)) ودالة التوزيع التجميعية (F(x)) ودالة التوزيع الاحتمالية (f(x)) للبيانات المضطربة عند القطع (0.1)	(8-4)

قائمة الأشكال

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
12	الرسم البياني لسلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كابا	(1-2)
13	الرسم البياني لسلوك دالة الكثافة التجميعية لتوزيع كابا	(2-2)
13	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية لتوزيع كابا	(3-2)
14	الرسم البياني لسلوك دالة المخاطرة لتوزيع كابا	(4-2)
15	الرسم البياني لسلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (APTK)	(5-2)
16	الرسم البياني لسلوك دالة الكثافة التجميعية لتوزيع (APTK)	(6-2)
17	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية لتوزيع (APTK)	(7-2)
17	يبين سلوك دالة المخاطرة لتوزيع (APTK)	(8-2)
48	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الاول	(1-3) و(2-3) (3-3) و(4-3)
52	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الثاني	(5-3) و(6-3) (7-3) و(8-3)
56	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الثالث	(9-3) و(10-3) (11-3) و(12-3)
60	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الرابع	(13-3) و(14-3) (3) و(15-3) (16-3)
64	التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الخامس	(17-3) و(18-3) (3) و(19-3) (20-3)
68	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج السادس	(21-3) و(22-3) (3) و(23-3) (24-3)
72	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج السابع	(25-3) و(26-3) (3) و(27-3) (28-3)
76	الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في	(29-3) و(30-3)

	عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للأنموذج الثامن	(3) و(31-3) و(32-3)
89	يمثل مدى ملائمة التوزيع المقترح (APTK) للبيانات الحقيقية مقارنة بتوزيع (kappa) الأصلي وحسب الرسم البياني لدالة (pdf)	(1-4)
90	شكل يوضح الفرق بين دالة المعولية الضبابية لتوزيع (APTK) ودالة المعولية الضبابية للتوزيع الخام (Empirical Distribution)	(2-4)
90	يبين الرسم البياني للدالة التجميعية (R(x)) لتوزيع (APTK) مقارنة بدالة التوزيع التجميعية (R(x)) للتوزيع الخام (Empirical)	(3-4)
91	يوضح الفرق بين الرسم البياني للدالة التجميعية (CDF) لتوزيع (APTK) مقارنة بدالة التوزيع التجميعية (CDF) للتوزيع الخام	(4-4)
92	التالي يمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الحقيقية مقارنة بدالة المعولية المقدره بالنسبة للتوزيع المقترح (APTK)	(5-4)
96	التالي يمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الضبابية مقارنة بدالة المعولية المقدره بالنسبة للتوزيع المقترح (APTK)	(6-4)
96	التالي يمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الضبابية مقارنة بدالة المعولية المقدره بالنسبة للتوزيع المقترح (APTK)	(7-4)
96	شكل يوضح الفرق بين دالة المعولية الضبابية لتوزيع (APTK) ودالة المعولية الضبابية للتوزيع الخام (Empirical Distribution)	(8-4)
99	يمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الضبابية مقارنة بدالة المعولية المقدره بالنسبة للتوزيع المقترح (APTK) عند قطع 0.1	(9-4)
99	يمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الضبابية مقارنة بدالة المعولية المقدره بالنسبة للتوزيع المقترح (APTK) عند قطع 0.2	(10-4)
99	الفرق بين دالة المعولية الضبابية لتوزيع (APTK) ودالة المعولية الضبابية للتوزيع الخام (Empirical Distribution)	(11-4)

قائمة الرموز

Mean	المعنى	الرمز
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$g(.)$
Cumulative density function	دالة الكثافة التجميعية	$G(.)$
Reliability function	دالة المعولية	$R(.)$
Hazard rate function	دالة المخاطرة	$h(.)$
Cumulative hazard function	دالة المخاطرة التجميعية	$H(.)$
	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (APTK)	$f(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{APTK}$
	دالة التوزيع التجميعية لتوزيع (APTK)	$F(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{APTK}$
Alpha Power Transformed kappa	التوزيع الاحتمالي الجديد (الفا بور كابا)	(ALPK)
Quantile function	الدالة الكمية	$x(.)$
Lambert W function	دالة لامبرت	$W(.)$
Likelihood function	دالة الإمكان الاعظم	$L(.)$
Non-central r^{th} moment	العزم اللامركزي الرائي	μ'_r
Central r^{th} momen	العزم المركزي الرائي	μ_r
Maximum likelihood estimation	طريقة الإمكان الاعظم	MLE
Method of Percentiles Estimators	طريقة المقدرات التجزيئية	P.C
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Integrative Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ التكاملية	IMSE
Akaike Information Criteria	معيار معلومات اكاكي	AIC
Akaike Information Correct	معيار معلومات اكاكي المصحح	AIC_c
Bayesian Information Criterion	معيار المعلومات البيزي	BIC
(Coefficients of Variation)	معامل الاختلاف المركزي	C.V

Coefficient of Skewness	معامل الالتواء	S. K
Coefficient of Kurtosis)	معامل التقطح	C. K
Method of Cramer-)) (Von Mises Minimu	طريقة كرامر فون مايسز	$C(\sigma, \beta, \theta, \alpha)$
Method of Percentiles) (Estimators	طريقة المقدرات التجزئية	Q
Anderson –Darling	اختبار اندرسون دارلنك	AD

المستخلص

تعد عملية البناء والخلط والتركيب والتحويل للتوزيعات الاحصائية الاحتمالية من العمليات الرياضية المهمة التي زاد استعمالها بشكل كبير وملحوظ خلال العقود القربية، ويرجع سبب ذلك الى ان التوزيعات الاحتمالية الناتجة عن هذه العمليات تمتاز بانها توزيعات احتمالية ذات قدرة عالية ومرونة كبيرة في تمثيل البيانات الحقيقية للظواهر المختلفة المراد دراستها وبشكل أوسع وأدق، وان عملية تحويل التوزيعات تعدّ احدى هذه الطرائق المستعملة حديثاً في توسعة وتحويل التوزيعات الاحتمالية الكلاسيكية وخصوصاً التوزيعات التي تستعمل في دوال المعولية ودوال الفشل، وفي هذه الرسالة تم استعمال صيغة التحويل (طريقة القوى الحديثة) (Alpha Power Transformed) (APT) في بناء توزيع احتمالي جديد يدعى توزيع الفا بور كابا المحول (Alpha Power Transformed kappa distribution) (APT_k)، اذ يعد توسعةً وتحويلاً لتوزيع كابا الأصلي (kappa distribution)، والهدف من هذا التحويل هو للحصول على توزيع احتمالي جديد يعتقد بانه سيكون ذات مرونة عالية في تمثيل البيانات الحقيقية، وذلك عبر إضافة معلمة شكل جديدة للتوزيع الأساس، وقمنا باستخراج بعض الخواص الرياضية الأساسية للتوزيع وتقدير معلماته ودالته المعولية الضبابية باستعمال ثلاث طرائق تقدير مختلفة هي (طريقة الإمكان الأعظم ، طريقة كرامر فون مايسر Method of Cramer-Von Misses Minimum و طريقة المقدرات التجزئية)، وقد تم اجراء تجربة المحاكاة باستعمال أسلوب (مونت-كارلو) لتقييم أداء المقدرات للتوزيع الجديد بالطرائق المعتمدة آنفة الذكر، اذ اجريت المحاكاة بعدة تجارب وبأحجام عينات مختلفة صغيرة ومتوسطة وكبيرة ، وباستعمال أسلوب الرتب وبالاعتماد على قيم المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) تمت المقارنة بين طرائق التقدير الثلاثة ، وأثبتت طريقة الإمكان الأعظم افضليتها على باقي الطرائق في تقدير معلمات التوزيع المقترح ودالته المعولية الضبابية عند جميع حجوم العينة وعند القطع (0.1) و(0.2).

وطبق التوزيع الاحتمالي الجديد (APT_k) على بيانات حقيقية بواقع (100) مشاهدة تمثل أوقات الاشتغال لحين العطل لأبراج الاتصالات (الانترنت)، وأجريت عملية التضييب لهذه البيانات بالقطع (0.1) و(0.2) و(0.3)، وباستعمال المعايير (BIC) و(AIC) و(AICc) تمت المقارنة بين توزيع (kappa) و توزيع (APT_k) وقد اعطى التوزيع الجديد مرونة عالية وكفاءة في تمثيل البيانات الحقيقية واثبت افضليته على توزيع (kappa) الأصلي، وقدرت دالة المعولية الضبابية لتوزيع (APT_k) بطريقة الإمكان الأعظم التي تفوقت على الطرائق الاخرى في تقدير دالة المعولية لإحجام العينات المتوسطة والكبيرة. ومن النتائج العملية للرسالة أعطت لشركة الاتصالات بانه يمكن ان تعول على الابراج بنسبة معقولة.

الفصل الأول
منهجية الرسالة
والاستعراض المرجعي

1-1- المقدمة (Introduction) :

ان اهم ما يشغل الباحثين في حقول المعرفة كافة هو طبيعية البيانات ومن النادر جدا ان تكون البيانات مهياة مباشرة لاستعمال الأساليب الإحصائية التي تعطي تقديرات مناسبة ودقيقة، وعند حصول خرق لأحدى الشروط المطلوبة للتقدير او عدم الدقة في البيانات فلا بد لنا البحث عن أساليب مختلفة لمعالجة تلك الحالات، فلا يمكن الاعتماد على استعمال التوزيعات الإحصائية الكلاسيكية في تحليل جميع الظواهر التي تحوي على بيانات حقيقية وبصورة دقيقة، لذا دعت الحاجة الى الرغبة في إيجاد توزيعات مركبة من اكثر من توسيع او موسعة او محولة تكون اكثر مرونة في تمثيل البيانات باستعمال طرائق إحصائية مختلفة كالتركيب والخلط والتوسعة والتحويل للتوزيعات الاحتمالية، ونحن في رسالتنا سنستعمل تقنية (Alpha Power Transform) لتحويل توزيع (kappa) ذات الثلاث معلمات الى توزيع احتمالي جديد من خلال معامل القوة (الفا) للحصول على توزيع احتمالي جديد يحوي اربع معلمات اطلقنا عليه اسم (Alpha Power Transform kappa APTk)، لتعديل توزيع البيانات بحيث يمكن تحسين خواصها الإحصائية الأساسية ونعمل على إيجاد افضل تقدير لمعلماته ودالته المعولية وفقا للطرائق التقدير التي سوف تستعمل في الجانب النظري وهي طريقة الإمكان الأعظم وطريقة كريمر فون مايسز وطريقة المقدرات التجزئية في حالة بيانات حقيقية وفي حالة البيانات الضبابية .

وقد أظهرت دراسة المجموعات الضبابية اهتمام العديد من العلماء والباحثين في العالم الحقيقي التي تعاني من مشاكل عدم الدقة في قياساتها للظواهر ونحن نعلم ان التفكير البشري يشمل في كثير من الأحيان على معلومات غامضة او ضبابية نشأت بطبيعتها في مفاهيم بشرية دقيقة، نظراً لأن أنظمتنا غير قادرة على الإجابة عن العديد من الأسئلة، ومن ثم تمكنت المجموعات الضبابية من تقديم حلول للعديد من مشاكل العالم الحقيقي الذي لا يمكننا الحصول على قياسات دقيقة للظواهر المختلفة وهناك امثلة كثيرة في حياتنا لا يمكننا التعامل معها بشكل قطعي حسب المنطق التقليدي فعلى سبيل المثال لا يمكننا التمييز بين ضغط الدم المرتفع او المنخفض، ولمراعاة عدم الدقة القياسات أو الملاحظات الفردية قدم العالم زاده عام (1965) فكرة المجموعات الضبابية وكان مسؤولاً بمفرده عن التطور المبكر في هذا المجال.

الفصل الأول منهجية الرسالة و الاستعراض المرجعي

تحتوي هذه الرسالة على خمسة فصول تم تنظيمها على النحو الآتي :

الفصل الأول يتضمن المقدمة وهيكل الرسالة والمشكلة والهدف والاستعراض المرجعي لبعض الدراسات والبحوث السابقة التي لها علاقة في الرسالة.

بينما الفصل الثاني فقد تمت فيه دراسة الجانب النظري اذ تم استعراض بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالضبابية ومفهوم دالة المعولية ودراسة توسيع توزيع كابا باستخدام قاعدة للحصول على توزيع جديد ثم بعد ذلك عرض طرائق التقدير لمعلمات التوزيع الاحتمالي

اما الفصل الثالث فيتضمن مفهوم المحاكاة وتطبيق أسلوب محاكاة (مونتي-كارلو) لإيجاد التقديرات المعولية وللمقارنة بين طرائق التقدير التي تم التطرق اليها في الفصل الثاني.

اما الفصل الرابع من الرسالة فيشمل الجانب التطبيقي اذ نقوم فيه بتطبيق توزيع (APTK) الجديد على البيانات الحقيقية التي جمعتها الباحثة والمتمثلة بأوقات الاشتغال الى حين التوقف لأبراج اتصالات شركة زين العراق فرع كربلاء مع اجراء اختبارات حسن المطابقة لتلك البيانات باستعمال اختبار (كولمكروف – سميرنوف واختبار اندرسن- دارلنك).

وفي النهاية الفصل الخامس إذ استعرض اهم الاستنتاجات والتوصيات التي خرجت بها الرسالة في ضوء نتائجها.

2-1-مشكلة الرسالة (Problem of the thesis):

مشكلة الرسالة في جانبين النظري والتطبيقي ويمكن ايجازهما كما يأتي

1. نظرا بتنوع كبير في البيانات بدأت ظهور مشكلات من ناحية نمذجتها وخاصة عندما تعاني هذا البيانات من مشكلة عدم دقه(التشويش) في قياساتها (بيانات ضبابية).
2. الآلات بأنواعها عرضة للتوقف نتيجة العطلات المفاجئة وخاصة ابراج الاتصالات الخاصة بشركة زين العراق فضلاً عن عدم معرفة معولية هذه الأجهزة.

3-1-هدف الرسالة (Aim of the thesis):

تهدف الرسالة الى :

- 1- تحويل توزيع احتمالي جديد باستعمال تقنية معامل القوى الفا (α) الى توزيع (k) الاحتمالي الى توزيع جديد لتحسين الخواص الاحصائية للبيانات.
- 2- إيجاد افضل مقدر للمعلمات و لدالة المعولية ودالة المعولية الضبابية للتوزيع الاحتمالي الجديد من خلال تحديد افضل طريقة تقدير من الطرائق المستعملة (الإمكان الأعظم MLE، كرامر فون مايسز Cvm، المقدرات التجزئية Per)، وذلك بالاعتماد على المقياس الاحصائي MSE. وباستعمال اسلوب المحاكاة وبأحجام عينات مختلفة (صغيرة ومتوسطة وكبيرة).
- 3- جدولة التوقيات الزمنية لأوقات الفشل لأبراج الاتصالات وتزويد شركة اتصالات زين بها ليتمكن مسؤولي صيانة الأبراج من السيطرة على هذه الأجهزة والمحافظة عليها.

4-1-الاستعراض المرجعي (Literature Review):

سنتكلم في هذا الجانب من الفصل عن الاستعراض المرجعي والدراسات السابقة التي لها ربط في رسالتنا على ثلاث أنماط وعلى النحو الآتي:

الدراسات التي تناولت توزيع كابا

في عام 1973 اجرى الباحثان **W.Milke, Paul & S .Johnson ,Earl** استكشافاً لطرائق تقدير الإمكان الأعظم والفرضيات المتعلقة بها لمعلمات توزيع كابا ذات الثلاث معلمات، وفي عام 1994 تم تطوير توزيع كابا بأربعة معلمات من قبل الباحث (J. R. M. Hosking) ، وتم دراسة خصائص التوزيع الرياضية، تم تقدير معلمات التوزيع باستخدام طرائق مختلفة مثل طريقة العزوم وطريقة العزوم الموزونة الاحتمالية وطريقة العزوم الخطية، ووجد أن طريقة العزوم الموزونة الاحتمالية هي الأفضل من بين الطرائق-72.55 p:(J.S. Park; H.S. Jung, 2002 p:72.55),(J.R.M Hosking, (1994), p:17.).(64).

❖ في عام (2003) نشر الباحثون (Singh V. P. et,al.) دراسة تضمنت استخدام طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم الخطية وطريقة العزوم الموزونة لتقدير معلمات توزيع كابا وبالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء MSE، اذ توصل الباحثون من خلال نتائج الدراسة ملاءمة الطرائق المستخدمة مع توزيع كابا وافضلية طريقة الامكان الاعظم اذ تم تطبيق

الطريقة الافضل على اربعة مجموعات من البيانات الحقيقية تمثل كميات الأمطار الساقطة سنويا وذروة تدفق التفريغ لمياه الفيضانات السنوي الذي يحدث نتيجة غزارة الامطار.⁽⁴³⁾

❖ في عام (2004) اثبت الباحث (John Podesta) بأن دالة تشتت البلازما التي تستعمل لغرض إظهار خواص بعض الحالات التي تكون سرعة الجزيئات فيها تتوزع توزيع كابتا، اذ قام الباحث باشتقاق صيغته باستعمال المعادلات التفاضلية الاعتيادية وقد اطلق عليها الباحث اسم الصيغة فوق الهندسية لكاس التي تم اعتمادها في دراسة معلمات التوزيع وتم التوصل الى نمذجه واضحه لتلك الخواص.⁽⁴¹⁾

❖ في عام 2002 تناول الباحثون (Park, Jeon-Soo.et,al.) طرائق تقدير معلمات ومعوليه توزيع كابتا ذو ثلاثة معلمات وهي كل من طريقة العزوم الاعتيادية وطريقة العزوم الخطية وكذلك طريقة الامكان الاعظم باستخدام محاكات مونتني و كارلو وبالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء MSE وحجوم عينات مختلفة توصل الباحثون الى افضلية طريقة الامكان الاعظم وتم تطبيق الطريقة الافضل على بيانات حقيقية تحليل كمية الفيضانات .⁽³⁹⁾

❖ وفي عام (2012) قام الباحث (Bungon Kumphon) بايجاد عائلة من التوزيعات الاحتمالية تعرف بعائلة (توزيعات كابتا)، اذ استعمل الباحث طريقة الامكان الأعظم Maximum Likelihood وطريقة Maximum Entropy لتقدير معلمات توزيع كابتا الثلاث خاصة بالنسبة للعينات الصغيرة على الرغم من ان طريقة الامكان الأعظم اظهرت انها فعالة ايضا بالنسبة للعينات الكبيرة، وطبقها على بيانات منقطعة وتم اشتقاق هاتين الطريقتين بشكل مفصل للوصول الى التقدير الصحيح لمعالم توزيع كابتا، وتوصلت الدراسة ان طريقة الامكان الاعظم هي الفضلى في تقدير المعلمات لتوزيع كابتا بالاعتماد على مبدأ أقصى قدر من الانتروبيا يعادل طريقة الامكان الاعظم للحالات المنفصلة.⁽³¹⁾

❖ عام (2015) قدم Livadiotis, G. دراسة حول تطور النظريات والصيغ لتوزيعات عائلة كابتا على ثلاث اقسام، الأول تم اشتقاق توزيع kappa السلبي للسرعات، وهذا ما يسمى "توزيع كابتا السلبي"، الذي يمكن ان يقيس أي نظام من الجسيمات عن طريق تراكم نوعي من توزيعات كابتا، الثاني هو النوع القياسي "لتوزيع كابتا الموجب"، والثالث هو توزيع كابتا السالب المطور، والذي سيكون مفيداً جداً لوصف الطاقة الكامنة السلبية التي تصف أنظمة الجسيمات التي تتميز بطاقة كامنة غير صفرية، اذ تم استخدام توزيعات كابتا للوصف الإحصائي لتطبيقات السرعة أو الطاقة الحركية للجسيمات.⁽³³⁾

❖ في عام (2018) تناول الباحث (باقر كريم) دراسة لمقارنة تقدير معالم توزيع كابا (kappa Distribution) ، و قد تم تقدير معالم التوزيع بطريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) ، وطريقة العزوم الكمية الخطية وطريقة المقدرات التجزئية وطريقة العزوم في حالة التحيز، إذ قام الباحث باشتقاق طرائق التقدير، وبالاعتماد على محاكات مونت كارلو (Mont – Carlo) لغرض المقارنة بين طرائق التقدير باستعمال خمسة حجوم عينات كبيرة ومتوسطة وصغيرة وبالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء mse توصل الباحث الى ملاءمة توزيع كابا مع طرائق التقدير وافضلية طريقة العزوم الكمية الخطية لتقدير معالم التوزيع، وتم تطبيق الطريقة الافضل على بيانات حقيقية تمثل ظاهرة تساقط الامطار في محافظة بغداد. (5)

❖ في عام (2022) قدمت الباحثة (منال موسى) توسيع للتوزيعات الاحتمالية لتحسين مرونتها قامت بتطوير توزيع (kappa Distribution) استعمال قاعدة (transmuted) تم اثبات افضلية التوزيع المحول (kappa transmuted Distribution) مقارنة مع التوزيع قبل التحويل وتوزيعات أخرى وتمت دراسة الخصائص الرياضية والهيكلية لهذا التوزيع كدالة الكثافة الاحتمالية والدالة التجميعية ودالة البقاء والمخاطرة وعمل انموذج احتمالي حديث وتقدير معالم الأنموذج بطريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood) وطريقة كرايمر فون مايسز وطريقة اندرسون دارلنك Anderson- Darling وطريقة اندرسون دارلنك الذيل الأيمن (Right-Tail Anderson- Darling) ، اندرسون دارلنك الذيل الايسر (Left-Tail Anderson- Darling) ومن اجل إيجاد افضل طريقة من بين طرائق التقدير تم استعمال أسلوب محاكاة مونت كارلو (Monty Carlo) و باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) توصلت الباحثة الى الافضلية طريقة الإمكان الأعظم في تقدير المعالم لحجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة وتم تطبيق الطريقة التي ظهرت افضليتها على بيانات حقيقية لمرضى القلب كانت حجم العينة (104) مشاهدة بالأسابيع تمثل أوقات بقاء المريض على قيد الحياة لحين الوفاة باستعمال معايير حسن المطابقة AIC, BIC, ACC. (3)

الدراسات الخاصة بقاعدة التحويل (Alpha power transformed)

❖ في عام (2018) قدم (Hassan, A. S. et.al.) اعماما لتوزيع (exponential) باستعمال صيغة تحويل الفا (Alpha power transformed) لاقتراح توزيع يسمى توزيع (Alpha power transformed extended exponential)، اذ قاما الباحثون باشتقاق الخصائص الرياضية

والهيكلية للتوزيع المقترح مثل دالة الكثافة الاحتمالية والتجميعية ودالتي البقاء والمخاطرة وكذلك اشتقاق صيغة العزم الرائي والعزم حول الوسط الحسابي وكذلك تقدير المعلمات للتوزيع المقترح بالاعتماد على ثلاث طرائق تقدير وهي كل من طريقة الامكان الاعظم (Maximum likelihood estimators) وطريقة كريمر فون مايسز The Cramer-von Mises وطريقة المقدرات التجزئية (Percentile estimator) ، وبالاعتماد على اسلوب محاكات مونتى كارلو لغرض المقارنة بين افضلية طرائق التقدير المستخدمة بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) وبتكرار (1000) مرة بالنسبة للتجربة وحجوم عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة وتوصل الباحثون الى افضلية طريقة الامكان الاعظم و ان الأنموذج المقترح يحقق اكثر مرونة وشمولية عند تطبيقه على مجموعتين من البيانات الحقيقية بالاعتماد على المعايير BIC, AIC, HQIC, KS ،CAIC⁽²³⁾.

❖ في عام (2021) اقترح الباحثان (Mohiuddin, M., & Kannan, R) توزيعاً حديثاً يسمى توزيع (Alpha Power Transformed Aradhana) المحول بوصفه ملحقاً لتوزيع (Aradhana Distributions) المعروف بأستعمال تقنية (Alpha Power Transformed) التي تمت دراستها اذ تم استخراج دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التراكمي للتوزيع المحول الجديد ، إذ تمت دراسة بعض خصائص التوزيع الجديد مثل دالة المخاطرة والبقاء والعزوم الرائي والعزوم حول الوسط الحسابي ودالة المولدة ودالة التوليد و بعدها تم تقدير معلمات التوزيع بطريقة الامكان الاعظم ، وتم مقارنة التوزيع المقترح مع توزيعات اخرى باستعمال مجموعتين من البيانات الواقعية الحقيقية . أشارت النتائج التي تم الاستحصال عليها إلى أن فعالية التوزيع المقترح أفضل وأكثر مرونة وشمولية من التوزيعات الأخرى قيد الدراسة.⁽³⁶⁾

❖ في عام (2022) اقترح الباحثون (Méndez-González, et, al) امتداداً جديداً لتوزيع (Weibull) يسمى (alpha power Weibull transformation distribution) اذ تم تحديد دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التراكمي للتوزيع المحول الجديد وتم اشتقاق الخصائص الرياضية والاحصائية وتقدير المعلمات للتوزيع الجديد باستعمال طريقة الامكان الاعظم أيضاً ، يتم توفير دراسة شاملة لبعض خصائص التوزيع المحول في هذه الدراسة . تشمل هذه الخصائص لحظاتها، ووظيفة توليد اللحظة، ووظيفة البقاء، ووظيفة الخطر، وتوزيع احصاءات الطلب. تمت مناقشة طريقة الامكان الاعظم لتقدير للمعلمات المجهولة K تم استعمال ثلاث مجموعات بيانات حقيقية لتحديد ما إذا كان التوزيع المحول أفضل من توزيع (Weibull distribution) ، وتشير

نتأجنا إلى أن الأنموذج المحول Weibull transformation power (alpha) مرن ومنافس جيد. (35)

الدراسات التي تناولت الضبابية

- ❖ **في عام (1993) قدم الباحث (Sylvia) دراسة تضمنت استعمال مفهوم المنطق الضبابي في دراسة ثلاث حالات مختلفة للضبابية واستطاع الباحث تقدير الحد الأدنى والحد الأعلى لدالة الأمكان الأعظم الضبابية لكل حالة منها عندما يكون توزيع العينة توزيع أسّي والتوزيع الأولي للمعلمة هو توزيع كاما ودالة انتماء مثلثية لبيانات العينة، وبعد أن أثبت الباحث وجود الضبابية لثلاث حالات والمتمثلة في العينة مرة وفي معلمة التوزيع الأولي للمعلمة مرة أخرى، ووجود الضبابية في العينة ومعلمة التوزيع الأولي للمعلمة، استطاع الوصول الى تقدير دالة الحد الأدنى للتوزيع اللاحق الضبابية و تقدير الحد الأعلى للتوزيع اللاحق الضبابية للحالات الثلاث انفة الذكر. (42)**
- ❖ **في عام (2003) قدم الباحث (Bohdan,et,al) دراسة حول دالة المعولية الضبابية عندما تكون بيانات أوقات الفشل ضبابية وتتوزع توزيع ثنائي الحدين وذلك باستعمال أسلوب التحويل، اذ توصل الباحثان الى اقتراح صيغة جديدة لمعدل أوقات الفشل تعتمد بالأساس على الصيغة القديمة لمعدل الفشل للثوابت الأخرى والتي تمتلك دالة انتماء ضبابية مثلثية. (13)**
- ❖ **في عام (2004) وصف الباحث (Chung) أسلوب بيز لتقدير الحد الأدنى والأعلى لدالة المعولية الضبابية عندما تتبع العينة توزيع بواسون والتوزيع الأولي للمعلمة توزيع كاما، اذ يحتوي على معلمتين ضبابيتين معبراً عن درجة الانتماء بدالة الهدف، وقد استخدم الباحث أسلوب البرمجة غير الخطية لتعظيم دالة الهدف والتي تجد قيمة درجة الانتماء وتربطها مع المعولية الضبابية وتوصل الباحث الى أن دالة الانتماء التي يتعامل معها هي دالة شبه المنحرف. (15)**
- ❖ **في العام نفسه قدم (Farahat. et, al) بحثاً تضمن دراسة أسلوب المنطق الضبابي لتقدير دالة معولية أنظمة الطاقة المعقدة والكبيرة في التعامل مع المتغيرات الضبابية واستخدم نظرية تسمى (Fuzzy set theorm) (نظرية المجموعات الضبابية) لتقدير معاملات الاختلاف (coefficients of different) ووفقاً لشروط مختلفة في التعبير عن دالة المعولية، مما مهد الى تطور كبير في مختلف جوانب التخطيط وأنظمة تشغيل الطاقة في السعودية. (21)**

- ❖ في عام 2007 قدم الباحث (Zhou) بحثاً تضمن تقدير حدود الثقة للمعولية وتكوين مدة يتم تحويل بيانات هذه المدة الى بيانات ضبابية ذات دالة إنتماء مثلثية ومن خلال هذه البيانات توصل الباحثان الى افضل تقدير لدالة المعولية الضبابية هو باستعمال طريقة الإمكان الأعظم (MLE).⁽⁴⁸⁾
- ❖ في عام 2009 قام الباحث (أوجي) بأيجاد مقدرات بيز لدالة المعولية المضببة للتوزيع الاسي وبأستعمال المحاكاه لتوليد أرقام عشوائية وكذلك تم التطبيق على بيانات حقيقية للشركة العامة للصناعات الكهربائية واستعملت طريقتين لتقدير دالة المعولية، الطريقة الأولى (FRDP) والثانية طريقة بيز وباستعمال دالة شبه المنحرف ، واطهر الجانب التطبيقي تطابق واضح في النتائج التي تم الحصول عليها في الجانب التجريبي .⁽¹⁾
- ❖ في العام (2017) قدم الباحثون (Ibrahim واخر) بحثاً تضمن تقدير معلمات ومعولية التوزيع الأسّي الضبابي استعمل الباحثان طريقتي الإمكان الأعظم والعزوم ، والارقام الضبابية عند القطع (0.3 , 0.5) لتقدير دالة المعولية الضبابية ، وبتوظيف أسلوب تجربة المحاكاة والمقارنة بين النتائج بأستعمال المؤشر الاحصائي Mse ، اذ توصل الباحثان الى أن مقدر الإمكان الأعظم هو أفضل من مقدر العزوم ، عند الرقم الضبابي (0.3).⁽²⁷⁾
- ❖ في عام 2020 قدم الباحث (Hawash) دراسة لتقدير دالة المعولية الضبابية للتوزيع المختلط (اسي -كاما) باستعمال ثلاثة طرائق لتقدير المعلمات وهي كل من طريقة الامكان الاعظم وطريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى في ظل بيئة ضبابية على فرض ان عامل الضبابية k=0.3,0.7 وباستعمال المحاكات، اذ توصل الباحث الى أن طريقة الامكان اعظم هي الافضل بالنسبة لحجوم العينات الكبيرة بنسبة 50% وتليها بأفضلية طريقة العزوم ومن ثم طريقة المربعات الصغرى التفاضلية بنسبة 24%.⁽²⁴⁾
- استكمالاً لما تقدم في البحوث والدراسات أعلاه تناولنا خلال رسالتنا بناء دالة احتمالية للتوزيع المركب للمقترح الجديد (Alpha Power Transformed kappa) باربع معلمات معلمتا الشكل (Shape Parameter) ، ومعلمتا قياس (Scale Parameter) وتقدير هذه المعلمات بثلاث طرائق تقدير وهي كل من (طريقة لإمكان الأعظم ، وطريقة كريمةر فون مايسز ، وطريقة المقدرات التجزيئية) ومن ثم استعمال هذه التقديرات لايجاد افضل تقدير دالة المعولية و دالة المعولية الضبابية للتوزيع المقترح الجديد وتطبيقه على بيانات حقيقية .



الفصل الثاني

الجانب النظري

(1-2) تمهيد: (Preface)

يهتم هذا الفصل باستعراض بعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالرسالة، وهي مفهوم دالة المعولية الضبابية (Reliability fussy Function) والدوال المرتبطة بها مثل (دالة الكثافة التجميعية للفشل ودالة الكثافة الاحتمالية ودالة المخاطرة) وكذلك نبذة مختصرة عن توزيع كبا وكذلك مناقشة اهم المبادئ الأساسية في نظرية المجموعات الضبابية والمعوليه الضبابية فضلاً عن توسيع توزيع كبا باستعمال قاعدة (Alpha Power Transformed Distributions) للحصول على توزيع جديد اكثر مرونة (Power Transformed kappa Distributions) ودراسة خصائصه الإحصائية، وتقدير المعلمات باستعمال ثلاث طرائق تقدير وهي كل من طريقة الامكان الاعظم وطريقة كرامر فون مايسز وطريقة المقدرات التجزئية لغرض حساب مقدرات دالة المعولية الضبابية لهذا الانموذج.

(2-2) توزيع كبا (Kappa Distribution):

وهو من التوزيعات المستمرة ذات الثلاث معلمات يستعمل في تحليل دوال الفشل والمعولية ودوال البقاء على قيد الحياة ويمتاز بالتالي:

- 1- ذيل ثقيل: أي يمكن ان يتضمن قيم نادرة وغير معتادة في الذيل الامامي او الخلفي.
 - 2- غير متماثل: أي ليس له توازن بين الجانبين الايمن والايسر.
 - 3- قابلية التعديل يمكن تعديل خصائص التوزيع بواسطة معلمات الموقع والقياس والشكل.
- (Lazar et al 2012)،(Livadiotis, G. 2015)،(Hosking 1994)

بعض الباحثين قاموا بتطوير صيغة التوزيع من معلمتين الى ثلاث معلمات وصولاً الى اربع معالم الصيغة الأصعب في الشكل المختصة بدراسة الفضاء الخارجي. حيث ان كثيراً ما تم استخدام هذا التوزيع في ظواهر الفضاء الخارجي والغلاف الجوي مثلاً سرعة الجزيئات وخصائصها وبلازما الفضاء ودرجة الحرارة للبلازما، ويدرس درجات الحرارة القصوى وظاهرة الرياح الشمسية والظواهر الحياتية والطبيعية مثل نمذجة السلوك العشوائي للرياح العاصفة والأمطار والفيضانات وتغير المناخ، وكذلك التطبيقات الإحصائية والظواهر الجوية وفي هذه الدراسة يكون صيغة التوزيع ناتج عن خلط توزيعين هما توزيع كاما (Gamma distribution) والتوزيع اللوغاريتم الطبيعي (Log-normal distribution) وان هذه الصيغة كانت في الدراسة المنشورة عام 1964 التي قدمها الباحثان (JR&Paul Earl S. Johson, W.Milke) وهناك أيضاً صيغة تحتوي على ثلاث معالم ولكن تكون تلك الصيغة هي صيغة قياسية غير ناتجة عن خلط توزيعين مختصة بدراسة ظواهر خارج نطاق اهتمامنا في هذه الدراسة. (باقر كريم، 2018)، (احمد عاجل، 2019).

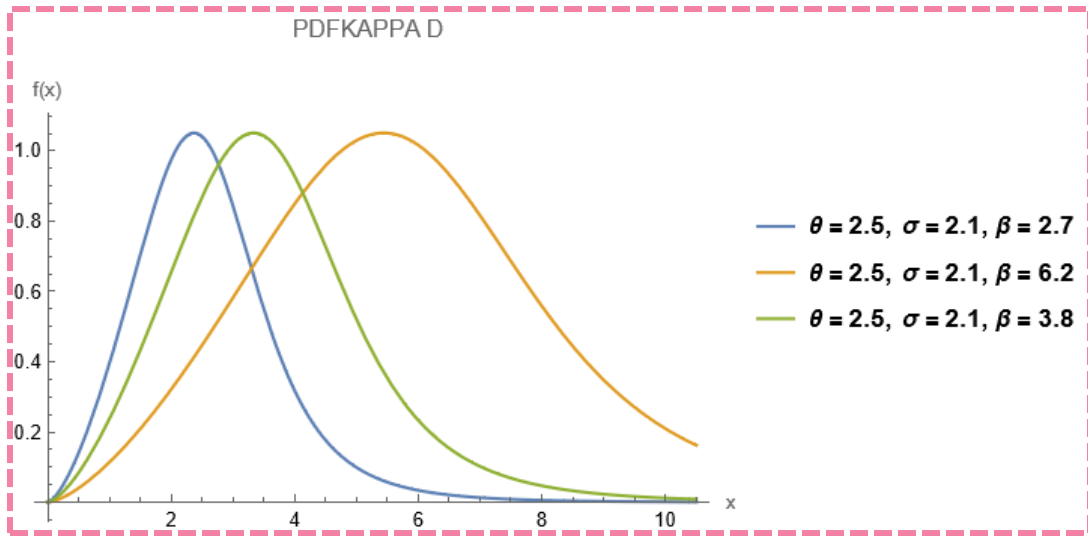
وان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كبا يمكن كتابتها بالشكل الآتي :-

$$g(x,\sigma,\theta,\beta)=\left\{ \begin{array}{ll} \frac{\sigma\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\sigma+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}\right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} & , \text{ (if } x>0; \sigma,\theta,\beta>0 \text{)} \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{array} \right\} \dots (1 - 2)$$

اذ ان: (σ,θ) : هما معلمتا الشكل لتوزيع كبا . (x) : بيانات العينة (الزمن).

(β) : معلمة القياس لتوزيع كبا .

