



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء / كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الإحصاء

تحويل المتغيرات العشوائية الدائرية بلا اعتماد على التوزيعات - cardiac warppeel exponential مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات نيل درجة
الماجستير في علوم الإحصاء
كتبت بواسطة
الباحث

نبأ عباس محسن

بإشراف

أ.م.د. إيناس عبد الحافظ محمد

2023م

1445 هـ

كربلاء المقدسة

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ وَمَنْ يَتَّقِ اللَّهَ يَجْعَلْ لَهُ مَخْرَجاً وَيَرْزُقْهُ مِنْ حَيْثُ لَا يَحْتَسِبُ ۚ وَمَنْ يَتَوَكَّلْ عَلَىٰ

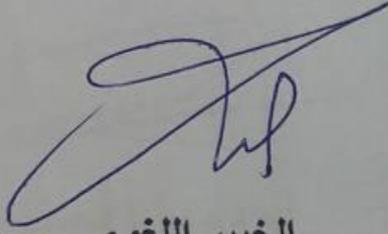
اللَّهِ فَهُوَ حَسْبُهُ ۚ إِنَّ اللَّهَ بَالِغُ أَمْرِهِ ۗ قَدْ جَعَلَ اللَّهُ لِكُلِّ شَيْءٍ قَدْرًا ۝﴾

صَدَقَ اللَّهُ الْعَلِيِّ الْعَظِيمِ

سورة الطلاق: آية (3)

إقرار الخبير اللغوي

أشهد أن الرسالة الموسومة بـ (تحويل المتغيرات العشوائية الدائرية بالاعتماد على التوزيعات **cardiac-warppeel exponential** مع تطبيق عملي) للطالبة نبأ عباس محسن/ قسم الاحصاء قد جرت مراجعتها من الناحية اللغوية حتى اصبحت خالية من الاخطاء اللغوية والاسلوبية ولأجله وقعت.



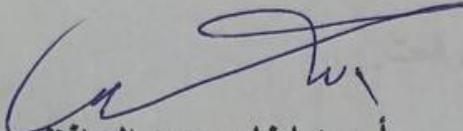
الخبير اللغوي

د. صلاح مهدي جابر

جامعة كربلاء – كلية الإدارة والاقتصاد

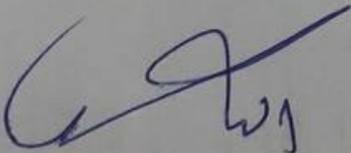
إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذه الرسالة الموسومة (تحويل المتغيرات العشوائية الدائرية بالاعتماد على التوزيعات **cardiac-warppel exponential** مع تطبيق عملي) والتي تقدم بها الطالبة " نبال عباس محسن " قد جرت بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.


أ.م. د ايناس عبد الحافظ محمد
التاريخ / / 2023

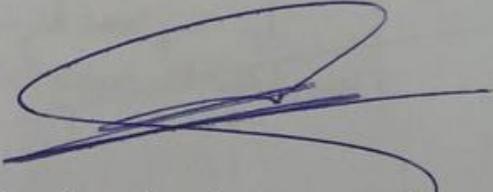
توصية رئيس قسم الاحصاء

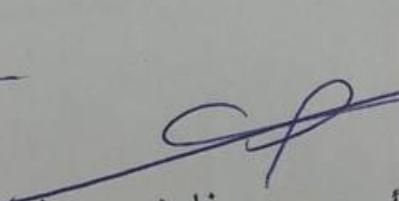
بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.

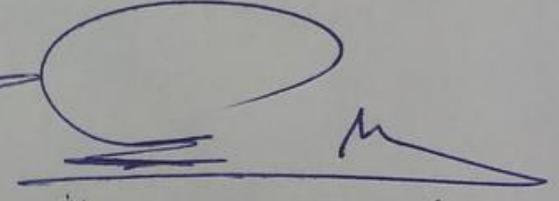

أ.م. د ايناس عبد الحافظ محمد
رئيس قسم الاحصاء
التاريخ: / / 2023

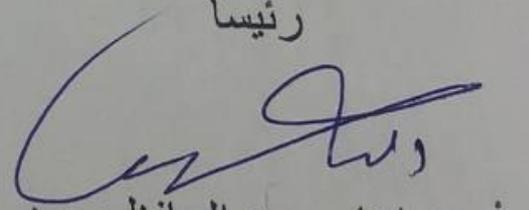
إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة بـ (تحويل المتغيرات العشوائية الدائرية بالاعتماد على التوزيعات **cardiac-warppel exponential** مع تطبيق عملي) والمقدمة من قبل الطالبة " نبا عباس محسن " وناقشنا الطالبة في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير (جيد جداً عالي).


أ.م.د سميرة فيصل حطوط
عضواً


أ.م.د صدى فايز محمد
عضواً


أ.د مهدي وهاب نصر الله
رئيساً


أ.م.د ايناس عبد الحافظ محمد
عضواً ومشرفاً

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على إقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالبة " نبدأ عباس محسن " الموسومة بـ (تحويل المتغيرات العشوائية الدائرية بالاعتماد على التوزيعات **cardiac-warppeel exponential** مع تطبيق عملي) ارشح هذه الرسالة للمناقشة.

أ.د. علي أحمد فارس
رئيس لجنة الدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صديق مجلس كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة كربلاء على إقرار لجنة المناقشة.

أ.م.د. هاشم جبار الحسيني

عميد كلية الإدارة والاقتصاد - جامعة كربلاء

2023/ /

شكر وتقدير

قال تعالى : (**وَمَنْ يَشْكُرْ فَإِنَّمَا يَشْكُرُ لِنَفْسِهِ**) سورة لقمان ﴿١٢﴾

احمد الله تعالى حمداً كثيراً مباركاً ملئ السموات والأرض على ما أكرمني بيه من إتمام هذه الرسالة التي ارجوا أن تنال رضاه.
ثم أتوجه بجزيل الشكر وعظيم الامتنان إلى مشرفتي وأستاذتي
أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد حفظها الله وأطال في عمرها لتفضلها الكريم بالإشراف على هذه الدراسة, وتكرمها بنصحي وتوجيهي حتى إتمام هذا البحث .

و يسعدني ويشرفني أن أتقدم بوافر الشكر والتقدير إلى الأساتذة الفضلاء رئيس وأعضاء لجنة المناقشة على تفضلهم بالموافقة على مناقشة رسالتي.

كما يقتضي واجب الوفاء إن أتقدم بوافر الشكر لأساتذتي الفضلاء في قسم الإحصاء الذين وهبوني علمهم في مدة دراستي في الجامعة والذين عملوا جاهدين على تحقيق الرقي العلمي لجميع الطلبة.

وأقدم بالشكر الجزيل إلى المقومين العلميين واللغويين لتفضلهم بمراجعة الدراسة وتدقيقها وفقهم الله لكل خير.

وأجد من الوفاء أن أقدم الشكر والعرفان إلى كل من كان السبب في ما إنا عليه وهم أهلي وأقربائي شكراً لكم من صميم قلبي يا من كنتم شموعاً تضيئ طريقتي.

كما لا أنسى بالذكر- والشكر أصدقائي الذين دعموني من بداية مشواري في دراسة الماجستير .

الباحث

نبأ

الإهداء

إليك... يا مَنْ لا تراه العيون ولا يصفه الواصفون (رب العرش العظيم).

إليك... يا من بَلَغَ الرسالة وأدَّى الأمانة، ونصح الأمة، نبي الرحمة ونور العالمين محمد صلى الله عليه واله وسلم.

إليك... يا من قال في حقه الرسول أنا مدينة العلم وعليّ بابها (علي بن أبي طالب عليه السلام)

إليك... يا من قال في حقه الإمام محمد الباقر (عليه السلام) (إذا قام قائمنا وضع يده على رؤوس العباد مُجَمِّع بها عقولهم وكملت بها الأحلام (مهدينا الغائب عليه السلام)

إلى من شرفني بحمل اسمة، ومن علمني أن ارتقي سلم الحياة بالصبر والحكمة والنور الذي ينير لي درب النجاح (أبي الغالي).

إلى صاحبة أجمل الكلمات واصدق الدعوات وغايتي رضاها (أمي الحبيبة).

إلى القلوب الطاهرة الرفيعة، والنفوس البريئة، أغلى واشرف كنزاً امتلكه (إخوتي وأخواتي).

إلى الشموع التي أضاءت لي الطريق (أساتذتي)

إلى الذين وقفوا بجانبني وشدوا من أزري طوال أيام دراستي (أصدقائي).

الباحث

نبأ

قائمة المحتويات

رقم الصفحة	الموضوع
	الآية
	الأهداء
	الشكر والتقدير
د- و	قائمة المحتويات
ز	قائمة الجداول
ح	قائمة الأشكال
ط	الرموز والمصطلحات العامة
ي	المستخلص
الصفحة	الموضوع
الفصل الاول – المقدمة والاستعراض المرجعي	
2	المقدمة
3	مشكلة الرسالة
3	أهداف الرسالة
7-4	الاستعراض المرجعي
الفصل الثاني – الجانب النظري	
9	تمهيد
9	بعض المفاهيم الأساسية
9	الاحصاء الدائري
10	الوسط الحسابي الدائري
10	التباين الدائري
11	متجه الوحدة
14-12	الراديان و الدرجات
15	دائرة الوحدة
15	التوزيع الاحتمالي الدائري
16	التوزيعات المركبة
16	التوزيع الاسي الملفوف
17	التوزيع القلبي
18	توزيع فون ميسز
19	النظرية (2-1)

20	النظرية(2-2)	8-2
24-20	بناء إنموذج دائري جديد بقاعدة التحويلات المعكوسة	9-2
25	دالة البقاء	10-2
26	طرائق التقدير	11-2
26	طريقه الامكان الاعظم	1-11-2
27	طريقه المربعات الصغرى	2-11-2
28	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	3-11-2
29	معايير مقارنة طرائق التقدير	12-2
29	متوسط مربع الخطا	1-12-2
29	متوسط مربع الخطا للتوزيع	2-12-2
29	اختبارات حسن المطابقة	13-2
29	اختبار اكاكي	1-13-2
30	اختبار اكاكي البيزي	2-13-2
الفصل الثالث الجانب التجريبي والتطبيقي		
33	التمهيد	1-3
33	مفهوم المحاكاة	2-3
33	مراحل تجربة المحاكاة	3-3
34	المرحلة الاولى	1-3-3
35	المرحلة الثانية	2-3-3
36-35	المرحلة الثالثة	3-3-3
37	المرحلة الرابعة	4-3-3
38	المرحلة الخامسة	5-3-3
44	الجانب التطبيقي	4-3
44	البيانات الحقيقية	1-4-3
46	اختبارات ملائمة البيانات	2-4-3
47	المفاضلة بين التوزيع المقترح وباقي التوزيعات	3-4-3
47	تحليل البيانات الحقيقية	4-4-3
52	التوصيات	
53	الاستنتاجات	

58-55	المصادر
91-60	الملاحق
A	ABSTRACT

قائمة الجداول

الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
34	القيم الافتراضية للمعلمات والنماذج المقترحة	1-3
35	الرتب الجزئية و الكلية لطرائق التقدير والحالات الافتراضية	1-3
37	الرتب الجزئية و الكلية لطرائق تقدير المعلمات	3-3
38	رتب خطأ الإنموذج	4-3
45	البيانات التطبيقية	5-3
47	نتائج اختبار ملائمة البيانات	6-3
47	نتائج اختبارات المقارنة والدقة المطبقة على البيانات الحقيقية	3-7
50-48	تحليل البيانات الحقيقية	8-3
60	جدول الخطأ للمعلمات (تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدرة من المعلمة الابتدائية)للانموذج الاول	1-A
61	جدول خطأ النموذج للإنموذج الاول(تم حساب الخطأ للإنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة – الابتدائية)	2-A
63	جدول الخطأ للمعلمات (تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدرة من المعلمة الابتدائية)للانموذج الثاني	3-A
64	جدول خطأ النموذج للنموذج الثاني(تم حساب الخطأ للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة – الابتدائية)	4-A
66	جدول الخطأ للمعلمات (تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدرة من المعلمة الابتدائية)للانموذج الثالث	5-A
67	جدول خطأ النموذج للنموذج الثالث (تم حساب الخطأ للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة – الابتدائية)	6-A
68	جدول الخطأ للمعلمات (تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدرة من المعلمة الابتدائية)للانموذج الرابع	7-A
69	جدول خطأ النموذج للإنموذج الرابع (تم حساب الخطأ للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة – الابتدائية)	8-A
70	جدول الخطأ للمعلمات (تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدرة من المعلمة الابتدائية)للانموذج الخامس	9-A
71	جدول خطأ النموذج للإنموذج الخامس (تم حساب الخطأ للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة – الابتدائية)	10-A

قائمة الاشكال

رقم الصفحة	الموضوع	رقم الشكل
11	متجهات الوحدة	1-2
12	قياس الزاوية المستقيمة بالراديان	2-2
13	قياس الزاوية القائمة بالراديان	3-2
13	قياس القوس بالراديان	4-2
14	الراديان مقابل الدرجات	5-2
15	دائرة الوحدة	6-2
17	توزيع الاسي الملفوف pdf	7-2
18	توزيع القلبي الدائري pdf	8-2
19	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع von miese	9-2
19	دالة الكثافة التراكمية لتوزيع von mises	10-2
22	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع العنكبوتي	11-2
23	دالة الكثافة الاحتمالية التراكمية لتوزيع العنكبوتي	12-2
24	دالة البقاء لتوزيع العنكبوتي الدائري	13-2
39	رسومات الانموذج الاول لدالة الكافة الاحتمالية لتوزيع EHC لجميع النماذج	1-3
40	رسومات الانموذج الثاني لدالة الكافة الاحتمالية لتوزيع EHC لجميع النماذج	2-3
41	رسومات الانموذج الثالث لدالة الكافة الاحتمالية لتوزيع EHC لجميع النماذج	3-3
42	رسومات الانموذج الرابع لدالة الكافة الاحتمالية لتوزيع EHC لجميع النماذج	4-3
43	رسومات الانموذج الخامس لدالة الكافة الاحتمالية لتوزيع EHC لجميع النماذج	5-3
46	البيانات الحقيقية ضمن دائرة الوحدة	6-3
51	البيانات الحقيقية لدالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع EHC	7-3
51	البيانات الحقيقية لدالة البقاء لتوزيع EHC	8-3
62	الشكل (A-1) رسومات الانموذج الاول لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء	1-A
65	الشكل (A-2) رسومات الانموذج الثاني لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء	2-A
71	الشكل (A-3) رسومات الانموذج الثالث لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء	3-A
75	الشكل (A-4) رسومات الانموذج الرابع لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء	4-A
78	الشكل (A-5) رسومات الانموذج الخامس لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء	5-A

الرموز والمختصرات المستعملة في الرسالة

مصطلح باللغة الانكليزية	مصطلح باللغة العربية	الرمز
Changing the heroine represents angle measured AI-Radian	المتغير العشوائي يمثل الزاوية يقاس بالراديان	θ
The exponential Distribution parameter	معلمة التوزيع الاسي	λ
circular distribution parameter	معلمة التوزيع القلبي الدائري	ρ
circular distribution parameter	معلمة التوزيع القلبي الدائري	μ
PDF probation density for any distribution	دالة كثافة احتمالية pdf لاي توزيع	$f(\theta)$
CDF collection function for ome methodology	دالة توزيع تجميعية cdf لمنهجية OGE	$F(\theta)$
Circular spider thedistribution	التوزيع العنكبوتي الدائري	EXC
Survival function	دالة البقاء	$S(t)$
The real part of triangular adornments	الجزء الحقيقي للعزوم المثلثية	α_m
The imaginary part of triangular	الجزء التخيلي للعزوم المثلثية	β_m
Qatar distance frome the center of ball	المسافة القطرية من مركز الكرة	R
Radian unit	وحدة الراديان	Rad
Maximum Likelihood estimation	طريقة الامكان الاعظم	MLE
least square method	طريقة المربعات الصغرى	OLS
Weighted least square estimation	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	WLS
Retina	جهاز الشبكية	OCT
The league is Von Mises	تمثل التركيز ل von mises	K
Average error boxes	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Akaike Test	اختبار اكاكي	ALC
Bayesian Akaike Test	اختبار اكاكي البيزي	BIC
Kuiper test statistics	احصاءة اختبار Kuiper	V_n

المستخلص

تعد عملية تركيب التوزيعات من النمذجة الشائعة و المعروفة لتوليد توزيعات جديدة هي التوزيعات المركبة ، اذ استعمل في هذه الرسالة طريقة تحويل التوزيع المعكوسة (**idf transformation**) ولبناء توزيع دائري جديد عن طريق تركيب التوزيعين هما التوزيع الأسّي الملفوف (**The wrapped exponential distribution**) والتوزيع القلبي الدائري (**the Cardiac distribution**) بإستعمال قاعدة التحويل التوزيع المعكوسة ويرمز لها (**idf transformation**) نولد توزيع دائري ذو ثلاث معالم (λ, μ, ρ) لملائمت البيانات الحقيقية ، اذ اطلقنا عليه التوزيع العنكبوتي الدائري (**EHC**) . تمت في هذه الرسالة دراسة خصائص التوزيع الدائري الجديد وتقدير معالم التوزيع بثلاث طرائق وهي طريقة الإمكان الأعظم **MLE** , وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية **OLS** و طريقة المربعات الصغرى الموزونة **WLS**، لغرض المقارنة بين طرائق التقدير لتوزيع اذ استعمل أسلوب محاكاة **Monte Carlo** و بإستعمال برنامج (**ماتلاب**) لتنفيذ برمجة البيانات لإجراء المقارنة بين طرائق التقدير اولا بالاعتماد على المعايير الاحصائية وهي متوسط مربعات الخطأ و بإستعمال أسلوب الرتب (**Ranks**))، اذ استعمل 5 نماذج مختلفة لقيم افتراضية للمعلمات ولأحجام عينات مختلفة وأظهرت نتائج المحاكاة ان طريقة الإمكان الأعظم (**MLE**) في حساب مقدرات معالم التوزيع هي أفضل طريقة للتقدير. وتم بعدها تحديد افضل حجم عينة لطريقة الامكان الاعظم لجميع النماذج اذ ان تمتلك العينه التي حجمها 150 اقل متوسط مربع الخطا اي انها افضل حجم عينة لتمثيل البيانات الحقيقية. وتم بعدها تحديد افضل نموذج يقابل البيانات الحقيقية التي يمتلك اقل متوسطات مربع الخطا هو النموذج الثالث وتم تمثيل التوزيع على البيانات الحقيقية. اي تم استعمال بيانات الحقيقية عن العين تم الحصول عليها من مختبر عيون كربلاء في محافظة كربلاء المقدسة للفحوصات التشخيصية المتقدمة لامراض العيون باستعمال جهاز الشبكية (**OCT**) للتصوير المقطعي ثلاثي الابعاد والتي تم التقاط صوره للجزء الخلفي من عيون (100) مريض باستخدام التصوير المقطعي لجزء الامامي من المدى البصري. [2]

والمتغير الذي يمثل البيانات المدروسة هو θ تمثل الزاوية مقاسة بالراديان والتي تقيس الانحناء الخلفي للقرنية وتم التوصل الى ملائمة التوزيع العنكبوتي الدائري للبيانات الحقيقية وايجاد الزاوية المناسبة التي تسبب امراض العيون مثل الانحراف في عضلة العين وتلف القرنية .

الفصل الأول

المقدمة والاستعراض

المرجعي

(1-1) المقدمة (Introduction)

اضحت التوزيعات الإحصائية في الآونة الأخيرة تنال جل اهتمام الباحثين، اذ قام العديد من الباحثين الاحصائيين بالتعمق في دراسة هذه التوزيعات والاعتماد عليها بشكل أساس في بحوثهم ودراساتهم على مرّ السنين، فصارت تستعمل استعمالاً واسعاً في تحليل ونمذجة الظواهر الطبيعية المختلفة كالأوبئة والزلازل وفي تحليل دوال البقاء على قيد الحياة ودوال الفشل و المعولية (الموثوقية) والتجارب الاحصائية الاخرى، وبالرغم من الأهمية الكبيرة لهذه التوزيعات، إلا أنّها تبقى توزيعات ذات قدرات وخصائص محدودة لا يمكن تطبيقها في جميع الأحوال، كون أغلب الظواهر والأحداث تتمتع بخواص متغيرة مع مرور الزمن، ومن المعلوم ان حالة عدم التجانس التي تتصف بها اغلب البيانات وسلوكها المعقد والشائك نتيجة التنوع الكبير والزيادة الكمية وتعدد المجتمعات الإحصائية التي سحبت منها، بات من الصعوبة على الباحثين تمثيلها بتوزيعات احتمالية احادية او مفردة، لذا دعت الحاجة الى إيجاد سبل وطرائق رياضية تمكنهم من إيجاد توزيعات احتمالية حديثة ذات مميزات تلائم بيانات الظواهر المدروسة افضل من التوزيعات الاصلية، ومن هذه السبل والطرائق هي بناء توزيعات احتمالية جديدة او تطوير وتوسعه واعمام لتوزيعات احتمالية موجودة عبر إضافة معلمة واحدة او أكثر من معلمات الشكل او تحويل وتحويل او خلط وتركيب لتوزيعين او اكثر، لينتج توزيعات احتمالية جديد يعتقد انها تكون أكثر دقة ومرونة وليونة في تمثيل البيانات لدراسة تلك الظواهر، لذا قام الباحث ببناء توزيع جديد على فرض انه يكون اكثر مرونة في تمثيل البيانات من التوزيع الاصيلي.

اذ قام الباحث باستعمال قاعدة التحويل التوزيع المعكوسة ((**idf transformation**)) لتركيب توزيعاً احتمالياً جديداً يطلق عليه (**التوزيع العنكبوتي الدائري المركب الجديد EHC**)، من تركيب التوزيع الاسي الملفوف (**The wrapped exponential distribution**) والتوزيع القلبي الدائري (**the Cardiac distribution**) والهدف من بناء هذا التوزيع العنكبوتي الدائري لكي يلائم البيانات المقاسة لزاوية الخلفية لقرنية العين.

اما هيكل الرسالة فقد تضمنت في اربعة فصول، شمل **الاول** المقدمة ومشكلة وهدف الرسالة والاستعراض المرجعي لبعض الدراسات السابقة ذات الصلة بموضوع الرسالة، فيما شمل **الفصل الثاني** من الرسالة الجانب النظري والذي سنوضح فيه الاحصاء الدائري ومفاهيمه الاساسية والتوزيعات الدائرية واهميتها، التوزيع الاسي الملفوف والتوزيع القلبي الدائري وتوزيع فون ميسر لتوليد البيانات و القاعدة المستعملة للتوليد (**idf transformation**)، ثم نقوم بتقدير معلمات للتوزيع المقترح نضرباً بطرائق تقدير مختلفة مثل (

طريقة الامكان الاعظم (Maximum likelihood MLE)) وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLS)) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS)).

فيما تناولنا **الفصل الثالث** في جانبين الجانب الأول يمثل الجانب التجريبي للرسالة اذ استعمل اسلوب المحاكاة (Simulation) لتوليد الارقام العشوائية بأحجام عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة (25,50,100,150)، والتي يتم اعتمادها لأغراض الرسالة، ومن ثم تقدير معلمات التوزيع ودالة البقاء تجريبياً بطرائق التقدير نفسها والمقارنة بين هذه الطرائق بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ **Mean Square Error MSE**.

والجانب الآخر من الفصل الثالث هو الجانب التطبيقي، اذ طبقت الرسالة على عينة عشوائية بسيطة بحجم (100) مريض، تم سحبها من مركز عيون كربلاء، تمثل قياس الزاوية الخلفية لقرنية العين. واخيراً تضمن **الرابع** من الرسالة اهم الاستنتاجات التي توصل اليها الباحث والتوصيات.

1-2 مشكلة الرسالة (Thesis Problem)

تتلخص مشكلة الرسالة على بناء توزيع احتمالي دائري مركب جديد يلائم البيانات الحقيقية المدروسة (قياس زاوية الانحناء الخلفي للقرنية).

وإن البيانات التي تقيس الانحناء الخلفي للقرنية هي بيانات زاوية مفاصة بالرادين بحاجة الى توزيع دائري مناسب لتمثيلها، والتوزيع الجديد (العنكبوتي الدائري) توزيع مركب أكثر مرونة ودقة في وصف البيانات وهو افضل من التوزيعات الاحتمالية المفردة (التوزيع القلبي الدائري و التوزيع الاسي الملتف).

1-3 اهداف الرسالة (Thesis objectives)

ترمي الرسالة الى: -

1-بناء توزيع احتمالي جديد باستعمال قاعدة التحويلات المعكوسة ((**idf transformation**) يكون أكثر مرونة وطواعية في تمثيل البيانات الحقيقية الخاصة بالدراسة من التوزيع الاصلي.

2-تمثل البيانات الحقيقية في دالة البقاء لمعرفة مدى صحة العين وعدم اصابتها بالحول.

