



جمهورية العراق  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة كربلاء / كلية الإدارة والاقتصاد  
قسم الإحصاء

## التحويل التكميبي لتوزيع (رايلي – باريتو) المركب مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة إلى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات نيل  
درجة الماجستير في علوم الإحصاء  
تقدمت بها

الطالبة

**تماضر كفاح حسن**

بأشراف

**أ.د. عواد كاظم شعلان الخالدي**

**أ.م.د. مشتاق كريم عبد الرحيم**

2024م

1445 هـ

**كربلاء المقدسة**

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

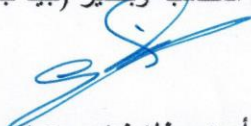
﴿وَلَقَدْ آتَيْنَا دَاوُودَ وَسُلَيْمَانَ عِلْمًا ۖ وَقَالَا الْحَمْدُ لِلَّهِ  
الَّذِي فَضَّلَنَا عَلَىٰ كَثِيرٍ مِّنْ عِبَادِهِ الْمُؤْمِنِينَ﴾

صَدَقَ اللَّهُ الْعَلِيُّ الْعَظِيمُ

[ النمل: 15 ]

## أقرار لجنة المناقشة


نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد أطلعنا على رسالة الماجستير الموسومة بـ (تأثير المقدررة الإدارية في الإبلاغ عن التقارير المتكاملة وانعكاسه على قيمة واستمرارية الشركة) والمقدمة من قبل الطالب (احمد خالد مجبل) وقد ناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا أنها جديرة بالقبول لنيل درجة ماجستير في علوم المحاسبة وبتقدير (جيد جدا عالي)

  
أ.م.د. سنان زهير محمد

(عضواً)  
جامعة الموصل-كلية  
الإدارة والاقتصاد

  
أ.م.د. جاسم عيدان براك

( رئيساً )  
جامعة كربلاء -كلية  
الإدارة و الاقتصاد

  
أ.م.د. امل محمد سلمان

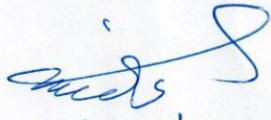
(عضواً ومشرفاً)  
جامعة كربلاء-كلية  
الإدارة والاقتصاد

  
أ.م.د. اذهر صبحي الجبوري

(عضواً)  
جامعة كربلاء- كلية  
الإدارة والاقتصاد


## إقرار المقوم اللغوي

اشهد أن رسالة الماجستير الموسومة بـ (تأثير المقدرة الإدارية في الإبلاغ عن التقارير المتكاملة وانعكاسه على قيمة واستمرارية الشركة) والعائدة للطالب (احمد خالد مجبل) قد تمت مراجعتها من الناحية اللغوية وتصحيح ما ورد فيها من أخطاء لغوية وتعبيرية وبذلك أصبحت مؤهلة للمناقشة بقدر تعلق الأمر بسلامة الأسلوب وصحة التعبير.

  
أ.م.د. علي بن خنجر  
2024/ /

## أقرار المشرف


أشهد أن إعداد الرسالة الموسومة بـ (تأثير المقدرة الإدارية في الإبلاغ عن التقارير المتكاملة وانعكاسه على قيمة واستمرارية الشركة) التي تقدم بها الطالب (احمد خالد مجبل) قد جرى تحت اشرافي في جامعة كربلاء - كلية الادارة والاقتصاد، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير في علوم المحاسبة.

  
المشرف: أم.د.امل محمد سلمان التميمي

٢٠٢٤ / ٣ / ١٠

توصية السيد رئيس القسم

بناءً على توصية الاستاذ المشرف أرشح الرسالة للمناقشة

  
أم. د جاسم عيدان براك المعموري

رئيس قسم المحاسبة

٢٠٢٤ / /

## اقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على اقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير- قسم المحاسبة- للطالب (احمد خالد مجبل) الموسومة بـ (تأثير المقدره الإداريه في الإبلاغ عن التقارير المتكامله وانعكاسه على قيمه واستمراريه الشركه) أرشح هذه الرسالة للمناقشه.

أ.د. علي احمد فارس

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/جامعة كربلاء على توصية لجنة المناقشة.

أ.م.د هاشم جبار الحسيني

عميد كلية الادارة والاقتصاد

## الإهداء

إليك... يا مَنْ لا تراه العيون ولا يصفه الواصفون (رب العرش العظيم).

إليك... يا من بَلَغَ الرسالة وأدَّى الأمانة، ونصح الأمة، نبي الرحمة ونور العالمين محمد صلى الله عليه وآله وسلم.

إليك... يا من قال في حقه الرسول أنا مدينة العلم وعلي بابها (علي بن أبي طالب عليه السلام)

إليك... يا من قال في حقه الإمام محمد الباقر (عليه السلام) (إذا قام قائمنا وضع يده على رؤوس العباد مُجَمِّع بها عقولهم وكملت بها الأحلام (مهدينا الغائب) إلى من شرفني بحمل اسمه، ومن علمني أن ارتقي سلم الحياة بالصبر والحكمة والنور الذي ينير لي درب النجاح (أبي الغالي).

إلى صاحبة أجمل الكلمات واصدق الدعوات وغايتي رضاها (أمي الحبيبة).

إلى القلوب الطاهرة الرفيعة، والنفوس البريئة، أغلى واشرف كنزاً امتلكه (إخوتي وأخواتي).

إلى الشموع التي أضاءت لي الطريق (أساتذتي)

إلى الذين وقفوا بجانبني وشدوا من أزري طوال أيام دراستي (أصدقائي).

تماضر

# شكر و عرفان

قال تعالى : ( **وَمَنْ يَشْكُرْ فَإِنَّمَا يَشْكُرُ لِنَفْسِهِ** ) سورة لقمان ﴿١٢﴾

احمد الله تعالى حمداً كثيراً مباركاً ملئ السموات والأرض على ما أكرمني من إتمام هذه الدراسة التي ارجوا أن تنال رضاه.

ثم أتوجه بجزيل الشكر وعظيم الامتنان إلى مشرفي وأستاذي

**أ.د. عواد كاظم شعلان الخالدي ، أ.م.د. مشتاق كريم عبد الرحيم** حفظهما الله وأطال في عمرهما لتفضلهما الكريم بالإشراف على هذه الرسالة ، وتكرمهم بنصحي وتوجيهي حتى إتمام هذا البحث .

كما وأتقدم بوافر الشكر والتقدير إلى الأساتذة الفضلاء رئيس وأعضاء لجنة المناقشة على تفضلهم بالموافقة على مناقشة رسالتي.

كما يقتضي واجب الوفاء إن أتقدم بوافر الشكر لأساتذتي الفضلاء في قسم الإحصاء الذين وهبوني علمهم في مدة دراستي في الجامعة والذين عملوا جاهدين على تحقيق الرقي العلمي لجميع الطلبة.

وأتقدم بالشكر الجزيل إلى المقوم العلمي واللغوي لتفضلهم بمراجعة الدراسة وتدقيقها وفقهم الله لكل خير.

وأجد من الوفاء أن أتقدم بالشكر والعرفان إلى كل من كان السبب في ما إنا عليه وهم أهلي وأقربائي شكراً لكم من صميم قلبي يا من كنتم شموعاً تضيئ طريقي.

كما لا أنسى بالذكر – والشكر أصدقائي الذين دعموني من بداية مشواري في دراسة الماجستير .

**تماضر**



## قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع
أ	▪ الآية
ب	▪ الإهداء
ج	▪ شكر وتقدير
د-هـ	▪ قائمة المحتويات
و-ز	▪ قائمة الجداول
ح-ز	▪ قائمة الأشكال
ح	▪ قائمة الرموز
ط	▪ المستخلص
2-12	الفصل الاول
2-3	المقدمة 1-1
3	مشكلة الرسالة 2-1
4	هدف الرسالة 3-1
4	اهمية الرسالة 4-1
4-12	الاستعراض المرجعي 4-1
14-50	الفصل الثاني: الجانب النظري
14	تمهيد 1-2
14-15	دالة التوزيع ودالة الكثافة الاحتمالية 2-2
16-17	الإحصاءات المرتبة 3-2
17-18	دالة البقاء أو المعولية ودالة معدل المخاطرة 4-2
18	متوسط زمن الفشل أو الوفاة 5-2
18	خرائط تحويل الرتب 6-2
18-19	خارطة تحويل الرتب التربيعية 1-6-2
19-20	بناء خارطة تحويل الرتب التربيعية 1-1-6-2
20-22	خارطة تحويل الرتب المكعبة 2-6-2
22-23	بناء خارطة تحويل الرتب المكعبة 1-2-6-2
24	توزيع رايلي 7-2
17-18	توزيع باريتو 8-2
24-26	توزيع رايلي باريتو 9-2
26-29	توزيع المحول التكميبي 10-2
29-30	دالة البقاء للتوزيع المقترح 1-10-2
30-31	دالة المخاطرة لتوزيع NCTRP 2-10-2
31-32	الدالة الكمية لتوزيع NCTRP 3-10-2
32-33	الخصائص الهيكلية لتوزيع NCTRP 4-10-2
33-35	العزوم اللامركزية 5-10-2
36-40	العزوم المركزية 6-10-2
40	معامل الاختلاف 7-10-2
40-41	معامل الالتواء 8-10-2

41	معامل التفرطح	9-10-2
41-42	الدالة المولدة للعزوم	10-10-2
42	تقديرات معلمات البقاء لتوزيع	11-2
42-44	طريقة الامكان الاعظم	1-11-2
44-46	طريقة كرامر فون مايسز	2-11-2
46-47	طريقة المقدرات التجزئية	3-11-2
47	معايير المقارنة والدقة	12-2
48	اختبار أكاكي AIC (Akaike Test)	1-12-2
48	اختبار اكاكي البيزي BIC (Bayesian Akaike Test)	2-12-2
48	اختبار أكاكي المتسق CAIC	3-12-2
49	متوسط مربعات الخطأ (MSE) Mean squared error	13-2
49	اختبارات حسن المطابقة	14-2
49-50	اختبار إحصاء كاي-سكوير (Chi-square statistic)	1-14-2
52-72	<b>الفصل الثالث: الجانب التجريبي والتطبيقي</b>	
52	تمهيد	1-3
52	الاجراء الاول - الجانب التجريبي	2-3
52-54	مفهوم المحاكاة	1-2-3
54-56	مراحل بناء تجربة المحاكاة	2-2-3
56-60	استعراض نتائج المحاكاة	3-2-3
61	القسم الثاني - الجانب التطبيقي	3-3
61	تمهيد	1-3-3
61	نبذة عن سرطان القولون	2-3-2
61-62	اسباب الاصابة بالمرض	3-3-3
62	اعراض المرض	4-3-3
62-63	تشخيص المرض	5-3-3
63-64	علاج المرض	6-3-3
64-66	البيانات الحقيقية	4-3
66	ملائمة البيانات	5-3
66-68	المفاضلة بين التوزيع المقترح وباقي التوزيعات	6-3
69-72	تحليل البيانات الحقيقية	7-3
74-75	<b>الفصل الرابع: الاستنتاجات والتوصيات</b>	
74	الاستنتاجات	1-4
74-75	التوصيات	2-4
77-82	<b>المصادر</b>	
77	المصادر العربية	اولا
77-82	المصادر الاجنبية	ثانيا
84-118	<b>الملاحق</b>	
84-118	جداول نتائج تجربة المحاكاة للنماذج كافة والاشكال الخاصة بمقدرات دالة المعولية والمعولية الحقيقية	<b>الملحق</b>
A	<b>Abstract</b>	

## قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
54-55	قيم المعلمات والنماذج المقترحة	1-3
57	يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة	2-3
58	يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة	3-3
59-60	يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير و أنظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة	4-3
60	يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي IMSE لطرائق التقدير و أنظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة	5-3
65	البيانات التطبيقية	6-3
66	يبين ابرز احصاءات العينة للبيانات الحقيقية	7-3
66	نتائج اختبار ملائمة البيانات	8-3
67	نتائج اختبارات المقارنة والدقة المطبقة على البيانات الحقيقية	9-3
69-71	يوضح مقدرات دالة البقاء و دالة الكثافة التجميعية ودالة البقاء للبيانات الحقيقية	10-3
84-86	يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الاول ( $\alpha=2.3, \theta=1.5, \lambda_1=1, \lambda_2=-0.6$ )	1
86-87	يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثاني ( $\alpha = 1.4, \theta=4, \lambda_1=0.9, \lambda_2=-1$ )	2
87-89	يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثالث ( $\alpha=2, \theta=4.8, \lambda_1=0.7, \lambda_2=-1$ )	3
89-90	يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الرابع ( $\alpha=3, \theta=4.8, \lambda_1=1, \lambda_2=-0.6$ )	4
90-92	يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الخامس ( $\alpha=5, \theta=1.3, \lambda_1=1, \lambda_2=-0.4$ )	5
92-93	يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج السادس ( $\alpha=2, \theta=2, \lambda_1=1, \lambda_2=-1$ )	6
94-95	يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج السابع ( $\alpha=4, \theta=2, \lambda_1=0.4, \lambda_2=-0.7$ )	7

96-97	القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الاول	8
99-100	القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطاء ( MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثاني	9
102- 103	القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطاء ( MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثالث	10
105-106	القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطاء ( MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الرابع	11
108-110	القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطاء ( MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الخامس	12
111-113	القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطاء ( MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج السادس	13
115-116	القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطاء ( MSE و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج السابع	14

## قائمة الاشكال

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
25	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع رايلي باريتو	1-2
25	سلوك دالة الكثافة التجميعية (C.D.F) لتوزيع رايلي باريتو	2-2
26	سلوك دالة البقاء (s(t) لتوزيع معلمات	3-2
26	سلوك دالة المخاطرة (h(t) لتوزيع معلمات	4-2
29	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTRP لقيم معلمات مختلفة	5-2
30	دالة الكثافة التجميعية لتوزيع NCTRP لقيم معلمات مختلفة	6-2
31	دالة البقاء لتوزيع NCTRP لقيم معلمات مختلفة	7-2
32	دالة المخاطرة لتوزيع NCTRP لقيم معلمات مختلفة	8-2
67	دالة pdf لتوزيع NCTRP مقارنة بالتوزيع الاساس بالنسبة للبيانات الحقيقية	1-3
68	دالة cdf لتوزيع NCTRP مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية	2-3
68	شكل دالة البقاء لتوزيع NCTRP مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية	3-3
98	نتائج تجربة المحاكاة للأنموذج (1) بالنسبة لطرائق تقدير دالة البقاء المقدرة و دالة الكثافة الاحتمالية الحقيقية ولاحجام العينات كافة	1
101	نتائج تجربة المحاكاة للأنموذج (2) بالنسبة لطرائق تقدير دالة البقاء المقدرة و دالة الكثافة الاحتمالية الحقيقية ولاحجام العينات كافة	2
104	نتائج تجربة المحاكاة للأنموذج (3) بالنسبة لطرائق تقدير دالة البقاء المقدرة و دالة الكثافة الاحتمالية الحقيقية ولاحجام العينات كافة	3

107	نتائج تجربة المحاكاة للانموذج (4) بالنسبة لطرائق تقدير دالة البقاء المقدر و دالة الكثافة الاحتمالية الحقيقية ولاحجام العينات كافة الاحتمالية و دالة الكثافة الاحتمالية الحقيقية ولاحجام العينات كافة (30,50,100,150)	4
110-111	نتائج تجربة المحاكاة للانموذج (5) بالنسبة لطرائق تقدير دالة البقاء المقدر و دالة الكثافة الاحتمالية الحقيقية ولاحجام العينات كافة	5
113-114	نتائج تجربة المحاكاة للانموذج (6) بالنسبة لطرائق تقدير دالة البقاء المقدر و دالة الكثافة الاحتمالية الحقيقية ولاحجام العينات كافة	6
117	نتائج تجربة المحاكاة للانموذج (7) بالنسبة لطرائق تقدير دالة البقاء المقدر و دالة الكثافة الاحتمالية الحقيقية ولاحجام العينات كافة	

### قائمة الرموز

Mean	المعنى	الرمز
survival function	دالة البقاء	$S(.)$
Probability density function	دالة الكثافة الاحتمالية	$f(.)$
Cumulative distribution function	دالة التوزيع التراكمية	$F(.)$
Expected value	القيمة المتوقعة	$E(.)$
Variance	التباين	$V(.)$
Gamma function	دالة كاما التامة	$\Gamma(.)$
The $r^{th}$ non- central moment about origion	العزم اللامركزي ذات المرتبة $r$ حول نقطة الاصل	$\mu_r'$
The $r^{th}$ central moment about arithmetic mean	العزم المركزي ذات المرتبة $r$ حول الوسط الحسابي	$\mu_r$
Maximum likelihood	طريقة الامكان الاعظم	ML
Cramer-Von Mises method	طريقة كريمرفون مايسز	CVM
Percentiles estimators	طريقة المقدرات التجزئية	PER
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Coefficient of Skewness	معامل الالتواء	S.K
Coefficient of Variation	معامل الاختلاف	C.V
Coefficient of Kurtosis <sup>2</sup>	معامل التفرطح	C.K

## المستخلص

يعد توزيع رالي باريتو (Rayleigh Pareto Distribution) ذو الثلاث معلمات  $(\alpha, \gamma, \theta)$  من التوزيعات الإحصائية المستمرة المهمة، إستمد هذا التوزيع أهمية حقيقية في العقود الأخيرة لأهمية استعماله في الحالات الاحتمالية، وطبق هذا التوزيع في دراسة المعولية والبقاء ، عرض وقت الفشل، السيطرة على الجودة، ونمذجة القبول (قبول العينة) في الحالات التي يكون فيها التوزيع الطبيعي أنموذجاً غير ملائم.

اذ تم في هذه الرسالة استعمال نظرية التوزيعات المحولة التكعيبية (Cubic Transformation Distribution) في اقتراح توزيع جديد يعرف بتوزيع (Rayleigh Pareto Distribution) ذو الثلاث المعلمات ، إذ تمت دراسة بعض الخصائص الهيكلية والاحصائية للتوزيع المكعب المقترح (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) ، ودراسة

بعض خصائصه، وتقدير معالمته وحساب مقدرات دالة البقاء بثلاث طرائق تقدير وهي كل من طريقة الامكان الاعظم (MLE)(Maximum Likelihood Method)، وطريقة كريمر فون مايسز (CVM)(Method of Cramer-Von Mises Minimus) وطريقة المقدرات التجزئية (PER)(Method of Percentiles Estimators) ، ولغرض المقارنة بين طرائق التقدير معالمته و دالة البقاء فقد تم توظيف اسلوب محاكاة مونت كارلو (Monte carlo) لإجراء عدة تجارب بأحجام عينات مختلفة بأحجام عينات مختلفة صغيرة (30) ومتوسطة (50) وكبيرة (100-150) بواقع سبعة نماذج وبتكرار التجربة (1000) مرة للتجربة وعن طريق المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطا (MSE) وقد اظهرت النتائج افضلية طريقة الامكان الاعظم في حساب مقدرات دالة البقاء للتوزيع المقترح عند احجام العينات الصغيرة و المتوسطة والكبيرة، وافضلية طريقة المربعات الصغرى الموزونة عند احجام العينات الصغيرة.

وطبق التوزيع قيد الدراسة وبالاعتماد على طريقة الامكان الاعظم التي ظهرت افضليتها في الجانب التجريبي على بيانات حقيقية متمثلة (108) مشاهدة تمثل أوقات البقاء بالأسابيع للأشخاص المصابين بسرطان القولون لحين الوفاة بعد اجراء اختبار حسن المطابقة لبيان ملائمة البيانات الحقيقية مع التوزيع المقترح بأعتماد على اختبار كاي سكوير، ولغرض اثبات كفاءة التوزيع المقترح بالمقارنة مع توزيع رالي باريتو في تمثيل البيانات الحقيقية بالاعتماد على المعايير الاحصائية (AIC, ACC, BIC) حيث اظهر التوزيع كفاءه ومنافس جيد لانه يمتلك اقل قيمة للمعايير المستخدمة.

# الفصل الأول

## المقدمة والاستعراض

### المرجعي

**(1-1) المقدمة والاستعراض المرجعي**

تعتمد جودة الإجراءات المستعملة في التحليل الإحصائي بشكل كبير على نموذج مفترض أو التوزيع الاحتمالي، وبسبب هذا تم بذل جهود كبيرة من الباحثين في تطوير فئات متعددة من التوزيعات الاحتمالية القياسية، جنباً إلى جنب مع المنهجيات الإحصائية ذات الصلة، ومع ذلك لا تزال هناك العديد من المشاكل كعدم اتباع البيانات الحقيقية في توزيعها أيًا من النماذج الاحتمالات الكلاسيكية.

قام الباحثون بمناقشة التوزيعات وفي نطاق واسع وبشكل متكرر في البيانات الإحصائية التجريبية لاختيار الأنموذج المناسب والقضايا ذات الصلة في العلوم التطبيقية مثل البيئة والطب والهندسة ونمذجة وتحليل البيانات التجريبية، هناك العديد من التوزيعات التي يمكن استعمالها في هذا النوع من البيانات التجريبية، ضرورة الإجراءات المستعملة في مثل هذه الإحصائية اعتمد التحليل بشكل كبير على انموذج الاحتمال المفترض أو التوزيع.

وقد عمل الكثير من الباحثون المختصون في المجال الاحصائي بشكل كبير على توسعة التوزيعات الاحتمالية والانتقال بها من طور التوزيعات الاحتمالية الى طور التوزيعات الاحتمالية المركبة او الموسعة وذلك بهدف الحصول على افضل تمثيل للبيانات وبأقل اخطاء و عندما تواجه الباحثين إشكالية اختيار المشاهدات التي تشكل العينة باحتمال متساوي، مما جعل الاقتصار في نمذجة الظواهر على التوزيع الاحتمالي الاساس غير نافعا وعندها اصبح الامر واجب لمقترح تغيير معين يتم عن طريق اضافة معلمات جديد للتوزيع الاصلي لكي نحصل على توزيعات موسعة تمتاز بالمرونة في تمثيل البيانات .

وفي هذه الدراسة طبق الباحث صيغة التحويل التكميبي التي تتميز بأنها تزيد من مرونة التوزيعات المحولة ما يسمح بنمذجة المزيد من البيانات وكذلك قدمت هذه العائلة البارامترية الجديدة توزيعات قابلة للحل وقادرة على ملائمة مجموعة من البيانات المعقدة .

ونظرا لما يتميز به توزيع رايلي باريتو من مرونة وامتلاكه ذيول جبرية والتي تستعمل لنمذجة الفشل، النمذجة التي تحدث بتردد أقل من تلك النماذج القائمة على ذيول اسية. ومن ثم فإنه يمثل إنموذجا جيدا لنمذجة بيانات وقت الفشل وهذا ما دفعنا الى استعمال خارطة تحويل الرتب المكعبة لتحويل هذا التوزيع من اجل ايجاد توزيع احتمالي جديد يكون اكثر مرونة في تفسير سلوك البيانات المعقد لا سيما البيانات المتعلقة بوفيات المرضى المصابين بمرض سرطان القولون .



ولتحقيق اهداف الرسالة قسمت الى خمسة فصول :

الأول تضمن المقدمة ومشكلة الرسالة والهدف منها والاستعراض المرجعي للدراسات السابقة ذات العلاقة بعنوان الرسالة في حين تضمن الفصل الثاني الجانب النظري الذي تم فيه التطرق لبعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالدراسة وبناء التوزيع الاحتمالي الموسع ( Cubic Pareto Transformation Rayleigh) واشتقاق معظم خصائصه وتوضيح طرائق التقدير المستعملة لتقدير معالمه ودالة البقاء وهي كل من (طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method) (MLE) وطريقة كريمر فون مايسز ( Cramer-Von Mises Method of Percentiles Estimators) (CVM) وطريقة المقدرات التجزئية (PER) ،بينما تمثل الفصل الثالث في الجانب التجريبي لهذه الرسالة والذي تم فيه استعمال أسلوب المحاكاة وتوليد الأرقام العشوائية إذ تمت المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في إيجاد مقدرات التوزيع المقترح ودالة البقاء باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE ، الفصل الرابع فقد تناول الجانب التطبيقي تضمن تطبيق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية تمثل اوقات البقاء للمرضى المصابين التهاب الجهاز التنفسي مع اجراء اختبار حسن المطابقة للبيانات المستعملة وكذلك اجراء تقدير البقاء لها باستعمال طريقة الامكان الاعظم الذي ظهرت افضليتها في الجانب التجريبي، وأخيراً خصص الفصل الخامس للاستنتاجات والتوصيات التي توصلت اليها الدراسة.