والمخطط التوضيحي في الشكل (1-2) يبين بالرسم سلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كبا: -



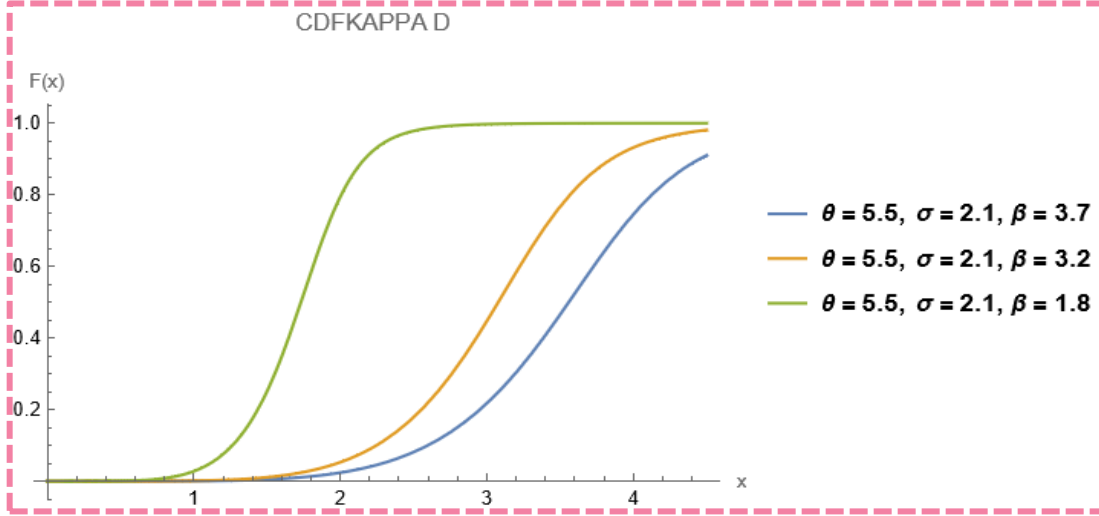
الشكل (1 - 2) سلوك دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع كبا (اعداد الباحثة)

وبذلك تكون دالة الكثافة التجميعية لتوزيع كبا بالشكل التالي:

$$G(x,\sigma,\theta,\beta)=\int_0^x f(x)dx$$

$$G(x,\sigma,\theta,\beta)=\left\{ \begin{array}{ll} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma+\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)} & , \text{ (if } x>0 ; \sigma,\theta,\beta>0 \text{)} \\ 0 & , \text{ otherwise} \end{array} \right\} \dots (2 - 2)$$

والمخطط التوضيحي في الشكل (2-2) يبين بالرسم سلوك دالة الكثافة التجميعية لتوزيع كابا: -

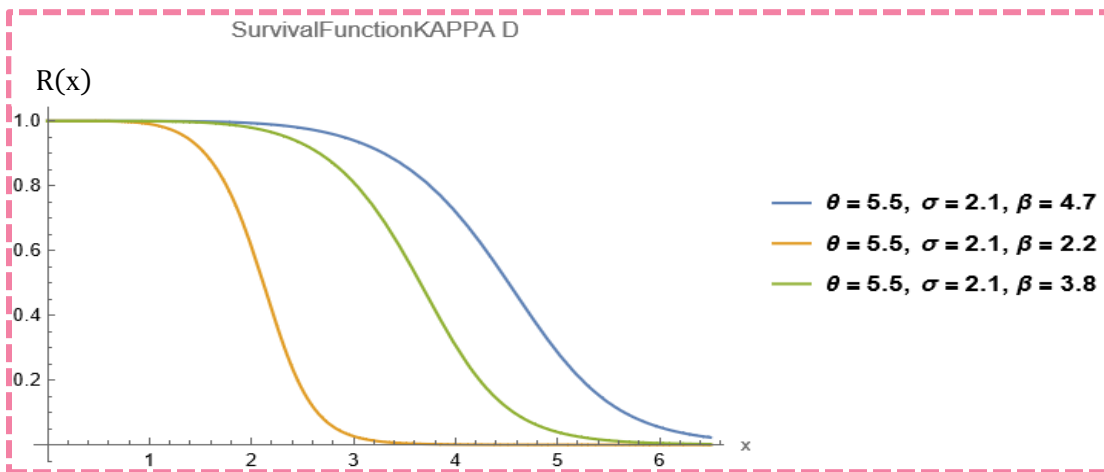


الشكل (2 - 2) سلوك دالة الكثافة التجميعية لتوزيع كابا (اعداد الباحثة)

وان دالة المعولية لتوزيع كابا تعطى بالشكل التالي:

$$\Rightarrow R(x, \sigma, \theta, \beta) = 1 - \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)}, \quad (\text{if } x > 0 ; \sigma, \theta, \beta > 0) \dots (3 - 2)$$

والمخطط التوضيحي في الشكل (3-2) يبين بالرسم سلوك دالة المعولية لتوزيع كابا:



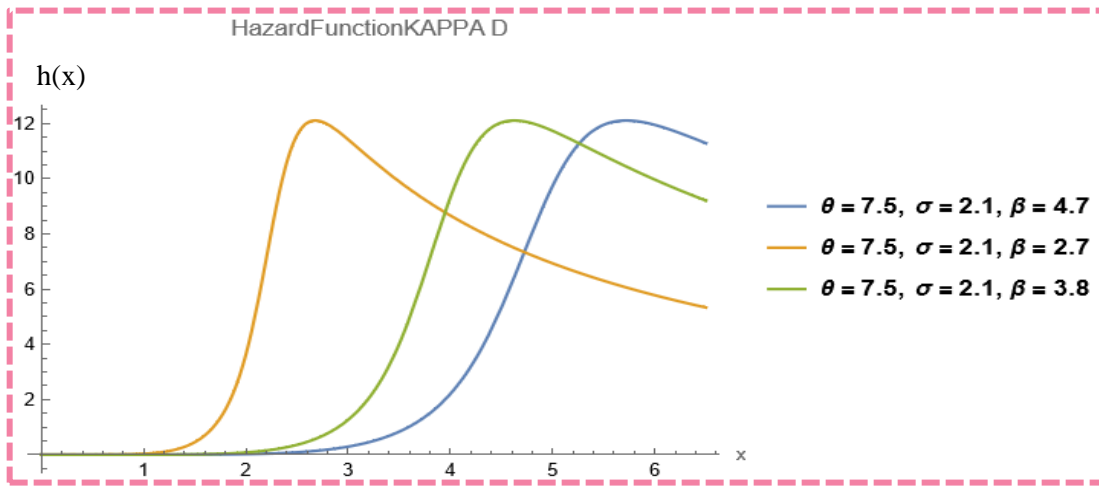
الشكل (3 - 2) سلوك دالة المعولية لتوزيع كابا (اعداد الباحثة)

اما دالة المخاطرة لهذا التوزيع فهي :

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

$$h(x,\sigma,\theta,\beta) = \frac{\frac{\sigma\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}\right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)}}{1 - \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}\right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)}} \quad (\text{if } x>0 ; \sigma,\theta,\beta>0) \quad \dots (4-2)$$

والمخطط التوضيحي في الشكل (4-2) يبين بالرسم سلوك دالة المخاطرة لتوزيع كابا: -



الشكل (4-2) سلوك دالة المخاطرة لتوزيع كابا (اعداد الباحث)

(3-2) صيغة تحويل Alpha Power Transformed :

تعد تحويلة (Alpha Power Transformed) طريقة ملائمة وحديثة لبناء توزيعات جديدة لا سيما توزيعات الفشل او البقا على قيد الحياة والمعولية وهي تشتمل على التركيب الوظيفي لدالة التوزيع التراكمي Cdf ودالة التوزيع الاحتمالية لنفس التوزيع.

حيث تم تقديم صيغة تحويل (Alpha Power Transformed) لأول مرة من قبل الباحثان (Mahdavi and Kundu) كوسيلة لتوسيع التوزيعات المعروفة عن طريق إضافة معلمة إضافية إلى دالة التوزيع الأساس وتحويلها الى توزيعات اكثر مرونة وشمولية توفر مجموعة أدوات للسيطرة على التواء و تفلطح التوزيع من أجل ان تناسب البيانات الحقيقية (Elbatal et.al 2018)، (Hassan.et al.2018). اذا كان للتوزيع الأساس دالة توزيع cdf فإن المتغير العشوائي (x) يمكن الحصول على التوزيع المحول بواسطة (Alpha Power Transformed) حيث يمكن الحصول على دالة التوزيع للكثافة التجميعية ودالة الكثافة الاحتمالية (Alpha Power Transformed distribution) من خلال الصيغ التالية:-

(Nasiru& Ngesa, 2019)

$$f(x)_{APT} = \begin{cases} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) g(x) \alpha^{G(x)} & \text{if } \alpha > 0, \alpha \neq 0, x \in \mathbb{R} \\ g(x) & \text{if } \alpha = 0, x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \dots (5-2)$$

حيث ان: α تمثل معلمة التحويل .

$$F(x)_{APT} = \begin{cases} \frac{\alpha^{G(x)} - 1}{\alpha - 1} & \text{if } \alpha > 0, \alpha \neq 1, x \in \mathbb{R} \\ G(x) & \text{if } \alpha = 0, x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \dots (6-2)$$

(1-3-2) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (Alpha Power Transformed kappa)

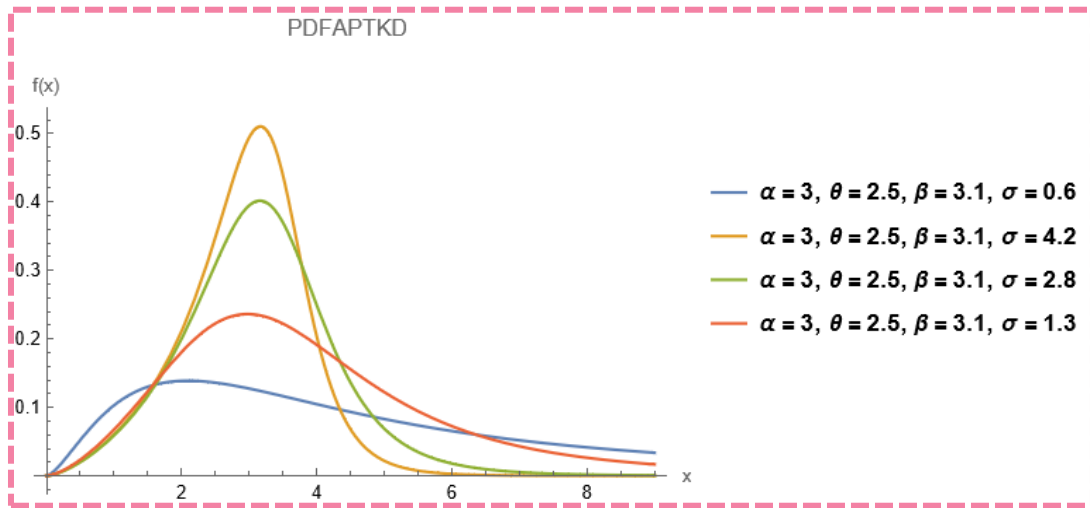
يتم الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية pdf لتوزيع Alpha Power Transformed kappa (APTk) وذلك بالصيغة التالية :

$$f(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{APTk} = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta}\right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{\left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}\right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)}} \quad \dots (7-2)$$

أذان: α, σ, θ : معالمات الشكل (Shape parameters) .

. معلمة القياس (Scale parameter) B ,

والمخطط التوضيحي في الشكل (5-2) يبين بالرسم سلوك دالة الكثافة الاحتمالية pdf لتوزيع APTk :



الشكل (2 – 5) سلوك دالة الكثافة الاحتمالية pdf للتوزيع المقترح (APTK) من (اعداد الباحثة)

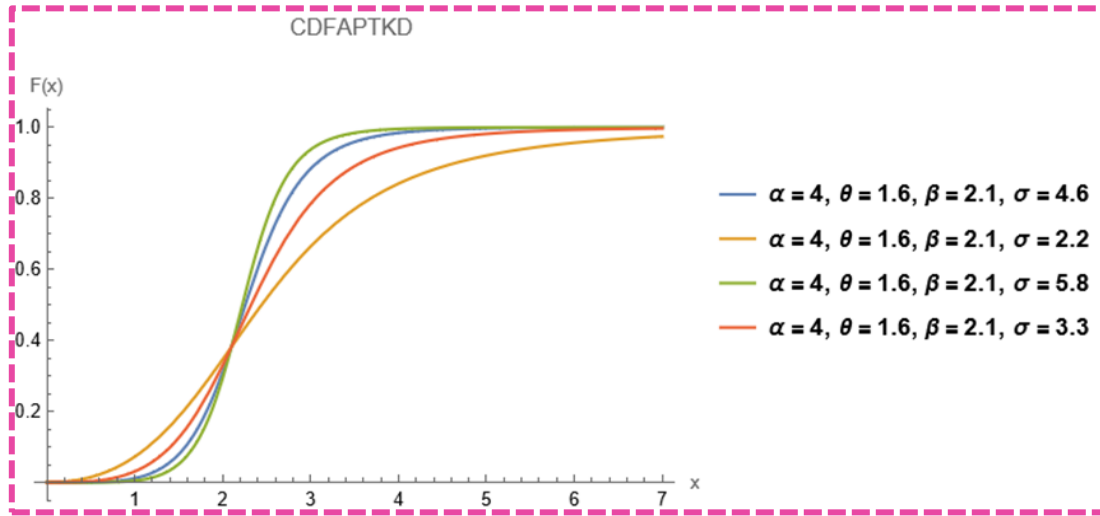
(2-3-2) الدالة التراكمية التجميعية لتوزيع Alpha Power Transformed kappa

يتم الحصول على دالة الكثافة التجميعية cdf لتوزيع Alpha Power Transformed kappa distribution (APTK) وذلك حسب الصيغة التالية :

$$F(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{APTK} = \int_0^x f(x). dx$$

$$F(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{APTK} = \frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma}} - 1}{\alpha - 1} \quad \text{if } \alpha > 0, , x \in \mathbb{R} \quad \dots (8 - 2)$$

والمخطط التوضيحي في الشكل (2-6) يبين بالرسم سلوك دالة الكثافة التجميعية CDF لتوزيع (APTK)



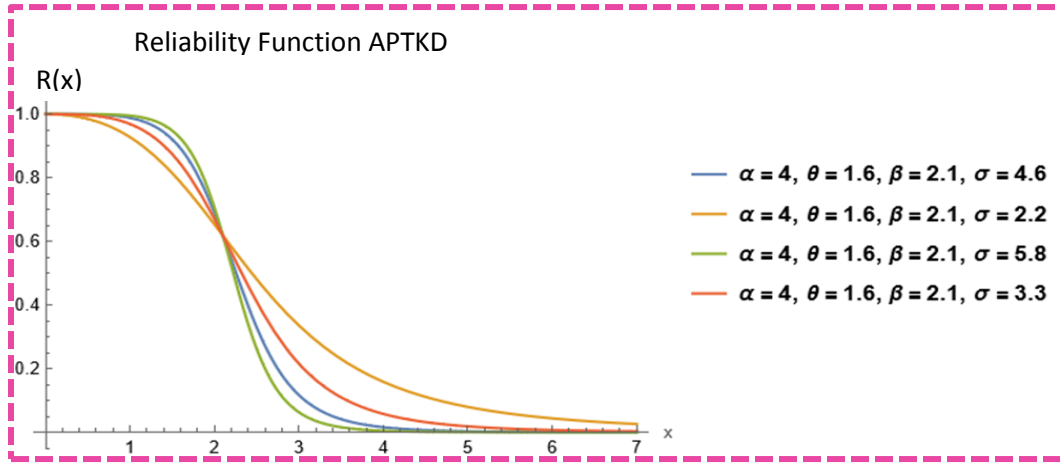
الشكل (2 – 6) سلوك دالة الكثافة التجميعية للتوزيع المقترح من (اعداد الباحثة)

(3-3-2) دالة المعولية لتوزيع Alpha Power Transformed kappa

ان دالة المعولية $R(x)$ لتوزيع (APTK) يمكن صياغتها بالشكل الاتي:

$$R(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{\text{APTk}} = 1 - F(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{\text{APTk}} = 1 - \frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)} - 1}{\alpha - 1} \dots (9 - 2)$$

والمخطط التوضيحي في الشكل (7-2) يبين بالرسم سلوك دالة المعولية للتوزيع المقترح



الشكل يوضح الشكل (7-2) سلوك دالة المعولية $R(x)$ لتوزيع (APTk) (اعداد الباحثة)

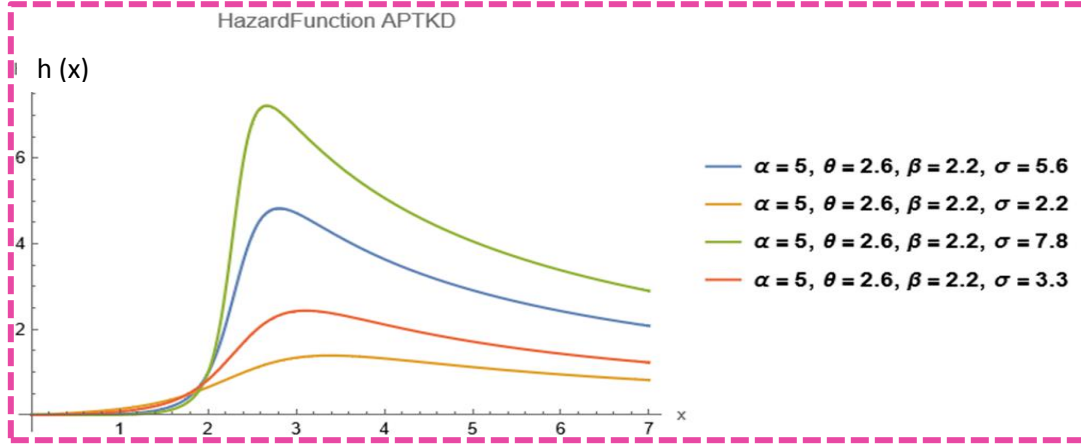
(4-3-2) دالة المخاطرة لتوزيع: Alpha Power Transformed kappa

أن دالة المخاطرة $h(x)$ لتوزيع (APTk) يمكن صياغتها كالآتي:

$$h(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{\text{APTk}} = \frac{f(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{\text{APTk}}}{1 - F(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{\text{APTk}}}$$

$$h(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{\text{APTk}} = \left[\frac{\frac{\sigma\theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}\right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)}}{1 - \frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)} - 1}{\alpha - 1}} \right] \dots (10 - 2)$$

والمخطط التوضيحي في الشكل (8-2) يبين سلوك دالة المخاطرة لتوزيع (APTk)



الشكل (8-2) سلوك دالة المخاطرة $h(x)$ للتوزيع المقترح من (اعداد الباحثة)

(4-2) الخصائص الإحصائية (Statistical characteristics):

1-4-2- اشتقاق العزم الرائي μ_r غير المركزي للتوزيع المقترح (APTK)

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x, \sigma, \theta\beta, \alpha)_{APTKP} \cdot dx \quad \dots (11 - 2)$$

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta - 1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} dx$$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \int_0^{\infty} x^r \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta - 1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} dx$$

Let $u = \frac{x}{\beta}$, $x = u\beta$, $dx = \beta du$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma \theta \beta^r \int_0^{\infty} u^r (u)^{\theta - 1} \left[\sigma + (u)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{(u)^{\theta \sigma}}{\sigma + (u)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} du$$

Let $z = (u)^{\theta \sigma}$ $u = z^{\frac{1}{\theta \sigma}}$ $du = \frac{1}{\theta \sigma} z^{\frac{1}{\theta \sigma} - 1} dz$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma \theta \beta^r \int_0^{\infty} z^{\frac{r}{\theta \sigma}} z^{\frac{\theta - 1}{\theta \sigma}} \left[\sigma + z \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left(\frac{z}{\sigma + z} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{1}{\theta \sigma} z^{\frac{1}{\theta \sigma} - 1} dz$$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^r \int_0^{\infty} z^{\frac{r}{\theta\sigma} - \frac{\theta-1}{\theta\sigma}} [\sigma + z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{\left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} z^{\frac{1}{\theta\sigma} - 1} dz$$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^r \int_0^{\infty} [\sigma + z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{\left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} z^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} dz$$

$$\alpha^z = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} z^i$$

$$\alpha^{\left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{i}{\sigma}}$$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^r \int_0^{\infty} [\sigma + z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{i}{\sigma}} z^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} dz$$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^r \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} [\sigma + z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{i}{\sigma}} z^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} dz$$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^r \sigma^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} \left[1 + \frac{z}{\sigma}\right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{i}{\sigma}} z^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} dz$$

Let $y = \frac{z}{\sigma}$, $z = y\sigma$, $dz = \sigma dy$

$$E(x^r) = \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} [1 + y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \left(\frac{y\sigma}{\sigma + y\sigma}\right)^{\frac{i}{\sigma}} y\sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} \sigma dy$$

$$= \sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} [1 + y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \left(\frac{y\sigma}{\sigma + y\sigma}\right)^{\frac{i}{\sigma}} y^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} dy$$

$$= \sigma^{-\frac{i}{\sigma}} \sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} [1 + y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} (y)^{\frac{i}{\sigma}} (\sigma + y\sigma)^{\frac{-i}{\sigma}} y^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} dy$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{i}{\sigma} \frac{-i}{\sigma} \frac{\theta - \theta\sigma + r}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} (y)^{\frac{i}{\sigma}} (1 \\
 &\quad + y)^{\frac{-i}{\sigma}} y^{\frac{\theta - \theta\sigma + r}{\sigma}} dy \\
 &= \sigma \frac{\theta - \theta\sigma + r}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1+i}{\sigma}\right)} (y)^{\frac{i}{\sigma}} y^{\frac{\theta - \theta\sigma + r}{\sigma}} dy \\
 &= \sigma \frac{\theta - \theta\sigma + r}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1+i}{\sigma}\right)} y^{\frac{\theta - \theta\sigma + r + i}{\sigma}} dy \\
 &= \sigma \frac{\theta - \theta\sigma + r}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} \frac{y^{\frac{\theta - \theta\sigma + r + i}{\sigma}}}{[1+y]^{\left(\frac{\sigma+1+i}{\sigma}\right)}} dy
 \end{aligned}$$

وهذا يشابه الصيغة الثانية لتوزيع بيتا

$$\beta(\alpha, \beta) = \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{(1+x)^{\alpha+\beta}} dx = \frac{\Gamma\alpha\Gamma\beta}{\Gamma\alpha+\beta}$$

$$\alpha + 1 = \frac{\theta - \theta\sigma + r + i}{\sigma}$$

$$\alpha = \frac{\theta - \theta\sigma + r + i}{\sigma} + 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\theta - \theta\sigma + r + i + \sigma}{\sigma}$$

$$\beta = \frac{\sigma + 1 + i}{\sigma} - \frac{\theta - \theta\sigma + r + i + \sigma}{\sigma}$$

$$\beta = \frac{\sigma + 1 + i - \theta + \theta\sigma - r - i - \sigma}{\sigma}$$

$$\beta = \frac{1 - \theta + \theta\sigma - r}{\sigma}$$

$$\alpha + \beta = \frac{\theta - \theta\sigma + r + i + \sigma + 1 - \theta + \theta\sigma - r}{\sigma}$$

$$\alpha + \beta = \frac{i + \sigma + 1}{\sigma}$$

$$\frac{\Gamma\alpha\Gamma\beta}{\Gamma\alpha+\beta} = \frac{\left[\Gamma\frac{\theta-\theta\sigma+r+i+\sigma}{\sigma}\right]\left[\Gamma\frac{1-\theta+\theta\sigma-r}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma\frac{i+\sigma+1}{\sigma}\right]}$$

$$E(x^r) = \mu'_r =$$

$$\sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} + \left(\frac{\log\alpha}{\alpha-1}\right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log\alpha)^i}{i!} \left[\frac{\left[\Gamma\frac{\theta-\theta\sigma+r+i+\sigma}{\sigma}\right]\left[\Gamma\frac{1-\theta+\theta\sigma-r}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma\frac{i+\sigma+1}{\sigma}\right]} \right]$$

...(2-12)

When r=1

$$E(x^1) = \mu'_1 = \sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+1}{\sigma}} + 1 \left(\frac{\log\alpha}{\alpha-1}\right) \beta^1 \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log\alpha)^i}{i!} \left[\frac{\left[\Gamma\frac{\theta-\theta\sigma+1+i+\sigma}{\sigma}\right]\left[\Gamma\frac{-\theta+\theta\sigma}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma\frac{i+\sigma+1}{\sigma}\right]} \right]$$

When r=2

$$E(x^2) = \mu'_2 = \sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+2}{\sigma}} + 1 \left(\frac{\log\alpha}{\alpha-1}\right) \beta^2 \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log\alpha)^i}{i!} \left[\frac{\left[\Gamma\frac{\theta-\theta\sigma+2+i+\sigma}{\sigma}\right]\left[\Gamma\frac{-\theta+\theta\sigma-1}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma\frac{i+\sigma+1}{\sigma}\right]} \right]$$

When r=3

$$E(x^3) = \mu'_3 = \sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+3}{\sigma}} + 1 \left(\frac{\log\alpha}{\alpha-1}\right) \beta^3 \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log\alpha)^i}{i!} \left[\frac{\left[\Gamma\frac{\theta-\theta\sigma+3+i+\sigma}{\sigma}\right]\left[\Gamma\frac{-\theta+\theta\sigma-2}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma\frac{i+\sigma+1}{\sigma}\right]} \right]$$

When r=4

$$E(x^4) = \mu'_4 = \sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+4}{\sigma}} + 1 \left(\frac{\log\alpha}{\alpha-1}\right) \beta^4 \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log\alpha)^i}{i!} \left[\frac{\left[\Gamma\frac{\theta-\theta\sigma+4+i+\sigma}{\sigma}\right]\left[\Gamma\frac{-\theta+\theta\sigma-3}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma\frac{i+\sigma+1}{\sigma}\right]} \right]$$

2-4-2- اشتقاق العزم الرائي المركزي حول الوسط الحسابي للتوزيع (Central Moments):

$$E(x - \mu)^r = \int_0^{\infty} (x - \mu)^r f(x, \sigma, \theta\beta, \alpha)_{\text{APTKP}} \cdot dx \quad \dots (13 - 2)$$

$$= \int_0^{\infty} (x - \mu)^r \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta - 1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta} \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} dx$$

$$(a + b)^n = \sum_{x=0}^n \binom{n}{x} a^x b^{n-x} \quad \dots (14 - 2)$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} x^j \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta - 1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta} \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} dx$$

$$\text{Let } u = \frac{x}{\beta}, x = u\beta, dx = \beta du$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma \theta \beta^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} u^j (u)^{\theta - 1} \left[\sigma + (u)^{\theta} \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{(u)^{\theta \sigma}}{\sigma + (u)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} du$$

$$\text{Let } z = (u)^{\theta \sigma} u = z^{\frac{1}{\theta \sigma}}$$

$$, du = \frac{1}{\theta \sigma} z^{\frac{1}{\theta \sigma} - 1} dz$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma \theta \beta^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} z^{\frac{j}{\theta \sigma} \theta - 1} \left[\sigma + z \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left(\frac{z}{\sigma + z} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{1}{\theta \sigma} z^{\frac{1}{\theta \sigma} - 1} dz$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} z^{\frac{j}{\theta \sigma} \theta - 1} \left[\sigma + z \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left(\frac{z}{\sigma + z} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{1}{z^{\theta \sigma} - 1} dz$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} \left[\sigma + z \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left(\frac{z}{\sigma + z} \right)^{\frac{1}{\sigma}} z^{\frac{\theta - \theta \sigma + j}{\sigma}} dz$$

$$\begin{aligned} \alpha^z &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} z^i \\ \alpha^{\left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{i}{\sigma}} \\ &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha-1}\right) \beta^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} [\sigma+z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{i}{\sigma}} z^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} dz \\ &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha-1}\right) \beta^j \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} [\sigma+z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{i}{\sigma}} z^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} dz \\ &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha-1}\right) \beta^j \sigma^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} \left[1 + \frac{z}{\sigma}\right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{i}{\sigma}} z^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} dz \end{aligned}$$

Let $y = \frac{z}{\sigma}$, $z = y\sigma$, $dz = \sigma dy$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha-1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \left(\frac{y\sigma}{\sigma+y\sigma}\right)^{\frac{i}{\sigma}} y\sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} \sigma dy \\ &= \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha-1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \left(\frac{y\sigma}{\sigma+y\sigma}\right)^{\frac{i}{\sigma}} y^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} dy \\ &= \sigma^{-\frac{i}{\sigma}} \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha-1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} (y)^{\frac{i}{\sigma}} (\sigma \\ &\quad + y\sigma)^{\frac{-i}{\sigma}} y^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} dy \\ &= \frac{i}{\sigma} \sigma^{-\frac{i}{\sigma}} \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha-1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} (y)^{\frac{i}{\sigma}} (1 \\ &\quad + y)^{\frac{-i}{\sigma}} y^{\frac{\theta-\theta\sigma+j}{\sigma}} dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1+i}{\sigma}\right)} (y)^{\frac{i}{\sigma}} y^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} dy \\
 &= \sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \int_0^{\infty} [1+y]^{-\left(\frac{\sigma+1+i}{\sigma}\right)} y^{\frac{\theta - \theta\sigma + j + i}{\sigma}} dy \\
 &= \sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} \frac{y^{\frac{\theta - \theta\sigma + j + i}{\sigma}}}{[1+y]^{\left(\frac{\sigma+1+i}{\sigma}\right)}} dy
 \end{aligned}$$

وهذا يشابه الصيغة الثانية لتوزيع بيتا

$$\beta(\alpha, \beta) = \int_0^{\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{(1+x)^{\alpha+\beta}} dx = \frac{\Gamma\alpha\Gamma\beta}{\Gamma\alpha + \beta}$$

$$\alpha + 1 = \frac{\theta - \theta\sigma + j + i}{\sigma}$$

$$\alpha = \frac{\theta - \theta\sigma + j + i}{\sigma} + 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma}$$

$$\beta = \frac{\sigma + 1 + i}{\sigma} - \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma}$$

$$\beta = \frac{\sigma + 1 + i - \theta + \theta\sigma - j - i - \sigma}{\sigma} \Rightarrow \beta = \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma}$$

$$\alpha + \beta = \frac{1 + i + \sigma}{\sigma}$$

$$\frac{\Gamma\alpha\Gamma\beta}{\Gamma\alpha + \beta} = \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma} \right]}$$

$$E(x - \mu)^r$$

$$= \sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma} \right]}$$

... (15 - 2)

, r = 1 ... 2 ... n

$$E(x - \mu)^2$$

$$= \sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma} \right]}$$

$$\sigma^2 = \sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma} \right]}$$

... (16 - 2)

$$\sigma = \sqrt{\sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma} \right]} \dots (17 - 2)}$$

$$E(x - \mu)^3$$

$$= \sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-\mu)^{3-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma} \right]}$$

$$E(x - \mu)^4$$

$$= \sigma \sigma^{\frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma}} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} (-\mu)^{4-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma} \right]}$$

3-4-2- معامل الاختلاف المركزي (Coefficients of Variation)

هو مقياس لمدى تشتت البيانات، يستعمل للمقارنة بين التوزيعات لبيان ايها يحتوي على تباين اكثر تجانس ويمثل نسبة الانحراف المعياري الى الوسط الحسابي، وفق الصيغة الاتية (باقر كريم، 2018)،

-(Chauveau, D. 1995)

$$C.V = \frac{\sigma}{\mu_1} \times 100\%$$

$$C.V = \sqrt{\frac{\sigma \frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma}\right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma}\right]}}{\sigma \frac{\theta - \theta\sigma + 1}{\sigma} + 1 \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^1 \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \left[\frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + 1 + i + \sigma}{\sigma}\right] \left[\Gamma \frac{-\theta + \theta\sigma}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma \frac{i + \sigma + 1}{\sigma}\right]}}}\right)} \dots (18 - 2)$$

4-4-2 معامل الالتواء Coefficient of Skewness

هو درجة عدم التماثل والانحراف عن التماثل، فإذا كان منحني توزيع الشكل العام للبيانات له طرف على يمين مركز التوزيع أطول من الطرف الأيسر، فإن التوزيع يسمى ملتوي لليمين وأن له التواءً موجباً، وإذا حدث العكس يقال إن التوزيع ملتوي لليسار وأنه سالب الالتواء ويكون وفق الصيغة الآتية (Tadjiri Ahamada, S. (2019))(Chauveau, D. (1995)).

$$S.K = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$S.K = \frac{\sigma \frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-\mu)^{3-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma}\right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma}\right]}}{\left(\sigma \frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma}\right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma}\right]}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

... (19 - 2)

5-4-2 معامل التفرطح (Coefficient of Kurtosis)

التفرطح ويسمى أيضا معامل التسطيح أو درجة التقوس، وهو مؤشر لقياس درجة تحذب أو تقوس دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي حقيقي، وهو إلى جانب التجانس، من أهم معالم أشكال توزيع المتغيرات العشوائية، ويمكن من وصف شكل توزيع الاحتمالات في جوار القيمة المتوقعة. (Tadjiri Ahamada, S. (2019). Chauveau, D. (1995)).

$$C.K = \left(\frac{(x - \mu)^4}{\sigma^4}\right)$$

$$C.K = \frac{\sigma \frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} (-\mu)^{4-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma}\right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma}\right]}}{\left(\sigma \frac{\theta - \theta\sigma + j}{\sigma} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1}\right) \beta^j \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + j + i + \sigma}{\sigma}\right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - j}{\sigma}\right]}{\left[\Gamma \frac{1 + i + \sigma}{\sigma}\right]}\right)^2}$$

... (20 - 2)

2-4-6-الدالة المولدة للعزوم Moment Generating Function

$$M_X(t) = E(e^{tx}) = \int_0^{\infty} e^{tx} f(x, \sigma, \theta\beta, \alpha)_{APTK} \cdot dx \quad \dots (21 - 2)$$

.(Myung, I. J. (2003))

$$M_X(t) = \int_0^{\infty} \left(1 + tx + \frac{(tx)^2}{2!} + \dots + \frac{(tx)^r}{r!} \right) f(x, \sigma, \theta\beta, \alpha)_{APTK} \cdot dx$$

$$M_X(t) = \int_0^{\infty} \frac{t^r}{r!} x^r (x, \sigma, \theta\beta, \alpha)_{APTK} \cdot dx$$

$$M_X(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \mu'_r$$

$$M_X(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} + 1 \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \left[\frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + r + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - r}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{i + \sigma + 1}{\sigma} \right]} \right]$$

... (23 - 2)

اما الدالة المميزة يمكن كتابتها حسب الصيغة الاتية:

$$M_X(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r (\log \alpha)^{i+1}}{r! (\alpha - 1) i!} \sigma \sigma^{\frac{\theta-\theta\sigma+r}{\sigma}} + 1 \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \beta^r \sigma^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^i}{i!} \left[\frac{\left[\Gamma \frac{\theta - \theta\sigma + r + i + \sigma}{\sigma} \right] \left[\Gamma \frac{1 - \theta + \theta\sigma - r}{\sigma} \right]}{\left[\Gamma \frac{i + \sigma + 1}{\sigma} \right]} \right]$$

... (24 - 2)

2-4-7-دالة التوليد Quintile function (Dey & Nadarajah (2018))

وهي دالة تستعمل لتوليد الأرقام العشوائية في الجانب التجريبي (المحاكاة) وصيغتها تعطى بالشكل التالي:

$$x = Q(u) = F^{-1}(u) \quad , 0 < u < 1$$

$$u = \left(\frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\frac{1}{\theta\sigma}} - 1}{\alpha - 1} \right) \dots (25 - 2)$$

وباستعمال البرنامج تم الحصول على دالة التوليد التي تكتب بالصيغة التالية :

$$x = \beta \left(\frac{\sigma \left(\frac{\text{Log} \left[\left(-u + \frac{1}{1-\alpha} \right) (1-\alpha) \right]}{\text{Log}[\alpha]} \right)^{\sigma}}{-1 + \left(\frac{\text{Log} \left[\left(-u + \frac{1}{1-\alpha} \right) (1-\alpha) \right]}{\text{Log}[\alpha]} \right)^{\sigma}} \right)^{\frac{1}{\theta\sigma}} \dots (26 - 2)$$

(5-2) طرائق التقدير (Estimation Method):

التقدير هو عملية لاحتمال المعلمة المجهولة بالاعتماد على صيغة رياضية وبيانات العينة، ففي اغلب الظواهر لا يمكن دراستها دراسة كاملة لصعوبة هذا الامر ولكن يمكن معرفة سلوك تلك الظاهرة وفق التوزيع الاحتمالي المعين وهذا التوزيع يحتوي على المعلمات المجهولة والتي نحتاج الى تقديرها بأحدي طرائق التقدير التقليدية المعروفة حتى نتمكن من معرفة خصائص المجتمع الاصلي للظاهرة المدروسة عن طريق التوزيع الاحتمالي.

(1-5-2) طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation Method):

تعد طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation) من الطرائق الأكثر شيوعا في عملية التقدير لأنها تشتمل على عدة خصائص جيدة منها الكفاءة والاتساق وكذلك تملك اقل تباين ممكن والثبات (Invariant) وتكون أكثر دقة من طرائق التقدير الاخرى خصوصا عندما تزداد حجم العينة، واول من قدم هذه الطريقة الباحث (Fisher عام 1920) والتي ترمي الى جعل دالة الامكان للمتغيرات العشوائية الى أعظم ما يمكن. حيث ان يفترض هذا الاسلوب بان المعلمة المراد تقديرها هي قيمة ثابتة بمعنى أن التقدير سوف يعتمد على بيانات العينة للمشاهدات لذلك سنكون بحاجة الى دالة الامكان (Likelihood Function) المتغير العشوائي المستخدم ويتم التقدير للمعلمات من خلال مساواة المشتقات لدالة الإمكان بالنسبة للمعلمات المجهولة المراد تقديرها بالصفر، ويمكن تعريف دالة الامكان رياضيا (Khan & Ahmad, (2021), Myung, I. J. (2003).