4-1 الاستعراض المرجعي (Literature review) :

1. في عام (2005) قدم (M.C.JONES & PEWSEY) عائلة من التوزيعات الدائرية احادية (**Circular Unimodal distributions**) وهي التوزيع الدائري المنتظم, توزيع **Von Mises** الدائري وتوزيع **cardioid** الدائري وتوزيع كوشي الملتف الدائري (**Wrapped Cauchy distribution circular**) التي اشتقت عن طريق التكيف واسقاط بعض التوزيعات المتماثلة ثنائية التغير كروية وبيضاوية على دائرة الوحدة وناقشا خصائص هذه التوزيعات وقدر مَعلمات هذه التوزيعات باستعمال طريقة الامكان الاعظم, واستعملا بيانات حقيقية تمثل زوايا تلاشي طائر البط عددها $n=714$ بعد ان تم نقل البط بطررف مشمسه الى مسافات مختلفه على مسافات تتراوح بين 30 كم الى 250 كم وتحديد زوايا تلاشي اختفاء البط التي تم قياسه باتجاه عقرب الساعة وعلى مدار عام واحد, وتوصلا الى ان توزيع كوشي الملتف الدائري افضل من باقي التوزيعات ملائمة لبيانات زوايا تلاشي البط. [22]
2. في عام (2011) اشتق (**Rao AV et al**) التوزيع القلبي كحل للمعادلة التفاضلية الجزئية من الدرجة الثانية واستطاع تحويل التوزيع القلبي لملائمه البيانات المتماثلة والمنتجانسة باستعمال تحويله (**Mobius transformation**). [14]
3. في عام (2012) قدم (**Wang&Shimizu**) تحويله (**Mobius transformation**) لايجاد التوزيع القلبي لمتغيرين عشوائيين دائريين واستخرج العزوم المثلثية والمتوسط والتباين وطبق التوزيع على بيانات اتجاه الرياح وتوصل أن التوزيع القلبي ملائم للبيانات الدائرية إذ يعطي النتائجاً أدق من التوزيع التقليدي. [31]
4. في عام (2013) قدم (**Yediapalli et al**) واخرون توزيع ويبيل النصف دائري المجسم والتوزيع الاسي النصف دائري المجسم باستعمال تقنية الاستقاط العكسي ودرسوا خصائص هذه التوزيعات والعزوم المثلثية واثبتوا بأنه هذه التوزيعات ملائمة لنمذجة البيانات التي تقع على دائرة الوحدة [23]
5. في عام (2014) اقترح (**S. Girija et al,**) واخرون التوزيع الاسي الملتف الدائري باستعمال تقنية اسقاط المجسم العكسي وتحويله (**Mobius**) وطبق التوزيع المترح على بيانات حقيقية تمثل زوايا الطيران (13) من الحمام الزاجل في جبال الالب, وتم اختبار ملائمة البيانات لتوزيع المقترح بعدة

اختبارات , وتم مقارنتها مع التوزيعات (**Circular Double Weibull, Circular Logistic**) باستعمال المعايير (**Log Maximum likelihood , AIC , BIC**) وتوصل الى أن التوزيع المقترح ملائم للبيانات من باقي التوزيعات لانه حقق اقل معايير المقارنة (**2014.S. Girija et al**).

6. في العام نفسه (2014) انشأ (**S. Girija et al.**) وآخرون توزيع ثنائي الحدين الملتف الدائري باستعمال طريقة الانموذج الخطي المتقطع الملتف وتوصلوا الى الخصائص الاساسية لتوزيع مثل دالة الكتلة الاحتمالية ودالة التوزيعية والمتوسط الاتجاهي والتباين الاتجاهي والالتواء الاتجاهي والتفطح الاتجاهي والدالة المميزة ودالة المولده للعزوم والعزوم المثلثية . (**S. Girija et al., 2014**).

7. في عام (2017) اقترح (**Yediapall et al**) وآخرون توزيع كما النصف دائري المجسم نمذجة البيانات النصف دائرية التي لها توزيع كما والذي يعد اعماماً للتوزيع الاسي النصف دائري المجسم الذي اقترحه (**Phani et al, 2013**) باستعمال تقنية اسقاط المجسم العكسية المعدلة واشتقوا عزوم التوزيع ودرسوا بعض الخصائص الاساسية له وتوصلوا الى أن التوزيع المقترح ملائم بشكل جيد للبيانات الاتجاهية الملتوية [28]

8. في العام نفسه (2017) قدم (**V. Paula & et al.**) توزيعاً قلبياً موسعاً جديداً (**A New Extended Cardioid Distribution**). لبيانات دائرية غير متماثلة وغير أحادية النمط والذي يدعى بالتوزيع القلبي الاسي (**Exponentiate Cardioid Distribution**) واشتقا خصائص التوزيع الجديد من عزوم مثلثية والتواء تفلطح وقدرنا معاملات التوزيع الاسي الجديد باستعمال طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى القسيمية ووازننا بين الطريقتين والتوزيع القلبي وتوزيع (**Von-mises**) باستعمال تجارب محاكاة موت كارلو واثبتت النتائج تفوق التوزيع المقترح على التوزيع القلبي [30]

9. في عام (2018) قدم (**Mamadou & et al**) توزيع (**sine skewed cardioid (SSC)**) الجديد ودرسوا الخصائص المقاربة له عن طريق تحديد مجال القيمة القصوى والدالة المميزة وعزوم التوزيع ومقدرات الامكان الاعظم والعزوم لمعلمتي التوزيع, وتم اجراء تجارب محاكاة بعد توليد عشوائي لبيانات التوزيع الجديد وتوصلوا الى أن التوليد العشوائي اثبت قوة أداء طريقة العزوم لمعلمات التوزيع. [8]

10. وفي العام نفسه (2018) اقترح (Hatami Mojtaba, AL.M. Hossein) توزيعاً جديداً للمتغيرات العشوائية الدائرية استناداً الى دوال التوزيعات الدائرية, باستعمال قاعة التحويل دالة التوزيع العكسية (idf transformation) بتركيب التوزيع القلبي (Cardioid Distribution) وتوزيع (von mises) للحصول على توزيع (CVM) Cardioid- von mises وتقدير معلمته بطريقة الامكان الاعظم, وتم تطبيق على التوزيع الجديد البيانات الحقيقية تحتوي على اوقات جرائم الاسلحة النارية. [24]

11. في عام (2021) قدم (V . paula & et al) توزيعاً قلبياً عمومياً (Generalizing Cardioid Distribution) لبيانات دائرية غير متماثلة (asymmetris) وغير أحادية النمط (multimodality) واشتقا خصائص التوزيع الجديد من عزوم مثلثية والتواء وتفلطح وقدرنا معلمات التوزيع الموسع وقدمنا اربع توزيعات قلبية من التوزيع العمومي وهي (Kumaraswamy, Gamma and Marshall-Olkin), وقدرنا معلمات التوزيعات باستعمال طريقة الامكان الاعظم وقارنا بين التوزيعات العمومية والتوزيع القلبي وتوصلوا بانه التوزيعات القلبية العمومية افضل من التوزيعات القلبية. [29]

12. في عام (2022) قدم (Ammar Mohammed. Jas) توزيع كما المعكوس النصف دائري بالاعتماد الى خاصية اسقاط المجسم العكسية (Inverse stereographic progection) والتي تختص بتحويل البيانات الاعتيادية الى بيانات قطبية (مقاسة بالزوايا) ومن ثم ايجاد خصائص التوزيع الجديد النصف دائري ومن ثم تقدير معلمات التوزيع الجديد بالاعتماد على ثلاث طرائق في التقدير وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة اقل مسافة Hellinger ذات الخطوات, الواحدة وطريقة المسافة العامة ومن ثم تطبيق المقدرات المستخرجة على بيانات حقيقية (بيانات قياس الزاوية الخلفية لقرنية العين). [1]

ان الدراسات المذكورة انفاً في الاستعراض المرجعي نستفيد منها في اثراء رسالتنا، واكتمالاً لجهود الباحثين السابقين . اما في ما يخص هذه الرسالة قام الباحث بتركيب توزيع جديد عن طريق استعمال قاعدة ((idf transformation وبالاعتماد على توزيع (**Cardiod distribution**) (**the** (**The wrapped exponential distribution**) مع بيان خصائص التوزيع الأساسية وتقدير معلماته باستعمال ثلاث طرائق مختلفة هي (طريقة الامكان الاعظم **Maximum likelihood MLE** وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية **OLS** وطريقة المربعات الصغرى الموزونة **WLS** وتم حساب دالة البقاء لمعرفة مدى صحة العين وعدم اصابتها بالحوادث وتطبيقها على بيانات حقيقية لعينة مكونة من (100) مريض ، تم سحبها من مركز عيون كربلاء ، تمثل قياس الزاوية الخلفية لقرنية العين وأن من الملاحظ لما توصل اليه الباحث وحسب علمه بان الدراسات العربية التي تناولت موضوع بناء توزيعات احتمالية جديدة باستعمال قاعدة (idf transformation) هي نادرة جداً، وهذا يعطي لرسالتنا اهمية خاصة ما يجعلها رسالة عربية نادرة في هذا المجال ومكملة لجهود الباحثين السابقين.

الفصل الثاني

الجانج

النظري

1.2 تمهيد (Preface)

في هذا الفصل يتم التطرق الى بعض المفاهيم الاساسية وتوضيح البيانات الدائرية على محيط دائرة الوحدة وتكون مقاسة بزوايا ذات قيم تتراوح بين $(0, 2\pi)$ او $(0^0, 360^0)$ إذ أن الداعم الحقيقي للبيانات الدائرية هي دائرة الوحدة ، أما بالنسبة للبيانات الخطية يكون الداعم الحقيقي لها هو خط الاعداد الحقيقي .

وسنتناول في هذا الفصل ايضا نبذة عن الاحصاء الدائري والتوزيعات الدائرية كالتوزيع القلبي الدائري (Cardiac distribution) والتوزيع الاسي الملفوف (The wrapped exponential distribution) وحاصل تركيبهما للحصول على توزيع احتمالي جديد اطلقنا عليه التوزيع العنكبوتي الدائري (Circular spider distribution). مع بيان خصائص التوزيع المقترح كالوسط الحسابي الدائري وتباين مع توضيح لطرائق التقدير المستعملة في تقدير معالم التوزيع المركب المقترح وهي طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة المربعات الصغرى الموزونة.

2-2 بعض المفاهيم الاساسية (some basic principles)**1-2-2 الإحصاء الدائري [9][6] Circular statistics**

الإحصاء الدائري هو فرع معين من فرع الإحصاء الذي يتعامل مع البيانات التي يمكن تمثيلها كنقاط على محيط دائرة الوحدة إذ يطلق على هكذا نوع من البيانات بالبيانات الدائرية ومصطلح البيانات الدائرية يستعمل لغرض تمييزها عن البيانات الخطية المعتاد عليها كثيراً في التحليلات. وتدخل البيانات الدائرية في مختلف التخصصات مثل علم الأحياء ، الطب ، تحليل الصور ، علوم الأرض ، الفيزياء ، الدراسات السياسية ، وعلم الفلك. في الفضاء ثنائي الأبعاد ، ويمكن تمثيل أي نقطة إما بإحداثياتها الديكارتية (x, y) أو بإحداثياتها القطبية (r, θ) ، إذ r هي المسافة من محيط الدائرة إلى نقطة الأصل. في التحليل الدائري ، يتم التركيز على الاتجاه فقط ، لذلك يتم اعتبار المتجه r بطول الوحدة لذلك ، يمكن تمثيل أي نقطة على الدائرة $(\cos \theta, \sin \theta)$.

ومن الأمثلة على البيانات الدائرية الاتجاهات المقاسة باستعمال أدوات مثل البوصلة أو المنقلة أو ريشة الطقس أو الفر جال. فمن المعتاد تسجيل مثل هذه الاتجاهات بالزوايا المعبر عنها بالدرجات أو الراديان إما في اتجاه عقارب الساعة أو عكس اتجاه عقارب الساعة من نقطة أصل الدائرة ، والتي يشار إليها باسم الاتجاه الصفري . فالمطلوب هو تحديد موقع النقطة والاتجاه وليس كما في البيانات على الخط الحقيقي ؛ فالقيم الموجودة على يسار نقطة الأصل (0) تكون سالبة والقيم الموجودة على اليمين تكون موجبة. وبالنسبة

للبيانات الدائرية ، تحدد كل زاوية تعرف كنقطة على محيط دائرة الوحدة ، كما تحدد كل قيمة لمتغير خطي كنقطة على الخط الحقيقي.

2-2-2 الوسط الاتجاهي الدائري [14][6] (Circular arithmetic mean)

في الرياضيات والاحصاء ,المتوسط الدائري او المتوسط الزاوي هو وسيلة مصممة لزاويا والكميات الدورية المتماثلة مثل اوقات النهار واجزاء الكسور من الاعداد لحقيقية .هذا لان معظم الوسائل المعتادة قد لا تكون مناسبة للكميات الشبيه بالزاويا على سبيل المثال المتوسط الحسابي ل 0^0 و 360^0 هو 180^0 لأن 360^0 يساوي 0^0 دورة كاملة. كمثال اخر متوسط الوقت بين الساعة 11 مساء والساعة 1 صباحا هو اما منتصف الليل او الظهر ,اعتمادا على ماذا كان الوقتان جزءاً من ليلة واحدة او جزءاً من يوم تقويمي واحد . و العزوم المثلثية تعطي الوسط الحسابي (Mean) عندما يكون $m=1$

$$\begin{aligned} \mu'_m &= \rho_m e^{i\mu_m} = \rho_m \cos \mu_m + i \rho_m \sin \mu_m & m=1, 2,3,4, \dots \\ &= \int_0^{2\pi} \cos(m\theta) f(\theta) d\theta + i \int_0^{2\pi} \sin(m\theta) f(\theta) d\theta \\ &= \alpha'_m + i\beta'_m & \dots\dots\dots(2-1) \end{aligned}$$

3-2-2 التباين الدائري [27][7] (Circular variance)

يعد التباين من المقاييس التي تقيس تشتت البيانات عن نقطة معينة والتي تأخذ عادةً متوسط هذه البيانات ومن ثم فهو يقيس مقدار بعد كل نقطه من نقاط البيانات عن وسطها الحسابي ، في البيانات الدائري هناك بعدين لكل اتجاه البيانات عن اي اتجاه اخر سواء أكان هذا الاتجاه هو اتجاه الوسط او اي اتجاه. ويعرف التباين الدائري

$$v = 1 - \int_0^{2\pi} \cos(\theta - \mu) d\theta \dots\dots\dots(2 - 2)$$

$$0 \leq v \leq 1$$

اما الانحراف المعياري الدائري يختلف عن الانحراف المعياري الخطي اي لا يمثل جذر التباين \sqrt{v} ويمثل

$$\sqrt{-2 \log(1 - v)} \text{ or } \sqrt{-2 \log(\int_0^{2\pi} \cos(\theta - \mu) d\theta)}$$

5-2-2 الراديان و الدرجات [25] 4 (Radians and degrees)

الراديان يسمى الزاوية نصف القطرية أو التقدير الدائري هي وحدة قياس للزوايا المستوية وهي الوحدة الرسمية المعتمدة ضمن النظام الدولي للوحدات المستعملة في الرياضيات والفيزياء وتعرف بأنها الزاوية المركزية الموضوععة على مركز الدائرة والتي تحدد قوساً طولها مساوياً لنصف قطر الدائرة .
وأي زاوية تكتب بدون إي وحدة قياس فهذا معناه أنها مقاسه بالراديان . وبشكل عام ،فإن مقدار أي زاوية مركزية يحصرها نصف قطر ما بالراديان تساوي النسبة بين طول القوس المقابل للزاوية وبين نصف قطر الدائرة ،أي أن

$$\theta = \frac{s}{r}$$

إذ إن

$\theta =$ هي الزاوية المركزية

$r =$ طول نصف قطر الدائرة

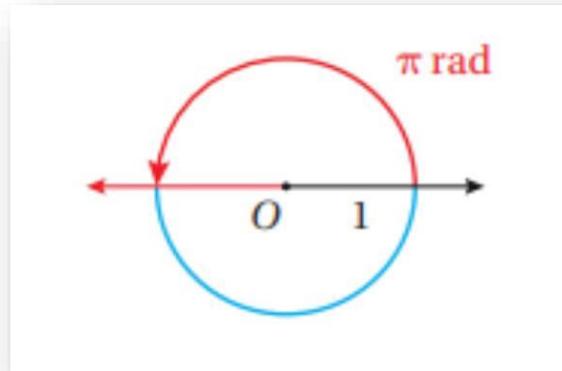
$s =$ طول القوس

فبالإمكان حساب طول قوس في دائرة نصف قطرها r يقابل زاوية مركزية مقدارها θ .

$$S = r \theta$$

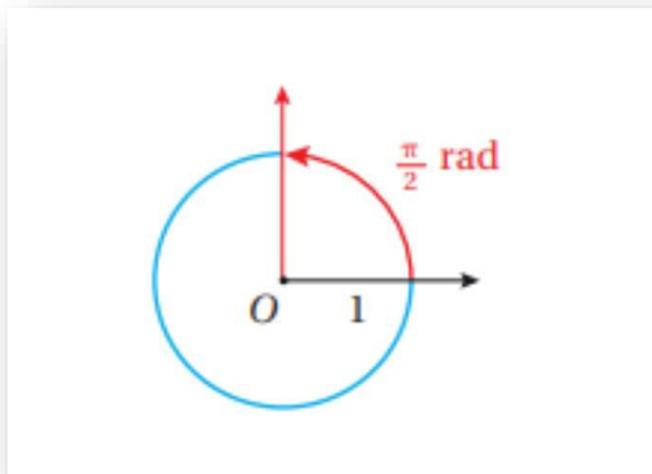
وهو بذلك كمية لا بعدية ، ليس كالمتر والسنتيمتر ، أي أنه مجرد رقم ، والراديان = 52.29578° ،

• قياس الزاوية المستقيمة 180° هو $\pi \text{ rad}$



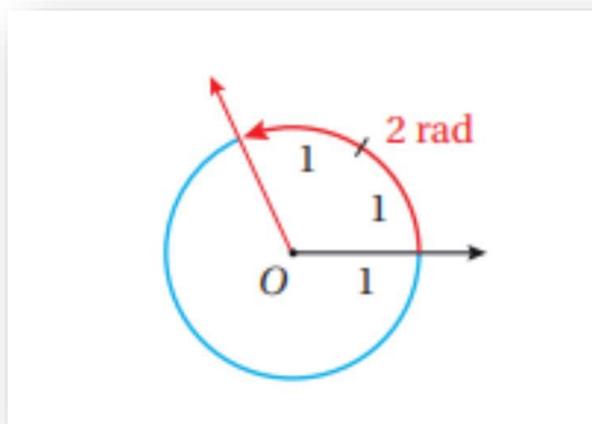
الشكل (2-2) قياس الزاوية المستقيمة بالراديان

- قياس الزاوية القائمة 90° هو $\frac{\pi}{2}$ rad



الشكل (2-3) قياس الزاوية القائمة بالراديان

- قياس الزاوية التي يقابلها قوس طوله بالراديان هو 2 rad .



الشكل (2-4) قياس القوس بالراديان

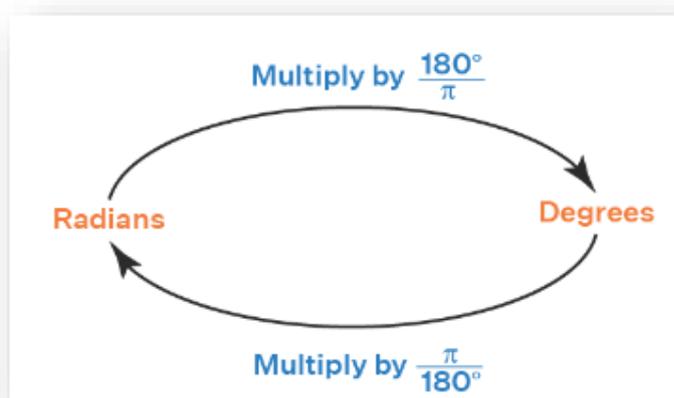
- والتحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان وبالعكس .

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

$$1^\circ = \left(\frac{\pi}{180}\right)$$

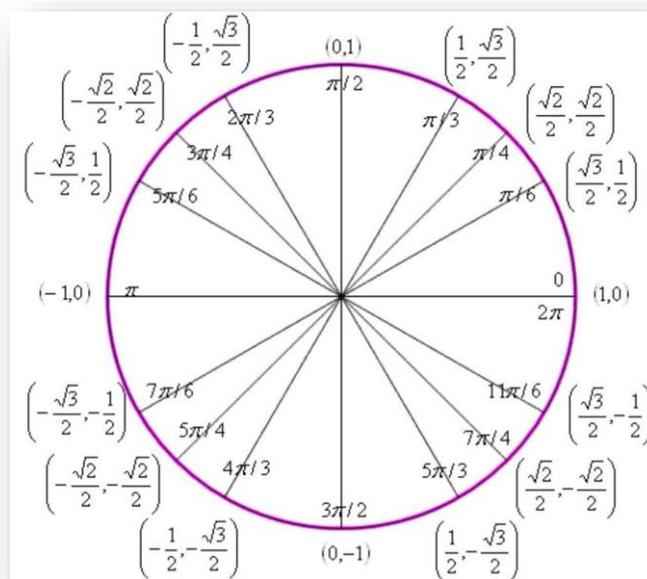
1. للتحويل من القياس بالدرجات إلى القياس بالراديان . اضرب قياس الزاوية في $\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}$.
2. لتحويل من القياس بالراديان إلى القياس بالدرجات . اضرب قياس الزاوية في $\frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}}$.



الشكل (5-2) الراديان مقابل الدرجات

6-2-2 دائرة الوحدة [4] [16] (Unit circle)

أو الدائرية المثلثية هي دائرة نصف قطرها يساوي واحداً في الرياضيات , وهي تسهل علينا حسابات رياضية كبيرة تعتمد على حساب المثلثات إذ إن الوتر فيها يساوي واحداً . تستعمل هذه الدائرة في حساب المثلثات إذ يكون مركزها يقع في المبدأ لنظام الإحداثيات الديكارتية وطول نصف قطرها يساوي واحداً . يرمز لدائرة الوحدة في المستوى التقليدي بالرمز s والتعميم لإبعاد الثلاثية ينتج كرة الوحدة وهي تستعمل في وصف ظواهر طبيعية كثيرة مثل الانتشار الكروي لأشعة الشمس أو لأشعة النجوم وكذلك في حل مسائل تصادم الجسيمات الأولية أو تشتتها أو انتشار الصوت على مصدر الصوت .



الشكل (6-2) دائرة الوحدة

7-2-2 التوزيع الاحتمالي الدائري [33] [6] [9] (Circular distribution)

التوزيع الاحتمالي الدائري هو توزيع احتمالي يتركز احتمالته الكلي على محيط دائرة الوحدة. وهو لا يختلف عن الاحتمال الاعتيادي ليكون مداه بين الصفر والواحد الصحيح , نظراً لأن كل نقطة على المحيط تمثل اتجاهاً، فإن هذا التوزيع هو وسيلة لتعيين الاحتمالات لاتجاهات مختلفة أو تحديد توزيع اتجاهاً. يمكن اعتبار نطاق المتغير العشوائي الدائري θ على أنه $(0, 2\pi)$ أو $(-\pi, \pi)$. وتكون التوزيعات الدائرية على نوعين :- قد تكون متقطعة - تعيين كتل احتمالية فقط لعدد قابل للعد من الاتجاهات، أو قد تكون مستمرة

وفي حالة البيانات الدائرية المستمرة يكون المتغير العشوائي θ لدالة الكثافة الاحتمالية له الخصائص الآتية :-

1. $f(\theta) \geq 0$
2. $\int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta = \int_{-\pi}^{\pi} f(\theta) d\theta = 1$
3. $f(\theta + 2k\pi) = f(\theta)$ for $k \in Z, -\infty < \theta < \infty,$
4. $F(2\pi) = 1$

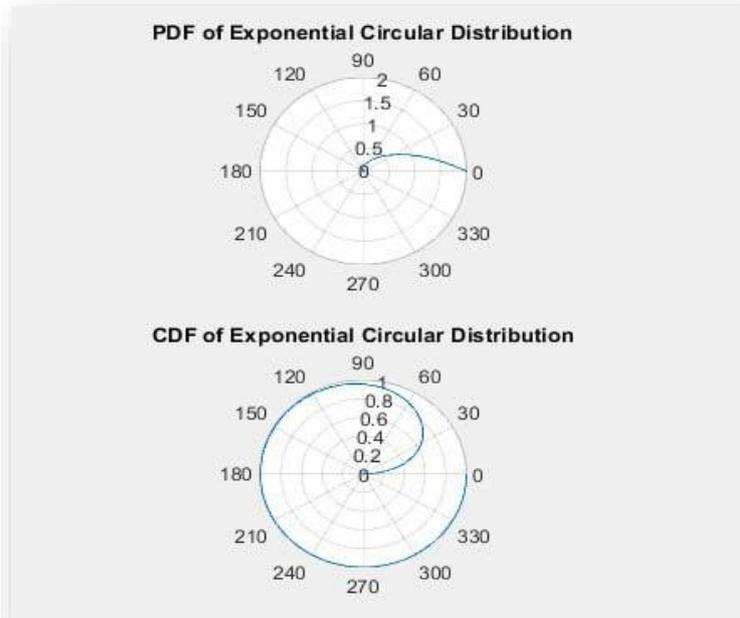
4-2 التوزيع الاسي الملفف [6][8] (The wrapped exponential distribution)

هو توزيع احتمالي ملفوف **The wrapped** ينتج عن التفاف التوزيع الاسي الخطي حول دائرة الوحدة للحصول على دالة الكثافة الاحتمالية :-

$$f(\theta) = \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}, \quad \lambda > 0, 0 \leq \theta \leq 2\pi \dots \dots (2 - 3)$$

λ :- تمثل معلمة التوزيع

$$F(\theta) = \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \quad \lambda > 0 \dots \dots (4 - 2) \quad \text{دالة كثافة التجميعية :-}$$



الشكل (7-2) توزيع الاسي الملفوف pdf (اعداد الباحث)

5-2 التوزيع القلبي $C(\mu, \rho)$ [9][20] (the Cardioid distribution)

هو توزيع متمائل مشتق من المنحني القلبي بمعلمتين يشار اليه احيانا الى التوزيع جيب تمام كثافته الاحتمالية :

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi} [1 + 2\rho \cos(\theta - \mu) - \rho^2] \dots \dots (5-2)$$