### **1-2 مشكلة الدراسة (Thesis Problem)**

ان التطور الحاصل في الظواهر الحياتية ومايرافقها من مشكلات في تحديد الشكل الرياضي المناسب لها ادى الى ظهور حاجة ماسة الى التوزيعات الجديد مرنة مشتقة من التوزيعات الكلاسيكية لتواكب هذا التطور السريع .

وكما قلنا وجود النماذج الاحصائية المرنة التي تتعامل مع البيانات مرضى سرطان القولون .

### **1-3 اهداف الدراسة (Thesis objectives)**

1- الدراسة بناء نموذج احتمالي جديد موسع لتوزيع رايلي باريتو باستعمال طريقة ( Cubic Transformation Rayleigh Pareto) اطلق عليه (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) للحصول على توزيع اكثر ومرونة في نمذجة البيانات .

- 2- اشتقاق ودراسة خصائص التوزيع المقترح وتقدير معلمات ودالة البقاء باستعمال طرائق تقدير مختلفة .
- 3- اختيار الطريقة الافضل لتقدير دالة البقاء وذلك بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطا (MSE) بالاعتماد على اسلوب المحاكاة باستعمال احجام عينات مختلفة.
- 4- بتطبيق الطريقة التي ظهرت افضليتها في الجانب التجريبي على بيانات حقيقية المتمثلة بالاشخاص المصابين بمرض سرطان القولون.

#### 4-1 اهمية الدراسة:

جاءت اهمية الدراسة من اهمية المواضيع التي تحت الدراسة والمتمثلة باشتقاق دالة البقاء لسرطان القولون ويعول عليها في التنبؤ بالمدة التي يبقى فيها المريض على قيد الحياة وهو ما يقيم للمصابين على تقديم العلاجات اللازمة من متابعة حالة المريض وايجاد علاج يؤدي الى شفائه او تقليل الامه عن اقل تقدير .

#### 4-1 الاستعراض المرجعي (Literature review) :

يتضمن هذا المبحث استعراضاً مرجعياً لأهم الدراسات والبحوث التي قدمها الباحثون والمتعلقة بخرايط بتحويل الرتب وتوزيع (Rayleigh –Pareto)

هنالك العديد من الدراسات التي تناولت توزيع رالي باريتو وليس من الواجب ادراجها بأكملها بل اعتمد ما هو الاقرب في دراستنا.

❖ في عام (2009) قدم الباحثان (Shaw and Buckley) صيغة تحويل الرتب التربيعية

(Quadratic Rank Transmuted Map (QRTM) وثبت الباحثان الخصائص الاحصائية

والهيكلية واقتراحا خوارزمية الخاصة بالتوزيع وبق التوسعة المقترحة على مجموعه من

توزيعات الاحتمالية لزيادة مرونتها مثل توزيع القيمة الاساسية عن طريق ادخال معلمة جديدة

وبينا مكانة هذه التوزيعات في توفير طريق موحد للمشكلات التي تكون فيها البيانات المسجلة

غير ناتجة عن تجربة غير مكررة وكذلك غير عشوائية، وهي تقنية جديدة لأضافة معلمات الى

التوزيعات الكلاسيكية ، وكذلك وضع الباحثان كيفية إعمالها وتطبيقها على بعض التوزيعات

الاحتمالية (التوزيع الاسي وتوزيع وييل ) اذ تم تقدير معلمات التوزيعات المقترحة باستعمال

خمس طرائق تقدير ، ومن خلال استعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE)

توصل الباحثون الى المقدر الافضل بطريقة الإمكان الأعظم المستعملة لأنه يحقق اقل تباين من

خلال تطبيق المعيار الاحصائي للمقدرات القياس للتوزيعات وقد تم دراسة هذه الطريقة لدى العديد من الباحثين وتطبيقها على مجموعة كبيرة من التوزيعات الأخرى. [41].

❖ في عام (2017) إقترح الباحثون (Granzotto وآخرون) مفهوم نظرية التوزيعات المحولة التكميلية ، وبيننا مكانة هذه التوزيعات في توفير طريق موحد للمشكلات التي تكون فيها البيانات المسجلة غير ناتجة عن تجربة غير مكررة وكذلك غير عشوائية، وهي تقنية جديدة لأضافة معالمات الى التوزيعات التقليدية ، وكذلك وضح الباحثون كيفية إعمامها وتطبيقها على بعض التوزيعات الاحتمالية اذ تم تقدير معالمات التوزيعات المقترحة باستعمال خمس طرائق تقدير ، ومن خلال استخدام المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) توصل الباحثون الى المقدر الافضل بطريقة الإمكان الأعظم المستعملة لأنه يحقق اقل تباين من خلال تطبيق المعيار الاحصائي للمقدرات القياس للتوزيعات. [19]

❖ وفي العام نفسه قدم (AL-Kadim & Mohammed) فئة جديدة من توزيع توزيع واييل المحول التكميلي الجديد الموسع وناقشا الباحثون بعض خصائصه الاحصائية والهيكلية مثل الدالة التحويل العكسي والمولدة الدالة المولدة للعزوم ، و الاحصاءات المرتبة والانحرافات المتوسطة و منحنيات لورنز ، وبون فيروني (Lorenze & Bonferroni) والدالة المميزة ودالة ريني انتروبي (Renyi Entropy) وكذلك ومعولية الاجهاد-المتانة. وقدرنا معالمات الانموذج المقترح باستعمال طريقة الامكان الاعظم . و قارنوا توزيع ليندلي بمعلمتين مع توزيعات ( inverse Weibull - d Kumaraswamy Gumbel type II - ويبل-التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي- ليندلي بمعلمة واحدة- الاسي بمعلمة واحدة) عن طريق استعمال المعايير (HQIC-AIC- -2lnL) ، لمجموعتين من البيانات الحقيقية ، وتوصلوا الى ان التوزيع المقترح يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة. [14]

❖ في العام نفسه اقترحت الباحثة (Maurya وآخرون) صيغة جديد لتوزيع Burr XII المحول التريبيعي اذ تتمتع الاضافة الجديد بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، اذ تم اشتقاق العديد من الخصائص التوزيعية الاحصائية للتوزيع المقترح، وتم تقدير معالمات التوزيع غير المعرّفة وفق طريقة الامكان الاعظم ، كذلك اجريت تجربة المحاكاة لبيان افضلية طرائق التقدير بالاعتماد على المعيار الاحصائي (RMSE) الذي تم الاعتماد عليه في تفسير مخرجات البحث الحالي. تم تطبيق البحث على بيانات حقيقية تضمنت اوقات البقاء،

الساعات لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد، وتوصل الباحثون ان التوزيع منافس ممتاز ويحقق اكثر مرونة وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى. [27]

❖ وفي عام 2018 اقترح (Rahman) وآخرون) توسعه جديد للتوزيعات تدعى بالتحويل الرتب المكعبة لإعطاء التوزيعات، اذ ناقش الباحثون امكانية هذه التوزيعات في توفير طريق موحد للمشكلات التي تكون فيها البيانات المسجلة غير ناتجة عن تجربة غير مكررة وكذلك غير عشوائية، وهي تقنية جديدة لأضافة معالمات الى التوزيعات الكلاسيكية ، وكذلك وضح الباحثون كيفية إعطائها وتطبيقها على بعض التوزيعات الاحتمالية وتم تطبيقها على التوزيع الاسي وقدرت معالمته بطريقة الامكان الاعظم، وتم تطبيق التوزيع الاسي على مجموعتين من البيانات الحقيقية وتبين أن التوزيع الاسي المحول المكعب يوفر أفضل ملاءمة لهذه البيانات بالمقارنة مع النماذج الأخرى المستعملة في البحث. [31]

❖ وفي العام نفسه قدم الباحثان (Saraçoğlu & Tanış) دراسة جديد اقترح فيها توزيع **Transformed Kumaraswamy Distribution** المحول التكميبي ذو الجديد الذي يتمتع بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، اذ تم اشتقاق العديد من الخصائص التوزيعية الاحصائية للتوزيع المقترح، وتم تقيير معالمات التوزيع الغير المعرفه وفق طريقة الامكان الاعظم ، كذلك اجريت تجربة المحاكاة لبيان افضلية طرائق التقدير بالاعتماد على المعيار الاحصائي (RMSE) الذي تم الاعتماد عليه في تفسير مخرجات البحث الحالي. تم تطبيق البحث على بيانات حقيقية تضمنت اوقات البقاء، الساعات لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد، وتوصل الباحثون ان التوزيع منافس ممتاز ويحقق مرونة اكثر وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى. [39]

❖ في عام (2019) قدم (Rahman) وآخرون فئة جديدة من التوزيع المنتظم باستعمال خارطة التحويل المكعب اطلق عليه التوزيع المحول التكميبي وتم اشتقاق بعض الخصائص الاحصائية للتوزيع، واستعمل و الباحثون طريقة الامكان الاعظم (MLE) وعدة طرائق اخرى لتقدير المعالمات، وتم اجراء تجارب المحاكاة لدراسة وايجاد التحيز باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربع الخطأ (MSE) للمقدرات الناتجة عن طريقة التقدير. وطبق التوزيع الجديد على مجموعة من البيانات الحقيقية تضمنت 150 حالة مرضية مصابة بفيروس نقص المناعة البشرية، فكانت

النتيجة ملائمة البيانات بالنسبة للتوزيع الجديد وتم مقارنة أداء التوزيع الجديد مع توزيعات اخرى وقد توصل الباحثون ان التوزيع المقترح مرن ومنافس جيد. [34]

❖ في العام نفسه (2019) قدم الباحث (Jyothi, P) النموذج المركب ( Pareto-Rayleigh ) وهو توزيع ذو معلمتان اذ قدم هذا التوزيع المركب باستعمال عائلة توزيع باريتو (Pareto) ذو المعلمة الواحدة مع عائلة توزيع رالي بمعلمة (Rayleigh) ذو المعلمة الواحدة لنحصل على توزيع رالي باريتو الذي يعدر نموذج اكثر مرونة لنمذجة أوقات الحياة وتم دراسة الخصائص الاحصائية والهيكيلية للنموذج الجديد كدالة المخاطرة و دوال الكثافة الاحتمالية والمخاطرة والعزوم والإحصاءات المرتبة ، واستخدم الباحث طريقة العزوم وطريقة الإمكان الأعظم في تقدير المعلمات ودالة المعولية للنموذج الجديد وتم اجراء اختبارات حسن المطابقة لبيان افضلية التوزيعات على ثلاثة مجموعات من البيانات الحقيقية، وصف الباحث توزيع (Rayleigh -Pareto) بالتوزيع المرن و الناجح.[24]

❖ في عام 2020 اقترح الباحثان (Khalaf & Al-Kadim) توزيعاً جديداً سمي توزيع (Truncated Rayleigh Pareto Distribution)المبتور ذو ثلاث معلمات، وناقشا بعض الخصائص الاحصائية والهيكيلية للتوزيع المقترح (الدالة الاحتمالية والدالة التراكمية والعزم الرائي حول الوسط الحسابي واحصاءة القوة والمتانة ومعامل الاختلاف والالتواء والتفرطح ) ، وتم تقدير المعلمات بأستعمال اربع طرائق تقدير وهي كل من طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى وطريقة المقدرات التجزئية وطريقة العزوم ، وتم تطبيق الدراسة على بيانات حقيقية لاثبات مرونة التوزيع بالمقارنة مع توزيعات اخرى بالاعتماد على المعايير الاحصائية ( AIC ,BIC,AICc ) وتوصل الباحثان الى ان التوزيع المقترح الجديد يلائم البيانات بشكل افضل مقارنة بالتوزيعات الاصلية مع البيانات بالاعتماد على معايير حسن المطابقة وتوصل الباحثان ان التوزيع المقترح التوزيع أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى. [25]