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_1, \theta)f(x_2, \theta)f(x_3, \theta) \dots f(x_n, \theta) \quad \dots (27 - 2)$$

وان دالة الإمكان الأعظم لمعلمت المحول (APTK) يعبر عنها وفق المعادلة الآتية:

$$L = \prod_{i=1}^n \left[\left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} \right] \quad \dots (28 - 2)$$

وبأخذ ln للطرفين نحصل على المعادلة الآتية

$$\ln(L) = \sum_{i=1}^n \ln \left[\left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} \right]$$

$$\ln(L) = \ln \left(\left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right)^n \left(\frac{\sigma \theta}{\beta} \right)^n \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} \right)$$

$$\ln(L) = \left(\begin{array}{l} n \ln(\log \alpha) - n \ln(\alpha - 1) + n \ln(\sigma) + n \ln(\theta) - n \ln(\beta) \\ + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{x_i}{\beta} \right) - \left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right) \sum_{i=1}^n \ln \left[\sigma + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right] + \ln(\alpha) \sum_{i=1}^n \left[\frac{\left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} \end{array} \right)$$

..(29 - 2)

وبأخذ المشتقة بالنسبة الى المعلمت, $(\beta, \theta, \sigma, \alpha)$, ومساواتها بالصفر نحصل على المعادلة الآتية :

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}}}{\alpha} + \frac{n}{\alpha \text{Log}[\alpha]} - \frac{n}{\alpha - 1} \quad \dots (30 - 2)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \theta} = \left(\begin{array}{c} \frac{n}{\theta} + n \text{Log} \left[\frac{x_i}{\beta} \right] + n \sigma \text{Log} \left[\frac{x_i}{\beta} + \sigma \right] \\ \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \\ \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma \end{array} \right)^{-1 + \frac{1}{\sigma}} \text{Log}[\alpha] \left(- \frac{(x_i/\beta)^{2\theta\sigma} \sigma \text{Log}[x_i/\beta]}{\left((x_i/\beta)^{\theta\sigma} + \sigma \right)^2} + \frac{(x_i/\beta)^{\theta\sigma} \sigma \text{Log}[x_i/\beta]}{(x_i/\beta)^{\theta\sigma} + \sigma} \right) \dots (31 - 2)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \sigma} = \left(\begin{array}{c} -\frac{1}{\sigma} + \frac{n}{\sigma} + \frac{1+\sigma}{\sigma^2} + n\theta \left(\frac{\beta\sigma}{x_i + \beta\sigma} + \text{Log} \left[\frac{x_i}{\beta} + \sigma \right] \right) \\ \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{-\theta\sigma} \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta\sigma} \\ \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma \end{array} \right)^{1 + \frac{1}{\sigma}} \text{Log}[\alpha] \left(-\sigma + \theta\sigma^2 \text{Log} \left[\frac{x_i}{\beta} \right] - \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma \right) \text{Log} \left[\frac{(x_i/\beta)^{\theta\sigma}}{(x_i/\beta)^{\theta\sigma} + \sigma} \right] \dots (32 - 2)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \beta} = \left(\begin{array}{c} -\frac{n}{\beta} - \frac{n(-1+\theta)}{\beta} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i \theta \sigma}{\beta^2 \left(\frac{x_i}{\beta} + \sigma \right)} \\ \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta\sigma} \\ \left(\frac{x_i}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma \end{array} \right)^{-1 + \frac{1}{\sigma}} \left(\frac{x_i (x_i/\beta)^{-1+2\theta\sigma} \theta \sigma}{\beta^2 \left((x_i/\beta)^{\theta\sigma} + \sigma \right)^2} - \frac{x_i (x_i/\beta)^{-1+\theta\sigma} \theta \sigma}{\beta^2 \left((x_i/\beta)^{\theta\sigma} + \sigma \right)} \right) \text{Log}[\alpha] \dots (33 - 2)$$

حيث نلاحظ ان المعادلات (2-30) و(2-31) و(2-32) و(2-33) هي معادلات غير خطية لذلك يصعب ايجادها لذلك سوف نستخدم احدى الطرق العددية لحلها مثل طريقة نيوتن رافسن لتقدير معالم التوزيع المحول يمكننا الحصول على القيم التقديرية $(\hat{\sigma}, \hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ للمعلمت المجهولة $\alpha, \beta, \theta, \sigma$ ، ثم بعد ذلك يتم تعويض المقدرات $(\hat{\sigma}, \hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ في دالة المعولية (2-9) نحصل على مقدر المعولية الضبابية لطريقة الامكان الاعظم :

$$R(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{ML} = 1 - \frac{\alpha_{ML} \left[\frac{\left(\frac{x_{\tilde{k}i}}{\beta_{ML}} \right)^{\theta_{ML} \sigma_{ML}}}{\sigma_{ML} + \left(\frac{x_{\tilde{k}i}}{\beta_{ML}} \right)^{\theta_{ML} \sigma_{ML}}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma_{ML}} \right)}}{\alpha_{ML} - 1} - 1 \dots (34 - 2)$$

(2-5-2) طريقة كرامر فون مايسز (Method of Cramer-Von Mises Minimu) :

تعتمد طريقة كرامر فون مايسز على تقدير المسافة الدنيا، إذ يمكننا الحصول على تقديرات المسافة الدنيا لكرامر فون-مايسز (Cramer Von-Mises) بتصغير الدالة $C(\sigma, \beta, \theta, \alpha)$ بالنسبة للمعلمت المجهولة $(\sigma, \beta, \theta, \alpha)$ إذ يتم الاشتقاق الجزئي للدالة بالنسبة للمعلمت غير المعروفة ومساواتها للصفر للحصول على تقديرها. وكما يأتي (Evans & Leemis. (2017), (Eldeeb & Babar. (2021):

$$C(\sigma, \beta, \theta, \alpha) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(x_i, \sigma, \beta, \theta, \alpha) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad \dots (35 - 2)$$

إذ أن: $F(x_i, \sigma, \beta, \theta, \alpha)$ تمثل الدالة التجميعية لتوزيع (Alpha Power Transformed kappa) ،
وبتطبيق المعادلة (35 - 2) نحصل على:

$$C(\sigma, \beta, \theta, \alpha) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma}} - 1}{\alpha - 1} - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad \dots (36 - 2)$$

ولتصغير المسافة الدنيا لـ (Cramer Von-Mises (CVEs) يتم اشتقاق جزئي للصيغة آنفاً ومساواتها
للصفر وحسب ما يأتي (ZeinEldin et.all. (2020) :

- الاشتقاق بالنسبة إلى α للحصول على المقدر $\hat{\alpha}_{cvm}$ وكالاتي:

$$\frac{\partial C(\sigma, \beta, \theta, \alpha)}{\partial \hat{\alpha}} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(-\frac{i}{n} + \frac{-1 + \alpha \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{-1 + \alpha}\right) \left(1 - \alpha \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{1}{\sigma}}\right) + (-1 + \alpha) \alpha^{-1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{1}{\sigma}}}{(\alpha - 1)^2} \right) = 0 \quad \dots (37 - 2)$$

- نجد المشتقة بالنسبة إلى (θ) ومساواتها للصفر لنحصل على المقدر $\hat{\theta}_{cvm}$

$$\frac{\partial C(\sigma, \beta, \theta, \alpha)}{\partial \hat{\theta}} = 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(i - i\alpha + n(-1 + \alpha \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{1}{\sigma}})\right) \left(\frac{x}{\beta}\right)^{-\theta\sigma} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{1 + \frac{1}{\sigma} \text{Log}[\alpha] \text{Log}\left[\frac{x}{\beta}\right]}{n(-1 + \alpha)^2} \right) = 0 \quad \dots (38 - 2)$$

كذلك يتم إيجاد المشتقة بالنسبة إلى (β) ومساواتها للصفر لنحصل على المقدر $\hat{\beta}_{cvm}$

$$\frac{\partial C(\sigma, \beta, \theta, \alpha)}{\partial \hat{\beta}}$$

$$= -2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\alpha \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(i - i\alpha + n \left(-1 + \alpha \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma} \right) \right)}{n(-1 + \alpha)^2 \beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-\theta\sigma} \theta\sigma \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma} \right)^{1 + \frac{1}{\sigma}} \text{Log}[\alpha] \right)$$

$$= 0 \quad \dots (39 - 2)$$

كذلك يتم ايجاد المشتقة بالنسبة الى (σ) ومساواتها للصفر لنحصل على المقدر $\hat{\sigma}_{cvm}$

$$\frac{\partial C(\sigma, \beta, \theta, \alpha)}{\partial \hat{\sigma}}$$

$$= \left(\frac{\alpha \left(\frac{\left(1 - \frac{\sigma}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \left(i - i\alpha + n \left(-1 + \alpha \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma} \right) \right) \right) \left(1 - \frac{\sigma}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \text{Log}[\alpha] \left(-\sigma + \theta\sigma^2 \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right] \right)}{n(-1 + \alpha)^2 \sigma^2 \left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma \right)} \right. \\ \left. - \frac{\left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma \right) \text{Log} \left[1 - \frac{\sigma}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma} \right]}{n(-1 + \alpha)^2 \sigma^2 \left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta\sigma} + \sigma \right)} \right)$$

$$= 0 \quad \dots (40 - 2)$$

حيث نلاحظ ان المعادلات (2-37) و(2-38) و(2-39) و(2-40) هي معادلات غير خطية لذلك يصعب ايجادها لذلك سوف نستخدم احدى الطرق العددية لحلها مثل طريقة نيوتن رافسن لتقدير معالم التوزيع المحول يمكننا الحصول على القيم التقديرية $(\hat{\sigma}, \hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ للمعاملات المجهولة $\sigma, \theta, \beta, \alpha$ ، ثم بعد ذلك يتم تعويض المقدرات $(\hat{\sigma}, \hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ في دالة المعولية (2-9) نحصل على مقدر المعولية الضبابية لطريقة كريمر فون مايسز :

$$R(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{CVM} = 1 - \frac{\alpha_{CVM} \left[\frac{(\frac{x\bar{k}i}{\beta_{CVM}})^{\theta_{CVM}\sigma_{CVM}}}{\sigma_{CVM} + (\frac{x\bar{k}i}{\beta_{CVM}})^{\theta_{CVM}\sigma_{CVM}}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma_{CVM}}\right)} - 1}{\alpha_{ML} - 1} \quad \dots (40 - 2)$$

(3-5-2) طريقة المقدرات التجزئية (Method of Percentiles Estimators):

تعتمد طريقة المقدرات التجزئية على دالة التوزيع التجميعية بافتراض ان P_i هو مقدر الدالة التجميعية $F(t_i)$ وعن طريق ايجاد المقدرات التي تجعل الدالة $\sum_{i=1}^n (p_i - F(t_i))^2$ في نهايتها الصغرى باستعمال الدالة التجميعية لتوزيع (Alpha Power Transformed kappa) حسب الصيغة (8 - 2). اكتب المعادلة هنا. (Dey & Nadarajah (2018)), (Yalcinkaya & Birgoren. (2017)),

:(Dey, , Kumar, D., Ramos, & Louzada (2017))

وعلى النحو الاتي:

$$F(x, \sigma, \theta\beta, \alpha)_{APTK} = \frac{\alpha \left[\frac{(\frac{x}{\beta})^{\theta\sigma}}{\sigma + (\frac{x}{\beta})^{\theta\sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)} - 1}{\alpha - 1} \quad \text{if } \alpha > 0, \alpha \neq 1, x \in \mathbb{R}$$

$$P = \frac{i}{n + 1}$$

$$P_i = \frac{i + \frac{3}{8}}{n + \frac{1}{4}}$$

$$P_i = \frac{i - 0.3}{n + 0.25}$$

وان

$$w_i = F(x, \alpha, \theta, \beta, \sigma)$$

$$w_i = F(x, \alpha, \theta, \beta, \sigma) = \frac{\alpha \left[\frac{(\frac{x}{\beta})^{\theta\sigma}}{\sigma + (\frac{x}{\beta})^{\theta\sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)} - 1}{\alpha - 1}$$

فان مقدر المعلمات $(\hat{\alpha}, \hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\sigma})$ يتم الحصول عليه عن طريق الاشتقاق الجزئي للصيغة ادناه بالنسبة للمعلمات

$$\sum_{i=1}^n [p_i - F(t_i)]^2 \quad \dots (41 - 2)$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[\frac{i - 0.3}{n + 0.25} - \frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\theta\sigma}} \right]^{\frac{1}{\sigma}} - 1}{\alpha - 1} \right]^2 \quad \dots (42 - 2)$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة (42 - 2) بالنسبة للمعلمات المجهولة ومساواتها للصفر

الطرفين

على نحصل على:

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{\alpha}} = -2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{-0.3 + i}{0.25 + n} - \frac{-1 + \alpha \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{\theta\sigma}{\theta\sigma + \sigma}}}{-1 + \alpha} \right) \left(-1 + \alpha \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{\theta\sigma}{\theta\sigma + \sigma}} \right)}{(-1 + \alpha)^2} - \frac{-(-1 + \alpha)\alpha^{-1 + \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{\theta\sigma}{\theta\sigma + \sigma}} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\frac{\theta\sigma}{\theta\sigma + \sigma}}}{(-1 + \alpha)^2} \right) = 0 \quad \dots (43 - 2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = -2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}}}{\left(\frac{-0.3 + i}{0.25 + n} - \frac{-1 + \alpha}{-1 + \alpha} \right) \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right)^{-1 + \frac{1}{\sigma}}} \right. \\ \left. \frac{\text{Log}[\alpha] \left(-\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{2\theta \sigma} \sigma \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma \right)^2} + \frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \sigma \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right)}{(-1 + \alpha)\sigma} \right) = 0 \quad \dots (44 - 2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \beta} = -2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}}}{\left(\frac{-0.3 + i}{0.25 + n} - \frac{-1 + \alpha}{-1 + \alpha} \right) \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right)^{-1 + \frac{1}{\sigma}}} \right. \\ \left. \frac{\text{Log}[\alpha] \left(\frac{x \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-1 + 2\theta \sigma} \theta \sigma}{\beta^2 \left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma \right)^2} - \frac{x \left(\frac{x}{\beta} \right)^{-1 + \theta \sigma} \theta \sigma}{\beta^2 \left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma \right)} \right)}{(-1 + \alpha)\sigma} \right) = 0 \quad \dots (45 - 2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \sigma} = -2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}}}{\left(\frac{-0.3 + i}{0.25 + n} - \frac{-1 + \alpha}{-1 + \alpha} \right) \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \text{Log}[\alpha]} \right. \\ \left. \frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{-\theta \sigma} \left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma \right) \left(\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \theta \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right]}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} - \frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \left(1 + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \theta \text{Log} \left[\frac{x}{\beta} \right] \right)}{\left(\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma \right)^2} \right) \text{Log} \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} + \sigma} \right]}{\sigma (\alpha - 1)} \right) \\ = 0 \quad \dots (46 - 2)$$

حيث نلاحظ ان المعادلات (2-43) و(2-44) و(2-45) و(2-46) هي معادلات غير خطية لذلك يصعب ايجادها لذلك سوف نستخدم احدى الطرق العديدة لحلها مثل طريقة نيوتن

رافسن لتقدير معالم التوزيع المحول يمكننا الحصول على القيم التقديرية $(\hat{\sigma}, \hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ للمعاملات المجهولة $\sigma, \theta, \beta, \alpha$ ، ثم بعد ذلك يتم تعويض المقدرات $(\hat{\sigma}, \hat{\theta}, \hat{\beta}, \hat{\alpha})$ في دالة المعولية (2 – 9) نحصل على مقدرات المعولية الضبابية بطريقة المقدرات التجزئية :

$$R(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{pre} = 1 - \frac{\alpha_{pre} \left[\frac{\left(\frac{x\bar{k}i}{\beta_{pre}} \right)^{\theta_{pre}\sigma_{pre}}}{\sigma_{pre} + \left(\frac{x\bar{k}i}{\beta_{pre}} \right)^{\theta_{pre}\sigma_{pre}}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma_{pre}} \right)} - 1}{\alpha_{pre} - 1} \dots (47 - 2)$$

(6-2) اختبار حسن المطابقة: (Good ness of fit):

لغرض معرفة أن البيانات الحقيقية تتبع التوزيع المدروس (Alpha Power Transformed kappa) فقد تم استعمال اختبار حسن المطابقة (Good ness of fit) وحسب الفرضية الاحصائية الآتية
: (Finkelstein& Park 2019),(Maydeu& Fairchild, & Hall, (2017))

H_0 : The data have Alpha Power Transformed kappa Distribution.

H_1 : The data dont have Alpha Power Transformed kappa Distribution.

وقد توضح نتائج اختبار فرضية حسن المطابقة الفرضية باستعمال قانون (Kolmogorov-Smirnov) و اختبار (Anderson -Darling).

(7-2) معايير اختيار أفضل توزيع (Criteria for selection of the best):

تعد من العمليات الاحصائية المهمة جدا في التحليل الاحصائي للمشاهدات اذ يتم اختيار أفضل توزيع احتمالي من مجموعة من التوزيعات، ولغرض مقارنة التوزيعات توزيع (kappa Distribution) مع التوزيع المقترح (APTk Distribution) تم استعمال ثلاثة معايير للمفاضلة وهي (Abdullahi& Ieren, (2018) ، مجلي ، احمد عاجل. (2019):

(1-7-2) معيار معلومات أكايكي (AIC)

أن الصيغة العامة لاحصاءة معيار أكايكي (AIC) كما يلي:

$$AIC = -2L(\hat{\theta} \setminus X) + 2P \quad \dots (49 - 2)$$

P : تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

L($\hat{\theta} \setminus X$) : تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

(2-7-2) معيار معلومات بيز : (Bayesian) (BIC)

أحدى معايير اختبار الذي يستخدم للمفاضلة بين التوزيعات الاحتمالية ويرمز له اختصار (BIC) وأن صيغته العامة تكون كما يلي ((Abdullahi & Ieren, 2018), (مجلي ، احمد عاجل. (2019)):

$$BIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + P \text{Log}(n) \quad \dots (50 - 2)$$

L($\hat{\theta} \setminus X$) : تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

P: تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

n: تمثل حجم العينة.

(3-7-2) معيار معلومات أكايكي المتسق (Consistent Akaike Information (CAIC)

Criterion):

ان الصيغة لاختبار حسن المطابقة أكايكي المتسق (CAIC) هي كما يلي

$$CAIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + \frac{2nP}{n - P - 1} \quad \dots (51 - 2)$$

و ان n تمثل حجم العينة

P : تمثل عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

(8-2) معايير اختيار أفضل الطرائق

(1-8-2) معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE):

يستعمل للمقارنة بين طرائق التقدير واختيار الطريقة الأفضل لتقدير المعلمات والذي يعرف رياضيا كالاتي

(Abdullahi & Iren, 2018)، (مجلي ، احمد عاجل. (2019):

$$MSE(\hat{\theta}(t)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta - \hat{\theta})^2 \quad \dots (52 - 2)$$

(2-8-2) معيار متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE):

$$IMSE(\hat{\theta}(t)) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\theta - \hat{\theta})^2 / n \quad \dots (53 - 2)$$

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

1-3- تمهيد (preface):

يتناول هذا الفصل توضيح الجانب التجريبي الذي نستعمل فيه أسلوب المحاكاة في توليد البيانات، ونقدّر معلمات ودالة المعولية الضبابية للأنموذج الجديد (Alpha Power Transformed kappa) بطرائق التقدير التي وضعناها في الفصل الثاني في الجانب النظري من الرسالة، بعدها نقوم بإجراء مقارنة بين هذه الطرائق باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) لمقارنة مقدرات معلمات ودالة المعولية للأنموذج المقترح، بغية الحصول على أفضل طريقة تقدير من بين الطرائق الثلاث.

2-3- لمحة عن الجانب التجريبي (Experimental side glimpse):

في هذا الجانب من الرسالة سيتم تطبيق توزيع (Alpha Power Transformed kappa) المقترح على بيانات افتراضية تم توليدها عشوائياً باستعمال البرنامج ومن ثم مناقشة النتائج التي تم الحصول عليها من المحاكاة، وسنقوم بتضبيب البيانات بقطع (0.1) و قطع (0.2) و قطع (0.3)، ثم نقارن بين طرائق التقدير المستعملة تقدير معلمات ودالة المعولية الضبابية للتوزيع المقترح (Alpha Power Transformed kappa)، إذ أجريت التجربة على احجام عينات مختلفة (صغيرة، متوسطة، كبيرة) وقيم افتراضية مختلفة للمعلمات تم تحديدها مسبقاً لمعلمات التوزيع الجديد (APTK)، واعتمدت الباحثة المعيارين الاحصائيين (MSE) و (IMSE) للمقارنة بين أفضلية طرائق التقدير.

1-2-3- مفهوم المحاكاة (The Simulation Concept):

تعرف المحاكاة بأنها أسلوب رياضي تجريبي من الواقع الخيالي يستعمل لحل المشاكل المعقدة في الواقع الحقيقي، وتمتاز بالمرونة العالية نتيجة القدرة على إعادة التجربة والاختبار لمرات عديدة للوصول للنتائج الدقيقة لاخترال الوقت وتقليل التكلفة. Hussein, L. K., et al, (2021),P: 93-107.

وتعرف ايضاً بأنها تجربة رياضية تعطي للباحث صورة افتراضية تكون طبق الأصل من الواقع الحقيقي او الأصلي وذلك عبر الاستعانة بالبرامج الحاسوبية Ahmad, Z., et al, (2019),P: 87-110.

وعادةً يتم اللجوء الى أسلوب المحاكاة نتيجة وجود تعقيد كبير في الواقع الحقيقي للظاهرة المدروسة يصعب على الباحث تحليلها بصورة مباشرة، وتستعمل المحاكاة في تحليل اغلب النظريات الإحصائية والعمليات الهندسية والتجارب الطبية والحياتية.

وتستفاد الباحثة من تجربة المحاكاة لتحديد التغيرات التي قد تطرأ على المشكلة المراد تحليلها، إذ يستفاد من تكرار التجربة للحصول على الوصف الشامل للأجراء الرياضي المستعمل، وعادةً ما تكون عمليات معقدة يصعب فهمها في الواقع الحقيقي خاصة تلك التي تتعلق بالنظريات الإحصائية والهندسية والطبية والتي يصعب على الباحثين تحليلها وفهمها باستعمال البراهين الرياضية لذا يلجأ الباحثين لاستعمال أسلوب المحاكاة، كونها تسمح باكتساب فهم أفضل للعمليات الأصلية أو الوضع المراد بحثه في الواقع الحقيقي، وقد تم الاعتماد على أسلوب المحاكاة للمقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في الجانب النظري من أجل تحديد أكثر هذه الطرائق فاعلية وفضلها في تقدير معلمات و دالة المعولية الضبابية للأنموذج المقترح.

2-2-3- مراحل تجربة المحاكاة (Stages of a simulation experience):

استعملت الباحثة برنامج [MATHMATICA-12.2] في كتابة برنامج المحاكاة ، ويتضمن برنامج المحاكاة المراحل الآتية: (Hussein, L. K., et al, (2021),P: 93-107)

المرحلة الأولى:

وهي من المراحل المهمة والتي تعد الأساس لبناء المحاكاة، إذ يتم بها اختبار قيم افتراضية تجريبية وهي قيم افتراضية تجريبية عبر إجراء تجارب عدة واختبار القيم التي استقرت عندها التقديرات واعطت أفضل النتائج وحسب الخطوات التالية:

- 1- مرحلة اختيار القيم الافتراضية لمعالم التوزيع المقترح (Alpha Power Transformed) وهي تسعة نماذج مختلفة مفترضة من نفس التوزيع ويرجع سبب اختيارنا هذه القيم المختلفة للمعلمات $(\alpha, \sigma, \theta, \beta)$ الى اعتقادنا بان التغير الحاصل في قيم المعلمات يعطينا فكرة وتفسير عن سلوك دالة المعولية، وحسب ما موضح في الجدول (1-3) التالي:

جدول (1-3)
القيم الافتراضية الأولية للمعاملات بالنسبة للنماذج المقترحة

Model	α	σ	θ	β
Model 1	1.2	3	1.8	2.9
Model 2	2.1	2	1.5	2.9
Model 3	3	3	1.8	2.9
Model 4	0.2	3	2.2	6
Model 5	3	0.5	0.8	1.5
Model 6	2.5	1.5	2	2
Model 7	2	1	3	2.5
Model 8	1.5	2.5	2.5	3
Model 9	2.5	1.5	1.8	2.3

2- اختيار حجم العينة الافتراضية حيث تم اختيار اربعة احجام صغيرة ومتوسطة وكبيرة وهي (25,50,100,150) من اجل تحديد مدى تأثير حجم العينة على نتائج التقدير.

3- تكرار التجربة لمرات عديدة (1000) بغية الحصول على أفضل النتائج.

المرحلة الثانية:

يتم في هذه المرحلة توليد بيانات عشوائية ثلاث الأبعاد المقترح (Alpha Power Transformed kappa) بطريقة التحويل المعكوس وبالاعتماد على المعادلة رقم (2-26) التي تمثل الدالة الكمية للأنموذج الاحتمالي الموسع الجديد وكما مبين في الفصل الثاني ضمن الجانب النظري وحسب الخطوات الآتية:

1- في البداية يتم توليد ارقام عشوائية q_i تتبع في توزيعها التوزيع المنتظم ضمن الفترة $\{0,1\}$
 $q_i \sim UniformDistribution(0,1)$ ، $i = 1,2, \dots, n$
 وان q_i يمثل متغير عشوائي يتبع التوزيع المنتظم

2- ثم نقوم بتحويل البيانات المولدة في الخطوة الأولى الى بيانات تتبع التوزيع المقترح (Alpha Power Transformed kappa) باسـتعمال طريقة التحويل المعكوس التي تمثل الدالة الكمية للتوزيع الاحتمالي الجديد (APTK) وكما يلي :

$$x = \beta \left(\frac{\sigma \left(\frac{\text{Log} \left[\left(-u + \frac{1}{1-\alpha} \right) (1-\alpha) \right] \right)}{\text{Log}[\alpha]} \right)^\sigma}{-1 + \left(\frac{\text{Log} \left[\left(-u + \frac{1}{1-\alpha} \right) (1-\alpha) \right] \right)^\sigma} \right)^{\frac{1}{\theta\sigma}}$$

المرحلة الثالثة:

يتم في هذه المرحلة من المحاكاة تقدير معالم ودالة المعولية الضبابية لتوزيع (APTK) المقترح في هذه المرحلة ولكافة الطرائق التي تم شرحها بشكل مفصل في الجانب النظري من الفصل الثاني وهي:

- 1- طريقة الإمكان الأعظم (MLE).
- 2- طريقة كرامر فون مايس (Cramer-Von Mises Minimu) .
- 3- طريقة المقدرات التجزئية (Method of Percentiles Estimators)

المرحلة الرابعة:

تتم في هذه المرحلة المقارنة بين المقدرات التي تم الحصول عليها لمعاملات توزيع (APTK) وذلك باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ، والمعيار الإحصائي متوسط مربعات

الخطأ التكاملي (IMSE) للمقارنة بين مقدرات المعلمات ودالة المعولية الضبابية لتوزيع (APTk) المقترح.

المرحلة الخامسة: تضبيب البيانات (Data Fuzziness)

سنقوم في هذه المرحلة بتضبيب البيانات التجريبية التي تم توليدها من المحاكاة وذلك بتحويل متجه العينة الحقيقي $t = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ الى الضبابية وذلك عبر إيجاد درجة انتماء مقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات متجه العينة (التجريبي) المضضب باستعمال دالة الانتماء المثلثية وكما يلي

$$\mu_A(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t < a \\ \frac{t - a}{b - a} & \text{if } a \leq t \leq b \\ 0 & \text{if } t > b \end{cases} \quad \dots (1 - 3)$$

إذ ان (a) تمثل اقل قيمة من قيم العينة الحقيقي التقليدي وان (b) يمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات العينة الحقيقي التقليدي، وبالتالي ينتج عندنا متجه ضبابي $\hat{t} = (\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{t}_3, \dots, \hat{t}_n)$ يمثل كل مشاهدة ودرجة انتمائها. (علي بشار، 2022، ص: 135-136)

عليه سنقوم بتضبيب البيانات التجريبية بأجراء القطع عليها ب(0.1) و(0.2) و(0.3) لنحصل على ثلاث متجهات عشوائية للضبابية احدهم عند القطع (0.1) والثاني عند القطع (0.2)، الثالث عند القطع (0.3)، وبعدها نقارن للحصول على افضل قطع للجانب التجريبي باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE)

3-3- نتائج المحاكاة (Simulation results):

بعد اجراء عملية المحاكاة ، تم الحصول على نتائج لمقدرات المعلمات ودالة المعولية الضبابية للتوزيع المقترح (Alpha Power Transformed kappa) بطرائق التقدير الأربعة المشار اليها في الفصل الثاني بالجانب النظري من الرسالة، اذ تم تبويب هذه النتائج للتقديرات بالجدول والرسوم البيانية كما سيرد لاحقاً في هذا الفصل، وبغية الوصول الى أفضل التقديرات تمت المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في عملية التقدير وذلك بتطبيق أسلوب الرتب (Ranks) كأساس للمفاضلة ومن ثم المقارنة

بين المقدرات وذلك بالاعتماد على المعيارين الاحصائيين متوسط مربعات الخطأ (MSE) ومتوسط مربعات الخطأ التكاملية (IMSE)، تم تقسيم النتائج على قسمين هما .

1- مقدرات معلمات التوزيع المقترح بطرائق التقدير المعتمدة بالنسبة لحجوم العينة الأربع مع مجموع مربعات الأخطاء.

2- مقدرات دالة المعولية للتوزيع المقترح بطرائق التقدير المعتمدة بالنسبة لحجوم العينة الأربع مع مجموع مربعات الأخطاء

والجدول التالي رقم (2-3) يمثل مقدرات معلمات الانموذج الأول مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.1) وكما يلي:

جدول رقم (2-3)

N	Est.par.	MLE	Cvm	Per
25	σ	3.036738	2.52187	2.049225
	MSE	0.00135	0.228608	0.90397242
	Rank	1	2	3
	θ	1.387685	2.663425	2.503096
	MSE	0.170003	0.745503	0.494344
	Rank	1	3	2
	β	2.557143	3.29991	3.564594
	MSE	0.117551	0.159928	0.441685
	Rank	1	2	3
	α	0.955639	1.016816	1.737555
	MSE	0.059712	0.033556	0.288965
	Rank	2	1	3
	\sum Rank	5	8	11
50	σ	2.954555	3.443565	3.731208
	MSE	0.002065	0.19675	0.534666
	Rank	1	2	3
	θ	1.561768	2.0736	1.044451
	MSE	0.056754	0.074857	0.570854
	Rank	1	2	3

	β	3.261988	3.564594	3.576977
	MSE	0.131036	0.441685	0.458298
	Rank	1	2	3
	MLE	Cvm	Per	Est.par.
	α	1.328619	1.473758	1.471732
	MSE	0.016543	0.074944	0.073838
	Rank	1	3	2
	\sum Rank	4	9	11
100	σ	2.920153	2.667781	2.52187
	MSE	6.38E-03	0.110369	0.2286078
	Rank	1	2	3
	θ	1.903911	1.973561	1.319902
	MSE	0.010798	0.030124	0.230494
	Rank	1	2	3
	β	3.030331	3.384525	3.593619
	MSE	0.016986	0.234765	0.481107
	Rank	1	2	3
	α	1.274157	1.349472	1.489215
	MSE	0.005499	0.022342	0.083645
	Rank	1	2	3
\sum Rank	4	8	12	
150	σ	2.985862	2.971947	2.916839
	MSE	0.0002199	7.87E-04	0.006916
	Rank	1	2	3
	θ	1.842046	1.95709	2.175003
	MSE	0.001768	2.47E-02	0.140627
	Rank	1	2	3
	β	2.991054	3.141552	3.489626
	MSE	0.008291	0.058347135	0.347659
	Rank	1	2	3
	α	1.258959	1.303501	1.457594
	MSE	0.003476	0.01071253	0.066354
	Rank	1	2	3

	$\sum Rank$	4	8	12
	$\sum \sum Rank$	17	35	36

يتضح من الجدول (3-2) مجموعة القيم الافتراضية للأنموذج الاول لإيجاد افضل مقدر للمعلمت الأربع وذلك باستعمال المعيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25,50,100,150) وكما يأتي:

1. عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معلمت الأنموذج وحققت اقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى $MSE(\sigma) = 0.00135$
2. عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 0.002065$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
3. عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 6.38E - 03$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
4. عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 0.0002199$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى

والجدول رقم (3-3) في الملاحق يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للنموذج الأول مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (mse) لحجوم العينة الأربع وكما هو موضح في الملاحق:

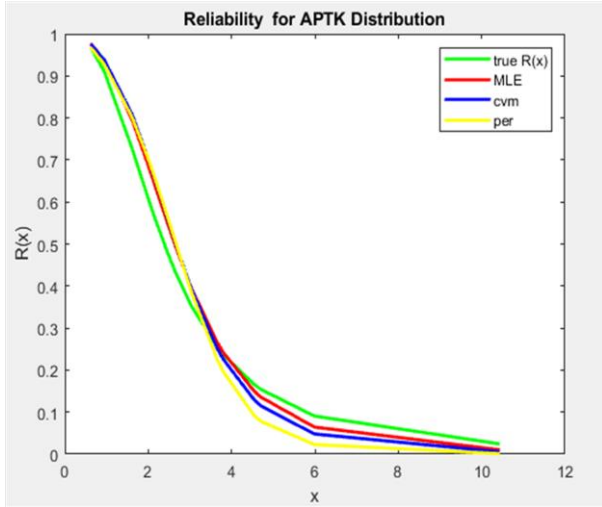
والجدول التالي رقم (4-3) يبين قيم الخطأ (MSE) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

جدول رقم (4-3)

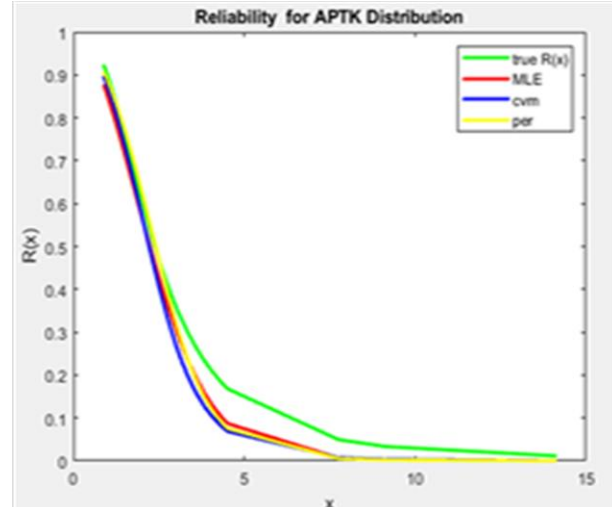
Sample size		MLe	Cvm	Per	\sum MSE	Best
25	MSE	0.002636	0.003711	0.004116	0.010462816	
	Rank	1	2	3		
50	MSE	0.001092	0.008783	0.001424	0.011298892	
	Rank	1	3	2		
100	MSE	0.001039	0.001934	0.002238	0.00521181	Best size
	Rank	1	2	3		
150	MSE	0.001015	0.001272	0.002983	0.005268942	
	Rank	1	2	3		
\sum MSE		0.005781399	0.015700257	0.01076081		Best MLE
\sum Rank		4	9	11		

نلاحظ من الجدول رقم (4-3) تفوق طريقة ال MLE عند جميع حجومات العينة المختارة بأقل حجم خطأ (MSE) (0.005781399)، وان الحجم 100 هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (MSE) هو (0.00521181) ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (150)

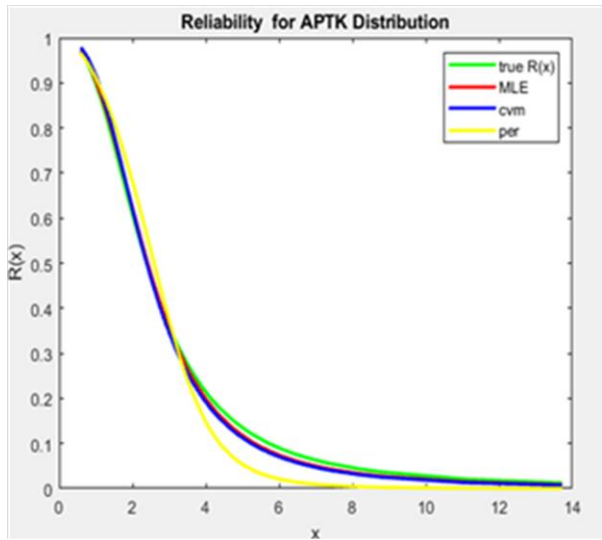
والاشكال (1-3) و(2-3) و(3-3) و(4-3) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدرة بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الاول وكما يلي:



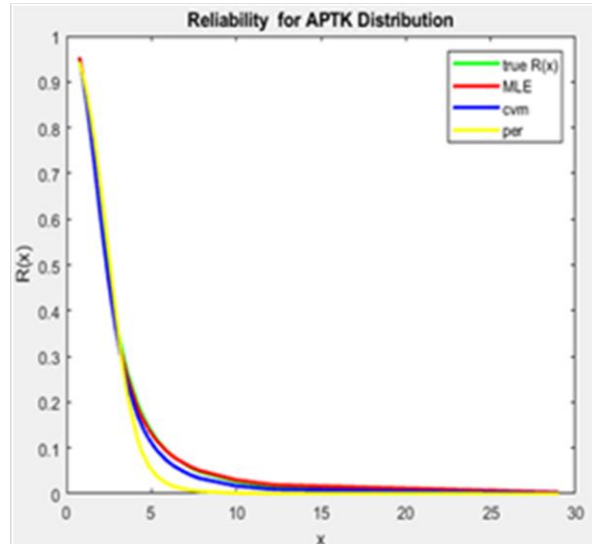
شكل رقم (1-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الاول من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (2-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الاول من توزيع (APTK) عند حجم عين 100



شكل رقم (4-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الاول من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (3-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الاول من توزيع (APTK) عند حجم عين 50

نلاحظ من الاشكال (1-3) و(2-3) و(3-3) و(4-3) أعلاه ان الشكل رقم (3-4) الذي يمثل حجم العينة

- (100) ان سلوك دالة المعولية المقدرة بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (100) هو أفضل حجم عينة يأتي بعده حجم العينة (150) بالنسبة لتوزيعنا المقترح.