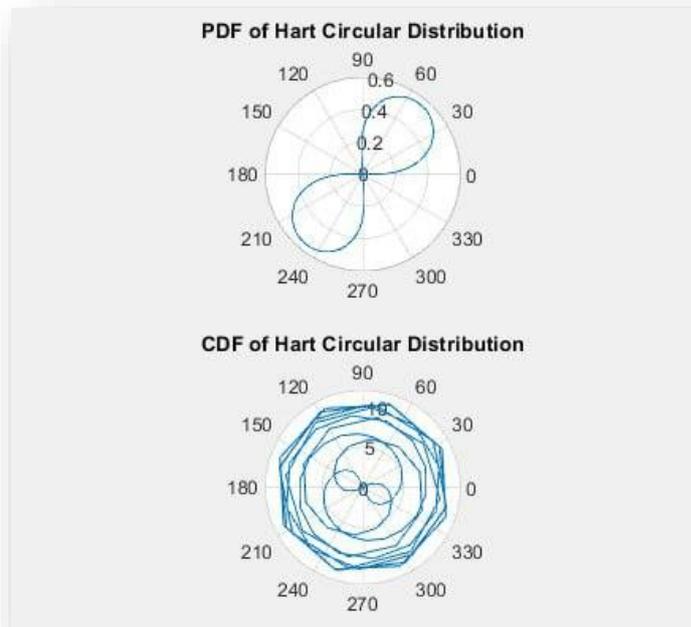
$$0 \leq \rho \leq \frac{1}{2} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad 0 \leq \mu \leq 2\pi$$

دالة الكثافة الاحتمالية له :-

$$F(\theta) = \frac{\theta}{2\pi} + \sin(\theta - \mu) \frac{\rho}{\pi} \dots \dots \dots (6 - 2)$$

ρ تمثل التركيز

μ تمثل اتجاه المتوسط



الشكل (8-2) توزيع القلبي الدائري pdf (اعداد الباحث)

6-2 توزيع فون ميسز [6][24] (Von Miss distribution)

هو التوزيع احادي الواسطة متمائل ويعد الأنموذج الاكثر شيوعاً للعينات احادية الواسطة من البيانات الدائرية ويؤدي توزيع فون ميسز (Von Miss distribution) دوراً مشابهاً لدور التوزيع الطبيعي (Normal distribution) في البيانات الخطية , ودالة الكثافة الاحتمالية له :-

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi I_0(K)} e^{K \cos(\theta - \mu)} \quad \dots\dots\dots (8-2)$$

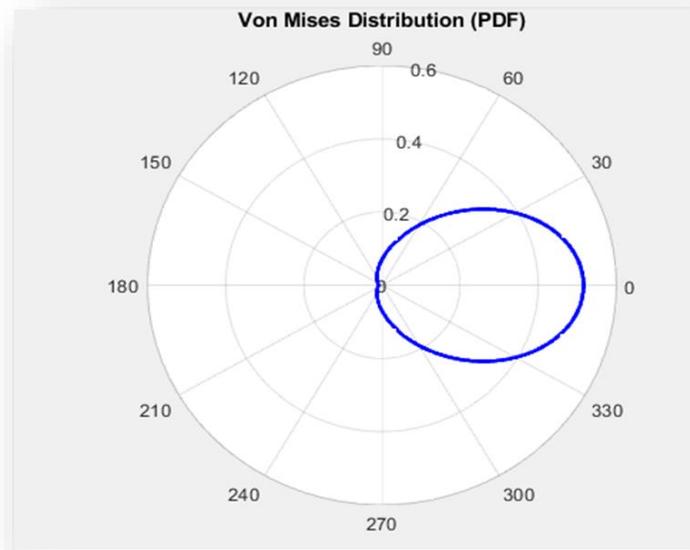
$$0 \leq \theta < 2\pi \quad 0 \leq k < \infty$$

اذ ان μ تمثل المتوسط الدائري او متوسط الاتجاه

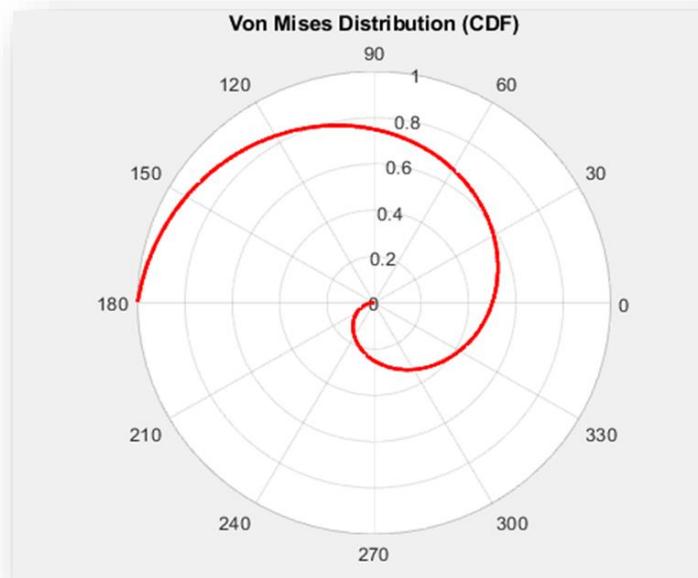
K تمثل التركيز

$$I_0(K) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{K \cos(\theta)} d\theta \quad \dots\dots\dots (8-2)$$

النوع الاول والرتبة الصفرية $\sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{k}{2}\right)^{2r} \left(\frac{1}{r!}\right)^2$



الشكل (9-2) دالة الكثافة الاحتمالية pdf (اعداد الباحث)



الشكل (10-2) دالة الكثافة التجمعية cdf (اعداد الباحث)

7-2 النظرية (2-1) :- [24] ولنفرض $T: R \rightarrow R$ دالة مستمرة وتكون مشتقتها الأولى من T هي متغير عشوائي مستمر دائري له توزيع دائري .

1. $T : [-\pi , \pi] \rightarrow [t_1, t_2]$ such that $t_1 - t_2 = 2\pi$
2. T is monotone on $[-\pi , \pi]$
3. $T^{-1}(\theta + 2k\pi) = T^{-1}(\theta)$ or $T^{-1}(\theta + 2k\pi) = 2k\pi + T^{-1}(\theta)$, for $-\infty < \theta < \infty$

• لإثبات أن دالة الكثافة الاحتمالية عشوائية $\Theta = T(\phi)$

$$f_{\Theta}(\theta) = \left| \frac{d}{d\theta} T^{-1}(\theta) \right| f_{\phi}(T^{-1}(\theta)). \quad \dots \dots \dots (9-2)$$

يترتب على ذلك بوضوح أن $f_{\Theta}(\theta + 2k\pi) = f_{\Theta}(\theta)$ $k \in \mathbb{Z}$ لذلك، فإن $\Theta = T(\phi)$ لها توزيع دائري .

الآن نضع في اعتبارنا الدالة T بحيث

$$T^{-1}(\theta) = 2\pi F(\theta - \varepsilon) - \pi$$

اذ إن F هي دالة دائرية مرتبة بالكثافة الدائرية f و $-\pi \leq \varepsilon \leq \pi$ من الواضح ان الدالة T غنية بشروط النظرية ومن ثم فان $\Theta = T(\varphi)$ هي متغير دائري .

8-2 النظرية (2-2) [24]: - لنفرض إن المتغير العشوائي الدائري φ له دالة كثافة $g(\varphi)$, ثم دالة الكثافة الدائرية الناتجة عن التحويل $\Theta = T(\varphi)$ المحددة أنفاً هو

للتبسيط نفترض أن $\varepsilon = 0$ مالم يتم خلاف ذلك , سيشير إلى الطريقة بناء توزيع دائري كدالة توزيع التحويلات المعكوسة (idf) ويسمى توزيع دائري .

9-2 بناء إنموذج دائري جديد بقاعدة تحويل التوزيع المعكوسة (idf transformation)

نعوض التوزيعين الآسي والقلبي بقاعدة التحويل المعكوسة (idf transformation) التي تنص على :-

$$f^*(\theta) = 2\pi g(2\pi F(\theta - \varepsilon) - \pi) f(\theta - \varepsilon), \theta \in [-\pi, \pi] \dots \dots (10 - 2)$$

لنحصل على التوزيع العنكبوتي الدائري الجديد , ولإثبات هذا التوزيع دالة احتمالية تكامل الدالة من 0 إلى 2π وبمساواتها للواحد يكون التوزيع احتمالياً .

تطبيق القاعدة

$$f^*(\theta) = 2\pi g(2\pi F(\theta - \varepsilon) - \pi) f(\theta - \varepsilon), \theta \in [-\pi, \pi]$$

$$f^*(\theta) = 2\pi \times \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}$$

$$= \left[1 + 2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right) \right] \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}$$

Pdf New

$$= \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + 2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right) \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

..... (11-2)

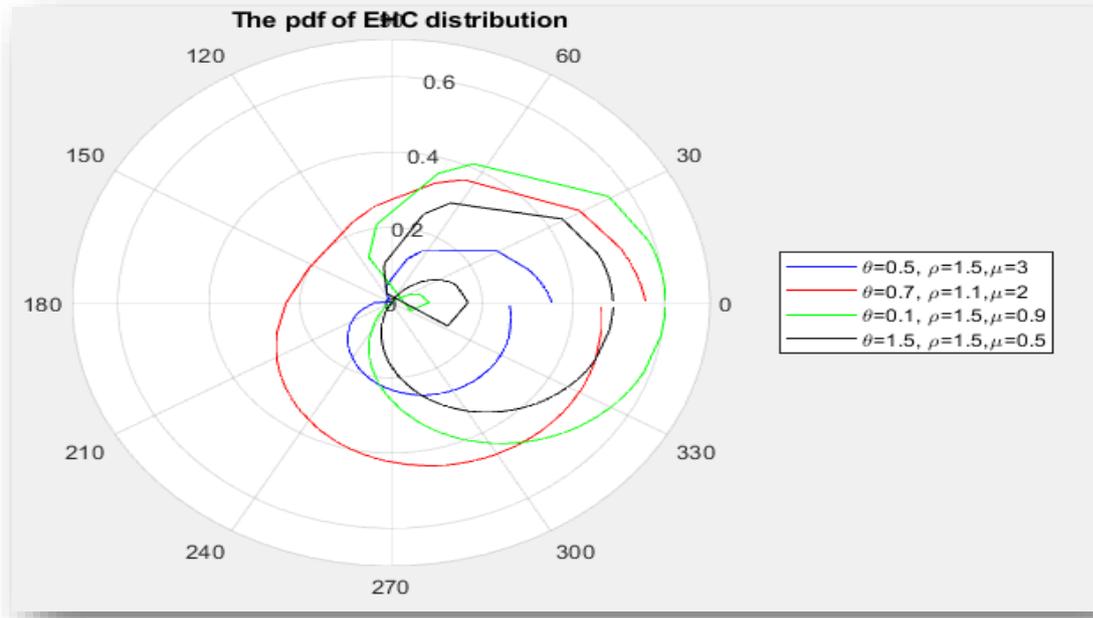
تكامل الجزء الأول

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \\
&= \frac{1}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \int_0^{2\pi} \lambda e^{-\lambda\theta} d\theta \\
&= \frac{1}{1 - e^{-2\pi\lambda}} - \left| e^{-\lambda\theta} \right|_0^{2\pi} \\
&= \frac{1}{1 - e^{-2\pi\lambda}} - [(e^{-2\pi\lambda} - e^{-\lambda 0})] \\
&= \frac{1}{1 - e^{-2\pi\lambda}} [-[(e^{-2\pi\lambda} - 1)]] \\
&= 1
\end{aligned}$$

تكامل الجزء الثاني

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi} \left[[2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi] \times \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right] d\theta \\
& \int_0^{2\pi} [2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi] \times \frac{1}{2\pi} \times \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}] d\theta \\
&= [-2\rho \sin \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi]_0^{2\pi} \\
&= [-2\rho \sin \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda 2\pi}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi] - [-2\rho \sin \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda 0}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi] \\
&= [-2\rho \sin \left((2\pi - \mu) - \pi \right) - [-2\rho \sin \left((2\pi(0) - \mu) - \pi \right)]] \\
&= 0 \\
&= \int_0^{2\pi} \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} d\theta + \int_0^{2\pi} 2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} d\theta \\
&= 1 + 0 \\
&= 1
\end{aligned}$$

يكون التوزيع العنكبوتي الدائري دالة احتمالية بثلاثة معالم μ, λ, ρ



الشكل (11-2) دالة الاحتمالية لتوزيع الجديد (اعداد الباحث)

وان دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية لتوزيع العنكبوتي الدائري (CDF) هي :-

$$F(\theta) = \int_0^\theta f(w) dw$$

$$= \int_0^\theta \frac{\lambda e^{-\lambda w}}{1-e^{-2\pi\lambda}} dw + \int_0^\theta \left[2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda w}}{1-e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \times \frac{\lambda e^{-\lambda w}}{1-e^{-2\pi\lambda}} dw$$

تكامل الجزء الأول

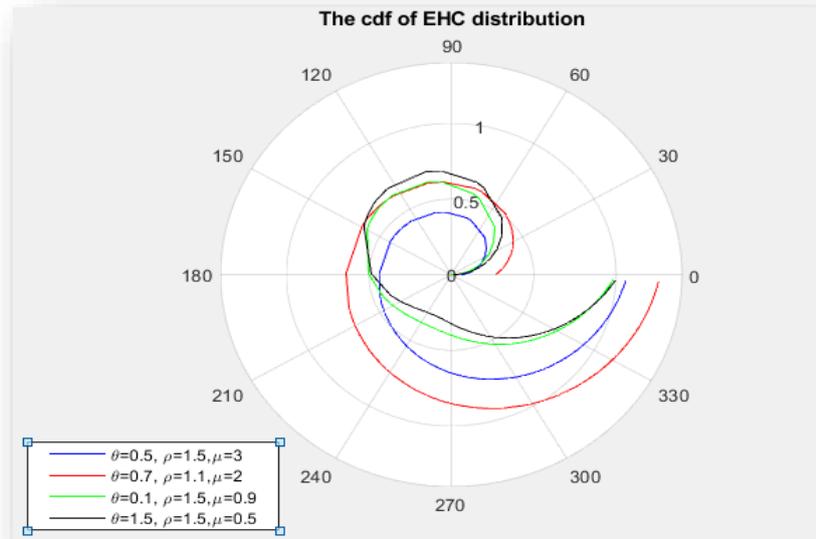
$$= \int_0^\theta \frac{\lambda e^{-\lambda w}}{1-e^{-2\pi\lambda}} dw = \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}}$$

تكامل الجزء الثاني

$$= \int_0^\theta \left[2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda w}}{1-e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \frac{\lambda e^{-\lambda w}}{1-e^{-2\pi\lambda}} dw$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[2\rho \sin \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] - 2\rho \sin \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} \right) \right)$$

$$F(\theta) = \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi} \rho \sin\left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) \dots \dots (12-2)$$



الشكل (12-2) دالة الكثافة الاحتمالية التجميعية cdf (اعداد الباحث)

*من خصائص التوزيع الدائري $F(2\pi) = 1$

$$F(\theta) = \frac{1-e^{-\lambda 2\pi}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \left[2\rho \sin\left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda 2\pi}}{1-e^{-2\pi\lambda}}\right) - \mu\right) - \pi \right]$$

$$= 1 + \frac{1}{\pi} \rho \sin \pi \dots \dots (13-2)$$

$$= 1$$

-إما العزوم المثلثية لتوزيع العنكبوتي الدائري [32]

$$\varphi_m = \alpha_m + i\beta_m$$

$$\alpha_m = E(\cos(m\theta)) = \int_0^{2\pi} \cos(m\theta) dF(\theta)$$

$$\beta_m = E(\sin(m\theta)) = \int_0^{2\pi} \sin(m\theta) dF(\theta)$$

$$\varphi_1 = \alpha_1 + i\beta_1$$

الجزء الحقيقي للعزوم المثلثية , $m=1$ α_m

$$\alpha_1 = \cos 1 \int_0^{2\pi} \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} + \cos 1 \int_0^{2\pi} \left[2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \times \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}]$$

.....(15-2)

الجزء التخيلي للعزوم المثلثية $m=1$, β

$$\beta_1 = \sin 1 \int_0^{2\pi} \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} + \sin 1 \int_0^{2\pi} \left[2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \times \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}]$$

.....(16-2)

عندما $m=1$ للعزم لمتلثي فإنه يمثل الوسط

$$\varphi_1 = \cos 1 \int_0^{2\pi} \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} + \cos 1 \int_0^{2\pi} \left[2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}] +$$

$$\sin 1 \int_0^{2\pi} \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} + \sin 1 \int_0^{2\pi} \left[2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \times \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}]$$

.....(17-2)

$$\varphi_2 = \int_0^{2\pi} \cos 2^\theta \left(\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) + \int_0^{2\pi} \left[\cos 2^\theta 2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}] +$$

$$\int_0^{2\pi} \sin 2^\theta \left[\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right] + \sin 2^\theta \int_0^{2\pi} \left[\sin 2^\theta 2\rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \right) - \mu \right) - \pi \right] \times \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}]$$

.....(18-2)

$$\text{Var}(\theta) = 1 - \int_0^{2\pi} \cos(\theta - \mu) d\theta$$

.....(19-2)

10-2 دالة البقاء [17] Survival function

تعرف دالة البقاء بأنها احتمال بقاء الكائنات الحية لوقت محدد t ويرمز لها بالرمز $s(t)$ أي يعني احتمال عدم فشل العنصر في الفاصل الزمني $(t,0)$ وهي دالة متناقصة مع الزمن (لأنها تقيس تقادم وتعمر الإنسان) وعادة تستعمل في الدراسات الطبية والحياتية وصيغتها الرياضية :-

$$F(\theta) = \text{pr}(\theta \leq t) = \int_0^t f(\theta) dt$$

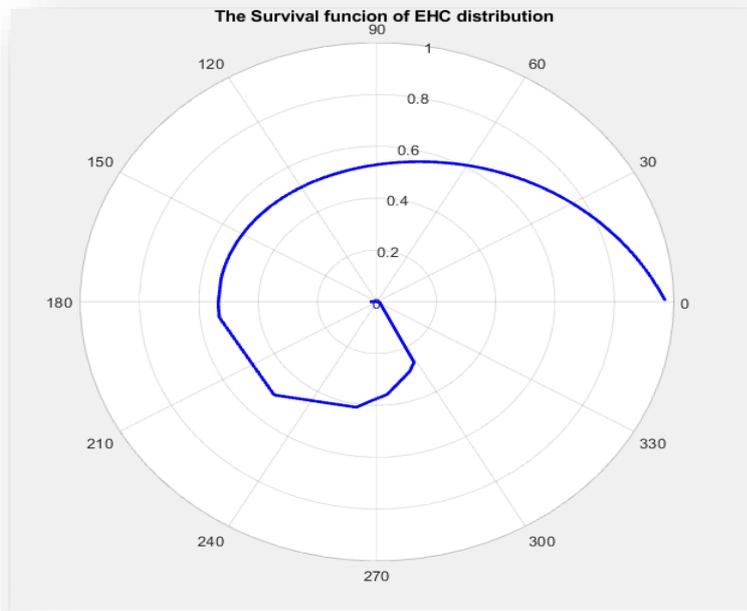
$$S(\theta) = \text{pr}(\theta > t)$$

$$S(\theta) = 1 - F(\theta)$$

وتتميز دالة البقاء بالخصائص الآتية:

1. تكون موجبة دائماً وتتراوح قيمها بين الصفر والواحد الصحيح أي $0 \leq S(\theta) \leq 1$.
2. تكون دائماً متناقصة أي $\lim_{t \rightarrow \infty} S(\theta) = 0$, وهذا يعني أن أي فرد لا بد أن يصل إلى الفشل (الموت) عند $(\theta \rightarrow \infty)$.
3. غالباً ما تكون $S(0) = 1$.

$$S(\theta) = 1 - \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} + \left[\frac{1}{\pi} \rho \sin \left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right] \dots \dots \dots (14-2)$$



الشكل (13-2) يمثل دالة البقاء لتوزيع EHC

11-2 طرائق التقدير [1][10] (Estimation modalities)

تكون عمليات التقدير للمجموعات التي تجري عليها الدراسة عن طريق اخذ عينة من تلك المجتمعات على أن تكون هذه العينة وافية وتحمل خصائص المجتمع كافة أو قريبة منه وإنّ عملية التقدير لها أهمية كبيرة في الاستدلال الإحصائي وعن طريق توضيح النتائج والاستنتاجات التي تخص العينة ومن ثم تعميم على المجتمع. وهناك عدة طرائق لتقدير وسيتم استعمال بعض منها في هذه الرسالة منها طريقة الإمكان الأعظم وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وطريقة المربعات الموزونة.

1-11-2 طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method

تعد هذه الطريقة من أكثر الطرائق شيوعاً لامتيازها بالكفاية والاتساق وخاصية الثبات ليكن عينة عشوائية بحجم n تتبع التوزيع EHC التي تعطي الدالة الكثافة الاحتمالية له كالاتي :-

$$f(\theta, \lambda, \rho, \mu) = \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} + 2\rho \cos\left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}$$

.....(20-2)

$$l(\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots \dots, \theta_n) = \prod_{i=0}^n f(\theta, \lambda, \rho)$$

$$l(\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots \dots, \theta_n) = \prod_{i=0}^n \left[1 + 2\rho \cos\left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)\right] \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}$$

$$L = \left(\frac{\lambda}{1 - e^{-2\pi\lambda}}\right)^n \prod_{i=0}^n e^{-\lambda\theta} + \prod_{i=0}^n 2\rho \cos\left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) \frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}}$$

$$\ln l = -n \ln \lambda - n \ln(1 - e^{-2\pi\lambda}) - \lambda \sum \theta_i + \sum_{l=0}^n \ln 2\rho \cos\left(\left(2\pi \frac{1 - e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right)$$

$$\frac{\lambda e^{-\lambda\theta}}{1 - e^{-2\pi\lambda}} \dots \dots \dots (21 - 2)$$

لا يمكن أن تحل باستعمال الطرائق التحليلية الاعتيادية لذلك سيتم الحصول على مقدر بأحد الطرائق العددية المستخدمة لحل المعادلات الرياضية غير الخطية عن طريق استعمال دالة solve f في برنامج الماتلاب

2-11-2 طريقة المربعات الصغرى (least square method)

تعتمد هذه الطريقة على الحصول على مقدرات الانحدار حيث تمثل a معلمة القاطع، b معلمة الميل. بحيث يتم تصغير مجموع مربعات البواقي إلى أدنى قيمة لها. بحيث يجري تعريف مكون يطلق عليه مجموع المربعات البواقي وبعد ذلك يشرع في الحصول على a ، b ، بحيث يتم تصغير هذا المكون إلى أدنى قيمة له. طريقة المربعات الصغرى تعطينا مقدرات الانحدار a ، b ، ولكن لا تعطينا مقدر التباين وهذا يعد من نقاط ضعف طريقة المربعات الصغرى.

$$\frac{dQ}{d\lambda} = 2 \sum_{i=1}^n \left[F(\theta_i) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{dF(\theta_i)}{d\lambda} \right]$$

$$\frac{dQ}{d\rho} = 2 \sum_{i=1}^n \left[F(\theta_i) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{dF(\theta_i)}{d\rho} \right]$$

$$\frac{dQ}{d\mu} = 2 \sum_{i=1}^n \left[F(\theta_i) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{dF(\theta_i)}{d\mu} \right]$$

i تمثل تسلسل المشاهدات في العينة

F(θ) تمثل دالة التوزيع التراكمية لتوزيع العنكبوتي الدائري EXC

تمثل دالة التوزيع التراكمية لتوزيع الدائري ، $\frac{i}{n+1}$ مقدر لا معلمي

$$\frac{dQ}{d\lambda} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi} \rho \sin\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) - \frac{i}{n+1} \right] \dots\dots\dots(2-22)$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi} \rho \sin\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi-})(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2} + \right.$$

$$\left. \frac{1}{\pi} \rho \cos\left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) \frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi-})(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2} \right]$$

$$= \frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi-})(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2} \left[1 + \frac{1}{\pi} \rho \cos\left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) \right] = 0$$

$$\frac{dQ}{d\rho} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + 2\rho \sin\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) - \frac{i}{n+1} \right] \left(2 \sin\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) = 0$$

.....(2-23)

$$\frac{dQ}{d\mu} = 2 \sum_{i=1}^n \left[\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi} \rho \sin\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu\right) - \pi\right) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{dF(\theta_i)}{d\mu} \right] \dots\dots\dots(2-24)$$

$$= \frac{1}{\pi} \rho \cos(1) \times 1 = 0$$

3-11-2 طريقة المربعات الصغرى الموزونة^[18] (Weighted least square method)

$$\frac{dQ}{d\lambda} = 2 \sum_{i=1}^n W_i \left[F(\theta_i) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{dF(\theta_i)}{d\lambda} \right]$$

$$\frac{dQ}{d\rho} = 2 \sum_{i=1}^n W_i \left[F(\theta_i) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{dF(\theta_i)}{d\rho} \right]$$

$$\frac{dQ}{d\mu} = 2 \sum_{i=1}^n W_i \left[F(\theta_i) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{dF(\theta_i)}{d\mu} \right]$$

i تمثل تسلسل الملاحظة في العينة

F(x_i) تمثل دالة التوزيع التراكمية لتوزيع العنكبوتي الدائري

وان W_i يمثل الوزن وصيغته هي :

$$W_i = \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)}$$

$$\frac{dQ}{d\lambda} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi} \rho \sin \left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right] - \frac{i}{n+1} \right] \dots\dots(25-2)$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\left(\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi} \rho \sin \left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right) - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi-})(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2} + \frac{1}{\pi} \rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right) \frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi-})(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2} \right]$$

$$= \frac{(1-e^{-\lambda\theta})(e^{-2\pi-})(1-e^{-2\pi\lambda})e^{-\theta}}{(1-e^{-2\pi\lambda})^2} \left[1 + \frac{1}{\pi} \rho \cos \left(\left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right) \right] = 0$$

$$\frac{dQ}{d\rho} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\left(\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + 2\rho \sin \left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right) - \frac{i}{n+1} \right] \left(2 \sin \left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right) \right) = 0 \dots\dots\dots(26-2)$$

$$\frac{dQ}{d\mu} = 2 \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} + \frac{1}{\pi} \rho \sin \left(2\pi \frac{1-e^{-\lambda\theta}}{1-e^{-2\pi\lambda}} - \mu \right) - \pi \right] - \frac{i}{n+1} \right] \left[\frac{dF(\theta_i)}{d\mu} \right] = 0$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\frac{1}{\pi} \rho \cos(1) \times 1 \right] = 0 \dots\dots\dots (27-2)$$

12-2 معايير مقارنة طرائق التقدير [3] Criteria for comparison of (estimation methods)

تم استعمال المعايير الأتية لغرض المقارنة بين توزيع الاسي الملفوف بمعلمة وتوزيع القلبى الدائري بمعلمتين والتوزيع العنكبوتي الدائري المقترح لبيان أيهما أفضل بالنسبة للبيانات الحقيقية التي ستطبق في الجانب العملي من هذه الرسالة وكما يأتي:

2-12-1 متوسط مربع الخطأ (MSE) (mean square error)

هو معدل مجموع مربعات الفرق بين المعلمة المقدرة والمعلمة الحقيقية مضافاً له مربع التحيز وصيغته كالاتي

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{\theta} - \theta)^2}{n} + Bias^2 \quad \dots\dots\dots(28-2)$$

2-12-2 متوسط مربع الخطأ للتوزيع (MSE) (mean square error)

ويستعمل هذا المعيار للمقارنة بين طرائق التقدير بالنسبة لدالة البقاء (Survival) للتوزيع المقترح وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي: -

$$Mse(\hat{s}(\theta_t)) = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \left(\hat{s}(\theta_{t_j}) - s(\theta_{t_j}) \right)^2 \quad \dots\dots\dots(29-2)$$

إذ ان: $j = 1, 2, \dots, m$; عدد قيم المتغير (θ_t) في التجربة

$s(\theta_t)$ تمثل قيم دالة البقاء الحقيقية (التجريبية) للتوزيع المقترح (العنكبوتي الدائري)

$\hat{s}(\theta_t)$ تمثل قيم دالة البقاء (المقدرة) للتوزيع المقترح

13-2 اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit test) [15]**1-13-2 اختبار أكايكي AIC (Akaike Test)**

ويستعمل هذا المعيار للمقارنة بين التوزيعات الاحتمالية بناء على عينة من البيانات تطبق عليها اذ تحسب قيمة المعيار والتوزيع الذي يمتلك اقل قيمة يعد الافضل في تمثيل هذه العينة من البيانات .
أن الصيغة العامة لأحصاءة معيار أكايكي (AIC) كما يأتي :-

$$AIC = -2L(\hat{\theta} \setminus X) + 2P \quad \dots\dots\dots(2-30)$$

$L(\theta \setminus X)$: لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لملاحظات بيانات العينة.

P : عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

2-13-2 اختبار أكايكي البيزي BIC (Bayesian Akaike Test)

يتناول كيفية اختيار نموذج معين من بين عدة نماذج , عن طريق ايجاد الحل البيزي له (Bayes solution) وتم استعمال نظرية بيز في توسعة الحل البيزي وحسب الصيغة الاتية :-

$$BIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + P \text{Log}(n) \quad \dots\dots\dots(2-31)$$

$L(\theta \setminus X)$: تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لملاحظات بيانات العينة.

P : عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

n : حجم العينة.

2-14 معايير اختبار ملائمة البيانات لتوزيع العنكبوتي [21]

تم استعمال اختبار Kuiper وهو اختبار يأخذ قيم عشوائية من قيم الزاوية ويختبر ما اذا كانت النقاط مشتتة عشوائيا حول الدائرة عن طريق فحص الانحرافات بين التوزيع التجريبي ودالة التوزيع التراكمي (CDF) للتوزيع الموحد ويشبه الى حد كبير اختبار واتسون U_2 . يتم حساب إحصائية اختبار كويبر V_n عن طريق إيجاد الحد الأقصى للانحراف الرأسي لـ EDF فوق (D^+) CDF والحد الأقصى للانحراف الرأسي لـ EDF أسفل (D^-) CDF. يتم جمع هاتين القيمتين معًا للحصول على إحصاءات الاختبار V_n :

$$D^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \left(\frac{i}{n} - \theta_i \right)$$

$$D^- = \max_{1 \leq i \leq n} \left(\theta_i - \frac{i-1}{n} \right)$$

$$V_n = D^+ + D^-$$

الفصل الثالث

الجانبة التجريبي

والتطبيقي

1-3 تمهيد

استعمل أسلوب المحاكاة مونت-كارلو لاختبار قابلية طرائق تقدير معلمات التوزيع العنكبوتي الدائري التي تم عرضه في الجانب النظري من هذه الرسالة، ثم المقارنة بين هذه الطرائق عن طريق معيار متوسط مربع الخطأ (MSE).

يحتوي هذا الفصل على بعض المفاهيم العامة للمحاكاة ووصف لتجربة المحاكاة الخاصة بالرسالة من حيث احجام العينات وكذلك النماذج الافتراضية الخاصة بقيم العينات الافتراضية، وتم عرضها في جداول.

3-2 المحاكاة [12]

وهي طريقة أو أسلوب تعليمي يستعمل عادةً لتمثيل الواقع الحقيقي الذي يصعب الوصول اليه بواقع افتراضي تصوري يشبهه لحد ما، أي إعطاء نسخة فرضية تكون طبق الأصل من الواقع الأصلي أو العالم الواقعي لنظام معين أو نموذج محدد، من دون التطرق لهذا الانموذج أو النظام بشكل مباشر. لقد بدأ ظهور المحاكاة قديماً جداً كما في لعبة الشطرنج، إلا أنه في ستينيات القرن الماضي ازداد الاهتمام بالمحاكاة كطريقة مناسبة وفعالة في عملية التعليم ولاسيما بعد ظهور أجهزة الحاسوب، أذ صارت عملية المحاكاة للمفاهيم والأنشطة المختلفة والتجارب تتم عن طريق أجهزة الحاسوب. ويتم الاعتماد بشكل كبير على أسلوب المحاكاة التجريبي نتيجة لدرجة التعقيد في أغلب النظريات الإحصائية الرياضية والعمليات الهندسية والتجارب الطبية والحياتية، والصعوبة الكبيرة التي يواجهها الباحثون في تحليلها وإثباتها، ما دفعهم إلى استعمال أسلوب المحاكاة لتمثيلها في مجتمعات افتراضية وهمية مقارنة للنماذج الأصلية الحقيقية، ما تحقق لنا قدراً كافياً من الفهم والادراك للواقع الحقيقي، وذلك بسحب عينات عشوائية مختلفة الاحجام بغية الوصول للحلول المثلى لهذه النظريات والمشكلات. وتوجد هنالك طرائق متعددة ومختلفة من أساليب المحاكاة وأن أرحمها وأكثرها شيوعاً واستعمالاً هي طريقة محاكاة ((Monte-Carlo، إذ تنماز بدرجة عالية من الليونة في تكرار العملية التجريبية لمرات متعددة يتم عن طريقها توليد عينات عشوائية مختلفة الاحجام ومستقلة بعضها عن البعض الآخر.

3-3 مراحل تجربة المحاكاة (Simulation stages):

يتم بناء تجربة المحاكاة على شكل مراحل متسلسلة بهدف الحصول على أفضل تقدير لمعلمات التوزيع المقترح العنكبوتي الدائري وذلك بالاستعانة ببرنامج (الماتلاب) ووفقاً للمراحل الآتية:

1-3-3 المرحلة الأولى (The first stage):

وهي اول واهم مرحلة من مراحل المحاكاة اذ تعد الأساس لبناء المحاكاة، ويعتمد عليها بشكل كبير إجراءات البرنامج وعملياته وكذلك باقي مراحل المحاكاة اذ يتم فيها اختيار قيم افتراضية تجريبياً عبر اجراء تجارب عدة واختيار القيم التي استقرت عندها التقديرات واعطت أفضل النتائج وحسب الخطوات الاتية:

1- يتم في هذه الخطوة اختيار القيم الافتراضية لمعاملات التوزيع العنكبوتي الدائري الجديد EHC في خمس نماذج مختلفة مفترضة من نفس التوزيع للمعاملات (λ, ρ, μ) . من خلال تجربة عدة نماذج تم اختيار هذه المعاملات المدرجة في الجدول ادناه كانت هي الفضلى من حيث الحصول على اقل MSE والاقرب للمعاملات المحددة في الجانب التطبيقي التي بينها الجدول رقم (1-3) وكما يأتي :

جدول رقم (1-3)

القيم الافتراضية للمعاملات والنماذج المقترحة

MODLE	λ	ρ	μ
1	0.08	0.6	3
2	0.1	1.1	3
3	0.1	0.7	2.5
4	0.1	0.5	1.5
5	0.05	0.5	2.7

2- يتم في هذه الخطوة من المرحلة الأولى اختيار أربعة حجوم مختلفة من العينة اذ تم اختيار الحجوم (25, 50 , 100, 150)، بهدف معرفة مدى تأثير هذا التغير في حجم العينة على دقة نتائج التقدير.

3- في هذه الخطوة قمنا بتكرار التجربة (1000) مرة بهدف الحصول على اعلى تجانس بين البيانات.

2-3-3 المرحلة الثانية (The second stage):

في هذه المرحلة من المحاكاة يتم توليد البيانات عشوائية بما ينسجم مع التوزيع الاحتمالي المقترح (العنكبوتي الدائري EHC) وكما يأتي :

- 1- توليد بيانات عشوائية تتبع في توزيعها التوزيع فون ميسز الدائري (VON Distribution) ضمن الفترة $\{0, 2\pi\}$.
- 2- يتم اجراء عملية تحويل للبيانات التي تم توليدها في الخطوة (1) وجعلها تتبع في توزيعها التوزيع المقترح (العنكبوتي الدائري EHC).

3-3-3 المرحلة الثالثة (The third stage):

في هذه المرحلة يتم القيام بعملية تقدير قيم معاملات التوزيع الاحتمالي الدائري المقترح EHC واختيار افضل طريقة من طرائق التقدير بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربع الخطأ التي تم التطرق لها في الفصل الثاني ضمن الجانب النظري من الرسالة.

جدول (2-3) : الرتب الجزئية و الكلية لطرائق التقدير والحالات الافتراضية

Model	N	MLE	OLS	WOLS	Best
M1	25	1	2	3	MLE
	50	1	3	2	
	100	1	3	2	
	150	1	3	2	
	$\sum Rank$	4	11	9	
	Partial Rank	1	3	2	
M2	25	1	3	2	MLE
	50	1	2	3	
	100	1	3	2	
	150	1	3	2	
	$\sum Rank$	4	11	9	

	Partial Rank	1	3	2	
M3	25	1	2	3	MLE
	50	1	3	2	
	100	1	2	3	
	150	1	2	3	
	$\sum Rank$	4	9	11	
	Partial Rank	1	2	3	
M4	25	2	3	1	
	50	3	2	1	
	100	1	3	2	
	150	1	3	2	
	$\sum Rank$	7	11	6	
	Partial Rank	2	3	1	
M5	25	1	3	2	MLE
	50	1	2	3	
	100	1	2	3	
	150	1	2	3	
	$\sum Rank$	4	9	11	
	Partial Rank	1	2	3	

1- أظهرت النتائج أفضلية طريقة الإمكان الأعظم (MLE) في اغلب النماذج على بقية طرائق التقدير إذ تمتلك الرتبة الأولى (Partial Rank) لكل أنموذج من النماذج الاول والثاني الثالث والخامس للقيم الافتراضية ، أي انها مناسبة لتقدير معالم و لتوزيع العنكبوتي الدائري EXC ولكافة حجوم العينات .

2- اظهرت النتائج طريقة المربعات الصغرى الموزونة تحتل المرتبة الاولى في الافضلية في الانموذج الرابع اما في النماذج الاخرى تحتل المرتبة الثانية او الثالث ترتيبا مع طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية .

3- بشكل عام نجد أن (MLE) اثبتت أفضليتها بالتقدير بالنسبة لاغلب النماذج وحجوم العينات ستحتل الرتبة الاولى .

4-3-3 المرحلة الرابعة (The forth stage):

في هذه المرحلة نقوم بتحديد أفضل حجم عينة بواسطة المفاضلة بين متوسط مربعات الخطأ لدالة البقاء المقدره بطريقة (MLE) ولجميع حجوم العينات (25, 50, 100, 150) ولجميع النماذج.

جدول (3-3) الرتب الجزئية والكلية لطرائق تقدير المعلمات

Model	Estimator	N			
		25	50	100	150
M1	MSE	0.000007 ⁽²⁾	0.0000004 ⁽¹⁾	0.000011 ⁽³⁾	0.0000102 ⁽⁴⁾
	Rank	3	1	4	2
M2	MSE	0.00018 ⁽⁴⁾	0.00015 ⁽³⁾	0.00008 ⁽²⁾	0.000016 ⁽¹⁾
	Rank	4	3	2	1
M3	MSE	0.00027 ⁽⁴⁾	0.00003 ⁽³⁾	0.00008 ⁽²⁾	0.000002 ⁽¹⁾
	Rank	4	2	3	1
M4	MSE	0.13529 ⁽³⁾	0.1968 ⁽⁴⁾	0.00001 ⁽²⁾	0.000050 ⁽¹⁾
	Rank	3	4	1	2
M5	MSE	0.0015 ⁽⁴⁾	0.00042 ⁽³⁾	0.00023 ⁽²⁾	0.00003 ⁽¹⁾
	Rank	4	3	2	1
Σ Rank		18 ⁽⁴⁾	13 ⁽³⁾	12 ⁽²⁾	7 ⁽¹⁾
Overall Rank		4	3	2	1
Best Sample Size		n = 150			

نلاحظ من الجدول (3-3) ان حجم العينة الفضلى بالنسبة لطريقة التقدير (MLE) تحدد بالحجم (n=150) ، وذلك لأنها حصلت على المرتبة الأولى (Overall Rank) من بين حجوم العينات الأربعة ، وبقية حجوم العينات (25,50,100) حصلت على المراتب الثلاث (الثانية والثالثة والرابعة) على الترتيب .

تنسجم هذه النتيجة مع خاصية الاتساق ، إذ تنص على متوسط مربعات الخطأ يتناقص كلما ازداد حجم العينة .

3-3-5 المرحلة الخامسة (The five stage):

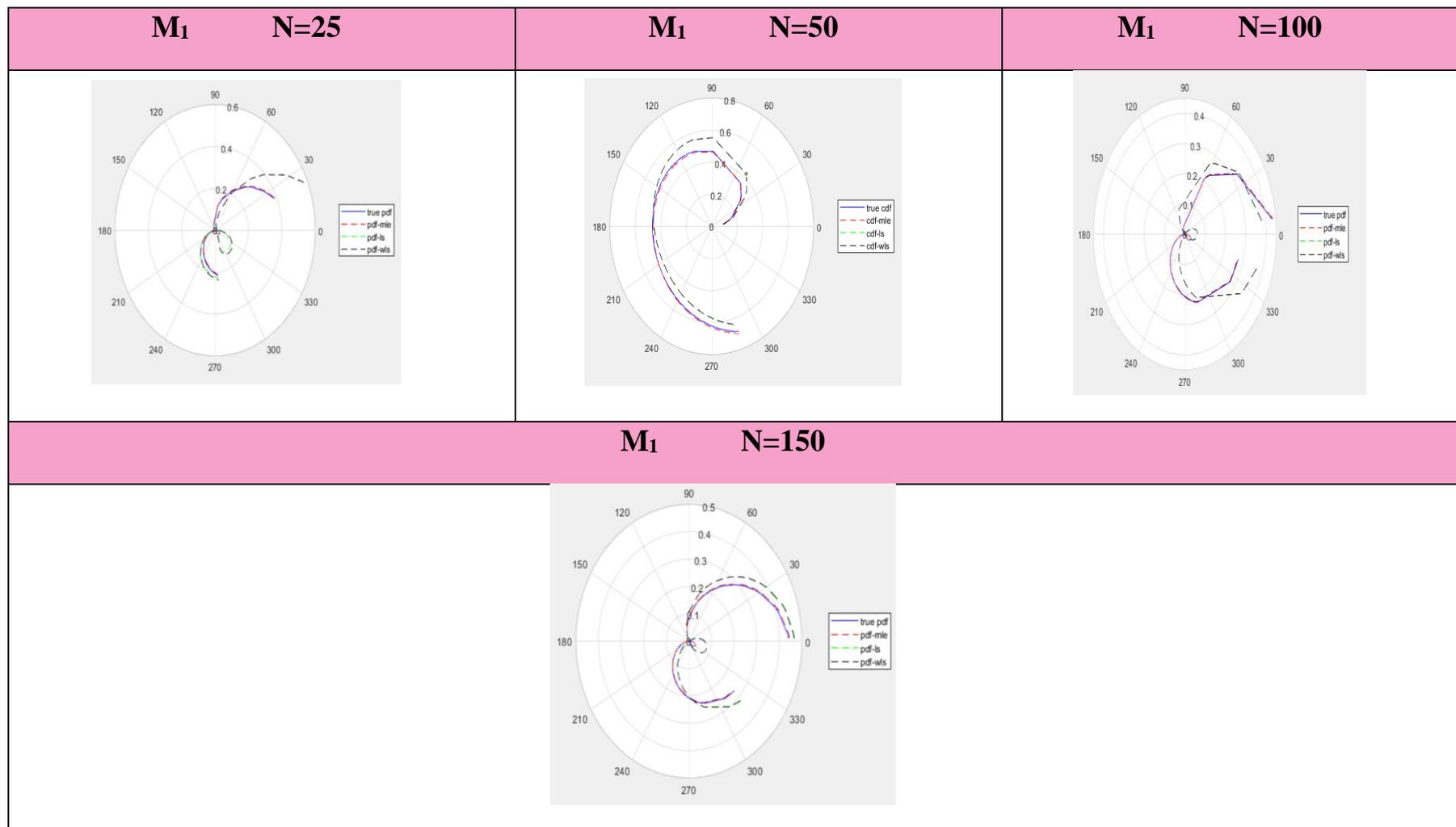
وهي المرحلة الاخيرة من مراحل المحاكاة يتم فيها تحديد أفضل انموذج بواسطة المفاضلة بين متوسط مربعات الخطأ لدالة البقاء المقدره بطريقة (MLE) لحجم العينة 150 ولجميع النماذج .

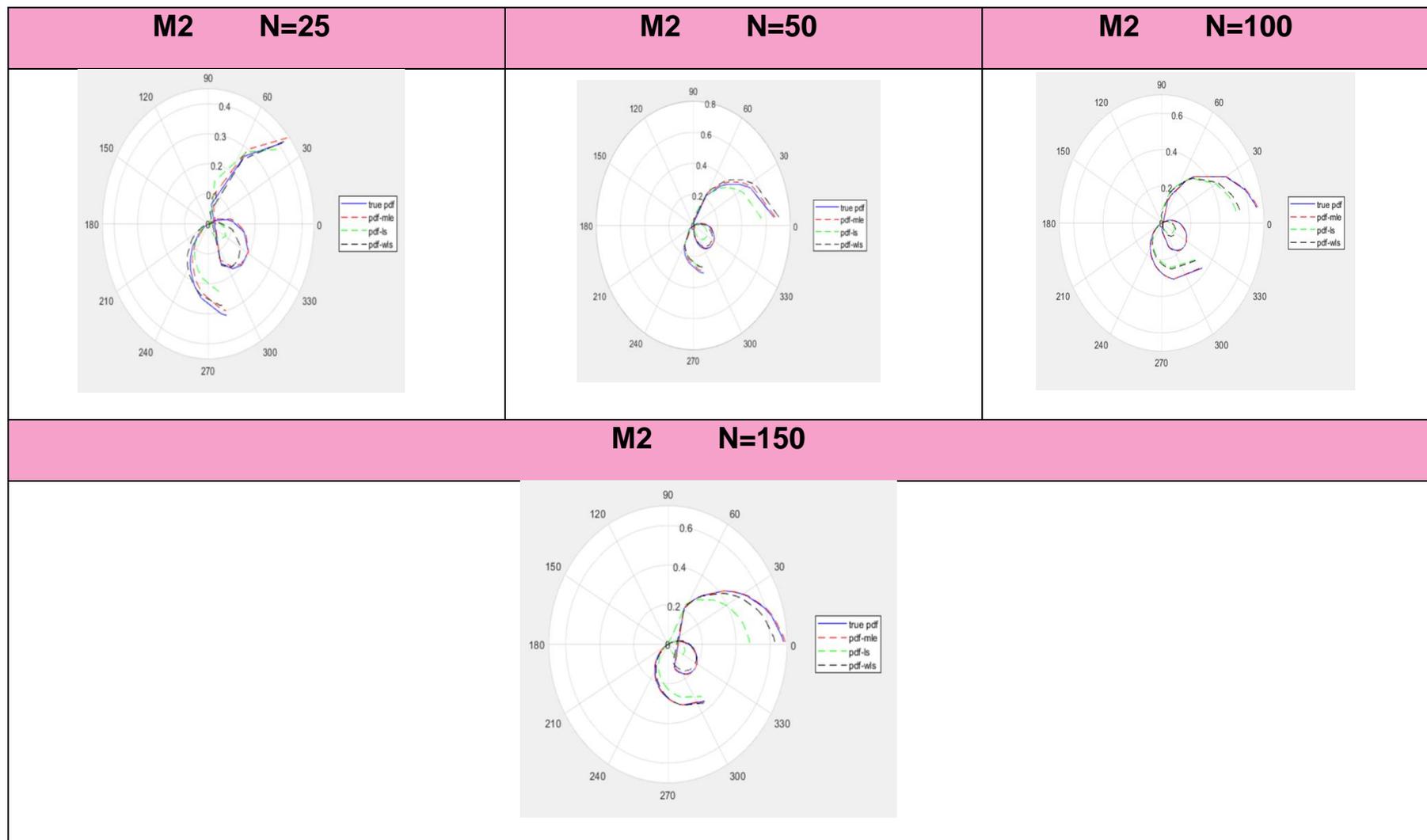
جدول (4-3) رتب خطأ الانموذج

Model	MSE	Rank	Best
M1	0.0000102	3	M3
M2	0.000016	4	
M3	0.000002	1	
M4	0.000050	5	
M5	0.00003	2	

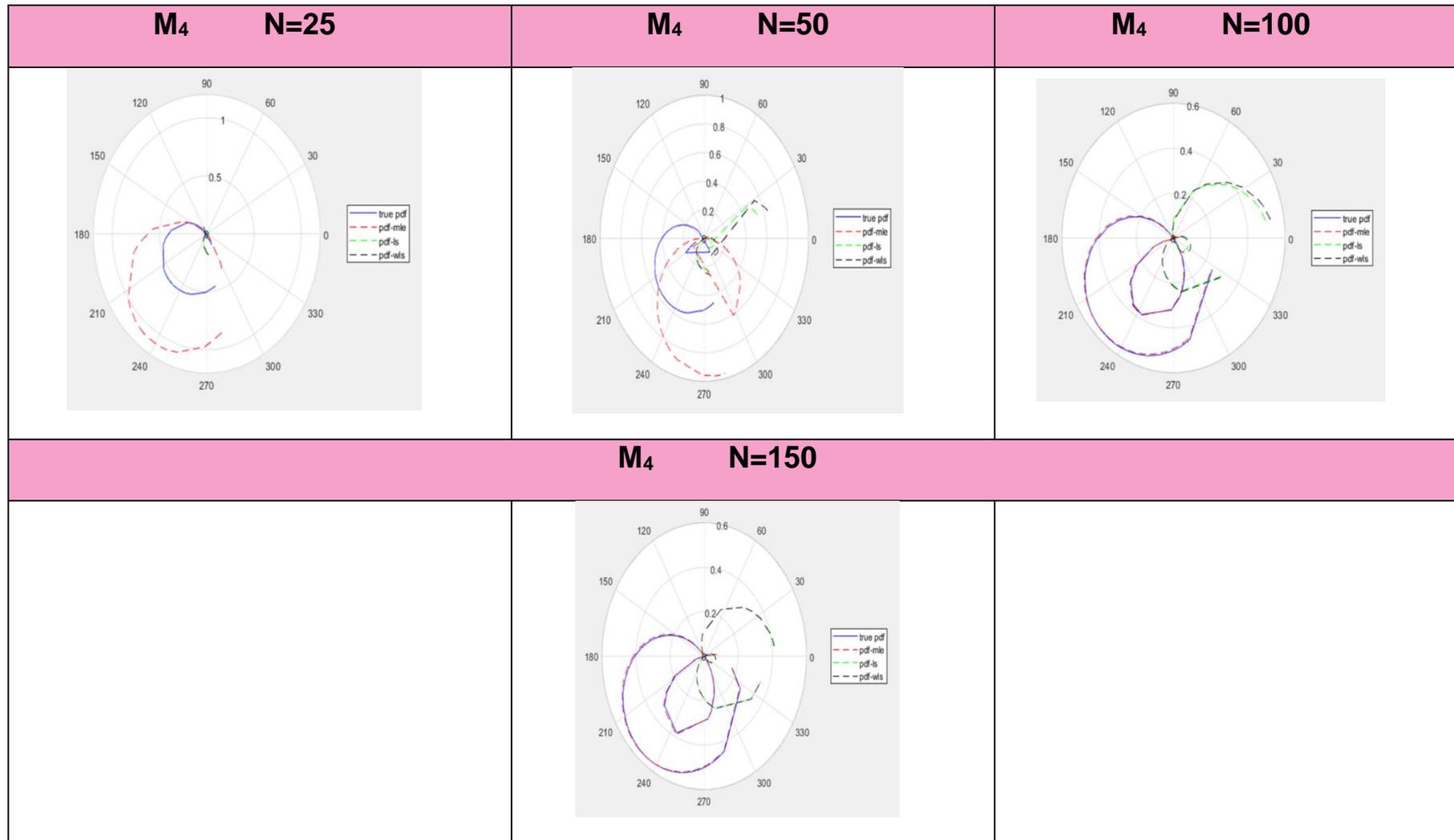
نلاحظ من الجدول (4-3) ان الانموذج الثالث هو الانموذج الافضل ,اذ احتل الرتبة الاولى لامتلاكه اقل متوسط مربعات الخطأ (0.000002) .