❖ ي العام نفسه (2020) قدم الباحثون، (Sakthivel وآخرون) توزيع ليندلي المحول التكعيبي عن طريق اضافة معلمتين الى توزيع Lindley للحصول على توزيع Lindley المحول التكعيبي الذي يكون اكثر مرونة مقارنة بالتوزيع الاصلي ،وناقشو خصائصه الاحصائية وقدرت معلمات التوزيع بطريقة

الامكان الاعظم وتم تطبيق التوزيع على مجموعة من البيانات الحقيقية، وتوصلو الباحثون افضلية التوزيع المقترح في تمثيل البيانات الحقيقية وبينوا افضليته في تمثيل البيانات مقارنة بالتوزيعات ( Trans Exponential Lindley ). [37، Lindley]

❖ في العام نفسه (2020) اقترح الباحثان (Ogunde & Chukw) توزيع Weibull المحول التكميبي ذو اربعة معلمات باستعمال خارطة تحويل الرتب المكعبة حيث تم دراسة الخصائص التوزيعية والهيكلية للتوزيع المقترح، ومن ثم تحديد خصائص المعولية و المخاطرة وتقدير المعلمات الاربعة بأستعمال كل من طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم الموزونة تم الحصول على مقدرات معلمات التوزيع ودالة البقاء والمخاطرة، وكذلك اقترح الباحثان خوارزمية (algorithm) لتوليد البيانات العشوائية لهذا التوزيع وقارنا التوزيع مع توزيعات اخرى قيد الدراسة عن طريق استعمال المعايير الاحصائية (BIC-AICc-Cramér-von Mises- AIC) عند تطبيقه على بيانات حقيقية، و اظهر التطبيق العملي التي قام به الباحثان ان التوزيع المقترح أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى. [30]

❖ في عام (2021) قدم الباحث (منتظر جمعه) توزيع Burr XII المحول التكميبي اذ استمدت الاضافة الجديدة للتوزيع المقترح بإضافة معلمتين اضافيتين الى دالته التوزيع الاساس، اذ ناقش الاستدلالات الإحصائية والخصائص الرياضية للتوزيع وقدر معلمات التوزيع بالاعتماد على خمس طرائق تقدير وهي كل من طريقة الامكان الاعظم، طريقة المربعات الصغرى، طريقة المربعات الصغرى الموزونة، طريقة المقدرات التجزئية وطريقة الحد الأدنى للمسافة، واندرسون دارلنك، لتقدير النقاط للتوزيع المقترح تم إجراء دراسة محاكاة مونت كارلو شاملة لتقييم سلوك دالة البقاء للمقدين الذين تم فحصهم. قدم تطبيقين حقيقيين للبيانات لتوضيح القدرة الملائمة للنموذج المقترح وتوصل الباحث ان التوزيع المقترح منافس جيد بالمقارنة مع توزيعات الاخرى [9]

في العام نفسه (2021) قام الباحثان (Haddad & Batah) بدراسة مقارنة في تقدير دالة المعولية (Rayleigh Pareto) Distribution stress-strength Model)) قوة الإجهاد متعددة المكونات الذي يصف الأنظمة التي تتألف من مجتمعات غير متجانسة ، بافتراض ان متغيري الاجهاد والمتانة مستقلين ويتبعان توزيع (رالي -باريتو) ذا معلمتين ، اذ استعمل عدة طرائق (طريقة المربعات

الصغرى وطريقة المربعات الصغرى الموزونة اضافة الى عدة طرائق اخرى الاعتيادية على كطريقة معتمدة إذ تم اشتقاق مقدرات المعلمات ودالة المعولية لتوزيع (رالي -باريتو) ، وتمت الاستعانة بأسلوب محاكاة مونت-كارلو لأجراء المقارنة مع مقدرات احد الطرائق قيد الدراسة المهمة ،وأخيرا توصل الباحثان الى ان مقدر المربعات الصغرى الاعتيادية والمربعات الصغرى الموزونة في تقدير المعلمات ودالة المعولية هو لأفضل مقارنة بالطرائق الاخرى قيد الدراسة المستعملة لأنه يحقق اقل متوسط مربعات الخطاء من خلال استعمال المعيار الاحصائي (MSE) للمقارنة بين الأفضلية للمقدرات. [22]

❖ في عام (2021) قام الباحثان (Chadli & Kermoune) بتقدير معلمات ودالة المعولية لتوزيع (Rayleigh Pareto)، باستعمال طريقة الامكان الاعظم كطريقة كلاسيكية تمتاز بالتجانس والثبات ،واستعمل الباحثان أسلوب بيز القياسي لتقدير معلمات التوزيع ،بأستعمال نوعين من التوزيعات الأولية في حالة توفر معلومات أولية حول المعلمة المجهولة على انه توزيع (Gamma) ،وعند عدم توفر معلومات تم استعمال الأسلوب الذي اقترحه الباحث (Jeffrey) ،على فرض توفر نوعين من دوال الخسارة هي دالة خسارة تربيعية ودالة خسائر الانتر وبي عامة غير متماثلة، اذ قدر الباحثان معلمات ودالة المعولية (Reliability) ومن ثم تم تطبيق اسلوب المحاكاة مونت-كارلو لتحديد افضلية الطرائق المستعملة عن طريق المقارنة بين افضلية طرائق التقدير المستعملة باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ، إذ وتوصل الباحثون ان افضل طريقة للتقدير هي (بيز القياسية المعلوماتية) الذي تم تطبيقها على بيانات تمثل معدلات تصريف الفيضانات السنوية المتتالية لنهر فلوريد عن طريق استعمال المعايير (BIC -AICc - AIC- -2lnL) اظهر التطبيق العملي التي قاما به الباحثان لمقارنة التوزيع (Rayleigh Pareto) مع عدة توزيعات اخرى قيد الدراسة ان توزيع (Rayleigh Pareto) هو من التوزيعات سهلة التعامل معا ويكون اكثر مرونة خصوصاً في التطبيقات الهندسية والموثوقية ، وبذلك يعتبر توزيع قوي ومنافس لتوزيعات أوقات الحياة الأخرى. [17]

❖ وفي العام نفسه (2021) قام الباحثان (Haddad & Batah) أسلوب بيز القياسي لدراسة لتوزيع (Rayleigh-Pareto) ذو معلمتين بالاعتماد على بيانات بقاء تدريجية من النوع الثاني ،بأستعمال نوعين من التوزيعات الأولية في حالة توفر معلومات أولية حول المعلمة المجهولة على انه توزيع

(Gamma) ،وعند عدم توفر معلومات تم استعمال الأسلوب الذي اقترحه الباحث (Jeffrey) ،على فرض توفر نوعين من دوال الخسارة هي دالة خسارة تربيعية ودالة خسائر الانتروبيا عامة غير متماثلة ، باستعمال طريقة محاكاة مونت كارلو بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء التكاملي (IMSE) باستعمال حجوم عينات مختلفة (صغيرة ومتوسطة وكبيرة) لغرض المقارنة مع طريقة الإمكان الأعظم (maximum likelihood estimators) وعدة طرائق اخرى ولغرض المقارنة بين توزيع (Rayleigh-Pareto) مع توزيعات (power Lindley- generalized Lindley) (Gamma - generalized exponential -) عن طريق استعمال المعايير (كولمكروف سميرنوف-  $AIC - 2\ln L$ ) لمجموعتين من البيانات الحقيقية ، وتوصلا الى ان توزيع (Rayleigh-Pareto) بمعلمة يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة. [21]

❖ في عام 2022 قامت الباحثة (غفران غازي) دراسة الى استعمال نظرية التوزيعات المحولة التربيعية في وتطبيقه على التوزيع قيد الدراسة للحصول على توزيع احتمالي مقترح جديد يعرف بتوزيع (Transmuted Rayleigh Pareto Distribution) ذو الثلاث معلمات  $(\alpha, \gamma, \theta)$ ، إذ تمت دراسة بعض خصائصه الاحصائية والهيكلية كدالة البقاء والمخاطرة والعزم الرائي والعزم حول الوسط الحسابي ودالة التوليد ، وتقدير معلماته وحساب مقدرات دالة البقاء بالاعتماد على ثلاثة طرائق تقدير (طريقة الامكان الاعظم (MLE)، وطريقة كريمر فون مايسز (CVM) وطريقة المقدرات التجزيئية (PER)، ولغرض الوصول الى افضل طريقة تقدير تم الاعتماد على اسلوب محاكات مونت كارلو باعتماد على حجوم عينات مختلفة صغيرة ومتوسطة وكبيرة، وتوصلت الدراسة الى افضلية طريقة الامكان الاعظم في تقدير معلمات ودالة البقاء بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) ولغرض اختبار كفاءة التوزيع مقارنة مع التوزيعات الاخرى تم تطبيقه على بيانات حقيقية تمثل اوقات البقاء للاشخاص المصابين بالتهاب الكبد الفايروسي بالاعتماد على المعايير الاحصائية (BIC - AIC - AICc) واخيرا توصلت الدراسة ان التوزيع المقترح منافس جيد ومرن . [7]

في عام 2023 قدمت الباحثة (عباس لفته، ايات حبيب) صيغة جديد لتوزيع Rayleigh Pareto از

ناقش الباحثان بعض الخصائص التوزيعية المهمة مثل الدالة الاحتمالية والدالة المولدة للعزوم والدالة



التراكمية والاحصاءات المرتبة والوسط الحسابي والوسيط ، وبعض خصائص المعولية مثل دالة البقاء ودالة معدل المخاطرة وتم تقدير المعلمات بطريقة الإمكان الأعظم ، واخيرا تم تطبيق الأنموذج على مجموعات بيانية حقيقية ومقارنة أداء التوزيع المقترح مع عدة توزيعات أخرى مرتبطة بالزمن اظهرت البيانات الحقيقية المطبقة مرونة مع الأنموذج المستعمل .[6]

❖ من خلال الدراسات السابقة وعلى حد علم الباحث نلاحظ قلة وندرت الدراسات العربية التي تناولت موضوع استعمال توسعة (Cubic Rank Transformation) للتوزيعات الاحتمالية وبذلك تكون هذه الدراسة استكمالاً واطافة للجهود العلمية المبذولة من قبل الباحثين، وكذلك نلاحظ من خلال الدراسات السابقة انها تناولت نظرية التوزيعات الموسعة في بناء توزيعات جديدة واكتفت بتقدير معلمات التوزيع فقط ولم يتم التتطرق الى تقدير دالة البقاء، اذ مايميز هذه الدراسة هو استعمال نظرية التوزيعات الموسعة في بناء انموذج جديد وتقدير دالة البقاء للاشخاص المصابين سرطان القولون من اجل الوقوف على دراسة سلوك المرض وتزويد الجهات ذات العلاقة (مديرية صحة كربلاء) بمعلومات وافية عنه.

الفصل الثاني

الجانج

النظري

**1-2 تمهيد (preamble)**

في هذا الفصل سوف يتم التطرق الى بعض المفاهيم الأساسية مثل دالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة التجميعية والبقاء و المخاطرة والدوال المرتبطة بها واستخدام طريقة تحويل الرتب المكعب والمفاهيم المرتبطة بها وكذلك التطرق الى توزيع رايلي وتوزيع باريتو والتوزيع المقترح رايلي باريتو المحول التكميبي وبيان خصائصه المختلفة ودراسة خصائصه الهيكلية والإحصائية وتطبيقاته وتقدير معلماته وكذلك دالة البقاء بثلاث طرائق تقدير، وهي طريقة الامكان الاعظم، طريقة كريمر فون مايسز، طريقة المقدرات التجزيئية.