والجدول التالي رقم (5-3) يمثل مقدرات معلمات الانموذج الثاني مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.10) وكما يلي:

جدول رقم (5-3)

N	Est.par.	MLE	Cvm	Per
25	σ	2.970469	2.945122	2.923305
	MSE	0.000872	0.003012	0.005882
	Rank	1	2	3
	θ	1.965926	2.073004	2.121313
	MSE	0.027531	0.074531	0.103242
	Rank	1	2	3
	β	2.964144	3.237779	3.285009
	MSE	0.004114	0.114095	0.148232
	Rank	1	2	3
	α	1.330784	1.398954	1.45974
	MSE	0.017104	0.039583	0.067465
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
50	σ	2.9941	2.95453	2.93407
	MSE	3.48E-05	0.002068	0.004347
	Rank	1	2	3
	θ	1.849165	2.046438	2.101933
	MSE	0.002417	0.060732	0.091164
	Rank	1	2	3
	β	3.204047	3.410756	3.26628
	MSE	0.092445	0.260872	0.134161
	Rank	1	2	3
	α	1.230162	1.365394	1.414466
	MSE	0.00091	0.027355	0.045996
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	9	11
100	σ	2.997917	2.963588	2.943099

	MSE	4.34E-06	0.001326	0.003238
	Rank	1	2	3
	MLE	Cvm	Per	Est.par.
	θ	1.815288	2.006556	2.088818
	MSE	0.000234	0.042665	0.083416
	Rank	1	2	3
	β	2.920608	3.371602	3.533049
	MSE	0.000425	0.222408	0.400752
	Rank	1	3	2
	α	1.209591	1.356862	1.345787
	MSE	9.20E-05	0.024606	0.021254
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	9	11
150	σ	2.999195	2.975468	2.962395
	MSE	6.48E-07	0.000602	0.001414
	Rank	1	2	3
	θ	1.806669	1.950822	1.999857
	MSE	4.45E-05	0.022747	0.039943
	Rank	1	2	3
	β	2.907939	3.127916	3.372909
	MSE	6.30E-05	0.051946	0.223643
	Rank	1	2	3
	α	1.203751	1.299436	1.399478
	MSE	1.41E-05	0.009888	0.039791
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
$\sum \sum$ Rank	16	34	46	

نلاحظ من الجدول (3-5) ان افضل طريقة لتقدير الانموذج هي طريقة (MLE) واخذت المرتبة الاولى عن باقي طرائق التقدير لإيجاد افضل مقدر للمعلمات الثلاثة وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25,50,100,150) وكما يأتي:

1. عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معلمات الأنموذج وحققت اقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى $MSE(\sigma) = 0.000872$

2. عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 3.48E - 05$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى.
3. عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 4.34E - 06$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى.
4. عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 6.48E - 07$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
عليه ان افضل طريقة لتقدير النموذج هي طريقة (MLE) عند معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتي كانت قيمته $(MSE= 6.48E-07)$ عند حجم عينة (n=150)
- والجدول رقم (6-3) في الملاحق يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج الأول مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (MSE) لحجوم العينة الأربع وكما هو موضح في الملاحق:
- والجدول التالي رقم (7-3) يبين قيم الخطأ (MSE) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

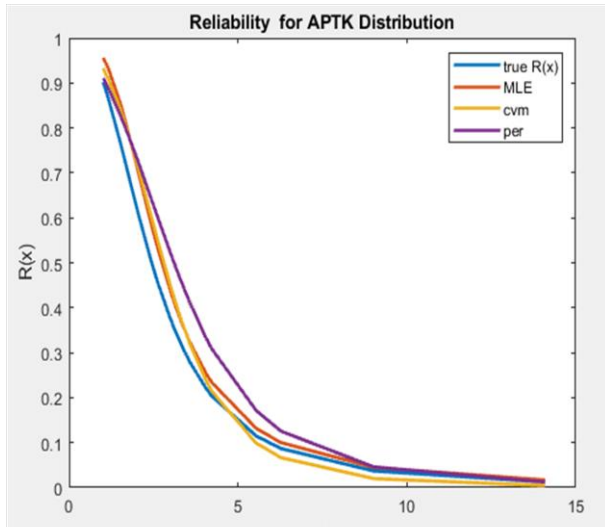
جدول رقم (7-3)

Sample size	MLe	CVM	Per	\sum MSE	Best	
25	MSE	0.000501273	0.00328217	0.009289582	0.004358	
	Rank	1	2	3		
50	MSE	0.000264684	0.000563432	0.003881852	0.00157	
	Rank	1	2	3		
100	MSE	0.00127177	0.00104607	0.003537112	0.001952	
	Rank	2	1	3		
150	MSE	9.45E-05	0.001227235	0.006917535	0.002746	
	Rank	1	2	3		
	\sum MSE	0.000533057	0.001529727	0.00590652	Best	Best MLE
	$\sum \sum$ Rank	5	7	12		

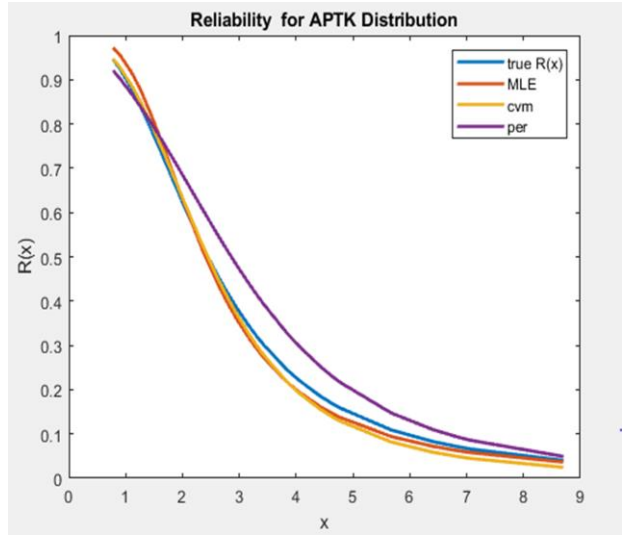
نلاحظ من الجدول رقم (7-3) نتفوق طريقة ال MLE عند جميع حجوم العينة المختارة باقل حجم خطأ (MSE) (0.000533057)، وان الحجم (50) هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع

مربعات خطأ (MSE) هو (0.00157) ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (100) بفارق قليل.

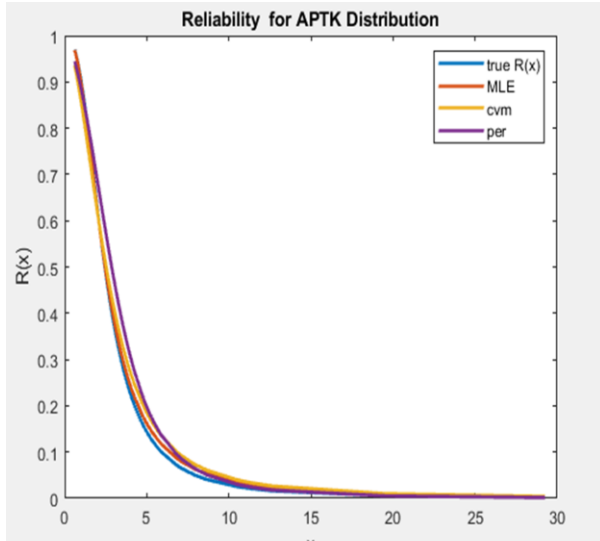
والاشكال (5-3) و(6-3) و(7-3) و(8-3) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدرة بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المقترضة بالنسبة للأنموذج الثاني وكما يلي:



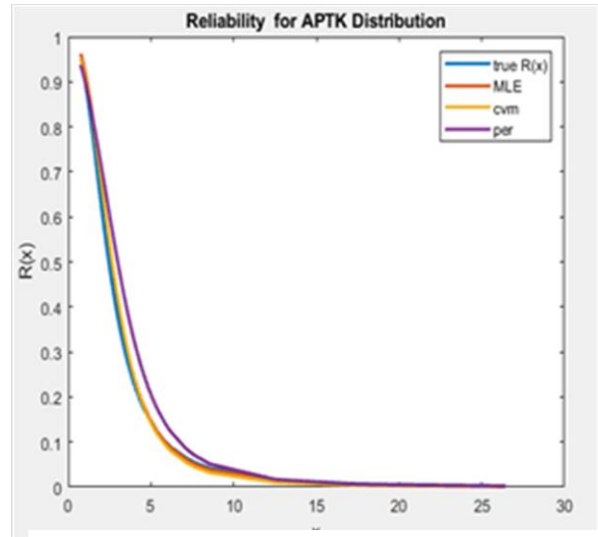
شكل رقم (5-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج الثاني من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (6-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج الثاني من توزيع (APTK) عند حجم عين 50



شكل رقم (8-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج الثاني من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (7-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج الثاني من توزيع (APTK) عند حجم عين 100

نلاحظ من الاشكال (5-3) و(6-3) و(7-3) و(8-3) و أعلاه ان الشكل رقم (6-3) الذي يمثل حجم العينة (50) ان سلوك دالة المعولية المقدرة بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (50) هو افضل حجم عينة بالنسبة لتوزيعنا المقترح) ثم يأتي بعده الحجم (100).

جدول رقم (8-3)

N	Est.par.	MLE	Cvm	Per
25	σ	2.965119	2.914231	2.207448
	MSE	0.001217	0.007356	0.628138
	Rank	1	2	3
	θ	1.908884	2.108034	1.399248
	MSE	0.011856	0.094885	0.160603
	Rank	1	2	3
	β	3.185984	3.274702	3.671027
	MSE	0.081787	0.140402	0.594482
	Rank	1	2	3
	α	3.052687	3.054163	3.064744
	MSE	0.002776	2.93E-03	0.004192
	Rank	1	2	3
50	\sum Rank	4	8	12
	σ	2.94613	2.929141	2.258668
	MSE	2.90E-03	5.02E-03	0.549573
	Rank	1	2	3
	θ	1.971836	2.00541	1.584034
	MSE	0.029527	0.042193	0.046641
	Rank	1	2	3
	β	2.72272	3.173675	3.479546
	MSE	0.031428	0.074898	0.335874
	Rank	1	2	3
	α	3.049642	3.045515	3.095539
	MSE	0.002464	0.002072	9.13E-03
Rank	2	1	3	
100	\sum Rank	4	8	12
	σ	3.053303	2.959684	2.875021
	MSE	2.84E-03	0.001625	0.01562

	Rank	2	1	3
	θ	1.910663	1.474733	2.223529
	MSE	0.012246	0.105798	0.179377
	MLE	Cvm	Per	Est.par.
	Rank	1	2	3
	β	2.727401	3.197088	2.473107
	MSE	0.02979	0.088261	0.182238
	Rank	1	2	3
	α	3.006786	2.921222	3.138981
	MSE	4.61E-05	0.006206	0.019316
	Rank	1	2	3
150	\sum Rank	5	7	12
	σ	2.999402	3.013542	2.875021
	MSE	3.57E-07	0.000183	0.01562
	Rank	1	2	3
	θ	1.802063	1.729416	2.007288
	MSE	4.26E-06	0.004982	0.042968
	Rank	1	2	3
	β	2.904737	2.782319	3.31397
	MSE	2.24E-05	0.013849	0.171371
	Rank	1	2	3
	α	3.00081	2.97886	3.125099
	MSE	6.56E-07	0.000447	0.01565
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
	$\sum \sum$ Rank	17	31	48

يتضح من الجدول (3-8) مجموعة القيم الافتراضية للأنموذج الثالث لإيجاد افضل مقدر للمعلمات الثلاثة وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25,50,100,150) كما يأتي:

1- عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معلمات الأنموذج وحقت اقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى $MSE(\sigma) = 0.001217$

2- عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\alpha) = 0.002464$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى .

3- عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\alpha) = 4.61E - 05$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى.

1- عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 3.57E - 07$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى

عليه فان افضل طريقة لتقدير الأنموذج هي طريقة (MLE) عند معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتي كانت قيمته $(MSE= 3.57E-07)$ عند حجم عينة (n=150)

والجدول رقم (9-3) يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج الثالث مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (MSE) لحجوم العينة الأربع وكما موضح في الملاحق:

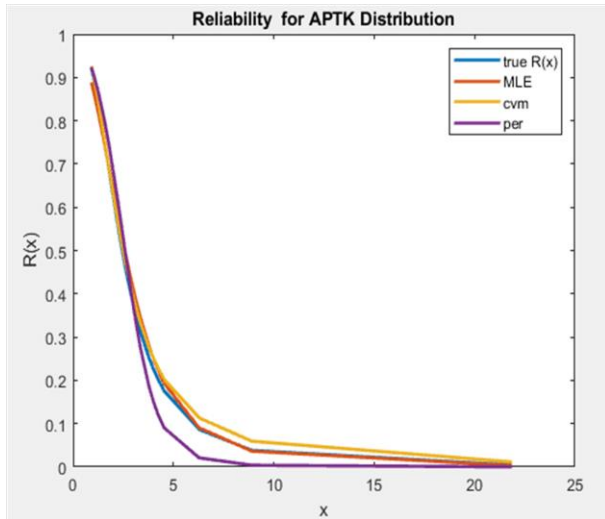
والجدول التالي رقم (10-3) يبين قيم الخطأ (MSE) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

جدول رقم (10-3)

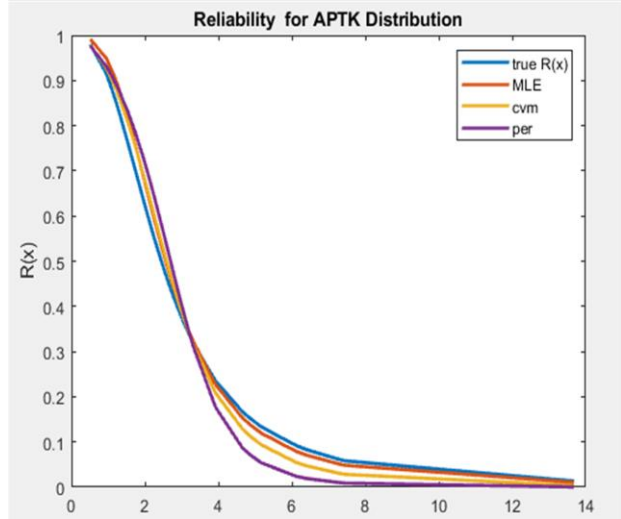
Sample size		MLe	CVM	Per	$\sum MSE$	Best
25	MSE	0.003185606	0.002757826	0.007760233	0.004568	
	Rank	2	1	3		
50	MSE	0.002014029	0.001783155	0.006269656	0.003356	
	Rank	2	1	3		
100	MSE	0.001396205	0.00146216	0.00521379	0.002691	
	Rank	1	2	3		
150	MSE	0.000249113	0.000598014	0.002377092	0.001075	Best
	Rank	1	2	3		
	$\sum MSE$	0.001711238	0.001650289	0.005405193		Best
	$\sum \sum Rank$	6	6	12	Best	Best MLE

نلاحظ من الجدول رقم (10-3) نتفوق طريقة ال CVM عند جميع حجوم العينة المختارة بالمجمل باقل حجم خطأ (MSE) (0.001650289)، وان الحجم 150 هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (MSE) هو (0.001075) ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (100) بفارق قليل.

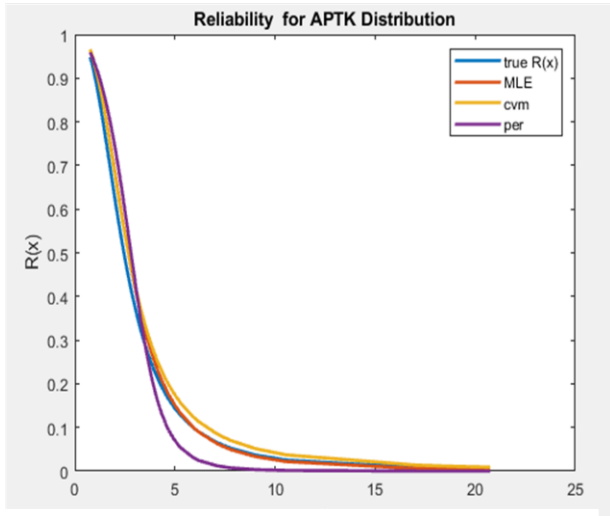
والاشكال (9-3) و(10-3) و(11-3) و(12-3) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الثالث وكما يلي:



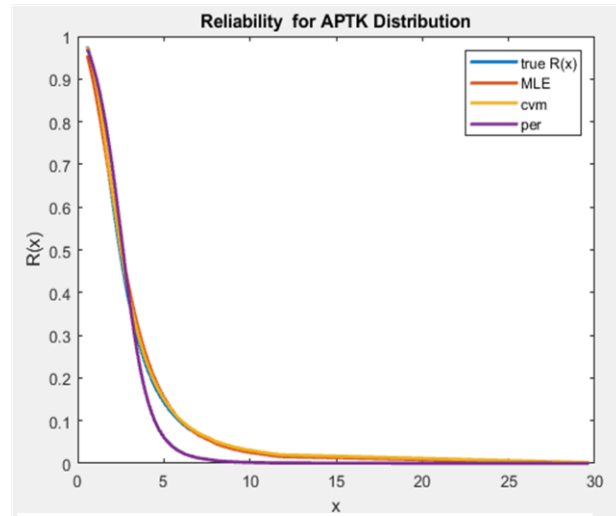
شكل رقم (9-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الثالث من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (10-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الثالث من توزيع (APTK) عند حجم عين 50



شكل رقم (12-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الثالث من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (11-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الثالث من توزيع (APTK) عند حجم عين 100

نلاحظ من الاشكال (9-3) و(10-3) و(11-3) و(12-3) و أعلاه ان الشكل رقم (12-3) الذي يمثل حجم العينة (150) ان سلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (150) هو افضل حجم عينة يأتي بعده الحجم (100) والجدول التالي رقم (11-3) يمثل مقدرات معلمات الانموذج الرابع مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المقترضة عند قطع (0.10) وكما يلي:

جدول رقم (11-3)

N	Est.par.	MLE	Cvm	Per
25	σ	2.921347	2.887458	2.386995
	MSE	0.006186	0.012666	0.3757755
	Rank	1	2	3
	θ	2.11978	1.86371	1.655416
	MSE	0.006435	0.113091	0.296571
	Rank	1	2	3
	β	5.968717	5.620949	5.954307
	MSE	0.000979	0.14368	0.002088
	Rank	1	3	2
	α	0.512168	0.017122	0.031835
	MSE	0.097449	0.0334443	0.028279
	Rank	3	2	1
	\sum Rank	6	9	9
50	σ	3.002049	3.045336	3.002374
	MSE	4.20E-06	0.002055	5.64E-06
	Rank	1	3	2
	θ	2.129263	2.271529	2.124584
	MSE	0.005004	0.005116	0.005688
	Rank	1	2	3
	β	5.994451	5.969367	5.964055
	MSE	3.08E-05	0.000938	0.001292
	Rank	1	2	3
	α	0.047354	0.099524	0.122875
	MSE	0.0100954	0.02330079	0.005948
	Rank	2	3	1

100	\sum Rank	5	10	9
	σ	3.001787	3.002302	3.002163
	MSE	3.19E-06	5.30E-06	4.68E-06
	MLE	Cvm	Per	Est.par.
	Rank	1	3	2
	θ	2.130454	1.601657	2.116715
	MSE	0.004837	0.358014	0.006936
	Rank	1	3	2
	β	5.966378	5.967429	5.318777
	MSE	0.00113	0.001061	0.464065
	Rank	2	1	3
	α	0.180636	0.134569	0.126489
	MSE	0.000375	0.004281	0.005404
Rank	1	2	3	
150	\sum Rank	5	9	10
	σ	3.000756	3.001787	3.001849
	MSE	5.71E-07	3.19E-06	3.42E-06
	Rank	1	2	3
	θ	2.134411	1.654345	2.127478
	MSE	4.30E-03	0.297739	0.005259
	Rank	1	3	2
	β	6.023904	5.971898	5.969367
	MSE	0.000571	0.000789	0.000938
	Rank	1	2	3
	α	0.185555	0.14185	0.151251
	MSE	2.09E-04	0.003381	0.002376
	Rank	1	3	2
	\sum Rank	4	10	10
	$\sum \sum$ Rank	20	32	36

يتضح من الجدول (3-11) مجموعة القيم الافتراضية للأنموذج الرابع لإيجاد افضل مقدر للمعلمات الثلاثة وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25,50,100,150) وكما يأتي:

- 1- عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معاملات الأنموذج وحققت اقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى $MSE(\beta) = 0.000979$
- 2- عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 4.20E - 06$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى.
- 3- عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 3.19E - 06$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- 4- عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 5.71E - 07$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- فعليه فان افضل طريقة لتقدير النموذج هي طريقة (MLE) عند معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتي كانت قيمته $(MSE=5.71E-07)$ عند حجم عينة (n=150)

والجدول التالي رقم (3-12) يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج الرابع مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (MSE) لحجوم العينة الأربع وكما موضح بالملاحق:

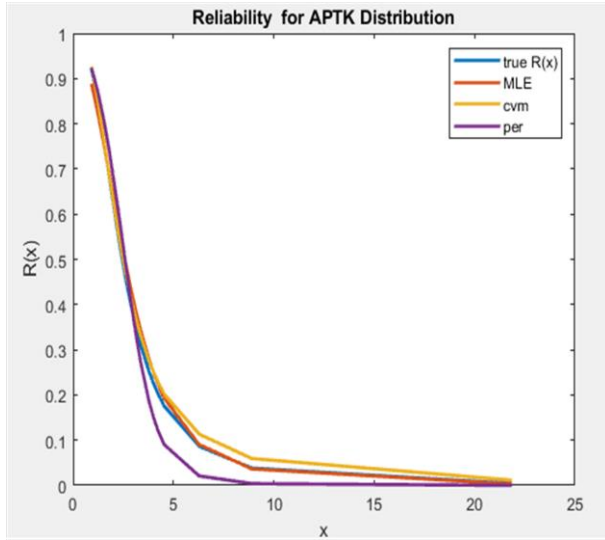
والجدول التالي رقم (3-13) يبين قيم الخطأ (MSE) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

جدول رقم (3-13)

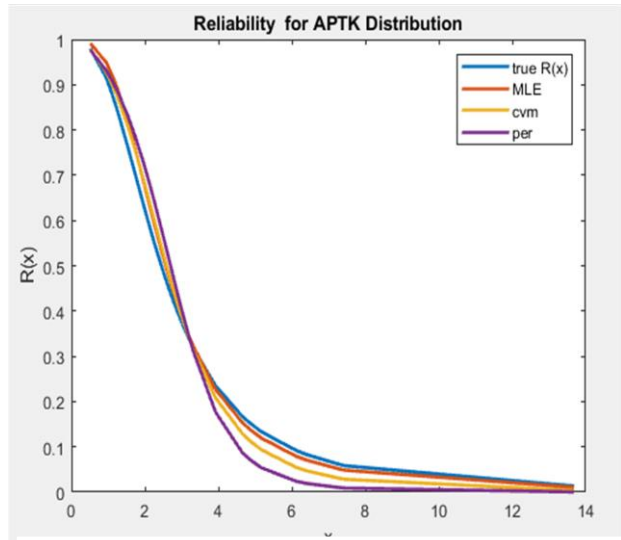
Sample size		MLe	CVM	Per	$\sum MSE$	Best
25	MSE	2.85E-03	0.006847	0.008712	6.14E-03	
	Rank	1	2	3		
50	MSE	0.000131	0.003587	0.002606	2.11E-03	
	Rank	1	3	2		
100	MSE	5.29E-06	0.003271	0.00248	1.92E-03	
	Rank	1	3	2		
150	MSE	3.65E-06	0.001874	0.001355	1.08E-03	Best size
	Rank	1	3	2		
	$\sum MSE$	7.47E-04	3.89E-03	3.79E-03	Best	Best MLE
	$\sum \sum Rank$	4	11	9		

نلاحظ من الجدول رقم (3-13) تفوق طريقة ال MLE عند جميع حجوم العينة المختارة باقل حجم خطأ (MSE) $(7.47E-04)$ ، وان الحجم 150 هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (MSE) هو $(1.08E-03)$ ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (100) بفارق قليل.

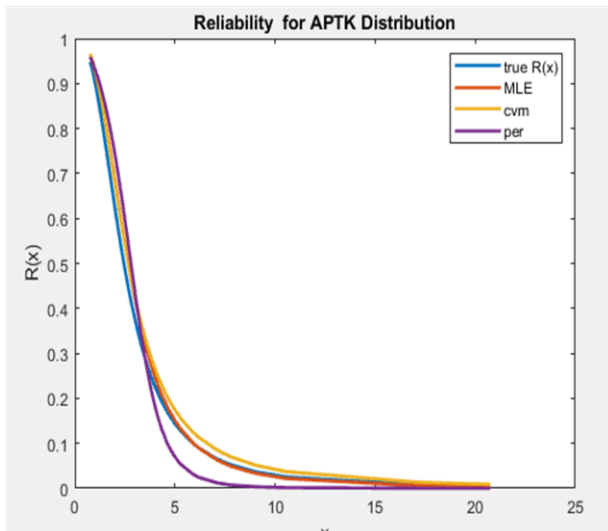
والاشكال (3-13) و(3-14) و(3-15) و(3-16) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الرابع وكما يلي:



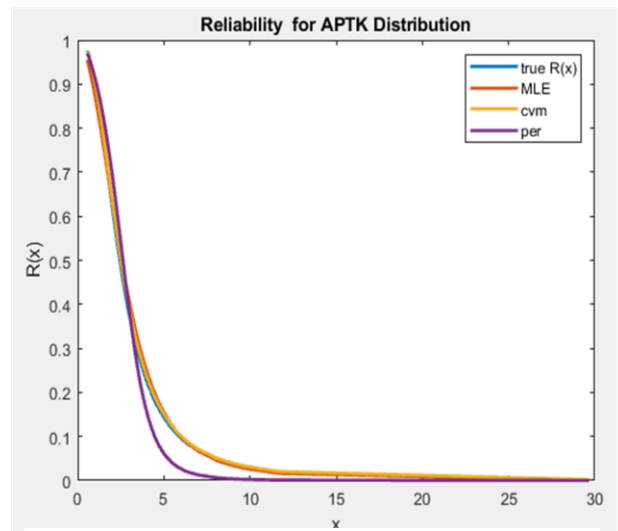
شكل رقم (3-13) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الرابع من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (3-14) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الرابع من توزيع (APTK) عند حجم عين 50



شكل رقم (3-16) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الرابع من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (3-15) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الرابع من توزيع (APTK) عند حجم عين 100

نلاحظ من الاشكال (3-13) و(3-14) و(3-15) و(3-16) و أعلاه ان الشكل رقم (3-16) الذي يمثل حجم العينة (150) ان سلوك دالة المعولية المقدرة بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (150) هو افضل حجم عينة بالنسبة لتوزيعنا المقترح.

جدول رقم (3-14)

N	Est.par.	MLE	Cvm	Per
25	σ	2.921347	2.887458	2.386995
	MSE	0.006186	0.012666	0.3757755
	Rank	1	2	3
	θ	2.11978	1.86371	1.655416
	MSE	0.006435	0.113091	0.296571
	Rank	1	2	3
	β	5.968717	5.620949	5.954307
	MSE	0.000979	0.14368	0.002088
	Rank	1	3	2
	α	0.512168	0.017122	0.031835
	MSE	0.097449	0.0334443	0.028279
	Rank	3	2	1
50	\sum Rank	6	9	9
	σ	3.002049	3.045336	3.002374
	MSE	4.20E-06	0.002055	5.64E-06
	Rank	1	3	2
	θ	2.129263	2.271529	2.124584
	MSE	0.005004	0.005116	0.005688
	Rank	1	2	3
	β	5.994451	5.969367	5.964055
	MSE	3.08E-05	0.000938	0.001292
	Rank	1	2	3
	α	0.047354	0.099524	0.122875
	MSE	0.0100954	0.02330079	0.005948
Rank	2	3	1	
	\sum Rank	5	10	9

100	σ	3.001787	3.002302	3.002163
	MSE	3.19E-06	5.30E-06	4.68E-06
	Rank	1	3	2
	MLE	Cvm	Per	Est.par.
	θ	2.130454	1.601657	2.116715
	MSE	0.004837	0.358014	0.006936
	Rank	1	3	2
	β	5.966378	5.967429	5.318777
	MSE	0.00113	0.001061	0.464065
	Rank	2	1	3
	α	0.180636	0.134569	0.126489
	MSE	0.000375	0.004281	0.005404
	Rank	1	2	3
	σ	3.000756	3.001787	3.001849
	MSE	5.71E-07	3.19E-06	3.42E-06
	Rank	1	2	3
	θ	2.134411	1.654345	2.127478
	MSE	4.30E-03	0.297739	0.005259
	Rank	1	3	2
	β	6.023904	5.971898	5.969367
MSE	0.000571	0.000789	0.000938	
Rank	1	2	3	
α	0.185555	0.14185	0.151251	
\sum Rank	5	9	10	
Rank	1	3	2	
\sum Rank	4	10	10	
$\sum \sum$ Rank	20	32	36	

يتضح من الجدول (3-14) مجموعة القيم الافتراضية للنموذج الخامس لإيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25,50,100,150) وكما يأتي:

1- عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معاملات النموذج وحققت أقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى $MSE(\alpha) = 8.98E - 05$

- 2- عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\alpha) = 8.39E - 05$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- 3- عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\alpha) = 2.22E - 05$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- 4- عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\alpha) = 2.99E - 07$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- عليه فان افضل طريقة لتقدير الأنموذج هي طريقة (MLE) عند معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتي كانت قيمته ($MSE=2.99E-07$) عند حجم عينة (n=150) والجدول التالي رقم (3-15) في الملاحق يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج الخامس مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (MSE) لحجوم العينة الأربع وكما موضح في الملاحق:
- والجدول التالي رقم (3-16) يبين قيم الخطأ (MSE) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

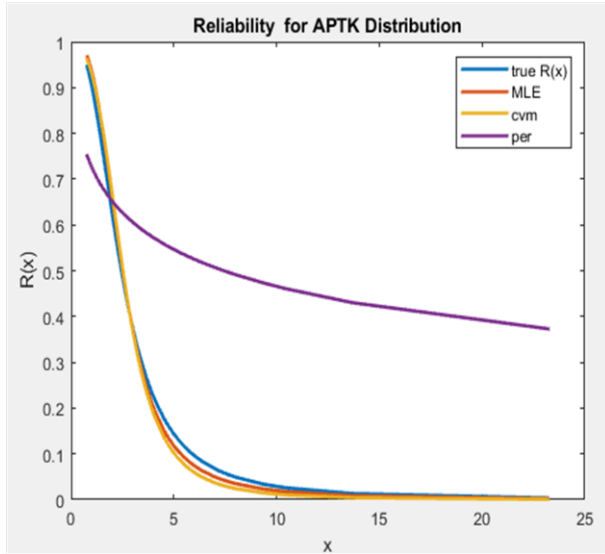
جدول رقم (3-16)

Sample size	MLE	CVM	Per	$\sum MSE$	Best	
25	MSE	0.000752	0.001061	0.057725	0.0198	
	Rank	1	2	3		
50	MSE	0.000561	0.000261	0.05521	0.0188	
	Rank	2	1	3		
100	MSE	9.86E-05	0.000151	0.056279	0.0187	Best size
	Rank	1	2	3		
150	MSE	8.87E-05	0.000124	0.057553	0.0193	
	Rank	1	2	3		
	$\sum MSE$	0.000375075	0.00039925	0.05669175	Best	Best MLE
	$\sum \sum Rank$	5	7	12		

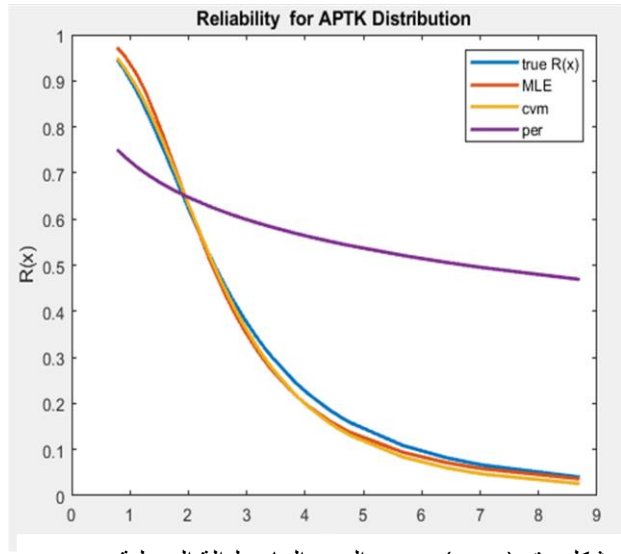
نلاحظ من الجدول رقم (3-16) تفوق طريقة ال MLE عند جميع حجوم العينة المختارة باقل حجم خطأ (MSE) (0.000375075)، وان الحجم (50) هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع

مربعات خطأ (MSE) هو (0.0187) ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (100) ثم الحجم (150) بفارق قليل.