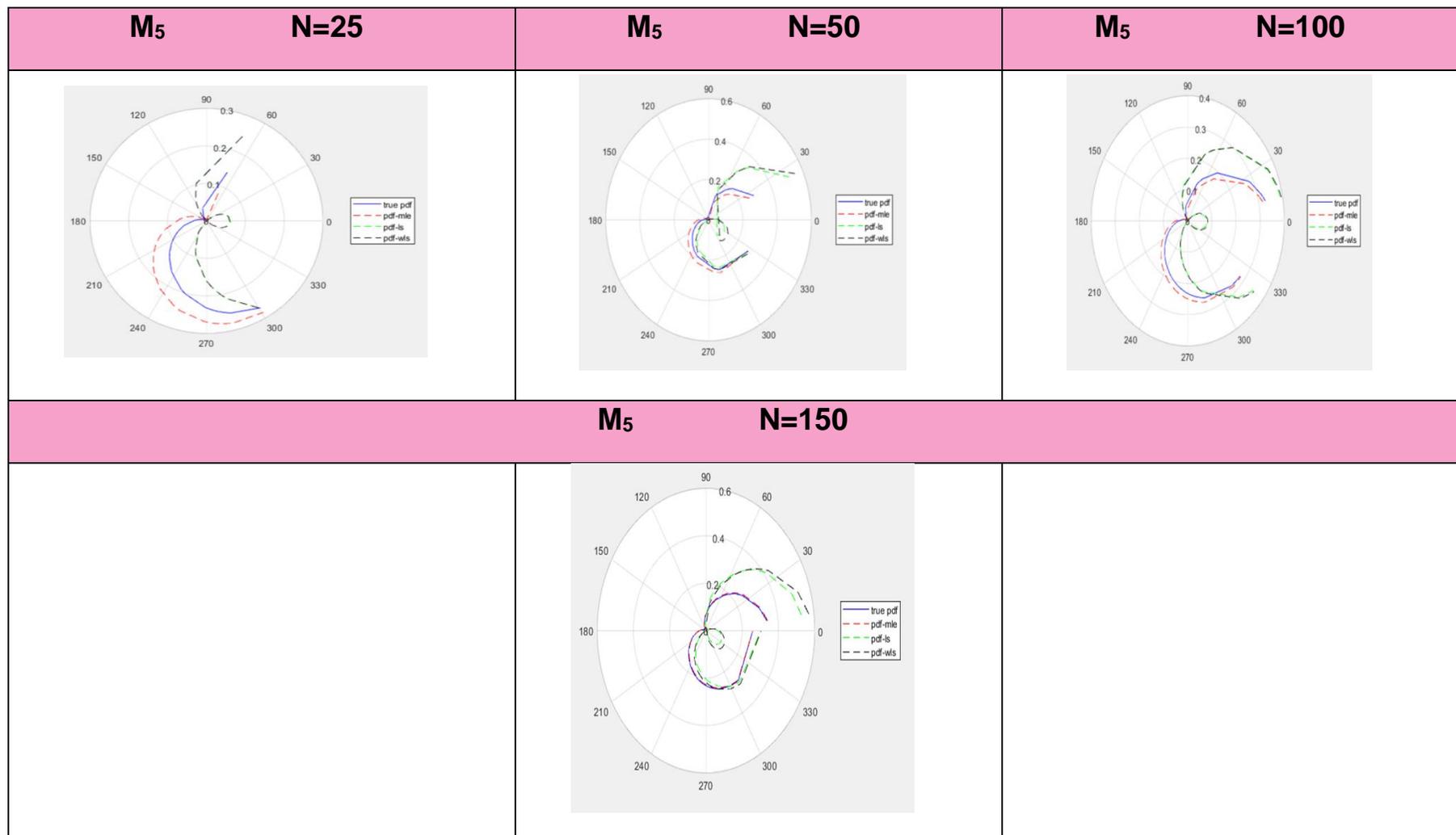
والاشكال البيانية ادناه (1-3) (2-3) (3-3) (4-3) (5-3) تبين مقارنة منحنى الدوال , لجميع العينات pdf











3-4 الجانب التطبيقي

استعملنا بيانات الحقيقية عن العين (زاوية انحناء القرنية الخلفي)، إذ تم التقاط صور لجزء الخلفي من العين (100) مريض باستعمال التصوير المقطعي للجزء الامامي من مدى البصري . وتم ملائمة هذه لتوزيع العنكبوتي الدائري EHC للبيانات الحقيقية واستعملت طريقة الامكان الاعظم لتقدير معالم هذا التوزيع . وتم استخراج دالة البقاء ودالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع العنكبوتي الدائري .

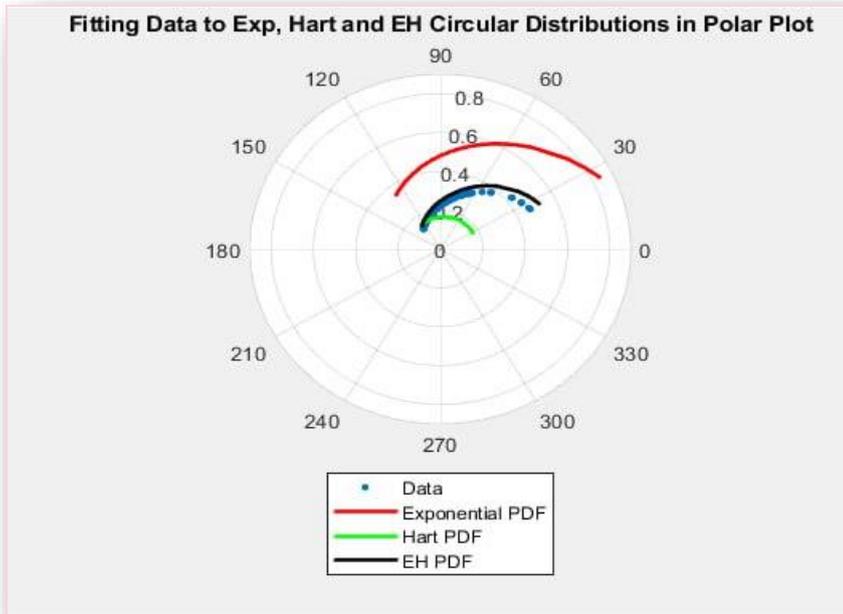
3-4-1 البيانات الحقيقية

اخذت مجموعة بيانات عن العين تم الحصول عليها من مختبر عيون كربلاء في محافظة كربلاء للفحوصات الشخصية المتقدمة لا مراض العين باستعمال جهاز الشبكية OCT للتصوير المقطعي ثلاثي الابعاد والتي تم التقاط صور للجزء الخلفي من العين (100) مريض باستعمال التصوير المقطعي للجزء الامامي من المدى البصري . والمتغير الذي يمثل البيانات المدروسة هو الزاوية المقاسة بالرادين والتي تقيس الانحاء الخلفي للقرنية الناتجة عن تقاطع المحور الهندسي للعين (الخطي الافقي) مع الخط المصنوع بين النتوءات الصلبة الانفية والاصلية (الخط العمودي) . بحيث عندما نرسم نصف القطر الى السطح الخلفي للقرنية بأطوال تتراوح بين [3.49,3.51] ملم فان الزاوية الممتدة بنصف القطر هي انحاء القرنية الخلفي . ومن المتوقع ان يكون للزاوية قيمة اعلى عندما تكون القرنية محدبة بشكل اكبر . والجدول (3-5) يمثل البيانات التطبيقية [1]

جدول (5-3) البيانات التطبيقية

No	θ_i	No.	θ_i	No.	θ_i	No.	θ_i
1	1.77	26	1.57	51	2.19	76	1.14
2	1.60	27	2.11	52	1.12	77	1.43
3	1.21	28	0.47	53	1.33	78	1.12
4	1.47	29	1.44	54	0.56	79	1.17
5	2.10	30	1.35	55	0.67	80	1.22
6	1.40	31	1.88	56	2.21	81	1.65
7	1.82	32	2.14	57	2.22	82	1.55
8	1.57	33	1.11	58	1.99	83	1,43
9	1.56	34	2.00	59	1.45	84	1.54
10	1.85	35	1.77	60	1.39	85	1.44
11	0.66	36	1.40	61	1.31	86	1.60
12	0.98	37	1.45	62	1.13	87	1.45
13	0.89	38	1.90	63	1.23	88	1.12
14	0.88	39	1.67	64	1.88	89	1.27
15	0.56	40	1.11	65	1.38	90	1.65
16	1.56	41	1.44	66	0.45	91	1.22
17	1.48	42	1.56	67	1.66	92	1.66
18	1.58	43	1.78	68	1.67	93	1.55
19	1.78	44	1.66	69	1.45	94	1.56
20	1.90	45	1.80	70	1.34	95	1.45
21	1.81	46	1.35	71	1.44	96	1.41
22	1.09	47	1.34	72	1.89	97	1.11
23	1.12	48	1.44	73	1.22	98	2.04
24	2.23	49	1.46	74	1.71	99	2.04
25	2.03	50	1.49	75	1.65	100	2.11

(مختبر عيون كربلاء) [1]



شكل (6-3) البيانات الحقيقية ضمن دائرة الوحدة

الشكل (6-3) يمثل البيانات الحقيقية وهي موزعه ضمن دائرة الوحدة وكما موضحة بالشكل البيانات تكون بشكل دوري ع دائرة الوحدة ما يدل على أنها تلائم التوزيع العنكبوتي المقترح .

2-4-3 اختبار ملائمة البيانات

لتأكد من ان البيانات في الجدول (5-3) تتلاءم مع التوزيع المدروس ,تم استعمال اختبار كايبير للمطابقة وبموجب الفرضية الاتية

H_0 : تتبع التوزيع العنكبوتي الدائري

H_1 : لا تتبع التوزيع العنكبوتي الدائري

ولاختبار هذه الفرضية الاحصائية بقيمة احصائية (Kuiper statistic) اذا كانت اقل من 1.627 فان البيانات تتبع التوزيع واذا كانت اكبر فان البيانات لا تتبع التوزيع .

جدول (6-3) نتائج اختبار ملائمة البيانات

Kuiper statistic	Distribution
0.2572	توزيع العنكبوتي
4.4333	توزيع الاسي
2.4846	توزيع القلبى

نلاحظ من جدول (6-3) ان إحصاء الاختبار قيمها **0.2572** اقل من 1.627 عند مستوى معنوي 0.05 اي ان لا نرفض الفرضية الصفرية اي ان البيانات تتبع التوزيع العنكبوتي الدائري .

3-4-3 المفاضلة بين التوزيع المقترح وباقى التوزيعات

سيتم استعمال معايير المقارنة بين التوزيعات وهي ($2\log$, AIC , BAC) للمقارنة بين التوزيعات المستعملة وهي توزيع الاسي الملفوف والتوزيع القلبى الدائري والتوزيع العنكبوتي الدائري الجديد لمعرفة أي التوزيعات اكثر دقة للبيانات الحقيقية وكانت النتائج في جدول (4-3) .

جدول (7-3) نتائج اختبارات المقارنة والدقة المطبقة على البيانات الحقيقية

Dist	Log L	AIC	BIC
الاسي الملفوف	-69.3147	140.6294	143.2346
القلبى الدائري	-180.4355	364.8710	370.0814
العنكبوتي الدائري	147.3900	-288.7858	-280.9703

نلاحظ من الجدول (7-3) ان معايير الاختبارات الخاصة بتوزيع العنكبوتي الدائري المركب الجديد افضل من التوزيع الاسي الملفوف والتوزيع القلبى الدائري في ملائمة البيانات الحقيقية .

4-4-3 تحليل البيانات الحقيقية

من نتائج المحاكاة في الفصل الثالث من هذه الرسالة بينت افضليه طريقة الامكان الاعظم في تقدير معالم التوزيع العنكبوتي الجديد عند احجام العيانات المفترضة , وتبين كذلك من الجانب التطبيقي ان التوزيع العنكبوتي الدائري له الافضالية في تمثيل البيانات الحقيقية , وعلى هذا الاساس تم تقدير المعلمات ودالة البقاء بطريقة الامكان الاعظم عند قيم الافتراضية (1 , 0.7 , 2.5) وكانت نتائج التقدير كما موضحة في جدول (8-3) :

جدول (8-3) تحليل البيانات الحقيقية

N	Data	Pdf	S(θ)
1	0.45	0.222375836	0.884925289
2	0.47	0.221254274	0.880488985
3	0.56	0.216191229	0.860803823
4	0.56	0.216191229	0.860803823
5	0.66	0.210575579	0.839465801
6	0.67	0.210016746	0.83736284
7	0.88	0.198528338	0.794475355
8	0.89	0.197997183	0.792492729
9	0.98	0.193302562	0.774885444
10	1.09	0.187803676	0.753927201
11	1.11	0.186835408	0.750180827
12	1.11	0.186835408	0.750180827
13	1.11	0.186835408	0.750180827
14	1.12	0.186355128	0.748314877
15	1.12	0.186355128	0.748314877
16	1.12	0.186355128	0.748314877
17	1.12	0.186355128	0.748314877
18	1.13	0.185877455	0.746453716
19	1.14	0.185402416	0.744597319
20	1.17	0.183993379	0.739056443
21	1.21	0.182153121	0.731733661
22	1.22	0.181700084	0.729914398
23	1.22	0.181700084	0.729914398
24	1.22	0.181700084	0.729914398
25	1.23	0.181249903	0.72809965
26	1.27	0.17947816	0.720885245
27	1.31	0.177753723	0.713740767
28	1.33	0.1769096	0.710194154
29	1.34	0.17649212	0.708427148
30	1.34	0.17649212	0.708427148
31	1.35	0.176077714	0.706664301
32	1.35	0.176077714	0.706664301
33	1.38	0.174853078	0.701400409
34	1.39	0.174451104	0.699653891
35	1.4	0.17405227	0.697911377
36	1.4	0.17405227	0.697911377
37	1.41	0.173656586	0.696172835

38	1.43	0.172874715	0.692707543
39	1.43	0.172874715	0.692707543
40	1.44	0.172488547	0.690980729
41	1.44	0.172488547	0.690980729
42	1.44	0.172488547	0.690980729
43	1.44	0.172488547	0.690980729
44	1.44	0.172488547	0.690980729
45	1.45	0.17210557	0.689257761
46	1.45	0.17210557	0.689257761
47	1.45	0.17210557	0.689257761
48	1.45	0.17210557	0.689257761
49	1.45	0.17210557	0.689257761
50	1.46	0.171725793	0.687538607
51	1.47	0.171349223	0.685823235
52	1.48	0.170975869	0.684111612
53	1.49	0.170605737	0.682403707
54	1.54	0.168803614	0.673918811
55	1.55	0.168452931	0.672232531
56	1.55	0.168452931	0.672232531
57	1.56	0.168105505	0.670549741
58	1.56	0.168105505	0.670549741
59	1.56	0.168105505	0.670549741
60	1.56	0.168105505	0.670549741
61	1.57	0.167761338	0.66887041
62	1.57	0.167761338	0.66887041
63	1.58	0.167420432	0.667194504
64	1.6	0.166748411	0.663852837
65	1.6	0.166748411	0.663852837
66	1.65	0.1651255	0.655556329
67	1.65	0.1651255	0.655556329
68	1.65	0.1651255	0.655556329
69	1.66	0.16481071	0.653906651
70	1.66	0.16481071	0.653906651
71	1.66	0.16481071	0.653906651
72	1.67	0.16449918	0.652260104
73	1.67	0.16449918	0.652260104
74	1.71	0.163285608	0.645704582
75	1.77	0.161562439	0.635959722
76	1.77	0.161562439	0.635959722

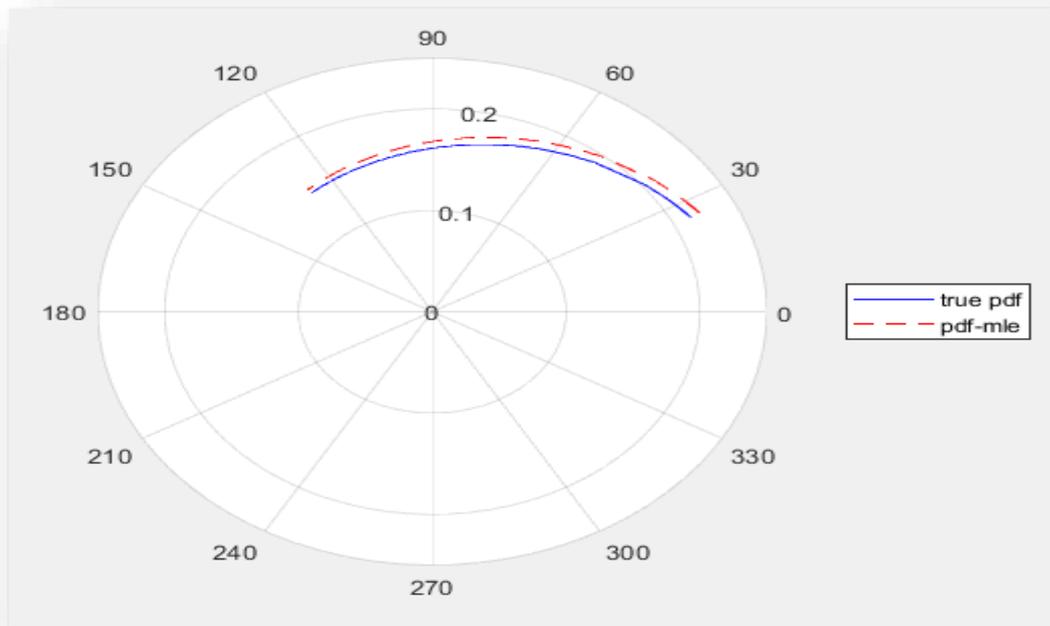
77	1.78	0.161286513	0.634345479
78	1.78	0.161286513	0.634345479
79	1.8	0.160744261	0.631125193
80	1.81	0.160477919	0.629519085
81	1.82	0.160214755	0.627915624
82	1.85	0.159444243	0.62312081
83	1.88	0.158702	0.618348687
84	1.88	0.158702	0.618348687
85	1.89	0.158460818	0.616762875
86	1.9	0.158222736	0.61517946
87	1.9	0.158222736	0.61517946
88	1.99	0.15621739	0.601031495
89	2	0.156009598	0.599470363
90	2.03	0.155403882	0.594799226
91	2.04	0.155207811	0.59324617
92	2.04	0.155207811	0.59324617
93	2.1	0.154091536	0.583967701
94	2.11	0.153915359	0.582427669
95	2.11	0.153915359	0.582427669
96	2.14	0.153403396	0.57781795
97	2.19	0.152604262	0.570168037
98	2.21	0.152303117	0.56711898
99	2.22	0.152156433	0.565596685
100	2.23	0.152012	0.564076

من الجدول (8-3) والاشكال (3-7) و (3-8) نلاحظ :

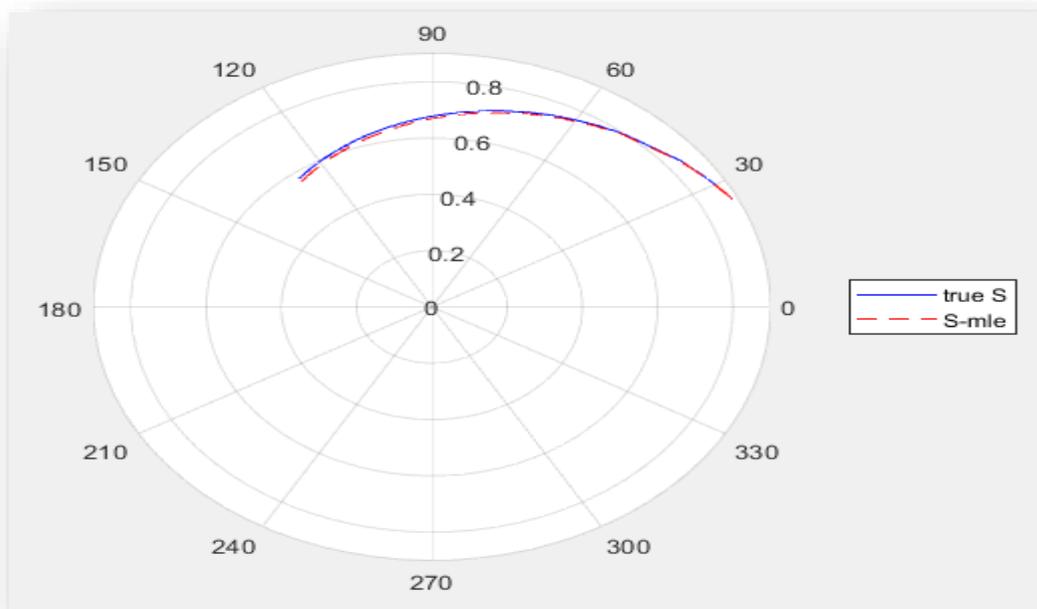
1-قيم دالة الكثافة الاحتمالية المقدره بموجب طريقة (MLE) متقاربة مع قيم دالة الكثافة الاحتمالية عند البيانات الحقيقية .

2-تتناقص دالة البقاء مع الزمن وبصورة واضحة وهذا مايطابق سلوك هذه الدالة كونها متناقصة مع الزمن.

2-احتمال اصابة المريض بامراض العين مثل الحول تعتمد على زاوية انحاء القرنية الخلفي اي كلما قلت الزاوية قل احتمال اصابة العين فعندما تكون زاوية انحاء القرنية الخلفي بمقدار 0.45 راديان فان احتمال بقاء المريض مصاباً 88% , وعندما تكون زاوية انحاء القرنية الخلفي بمقدار (2.23) راديان فان احتمال بقاء المريض مصاب 56% .



الشكل (7-3) البيانات الحقيقية لدالة التوزيع EHC



الشكل (7-3) البيانات الحقيقية لدالة البقاء لتوزيع EHC

الفصل الرابع

الاستنتاجات

والتوصيات

الاستنتاجات والنوصيات

سنقوم بتوضيح أهم الاستنتاجات والتوصيات التي توصل إليها الباحث في هذا الفصل.

1-4 الاستنتاجات (Conclusions)

- يستنتج من الجانب التجريبي وعن طريق المقارنة بقيم المعيارية الإحصائية متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لتقدير المعلمات ما يأتي :
- 1- ان طريقة الإمكان الأعظم (MLE) أفضل طريقة تقدير لمعلمات التوزيع العنكبوتي الدائري اذ تمثلت بالمرتبة الاولى لاغلب النماذج المستعملة بالقيم الافتراضية للمعلمات.
 - 2- أفضل انموذج مفترض المحاكاة هو الانموذج الثالث وذلك الاعتماد على قيم المعيار (Mse)
 - 3- أفضل حجم عينة يلائم للتطبيق هو الحجم (150) ، أي ان التوزيع الاحتمالي المقترح (العنكبوتي الدائري) يكون فعالاً في حجوم العينة الكبيرة.
 - 4- عند التغيير في قيم المعلمات المفترضة للنماذج الخمسة فان طرائق التقدير تتأثر بهذا التغيير من حيث الافضلية من انموذج لآخر ولا تبقى ثابتة.
 - 5- ان قيم دالة البقاء متناقصة مع الزمن أي تناسبها عكسياً مع الزمن، وقيم دالة الكثافة التجميعية تقع بين الصفر 2π ، وهي في تزايد وتتناسب طردياً مع الزمن.
 - 6- اثبتت الرسالة عن طريق نتائج الاختبار التي حصلت عليها ان التوزيع الاحتمالي المقترح (العنكبوتي الدائري)، هو التوزيع الافضل في تمثيل البيانات الحقيقية مقارنة مع توزيعات الاصلية ، وذلك بالاعتماد على المعياريين الاحصائيين (AIC, BIC)

2-4 التوصيات (Recommendations) :

من خلال الاستنتاجات التي توصل اليها الباحث نوصي بما ياتي :

- 1- استعمال انواع جديده من التوزيعات المركبة لما تتميز بيه هذه التوزيعات من مرونة وكفاية عالية في تمثيل الدقيق لهذه البيانات.
- 2- استعمال طرائق تقدير اخرى لتوزيع المقترح المركب الجديد.
- 3- تطبيق التوزيع الجديد العنكبوتي المقترح على بيانات حقيقية ملائمة مثل زاوية كسر عظم الكاحل وغيرها من الحالات .
- 4- استعمال توزيع مغاير مع التوزيع القلبي الدائري او التوزيع الاسي الملفوف لاقتراح توزيع دائري مركب جديد

المصادر

المصادر

– القرآن الكريم

المصادر العربية:

1. جاسم, عمار محمد2022 "تقدير معالم توزيع احتمالي نصف دائري مع تطبيق عملي ". رسالة ماجستير –كلية ادارة والاقتصاد –جامعة كربلاء
2. جواد ,علي محمد 2023"بناء تقدير نموذج انحدار زاوي للبيانات الدائرية مع تطبيق عملي " .اطروحة دكتوراه – كلية الادارة والاقتصاد--جامعة كربلاء
3. الحسنوي, أموري هادي كاظم, باسم شلبية مسلم, (2002)،"القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق". قسم الإحصاء – كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة بغداد – المكتبة الوطنية، دار الكتب والوثائق ببغداد
4. -قاموس المورد , البعلبكي ,بيروت لبنان.