**2-2 دالة التوزيع ودالة الكثافة الاحتمالية (Distribution Function and****[1] Probability Density Function)****❖ دالة الكثافة التراكمية (Cumulative Distribution Function)**

ليكن  $X$  متغيراً عشوائياً و معرفاً على فضاء العينة  $S$  بدالة احتمال  $P$ . بالنسبة لأي رقم حقيقي  $x$  فإن دالة التوزيع التراكمي (Cumulative Distribution Function) للمتغير العشوائي  $X$  تكتب بالشكل  $F(x)$  هي الاحتمال المقترن بمجموعة نقاط العينة في فضاء العينة  $S$  التي يتم تعيينها بواسطة المتغير العشوائي  $X$  الى القيم على الخط الحقيقي أقل من أو يساوي  $x$  وتكتب بالصيغة التالية :

$$F(t) = p_r(T \leq t) . \quad (1 - 2)$$

$$F(t) = \int_0^t f(u) du. \quad (2 - 2)$$

**❖ دالة الكثافة الاحتمالية (Probability Density Function)**

وهي احتمال فشل المفردة (موت الانسان) خلال المدة  $(t, t + \Delta t)$  وبغض النظر عن صغر  $\Delta t$  حيث ان  $t_2 = t_1 + \Delta t$  ويرمز لها بالرمز  $f(t)$  والتعبير الرياضي لها هو : [ Rinne.H,(2014)

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Pr[t < T < t + \Delta t]}{\Delta t} , \quad t \geq 0 \quad (3 - 2)$$

وان  $\Delta t$  : هو التغير في قيمة المتغير العشوائي  $T$  اي بمعنى  $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$

ولهذه الدالة خصائص هي :

$$(1) f(t) \geq 0, \text{ for all } t.$$

$$(2) \int_0^{\infty} f(t) dt = 1.$$

$$F(x) = \int_0^x f(t) dx \quad \dots (4 - 2)$$

أي ان:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) \quad \dots (5 - 2)$$

### 3-2 الإحصاءات المرتبة (Order Statistics) [16]

لتكن  $X_1, \dots, X_n$  عينة عشوائية بحجم  $n$  من توزيع له دالة كثافة احتمالية ( $pdf$ ) ودالة كثافة تجميعية، ( $cdf$ ) فيتم إعطاء دالة الكثافة التجميعية  $cdf$  للإحصاء المرتبة  $i$  th حسب الصيغة الآتية:

$$G_i(x) = \sum_{k=i}^n C_k^n [F(x)]^k [1 - F(x)]^{n-k}$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  عينة عشوائية من حجم  $n$  من توزيع له دالة كثافة احتمالية ( $pdf$ )  $f(x)$  ودالة كثافة تجميعية ( $cdf$ )،  $F(x)$  فيتم إعطاء دالة ( $pdf$ ) للإحصاء المرتبة  $i$  th حسب الصيغة الآتية:

$$g_i(x) = C_i^n [F(x)]^{i-1} [1 - F(x)]^{n-i} f(x) \quad \dots (6 - 2)$$

### 4-2 دالة البقاء (Survival Function) [5]

دالة البقاء (Survival Function) بانها احتمال أن الكائن الحي يبقى على قيد الحياة وعدم موته في مدة زمنية معينة  $(0, t)$  بمعنى اخر بعد مرور الوقت  $t$ ، اذ ان  $(t > 0)$  ، وغالبا ما يرمز لدالة البقاء بالرمز  $S(x)$ ، ويكون التعريف الرياضي على النحو الآتي:

$$S(x) = \text{pr} (T > t) \quad \dots (7 - 2)$$

اذ ان:

T: متغير عشوائي موجب يمثل الزمن المتراكم لحياة الوحدة التجريبية في المدة الزمنية (t, 0)، (متغير عشوائي موجب يمثل وقت اشتغال الوحدة التجريبية حتى حدوث الفشل. t: يمثل زمن الاشتغال وهو اكبر او يساوي صفرأ (t ≥ 0). وتكون صيغة دالة البقاء للتوزيعات المستمر كالاتي:

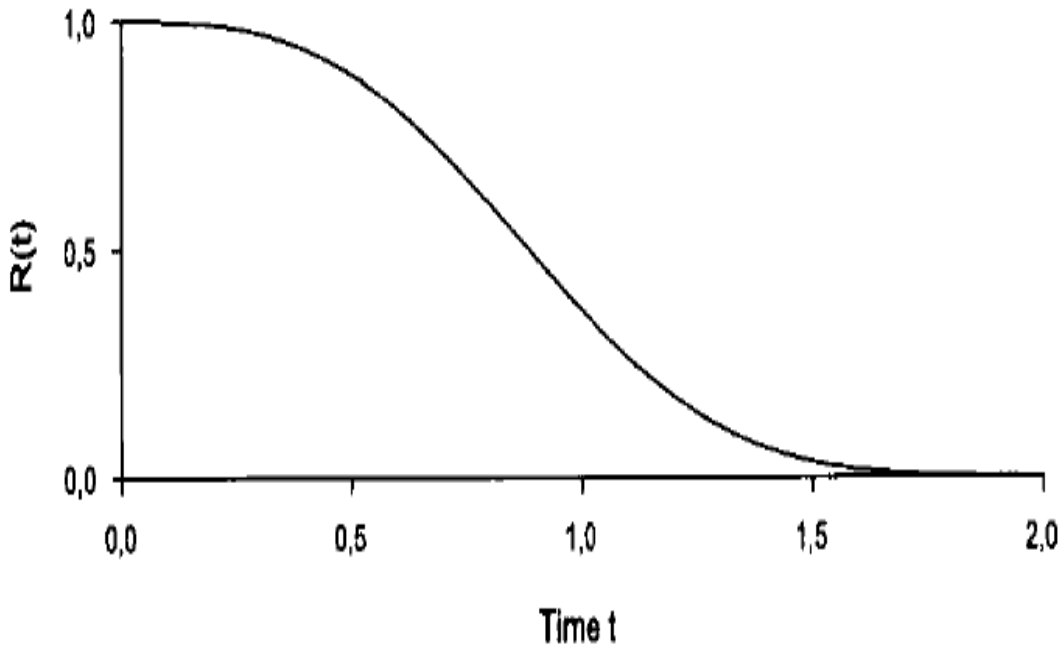
$$S(x) = \int_t^{Maxt} f(u)du \quad \dots (8 - 2)$$

ومن خصائص دالة البقاء انها ستكون :

موجبة ،مستمرة، متناقصة مع الزمن ورتبية لجميع قيم T فضلا عن كونها دالة احتمالية:

$$0 \leq R(x) \leq 1$$

اذ ان دالة البقاء كقيمة عددية محصورة بين الصفر (0) والواحد (1)، فاذا كانت R(x)=0 فان هذا مؤشر على ان الماكنة لاتعمل واذا كانت قيمة R(x)=1 هذا مؤشر على ان الماكنة ستستمر بالعمل حتى الزمن x وهذا فرض نظري فقط، والشكل ادناه يبين العلاقة بين دالة المعولية والزمن اذ ان المحور الافقي يمثل الوقت والمحور العمودي يمثل دالة المعولية



الشكل (1-2) العلاقة بين دالة المعولية والزمن (17)

يتضح من الشكل (1-2) انفاً عندما (t=0) فان قيمة دالة المعولية اعلى مايمكن ثم تبدا تنخفض قيمتها كلما تقدم الزمن الى ان تقترب اكثر من الصفر وعندها تعد الماكنة قد فشلت.

## 5-2 دالة المخاطرة: (The Hazard Function) [2]

تسمى كذلك متوسط الفشل وهي احتمال فشل المفردة أو النظام خلال الفترة الزمنية  $(t, t+\Delta t)$  علماً أن المفردة والنظام يعمل حتى الزمن  $t$  أما بالنسبة للكائن الحي فهي تمثل متوسط الوفيات اللحظية للفرد الذي يسلم من الزمن  $t$  أو احتمال ان تتم الحالة في الوقت  $t$  ويرمز لها بالرمز  $h(x)$  أي أن:

$$h(x) = \frac{F(x + \Delta t) - F(x)}{S(x)} \quad (9 - 2)$$

وعندما  $\Delta t \rightarrow 0$  نحصل على دالة المخاطرة  $h(t)$  وبالشكل الآتي:

$$h(t) = \left[ \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{s(t) \cdot \Delta t} \right]$$

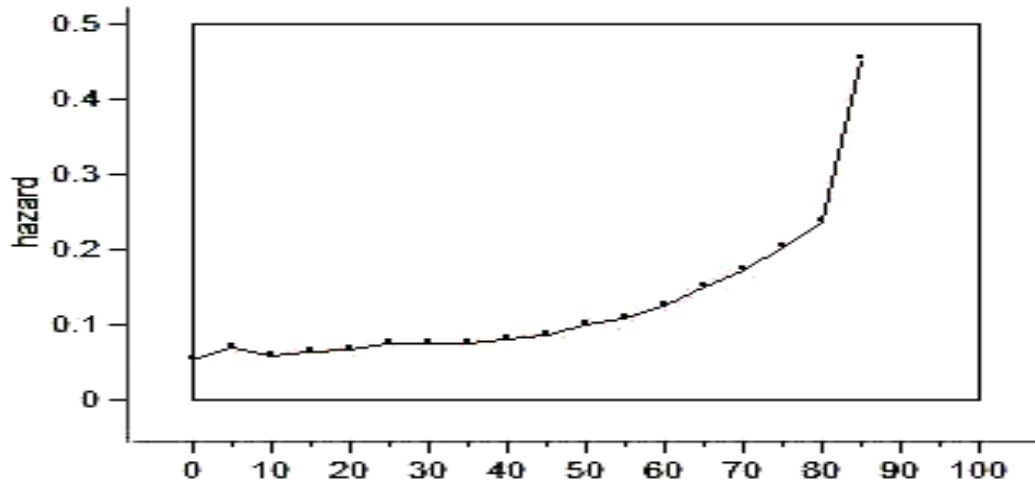
والاحتمال الشرطي عبارة عن الدالة المشتركة (joint) مقسومه على الدالة الحدية (Marjina)

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \left[ \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{s(t) \cdot \Delta t} \right] \right]$$

$$h(t) = \frac{1}{S(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \left[ \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{s(t) \cdot \Delta t} \right] \right]$$

$$h(t) = \frac{dF(t)}{dt} \cdot \frac{1}{S(t)} = \frac{f(t)}{S(t)} \quad (10 - 2)$$

إن دالة الخطورة  $h(t)$  تتناسب عكسياً مع دالة البقاء  $S(t)$  وطردياً مع دالة الكثافة الإحتمالية  $f(t)$  لذلك فإن العلاقة التي تربط هذه المفردات الثلاث والمتمثلة بالمعادلة (9-2) يمكن الإستفادة منها وتطبيقها في الواقع، وإن معرفة أي اثنين من هذه الدوال تمكننا من الحصول على الدالة الثالثة. و الشكل رقم (2-1) يوضح منحنى دالة المخاطرة، إذ يمثل المحور الأفقي الوقت  $t$  والمحور العمودي يمثل قيمة دالة المخاطرة  $h(t)$  إذ يتبين من الشكل التناسب الطردي بين قيمة دالة المخاطرة  $h(t)$  والزمن  $t$  حيث كلما زاد عمر الكائن الحي زادت الخطورة.