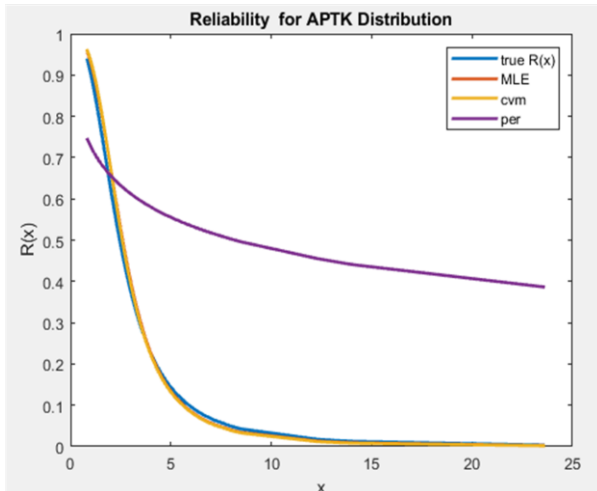
والاشكال (17-3) و(18-3) و(19-3) و(20-3) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج الخامس وكما يلي:



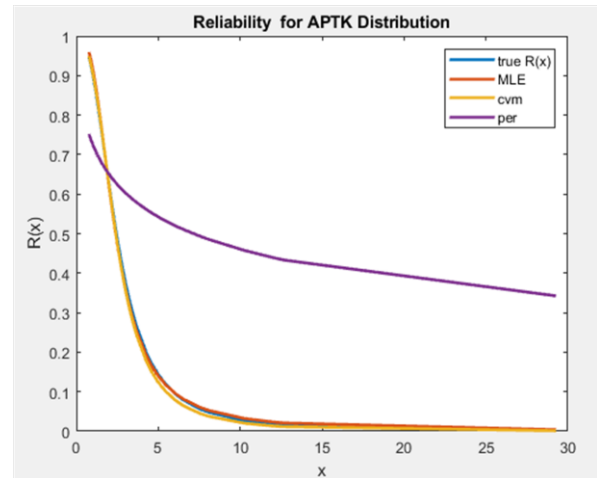
شكل رقم (17-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الخامس من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (18-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الخامس من توزيع (APTK) عند حجم عين 50



شكل رقم (20-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الخامس من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (19-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج الخامس من توزيع (APTK) عند حجم عين 100

نلاحظ من الاشكال (17-3) و(18-3) و(19-3) و(20-3) و أعلاه ان الشكل رقم (18-3) الذي يمثل حجم العينة (50) ان سلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (50) هو افضل حجم عينة ثم يأتي بعده حجم العينة (100) ثم الحجم (150)

والجدول التالي رقم (17-3) يمثل مقدرات معلمات الانموذج السادس مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.20) وكما يلي:

جدول رقم (17-3)

N	Est.par.	MLE	Cvm	Per
25	σ	0.436903	0.4209	1.385569
	MSE	0.003981	0.0062567764	0.7842323
	Rank	1	2	3
	θ	0.775524	0.772213	1.863928
	MSE	0.000599	0.000772	1.131942
	Rank	1	2	3
	β	1.481064	1.490344	2.333676
	MSE	3.59E-04	9.32E-05	0.695016
	Rank	2	1	3
	α	2.990524	3.01166819	3.347183
	MSE	8.98E-05	1.36E-04	0.120536
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
50	σ	0.471085	0.428356	1.352177
	MSE	0.000836	0.005133	0.726205
	Rank	1	2	3
	θ	0.815622	0.77747	1.79494
	MSE	2.44E-04	5.08E-04	0.989906
	Rank	1	2	3
	β	1.481064	1.518714	2.504652
	MSE	0.000359	0.0003502	1.009326
	Rank	2	1	3
	α	3.009158	3.010295	3.372076
	MSE	8.39E-05	1.06E-04	0.13844

	Rank	1	2	3
100	\sum Rank	5	7	12
	σ	0.526868	0.436883	1.099803
	MLE	Cvm	Per	Est.par.
	MSE	0.000722	3.98E-03	0.359764
	Rank	1	2	3
	θ	0.815622	0.789867	1.708115
	MSE	0.000244	0.000103	0.824673
	Rank	2	1	3
	β	1.516753	1.518322	2.258647
	MSE	0.000281	3.36E-04	0.575545
	Rank	1	2	3
	α	3.004711	2.995084	3.412687
	MSE	2.22E-05	2.42E-05	0.170311
	Rank	1	2	3
150	\sum Rank	5	7	12
	σ	0.496749	0.550039	0.373188
	MSE	1.06E-05	2.50E-03	1.61E-02
	Rank	1	2	3
	θ	0.79885	0.808618	1.670647
	MSE	1.32E-06	7.43E-05	0.758027
	Rank	1	2	3
	β	1.501048	1.508872	2.525234
	MSE	1.10E-06	7.87E-05	1.051105
	Rank	1	2	3
	α	3.000547	3.008528	3.327394
	MSE	2.99E-07	7.27E-05	0.107187
	Rank	1	2	3
		\sum Rank	4	8
	$\sum \sum$ Rank	18	30	48

يتضح من الجدول (17-3) مجموعة القيم الافتراضية للأنموذج السادس لإيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25, 50, 100, 150) وكما يأتي:

1- عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معاملات النموذج وحققت أقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى (MSE = 8.98E-05) وحققت

3- عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\alpha) = 8.39E - 05$ وحققت أقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى

4- عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\alpha) = 2.22E - 05$ وحققت أقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى

5- عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\alpha) = 2.99E - 07$ وحققت أقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى

عليه فان افضل طريقة لتقدير الأنموذج هي طريقة (MLE) عند معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتي كانت قيمته (MSE=2.99E-07) عند حجم عينة (n=150) والجدول رقم (3-18) في الملاحق يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج السادس مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (MSE) لحجوم العينة الأربع وكما موضح في الملاحق :

والجدول التالي رقم (3-19) يبين قيم الخطأ (MSE) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

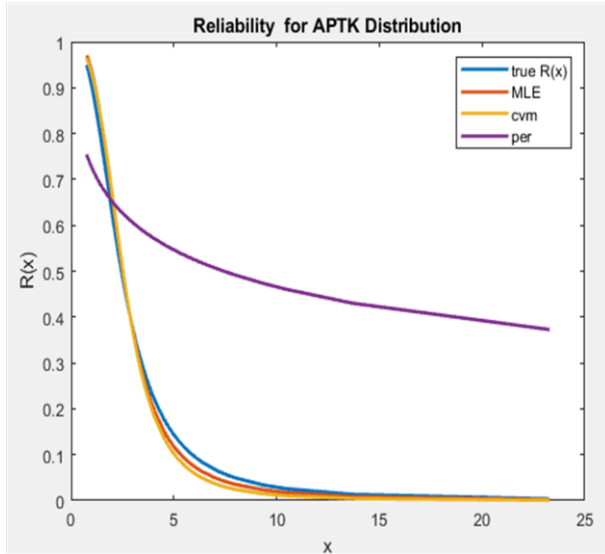
جدول رقم (3-19)

Sample size		MLe	CVM	Per	$\sum MSE$	Best
25	MSE	0.000320251	0.000910588	0.008409548	0.003213462	
	Rank	1	2	3		
50	MSE	0.000110251	0.000510585	0.000982348	0.000534395	
	Rank	1	2	3		
100	MSE	3.20E-04	0.000210589	0.000619812	0.000383467	
	Rank	2	1	3		
150	MSE	0.000120251	0.000196588	0.000614074	0.000310304	Best
	Rank	1	2	3		
$\sum MSE$		0.000217688	0.000457088	0.002656446		Best MLE

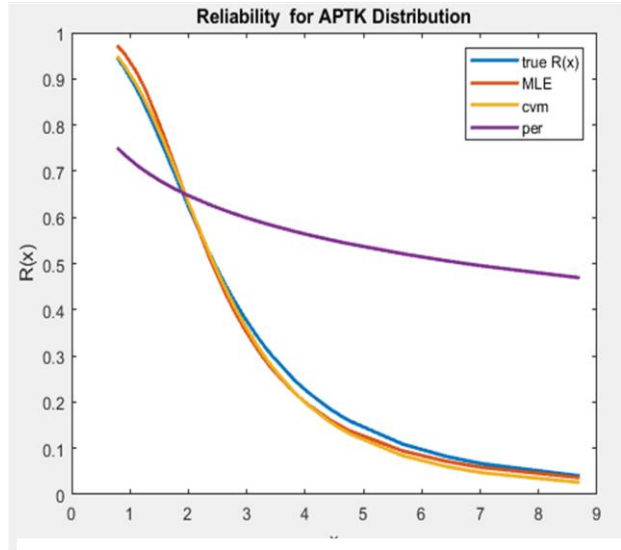
$\sum \sum Rank$	5	7	12		
------------------	---	---	----	--	--

نلاحظ من الجدول رقم (3-19) نتفوق طريقة ال MLE عند جميع حجوم العينة المختارة بأقل حجم خطأ (MSE) (0.000217688)، وان الحجم 150 هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (MSE) هو (0.000310304) ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (100) بفارق قليل.

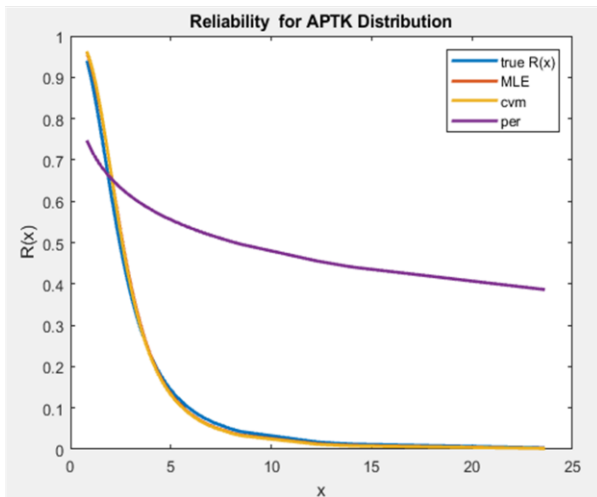
والاشكال (3-21) و(3-22) و(3-23) و(3-24) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج السادس وكما يلي:



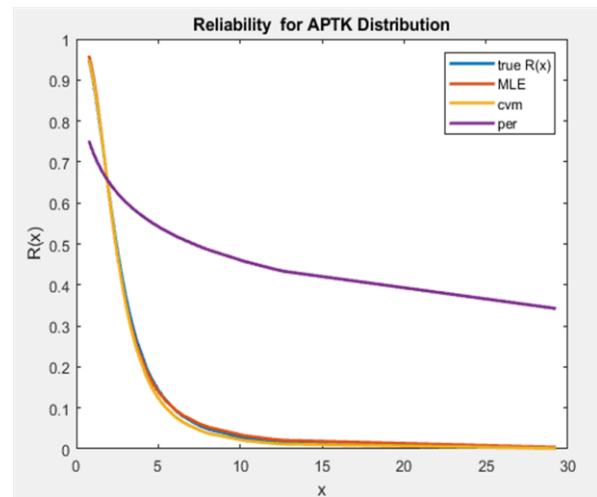
شكل رقم (3-21) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج السادس من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (3-22) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج السادس من توزيع (APTK) عند حجم عين 50



شكل رقم (3-24) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج السادس من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (3-23) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج السادس من توزيع (APTK) عند حجم عين 100

نلاحظ من الاشكال (21-3) و(22-3) و(23-3) و(24-3) و أعلاه ان الشكل رقم (24-3) الذي يمثل حجم العينة (150) ان سلوك دالة المعولية المقدرة بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (150) هو افضل حجم عينة يأتي بعده الحجم (100) بالنسبة لتوزيعنا المقترح. والجدول التالي رقم (20-3) يبين مقدرات معلمات الامودج السابع مع مجموع مربعات الحطا ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.30) وكما يلي:

جدول رقم (20-3)

N	Est. par.	MLE	Cvm	Per
25	σ	0.946037	1.317429	1.464501
	MSE	2.91E-03	0.100761	0.215761
	Rank	1	2	3
	θ	2.917769	2.468312	2.474404
	MSE	0.006762	0.282692	0.276251
	Rank	1	3	2
	β	2.822201	3.320965	3.174897
	MSE	0.10381348	0.6739838	0.455485
	Rank	1	3	2
	α	1.592979	1.657793	1.704766
	MSE	8.65E-03	0.024899	4.19E-02
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	10	10
50	σ	0.995686	0.751209	1.425887
	MSE	1.86E-05	6.19E-02	0.181379
	Rank	1	2	3
	θ	3.072445	2.801828	2.254868
	MSE	0.005248	0.0392722	0.5552224
	Rank	1	2	3
	β	2.351818	2.278923	3.271752
	MSE	0.021958	0.048875	0.595602
	Rank	1	2	3
	α	1.459929	1.437541	1.693211
	MSE	0.00160569	0.003901	0.0373303

	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
100	σ	1.002385	0.955994	0.837183
	MSE	5.69E-06	0.001937	0.026509
	Rank	1	2	3
	Est. par.	MLE	Cvm	Per
	θ	2.942947	2.240624	2.391727
	MSE	3.26E-03	0.576651	0.369997
	Rank	1	3	2
	β	2.556045	2.300692	2.969755
	MSE	3.14E-03	0.039724	0.22067
	Rank	1	2	3
	α	1.534161	1.443996	1.649031
	MSE	1.17E-03	3.14E-03	0.02221
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	9	11
150	σ	1.001731	1.021729	0.90862
	MSE	3.00E-06	4.72E-04	8.35E-03
	Rank	1	2	3
	θ	2.986694	3.068977	2.699024
	MSE	1.77E-04	0.004758	0.090586
	Rank	1	2	3
	β	2.453612	2.643923	2.901778
	MSE	2.15E-03	2.07E-02	0.161426
	Rank	1	2	3
	α	1.48689	1.549468	1.617148
	MSE	1.72E-04	2.45E-03	0.013724
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
	$\sum \sum$ Rank	16	35	45

يتضح من الجدول (3-20) مجموعة القيم الافتراضية للأنموذج السابع لإيجاد افضل مقدر للمعاملات الثلاثة وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25,50,100,150) وكما يأتي:

- 1- عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معاملات النموذج وحققت اقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى $MSE(\sigma) = 2.91E - 03$
- 2- عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MLE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 1.86E - 05$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- 3- عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MLE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 5.69E - 06$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- 4- عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MLE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 3.00E - 06$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- عليه فان افضل طريقة لتقدير الأنموذج هي طريقة (MLE) عند معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتي كانت قيمته $(MSE=3.00E-06)$ عند حجم عينة (n=150)
- والجدول رقم (3-21) في الملاحق يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج السابع مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (mse) لحجوم العينة الأربع وكما موضح في الملاحق :

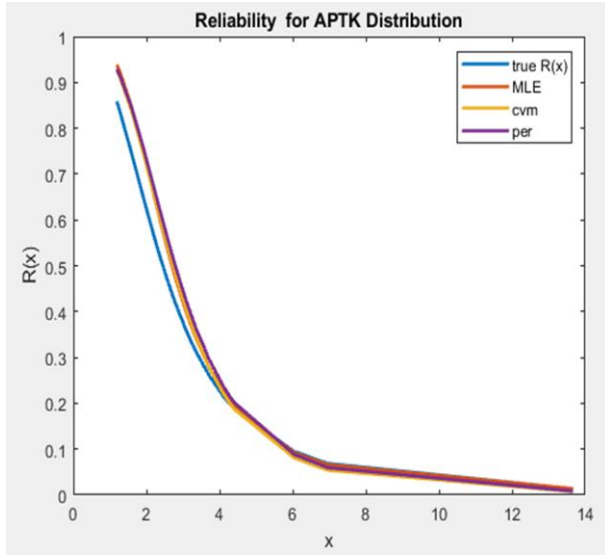
والجدول التالي رقم (3-22) يبين قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

جدول رقم (3-22)

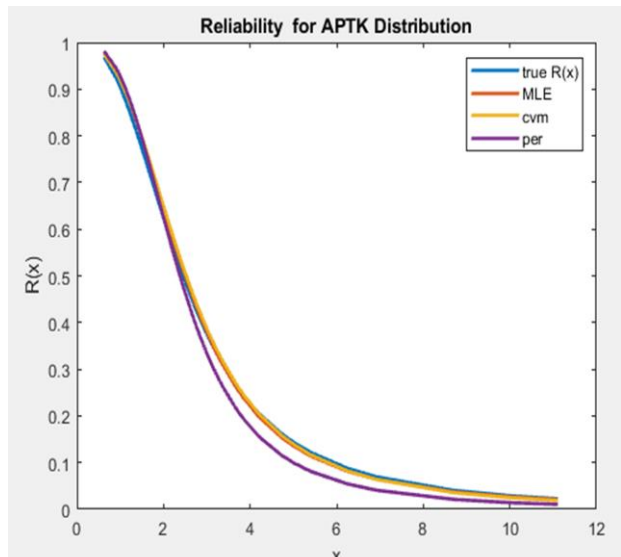
Sample size	MLe	CVM	Per		\sum MSE	Best
25	MSE	4.19E-03	0.003966	0.00547	1.36E-02	
	Rank	2	1	3		
50	MSE	0.000214	0.000257	0.003678	4.15E-03	
	Rank	1	2	3		
100	MSE	1.80E-04	0.000146	0.001019	1.35E-03	
	Rank	2	1	3		
150	MSE	5.86E-05	3.89E-05	0.000874	9.72E-04	Best size
	Rank	2	1	3		Best
	\sum MSE	1.16E-03	1.10E-03	2.76E-03		
	$\sum \sum$ Rank	7	5	12		

نلاحظ من الجدول رقم (22-3) نتفوق طريقة ال Cvm عند جميع حجوم العينة المختارة باقل حجم خطأ (MSE) (0.00110)، وان الحجم 150 هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (MSE) هو (0.000972) ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (100) بفارق قليل.

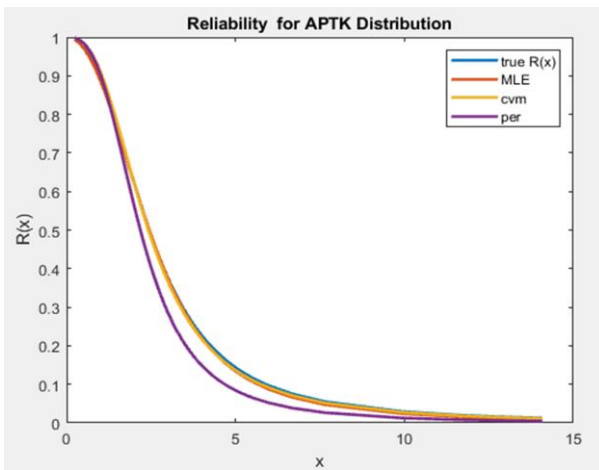
والاشكال (25-3) و(26-3) و(27-3) و(28-3) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج السابع وكما يلي:



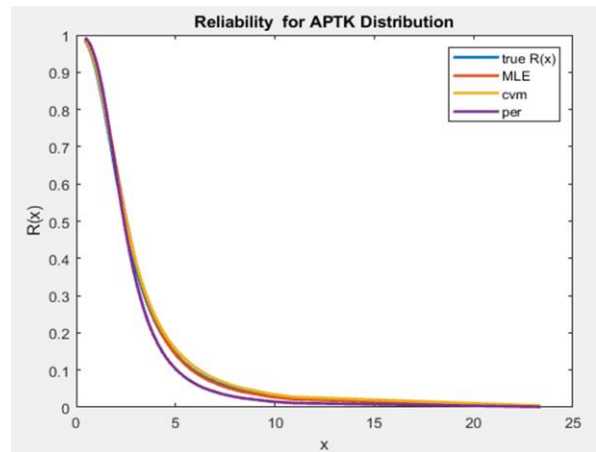
شكل رقم (25-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج السابع من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (26-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج السابع من توزيع (APTK) عند حجم عين 50



شكل رقم (28-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج السابع من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (27-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للانموذج السابع من توزيع (APTK) عند حجم عين 100

نلاحظ من الاشكال (25-3) و(26-3) و(27-3) و(28-3) و أعلاه ان الشكل رقم (27-3) الذي يمثل حجم العينة (150) ان سلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (150) هو افضل حجم عينة ثم يأتي بعده حجم العينة (100) بفارق قليل بالنسبة لتوزيعنا المقترح.

العينة المعرضه عند قطع (0.30) وحما يلي:

جدول رقم (23-3)

N	Est. par.	MLE	Cvm	Per
25	σ	2.490448	1.824222	1.589316
	MSE	9.12E-05	0.456676	0.8293449
	Rank	1	2	3
	θ	2.445058	1.853911	1.544785
	MSE	3.02E-03	0.417431	0.912435
	Rank	1	2	3
	β	2.874766	3.374341	3.748234
	MSE	0.0156836	0.140131	0.559854
	Rank	1	2	3
	α	1.462857	1.592518	1.360501
	MSE	1.38E-03	8.56E-03	0.01946
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
50	σ	2.5085	2.52281	2.384779
	MSE	7.22E-05	0.00052	0.013275785
	Rank	1	2	3
	θ	2.439823	2.0056	1.56926
	MSE	0.003621	2.44E-01	0.866276
	Rank	1	2	3
	β	2.893575	3.27214	3.675806
	MSE	0.01132628	0.07406	0.4567141
	Rank	1	2	3
	α	1.476833	1.577445	1.647934
	MSE	5.37E-04	6.00E-03	0.021884

	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
100	σ	2.505186	2.480254	2.43055
	MSE	2.69E-05	3.90E-04	0.004823
	Est. par.	MLE	Cvm	Per
	Rank	1	2	3
	θ	2.463799	2.37025	1.64757
	MSE	0.00131	0.016835	0.72663714
	Rank	1	2	3
	β	2.923556	2.765086	2.524199
	MSE	0.005844	0.055185	0.22638652
	Rank	1	2	3
	α	1.513818	1.46767	1.430576
	MSE	1.91E-04	1.05E-03	0.00482
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
150	σ	2.497402	2.511567	2.432746
	MSE	6.75E-06	0.000134	4.52E-03
	Rank	1	2	3
	θ	2.51274	2.579013	1.681234
	MSE	1.62E-04	0.006243	0.670378
	Rank	1	2	3
	β	3.028986	3.180785	3.352488
	MSE	8.40E-04	0.032683	0.124247
	Rank	1	2	3
	α	1.508482	1.513892	1.55221
	MSE	7.19E-05	1.93E-04	0.002726
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
	$\sum \sum$ Rank	16	36	48

يتضح من الجدول (3-23) مجموعة القيم الافتراضية للأنموذج الثامن لإيجاد أفضل مقدر للمعاملات الثلاثة وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25,50,100,150) وكما يأتي:

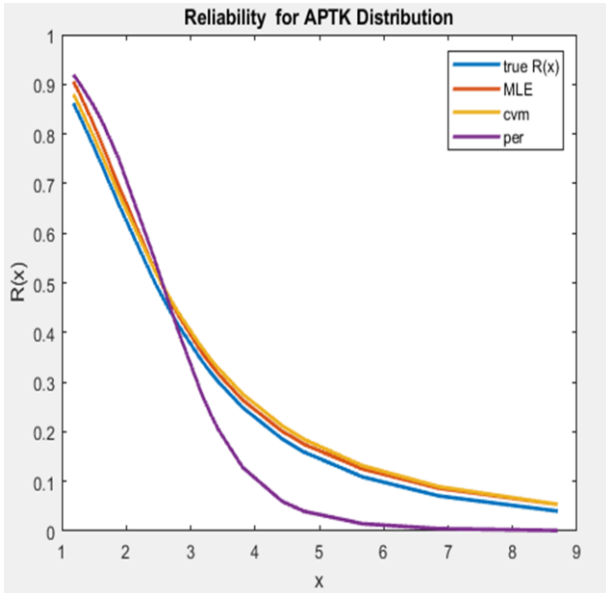
- 1- عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معلمات الأنموذج وحققت اقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى $MSE(\sigma) = 9.12E - 05$
- 2- عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MLE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 7.22E - 05$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- 3- عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MLE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 2.69E - 05$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- 4- عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MLE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 6.75E - 06$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى
- عليه فان افضل طريقة لتقدير الأنموذج هي طريقة (MLE) عند معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتي كانت قيمته ($MSE=6.75E-06$) عند حجم عينة (n=150) والجدول رقم (24-3) في الملاحق يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج الثامن مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (mse) لحجوم العينة الأربع وكما موضح في الملاحق :
- والجدول التالي رقم (25-3) يبين قيم الخطأ (mse) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

جدول رقم (25-3)

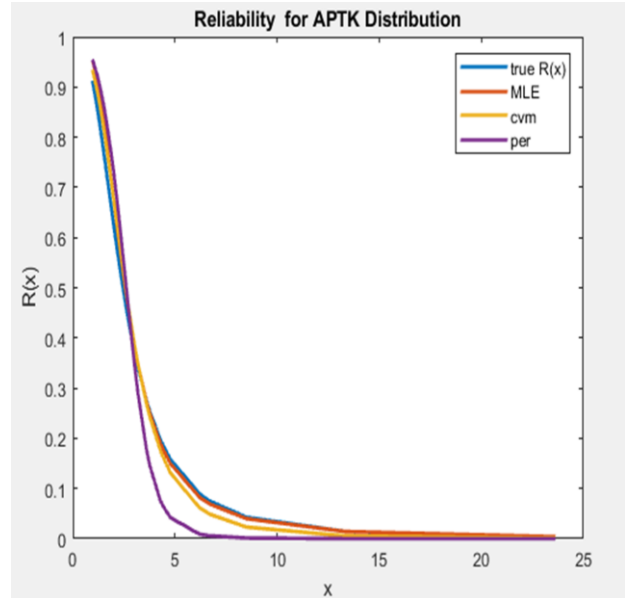
Sample size		MLe	CVM	Per	\sum MSE	Best
25	MSE	0.000298	0.001201	0.006937	0.002812	
	Rank	1	2	3		
50	MSE	1.41E-03	0.000498	0.006285	0.002731	
	Rank	2	1	3		
100	MSE	9.75E-04	0.000277	0.005793	0.002348	
	Rank	2	1	3		
150	MSE	4.31E-05	0.000189	0.005445	0.001892	Best size
	Rank	1	2	3		
	\sum MSE	0.000681525	0.00054125	0.006115	Best	Best MLE
	$\sum \sum$ Rank	6	6	12		

نلاحظ من الجدول رقم (3-25) نتفوق طريقة ال CVM عند جميع حجوم العينة المختارة بالمجمل باقل حجم خطأ (MSE) (0.00054125)، وان الحجم 150 هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (MSE) هو (0.001892) ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (100) بفارق قليل.

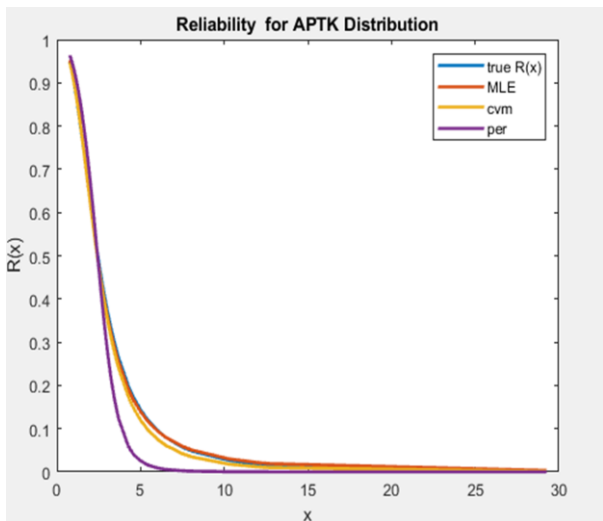
والاشكال (29-3) و(30-3) و(31-3) و(32-3) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للأنموذج الثامن وكما يلي:



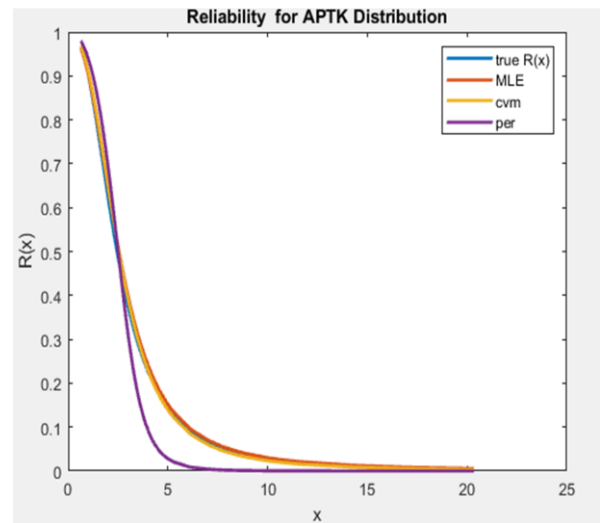
شكل رقم (29-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج الثامن من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (30-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج الثامن من توزيع (APTK) عند حجم عين 50



شكل رقم (32-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج الثامن من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (31-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج الثامن من توزيع (APTK) عند حجم عين 100

نلحظ من الاشكال (29-3) و(30-3) و(31-3) و(32-3) و أعلاه ان الشكل رقم (31-3) الذي يمثل حجم العينة (150) ان سلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (150) هو افضل حجم عينة بالنسبة لتوزيعنا المقترح.

والجدول التالي رقم (3-26) يمثل مقدرات معلمات الانموذج التاسع مع مجموع مربعات الخطأ ولحجوم العينة المفترضة عند قطع (0.30) وكما يلي:

جدول رقم (3-26)

N	Est. par.	MLE	Cym	Per
25	σ	1.735526	1.139673	1.135643
	MSE	0.055472266	0.129835891	0.13275619
	Rank	1	2	3
	θ	1.882571	2.123305	2.660221
	MSE	0.006818	0.104526	0.73997993
	Rank	1	2	3
	β	2.750508	3.045933	3.071995
	MSE	0.20295756	0.556416	0.595976853
	Rank	1	2	3
	α	2.665608	2.68434	2.672814
	MSE	0.027426106	0.033981322	0.029865
	Rank	1	3	2
	\sum Rank	4	9	11
50	σ	1.473291	1.184575	2.150917
	MSE	0.000713	0.099493	0.423693
	Rank	1	2	3
	θ	1.857423	1.946366	1.061327
	MSE	3.30E-03	0.021423	0.545638
	Rank	1	2	3
	β	2.621429	3.054706	2.969285
	MSE	0.103316	0.569581	0.447943
	Rank	1	3	2
	α	2.57456	2.578071	2.742831
	MSE	5.56E-03	6.10E-03	0.058967
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	9	11
100	σ	1.434431	1.369125	1.208495
	MSE	4.30E-03	0.017128	8.50E-02
	Rank	1	2	3
	θ	1.831864	1.862579	1.959999
	MSE	0.001015	0.003916	2.56E-02
	Rank	1	2	3

	MLE	Cvm	Per	Est. par.
150	β	2.533405	2.638896	2.753337
	MSE	0.054478	0.114850	0.205514
	Rank	1	2	3
	α	2.548989	2.550742	2.597528
	MSE	2.40E-03	2.57E-03	0.009512
	Rank	1	2	3
	\sum Rank	4	8	12
	σ	1.448714	1.38785	1.694268
	MSE	2.63E-03	0.012578	3.77E-02
	Rank	1	2	3
	θ	1.790556	1.857511	1.913466
	MSE	8.92E-05	0.003308	1.29E-02
Rank	1	2	3	
β	2.427304	2.62439	2.668885	
MSE	0.016206	0.105229	0.136076	
Rank	1	2	3	
α	2.527663	2.458442	2.589963	
MSE	7.65E-04	1.73E-03	0.008093	
Rank	1	2	3	
\sum Rank	4	8	12	
$\sum \sum$ Rank	16	34	46	

يتضح من الجدول (3-26) مجموعة القيم الافتراضية للأنموذج التاسع لإيجاد أفضل مقدر للمعلمات الثلاثة وذلك باستعمال متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولأحجام مختلفة من العينات (25,50,100,150) وكما يأتي:

- 1- عند حجم (n=25): تفوقت طريقة (MLE) عند جميع معلمات الانموذج وحققت اقل مقياس متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكل معلمة واخذت المرتبة الاولى $MSE(\theta) = 0.006818$
- 2- عند حجم (n=50): تفوقت طريقة (MLE) عند المعلمة $MSE(\sigma) = 0.000713$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى .
- 3- عند حجم (n=100): تفوقت طريقة (MLE) عند المعلمة $MSE(\theta) = 0.001015$ وحققت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى .

4- عند حجم (n=150): تفوقت طريقة (MIE) عند المعلمة $MSE(\theta) = 8.92E - 05$ وحقت اقل متوسط مربعات الخطأ (MSE) واخذت المرتبة الاولى.

عليه فان افضل طريقة لتقدير الأنموذج هي طريقة (MLE) عند معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) والتي كانت قيمته ($MSE=8.92E-05$) عند حجم عينة (n=150)

والجدول رقم (27-3) في الملاحق يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج التاسع مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (MSE) لحجوم العينة الأربع وكما موضح في الملاحق :

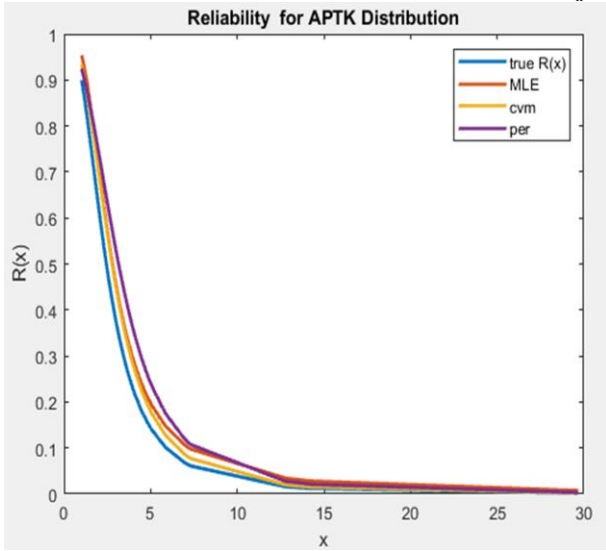
والجدول التالي رقم (28-3) يبين قيم الخطأ (MSE) بالمجمل بالنسبة لحجوم العينة المختارة ولطرائق التقدير المعتمدة وبأسلوب الرتب وكما يلي:

جدول رقم (28-3)

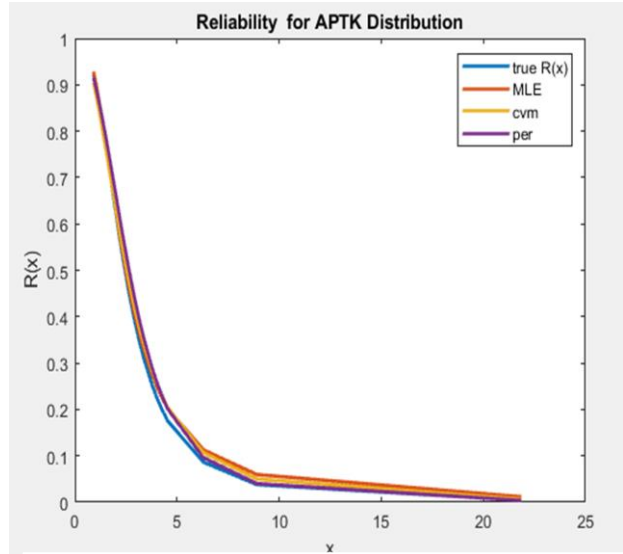
Sample size		MLe	CVM	Per	\sum MSE	Best
25	MSE	0.000151	0.003671	0.012154	0.005325	
	Rank	1	2	3		
50	MSE	0.000236	0.002265	0.008965	0.003822	
	Rank	1	2	3		
100	MSE	2.49E-04	0.00046	0.001566	0.000758	Best
	Rank	1	2	3		
150	MSE	5.29E-03	0.000132	0.000966	0.002129	
	Rank	3	1	2		
	\sum MSE	0.006167	0.008528	0.023651		Best
	$\sum \sum$ Rank	6	7	11	Best	MLE

نلاحظ من الجدول رقم (28-3) نتفوق طريقة ال (MLE) عند جميع حجوم العينة المختارة بالمجمل باقل حجم خطأ (MSE) (0.006167)، وان الحجم 100 هو افضل حجم عينة كونه حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (MSE) هو (0.000758) ولطرائق التقدير الثلاث ثم يأتي بعده حجم العينة (150) بفارق قليل.

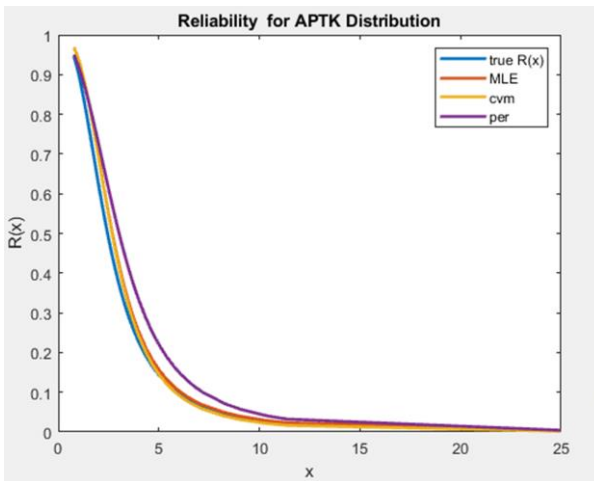
والاشكال (33-3) و(34-3) و(35-3) و(36-3) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير المعتمدة في عملية التقدير مقارنة مع دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية ولكل حجم من حجوم العينة المفترضة بالنسبة للانموذج التاسع وكما يلي:



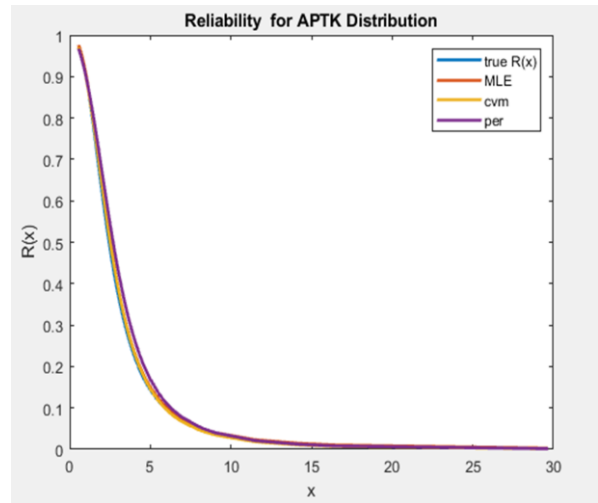
شكل رقم (33-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج التاسع من توزيع (APTK) عند حجم عين 25



شكل رقم (34-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج التاسع من توزيع (APTK) عند حجم عين 50



شكل رقم (36-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج التاسع من توزيع (APTK) عند حجم عين 150



شكل رقم (35-3) يوضح الرسم البياني لدالة المعولية للأنموذج التاسع من توزيع (APTK) عند حجم عين 100

نلاحظ من الاشكال (33-3) و(34-3) و(35-3) و(36-3) و أعلاه ان الشكل رقم (35-3) الذي يمثل حجم العينة (100) ان سلوك دالة المعولية المقدره بطرائق التقدير يقترب بشكل كبير من سلوك دالة المعولية الحقيقية للبيانات التجريبية وهذا يدل على ان الحجم (100) هو افضل حجم عينة بالنسبة لتوزيعنا المقترح.

بنأ على ما تقدم وما حصلنا عليه من نتائج من تجربة المحاكاة يمكن ان نلخصها في النقاط التالية:

- 1- ان أفضل طريقة للتقدير هي طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كونها حصلت على اقل حجم خطأ (MSE) في جميع النماذج المفترضة بالمجمل ثم تأتي بعدها طريقة (CVM).
- 2- ان أفضل حجم عينة بالنسبة لأفضل انموذج وباقي النماذج بالمجمل هو حجم العينة (150) كونه حصل على اقل حجم خطأ ثم يأتي بعده الحجم (100) بفارق قليل وهذ يتماشى مع النظرية الإحصائية القائلة (ان حجم الخطأ يقل كلما كبر حجم العينة) وهذا يؤيد ما توصلنا اليه من نتائج من ان التوزيع المقترح (APTk) يكون فعال في حجموم العينة الكبيرة.
- 3- عن طريق اخذ اقل حجم خطأ (MSE) لطريقة التقدير الإمكان الأعظم (MLE) التي فازت في جميع النماذج المفترضة آنفة الذكر عند حجم العينة (100,150)، والمقارنة بين هذه الحجموم للخطأ ان الانموذج الرابع (Model 4) قد حصل على اقل قيمة من قيم المعيار (MSE)، والبالغة (3.65E-06) لذا يكون هو أفضل انموذج مفترض مقارنة بباقي النماذج المفترضة الأخرى، وكما موضح بالجدول (3-26) الاتي:

الان سنفرغ رتب في الجداول من (3-2)، (3-5)، ...، (3-26) في الجدول التالي (3-29)

الجدول (3-29)

يمثل الرتب لمقدرات المعلمات للتوزيع المقترح (APTk) للبيانات التجريبية المضببة عند القطع (0.1) والقطع (0.15) والقطع (0.3) للنماذج التسع المفترضة ولحجوم العينة المختارة (150) و(100) و(50) و(25).