5. المصادر الأجنبية:

6. Theory of point estimation. Springer Science & Business Media. (2006).
7. . Jammalamadaka, S. R., & Sengupta, A. (2001). Topics in circular statistics (Vol. 5). world scientific .
8. .Fisher, N. I., Lewis, T., & Embleton, B. J. (1993).Statistic alanalysis of spherical data. Camb
9. .Jammalamadaka, S. R., & Kozubowski, T. J. (2004). New families of wrapped distributions for modeling skew circular data. Communications in Statistics-Theory and Methods, 33(9), .2059-2074
- 10..Jupp, P. E., & Mardia, K. V. (2009).Directional statistics. John Wiley & Sons.
- 11..Rasheed, D.H. & Al- wakil , A.A. (2010) "Introduction to mathematical statistics" Al-ddar Al-jamieuh for printing ,publishing and translating , Baghdad university.

12. Abuzaid, A. H. (2010). Some problems of outliers in circular
a. data (Doctoral dissertation, University of Malaya)
13. Aggarwal, C. C. (2019). Data Mining: The Textbook. Springer.
14. Allahham, REGRESSION N. (2015). ON MODEL THE WITH
SIMPLE WRAPPED ANGULAR CAUCHY ERROR (Doctoral
dissertation, Al Azhar University-Gaza.
15. Andersen, P. K., & Gill, R. D. (2020). Cox's regression model for
counting processes: A large sample study. *The Annals of Statistics*,
48(1), 186-205. doi: 10.1214/19-AOS1792
16. Anderson, D. R., Burnham, K. P., & White, G. C. (1998). Comparison
of Akaike information criterion and consistent Akaike information
criterion for model selection and statistical inference from capture-
recapture studies. *Journal of Applied Statistics*, 25(2), 263-282.
17. Barrera , Azael, (2014), " Unit Circles and Inverse Trigonometric
Functions , A method to determine all the inverse trigonometric
functions directly from the unit circle ", The National Council of
Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org.
18. Collett David (2003). *Modelling Survival Data in Medical Research* (ط
Second). Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.-
a. data (Doctoral dissertation, University of Malaya)
19. Ehab A. Mahmood , Habshah Midi , Abdul Ghapor Hussin, (2020), The
Comparison Between Maximum Weighted and Trimmed Likelihood
Estimator of The Simple Circular Regression Model", *Journal of Modern
Applied Statistical Methods*. Volume 18 Issue 2 Article 11
20. Famoye, F. (2000). *Goodness-of-fit tests for generalized logarithmic
series distribution*. *Computational statistics & data analysis*, 33(1), 59-
67.

21. Gomes-Silva, F., da Silva, R. V., Percontini, A., Ramos, M. W. A., & Cordeiro, G. M. (2017). An extended Dagum distribution: properties and applications. *International Journal of Applied Mathematics &*
22. Kuiper, N. H. Tests concerning random points on a circle. *Indagationes Mathematicae (Proceedings)* 63 (1960), 38–47.
23. M. C Jonesa & Arthur Pewsey, (2005), " A Family of Symmetric Distributions on the Circle " Taylor & Francis Informa Ltd Registered in England and Wales Registered Number: 1072954 Registered office: Mortimer House, 37-41 Mortimer Street, London W1T 3JH, UK.
24. Meeker, W. Q. & Escobar, L. A. (2014). *Statistical methods for reliability data*. John Wiley & Sons
25. Mojtaba, H., & Hossein, A. M. (2018). Transformation of circular random variables based on circular distribution functions. *Filomat*, 32(17), 5931-5947

26. Panciskin, A. A., & Savgulidze, E. T. (1988). Trigonometric Functions: Problems-solving Approach. MIR publishers moscow.
27. Pawar, P. M., Thakare, V. M., & Singh, R. (2019). Statistical Methods for Circular Data: A Review. *Journal of Statistics and Management Systems*, 22(3), 413-446. doi: 10.1080/09720510.2019.16046
28. Pawar, P. M., Thakare, V. M., & Singh, R. (2020). Statistical methods for circular data: A review. *Journal of Statistics and Management Systems*, 23(3), 401-434. doi: 10.1080/09720510.2020.1754925
29. S. Girija, A. V. Rao, Phani Yedlapalli, (2017), " New Circular model induced by Inverse Stereographic projection on Double Exponential Model - Application to Birds Migration Data, *Journal of Applied Mathematics, Statistics and Informatics*.
30. Silva, Pedro Sa ; Trigo, António, Varajão, João ; Pinto, Tiago , (2010) , " Simulation – Concepts and Applications" , M.D. Lytras et al. (Eds.): WSKS 2010, Part II, CCIS 112, pp. 429–434. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2010.
31. Sindhu , Tabassum, (2011), " Doubly Censored Data from Two Component Mixture of Inverse Weibull Distributions: Theory and Applications " , *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, Volume 15 | Issue 2 Article 21
32. V. Paula Fernanda; C. Nascimento, Abraão D.; . A. Amaral Getúlio J ; & M. Cordeiro Gauss , (2021), " Generalized Cardioid Distributions for Circular Data Analysis", *Stats* 2021, 4, 634–649.
<https://doi.org/10.3390/stats4030038>.
33. Wahayeb, B.R. (1978), "Some Models for Accelerated Life Testing", M.Sc. Thesis, University Of Baghdad. ridge university press
34. Zheng, S. (2009). Comparing measures of fit for circular distributions. Master Thesis University of Victoria.

الملاحق

A

جدول (1-A) الخطا للمعلمات تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدره من المعلمة الابتدائية لانموذج الاول

Est. Par	MLE	LS		N
$\hat{\lambda}$	0.084222	0.111772		25
			0.11205	
MSE	1.00E-05	0.001	0.00102	
Rank	1	2	3	
$\hat{\rho}$	0.57187	0.81404	0.81433	
MSE	0.00079	0.04581	0.04593	
Rank	1	3	2	
$\hat{\mu}$	2.95	3.14149	3.14113	
MSE	0.0025	0.02002	0.01991	
Rank	1	3	2	
\sum Rank	3	8	7	
$\hat{\lambda}$	0.08333	0.17458	0.16587	50
MSE	0.000021	0.00894	0.00737	
Rank	1	3	2	
$\hat{\rho}$	0.59166	0.85733	0.89036	
MSE	0.000086	0.06622	0.08431	
Rank	1	2	3	
$\hat{\mu}$	3.03125	3.14159	3.11908	
MSE	0.00097	0.020048	0.01418	
Rank	1	3	2	
\sum Rank	3	8	7	
$\hat{\lambda}$	0.083	0.00000082	0.00009	100
MSE	0.000002	0.00639	0.00638	
Rank	1	3	2	
$\hat{\rho}$	0.59625	0.69938	0.701	
MSE	0.00002	0.00987	0.01020	
Rank	1	3	2	
$\hat{\mu}$	3.01875	3.13701	3.13807	
MSE	0.00035	0.01877	0.01906	
Rank	1	2	3	

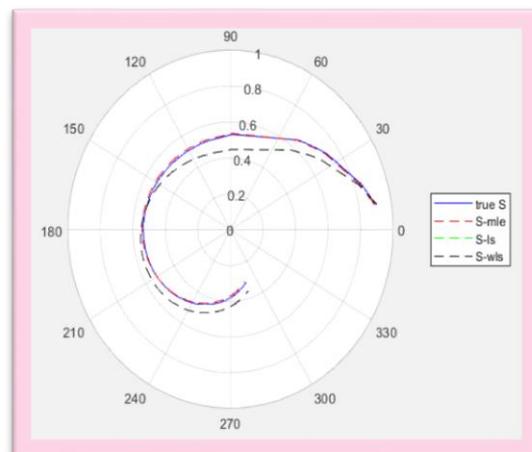
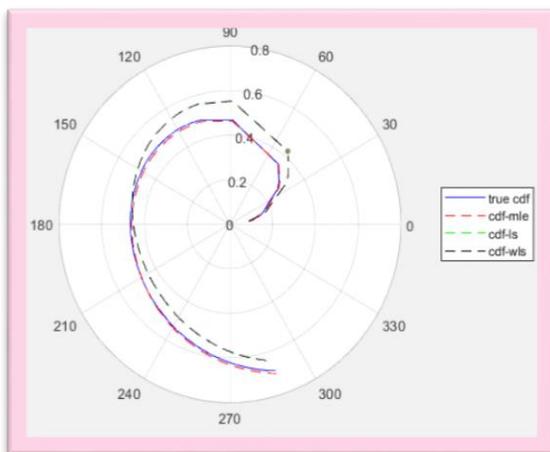
\sum Rank		3	8	7
$\hat{\lambda}$	0.083	0.049998	0.05148	
MSE	0.000002	0.0009	0.00081	
Rank	1	3	2	
$\hat{\rho}$	0.60091	0.75688	0.75587	
MSE	0.0000006	0.0246	0.02429	
Rank	1	3	2	
$\hat{\mu}$	3.01875	3.06908	3.07163	
MSE	0.000353	0.00477	0.00513	
Rank	1	2		
\sum Rank	3	8		

150

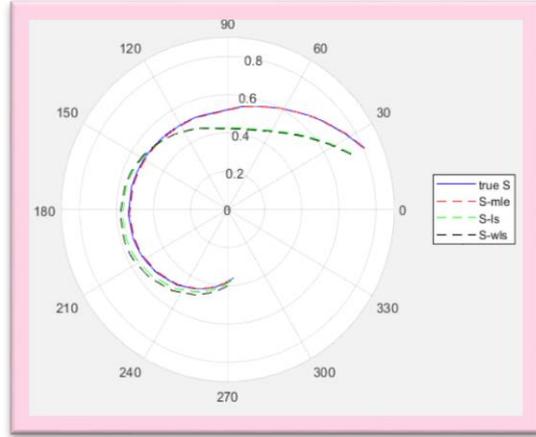
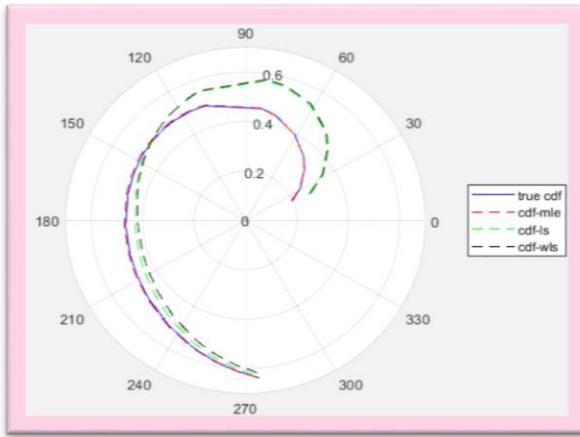
جدول (1-A) خط النموذج للنموذج الاول (تم حساب الخطا للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة - الابتدائية)

Sample size		MLe	LS	WLS	Best
25	MSE	0.000006	0.00179	0.00179	Mle
	Rank	1	3	2	
50	MSE	0.000001	0.00270	0.00332	Mle
	Rank	1	2	3	
100	MSE	0.0000011	0.0027002	0.00273	Mle
	Rank	1	2	3	
150	MSE	0.0000066	0.00219	0.00213	Mle
	Rank	1	3	2	

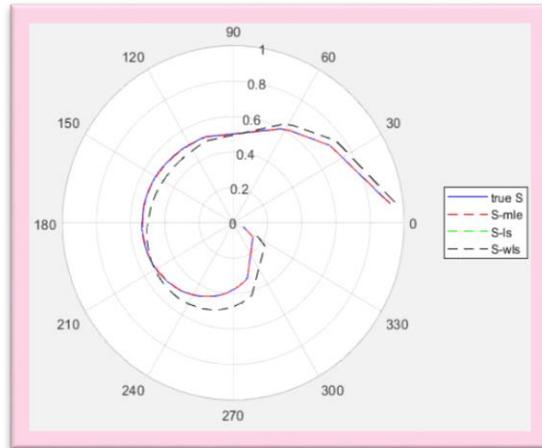
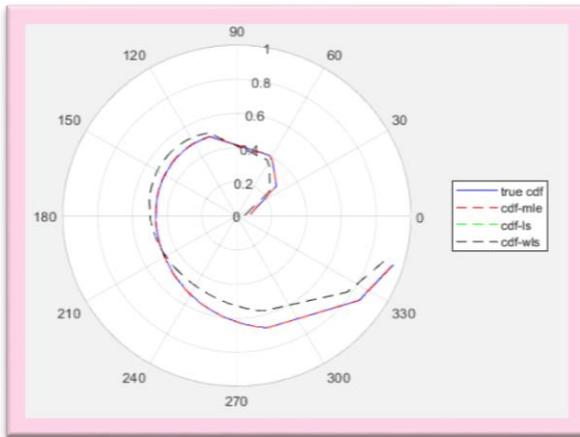
N=25



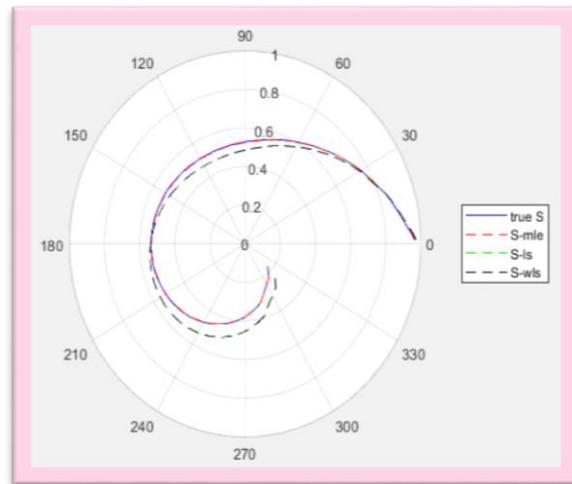
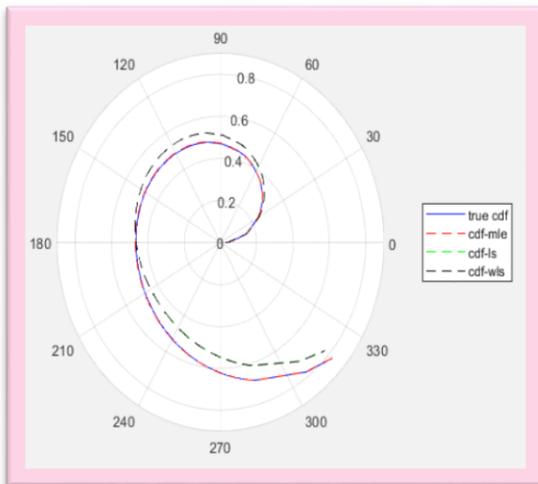
N=50



N=100



N=150



الشكل (1-A) رسومات الانموذج الاول لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء

Model 2: lambda=.1;rho=1.1; mu=3;

جدول (2-A) الخطا للمعاملات تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدرة من المعلمة الابتدائية لانموذ ج الثاني

Est. Par	MLE	LS	WLS	N	
$\hat{\lambda}$	0.1027	0.09617	0.146671	25	
MSE	0.000008	0.000051	0.00217		
Rank	1	2	3		
$\hat{\rho}$	1.127705	0.7573	1.01614		
MSE	0.00076	0.11744	0.00703		
Rank	1	3	2		
$\hat{\mu}$	3.07187	3.14159	3.06691		
MSE	0.00516	0.02004	0.00447		
Rank	2	3	1		
\sum Rank	4	9	6		
$\hat{\lambda}$	0.105	0.08396	0.12806		50
MSE	2.50e-05	0.000257	0.000787		
Rank	1	2	3		
$\hat{\rho}$	1.11214	0.89641	1.04580		
MSE	0.00014	0.04144	0.00293		
Rank	1	3	2		
$\hat{\mu}$	3.05625	3.00881	3.14154		
MSE	0.00316	0.00004	0.02003		
Rank	2	1	3		
\sum Rank	4	6	8		
$\hat{\lambda}$	0.103125	0.0465	0.0805	100	
MSE	0.000006	0.00286	0.00037		
Rank	1	3	2		
$\hat{\rho}$	1.09656	0.78694	0.82958		
MSE	0.00009	0.098	0.07312		
Rank	1	3	2		
$\hat{\mu}$	3.01875	3.08303	3.06808		
MSE	0.00035	0.00689	0.00463		
Rank	1	3	2		
\sum Rank	3	9	6		
$\hat{\lambda}$	0.105	0.08842	0.09144		

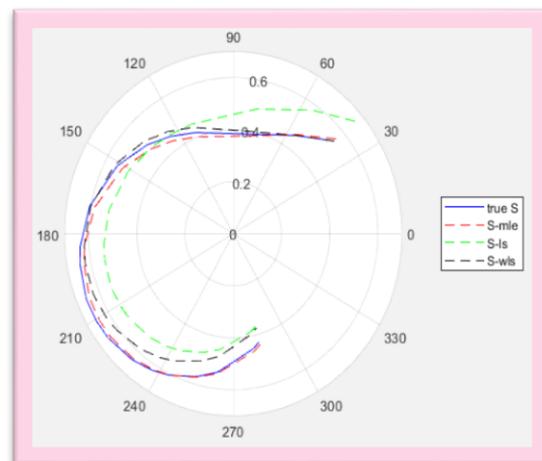
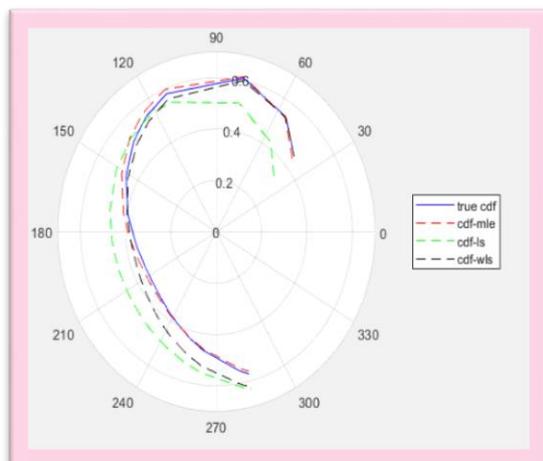
MSE	2.500e-05	0.00013	0.00008
Rank	1	3	2
$\hat{\rho}$	1.10025	0.82247	1.0706
MSE	0.00000003	0.077018	0.00085
Rank	1	3	2
$\hat{\mu}$	2.99824	2.98176	2.97405
MSE	0.000007	0.00033	0.00067
Rank	1	2	3
\sum Rank	3	8	7

150

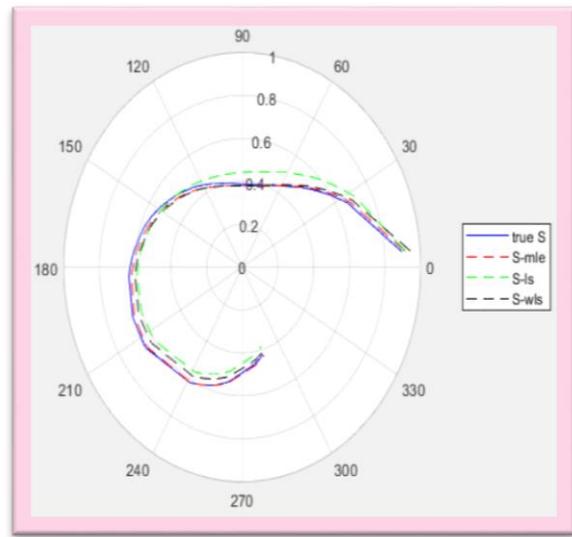
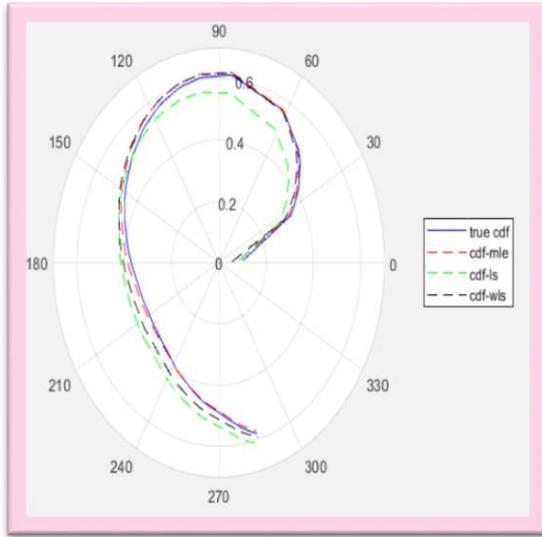
جدول (2-A) خطأ النموذج للنموذج الثاني (تم حساب الخطأ للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدره – الابتدائية)

Sample size					Best
		MLe	LS	WLS	
25	MSE	0.00018	0.0089	0.0016	Mle
	Rank	1	3	2	
50	MSE	0.00015	0.0017	0.00064	Mle
	Rank	1	3	2	
100	MSE	0.00008	0.0057	0.0043	Mle
	Rank	1	3	2	
150	MSE	0.000006	0.0029	0.00001	Mle
	Rank	1	3	2	

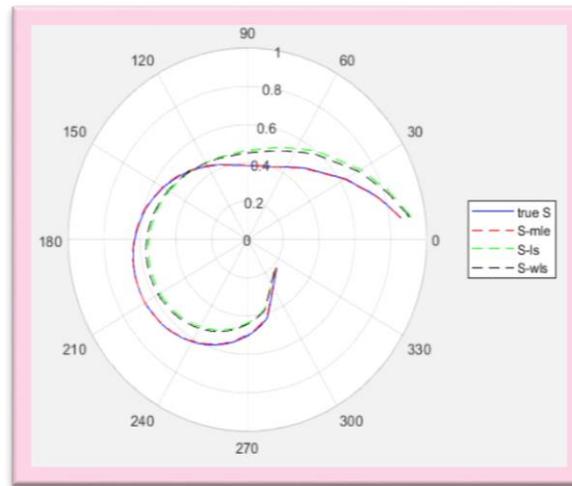
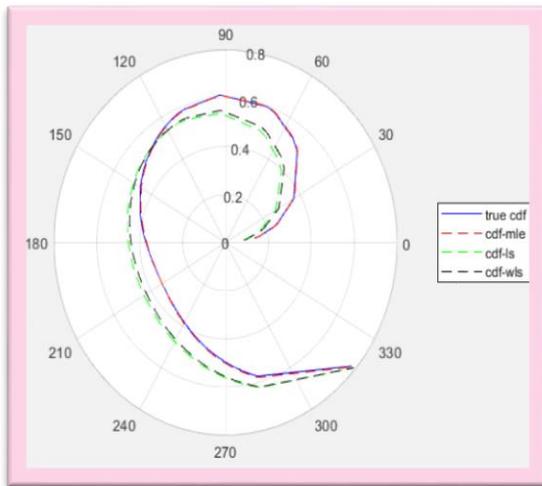
N=25



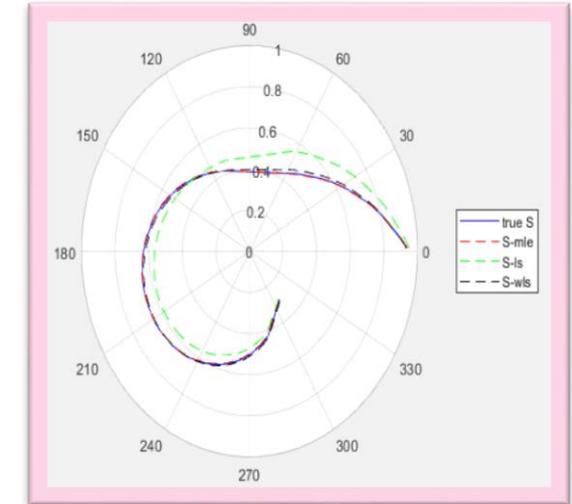
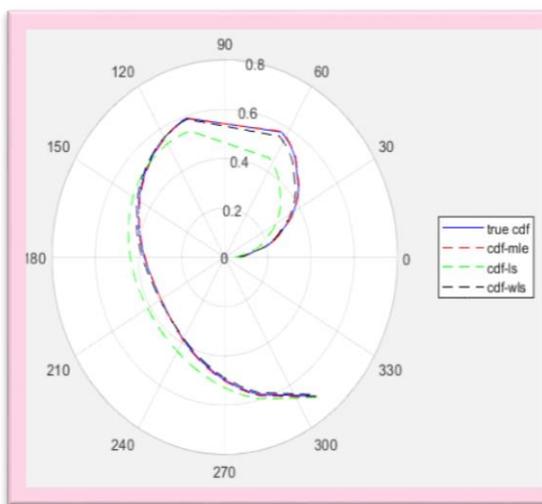
N=50



N=100



N=150



الشكل (A-2) رسومات الانموذج الثاني لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء

النموذج الثالث المتوافق مع; $\mu=2.5$; $\rho=0.7$; $\lambda=0.1$; Model 3: M3

التطبيقي

جدول (3-A) الخطا للمعلمات تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدره من المعلمة الابتدائية لانموذج الاول