شكل (2-2) يوضح منحنى دالة المخاطرة

## 6-2 خارطة تحويل الرتب المكعبة Cubic Rank Transformation

[9] [7][14] Map(CRTM)

لتكن  $X_1$  و  $X_2$  و  $X_3$  متغيرات مستقلة موزعة بشكل متطابق عشوائيا (i. i. d) (Identical Independent Distribution) بحيث أن:

$$X_{2:3}, X_{3:3} = \max(X_1, X_2, X_3), X_{1:3} = \min(X_1, X_2, X_3)$$

وإن:

$$Y \stackrel{d}{=} X_{1:3} \quad , \quad \text{باحتمال} \Rightarrow \Delta_1$$

$$Y \stackrel{d}{=} X_{2:3} \quad , \quad \text{باحتمال} \Rightarrow \Delta_2$$

$$Y \stackrel{d}{=} X_{3:3} \quad , \quad \text{باحتمال} \Rightarrow \Delta_3$$

$$\sum_{i=1}^3 \Delta_i = 1 \quad \text{وإن} \quad \Delta_3 = 1 - \Delta_1 - \Delta_2$$

وبذلك فان دالة التوزيع التراكمي للمتغير  $Y$  تعطى بالشكل الآتي:

$$G_Y(x) = \left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 p(\min(X_1, X_2, X_3) \leq x) + \Delta_2 p(X_{2:3} \leq x) \\ + \Delta_3 p(\max(X_1, X_2, X_3) \leq x) \end{array} \right\} \quad \dots (11 - 2)$$

وبحسب الصيغة (2 - 5) قانون الإحصاءات المرتبة (order statistics) [10] وبتعويض  $n = 3$  فإن:

$$\begin{aligned} G_{min}(x) &= C_1^3 [F(x)] [1 - F(x)]^2 + C_2^3 [F(x)]^2 [1 - F(x)] \\ &\quad + C_3^3 [F(x)]^3 \\ &= 3[F(x)] [1 - F(x)]^2 + 3[F(x)]^2 [1 - F(x)] + [F(x)]^3 \\ &= 3[F(x)] - 6[F(x)]^2 + 3[F(x)]^3 + 3[F(x)]^2 - 3[F(x)]^3 \\ &\quad + [F(x)]^3 \\ &= 3[F(x)] - 3[F(x)]^2 + [F(x)]^3 \\ &= 1 - 1 + 3[F(x)] - 3[F(x)]^2 + [F(x)]^3 \quad \text{بإضافة وطرح 1} \\ &= 1 - [1 - 3[F(x)] + 3[F(x)]^2 - [F(x)]^3] \end{aligned}$$

وبتطبيق قانون الفرق بين مكعبين نحصل على الصيغة التالية:

$$G_{min}(x) = 1 - [1 - F(x)]^3 \quad \dots (12 - 2)$$

وإن:

$$\begin{aligned} G_{2nd}(x) &= C_2^3 [F(x)]^2 [1 - F(x)] + C_3^3 [F(x)]^3 \\ &= 3[F(x)]^2 [1 - F(x)] + [F(x)]^3 \\ &= 3[F(x)]^2 - 3[F(x)]^3 + [F(x)]^3 \\ G_{2nd}(x) &= 3 [F(x)]^2 - 2 [F(x)]^3 \quad \dots (13 - 2) \end{aligned}$$

وكذلك فإن:

$$G_{max}(x) = [F(x)]^3 \quad \dots (14 - 2)$$

وبتعويض الصيغ (2 - 11) و (2 - 12) و (2 - 13) في الصيغة رقم (2 - 14) نحصل على:



$$G_Y(x) = \Delta_1 (1 - [1 - F(x)]^3) + \Delta_2 (3 [F(x)]^2 - 2 [F(x)]^3) + \Delta_3 [F(x)]^3 \quad \dots (15 - 2)$$

وبعد التبسيط:

$$= 3\Delta_1 F(x) + 3(\Delta_2 - \Delta_1) [F(x)]^2 + (1 - 3\Delta_2) [F(x)]^3$$

وبافتراض ان  $\lambda_2 = 3\Delta_2$  و  $\lambda_1 = 3\Delta_1$  ينتج:

$$G_Y(x) = \lambda_1 F(x) + (\lambda_2 - \lambda_1) [F(x)]^2 + (1 - \lambda_2) [F(x)]^3 \quad \dots (16 - 2)$$

### 1-2-6-2 بناء خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM) [7] [9] [14]

لتكن  $X_1$  و  $X_2$  و  $X_3$  متغيرات مستقلة موزعة بشكل مستقل ومتماثل (Identical *i. i. d* Independent Distribution) بحيث أن:

$$X_{2:3}, X_{3:3} = \max(X_1, X_2, X_3), X_{1:3} = \min(X_1, X_2, X_3)$$

وإن:

$$Y \stackrel{d}{=} X_{1:3} \quad , \quad \text{باحتمال} \Rightarrow \Delta_1$$

$$Y \stackrel{d}{=} X_{2:3} \quad , \quad \text{باحتمال} \Rightarrow \Delta_2$$

$$Y \stackrel{d}{=} X_{3:3} \quad , \quad \text{باحتمال} \Rightarrow \Delta_3$$

$$\sum_{i=1}^3 \Delta_i = 1 \quad \text{وان} \quad \Delta_3 = 1 - \Delta_1 - \Delta_2$$

وعليه فإن الدالة تكتب بالشكل التالي:

$$G_Y(x) = \left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 p(\min(X_1, X_2, X_3) \leq x) + \Delta_2 p(X_{2:3} \leq x) \\ + \Delta_3 p(\max(X_1, X_2, X_3) \leq x) \end{array} \right\} \quad \dots (17 - 2)$$

وبحسب الصيغة (5 - 2) قانون الإحصاءات المرتبة (order statistics) [10] وتعويض

فإن:  $n = 3$

$$G_{min}(x) = C_1^3 [F(x)] [1 - F(x)]^2 + C_2^3 [F(x)]^2 [1 - F(x)]$$

$$+ C_3^3 [G(x)]^3$$

$$= 3[F(x)] [1 - F(x)]^2 + 3[F(x)]^2 [1 - F(x)] + [F(x)]^3$$

$$= 3[F(x)] - 6[F(x)]^2 + 3[F(x)]^3 + 3[F(x)]^2 - 3[F(x)]^3 \\ + [F(x)]^3 \dots (18 - 2)$$

$$= 3[F(x)] - 3[F(x)]^2 + [F(x)]^3$$

$$= 1 - 1 + 3[F(x)] - 3[F(x)]^2 + [F(x)]^3 \quad \text{بإضافة وطرح 1}$$

$$= 1 - [1 - 3[F(x)] + 3[F(x)]^2 - [F(x)]^3] \dots (19 - 2)$$

$$G_{min}(x) = 1 - [1 - F(x)]^3 \dots (20 - 2)$$

وإن:

$$G_{2nd}(x) = C_2^3[F(x)]^2 [1 - F(x)] + C_3^3[F(x)]^3$$

$$= 3[F(x)]^2 [1 - F(x)] + [F(x)]^3$$

$$= 3[F(x)]^2 - 3[F(x)]^3 + [F(x)]^3$$

$$G_{2nd}(x) = 3 [F(x)]^2 - 2 [F(x)]^3 \dots (21 - 2)$$

وكذلك فإن:

$$G_{max}(x) = [F(x)]^3 \dots (22 - 2)$$

وبتعويض الصيغ (20 - 2) و (21 - 2) و (22 - 2) في الصيغة رقم (19 - 2) نحصل على:

$$G_Y(x) = \Delta_{11} (1 - [1 - F(x)]^3) + \Delta_{12} (3 [F(x)]^2 - 2 [G(x)]^3) \\ + \Delta_{13} [F(x)]^3$$

وبعد التبسيط:

$$= 3\Delta_{11} F(x) + 3(\Delta_2 - \Delta_1) [F(x)]^2 + (1 - 3\Delta_2) [F(x)]^3$$

وبافتراض ان  $\lambda_2 = 3\Delta_2$  و  $\lambda_1 = 3\Delta_1$  ينتج:

$$G_Y(x) = \lambda_1 F(x) + (\lambda_2 - \lambda_1) [F(x)]^2 + (1 - \lambda_2) [F(x)]^3$$

وهو كما معروض في الصيغة (2 - 15)

### 7-2 توزيع رايلي [13] (Rayleigh distribution)

تم تقديم توزيع (Rayleigh distribution) من قبل الباحث (Polavko، 1968) ، وأصبح يستعمل بشكل متزايد في سياقات تحليل بيانات مدى الحياة والمعولية من أجل تقليل احتمالية الفشل، يعد توزيع (Rayleigh distribution) من التوزيعات الإحصائية المستعملة بشكل واسع في نمذجة بيانات الحياة ودالة البقاء، وان اكتشاف هذا التوزيع ساهم في تطور الإحصاء، لأهميته في العلوم الطبية والهندسية ، ونمذجة بيانات الوقت، ويعد احد نماذج الفشل وان توزيع (Rayleigh distribution) له العديد من الاستعمالات في الحقول المختلفة منها في دراسات البقاء، وكذلك في الدراسات السكانية المتمثلة بتوقعات الحياة في جداول الحياة، وكذلك في موضوع الرقابة على الجودة وان هذا التوزيع قابل للتطبيق في العديد من الظواهر الطبيعية كما ويمكن استعماله لنمذجة العديد من العمليات العشوائية لذلك اكتسب إهتماماً خاصاً في السنوات الاخيرة ودالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع هي:

$$f(x, \theta) = \frac{2x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{\theta}} \quad x > 0 , \theta > 0 \quad \dots (23 - 2)$$

اذ ان  $\theta$ : تمثل معلمة القياس (Scale Parameter).

اما الدالة التجميعية لتوزيع رايلي فتكتب بالشكل الآتي :

$$F(x, \theta) = 1 - e^{-\frac{x^2}{\theta}}$$

اما دالة المخاطرة

$$h(x, \theta) = \frac{\frac{2x}{\theta} e^{-\frac{x^2}{\theta}}}{e^{-\frac{x^2}{\theta}}} \Rightarrow h(x, \theta) = \frac{2x}{\theta} \quad \dots (24 - 2)$$

### 8-2 توزيع باريتو [13] (Pareto distribution)

هو من التوزيعات الاحتمالية المستمرة يدرس السلوك العشوائي للظواهر المهمة علميا وحياتيا. وقد مر بتطورات مهمة على يد (Vilfredo Pareto (1923-1848. حيث ان كثيرا ما تم استخدام هذا التوزيع في ظواهر الفضاء الخارجي والغلاف الجوي مثلا سرعة الجزيئات وخصائصها وبلازما الفضاء ودرجة الحرارة للبلازما، ويدرس درجات الحرارة القصوى وظاهرة الرياح الشمسية والظواهر الحياتية والطبيعية مثل نمذجة السلوك العشوائي للرياح العاصفة والامطار والفيضانات

وتغير المناخ، وكذلك التطبيقات الإحصائية والظواهر الجوية وفي هذه الدراسة يكون صيغة التوزيع بالشكل:

$$f(x, \alpha, \theta) = \begin{cases} \frac{\alpha\theta^\alpha}{x^{\alpha+1}}, & x \geq \theta, \quad \theta, \alpha > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \dots (25 - 2)$$

ودالة الكثافة التجميعية تأخذ الشكل الآتي:

$$F(x, \alpha, \theta) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{\theta}{x}\right)^\alpha, & x \geq \theta, \quad \theta, \alpha > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad \dots (26 - 2)$$

### 9-2 توزيع رايلي باريتو (Rayleigh Pareto Distribution) [13]

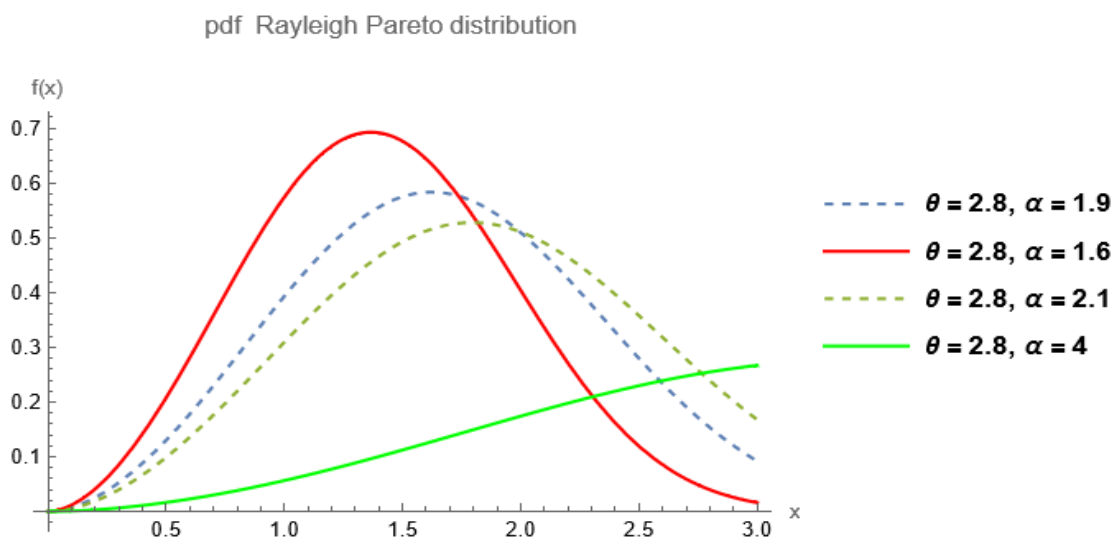
هو توزيع احتمالي مستمر مركب من توزيعين رايلي وتوزيع باريتو، إذ يُعد بديلاً أبسط مقارنة بتوزيعات مركبة أخرى في التطبيقات وتقدير الدوال والمعلمات ودالة الكثافة الاحتمالية لهذا التوزيع هي:

$$f(x, \theta, \alpha) = \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \quad \dots (27 - 2)$$