Models	n	MLE	cvm	per
MODEL 1	25	5	8	11
	50	4	9	11
	100	4	8	12
	150	4	8	12
	\sum Rank	17	35	36
MODEL 2	25	4	8	12
	50	4	9	11
	100	4	9	11

	150	4	8	12
	\sum Rank	16	34	46
MODEL 2	25	4	8	12
	50	4	8	12
	100	5	7	12
	150	4	8	12
	\sum Rank	17	31	48
MODEL 4	25	6	9	9
	50	5	10	9
	100	5	9	10
	150	4	10	10
	\sum Rank	20	32	36
MODEL 5	25	4	8	12
	50	5	7	12
	100	5	7	12
	150	4	8	12
	\sum Rank	18	30	48
MODEL 6	25	5	9	10
	50	4	8	12
	100	5	11	8
	150	4	11	9
	\sum Rank	18	39	39
MODEL 7	25	4	10	10
	50	4	8	12
	100	4	9	11
	150	4	8	12
	\sum Rank	16	35	45
MODEL 8	25	4	8	12
	50	4	8	12
	100	4	8	12
	150	4	8	12
	\sum Rank	16	36	48

MODEL 9	25	4	9	11
	50	4	9	11
	100	4	8	12
	150	4	8	12
$\sum Rank$		16	34	46
$\sum Ranks$		154	306	392

بنأ على ما تقدم وما حصلنا عليه من نتائج من تجربة المحاكاة يمكن ان نلخصها في النقاط التالية:

- 4- ان أفضل طريقة للتقدير هي طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كونها حصلت على اقل حجم خطأ (MSE) في جميع النماذج المفترضة بالمجمل ثم تأتي بعدها طريقة (CVM).
- 5- ان أفضل حجم عينة بالنسبة لأفضل انموذج وباقي النماذج بالمجمل هو حجم العينة (150) كونه حصل على اقل حجم خطأ ثم يأتي بعده الحجم (100) بفارق قليل وهذ يتماشى مع النظرية الإحصائية القائلة (ان حجم الخطأ يقل كلما كبر حجم العينة) وهذا يؤيد ما توصلنا اليه من نتائج من ان التوزيع المقترح (APTk) يكون فعال في حجوم العينة الكبيرة.
- 6- عن طريق اخذ اقل حجم خطأ (MSE) لطريقة التقدير الإمكان الأعظم (MLE) التي فازت في جميع النماذج المفترضة آنفة الذكر عند حجم العينة (100,150)، والمقارنة بين هذه الحجوم للخطأ ان الانموذج الرابع (Model 4) قد حصل على اقل قيمة من قيم المعيار (MSE)، لذا يكون هو أفضل انموذج مفترض مقارنة بباقي النماذج المفترضة الأخرى، وكما موضح بالجدول (3-30) الاتي:

جدول (3-30)

$\sum MSE$					
Model	MLE	CVM	Per	Best size	Best
Model 1	0.005781399			100	
Model 2	0.000533057			50	
Model 3	0.001711238			150	
Model 4	7.47E-05			150	Best size
Model 5	0.000375075			100	
Model 6	0.000217688			150	
Model 7	1.16E-03			150	
Model 8	0.000681525			150	est MLE
Model 9	0.006167			100	

نلاحظ من الجدول أعلاه (3-30) ان الأنموذج رقم (4) هو افضل انموذج مقترح كونه حصل على اقل حجم خطأ وهو (7.47E-05) وان الحجم (150) فاز بخمس نماذج عليه يكون هو الأفضل من بين حجوم العينة المختارة الأخرى.

- 7- عليه يكون التوزيع الاحتمالي المقترح (APTk) اكثر فاعلية في حجوم العينة الكبير وهذا ينسجم مع حجم العينة المختارة للبيانات الحقيقية والتي سيتم تطبيقها في الجانب العملي في الفصل الرابع لتقدير معالم التوزيع الاحتمالي المقترح (APTk) ودالته المعولية الضبابية $R(x)$.
- 8- وان أفضل قطع لتضبيب البيانات هو القطع (0.1) كونه يقع في الانموذج الأفضل (Model 4) ويأتي بعده القطع (0.20) وهذا ما سنستعمله في الجانب التطبيقي.



الفصل الرابع
الجانب التطبيقي

4-1- تمهيد

يتضمن هذا الفصل من الرسالة التطبيق العملي على البيانات الأصلية (الحقيقية) التي حصلت عليها الباحثة من شركة اتصالات زين العراق في كربلاء المقدسة، إذ تمثل هذه المشاهدات أوقات الاشتغال لأبراج الاتصالات لحين توقفها عن العمل خلال عام (2021)، بهدف تطبيقها في التوزيع الاحتمالي المقترح وتقدير معالمته ودالة المعولية، ان تقدير دالة المعولية لأي آلة أو ماكينة يعتمد على طبيعة البيانات التي تم جمعها او تم الحصول عليها والخاصة بهذه الماكينة إذ إن دالة المعولية وكما معروف هي قدرة الماكينة أو أي جهاز على الاستمرارية بالعمل الى حين توقفه او عطبه خلال مدة زمنية محددة، الا أنه يمكن ان تتوقف الماكينة عن العمل قبل الفترة الزمنية المحددة مما تسبب نوع من عدم التأكد لدى الباحث لتحديد المدة الزمنية الحقيقية للتوقف لتلك الماكينة وهذا يؤدي الى وجود الضبابية في زمن التوقف او العطب لتلك الآلة، وهنا سنقوم بأجراء التطبيق العملي على البيانات الحقيقية قبل التضييب وبعد التضييب والمقارنة بينها، إذ ان هذه الضبابية تؤدي بنا الى انه دالة المعولية التي سنقوم بتقديرها هي دالة المعولية الضبابية.

4-2- نبذة مختصرة عن اتصالات زين العراق: [29]

زين العراق هي إحدى شركات مجموعة زين الرائدة في منطقة الشرق الأوسط وأفريقيا في مجال خدمات الاتصالات والإنترنت والبيانات المتنقلة، تأسست عام (2003) باسم شركة (أتي سي) أثير وإن استراتيجيتها زين العراق مبنية على أمور أهمها هو فهم رغبة المستهلك وجعله محور أي خدمة أو فكرة، لتقديم أفضل الخدمات وأكثرها تطوراً للمستهلكين، لتحقيق ما يطمحون إليه، وتعد كأول شركة اتصالات تطلق خدمات الجيل الرابع في جميع محافظات العراق وذلك بالتعاون مع شركائها من مجهزي التكنولوجيا العالمية المعتمدة وبأحدث التقنيات واسرع الاتصالات في العالم.

4-3- عينة الرسالة للبيانات غير المضببة:

تم جمع بيانات تمثل أوقات الاشتغال لحين التوقف أو العطب لعينة عشوائية متكونة من (100) برج من ابراج شركة اتصالات زين العراق في محافظة كربلاء المقدسة، لعام (2021) ولغاية ثمانية اشهر من شهر كانون الثاني لغاية شهر آب وكما هو مسجل في الجدول (4-1) الآتي :

الجدول (1-4)

يمثل فترة تشغيل الأبراج لحين العطل ومقاسة بالأشهر

(البيانات للرسالة)	1	2	2.7	3.3	4	4.5	5.4	5.9	6.7	7.5	الحقيقية
	1	2.3	2.7	3.3	4	4.7	5.4	6	6.7	7.5	
	1	2.3	2.8	3.5	4	4.7	5.4	6	6.7	7.5	
	1.5	2.5	2.8	3.5	4	4.7	5.4	6	6.9	7.5	
	1.5	2.5	2.8	3.5	4.1	5	5.5	6.4	6.9	7.7	
	1.8	2.5	3	3.6	4.1	5	5.5	6.4	6.9	7.7	
	1.8	2.5	3	3.6	4.4	5	5.7	6.4	6.9	7.7	
	1.8	2.6	3	3.6	4.4	5.2	5.7	6.4	7	7.8	
	2	2.6	3	3.7	4.5	5.2	5.7	6.5	7	8	
	2	2.7	3.3	3.7	4.5	5.2	5.9	6.5	7	8	

4-4- معايير اختبار حسن المطابقة (Goodness of fit):

تم في رسالتنا استعمال اختبار (Kolmogorov-Smirnov)، واختبار (Anderson -Darling) لمعرفة فيما إذا كانت البيانات الحقيقية التي جمعتها الباحثة تتبع في توزعها التوزيع المقترح من عدمه وفق الفرضيتين التاليتين:

H_0 : The data have (APTK) distribution.

H_1 : The data do not have (APTK) distribution.

وان نتائج الاختبار التي تم الحصول عليها تم درجها في الجدول رقم (2-4) التالي:
جدول رقم (2-4) يبين نتائج اختبارات حسن المطابقة

Distribution	AD test			
	Kolmogorov-Smirnov		Statistic	
	Statistic	P-Value	Statistic	P-Value
APTK	0.77073	0.30482	0.98457	0.060265

يتبين لنا من الجدول (2-4) أعلاه ان قيمة P-Value لاختبار (Kolmogorov-Smirnov) لتوزيع (APTK) قد بلغت (0.30482) وهي غير معنوية وتعني ان البيانات تمتلك توزيع (APTK)، وان قيمة P-Value بالنسبة لاختبار AD test لتوزيع (APTK) قد بلغت (0.060265) وهي ايضاً غير معنوية، عليه يكون القرار الاحصائي هو عدم رفض فرضية العدم H_0 أي ان البيانات الحقيقية تتبع في توزيعها توزيعنا المقترح (APTK).

في حين تبين ان قيمة (P-Value) لاختبار توزيع (kappa) كانت معنوية لكلا الاختبارين ونستنتج ان البيانات الحقيقية لا تتوزع توزيع كبا (kappa)

4-5- معايير اختيار افضل توزيع:

تم اعتماد المعايير الإحصائية (AIC) و(AICc) و(BIC) لمعرفة فيما اذا كان التوزيع الذي تم اقتراحه (APTK) افضل في تمثيل البيانات الحقيقية من توزيع كبا الأصلي (kappa) وقد تم الحصول على النتائج وادراجها في الجدول (3-4) التالي:

جدول رقم (3-4)

يبين قيم اختبارات اختيار افضل توزيع

Distribution	LL	AIC	AICc	BIC	MSE
APTK	207.8140	423.6280	424.0403	434.0487	1.3182e-04
kappa	427.5973	861.1946	861.4395	869.0101	2.463e-02

نلاحظ من الجدول (3-4) أعلاه بان التوزيع المقترح (APTK) قد حصل على اقل قيمة بالنسبة للمعايير الإحصائية الثلاثة (AIC) و(AICc) و(BIC) من توزيع (kappa) عليه يكون توزيع (APTK) افضل في تمثيل البيانات الحقيقية المستعملة في الجانب التطبيقي من الرسالة.

جدول (4-4)

Distribution	σ	θ	β	α
APTK	3.3932 (0.3932)	2.2444 (0.0444)	6.1931 (0.1931)	0.2752 (0.0252)
kappa	0.0011 (1.0903e-04)	18.1722 (0.0016)	0.000391 (10.172)	-----

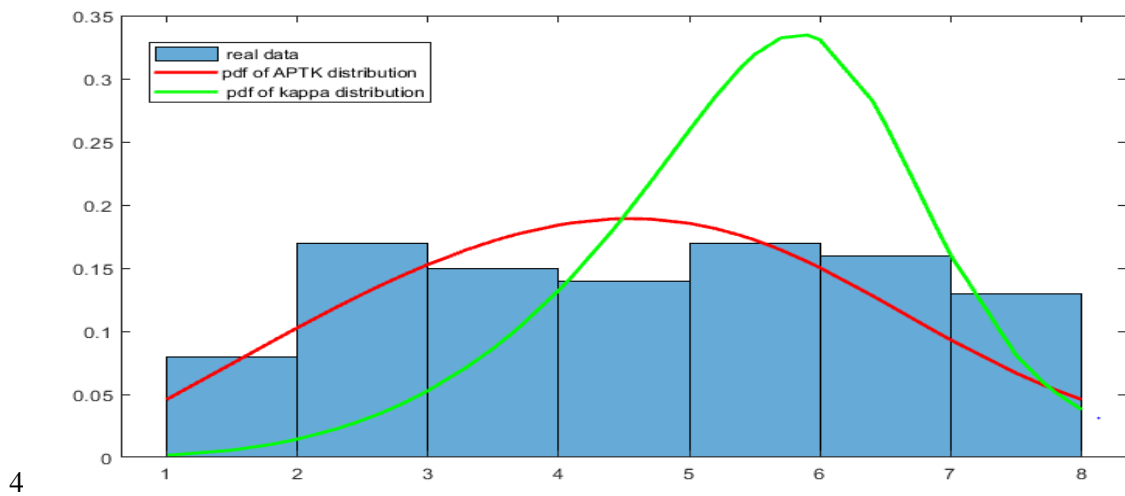
والجدول أعلاه رقم (4-4) يوضح قيم المعلمات الخاصة بالتوزيع المقترح عند تطبيق البيانات الحقيقية . والجدول رقم (5-4) التالي يوضح بعض المؤشرات الإحصائية الخاصة بالتوزيع المقترح عند تطبيق البيانات الحقيقية الموضحة في الجدول (1-4) وقيم المعلمات الموضحة في الجدول (4-4) التالي:

جدول رقم (4-5)

يوضح بعض المؤشرات الإحصائية الخاصة بالتوزيع المقترح للبيانات الحقيقية

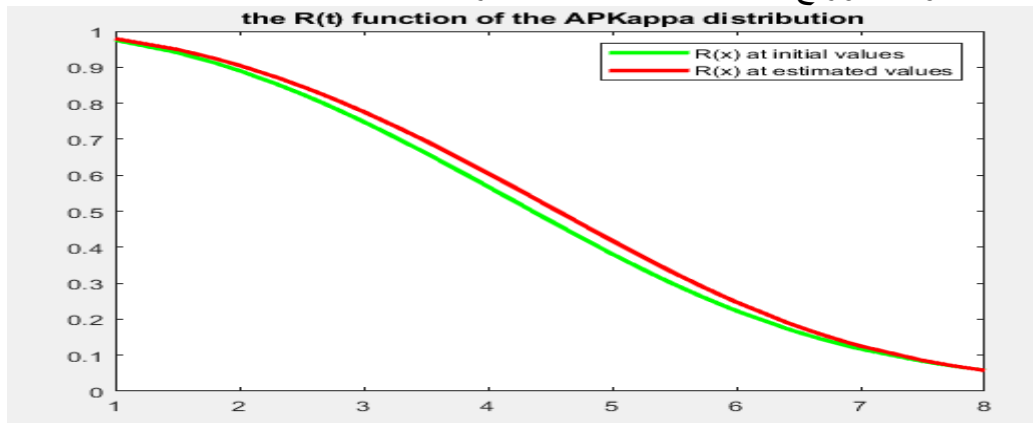
Coefficients	Value	Coefficients	Value
Mean	4.5920	Median	4.5000
Variance	3.7436	Standard Deviation	1.9348
Skewness	0.024181	Max	8
Kurtosis	1.11276-	Min	1

والشكل رقم (4-1) التالي يمثل مدى ملائمة التوزيع المقترح (APTK) للبيانات الحقيقية مقارنة بتوزيع (kappa) الأصلي وكما يلي:



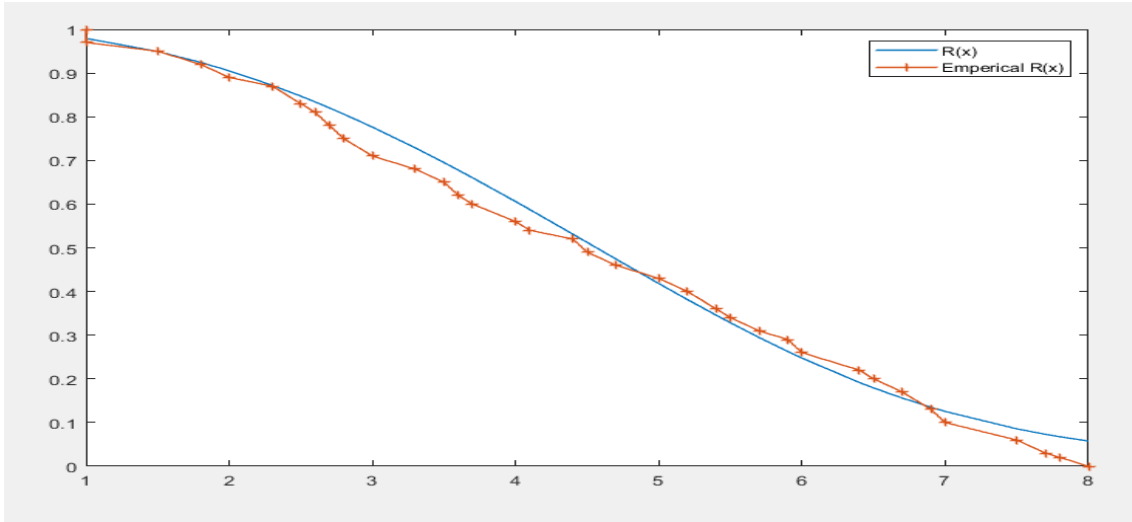
الشكل رقم (4-1) يمثل مدى ملائمة التوزيع المقترح (APTK) للبيانات الحقيقية مقارنة بتوزيع (kappa) الأصلي يتضح من الشكل (4-1) أعلاه افضلية التوزيع المقترح (APTK) على توزيع كبا (kappa) في تمثيل البيانات الحقيقية

والشكل رقم (4-2) التالي يبين الرسم البياني لدالة المعولية لتوزيع (APTK) بالنسبة للبيانات الحقيقية مقارنة بدالة المعولية للتوزيع نفسه بالنسبة للبيانات المقدر



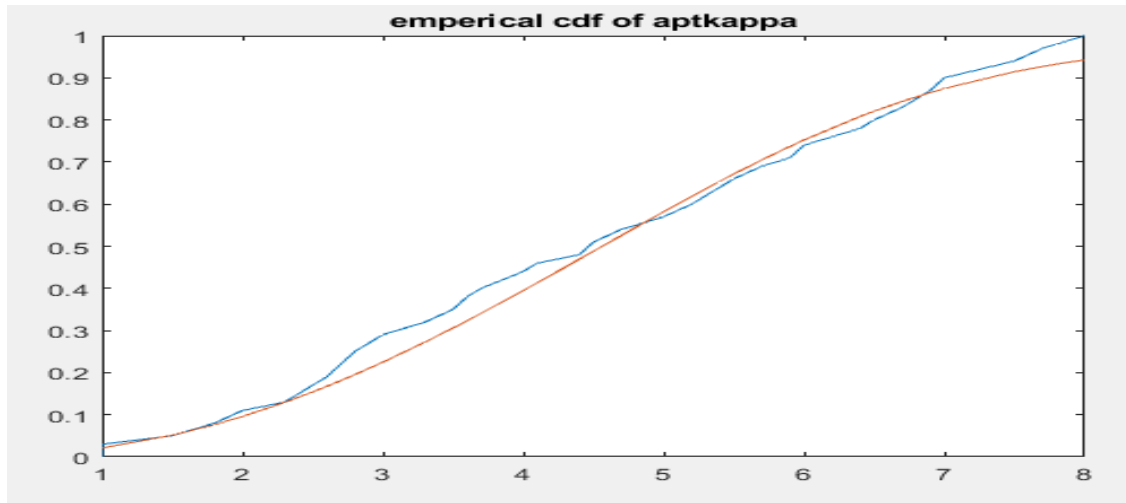
شكل (4-2) يوضح الفرق بين دالة المعولية الضبابية لتوزيع (APTK) ودالة المعولية الضبابية للتوزيع الخام (Empirical Distribution). المصدر: اعداد الباحثه

والشكل رقم (3-4) التالي يبين الرسم البياني لدالة المعولية $(R(x))$ لتوزيع (APTK) مقارنة بدالة المعولية $(R(x))$ للتوزيع الخام (Empirical Distribution).



المصدر: اعداد الباحثه

شكل رقم (3-4) يبين الرسم البياني للدالة المعولية الحقيقية $(R(x))$ لتوزيع (APTK) مقارنة بدالة المعولية $(R(x))$ للتوزيع الخام (Empirical Distribution).
والشكل رقم (4-4) التالي يبين الرسم البياني للدالة التجميعية (CDF) لتوزيع (APTK) مقارنة بدالة التوزيع التجميعية (CDF) للتوزيع الخام (Empirical Distribution).



المصدر: اعداد الباحثه

شكل (4-4) يوضح الفرق بين الرسم البياني للدالة التجميعية (CDF) لتوزيع (APTK) مقارنة بدالة التوزيع التجميعية (CDF) للتوزيع الخام (Empirical Distribution).

6-4 - تضبيب البيانات (Data Fuzziness)

سنقوم في هذا القسم من الفصل الرابع في الجانب التطبيقي بتضبيب البيانات الحقيقية التي جمعتها الباحثة في الجدول (4-1) وذلك بتحويل متجه العينة الحقيقي $t_{\text{Outlier}} = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ الى الضبابية وذلك عبر إيجاد درجة انتماء مقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات متجه العينة الحقيقي (التقليدي) المضبيب باستعمال دالة الانتماء المثلثية وكما يلي:

$$\mu_A(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t < a \\ \frac{t - a}{b - a} & \text{if } a \leq t \leq b \\ 0 & \text{if } t > b \end{cases} \quad \dots (1 - 4)$$

إذ ان (a) تمثل اقل قيمة من قيم العينة الحقيقي التقليدي وان (b) يمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات العينة الحقيقي التقليدي، وبالتالي ينتج عندنا متجه ضبابي $\hat{t} = (\hat{t}_1, \hat{t}_2, \hat{t}_3, \dots, \hat{t}_n)$ يمثل كل مشاهدة ودرجة انتمائها. (بشار، 2022، ص: 135-136)

عليه سنقوم بتضبيب البيانات الحقيقية بأجراء القطع عليها ب(0.1) و(0.20) لنحصل على متجهين عشوائيين للضبابية احدهم عند القطع (0.1) والآخر عند القطع (0.20)، حيث ان قيمة القطع (0.1) هي التي ترشحت لنا من الجانب التجريبي ولاحظنا انه قيم التوزيع الجديد المحول تقديره للمعلمات افضل من التوزيع القديم بالنسبة للمتجه الضبابي، وبعد ذلك نقوم بإجراء الاختبارات الإحصائية (AIC, CAIC, BIC) التي تم استعمالها على البيانات الحقيقية الغير مضببة لنحصل على النتائج في الجدول (6-4) التالي:

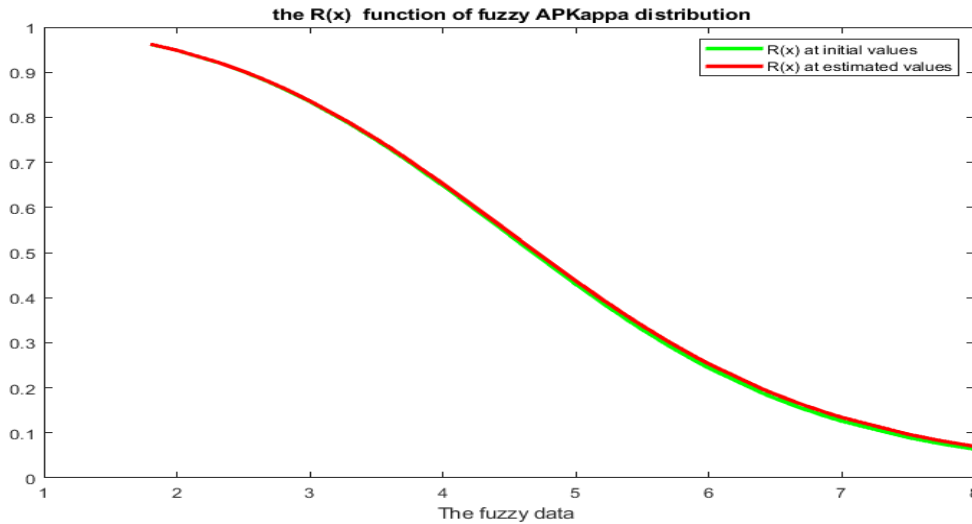
جدول (6-4)

يمثل نتائج الاختبارات الإحصائية (AIC, CAIC, BIC) على البيانات المضببة

Fuzzy dist	$\hat{\sigma}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\alpha}$	AIC	cAIC	BIC	Mse_ $\hat{R}(t)$
AP Kappa at cut =0.1	3.0973	2.5136	6.2552	0.2595	393.1301	390.287	400.0681	1.0615e-04
Mse	7.29E-06	1.84E-04	0.003	9.10E-05				
AP Kappa at cut=0.2	3.379	2.7292	6.439	0.277	351.1192	351.595	360.9828	5.23E-04
Mse	0.0778	0.0525	0.0572	7.34E-04				

يتضح من الجدول (4-6) أعلاه ان قيم الاختبارات الإحصائية (AIC, CAIC, BIC) عند القطع (0.1) بالنسبة للتوزيع المقترح (APTk) قد بلغت (393.1301, 390.287, 400.0681) على التوالي. وكذلك قيم الاختبارات الإحصائية (AIC, CAIC, BIC) عند القطع (0.2) بالنسبة للتوزيع المقترح (APTk) قد بلغت (351.1192, 351.595, 360.9828) على التوالي، الا انه من الملاحظ ان قيمة المعيار متوسط مربعات الخطأ (mse) للتوزيع المقترح (APTk) بلغ (1.0615e-04) عند القطع (0.1) وقيمتها لنفس التوزيع عند القطع (0.2) هي (5.23E-04)، وهذا يفسر لنا بان التوزيع المقترح (APTk) هو افضل في تمثيل البيانات الحقيقية المضطربة عند القطع (0.1) والقطع (0.2).

والشكل (4-5) التالي يمثل الرسم البياني لسلوك المقدرة الضبابية بالنسبة للتوزيع المقترح (APTk)



شكل رقم (4-5)

الشكل (4-5) التالي يمثل الرسم البياني لسلوك المقدرة الضبابية بالنسبة للتوزيع المقترح (APTk)

المصدر: اعداد الباحثة

وبتطبيق المعلمات المقدرة في الجدول (4-4) لكل زمن من البيانات الحقيقية التي جمعتها الباحثة في الجدول (4-1) بعد اجراء التضبيب عند القطع (0.1) حصلنا على مقدرات الدالة المعولية الضبابية الحقيقية ودالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح (APTk) وكما موضح في الجدول (4-7) التالي

جدول (4-7)

	x_0.1	f(x)	R(x)
1.	1.8	0.945885	0.074032
2.	1.8	0.945885	0.074032
3.	1.8	0.945885	0.074032
4.	2	0.929909	0.085759

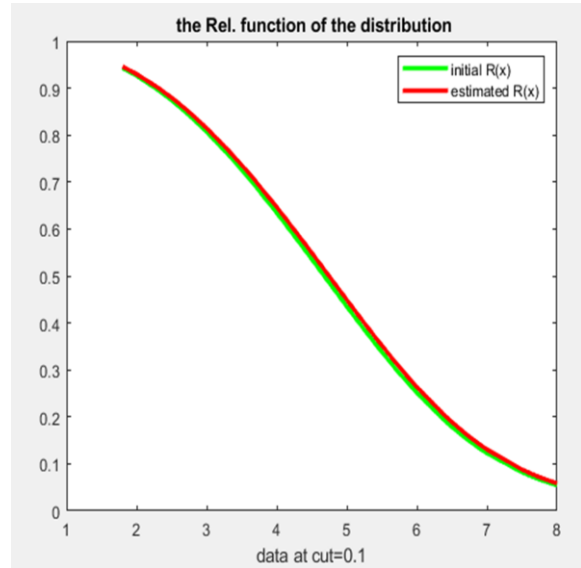
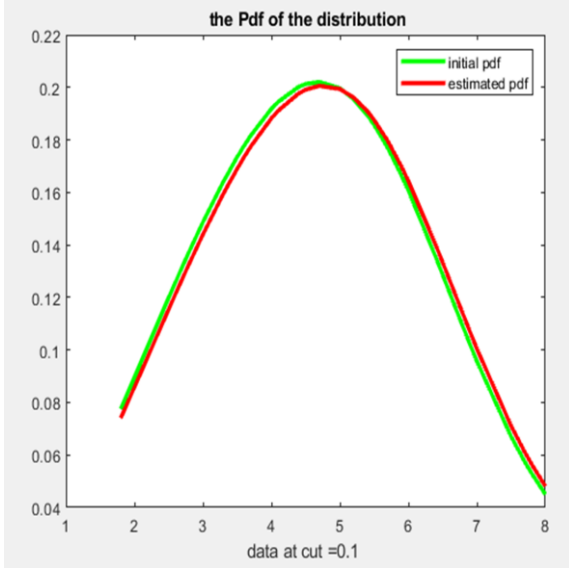
5.	2	0.929909	0.085759
6.	2	0.929909	0.085759
7.	2.3	0.901508	0.1036
8.	2.3	0.901508	0.1036
9.	2.5	0.8796	0.11546
10.	2.5	0.8796	0.11546
11.	2.5	0.8796	0.11546
12.	2.5	0.8796	0.11546
13.	2.6	0.867761	0.121328
14.	2.6	0.867761	0.121328
15.	2.7	0.855337	0.12713
16.	2.7	0.855337	0.12713
17.	2.7	0.855337	0.12713
18.	2.8	0.842337	0.132849
19.	2.8	0.842337	0.132849
20.	2.8	0.842337	0.132849
21.	3	0.814648	0.143965
22.	3	0.814648	0.143965
23.	3	0.814648	0.143965
24.	3	0.814648	0.143965
25.	3.3	0.769082	0.159557
26.	3.3	0.769082	0.159557
27.	3.3	0.769082	0.159557
28.	3.5	0.736211	0.16901
29.	3.5	0.736211	0.16901
30.	3.5	0.736211	0.16901
31.	3.6	0.719089	0.173397
32.	3.6	0.719089	0.173397
33.	3.6	0.719089	0.173397
34.	3.7	0.70154	0.17753
35.	3.7	0.70154	0.17753
36.	4	0.64661	0.188214
37.	4	0.64661	0.188214
38.	4	0.64661	0.188214
39.	4	0.64661	0.188214
40.	4.1	0.62764	0.191137

41.	4.1	0.62764	0.191137
42.	4.4	0.569227	0.197712
43.	4.4	0.569227	0.197712
44.	4.5	0.549382	0.199109
45.	4.5	0.549382	0.199109
46.	4.5	0.549382	0.199109
47.	4.7	0.509381	0.200605
48.	4.7	0.509381	0.200605
49.	4.7	0.509381	0.200605
50.	5	0.449276	0.199382
51.	5	0.449276	0.199382
52.	5	0.449276	0.199382
53.	5.2	0.409691	0.196138
54.	5.2	0.409691	0.196138
55.	5.2	0.409691	0.196138
56.	5.4	0.370952	0.190922
57.	5.4	0.370952	0.190922
58.	5.4	0.370952	0.190922
59.	5.4	0.370952	0.190922
60.	5.5	0.352023	0.187589
61.	5.5	0.352023	0.187589
62.	5.7	0.31528	0.179538
63.	5.7	0.31528	0.179538
64.	5.7	0.31528	0.179538
65.	5.9	0.28032	0.169798
66.	5.9	0.28032	0.169798
67.	6	0.263609	0.164371
68.	6	0.263609	0.164371
69.	6	0.263609	0.164371
70.	6.4	0.202628	0.139929
71.	6.4	0.202628	0.139929
72.	6.4	0.202628	0.139929
73.	6.4	0.202628	0.139929
74.	6.5	0.188962	0.133374
75.	6.5	0.188962	0.133374
76.	6.7	0.163614	0.120089

77.	6.7	0.163614	0.120089
78.	6.7	0.163614	0.120089
79.	6.9	0.14092	0.106896
80.	6.9	0.14092	0.106896
81.	6.9	0.14092	0.106896
82.	6.9	0.14092	0.106896
83.	7	0.130554	0.100448
84.	7	0.130554	0.100448
85.	7	0.130554	0.100448
86.	7.5	0.087908	0.07106
87.	7.5	0.087908	0.07106
88.	7.5	0.07106	0.087908
89.	7.5	0.07106	0.087908
90.	7.7	0.061041	0.074716
91.	7.7	0.061041	0.074716
92.	7.7	0.061041	0.074716
93.	7.8	0.056446	0.068844
94.	8	0.048087	0.058409
95.	8	0.048087	0.058409
96.	7.5	0.07106	0.087908
AVERAGE	4.770526	0.142841	0.502387

نلاحظ من الجدول رقم (4-7) أعلاه ان متوسط عمر البرج الواحد هو (4.770526) عند التضبيب (0.10) أي تقريبا خمسة اشهر، وان متوسط دالة المعولية الضبابية المقدره للبيانات الحقيقية المضبية قد بلغت (0.502387) أي اننا يمكن ان نعول على جودة هذه الأبراج .