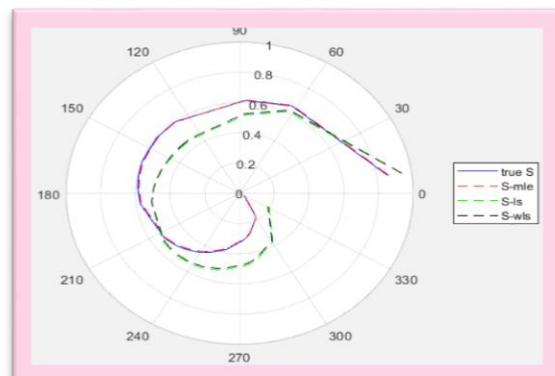
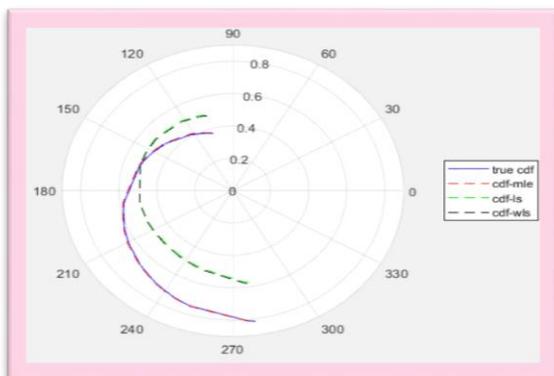
Est. Par	MLE	LS	WLS	N
$\hat{\lambda}$	0.12262	0.000000004	0.000000003	25
MSE	0.00051	0.0099998	0.0099999	
Rank	1	2	3	
$\hat{\rho}$	0.07221	3.07979	3.14146	
MSE	0.000002	0.33615	0.41147	
Rank	1	2	3	
$\hat{\mu}$	2.01097	3.14159	3.14159265358976	
MSE	0.23914	0.411641133140126	0.411641133140349	
Rank	1	2	3	
\sum Rank	3	7	9	
$\hat{\lambda}$	0.10718	0.13429	0.15780	50
MSE	0.00006	0.00117	0.003341	
Rank	1	2	3	
$\hat{\rho}$	0.0688	0.85108	0.81690	
MSE	0.000004	0.610099	0.557869	
Rank	1	3	2	
$\hat{\mu}$	2.5694	0.6316	0.6088	
MSE	0.0048	0.3154	0.2904	
Rank	1	3	2	
\sum Rank	3	8	7	
$\hat{\lambda}$	0.10527	0.11213	0.11218	100
MSE	0.00002	0.000147	0.000148	
Rank	1	2	3	
$\hat{\rho}$	0.0694	0.81441	0.81452	
MSE	0.0000005	0.55414	0.55431	
Rank	1	2	3	
$\hat{\mu}$	2.47314	3.14159	3.14153	
MSE	0.00072	0.4116	0.4115	
Rank	1	3	2	

\sum Rank	3	7	8	150
$\hat{\lambda}$	0.10489	0.0358	0.0354	
MSE	0.00008	0.00412	0.00416	
Rank	1	2	3	
$\hat{\rho}$	0.07014	0.7323	0.7293	
MSE	0.00000005	0.43872	0.43474	
Rank	1	3	2	
$\hat{\mu}$	2.49218	3.062	3.063	
MSE	6.10000e-05	0.315852	0.31709	
Rank	1	2	3	
\sum Rank	3	7	8	

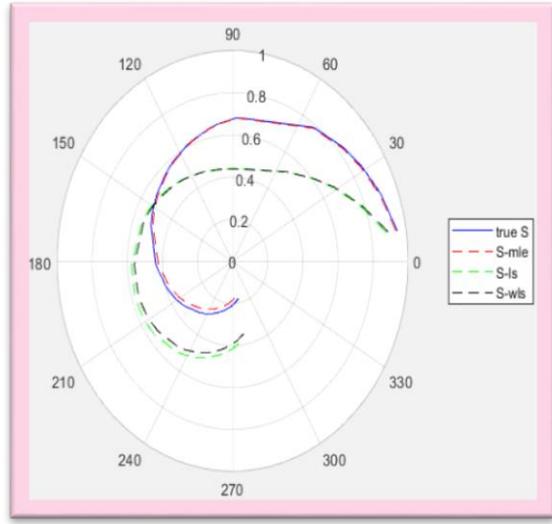
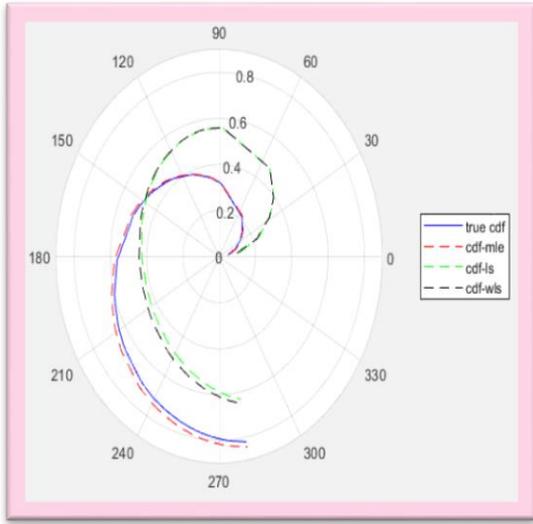
جدول (3-A) خطأ النموذج للنموذج الثالث (تم حساب الخطأ للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة – الابتدائية)

Sample size					Best
		MLe	LS	WLS	
25	MSE	0.00027	0.03215	0.027298	
	Rank	1	3	2	
50	MSE	0.00003	0.02713	0.02714	
	Rank	1	2	3	
100	MSE	0.00008	0.0236	0.022	
	Rank	1	3	2	
150	MSE	0.000008	0.0271	0.0269	
	Rank	1	3	2	

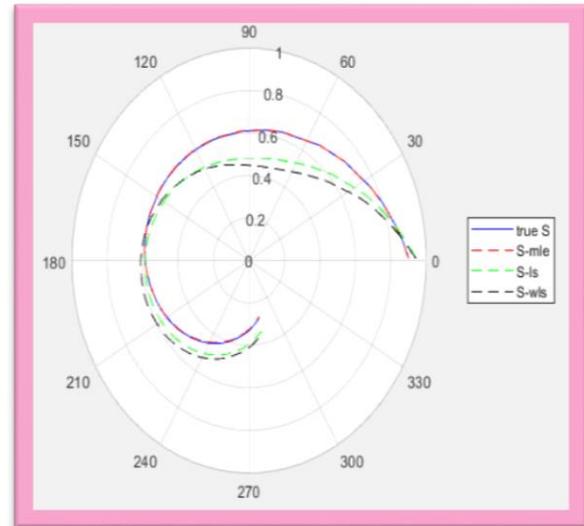
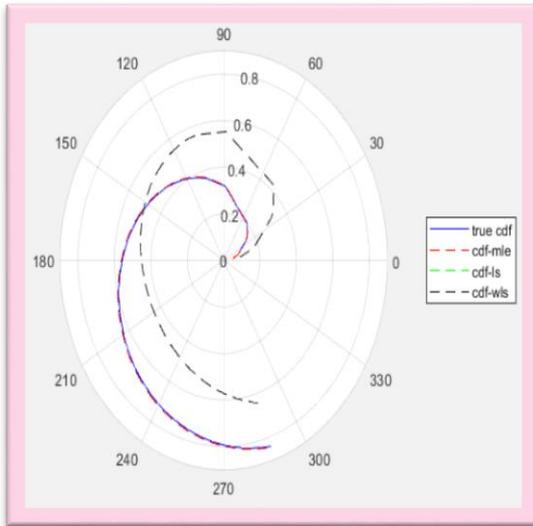
N=25



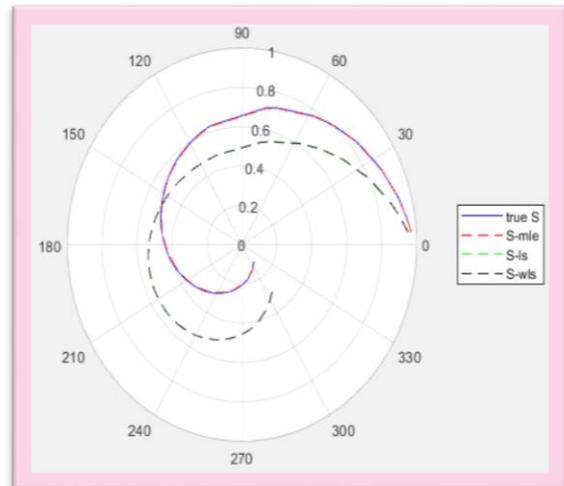
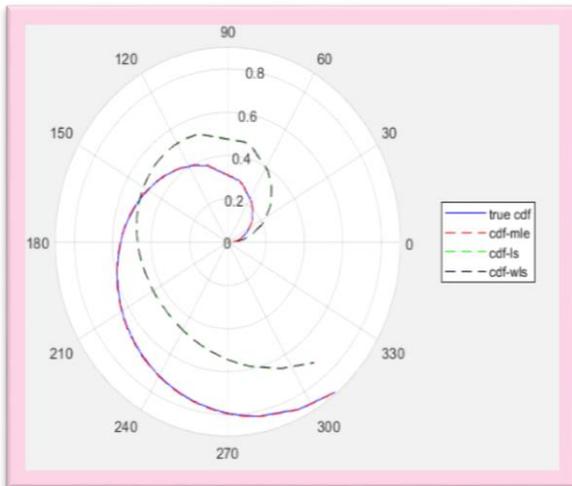
N=50



N=100



N=150



الشكل (3-A) رسومات الانموذج الثالث لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء

جدول (4-A) الخطا للمعلمات تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدره من المعلمة الابتدائية
لانموذج الاول

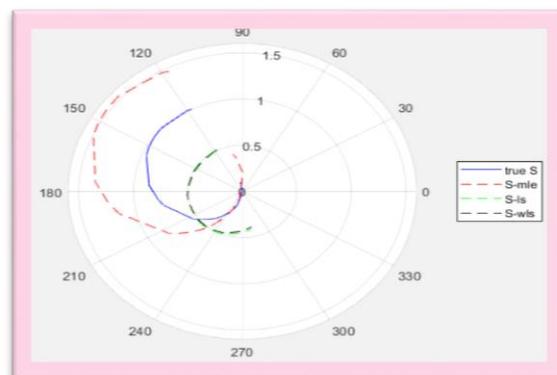
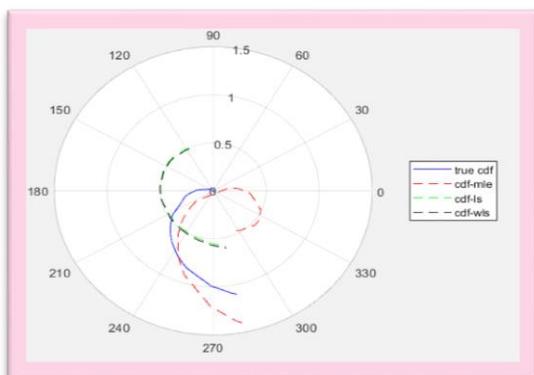
Est. Par	MLE	LS	WLS	N
$\hat{\lambda}$	0.0000008	0.0000000007	0.008	25
MSE	0.009992	0.009999	0.0084	
Rank	1	3	2	
$\hat{\rho}$	2.93287	0.61783	0.5795	
MSE	2.05294	0.7782	0.8472	
Rank	3	1	2	
$\hat{\mu}$	1.03992	3.14159	3.13595	
MSE	0.21166	2.69482	2.67633	
Rank	1	3	2	
\sum Rank	5	7	6	
$\hat{\lambda}$	0.00045	0.1220	0.1457	50
MSE	0.0099	0.00048	0.00208	
Rank	3	1	2	
$\hat{\rho}$	2.5432	0.7983	0.9741	
MSE	1.0883	0.4923	0.2765	
Rank	3	2	1	
$\hat{\mu}$	1.7265	3.1415	3.1413	
MSE	0.0513	2.6948	2.6940	
Rank	1	3	2	
\sum Rank	7	6	5	
$\hat{\lambda}$	0.1046	0.01208	0.0121	100
MSE	0.00001	0.007729	0.007724	
Rank	1	3	2	
$\hat{\rho}$	1.509558	0.73277	0.7298	
MSE	0.00001	0.5886	0.5931	
Rank	1	2	3	
$\hat{\mu}$	1.5023	3.1173	3.11581	
MSE	0.000006	2.6157	2.6109	
Rank	1	3	2	

\sum Rank	3	8	7	150
$\hat{\lambda}$	0.10441	0.02559	0.0269	
MSE	0.00003	0.0055	0.0053	
Rank	1	3	2	
$\hat{\rho}$	1.5023	0.70822	0.7128	
MSE	0.0000002	0.62690	0.61959	
Rank	1	3	2	
$\hat{\mu}$	1.4997	3.0563	3.0542	
MSE	0.00000003	2.42218	2.4156	
Rank	1	3	2	
\sum Rank	3	9	6	

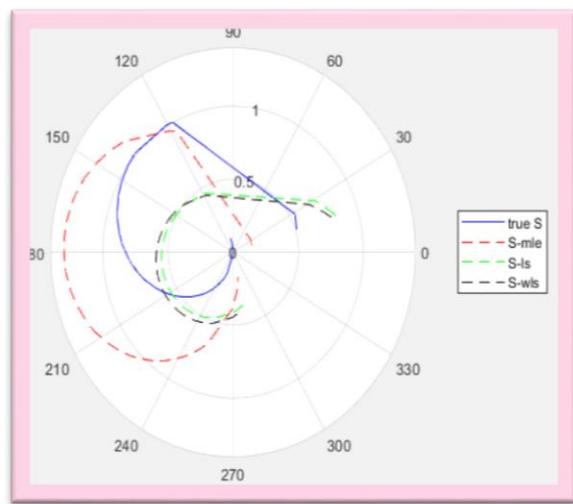
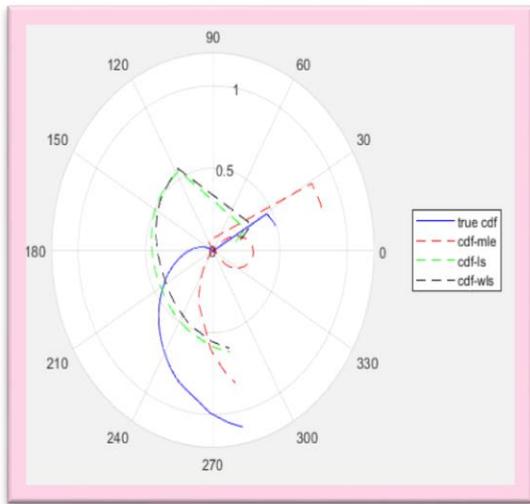
جدول (4-A) خطا النموذج للنموذج الرابع (تم حساب الخطا للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة – الابتدائية)

Sample size					
		Mle	LS	WLS	Best
25	MSE	0.13529	0.1383	0.1321	
	Rank	2	3	1	
50	MSE	0.1968	0.1186	0.1196	
	Rank	3	1	2	
100	MSE	0.00001	0.1425	0.1420	
	Rank	1	3	2	
150	MSE	0.00001	0.1482	0.1483	
	Rank	1	2	3	

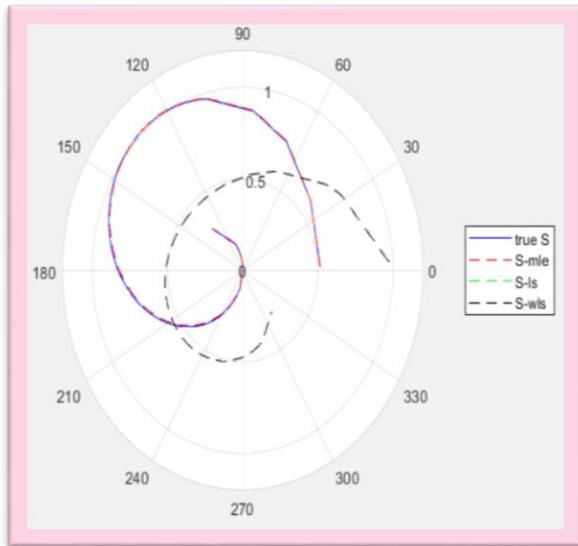
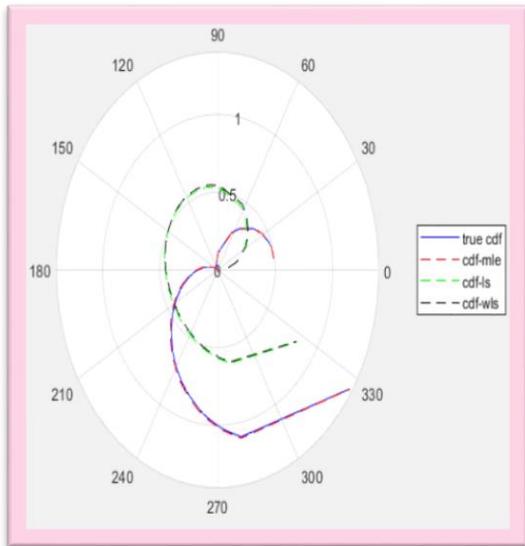
N=25



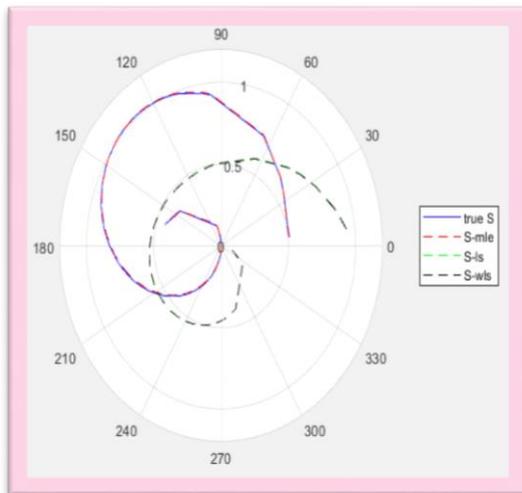
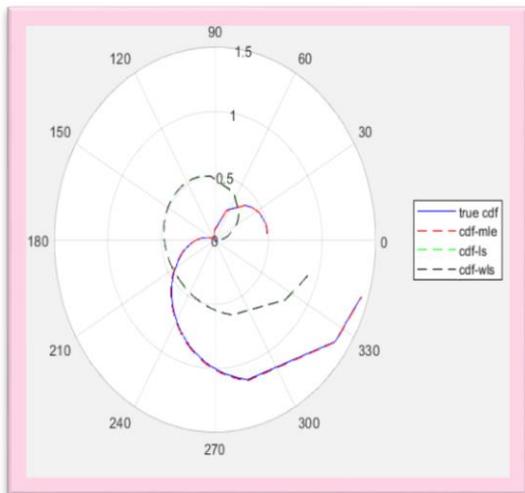
N=50



N=100



N=150



الشكل (4-A) رسومات الانموذج الرابع لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء

$\lambda=0.05, \rho=0.5, \mu=2.7;$

النموذج الخامس

جدول (5-A) الخطا للمعطيات تم حسابه عن طريق طرح المعلمة المقدرة من المعلمة الابتدائية
لنموذج الاول

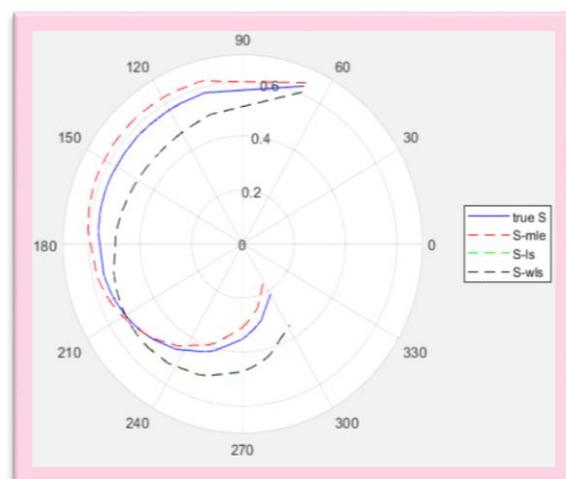
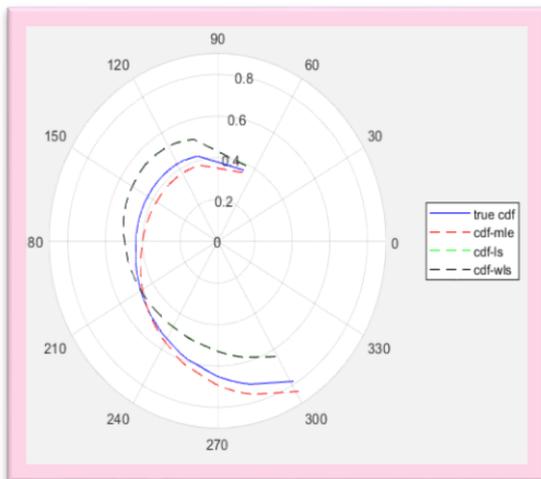
Est. Par	MLE	LS	WLS	N	
$\hat{\lambda}$	0.05791	0.00000005	0.0005	25	
MSE	0.00004	0.00249	0.00244		
Rank	1	3	2		
$\hat{\rho}$	0.51875	0.69787	0.6952		
MSE	0.00035	0.0391	0.0381		
Rank	1	3	2		
$\hat{\mu}$	2.3625	3.14159	3.14155		
MSE	0.11390	0.19500	0.1949		
Rank	1	3	2		
\sum Rank	3	9	6		
$\hat{\lambda}$	0.0541	0.1219	0.1371		50
MSE	0.0005	0.0051	0.0076		
Rank	1	2	3		
$\hat{\rho}$	0.5056	0.8311	0.9066		
MSE	0.0000007	0.1096	0.1653		
Rank	1	2	3		
$\hat{\mu}$	2.4970	3.1415	3.1346		
MSE	0.04117	0.195	0.1888		
Rank	1	3	2		
\sum Rank	3	7	8		
$\hat{\lambda}$	0.05239	0.0927	0.1042	100	
MSE	0.000001	0.0018	0.0029		
Rank	1	2	3		
$\hat{\rho}$	0.4988	0.7488	0.764		
MSE	0.000001	0.0619	0.0697		
Rank	1	2	3		
$\hat{\mu}$	2.7316	3.0980	3.0858		
MSE	0.001	0.1584	0.1488		
Rank	1	3	2		
\sum Rank	3	7	8		

$\hat{\lambda}$	0.0519	0.0707	0.0710	150
MSE	0.0000006	0.000432	0.00044	
Rank	1	2	3	
$\hat{\rho}$	0.4992	0.79219	0.7982	
MSE	0.0000007	0.0853	0.0889	
Rank	1	2	5	
$\hat{\mu}$	2.707	3.1153	3.1084	
MSE	0.00005	0.1725	0.1668	
Rank	1	3	2	
\sum Rank	3	7	10	

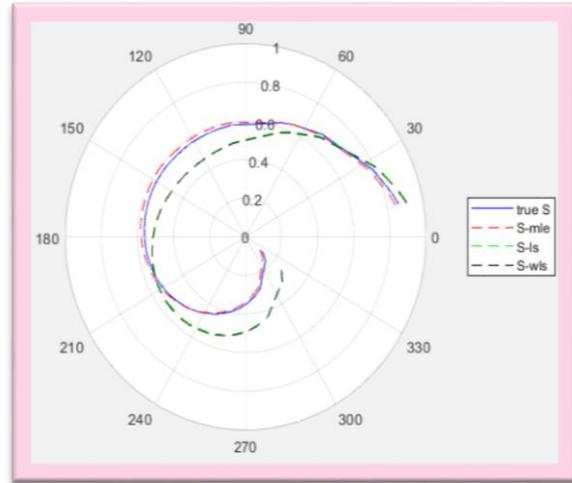
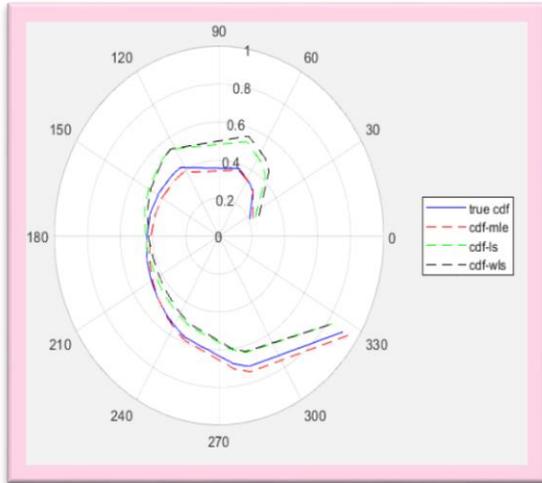
جدول (5-A) خط النموذج للنموذج الاول (تم حساب الخط للنموذج بطرح قيمة البقاء المقدرة - الابتدائية

Sample size		Best			Best
		Mle	LS	WLS	
25	MSE	0.0015	0.0071	0.0070	MLe
	Rank	1	3	2	
50	MSE	0.00042	0.0053	0.0074	MLe
	Rank	1	2	3	
100	MSE	0.00023	0.0078	0.0082	MLe
	Rank	1	2	3	
150	MSE	0.00003	0.0056	0.0064	MLe
	Rank	1	2	3	

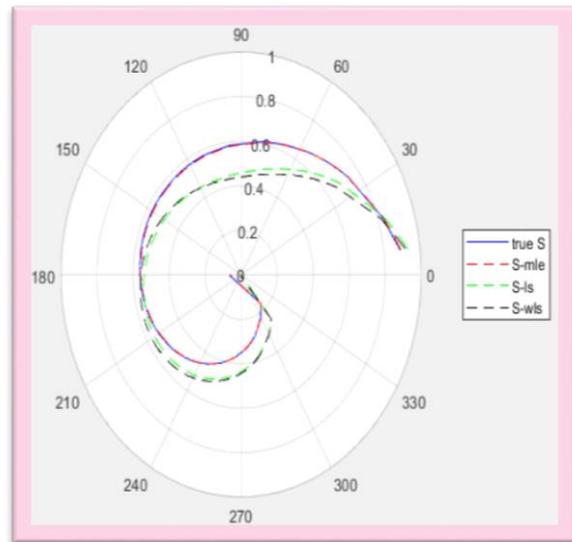
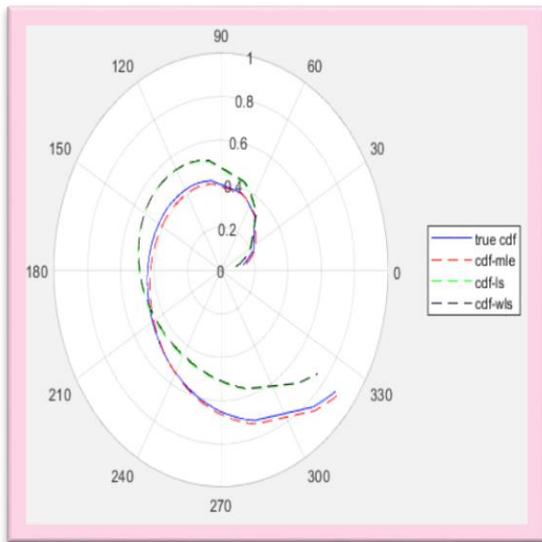
N=25