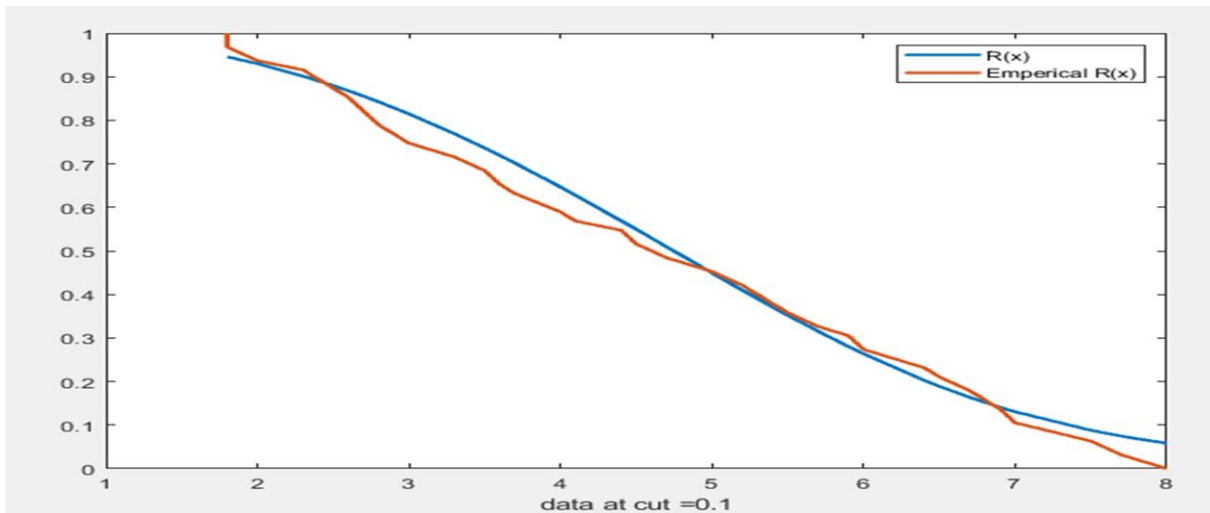
والأشكال (6-4) و(7-4) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الضبابية الحقيقية مقارنة بدالة المعولية الضبابية المقدره وكذلك دالة (pdf) بالنسبة للتوزيع المقترح (APTK)، عند القطع (0.1)



شكل (7-4) يمثل الرسم البياني لسلوك دالة (pdf) الحقيقية مقارنة بدالة الـ (cdf) المقدره عند القطع (0.1)

شكل (6-4) يمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الضبابية الحقيقية مقارنة بدالة المعولية الضبابية المقدره عند القطع (0.1)

والشكل (8-4) التالي يمثل سلوك دالة المعولية الضبابية الحقيقية للتوزيع المقترح مقارنة بالتوزيع الخام



شكل رقم (8-4)

الشكل (8-4) التالي يمثل سلوك دالة المعولية الضبابية الحقيقية للتوزيع المقترح مقارنة بالتوزيع الخام المصدر: اعداد الباحثه

وبتطبيق المعلومات المقدره في الجدول (4-4) لكل زمن من البيانات الحقيقية التي جمعتها الباحثة في الجدول (1-4) بعد اجراء التضبيب عند القطع (0.2) حصلنا عل مقدرات الدالة المعولية الضبابية الحقيقية ودالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح (APTK) وكما موضح في الجدول (8-4) التالي:

جدول رقم (4-8)

يوضح مقدرات دالة المعوليه الحقيقية ودالة التوزيع التجميعية للتوزيع المقترح بتطبيق البيانات الحقيقية

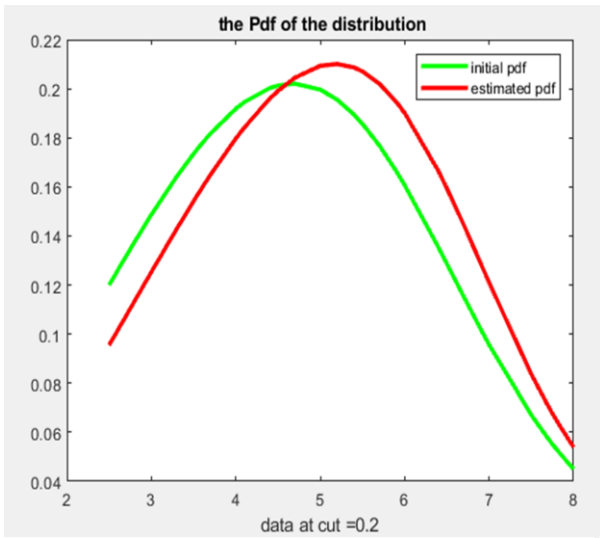
	X - 0.20	f(x)	R(x)
1.	2.5	0.095513461	0.909475
2.	2.5	0.095513461	0.909475
3.	2.5	0.095513461	0.909475
4.	2.5	0.095513461	0.909475
5.	2.6	0.101434585	0.899627
6.	2.6	0.101434585	0.899627
7.	2.7	0.107389831	0.889186
8.	2.7	0.107389831	0.889186
9.	2.7	0.107389831	0.889186
10.	2.8	0.113362413	0.878149
11.	2.8	0.113362413	0.878149
12.	2.8	0.113362413	0.878149
13.	3	0.125290274	0.854282
14.	3	0.125290274	0.854282
15.	3	0.125290274	0.854282
16.	3	0.125290274	0.854282
17.	3.3	0.142867558	0.814045
18.	3.3	0.142867558	0.814045
19.	3.3	0.142867558	0.814045
20.	3.5	0.15415493	0.784335
21.	3.5	0.15415493	0.784335
22.	3.5	0.15415493	0.784335
23.	3.6	0.159609782	0.768645
24.	3.6	0.159609782	0.768645
25.	3.6	0.159609782	0.768645
26.	3.7	0.164911127	0.752418
27.	3.7	0.164911127	0.752418
28.	4	0.179677562	0.700683
29.	4	0.179677562	0.700683
30.	4	0.179677562	0.700683
31.	4	0.179677562	0.700683
32.	4.1	0.184145387	0.68249
33.	4.1	0.184145387	0.68249
34.	4.4	0.195852717	0.625422
35.	4.4	0.195852717	0.625422
36.	4.5	0.199106155	0.605671
37.	4.5	0.199106155	0.605671
38.	4.5	0.199106155	0.605671
39.	4.7	0.204482925	0.565285
40.	4.7	0.204482925	0.565285

41.	4.7	0.204482925	0.565285
42.	5	0.209319769	0.503111
43.	5	0.209319769	0.503111
44.	5	0.209319769	0.503111
45.	5.2	0.210083191	0.461136
46.	5.2	0.210083191	0.461136
47.	5.2	0.210083191	0.461136
48.	5.4	0.208652684	0.419224
49.	5.4	0.208652684	0.419224
50.	5.4	0.208652684	0.419224
51.	5.4	0.208652684	0.419224
52.	5.5	0.207065872	0.398433
53.	5.5	0.207065872	0.398433
54.	5.7	0.202085787	0.357478
55.	5.7	0.202085787	0.357478
56.	5.7	0.202085787	0.357478
57.	5.9	0.194678468	0.317761
58.	5.9	0.194678468	0.317761
59.	6	0.190084497	0.298518
60.	6	0.190084497	0.298518
61.	6	0.190084497	0.298518
62.	6.4	0.166409499	0.226958
63.	6.4	0.166409499	0.226958
64.	6.4	0.166409499	0.226958
65.	6.4	0.166409499	0.226958
66.	6.5	0.159392818	0.210665
67.	6.5	0.159392818	0.210665
68.	6.7	0.144472161	0.180262
69.	6.7	0.144472161	0.180262
70.	6.7	0.144472161	0.180262
71.	6.9	0.128859563	0.152922
72.	6.9	0.128859563	0.152922
73.	6.9	0.128859563	0.152922
74.	6.9	0.128859563	0.152922
75.	7	0.120984037	0.14043
76.	7	0.120984037	0.14043
77.	7	0.120984037	0.14043
78.	7.5	0.083659348	0.089484
79.	7.5	0.083659348	0.089484
80.	7.5	0.083659348	0.089484
81.	7.5	0.083659348	0.089484
82.	7.7	0.070647598	0.074077
83.	7.7	0.070647598	0.074077

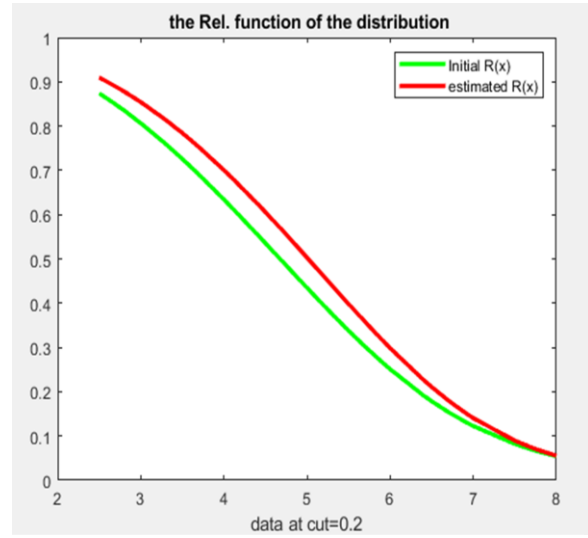
84.	7.7	0.070647598	0.074077
85.	7.8	0.064680612	0.067314
86.	8	0.053877783	0.055483
87.	8	0.053877783	0.055483
	5.025287	0.152018	0.497989

نلاحظ من الجدول رقم (4-8) أعلاه ان متوسط عمر البرج الواحد هو (5.025287) عند التضبيب (0.20) أي تقريبا خمسة اشهر، وان متوسط دالة المعولية الضبابية المقدرة للبيانات الحقيقية المضببة قد بلغت (0.497989) أي اننا يمكن ان نعول على جودة هذه الأبراج .

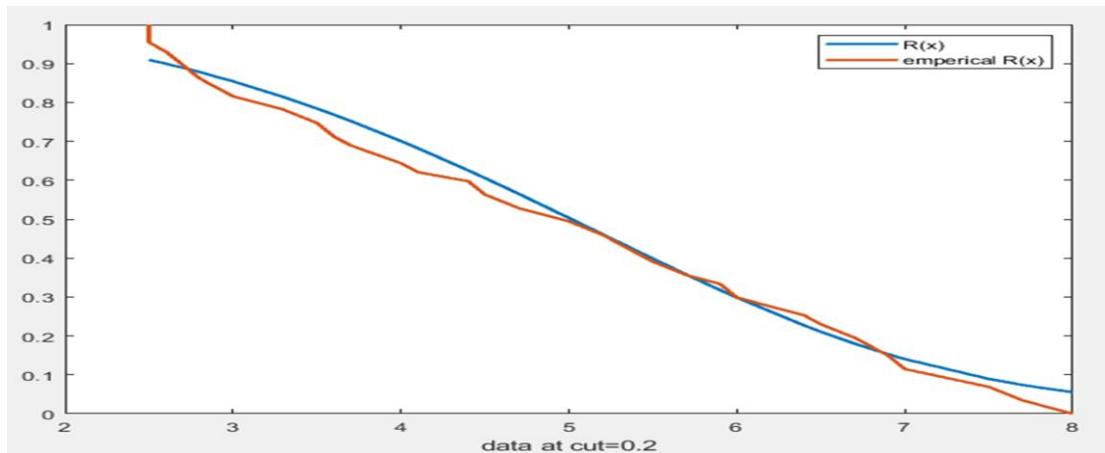
والأشكال (4-6) و(4-7) التالية تمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الضبابية الحقيقية مقارنة بدالة المعولية الضبابية المقدرة وكذلك دالة (pdf) بالنسبة للتوزيع المقترح (APTk)، عند القطع (0.1)



شكل (4-10) يمثل الرسم البياني لسلوك دالة (pdf) الحقيقية مقارنة بدالة الـ (cdf) المقدرة عند القطع (0.2)



شكل (4-9) يمثل الرسم البياني لسلوك دالة المعولية الضبابية الحقيقية مقارنة بدالة المعولية الضبابية المقدرة عند القطع (0.2)



الشكل (4-11) التالي يمثل سلوك دالة المعولية الضبابية الحقيقية للتوزيع المقترح مقارنة بالتوزيع الخام



الفصل الخامس

الاستنتاجات والتوصيات

• الاستنتاجات (Conclusions)

من خلال النتائج التي حصلت عليها الباحثة من الجانبين التجريبي والتطبيقي تم التوصل الى الاستنتاجات الآتية:

- 1- نستنتج من الجانب التجريبي أن مقدر طريقه الإمكان الأعظم بالنسبة للمعلمات ولدالة المعولية للتوزيع المقترح (APTk) هو المقدر الأفضل ولجميع حجوم العينة المختارة.
- 2- أفضل حجم عينة هو الحجم (150) لامتلاكه أقل متوسط مربعات خطأ (MSE) عند جميع النماذج المفترضة وهذا يتناسب مع النظرية الإحصائية كلما زاد حجم العينة قل حجم الخطأ.
- 3- أفضل انموذج مفترض هو الانموذج الرابع كونه قد حصل على اقل قيمة من قيم المعيار (MSE) عند افضل طريقة للتقدير (MLE) مقارنة بباقي النماذج.
- 4- ان طريقة الإمكان الأعظم (MLE) كانت الأفضل في تقدير دالة المعولية عند حجم عينة (150) للتوزيع المقترح (APTk).
- 5- كلما زاد القطع قل متوسط مربعات الخطأ وزادت دقة التقديرات المستخرجة وفق طريقه الإمكان الأعظم الضبابية.
- 6- كلما زاد القطع بالمجموعة الضبابية قلت العناصر التي لها انتماء اقل او تساوي القطع وبالتالي زيادة دقة طريقة التقدير.
- 7- افضل قطع للبيانات الحقيقية هو القطع (0.1) و(0.2)
- 8- ان التوزيع المقترح (APTk) هو أفضل من التوزيع الأصلي (kappa distribution) في تمثيل البيانات الحقيقية التي جمعتها الباحثة.

• التوصيات (Recommendations)

توصي الباحثة التوصيات الآتية:

- 1- التوسع في التعامل مع المنطق الضبابي خلال استعمال دوال ضبابية أخرى وذلك لوجود كثير من الظواهر التي تكون غامضة لذلك فإن الضبابية تكون حل لهذا الغموض.
- 2- استعمال طرائق تقدير حديثة لتقدير المعلمات ودالة المعولية كطريقة (أقصر مسافة) والطرائق البيزية ومن ثم مقارنتها مع طرائق التقدير التي اعتمدت في هذه الرسالة.
- 3- استعمال تطبيق تقنية (Alpha Power T.) لتحويل أنواع أخرى من التوزيعات مثلاً التوزيعات المخصصة (custom dist.)، والتوزيعات الأحادية (unilateral dist) التي تنطوي على قيود او شروط محددة تؤثر على توزيع البيانات فضلاً عن التوزيعات المتعددة الأبعاد (multivariate dist.).
- 4- يمكن اعتماد هذه الرسالة كأساس للباحثين في استخراج بعض المؤشرات الإحصائية المهمة لتوزيع كبا المحول مثل دالة البقاء.
- 5- بإمكان الجهات الحكومية وغير الحكومية وشركات الاتصالات والتي تعتمد بعملها على أبراج الاتصال والانترنت ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الرسالة، للاستفادة منها في مجال المعولية وصيانة الاجهزة وحساب عمرها التشغيلي واختبار كفاءة الشركات المصنعة للأجهزة وغيرها من المجالات.

المصادر

المراجع:

القرآن الكريم

المصادر العربية:

- [1] أوجي ، زينة ياوز عبد القادر ، (2009) ، " مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية للتوزيع الاسي باستخدام المحاكاة مع تطبيقها على الشركة العامة للصناعات الكهربائية " ، اطروحة دكتوراه ، جامعة بغداد ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد.
- [2] حافظ، علي ماضي، (2020). "بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط (الاسي -فريجت) لتقدير دالة المعولية الضبابية"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء.
- [3] عبداليمه، منال موسى، 2022، تقدير دالة المخاطرة لتوزيع كابا المحول مع تطبيق عملي، رسالة ماجستير، جامعة كربلاء، كلية الادارة والاقتصاد، كربلاء.
- [4] علي، بشار خالد، 2018، اختيار أفضل تقدير للمعولية الضبابية لتوزيع فريجت، رسالة ماجستير، جامعة كربلاء، كلية الادارة والاقتصاد، كربلاء.
- [5] فهد، باقر كريم، 2018 "اختيار أفضل طريقة لتقدير معالم توزيع كابا الاحتمالي مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد-جامعة كربلاء
- [6] مجلي، احمد عاجل. (2019). "تقدير دالة البقاء لتوزيع احتمالي مركب (وييل - رايلي) مع تطبيق عملي ". رسالة ماجستير. كلية الادارة والاقتصاد -جامعة كربلاء.
- [7] محمد، اماني موسى، 2007 "التحليل الاحصائي للبيانات" معهد الدراسات والبحوث الإحصائية، القاهرة
- [8] نصر الله، مهدي وهاب، 2015 "بناء توزيع أسي-باريتو الموزون" أطروحة دكتوراه ،كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
- [9] هرموش، عذراء كامل، (2015)، " استعمال اسلوب Bayes وتحويالت Mellin لتقدير دالتي المعولية والتاحية في حالة وجود بيانات ضبابية مع تطبيق عملي " ، رسالة ماجستير ، جامعة بغداد ، كلية الادارة والاقتصاد

- 10-Abdullahi, U. K., & Ieren, T. G. (2018). On the inferences and applications of transmuted exponential Lomax distribution. International Journal of Advanced Statistics and Probability, 6(1), 30-36.
- 11-Ahmad, Z., Hamedani, G. G., & Butt, N. S. (2019). Recent developments in distribution theory: a brief survey and some new generalized classes of distributions. Pakistan Journal of Statistics and Operation Research, 87-110.
- 12-Arshad, M. Z., Iqbal, M. Z., & Ahmad, M. (2018). Transmuted exponentiated moment pareto distribution. Open Journal of Statistics, 8(6), 939-961.
- 13-Bohdan S. Butkiewicz, (2003) , " fuzzy – evidence approach to uncertainty modeling and reliability " , warsaw university of technology , institute of electronic systems , ul . nowowiejska , Vol.15, No.16 , page (75-85).
- 14-Chauveau, D. (1995). Statistiques descriptives. Notes du cours. Université D'Orléans. <http://thebear45.free.fr/miage/Master>, 201.
- 15-Chung Wu.Hsien,(2004),"Fuzzy reliability estimation using Bayesian approach",Computers & Industrial Engineering, Vol. 46, No3, page(467-493).
- 16-Dey, S., Kumar, D., Ramos, P. L., & Louzada, F. (2017). Exponentiated Chen distribution: Properties and estimation. Communications in Statistics-Simulation and Computation, 46(10), 8118-8139.
- 17-Dey, S., Mazucheli, J., & Nadarajah, S. (2018). Kumaraswamy distribution: different methods of estimation. Computational and Applied Mathematics, 37, 2094-2111.
- 18-Elbatal, I., Ahmad, Z., Elgarhy, M., & Almarashi, A. M. (2018). A new alpha power transformed family of distributions: properties

- and applications to the Weibull model. Journal of Nonlinear Science and Applications, 12(1), 1-20.
- 19-Eldeeb, A. S., Ahsan-UI-Haq, M., & Babar, A. (2021). A discrete analog of inverted Topp-Leone distribution: properties, estimation and applications. International Journal of Analysis and Applications, 19(5), 695-708.
- 20-Evans, D. L., Drew, J. H., & Leemis, L. M. (2017). The distribution of the Kolmogorov–Smirnov, Cramer–von Mises, and Anderson–Darling test statistics for exponential populations with estimated parameters. Computational probability applications, 165-190.
- 21-Farahat ; M. Al-Shammari ; (2004) ; " Power system reliability evaluation and quality assessment by fuzzy logic technique ", IEEE Xplore, Vol.1, Page(478-483).
- 22-Finkelstein-Fox, L., & Park, C. L. (2019). Control-coping goodness-of-fit and chronic illness: a systematic review of the literature. Health psychology review, 13(2), 137-162.
- 23-Hassan, A. S., Mohamd, R. E., Elgarhy, M., & Fayomi, A. (2018). Alpha power transformed extended exponential distribution: properties and applications. Journal of Nonlinear Sciences and Applications, 12(4), 62-67.
- 24-Hawash, Mohammed Kadhim , (2020)," Discussing Fuzzy Reliability Estimators of Function of Mixed Probability Distribution by Simulation", Baghdad Science Journal, P-ISSN: 2078-8665, E-ISSN: 2411-7986, 17(1):141-149, DOI: <http://dx.doi.org/10.21123/bsj.2020.17.1.0141>
- 25-Huang, Hong-Zhong ; Zuo, Ming. J & Sun, Zhan-Quan , (2006) , " Bayesian reliability analysis for fuzzy lifetime data " , Fuzzy Sets and Systems 157, 1674-1686
- 26-Hussein, L. K., Hussein, I. H., & Rasheed, H. A. (2021). An Estimation of Survival and Hazard Rate Functions of Exponential Rayleigh Distribution. Ibn AL-Haitham Journal For Pure and Applied Sciences, 34(4), 93-107.

- 27-Ibrahim , Nathier & A. Mohammed, Hussein, (2017),
"Parameters and Reliability Estimation for the Fuzzy Exponential
Distribution", American Journal of Mathematics and Statistics, ,
Vol. 12 ,No.1, page (31-42).
- 28-J.R.M Hosking , (1994), The four parameter kappa distribution
,IBM J.RES. DEVELP. VOL 38, NO3 MAY 1994.17.
- 29-J.S. Park; H.S. Jung, (2002), Modeling Korean extreme rainfall
using a kappa distribuion and maximum liklihood estimate
,Springer-Verlag , theor Appl Climatol 72.55-64.
- 30-Khan, M. S. U. R., Hussain, Z., & Ahmad, I. (2021). Effects of L-
moments, maximum likelihood and maximum product of spacing
estimation methods in using pearson type-3 distribution for
modeling extreme values. Water Resources Management, 35,
1415-1431.
- 31-Kumphon, Bungon , (2012), Maximum Entrope and Maximum-
Likelihood Estimation for the Three-Parameter Kappa
Distribution ,open Journal of statistics, 2012,2,415-419.
- 32-Lazar, Marian, et al. "Modeling space plasma dynamics with
anisotropic Kappa distributions." Multi-scale Dynamical
Processes in Space and Astrophysical Plasmas. Springer Berlin
Heidelberg, 2012
- 33-Livadiotis, G. (2015). Kappa distribution in the presence of a
potential energy. Journal of Geophysical Research: Space
Physics, 120(2), 880-903.
- 34-Maydeu-Olivares, A., Fairchild, A. J., & Hall, A. G. (2017).
Goodness of fit in item factor analysis: Effect of the number of
response alternatives. Structural Equation Modeling: A
Multidisciplinary Journal, 24(4), 495-505.
- 35-Méndez-González, L. C., Rodríguez-Picón, L. A., Pérez-Olguin,
I. J. C., Pérez-Domínguez, L. A., & Luviano Cruz, D. (2022). The
alpha power Weibull transformation distribution applied to
describe the behavior of electronic devices under voltage stress
profile. Quality Technology & Quantitative Management, 19(6),
692-721.

- 36-Mohiuddin, M., & Kannan, R. (2021). Alpha power transformed aradhana distributions, its properties and applications. *Indian Journal of Science and Technology*, 14(30), 2483-2493.
- 37-Myung, I. J. (2003). Tutorial on maximum likelihood estimation. *Journal of mathematical Psychology*, 47(1), 90-100.
- 38-Nasiru, S., Mwita, P. N., & Ngesa, O. (2019). Alpha power transformed Frechet distribution. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 13(1), 129-141
- 39- Park, J. S., & Jung, H. S. (2005). Modelling Korean extreme rainfall using a Kappa distribution and maximum likelihood estimate. *Theoretical and Applied climatology*, 72, 55-64.
- 40-Pierrard, V., & Lazar, M. (2010). Kappa distributions: Theory and applications in space plasmas. *Solar physics*, 267, 153-174.
- 41-Podesta, J. J. (2004). Plasma dispersion function for the kappa distribution (No. NASA/CR-2004-212770).
- 42-Schnatter , Sylvia fruhwrith , (1993) , " On fuzzy Bysian inference" institute fur stastik , wirtsch – a ftsunniversitat wien , Vol. 60, No. 1, page (41–58).
- 43-Singh, V. P., & Deng, Z. Q. (2003). Entropy-based parameter estimation for kappa distribution. *Journal of Hydrologic Engineering*, 8(2), 81-92.
- 44-Tadjiri Ahamada, S. (2019). Etude comparative de modèle d'évaluation d'actifs financiers: cas du MEDAF et du MEDAF baissier sur la BRVM.
- 45-W.MIELKE, PAUL; S.JOHNSON, EARL, (1973), Three-Parameter Kappa Distribution Maximum Likelihood Estimates and Likelihood Ratio Tests, UDC 551.501.45:551.509.617
- 46-Yalcinkaya, M., & Birgoren, B. (2017). Confidence interval estimation of Weibull lower percentiles in small samples via Bayesian inference. *Journal of the European Ceramic Society*, 37(8), 2983-2990.
- 47-ZeinEldin, R. A., Ahsan ul Haq, M., Hashmi, S., & Elsehety, M. (2020). Alpha power transformed inverse Lomax distribution with

different methods of estimation and applications. Complexity, 2020, 1-15.

48-Zhou jing-li,HU Ming &Jiang Ming,(2007),"Fuzzy reliability of an iscsi based disk array system",Journal of communication and computer Vol.4,No.7,page (37-42).

49- <https://www.iq.zain.com>.

الملاحق

جدول رقم (3-3)

n	t_i	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
25	0.72781	0.9514	0.92661	0.00061	0.95214	5.6E-07	0.95506	1.3E-05
	1.22686	0.84118	0.83093	0.00011	0.86219	0.00044	0.88033	0.00153
	1.26464	0.83076	0.82274	6.4E-05	0.85367	0.00053	0.8733	0.00181
	1.36513	0.80209	0.80047	2.6E-06	0.83	0.00078	0.85367	0.00266
	1.46445	0.77266	0.7778	2.6E-05	0.80528	0.00106	0.83295	0.00364
	1.56564	0.7419	0.75413	0.00015	0.77889	0.00137	0.81053	0.00471
	1.56678	0.74155	0.75386	0.00015	0.77859	0.00137	0.81027	0.00472
	1.5993	0.73156	0.74615	0.00021	0.76988	0.00147	0.80278	0.00507
	1.88263	0.64417	0.67717	0.00109	0.69049	0.00214	0.73202	0.00772
	2.30996	0.52009	0.57018	0.00251	0.56636	0.00214	0.60915	0.00793
\sum MSE				0.00049		0.00113		0.00398
Rank				1		2		3
n		R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
50	0.88157	0.92376	0.87776	0.00212	0.89818	0.00065	0.89818	0.00065
	0.88257	0.92356	0.87753	0.00212	0.89797	0.00066	0.89797	0.00066
	0.88496	0.92308	0.87698	0.00213	0.89747	0.00066	0.89747	0.00066
	0.9981	0.89878	0.84996	0.00238	0.87254	0.00069	0.87254	0.00069
	1.09049	0.87676	0.82671	0.00251	0.85047	0.00069	0.85047	0.00069
	1.12554	0.86795	0.81764	0.00253	0.84171	0.00069	0.84171	0.00069
	1.13605	0.86525	0.8149	0.00254	0.83904	0.00069	0.83904	0.00069
	1.20783	0.84634	0.79293	0.00255	0.82033	0.00068	0.82033	0.00068
	1.21875	0.84338	0.76734	0.00255	0.81741	0.00067	0.81741	0.00067
	1.31244	0.81729	0.76674	0.00249	0.7916	0.00066	0.81543	0.00065
\sum MSE				0.00239		0.00067		0.00067
Rank				3		1.5		1.5
n		R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
100	0.75291	0.94732	0.94563	2.8E-06	0.94421	9.7E-06	0.95403	4.5E-05
	0.79339	0.94038	0.93882	2.4E-06	0.93865	3E-06	0.9473	4.8E-05
	0.7982	0.93953	0.93798	2.4E-06	0.93798	2.4E-06	0.94651	4.9E-05
	0.85722	0.92856	0.92723	1.7E-06	0.92941	7.3E-07	0.93577	5.2E-05
	0.91694	0.91653	0.91547	1.1E-06	0.92023	1.4E-05	0.92386	5.4E-05
	0.97825	0.90327	0.90251	5.8E-07	0.91028	4.9E-05	0.91058	5.3E-05
	1.01979	0.89378	0.89323	3E-07	0.90324	8.9E-05	0.90099	5.2E-05
	1.02643	0.89223	0.89172	2.7E-07	0.90209	9.7E-05	0.89942	5.2E-05
	1.07987	0.87939	0.87914	6.2E-08	0.89263	0.00018	0.88635	4.9E-05

الملاحق

	1.1096	0.87199		0.87188	1.1E-08	0.88719	0.00023	0.87878	4.6E-05
	$\sum MSE$				1.2E-06		6.7E-05		5E-05
					1		3		2
n	R-real		R-MLE	MSE	R-PER	MSE	R-C.VM	MSE	
150	0.58907	0.97078		0.97187	1.2E-06	0.97875	6.4E-05	0.9664	1.9E-05
	0.5999	0.96946		0.97065	1.4E-06	0.97771	6.8E-05	0.96526	1.8E-05
	0.65482	0.96226		0.96398	2.9E-06	0.97191	9.3E-05	0.95921	9.3E-06
	0.69156	0.95698		0.95909	4.5E-06	0.96758	0.00011	0.95491	4.3E-06
	0.73439	0.95034		0.95298	6.9E-06	0.96206	0.00014	0.94966	4.6E-07
	0.7943	0.94022		0.94366	1.2E-05	0.95349	0.00018	0.94187	2.7E-06
	0.90564	0.91887		0.92404	2.7E-05	0.93488	0.00026	0.92603	5.1E-05
	0.92669	0.91448		0.91999	3E-05	0.93097	0.00027	0.92284	7E-05
	0.97702	0.90355		0.90992	4.1E-05	0.92113	0.00031	0.91495	0.00013
	0.98708	0.90129		0.90784	4.3E-05	0.91908	0.00032	0.91334	0.00015
$\sum MSE$				1.7E-05		0.00018		4.5E-05	
Rank				1		3		2	
$\sum Rank$				6		9.5		8.5	

نلاحظ من الجدول رقم (3-3) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج الاول وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

جدول رقم (6-3)

n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
25	1.010782	0.901287	0.911107	9.58E-05	0.93232	0.00096	0.956145	0.00300943
	1.046725	0.893238	0.905923	0.00016092	0.927173	0.00115163	0.951069	0.00334442
	1.170773	0.863447	0.887279	0.00056798	0.907887	0.00197493	0.930988	0.00456177
	1.515263	0.768406	0.82907	0.0036802	0.842218	0.00544833	0.85572	0.00762374
	1.617374	0.738129	0.810194	0.0051934	0.819534	0.00662675	0.828781	0.00821791
	1.862016	0.664644	0.762486	0.0095731	0.760054	0.00910307	0.75857	0.00882216
	1.969887	0.632566	0.740522	0.0116545	0.7319	0.00986724	0.726043	0.00873807
	2.065932	0.604488	0.720589	0.0134795	0.706064	0.0103178	0.696755	0.00851316
	2.404786	0.511102	0.648444	0.0188627	0.611518	0.0100833	0.594694	0.00698761
	2.425174	0.505826	0.644055	0.0191073	0.605764	0.00998755	0.588746	0.00687571
\sum MSE			0.00823754		0.00655206		0.00666939	
Rank			3		1		2	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
50	0.778559	0.94605	0.947552	2.26E-06	0.921243	0.0006154	0.972405	0.00069458
	0.900643	0.924146	0.927614	1.20E-05	0.902279	0.00047814	0.955545	0.00098589
	1.0992	0.881001	0.888161	5.13E-05	0.868641	0.00015278	0.917258	0.00131454
	1.144127	0.870094	0.878086	6.39E-05	0.860587	9.04E-05	0.906761	0.00134452
	1.17898	0.861376	0.869995	7.43E-05	0.854234	5.10E-05	0.898179	0.00135447
	1.220537	0.850706	0.860043	8.72E-05	0.846543	1.73E-05	0.887462	0.001351
	1.270965	0.837388	0.847541	0.00010309	0.837046	1.17E-07	0.873787	0.00132485
	1.3941	0.803405	0.815208	0.00013931	0.813153	9.50E-05	0.837626	0.0011711
	1.488678	0.776188	0.788842	0.00016013	0.794185	0.00032388	0.807619	0.00098791
	1.555717	0.756475	0.769478	0.00016908	0.780451	0.00057484	0.785438	0.00083888
\sum MSE			8.62515E-05		0.00023989		0.00113677	
Rank			1		2		3	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
100	0.612951	0.969592	0.96895	4.11E-07	0.935541	0.00115944	0.944335	0.00063789
	0.771309	0.947231	0.945391	3.39E-06	0.905975	0.00170204	0.921978	0.00063774
	0.777967	0.946147	0.944249	3.60E-06	0.904654	0.00172168	0.920984	0.00063319
	0.793271	0.94361	0.941577	4.13E-06	0.901592	0.00176547	0.918681	0.00062143
	0.834281	0.936518	0.934114	5.78E-06	0.893247	0.00187239	0.912407	0.00058136
	0.845335	0.934533	0.932028	6.28E-06	0.890962	0.00189843	0.910688	0.00056857
	0.963308	0.911483	0.907875	1.30E-05	0.86574	0.00209251	0.891672	0.00039251
	0.972511	0.909547	0.90585	1.36E-05	0.863713	0.00210075	0.890137	0.00037673
	1.009044	0.901669	0.897642	1.62E-05	0.855591	0.0021232	0.883977	0.00031303
	1.037102644	0.89542	0.891144	1.83E-05	0.849276	0.00212929	0.879171	0.000264033
\sum MSE			8.4752E-06		0.00185652		0.000502649	
Rank			1		3		2	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R_per	MSE	

الملاحق

150	0.747102	0.951077	0.951079	2.59E-12	0.962834	0.000138	0.937457	0.000185519
	0.824508	0.938247	0.940508	5.11E-06	0.952898	0.000214645	0.927118	0.000123863
	0.872372	0.92955	0.933464	1.53E-05	0.946111	0.000274273	0.920435	8.31E-05
	0.885204	0.927121	0.93151	1.93E-05	0.944208	0.000291967	0.918606	7.25E-05
	0.888659	0.92646	0.930979	2.04E-05	0.94369	0.000296858	0.918112	6.97E-05
	0.902629	0.923759	0.928812	2.55E-05	0.941568	0.000317184	0.916099	5.87E-05
	0.974809	0.90906	0.917104	6.47E-05	0.929953	0.000436505	0.905414	1.33E-05
	0.984651	0.906962	0.915441	7.19E-05	0.928285	0.000454652	0.903921	9.25E-06
	0.993422	0.905074	0.913946	7.87E-05	0.926782	0.000471205	0.902582	6.21E-06
	1.010658	0.901314	0.910972	9.33E-05	0.923782	0.000504771	0.899933	1.91E-06
	$\sum MSE$			3.94234E-05		0.000340006		6.24005E-05
	Rank			2		3		1
	$\sum Rank$			7		9		8

نلاحظ من الجدول رقم (3-5) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج الثاني وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

جدول رقم (3-9)

n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
25	0.912485	0.921824	0.92645	1.40E-06	0.923841	4.06E-06	0.888333	0.0011217
	0.940604	0.916178	0.920741	2.08E-05	0.919738	1.27E-05	0.883079	0.00109554
	1.046246	0.893347	0.897577	1.79E-05	0.903394	0.000100943	0.862583	0.000946429
	1.232348	0.847622	0.851104	1.21E-05	0.870938	0.000543619	0.82378	0.000568447
	1.269362	0.837818	0.841161	1.12E-05	0.863912	0.000680903	0.815691	0.000489604
	1.282268	0.834351	0.837648	1.09E-05	0.861417	0.000732537	0.812843	0.000462591
	1.506345	0.771022	0.773844	7.97E-06	0.814322	0.00187494	0.761467	9.13E-05
	1.621055	0.737029	0.739931	8.42E-06	0.787429	0.00254015	0.733999	9.18E-06
	1.781604	0.688785	0.692229	1.19E-05	0.746661	0.00334962	0.69467	3.46E-05
	2.232503	0.557323	0.564607	5.31E-05	0.614972	0.00332349	0.58288	0.000653165
	$\sum MSE$	0.8005299	0.8045292	0.000014479	0.8306624	0.001316296	0.7859325	0.000547256
	Rank			1		3		2
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
50	0.9564	0.912922	0.91674	1.48E-05	0.93558	0.000513	0.954263	0.00170906
	0.9584	0.912499	0.916459	1.56E-05	0.935328	0.000521157	0.953961	0.00171912
	1.193	0.857813	0.876265	0.000340471	0.902806	0.00202441	0.911165	0.00284649
	1.3234	0.823143	0.850594	0.000753506	0.881654	0.00342347	0.880777	0.00332168
	1.3371	0.819382	0.847775	0.000806171	0.879312	0.00359156	0.877353	0.00336063
	1.3496	0.815899	0.845158	0.000856107	0.877133	0.00374962	0.874161	0.00339449
	1.4885	0.77623	0.814778	0.00148596	0.851565	0.00567549	0.836503	0.00363293

الملاحق

	1.4899	0.775829	0.814464	0.00149274	0.851299	0.00569579	0.836111	0.003634
	1.502	0.772287	0.811692	0.00155278	0.848939	0.0058755	0.832639	0.00364234
	1.5729	0.751371	0.795094	0.00191172	0.834707	0.00694484	0.811804	0.00365214
	$\sum MSE$	0.8217375	0.8489019	0.000922986	0.8798323	0.003801484	0.8768737	0.003091288
	Rank			1		3		2
n		R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
100	0.7631	0.948546	0.95924	0.00011443	0.960394	0.00014	0.966089	0.000307772
	0.778	0.946137	0.957785	0.000135668	0.958604	0.000155433	0.964298	0.000329802
	0.8204	0.938971	0.953499	0.000211058	0.953275	0.000204592	0.95891	0.00039757
	0.8871	0.926757	0.94633	0.000383112	0.944155	0.000302708	0.949551	0.000519576
	0.9012	0.924033	0.944748	0.000429133	0.942114	0.000326921	0.947436	0.000547716
	1.085	0.884373	0.92201	0.00141655	0.91196	0.000761034	0.915701	0.00098144
	1.1598	0.866189	0.911573	0.0020597	0.897815	0.00100021	0.90065	0.00118758
	1.1942	0.857491	0.906543	0.00240612	0.89097	0.00112084	0.893355	0.00128627
	1.2142	0.852344	0.903551	0.00262218	0.886894	0.00119371	0.889012	0.00134451
	1.2969	0.948546	0.890629	0.0036289	0.869293	0.00151356	0.870266	0.0015902
	$\sum MSE$	0.9093387	0.9295908	0.001340685	0.9215474	0.000671901	0.9255268	0.000849244
	Rank			3		1		2
n		R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R_per	MSE
150	0.567	0.974844	0.9781	1.06E-05	0.981026	3.82E-05	0.983288	7.13E-05
	0.7352	0.952919	0.964792	0.000140959	0.964995	0.00014583	0.967769	0.000220522
	0.7623	0.94868	0.96236	0.000187127	0.96189	0.000174492	0.964713	0.000257032
	0.7631	0.948558	0.96229	0.000188569	0.9618	0.000175356	0.964624	0.00025812
	0.9507	0.914097	0.943255	0.000850198	0.936318	0.000493774	0.939228	0.000631589
	0.9712	0.909833	0.940947	0.000968077	0.933129	0.000542673	0.936025	0.000686019
	0.9981	0.90405	0.937823	0.00114061	0.928788	0.000611969	0.931661	0.000762348
	1.0393	0.894931	0.932902	0.00144184	0.921908	0.000727771	0.924733	0.000888154
	1.1263	0.874464	0.921832	0.00224377	0.906299	0.0010135	0.908986	0.00119181
	1.1429	0.870403	0.919624	0.00242275	0.903174	0.00107393	0.905831	0.00125511
	$\sum MSE$	0.9192779	0.9463925	0.00095945	0.9399327	0.00049975	0.9426858	0.0006222
	Rank			3		1		2
	$\sum Rank$			8		8		8

نلاحظ من الجدول رقم (3-7) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج الثالث وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

جدول رقم (3-12)

n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
25	1.5939	0.810754	0.82378	0.00016987	0.842701	0.00243	0.873946	0.00399325
	1.5952	0.810445	0.823558	0.000171951	0.842454	0.00243887	0.873744	0.00400677
	1.7037	0.783695	0.803721	0.000401034	0.820949	0.00316532	0.85606	0.00523664
	1.9478	0.721141	0.75723	0.00130236	0.768948	0.0050434	0.812901	0.00841974
	1.9605	0.717819	0.754739	0.00136304	0.766105	0.00514636	0.810525	0.00859434
	2.0287	0.700055	0.741357	0.00170588	0.750748	0.00569612	0.79766	0.00952672
	2.1304	0.673537	0.72115	0.00226694	0.727293	0.00650308	0.777912	0.010894
	2.4399	0.594421	0.658516	0.00410809	0.652899	0.00860559	0.714435	0.0144032
	2.555	0.56613	0.634998	0.0047428	0.624433	0.0091703	0.689785	0.0152907
	2.5796	0.560176	0.629958	0.00486951	0.618303	0.0092728	0.684449	0.0154438
\sum MSE			0.002110148		0.005747184		0.009580916	
Rank			1		2		3	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
50	0.8295	0.956646	0.95533	1.73E-06	0.959792	9.90E-06	0.968476	0.000139963
	0.9232	0.944059	0.944644	3.42E-07	0.94982	3.32E-05	0.957982	0.000193844
	0.9918	0.933788	0.936146	5.56E-06	0.941841	6.49E-05	0.949221	0.000238182
	1.0415	0.925791	0.929633	1.48E-05	0.935699	9.82E-05	0.9423	0.000272543
	1.3239	0.872298	0.887319	0.000225632	0.895357	0.000531709	0.894413	0.000489048
	1.3635	0.863838	0.880724	0.000285139	0.889011	0.00063369	0.88665	0.000520414
	1.3653	0.86344	0.880414	0.000288115	0.888712	0.000638699	0.886284	0.000521867
	1.4464	0.845428	0.866389	0.000439357	0.875172	0.000884736	0.869627	0.000585601
	1.4726	0.839433	0.861719	0.000496669	0.870652	0.000974611	0.864048	0.000605909
	1.567	0.817243	0.844394	0.000737175	0.853828	0.00133853	0.843264	0.000677136
\sum MSE			0.000249448		0.000520808		0.000424451	
Rank			1		3		2	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
100	0.7179	0.969409	0.97063	1.51E-06	0.969603	2.97E-05	0.979008	9.21E-05
	0.8025	0.959961	0.962959	8.98E-06	0.96161	5.38E-05	0.971817	0.000140556
	0.8878	0.949012	0.954307	2.80E-05	0.952596	9.87E-05	0.963264	0.000203122
	0.9787	0.935811	0.944112	6.89E-05	0.941964	2.40E-04	0.952693	0.000285003
	1.1294	0.910551	0.925027	0.000209552	0.922045	0.000294067	0.931815	0.000452128
	1.1684	0.903369	0.919661	0.000265406	0.916441	0.000332512	0.925743	0.000500565
	1.193	0.898716	0.916192	0.000305408	0.912818	0.000346425	0.921779	0.000531918
	1.2013	0.897106	0.914993	0.000319943	0.911565	0.000427519	0.920403	0.000542744
	1.2459	0.888357	0.908486	0.000405174	0.904768	0.0004279	0.912877	0.00060126
	1.2461	0.888318	0.908457	0.000405577	0.904738	0.000755311	0.912844	0.000601519
\sum MSE			0.000201849		0.00030058		0.000395096	
Rank			1		2		3	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R_per	MSE	
150	0.5678	0.982753	0.98233	1.77E-07	0.979881	2.05E-05	0.979322	1.18E-05

الملاحق

0.7494	0.966049	0.96534	5.02E-07	0.964088	4.37E-05	0.963205	8.08E-06
0.7551	0.965424	0.964706	5.15E-07	0.96352	4.48E-05	0.962627	7.82E-06
0.8063	0.959495	0.958704	6.26E-07	0.958193	5.57E-05	0.957203	5.26E-06
0.9016	0.94711	0.946205	8.19E-07	0.947333	8.55E-05	0.946158	9.07E-07
0.9076	0.946277	0.945366	8.29E-07	0.946612	8.79E-05	0.945426	7.24E-07
0.923	0.944083	0.943158	8.56E-07	0.944721	9.44E-05	0.943504	3.35E-07
0.9784	0.935854	0.934888	9.33E-07	0.937687	0.00012245	0.936363	2.59E-07
0.9844	0.934925	0.933955	9.39E-07	0.936898	0.000125969	0.935562	4.06E-07
0.991	0.93391	0.932938	9.46E-07	0.936038	0.000129893	0.934689	6.07E-07
$\sum MSE$			7.14223E-07		8.10895E-05		3.6172E-06
Rank			1		3		2
$\sum Rank$			4		10		10

نلاحظ من الجدول رقم (3-9) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج الرابع وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

جدول رقم (3-15)

n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
25	0.9701	0.910049	0.92217	0.00014697	0.89161	0.000339	0.726991	0.03351
	1.0682	0.888294	0.899971	0.000136359	0.869769	0.000343175	0.716263	0.0295944
	1.1697	0.863707	0.87434	0.000113048	0.845574	0.000328837	0.705972	0.0248804
	1.214	0.852392	0.862402	0.000100214	0.834565	0.000317787	0.70171	0.0227049
	1.2414	0.845248	0.85483	9.18E-05	0.827648	0.000309745	0.699144	0.0213462
	1.2882	0.832743	0.841519	7.70E-05	0.815593	0.000294105	0.694855	0.019013
	1.3697	0.810289	0.817476	5.17E-05	0.794085	0.000262567	0.687699	0.0150283
	1.4056	0.800137	0.806562	4.13E-05	0.784407	0.000247436	0.684657	0.0133357
	1.8059	0.681476	0.67853	8.68E-06	0.672294	8.43E-05	0.65463	0.000720732
	2.1057	0.593048	0.584207	7.82E-05	0.588872	1.74E-05	0.635771	0.00182528
$\sum MSE$	0.8077383	0.8142007	8.45271E-05	0.7924417	0.000254435	0.6907692	0.018195891	
Rank			1		2		3	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
50	0.7786	0.94605	0.94896	8.47E-06	0.972374	0.000692	0.751085	0.0380115
	0.9006	0.924146	0.92926	2.62E-05	0.955504	0.000983321	0.736152	0.0353415
	1.0992	0.881001	0.889964	8.03E-05	0.917204	0.00131067	0.715026	0.0275479
	1.1441	0.870094	0.879875	9.57E-05	0.906706	0.00134047	0.710685	0.0254112
	1.179	0.861376	0.871761	0.000107858	0.898122	0.00135032	0.707414	0.0237042
	1.2205	0.850706	0.861767	0.000122344	0.887404	0.00134677	0.703618	0.021635

الملاحق

	1.271	0.837388	0.849192	0.000139317	0.873729	0.00132062	0.699154	0.0191088
	1.3941	0.803405	0.816583	0.000173677	0.837569	0.00116718	0.688852	0.0131223
	1.4887	0.776188	0.789927	0.000188767	0.807565	0.00098452	0.681454	0.0089745
	1.5557	0.756475	0.770324	0.000191798	0.785388	0.000835949	0.676452	0.00640371
	$\sum MSE$	0.8506829	0.8607613	0.000113443	0.8841565	0.001133182	0.7069892	0.021926061
	Rank			1		2		3
n		R-real		MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
100	0.7707	0.947323	0.94889	2.45E-06	0.95931	0.000143	0.752224	0.0380637
	0.8123	0.940381	0.942272	3.58E-06	0.952871	0.000156009	0.747038	0.0373817
	0.8172	0.939529	0.941459	3.73E-06	0.952071	0.000157313	0.746437	0.0372845
	0.8777	0.928555	0.930969	5.83E-06	0.94162	0.000170699	0.739279	0.0358251
	0.9389	0.91653	0.91943	8.41E-06	0.929894	0.000178618	0.732428	0.0338935
	1.0017	0.903269	0.906641	1.14E-05	0.916696	0.000180265	0.725761	0.0315092
	1.0443	0.893783	0.897447	1.34E-05	0.90711	0.000177601	0.721435	0.0297037
	1.0511	0.89223	0.895939	1.37E-05	0.905531	0.0001769	0.720757	0.029403
	1.106	0.879387	0.883421	1.63E-05	0.892374	0.000168648	0.715428	0.0268825
	1.1364	0.871986	0.876175	1.76E-05	0.884721	0.000162192	0.712558	0.0254173
	$\sum MSE$	0.9112973	0.9142643	0.00000964	0.9242198	0.000167125	0.7313345	0.03253642
				1		2		3
n		R-real		MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
150	0.7562	0.949655	0.96423	0.00021263	0.97081	0.000447	0.754164	0.0382168
	0.7908	0.944024	0.960227	0.000262556	0.966877	0.000522272	0.749829	0.0377118
	0.793	0.943657	0.959965	0.00026596	0.966618	0.000527204	0.749559	0.0376739
	0.8171	0.939533	0.95701	0.000305441	0.96368	0.000583076	0.746631	0.0372112
	0.8407	0.935366	0.954008	0.000347512	0.960668	0.000640186	0.74384	0.0366823
	0.8755	0.928963	0.949362	0.000416113	0.955959	0.000728762	0.739835	0.0357695
	0.9119	0.921931	0.944211	0.000496416	0.950679	0.00082645	0.735772	0.0346553
	0.9364	0.917037	0.940596	0.000555028	0.946941	0.000894283	0.733121	0.0338252
	0.9427	0.915752	0.939643	0.000570746	0.945952	0.000912027	0.732446	0.0336011
	0.9955	0.904627	0.93131	0.000711981	0.937245	0.00106395	0.726936	0.0315738
	$\sum MSE$	0.9300545	0.9500562	0.000414438	0.9565429	0.000714521	0.7412133	0.03569209
	Rank			1		2		3
	$\sum Rank$			4		8		12

نلاحظ من الجدول رقم (3-15) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج الخامس وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

جدول (3-18)

n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
25	0.6615	0.963437	0.96091	6.35E-06	0.963113	1.04E-07	0.983773	0.000413553
	1.1042	0.879812	0.884783	2.47E-05	0.893635	0.000191068	0.91356	0.00113894
	1.237	0.84641	0.85476	6.97E-05	0.86594	0.000381433	0.880185	0.00114074
	1.2743	0.836488	0.845812	8.69E-05	0.857631	0.000447035	0.869945	0.0011194
	1.2745	0.83643	0.84576	8.70E-05	0.857583	0.000447425	0.869885	0.00111925
	1.3375	0.819261	0.830225	0.000120194	0.843093	0.000567975	0.851893	0.00106482
	1.5956	0.744613	0.761696	0.000291833	0.778124	0.00112295	0.77102	0.000697317
	1.8302	0.674167	0.69523	0.000443641	0.713367	0.00153663	0.693003	0.000354812
	2.0776	0.601122	0.624291	0.00053678	0.64236	0.00170054	0.612294	0.00012481
	2.1342	0.584909	0.608265	0.000545481	0.626059	0.00169329	0.594527	9.25E-05
$\sum MSE$	0.7786649	0.7911732	0.00022127	0.8040905	0.000808845	0.8040085	0.000726613	
Rank			1		3		2	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
50	0.7054	0.957339	0.96483	5.62E-05	0.960642	1.09E-05	0.980813	0.000551033
	0.9346	0.917407	0.933431	0.000256785	0.929604	0.000148768	0.953889	0.00133094
	1.0125	0.900904	0.920238	0.000373784	0.916977	0.00025833	0.941277	0.00162994
	1.0517	0.892111	0.913134	0.000441984	0.910251	0.000329064	0.934263	0.00177685
	1.1268	0.874345	0.89861	0.000588765	0.896631	0.00049663	0.919533	0.00204188
	1.3244	0.822875	0.85507	0.00103654	0.856599	0.00113731	0.873219	0.0025345
	1.3429	0.817772	0.850627	0.00107947	0.852565	0.00121058	0.86837	0.00256022
	1.3822	0.806754	0.840954	0.00116959	0.843809	0.00137302	0.857763	0.00260185
	1.4678	0.782268	0.819052	0.00135309	0.824096	0.00174962	0.833545	0.00262936
	1.4903	0.77572	0.8131	0.00139732	0.818762	0.00185268	0.826929	0.00262237
$\sum MSE$	0.8547495	0.8809046	0.000775351	0.8809936	0.00085669	0.8989601	0.002027894	
			1		2		3	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
100	0.7826	0.945383	0.95599	0.00011259	0.957985	0.000158	0.968486	0.000533715
	0.9409	0.916126	0.933136	0.000289358	0.938551	0.000502901	0.948739	0.0010636
	1.0125	0.90091	0.921206	0.000411934	0.928536	0.000763229	0.937941	0.00137131
	1.0235	0.898466	0.919285	0.000433437	0.926928	0.000810127	0.936175	0.00142202
	1.1118	0.877978	0.903116	0.000631893	0.913426	0.00125653	0.921051	0.00185524
	1.1232	0.875226	0.900934	0.000660888	0.911606	0.00132353	0.918976	0.00191406
	1.1747	0.862453	0.890773	0.000802001	0.903137	0.00165516	0.909218	0.00218695
	1.1756	0.862237	0.8906	0.000804479	0.902993	0.00166106	0.909051	0.00219156
	1.1789	0.861398	0.889931	0.000814117	0.902435	0.00168404	0.908403	0.00220943
	1.3311	0.821016	0.857365	0.00132126	0.875254	0.00294171	0.876164	0.00304126
$\sum MSE$	0.8821193	0.9062336	0.000628196	0.9160851	0.001275629	0.9234204	0.001778915	
			1		2		3	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	

الملاحق

150	0.5564	0.97597	0.97541	3.05E-07	0.959784	6.78E-05	0.912246	0.00406078
	0.5892	0.972371	0.972295	5.71E-09	0.956277	7.28E-05	0.905015	0.0045368
	0.6068	0.970332	0.970547	4.60E-08	0.955498	7.50E-05	0.901114	0.00479114
	0.6216	0.96854	0.96902	2.30E-07	0.941505	7.67E-05	0.897788	0.00500591
	0.6484	0.965166	0.966169	1.01E-06	0.941219	7.90E-05	0.891758	0.00538868
	0.6542	0.964409	0.965534	1.26E-06	0.931778	7.94E-05	0.890444	0.00547079
	0.7512	0.950431	0.953981	1.26E-05	0.931731	7.97E-05	0.868202	0.00676164
	0.7531	0.950138	0.953742	1.30E-05	0.915507	7.96E-05	0.86777	0.00678445
	0.8124	0.940358	0.945807	2.97E-05	0.908707	7.36E-05	0.854006	0.00745681
	0.8127	0.940309	0.945767	2.98E-05	0.901693	7.36E-05	0.853939	0.00745979
\sum MSE	0.9598024	0.9618272	8.7931E-06	0.9343699	7.57156E-05	0.8842282	0.005771679	
Rank			1		2		3	
\sum Rank			4		9		11	

نلاحظ من الجدول رقم (3-18) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج السادس وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

والجدول التالي رقم (3-21) يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج السابع مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (mse) لحجوم العينة الأربع وكما يلي

n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
25	1.1909	0.858337	0.92911	0.00500973	0.926313	0.00462	0.938466	0.00642066
	1.2071	0.854194	0.926401	0.00521374	0.923447	0.00479595	0.93563	0.00663176
	1.2722	0.83706	0.914859	0.0060526	0.91126	0.00550557	0.923427	0.00745913
	1.5786	0.749694	0.848611	0.00978465	0.84125	0.0083825	0.850622	0.0101865
	1.6122	0.739682	0.840258	0.0101155	0.832431	0.00860247	0.841275	0.0103212
	1.9123	0.649621	0.7584	0.0118329	0.746331	0.00935274	0.74958	0.00999173
	1.9384	0.641877	0.750813	0.0118671	0.738386	0.00931395	0.74113	0.00985105
	2.2152	0.562107	0.667892	0.0111904	0.652042	0.00808825	0.649974	0.00772071
	2.3189	0.533781	0.636461	0.0105432	0.619568	0.00735937	0.616117	0.00677917
	2.3651	0.521504	0.622537	0.0102076	0.605229	0.00700983	0.601253	0.00635991
\sum MSE	0.6947857	0.7895342	0.009181742	0.7796257	0.007303063	0.7847474	0.008172182	
Rank			3		1		2	
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
50	0.6235	0.968311	0.97579	5.60E-05	0.97456	3.90E-05	0.980736	0.000154397

الملاحق

	0.6457	0.965507	0.973493	6.37E-05	0.972233	4.52E-05	0.978709	0.000174291
	0.9026	0.923761	0.937816	0.000197554	0.936689	0.000167148	0.945379	0.000467372
	0.966	0.910915	0.926436	0.000240892	0.925463	0.000211629	0.934183	0.000541379
	0.9873	0.906403	0.922402	0.000255958	0.92149	0.000227622	0.930163	0.000564525
	1.0217	0.89887	0.915627	0.000280787	0.914826	0.000254579	0.923357	0.000599597
	1.0714	0.887548	0.905355	0.000317076	0.904734	0.000295375	0.912916	0.000643538
	1.1886	0.858943	0.878965	0.000400888	0.878862	0.000396764	0.885514	0.00070601
	1.2057	0.854557	0.874867	0.000412518	0.874849	0.000411773	0.881193	0.000709497
	1.3586	0.813387	0.835804	0.000502515	0.836627	0.000540072	0.839292	0.000671064
\sum MSE	0.8988202	0.9146555	0.000272791	0.9140333	0.000258919	0.9211442		0.000523167
Rank			2		1			3
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
n 100	0.2342	0.997178	0.99808	8.16E-07	0.99828	1.21E-06	0.998282	1.22E-06
	0.2574	0.996429	0.997519	1.19E-06	0.997755	1.76E-06	0.997755	1.76E-06
	0.3921	0.989837	0.992237	5.76E-06	0.992635	7.82E-06	0.992635	7.82E-06
	0.5148	0.980125	0.983883	1.41E-05	0.984192	1.65E-05	0.984192	1.65E-05
	0.5429	0.977371	0.98144	1.66E-05	0.981672	1.85E-05	0.981672	1.85E-05
	0.5553	0.976085	0.98029	1.77E-05	0.980479	1.93E-05	0.980479	1.93E-05
	0.7316	0.953463	0.959397	3.52E-05	0.958244	2.29E-05	0.958244	2.29E-05
	0.7853	0.944942	0.951289	4.03E-05	0.949391	1.98E-05	0.949391	1.98E-05
	0.8432	0.934926	0.941639	4.51E-05	0.938729	1.44E-05	0.938729	1.44E-05
0.9144	0.921452	0.92849	4.95E-05	0.92404	6.56E-06	0.924014	6.56E-06	
\sum MSE	0.9671808	0.9714264	2.26234E-05	0.9705417	1.28754E-05	0.9705393		1.28742E-05
Rank			2		1.5			1.5
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
n 150	0.4477	0.985902	0.98621	9.75E-08	0.988692	7.78E-06	0.992764	4.71E-05
	0.4523	0.985542	0.985876	1.11E-07	0.98838	8.05E-06	0.992547	4.91E-05
	0.5936	0.971866	0.973172	1.70E-06	0.976202	1.88E-05	0.983698	0.000139986
	0.6002	0.971098	0.972464	1.87E-06	0.975503	1.94E-05	0.983171	0.00014577
	0.724	0.954603	0.957377	7.70E-06	0.96027	3.21E-05	0.971289	0.000278442
	0.7428	0.951747	0.954778	9.19E-06	0.957595	3.42E-05	0.969132	0.000302261
	0.7655	0.948173	0.951529	1.13E-05	0.954238	3.68E-05	0.966397	0.000332097
	0.8879	0.926609	0.931978	2.88E-05	0.93375	5.10E-05	0.949114	0.000506463
	0.9461	0.915047	0.921509	4.18E-05	0.922646	5.77E-05	0.939363	0.000591278
0.914131	0.920679	4.29E-05	0.921763	5.83E-05	0.938577		0.000597645	
\sum MSE	0.9524718	0.9555572	1.45391E-05	0.9579039	3.24135E-05	0.9686052		0.000299009
Rank			1		2			3
\sum Rank			8		4.5			9.5

جدول رقم (21-3)

الملاحق

نلاحظ من الجدول رقم (3-21) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج السابع وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

والجدول التالي رقم (3-24) يمثل قيم مقدرات دالة المعولية التجريبية بطرائق التقدير المعتمدة لقيم (ti) التي تم توليدها بالمحاكاة بالنسبة للأنموذج الثامن مع مقارنة قيم مجموع مربعات الخطأ (mse) لحجوم العينة الأربع وكما يلي:

n	t _i	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
25	1.179	0.861376	0.90522	0.00192306	0.880154	0.000352	0.918993	0.00331975
	1.2205	0.850706	0.89524	0.00198331	0.869752	0.000362765	0.911967	0.00375292
	1.271	0.837388	0.882517	0.00203658	0.856713	0.000373433	0.902972	0.00430125
	1.4887	0.776188	0.821243	0.00202991	0.796311	0.000404922	0.858029	0.0066979
	1.5557	0.756475	0.800785	0.0019634	0.776774	0.000412062	0.842133	0.00733722
	1.5919	0.745718	0.789515	0.00191821	0.766109	0.000415792	0.833133	0.00764148
	1.5947	0.744905	0.788661	0.00191458	0.765303	0.000416072	0.832444	0.00766304
	1.6028	0.742492	0.786122	0.00190363	0.76291	0.000416905	0.830388	0.00772577
	1.6646	0.723975	0.766546	0.00181227	0.74455	0.000423356	0.814201	0.00814071
	1.8788	0.659615	0.697541	0.00143832	0.680822	0.000449722	0.751681	0.00847606
∑ MSE Rank		0.7698838	0.813339	0.001892327	0.7899398	0.000402703	0.8495941	0.00650561
				3		1		2
n		R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
50	0.9564	0.912922	0.93446	0.00046388	0.954517	0.00173	0.955253	0.00179185
	0.9584	0.912499	0.934138	0.000468239	0.954216	0.00174031	0.955021	0.00180814
	1.193	0.857813	0.891329	0.00112336	0.911479	0.00288008	0.923409	0.00430288
	1.3234	0.823143	0.86287	0.00157819	0.881099	0.00335889	0.901331	0.00611331
	1.3371	0.819382	0.859716	0.00162681	0.877675	0.00339803	0.898828	0.00631168
	1.3496	0.815899	0.856783	0.00167152	0.874483	0.00343203	0.896491	0.00649501
	1.4885	0.77623	0.822561	0.00214659	0.836808	0.00366979	0.868442	0.0085032
	1.4899	0.775829	0.822207	0.00215097	0.836416	0.00367084	0.868145	0.00852227
	1.502	0.772287	0.819076	0.00218916	0.832941	0.00367894	0.865503	0.00868923
	1.5729	0.751371	0.800325	0.00239649	0.81209	0.00368678	0.849414	0.00961234
∑ MSE Rank				0.001581521		0.003124569		0.006214991
				1		2		3
n		R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
100	0.7707	0.947323	0.94677	3.06E-07	0.952458	2.63E-05	0.963644	0.00026636
	0.8123	0.940381	0.939988	1.54E-07	0.945681	2.81E-05	0.958958	0.000345088
	0.8172	0.939529	0.939156	1.39E-07	0.944845	2.83E-05	0.95838	0.000355385
	0.8777	0.928555	0.928445	1.19E-08	0.934021	2.99E-05	0.950905	0.000499545
	0.9389	0.91653	0.916707	3.16E-08	0.922047	3.04E-05	0.942606	0.000679981

الملاحق

	1.0017	0.903269	0.903748	2.29E-07	0.908731	2.98E-05	0.9333	0.000901849
	1.0443	0.893783	0.89446	4.58E-07	0.899146	2.88E-05	0.926531	0.00107244
	1.0511	0.89223	0.892938	5.01E-07	0.897573	2.85E-05	0.925414	0.00110114
	1.106	0.879387	0.880332	8.92E-07	0.884521	2.64E-05	0.916063	0.00134511
	1.1364	0.871986	0.87305	1.13E-06	0.87697	2.48E-05	0.910582	0.0014897
	\sum MSE			3.85658E-07		2.81299E-05		0.00080566
				1		2		3
n	R-real	R-MLE	MSE	R-PER	MSE	R-C.VM	MSE	MSE
150	0.6335	0.96706	0.96406	8.97E-06	0.96794	8.49E-05	0.979649	0.000158476
	0.778	0.946137	0.943713	5.88E-06	0.949091	8.72E-06	0.967041	0.00043699
	0.7965	0.943067	0.940783	5.22E-06	0.946347	1.07E-05	0.965172	0.000488646
	0.8008	0.942346	0.940096	5.06E-06	0.945703	1.13E-05	0.964732	0.000501164
	0.818	0.939394	0.937291	4.42E-06	0.943069	1.35E-05	0.962928	0.000553853
	0.8204	0.938971	0.93689	4.33E-06	0.942692	1.38E-05	0.962669	0.000561587
	0.8225	0.938599	0.936537	4.25E-06	0.94236	1.41E-05	0.962441	0.000568443
	0.9012	0.924033	0.922832	1.44E-06	0.929396	2.88E-05	0.953428	0.000864093
	0.964	0.911334	0.911012	1.03E-07	0.918113	4.60E-05	0.945417	0.00116166
	0.9704	0.910001	0.909777	5.00E-08	0.916928	4.80E-05	0.944567	0.00119482
	\sum MSE			3.97267E-06		2.79809E-05		0.000648973
	Rank			1		2		3
	\sum Rank			6		7		11

جدول رقم (24-3)

نلاحظ من الجدول رقم (24-3) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج الثامن وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

n	t_i	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE
25	1.0176	0.899778	0.95381	0.00292029	0.933934	0.001166	0.924716	0.000621923
	1.0957	0.881844	0.94154	0.00356364	0.920681	0.00150834	0.913506	0.00100248
	1.1603	0.866069	0.930153	0.00410682	0.908781	0.00182434	0.903704	0.0014164
	1.3243	0.822891	0.896654	0.00544105	0.87513	0.00272889	0.876876	0.00291439
	1.3261	0.822396	0.896253	0.00545487	0.874735	0.00273939	0.876567	0.00293451
	1.328	0.821882	0.895836	0.0054692	0.874325	0.00275031	0.876246	0.00295549
	1.704	0.712151	0.799583	0.00764435	0.782279	0.00491798	0.805592	0.00873128
	1.7295	0.704466	0.792405	0.0077332	0.775508	0.00504696	0.800424	0.00920788
	1.7487	0.698694	0.786983	0.00779488	0.770395	0.00514106	0.796518	0.00956959
	1.8469	0.669172	0.758867	0.00804527	0.743885	0.00558213	0.776206	0.0114562
	\sum MSE			0.005817357		0.00334054		0.005081014

<i>Rank</i>				3		1		2
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
50	0.9125	0.921824	0.92826	4.15E-05	0.90352	0.000335	0.914659	5.13E-05
	0.9406	0.916178	0.922564	4.08E-05	0.897858	0.000335639	0.909771	4.10E-05
	1.0462	0.893347	0.899366	3.62E-05	0.875476	0.000319363	0.890369	8.86E-06
	1.2323	0.847622	0.852626	2.50E-05	0.832345	0.000233386	0.852487	2.37E-05
	1.2694	0.837818	0.842604	2.29E-05	0.823297	0.000210861	0.84444	4.39E-05
	1.2823	0.834351	0.839062	2.22E-05	0.82011	0.000202809	0.841597	5.25E-05
	1.5063	0.771022	0.774658	1.32E-05	0.762741	6.86E-05	0.789562	0.00034373
	1.6211	0.737029	0.740406	1.14E-05	0.732362	2.18E-05	0.761306	0.000589404
	1.7816	0.688785	0.692239	1.19E-05	0.689446	4.36E-07	0.720516	0.00100686
	2.2325	0.557323	0.563621	3.97E-05	0.572063	0.000217277	0.603635	0.00214486
\sum MSE				2.64872E-05		0.000194512		0.000430614
\sum Rank				1		2		3
n	R-real	R-MLE	MSE	R-cvm	MSE	R-per	MSE	
100	0.7826	0.945383	0.95034	2.4628e-05	0.967786	0.000501	0.968675	0.000542478
	0.9409	0.916126	0.929826	0.000187701	0.947941	0.00101221	0.948577	0.00105304
	1.0125	0.90091	0.919488	0.000345164	0.937125	0.00131155	0.937585	0.00134503
	1.0235	0.898466	0.917841	0.000375399	0.935358	0.00136107	0.935788	0.00139297
	1.1118	0.877978	0.904125	0.000683627	0.920239	0.00178593	0.920418	0.00180109
	1.1232	0.875226	0.902291	0.000732524	0.918166	0.00184386	0.918312	0.00185638
	1.1747	0.862453	0.893799	0.000982528	0.908425	0.00211341	0.908419	0.00211281
	1.1756	0.862237	0.893655	0.000987087	0.908259	0.00211797	0.908249	0.00211714
	1.1789	0.861398	0.893098	0.00100487	0.907612	0.00213566	0.907593	0.00213393
	1.3311	0.821016	0.866255	0.00204654	0.87547	0.00296517	0.875043	0.0029189
\sum MSE				2.64872E-05		0.000194512		0.000430614
				1		2		3
n	R-real	R-MLE	MSE	R-PER	MSE	R-C.VM	MSE	
150	0.5526	0.976366	0.97645	7.19E-09	0.970834	3.05E-05	0.967366	8.10E-05
	0.6128	0.969615	0.969941	1.06E-07	0.96384	3.34E-05	0.960502	8.30E-05
	0.6486	0.965134	0.965642	2.58E-07	0.959302	3.40E-05	0.956121	8.12E-05
	0.6602	0.963618	0.96419	3.27E-07	0.957781	3.41E-05	0.954664	8.01E-05
	0.7104	0.956608	0.957498	7.91E-07	0.950838	3.33E-05	0.94807	7.29E-05
	0.749	0.950783	0.951955	1.37E-06	0.945156	3.17E-05	0.942738	6.47E-05
	0.7517	0.950364	0.951557	1.42E-06	0.94475	3.15E-05	0.942359	6.41E-05
	0.7631	0.948558	0.949842	1.65E-06	0.943004	3.09E-05	0.940731	6.13E-05
	0.855	0.932777	0.934903	4.52E-06	0.927952	2.33E-05	0.926862	3.50E-05
	0.8765	0.928765	0.931116	5.53E-06	0.924174	2.11E-05	0.923418	2.86E-05
\sum MSE				1.59835E-06		3.03614E-05		6.51844E-05
\sum Rank				1		2		3
\sum Rank				6		7		11

جدول رقم (27-3)

نلاحظ من الجدول رقم (27-3) أعلاه ان طريقة التقدير (mle) حصلت على اقل مجموع للرتب (6) اي انها حصل على اقل مجموع مربعات خطأ (mse) وبالتالي تعد أفضل طريقة تقدير لدالة معولية التوزيع المقترح بالنسبة للأنموذج التاسع وتأتي بعدها طريقة (Per) ثم طريقة (Cvm) في الأفضلية .

شروط اثبات الدالة احتمالية

$$\int_0^{\infty} f(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{APTKP} \cdot dx \quad \dots (1)$$

$$= \int_0^{\infty} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} \cdot dx$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \int_0^{\infty} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} \cdot dx$$

Let $u = \frac{x}{\beta}$, $x = u\beta$, $dx = \beta du$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma \theta \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1} \left[\sigma + (u)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{(u)^{\theta \sigma}}{\sigma + (u)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} \cdot du$$

Let $z = (u)^{\theta \sigma} u = z^{\frac{1}{\theta \sigma}}$

$du = \frac{1}{\theta \sigma} z^{\frac{1}{\theta \sigma}-1} dz$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma \theta \int_0^{\infty} z^{\frac{\theta-1}{\theta \sigma}} \left[\sigma + z \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right)} \alpha \left(\frac{z}{\sigma+z} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{1}{\theta \sigma} z^{\frac{1}{\theta \sigma}-1} dz$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \int_0^{\infty} z^{\frac{\theta-1}{\theta \sigma}} \left[\sigma + z \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma} \right)} \alpha \left(\frac{z}{\sigma+z} \right)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{1}{z^{\theta \sigma}-1} dz$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \int_0^{\infty} z^{\frac{\theta-1}{\theta\sigma}} [\sigma + z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{\left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} z^{\frac{1-\theta\sigma}{\theta\sigma}} dz \\
 &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \int_0^{\infty} z^{\frac{\theta-1+1-\theta\sigma}{\theta\sigma}} [\sigma + z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{\left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} dz \\
 &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \int_0^{\infty} z^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} [\sigma + z]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{\left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} dz \\
 &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \int_0^{\infty} z^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} \left[1 + \frac{z}{\sigma}\right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{\left(\frac{z}{\sigma+z}\right)^{\frac{1}{\sigma}}} dz \\
 &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \int_0^{\infty} (y\sigma)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} [1 + y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{(y/(1+y))^{\frac{1}{\sigma}}} \sigma dy
 \end{aligned}$$

Let $y = \frac{z}{\sigma}$, $z = y\sigma$, $dz = \sigma dy$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \sigma^{\left(\frac{-2\sigma}{\sigma}\right)} \int_0^{\infty} (y)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} [1 + y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{(y/(1+y))^{\frac{1}{\sigma}}} \sigma dy \\
 &= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{1}{\sigma} \int_0^{\infty} (y)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} [1 + y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha^{(y/(1+y))^{\frac{1}{\sigma}}} dy \quad \dots (2)
 \end{aligned}$$

عند تعويض $\alpha = 1$ في المعادلة رقم (2) فإنه يرجع الي التوزيع الاساس

$$= \frac{1}{\sigma} \int_0^{\infty} (y)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} [1 + y]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} dy \quad \dots (3)$$

$$= \frac{1}{\sigma} \int_0^{\infty} \frac{(y)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}}}{[1+y]^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)}} dy$$

وهذا يشابه الصيغة الثانية لتوزيع بيتا

$$\beta(\alpha, \beta) = \int_0^{\infty} \frac{(y)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}}}{[1+y]^{\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)}} dx = \frac{\Gamma\alpha\Gamma\beta}{\Gamma\alpha + \beta}$$

$$\beta = (\alpha + \beta) - \alpha$$

$$\alpha = \frac{1}{\sigma}, \beta = 1$$

$$= \frac{1}{\alpha} \frac{\Gamma \frac{1}{\sigma} \Gamma 1}{\Gamma \frac{1}{\sigma} + 1}$$

$$= \frac{1}{\sigma} \frac{\left(\frac{1}{\sigma} - 1\right)! (1 - 1)!}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)!}$$

$$= \frac{1}{\sigma} \frac{\left(\frac{1}{\sigma} - 1\right)! (0)!}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)\left(\frac{1}{\sigma} - 1\right)!}$$

$$= \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\left(\frac{1}{\sigma}\right)}$$

$$= 1$$

الشرط الثاني

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x, \sigma, \theta, \beta, \alpha)_{\text{APTK}} \dots (4)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta-1} \left[\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma+1}{\sigma}\right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma}\right)}$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{0}{\beta} \right)^{\theta - 1} \left[\sigma + \left(\frac{0}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{0}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{0}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x, \sigma, \theta \beta, \alpha)_{\text{APTK}} = \text{zero}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, \sigma, \theta \beta, \alpha)_{\text{APTK}}$$

$$= \left(\frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \right) \frac{\sigma \theta}{\beta} \left(\frac{\infty}{\beta} \right)^{\theta - 1} \left[\sigma + \left(\frac{\infty}{\beta} \right)^{\theta \sigma} \right]^{-\left(\frac{\sigma + 1}{\sigma} \right)} \alpha \left[\frac{\left(\frac{\infty}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{\infty}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} \quad \dots (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, \sigma, \theta \beta, \alpha)_{\text{APTK}} = \text{zero}$$

وكذلك بالنسبة الى دالة cdf

$$\lim_{x \rightarrow 0} F(x, \sigma, \theta \beta, \alpha)_{\text{APTK}} \quad \dots (6)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} - 1}{\alpha - 1} = \frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{0}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{0}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} - 1}{\alpha - 1}$$

$$= \frac{\alpha^0 - 1}{\alpha - 1} = \frac{1 - 1}{\alpha - 1} = \text{zero}$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} F(x, \sigma, \theta \beta, \alpha)_{\text{APTK}} \quad \dots (7)$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\alpha \left[\frac{\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}}{\sigma + \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\theta \sigma}} \right]^{\left(\frac{1}{\sigma} \right)} - 1}{\alpha - 1}$$

$$= \frac{\alpha - 1}{\alpha - 1}$$

$$= 1$$

نستنتج ان الدالة احتمالية

Abstract.

The process of constructing, mixing, composing, and transforming probability statistical distributions is one of the important mathematical operations whose use has increased significantly and significantly over the recent decades. The reason for this is that the probability distributions resulting from these operations are characterized as probability distributions with high ability and great flexibility in representing real data for the various phenomena desired. Study it more broadly and precisely, and the process of transforming distributions is one of these methods recently used in expanding and transforming classical probability distributions, especially the distributions used in reliability functions and failure functions. In this thesis, the Alpha Power Transformed (APT) formula was used to build a new probability model called the Alpha Power Transformed Kappa distribution (APT_k), as it is an expansion and transformation of the original Kappa distribution (APT). Kappa distribution), the goal of this transformation is to obtain a new probability distribution that is believed to be highly flexible in representing real data, by adding a new shape parameter to the base distribution, We extracted some of the basic mathematical properties of the distribution and estimated its parameters and fuzzy reliability function using three different estimation methods: (the Maximum Possibility Method, the Cramer-Von Misses Minimum Method, and the Partial Estimators Method). The simulation experiment was conducted using the (Mont- Carlo) to evaluate the performance of the estimators for the new distribution using the above-mentioned approved methods. The simulation was conducted with several experiments and with different sample sizes, small, medium, and large. Using the ranks method and relying on the values of the statistical criterion, the mean square error (MSE), a comparison was made between the three estimation methods, and the maximum likelihood method proved superior to the rest of the methods in estimating the parameters of the proposed distribution and its fuzzy reliability function at all sample sizes and at the cutoffs (0.1) and (0.2). The new probability distribution (APT_k) was applied to real data of (100) observations representing the working hours until the downtime of the communications towers (Internet), and the process of fuzzing was conducted for this data with cutoffs (0.1), (0.2), and (0.3), and using the criteria (BIC) and (AIC) and (AIC_c) were compared between the kappa distribution and the APT_k distribution. The new distribution gave high flexibility and efficiency in representing real data and proved superior to the original kappa distribution. The fuzzy reliability function for the APT_k distribution was estimated using the maximum potential method. Which outperformed other methods in estimating the reliability function for medium and large sample sizes. Among the practical results of the letter was that it gave the telecommunications .company that it could rely on the towers at a reasonable rate



Republic of Iraq
Ministry of Higher
Education and Scientific Research
University of Karbala
College of Administration and Economics
Statistics department
Graduate Studies



Estimation of Fuzzy Reliability Function for Alpha Power Kappa Distribution with Practical Application

A letter submitted to the Council of the College of Administration and Economics at the University of Karbala

**It is part of the requirements for a master's degree in
Science of Statistics**

Apply

Maryam Sadeq Kadhum Al-Naqqash

Supervision

Prof. Dr. Shrooq Abdul Redha Al-Sabbah

Mr. Dr. Sada Fayedh Mohammed

M 2023

Karbala

H 1445