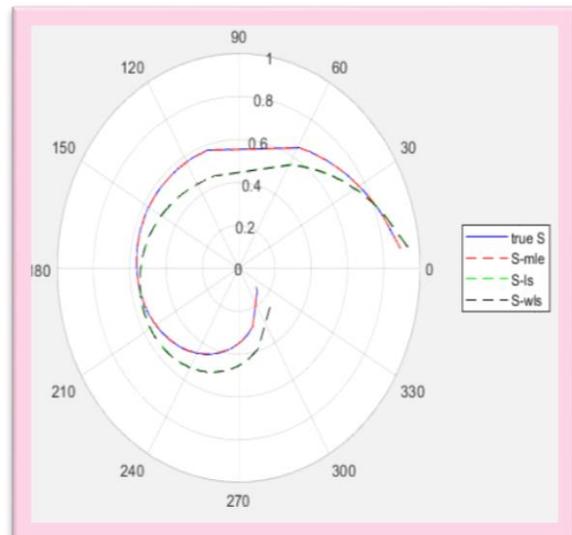
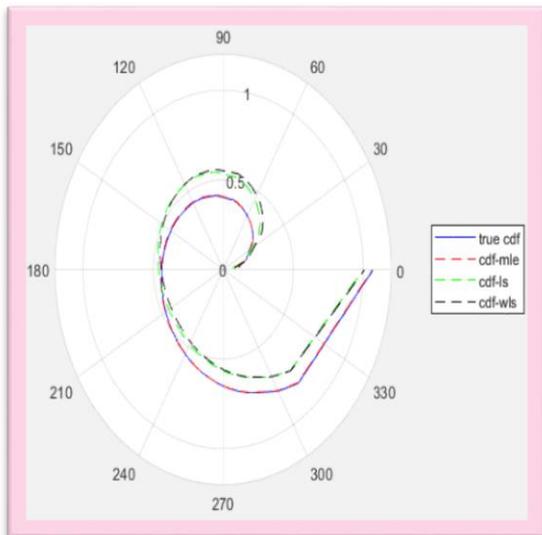
N=50



N=100



N=150



الشكل (5-أ) رسومات الانموذج الخامس لجميع العينات ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء

B

EHC برنامج المحاكاة لتوزيع العنكبوتي الدائري

```
Simulation of New Circulare distribution%%%%
    clc
    clear
    close all
    ;T=1
[ni=[25 50 75 100 %

    ;n=150
    ;ni=n
Initial parameters %
    ;[z=[.2 1.5 5
(for i=1:length(n
    ;(n=ni(i
    ;[]=A1
    ;[]=A2
    ;[]=A3
    ;[]=A4
    ;[]=A5
we have a circular distribution with three parameters: lambda, %
    rho and mu
for tt=1:T
lambda_true = .2; %% initial values for generationg
    ;rho_true = 1.5
    ;mu_true = 5
    ;n = 100
    ;(data = ehc_rnd(lambda_true, rho_true, mu_true, n
    ;(data=sort(data
    ;x=data
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Estimation processing%%%%
    [z=[lambda rho mu%
    ;[z=[0.08, .6, 3
    ;lambda=0.08
    ;rho=0.6
    ;mu=3
    ;(f=ehc_pdf(x, lambda, rho, mu
    ;(F=ehc_cdf(x, lambda, rho, mu
    ;R_Real=1-F
Section 1 %%%MLE %%
    ;[theta0 = [0.08, .6, 3

    ;'[]=IP
    ;(fn=length(F
Define log-likelihood function for EHC circular distribution %
    ;(neglogL = @(theta) -ehc_loglikelihood(theta, data
    ;(options = optimset('MaxIter', 1000, 'TolFun', 1e-6
Define least squares function for cdf of EHC circular distribution %
    ls_fun = @(theta) ehc_cdf(data, theta(1), theta(2), theta(3)) -
    ;(1:n)/n
Define weighted least squares function for cdf of EHC circular %
distribution
wls_fun = @(theta) (ehc_cdf(data, theta(1), theta(2), theta(3)) -
    ;(((1:n)/n) ./ ehc_pdf(data, theta(1), theta(2), theta(3)
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
(Estimate parameters using Maximum Likelihood Estimation (MLE %
    ;(par_mle = fminsearch(neglogL, theta0, options
```

```

        ;[(z_mle=[par_mle(1) par_mle(2) par_mle(3
;((f_mle=ehc_pdf(x, z_mle(1),z_mle(2),z_mle(3
;((F_mle=ehc_cdf(x, z_mle(1),z_mle(2),z_mle(3
;R_mle=1-F_mle
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
        ;('ks_mle=max(abs((1:fn)/fn)-F_mle
; (mse_mle=immse(R_Real,R_mle
Estimate parameters using Least Squares (LS) method %
;[lb = [0, 0, -pi
;[ub = [inf, inf, pi
;(par_ls = lsqnonlin(ls_fun, theta0, lb, ub

        [ (z_ls=[par_ls(1) par_ls(2) par_ls(3
;((f_ls=ehc_pdf(x, z_ls(1),z_ls(2),z_ls(3
;((F_ls=ehc_cdf(x, z_ls(1),z_ls(2),z_ls(3
;R_ls=1-F_ls
;('ks_ls=max(abs((1:fn)/fn)-F_ls
; (mse_ls=immse(R_Real,R_ls
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
3 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Estimate parameters using Weighted Least Squares (WLS) method %
;w = ehc_pdf(x, z_ls(1), z_ls(2), z_ls(3)).^2
;(theta_wls = lsqnonlin(wls_fun, z_ls, lb, ub

        ;par_wls]=theta_wls]
        [ (z_wls=[par_wls(1) par_wls(2) par_wls(3
;((f_wls=ehc_pdf(x, z_wls(1),z_wls(2),z_wls(3
;((F_wls=ehc_cdf(x, z_wls(1),z_wls(2),z_wls(3
;R_wls=1-F_wls
;('ks_wls=max(abs((1:fn)/fn)-F_wls
; (mse_wls=immse(R_Real,R_wls
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
end
;theta=0.08 %
;lambd=0.6 %
;mu=3 %
;so=lambd
;tho=rho
;bo=mu
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
MLE-1 %%
;'[(para(:,1)=[par_mle(1) par_mle(2) par_mle(3
MSE(:,1)=[immse(z_mle(1), repmat(so,1,T))
;'[(immse(z_mle(2), repmat(tho,1,T)) immse(z_mle(3), repmat(bo,1,T)
MSP(:,1)=[sum(abs((so-z_mle(1))* (1/so))) sum(abs((tho-
;(z_mle(2))* (1/tho))) sum(abs((bo-z_mle(3))* (1/bo))) ]*(1/T)
;'[(MOD(:,1)=[mean(mse_mle) mean(ks_mle
ols -2%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
cvm -2 %%
;'[(para(:,2)=[par_ls(1) par_ls(2) par_ls(3)
MSE(:,2)=[immse(z_ls(1), repmat(so,1,T)) immse(z_ls(2), repmat(tho,1,T))
;'[(immse(z_ls(3), repmat(bo,1,T)
MSP(:,2)=[sum(abs((so-z_ls(1))* (1/so))) sum(abs((tho-z_ls(2))* (1/tho)))
;(sum(abs((bo-z_ls(3))* (1/bo))) ]*(1/T)
;'[(MOD(:,2)=[mean(mse_ls) mean(ks_ls)
per-3%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
;'[(para(:,3)=[par_wls(1) par_wls(2) par_wls(3)

```

```

MSE(:,3)=[immse(z_wls(1), repmat(so,1,T))
; ' [ (immse(z_wls(2), repmat(tho,1,T)) immse(z_wls(3), repmat(bo,1,T)
MSP(:,3)=[sum(abs((so-z_wls(1))*(1/so)) sum(abs((tho-
; (z_wls(2))*(1/tho)) sum(abs((bo-z_wls(3))*(1/bo))))]'*(1/T
; ' [ (MOD(:,3)=[mean(mse_wls) mean(ks_wls
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
A1=[A1;MSE]; %% mse of para
A2=[A2;MSP]; %% mse of Ineg. the one
A3=[A3;para]; % the value of estimated parameters mle cvm per
; [A4=[A4;MOD
end
Results%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
the figures of the functions in the linear coordinate%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure (2
(plot(sort(x), f, 'linewidth',2
hold on
(plot(sort(x), f_mle, 'r', 'linewidth',2
(plot(sort(x), f_ls, 'g', 'linewidth',2
(plot(sort(x), f_wls, 'y', 'linewidth',2
('legend('true pdf' , 'MLE' , 'LS' , 'WLS
('xlabel('x
('ylabel('f(x
('title('PDF for EHC Distribution
plot of CDF %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure (3
(plot(sort(x), F, 'linewidth',2
hold on
(plot(sort(x), F_mle, 'linewidth',2
(plot(sort(x), F_ls, 'linewidth',2
(plot(sort(x), F_wls, 'linewidth',2
('legend('true cdf' , 'MLE' , 'LS' , 'WLS
('xlabel('x
('ylabel('F(x
('title('CDF for EHC Distribution
plot R%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
figure (4
plot(sort(x), R_Real, 'g', sort(x), R_mle, 'r', sort(x), R_ls, 'b', sort(x),
(R_wls, 'y', 'linewidth',2
('legend('true R(x)' , 'MLE' , 'ls' , 'wls
('xlabel('x
('ylabel('R(x
('title('Reliability for EHC Distribution
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

('disp(' the estimated para
A3
(' disp(' the mse
A2
('disp(' the error of the Model
(:,A4(1
A3
IP
;E1=(R_Real-R_mle).^2
;E2=(R_Real-R_ls).^2
;E3=(R_Real-R_wls).^2
codes for transform didgits for printing from workspace %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', R_Real); r0 =
formatted_vector1;%%the code that transforme the fall digit to the
wanted one

```

```

        formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', R_mle); r1 =
formatted_vector1;%%the code that transforme the fall digit to the
                                wanted one

formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', E1); e1 = formatted_vector1;%%the
                                code that transforme the fall digit to the wanted one

        formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', R_ls); r2 =
formatted_vector1;%%the code that transforme the fall digit to the
                                wanted one

formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', E2); e2 = formatted_vector1;%%the
                                code that transforme the fall digit to the wanted one

        formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', R_wls); r3 =
formatted_vector1;%%the code that transforme the fall digit to the
                                wanted one

formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', E3); e3 = formatted_vector1;%%the
                                code that transforme the fall digit to the wanted one
                                %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                                plot on circular coordinate%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                                ;(data=sort(data

                                by ploar coordinate%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                                ;(figure(22
polarplot(data, f, 'b-',data, f_mle, 'r--', data, f_ls, 'g--',data,
                                ;(--f_wls, 'k
                                ;('legend('true pdf', 'pdf-mle','pdf-ls','pdf-wls
                                ;(figure(23
polarplot(data, F, 'b-',data, F_mle, 'r--', data, F_ls, 'g--',data,
                                ;(--F_wls, 'k
                                ;('legend('true cdf', 'cdf-mle','cdf-ls','cdf-wls

```

```

% N_m1_25
% % % % Simulation of New Circulare distribution
clc
clear
close all
T=1000;
n=25;
for i=1:length(n)
n=ni(i);
A1=[];
A2=[];
A3=[];
A4=[];
A5=[];
% % we have a circulaer distribution with three parameters:
lambda, rho and mu
for tt=1:T
lambda_true =.2; % % initial values for generationg
rho_true =1.5;
mu_true = 5;
% n = 25;
data = ehc_rnd(lambda_true, rho_true, mu_true, n);
data=sort(data);
x=data;
% % % % % % % % % % % % %
% % % % Estimation processing
% z=[lambda rho mu]
% z=[0.08, .6, 3];
% lambda=0.08;
% rho=0.6;
% mu=3; M1;
% z=[.1 1.1, 3];M2
z=[0.5 .5 2.5];
lambda=z(1);rho=z(2); mu=z(3);%M2
f=ehc_pdf(x, lambda, rho, mu);

```

```

F=ehc_cdf(x, lambda, rho, mu);
R_Real=1-F;
%% Section 1 %%% MLE
theta0 =z;

IP=[];
fn=length(F);
%% Define log-likelihood function for EHC circular
distribution
neglogL = @(theta) -ehc_loglikelihood(theta, data);
options = optimset('MaxIter', 1000, 'TolFun', 1e-6);
%% Define least squares function for cdf of EHC circular
distribution
ls_fun = @(theta) ehc_cdf(data, theta(1), theta(2), theta(3)) -
(1:n)/n;
%% Define weighted least squares function for cdf of EHC
circular distribution
wls_fun = @(theta) (ehc_cdf(data, theta(1), theta(2), theta(3))
- (1:n)/n) ./ ehc_pdf(data, theta(1), theta(2), theta(3));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%% Estimate parameters using Maximum Likelihood
Estimation (MLE)
par_mle = fminsearch(neglogL, theta0, options);

z_mle=[par_mle(1) par_mle(2) par_mle(3)];
f_mle=ehc_pdf(x, z_mle(1),z_mle(2),z_mle(3));
F_mle=ehc_cdf(x, z_mle(1),z_mle(2),z_mle(3));
R_mle=1-F_mle;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

ks_mle=max(abs(((1:fn)/fn)-F_mle));
mse_mle=immse(R_Real,R_mle);

```

```
% Estimate parameters using Least Squares (LS) method
```

```
lb = [0, 0, -pi];
```

```
ub = [inf, inf, pi];
```

```
par_ls = lsqnonlin(ls_fun, theta0, lb, ub);
```

```
z_ls=[par_ls(1) par_ls(2) par_ls(3) ];
```

```
f_ls=ehc_pdf(x, z_ls(1),z_ls(2),z_ls(3));
```

```
F_ls=ehc_cdf(x, z_ls(1),z_ls(2),z_ls(3));
```

```
R_ls=1-F_ls;
```

```
ks_ls=max(abs(((1:fn)/fn)-F_ls'));
```

```
mse_ls=immse(R_Real,R_ls);
```

```
%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%% 3
```

```
% Estimate parameters using Weighted Least Squares (WLS)  
method
```

```
w = ehc_pdf(x, z_ls(1), z_ls(2), z_ls(3)).^2;
```

```
theta_wls = lsqnonlin(wls_fun, z_ls, lb, ub) ;
```

```
[par_wls]=theta_wls;
```

```
z_wls=[par_wls(1) par_wls(2) par_wls(3) ]
```

```
f_wls=ehc_pdf(x, z_wls(1),z_wls(2),z_wls(3));
```

```
F_wls=ehc_cdf(x, z_wls(1),z_wls(2),z_wls(3));
```

```
R_wls=1-F_wls;
```

```
ks_wls=max(abs(((1:fn)/fn)-F_wls'));
```

```
mse_wls=immse(R_Real,R_wls);
```

```
%%%%%%%%%
```

```
end
```

```
so=lambda;
```

```
tho=rho;
```

```
bo=mu;
```

```
%%%%%%%%%
```

```
% 1-MLE
```

```
para(:,1)=[par_mle(1) par_mle(2) par_mle(3)]';
```

```
MSE(:,1)=[immse(z_mle(1),repmat(so,1,T))
```

```
immse(z_mle(2),repmat(tho,1,T))
```

```
immse(z_mle(3),repmat(bo,1,T))]';
```



```

plot(sort(x), f_wls,'y','linewidth',2)
legend('true pdf' , 'MLE' , 'LS' , 'WLS')
xlabel('x')
ylabel('f(x)')
title('PDF for EHC Distribution')
%%%%%%%%%%%% plot of CDF
figure (3)
plot(sort(x), F,'linewidth',2)
hold on
plot(sort(x), F_mle,'linewidth',2)
plot(sort(x), F_ls,'linewidth',2)
plot(sort(x), F_wls,'linewidth',2)
legend('true cdf' , 'MLE' , 'LS' , 'WLS')
xlabel('x')
ylabel('F(x)')
title('CDF for EHC Distribution')
%%%%%%%%%%%%plot R
figure (4)
plot(sort(x), R_Real,'g',sort(x), R_mle,'r',sort(x),
R_ls,'b',sort(x), R_wls,'y','linewidth',2)
legend('true R(x)' , 'MLE' , 'ls' , 'wls')
xlabel('x')
ylabel('R(x)')
title('Reliability for EHC Distribution')
%%%%%%%%%%%%%%
disp(' the estimated para')
A3
disp(' the mse ')
A2
disp(' the error of the Model')
A4(1,:)
A3
IP
E1=(R_Real-R_mle).^2;
E2=(R_Real-R_ls).^2;

```

```
E3=(R_Real-R_wls).^2;
%%%%%%%%%%%% codes for transform digits for
printing from workspace
```

```
formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', R_Real); r0 =
formatted_vector1;%% the code that transforme the fall digit
to the wanted one
```

```
formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', R_mle); r1 =
formatted_vector1;%% the code that transforme the fall digit
to the wanted one
```

```
formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', E1); e1 =
formatted_vector1;%% the code that transforme the fall digit
to the wanted one
```

```
formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', R_ls); r2 =
formatted_vector1;%% the code that transforme the fall digit
to the wanted one
```

```
formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', E2); e2 =
formatted_vector1;%% the code that transforme the fall digit
to the wanted one
```

```
formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', R_wls); r3 =
formatted_vector1;%% the code that transforme the fall digit
to the wanted one
```

```
formatted_vector1 = sprintf('%.6g\n', E3); e3 =
formatted_vector1;%% the code that transforme the fall digit
to the wanted one
```

```
%%%%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%% plot on circular coordinate
```

```
data=sort(data);
```

```
%%%%%%%%%%%% by ploar
coordinate
```

```

figure(22);
polarplot(data, f, 'b-',data, f_mle, 'r--', data, f_ls, 'g--',data,
f_wls, 'k--');
legend('true pdf', 'pdf-mle','pdf-ls','pdf-wls');
figure(23);
polarplot(data, F, 'b-',data, F_mle, 'r--', data, F_ls, 'g--',data,
F_wls, 'k--');
legend('true cdf', 'cdf-mle','cdf-ls','cdf-wls');
figure(24);
polarplot(data, 1-F, 'b-',data,1- F_mle, 'r--', data, 1-F_ls, 'g--
',data, 1-F_wls, 'k--');
legend('true R', 'R-mle','R-ls','R-wls');
A31(1,:)=A3(1,:);A31(2,:)=A1(1,:);
A31(3,:)=A3(2,:);A31(4,:)=A1(2,:);
A31(5,:)=A3(3,:);A31(6,:)=A1(3,:);
A31=real(A31)
%%%%%%%%%%%%%%
function r = ehc_rnd(lambda, rho, mu, n)
% Generate n random numbers from EHC distribution
% lambda: scale parameter
% rho: shape parameter
% mu: location parameter
% n: number of random numbers to generate
r = zeros(n, 1);
for i = 1:n
    u = rand();
    theta = -log(1 - u*(1 - exp(-2*pi*lambda)))/(lambda);
    v = rand();
    if v <= (lambda*exp(-lambda*theta))/(1 - exp(-2*pi*lambda))
        r(i) = theta;
    else
        r(i) = mod((mu - pi + acos((rho*cos(2*pi*(1 - exp(-lambda*theta)))/(1 -
exp(-2*pi*lambda)) - mu))/rho) + 2*pi), 2*pi);
    end
end
end
% This function generates n random numbers from the EHC distribution with
% scale parameter lambda, shape parameter rho, and location parameter mu.
% It uses the inverse transform method to generate random numbers from the
first part

```

%of the distribution, and the acceptance-rejection method to generate random numbers from

%the second part of the distribution.

%%%%%%%%%

function y = ehc_cdf(x, lambda, rho, mu)

% EHC circular distribution CDF

% x: input value(s) ($0 \leq x \leq 2\pi$)

% lambda: scale parameter

% rho: shape parameter

% mu: location parameter

% y: output probability value(s)

if any(x(:) < 0) || any(x(:) > 2*pi)

error('Input value(s) must be between 0 and 2*pi');

end

y = (1 - exp(-lambda*x)) ./ (1 - exp(-2*pi*lambda)) ...

+ (1/pi) * rho * sin(2*pi*(1-exp(-lambda*x))/(1-exp(-2*pi*lambda))-mu/pi);

end

%%%%%%%%%

% MATLAB code for estimating the parameters of the EHC circular distribution

% using maximum likelihood estimation (MLE):

% Define the log-likelihood function

function logL = ehc_loglikelihood(theta, data)

% Extract the parameters from theta

lambda = theta(1);

rho = theta(2);

mu = theta(3);

% Compute the log-likelihood of the data

n = length(data);

logL = -n*log(1-exp(-2*pi*lambda)) ...

- sum(log(lambda*exp(-lambda*data))) ...

+ sum(log(1 + (rho^2 - 2*rho*cos(2*pi*(1-exp(-lambda*data))/(1-exp(-2*pi*lambda))-mu))./lambda));

end

%%%%%%%%%

function y = ehc_pdf(theta, lambda, rho, mu)

% EHC_PDF Calculates the probability density function (PDF) of the

% EHC circular distribution.

%

```

% Y = EHC_PDF(THETA, LAMBDA, RHO, MU) returns the PDF of the
EHC
% circular distribution at the values in THETA, given the parameters
% LAMBDA, RHO, and MU. THETA is an array of values in the range [0,
2*pi).
% LAMBDA, RHO, and MU are scalar parameters of the distribution.
%
% The PDF is given by:
%
%      f(theta) = (lambda * exp(-lambda * theta)) / (1 - exp(-2*pi*lambda))
%                + (2*rho*cos(2*pi*(1-exp(-lambda*theta))/(1-exp(-
2*pi*lambda))-mu-pi))
%                / (1-exp(-2*pi*lambda));
%
% Reference: Fisher, N. I., & Lee, A. J. (1993). A correlation
% coefficient for circular data. Biometrika, 80(1), 157-165.
%
% Example:
% % calculate the PDF at theta=0.5, given lambda=1, rho=0.5, mu=0.2
% y = ehc_pdf(0.5, 1, 0.5, 0.2);
%
% See also EHC_RND, EHC_CDF.

% check input arguments
if nargin < 4
    error('Not enough input arguments. ');
end

% calculate the PDF
% y = (lambda * exp(-lambda * theta)) / (1 - exp(-2*pi*lambda)) +
(2*rho*cos(2*pi*(1-exp(-lambda*theta))/(1-exp(-2*pi*lambda))-mu-pi))
.*(lambda*exp(-lambda*theta)/ (1-exp(-2*pi*lambda)));
y= (1+(2*rho*cos(2*pi*(1-exp(-lambda*theta))/(1-exp(-2*pi*lambda))-mu-
pi))).*(lambda*exp(-lambda*theta)/ (1-exp(-2*pi*lambda)));
end

%%%%%%%%%%

```

ABSTRACT

The method of distributing distributions is a common custom, and new distributions are known as speaker distributions. In this thesis, the inverse distribution transformation method (idf Transform) is used and to construct the new continuous distribution distribution through the distribution of two distributions, which are the convoluted exponential distribution (the convoluted exponential distribution) and the convoluted exponential distribution (the cardioid distribution). Using the inverse distribution rule (IDF transformation), we generate a distribution that defines three parameters (ρ , μ , α) to fit the real data, which we called the EHC distribution. In this thesis, enjoy studying the characteristics of the new distribution and learn about nine methods, which are the Maximum Discrimination Method (MLE), the Ordinary Major Integrals Method (OLS), the Weighted Major Distributions Method (WLS), and for the purpose of estimating a distribution, the Monte Carlo simulation method was used and the famous MATLAB program was used. Identifying the average of the data, which starts from the estimation methods first, depends on taking the squared error statistic and using the rank method, where 5 different models are used for default values for the parameters and for different reasons for changing the results of the imbalance. The maximum control method (MLE) is used in calculating estimators. Distribution features are the best estimation method. The best size for data analysis was determined for the maximum likelihood method for all correlations, as the sample size has a size of 150 that is less than the mean square error, meaning that it is the best analysis size to represent the real data. The best model that corresponds to the fact that has less than the mean square error is completely completed. The third model represents the distribution on a basis. Global data on the eye was used, obtained from the eyes of the Karbala Laboratory in the Holy Governorate of Karbala, for examinations, advanced diagnostic data for eye diseases, using the Medical Assistance Device (OCT) for three-dimensional computed tomography, in which a picture was taken of part of the eyes (100) A patient using computed tomography of the anterior part of the visual range. [2]

The variable that represents the studied data is θ , which represents the square angle in radians, which measures the posterior curvature of the cornea, and it was supported to areas of spider distribution, a real error, and finding the correct angle that absorbs eye diseases such as strabismus and .corneal damage





The Republic of Iraq
Ministry of Higher Education
and Scientific Research
University of Karbala
College of Economics and Administration
Department of Statistics

Building a circular model using circular distribution functions

Preface letter to

Council of the College of Administration and Economics / University of Karbala,
which is part of the requirements for obtaining a master's degree in statistics

Submitted by the researcher

By

Nabaa of Abbas Mohsen

Supervised By

Assistant Prof.Dr. Sada Fayed Mohammed

A,H. 1444

A.D. 2023

Holy Karbala