$\theta$ : معلمة القياس

اذ ان  $\alpha$ : معلمة الشكل

والشكل 1-2 ادناه يوضح منحنى دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب رايلي باريتو



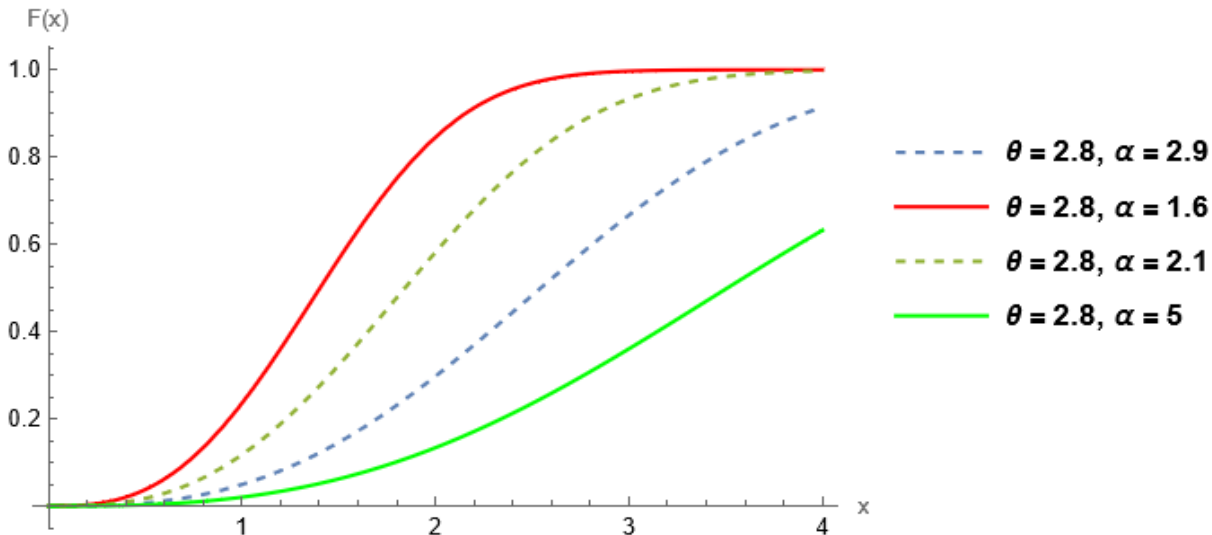
الشكل (1-2) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع رايلي باريتو (المصدر: من اعداد الباحثة)

ودالة الكثافة التجميعية لتوزيع رايلي باريتو تكتب بالصورة:

$$F(x, \theta, \alpha) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \quad \dots (28 - 2)$$

والشكل 2-2 ادناه يوضح منحنى توزيع الدالة التجميعية للتوزيع

Cdf Rayleigh Pareto distribution



الشكل (2-2) الدالة التجميعية لتوزيع رايلي باريتو (المصدر: من اعداد الباحثة)

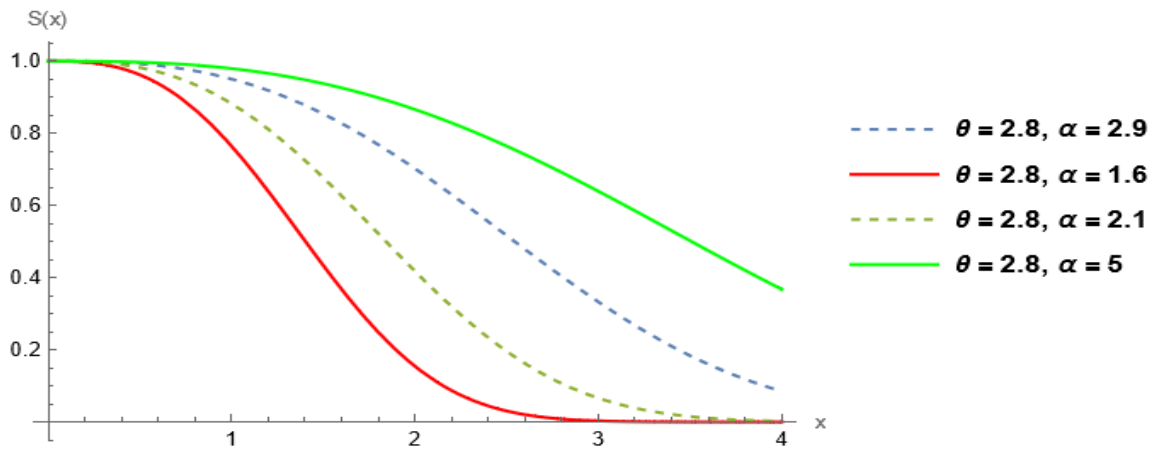
ومن ثمَّ فإن دالة البقاء تكتب بالشكل ادناه:

$$S(x) = 1 - F(x)$$

$$S(x) = e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \quad \dots (29 - 2)$$

والشكل 3-2 ادناه يوضح منحنى دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو

SurvivalFunction Rayleigh Pareto distribution

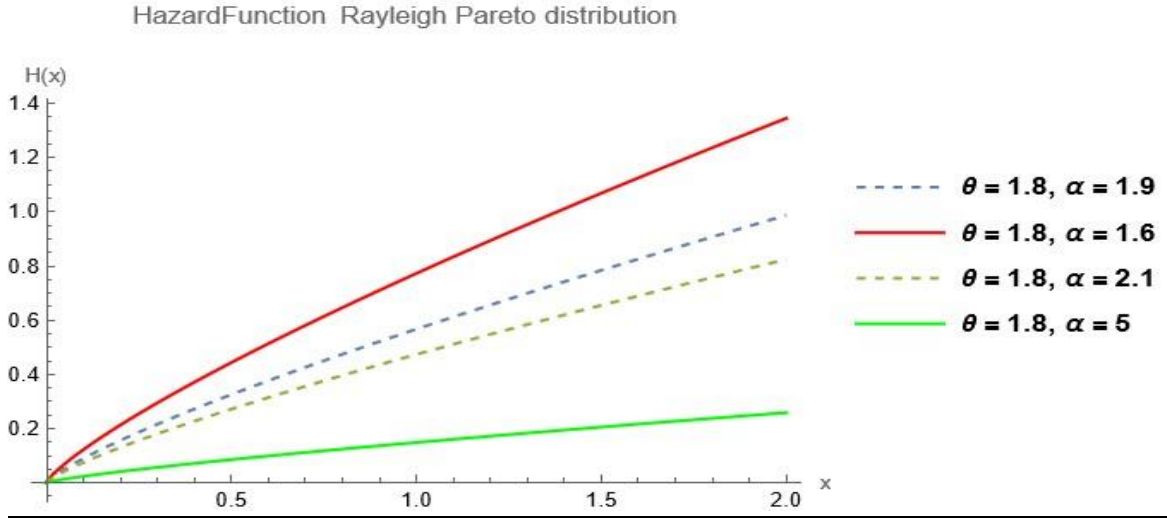


الشكل (3-2) دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو (المصدر: من اعداد الباحثة)

ودالة المخاطرة تكتب بالصورة الموضحة في المعادلة الآتية:

$$h(s) = \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} \quad \dots (30 - 2)$$

الشكل 4-2 الآتي هو توضيح لشكل منحى دالة المخاطرة للتوزيع



الشكل (4-2) دالة المخاطرة لتوزيع رايلي باريتو (المصدر: من اعداد الباحثة)

## 10-2 توزيع المحول التكعيبي New Cubic Transmuted Rayleigh- Pareto [9] [13]

بتعويض دالة التوزيع التراكمي (c.d.f) لتوزيع Rayleigh- Pareto الواردة في الصيغة (2-28) في دالة التحويل التكعيبي الواردة في الصيغة (2-18) نحصل على:

$$F(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \left\{ \begin{array}{l} (1 + \gamma_1) \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right) + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right]^2 \\ - \gamma_2 \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right]^3 \end{array} \right\} \dots (31 - 2)$$

وباشتقاق الدالة المذكورة آنفا بالنسبة للمتغير  $x$  نحصل على دالة الكثافة الإحتمالية (p.d.f) لتوزيع المحول للرتبة المكعبة وكما يأتي:

$$f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[ \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right) \right] \\ + 3(1 - \gamma_2) \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right]^2 \end{array} \right\}$$

وبعد اجراء التبسيط

$$= \left\{ \begin{array}{l} \gamma_1 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \\ + 3(1 - \gamma_2) \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} 2e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] \end{array} \right\} (32-2)$$

$$\alpha > 0 \quad , \quad \theta > 0 \quad , \quad 0 \leq \lambda_1 \leq 1 \quad , \quad -1 \leq \lambda_2 \leq 1$$

ولإثبات دالة التوزيع المذكورة آنفاً انها دالة توزيع احتمالي (pdf) يجب اثبات:

$$\int_0^\infty f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) dx = 1$$

$$= \frac{\theta \gamma_1}{\alpha^\theta} \left\{ \int_0^\infty x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \int_0^\infty \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) dx \right\}$$

$$\left\{ + 3(1 - \gamma_2) \int_0^\infty \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 2 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] dx \right\}$$

$$\text{let } c1 = \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^\infty x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \Leftrightarrow c1 = 1$$

$$\text{let } c2 = \int_0^\infty \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) dx$$

$$= \int_0^\infty \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx - \int_0^\infty \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx$$

$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{let } c3 = \int_0^\infty \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 2 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] dx$$

$$= \int_0^\infty \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx - 2 \int_0^\infty \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx + \int_0^\infty \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx$$

$$= 1 - 2 \left( \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{3} \right)$$

وبعد التبسيط نحصل على:

$$= \frac{1}{3}$$

$$f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \left[ \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left( \frac{1}{2} \right) + 3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - 2 \left( \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{3} \right) \right] \right]$$

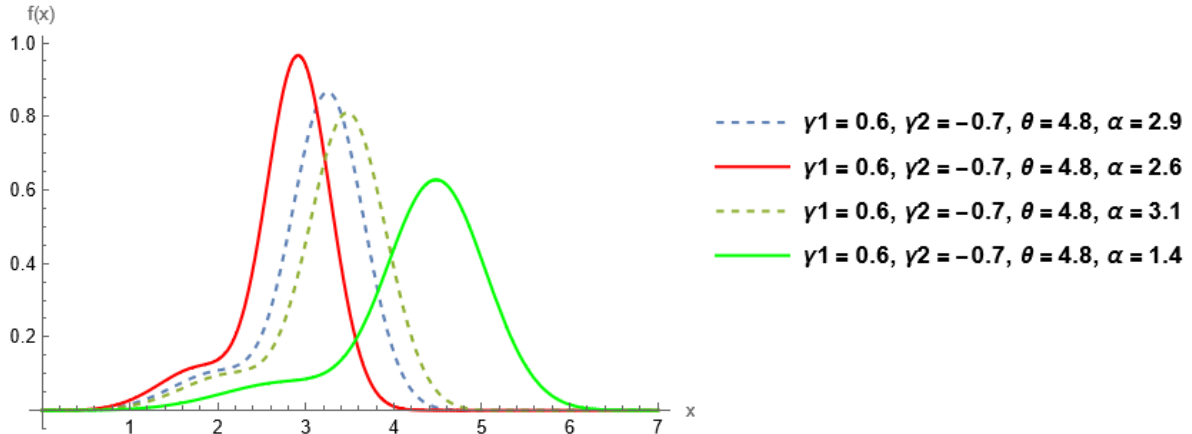
$$= \gamma_1 + (\gamma_2 - \gamma_1) + (1 - \gamma_2)$$

$$= \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1 + 1 - \gamma_2$$

$$= 1$$

والشكل 5-2 ادناه يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح عند قيم مختلفة للمعلمات:

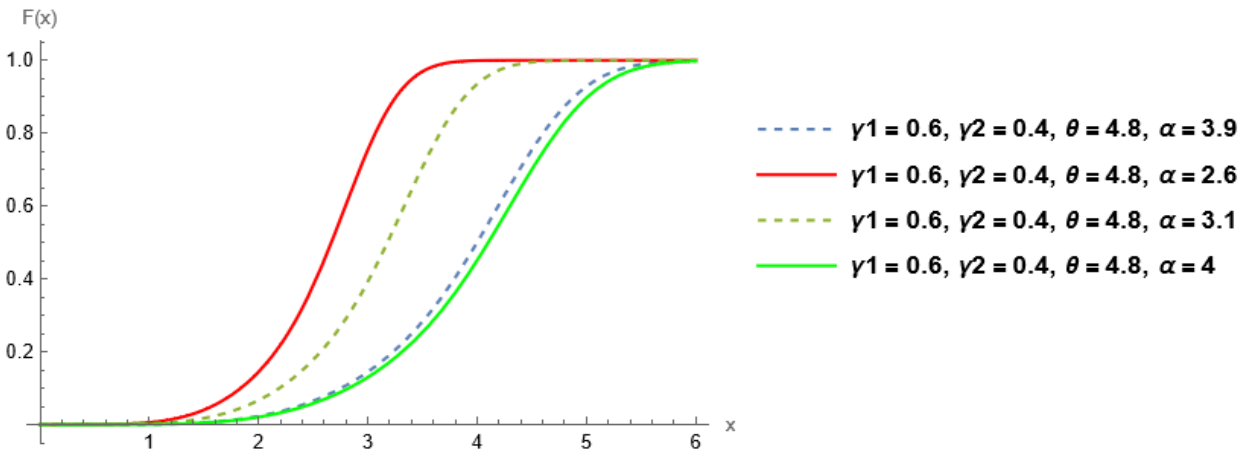
pdf cubic transmuted Rayleigh Pareto distribution



شكل (5-2) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTRP لقيم معلمات مختلفة (من اعداد الباحثة)

والشكل 6-2 ادناه يوضح دالة الكثافة التراكمية للتوزيع المقترح عند قيم مختلفة للمعلمات:

Cdf cubic transmuted Rayleigh Pareto distribution



شكل (6-2) دالة الكثافة التجميعية لتوزيع NCTRP لقيم معلمات مختلفة (من اعداد الباحثة)

## 1-10-2 دالة البقاء للتوزيع المقترح (The Survival Function)

تعرّف وظيفة البقاء على أنها احتمالية عدم فشل الوحدة في الفترة الزمنية  $(0, t)$  ، وبعبارة أخرى ، احتمال بقاء الكائن الحي على قيد الحياة لفترة زمنية محددة مصطلح البقاء على قيد الحياة دالة المعولية لتوزيع NCTRP استنادا الى المعادلة (7-2) كما يأتي:

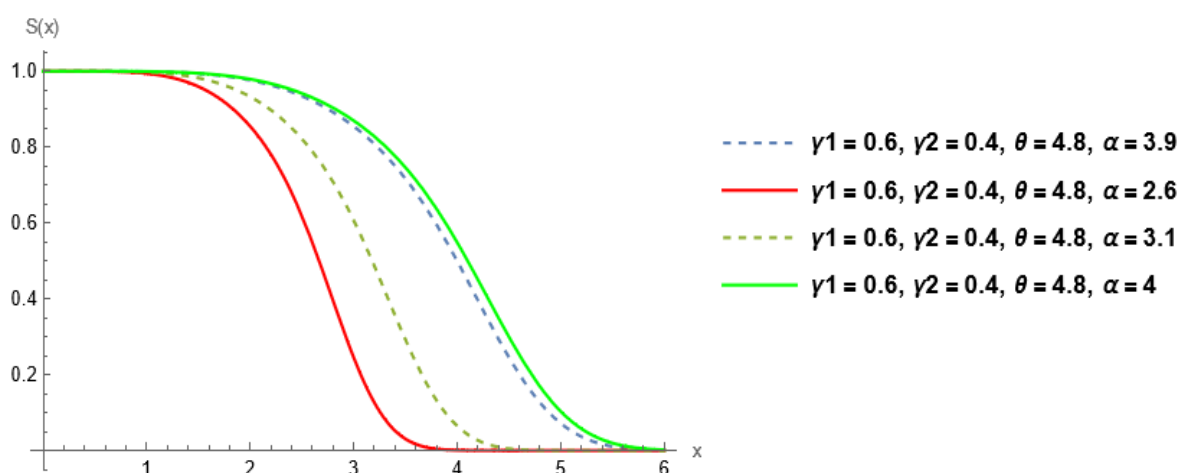


$$S(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = 1 - F(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)$$

$$S(x) = \left\{ 1 - \left[ (1 + \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \right] - \gamma_2 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^3 \right\} \dots (33 - 2)$$

ويكون شكل 7-2 دالة البقاء على قيد الحياة أو المعولية لتوزيع NCTRP على النحو الآتي:

SurvivalFunction cubic transmuted Rayleigh Pareto distribution



شكل (7-2) دالة البقاء لتوزيع NCTRP لقيم معاملات مختلفة (من اعداد الباحثة)

## 2-10-2 دالة المخاطرة لتوزيع NCTRP :

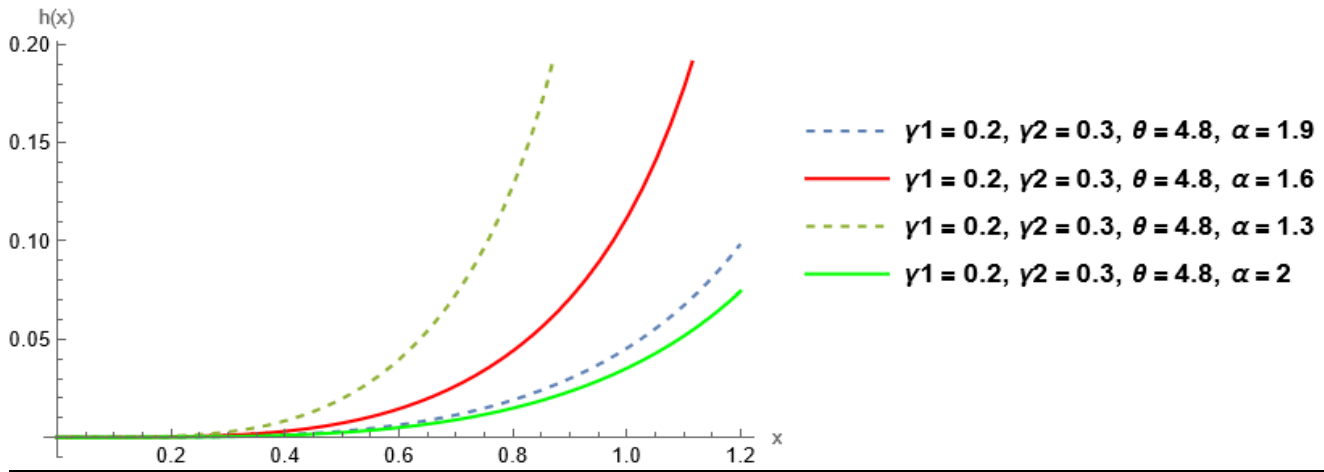
دالة المخاطرة أو معدل الفشل عادة ما يعتمد على الوقت، فإنه يقيس تردد فشل المكون في وقت محدد، ويتم تعريف دالة المخاطرة كما يأتي:

$$h(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \frac{f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)}{S(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)}$$

$$h(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \frac{\left\{ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[ \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right] \right\}}{\left\{ 1 - \left[ (1 + \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \right] - \gamma_2 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^3 \right\}} \dots (34 - 2)$$

ويكون شكل 8-2 دالة المخاطرة لتوزيع NCTRP على النحو الآتي:

HazardFunction cubic transmuted Rayleigh Pareto distribution



شكل (8-2) دالة المخاطرة لتوزيع NCTRP لقيم معلمات مختلفة (من اعداد الباحثة)

### 3-10-2 الدالة الكمية لتوزيع NCTRP :

يتم تعريف الدالة الكمية (العكسية) لتوزيع NCTRP حسب الصيغة الآتية:

$$q = \left\{ \begin{array}{l} (1 + \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \\ - \gamma_2 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^3 \end{array} \right\}$$

$$q = \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \left[ \begin{array}{l} (1 + \gamma_1) + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] \\ - \gamma_2 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \end{array} \right]$$

$$q \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) = \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1)G(x) + (1 - \lambda_2)[G(x)]^2$$

$$\left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) = \frac{1}{u} \left[ \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \frac{1}{G^{-1}(x)} + (1 - \lambda_2) \left[ \frac{1}{G^{-1}(x)} \right]^2 \right]$$

$$\left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) = \left\{ \frac{1}{u} \left[ \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \left[ \frac{1}{\alpha(-\text{Log}[1-u])^{\frac{1}{\theta}}} \right]} + (1 - \lambda_2) \left[ \frac{1}{\alpha(-\text{Log}[1-u])^{\frac{1}{\theta}}} \right]^2 \right] \right\}$$

وبحل الصيغة اعلاه بالنسبة للمتغير  $x$  فاننا نحصل على الدالة الكمية لتوزيع NCTRP وكما في الصيغة الاتية:

$$x = t_i = \text{Log} \left[ \frac{\alpha}{6(-1 + u + 2\gamma_1)} (2(-1 + 3\gamma_1 + \gamma_2) - 2 - 9\gamma_1^2(1 + 3u - 4\gamma_2) + \gamma_2)^3 \right]^{\frac{1}{\theta}} \quad \dots (35 - 2)$$

#### 4-10-2 الخصائص الهيكلية لتوزيع NCTRP

لما كانت دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المركب رالي-باريتو تكتب بالشكل:

$$f(x; \alpha, \theta) = \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}$$

وباعادة كتابة دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTRP كما في (2-32) المعادله بالشكل الآتي:

$$f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \left\{ \begin{aligned} & \gamma_1 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \\ & + 3(1 - \gamma_2) \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} 2e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] \end{aligned} \right\}$$

وبذلك فان:

$$f(x; \alpha, \theta, \lambda_1, \lambda_2) = \left\{ \begin{array}{l} (3 - \lambda_1 - \lambda_2)g(x; \alpha, \theta) \\ + (\lambda_1 + 2\lambda_2 - 3)g(x; 2\alpha, \theta) \\ + (1 - \lambda_2)g(x; 3\alpha, \theta) \end{array} \right\} \dots (36 - 2)$$

المعادلة (36 - 2) تبين أن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع NCTRP هو عبارة عن خليط خطي من ثلاث دوال كثافة احتمالية لتوزيع رالي باريتو. لذلك يمكن تحديد العديد من الخصائص الهيكلية لتوزيع NCTRP من تلك الخصائص لتوزيع رالي باريتو .

## 5-10-2 العزوم اللامركزية (Non-central Moments) [13] [14]

[1]

$$E(x^r) = \int_0^{\infty} x^r f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) \cdot dx \quad (\text{Hogben. et all}((2023)))$$

$$f(x, \gamma_1, \gamma_2, \theta, \alpha) = \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[ \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right) + 3(1 - \gamma_2) \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right]^2 \right]$$

$$= \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left[ \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right) + 3(1 - \gamma_2) \left[1 - 2e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}\right]^2 \right]$$

$$= \frac{\theta \gamma_1}{\alpha^\theta} \left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} x^r x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \\ + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \int_0^{\infty} x^r \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) dx \\ + 3(1 - \gamma_2) \int_0^{\infty} x^r \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 2 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] dx \end{array} \right\}$$

$$\text{let } c1 = \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} x^{\theta-1+r} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx$$

$$u = \frac{x}{\alpha} \Leftrightarrow x = u\alpha \Leftrightarrow dx = \alpha du$$

$$c1 = \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} \alpha du$$

$$c1 = \frac{\theta \alpha^{\theta-1+r} \alpha}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} du$$

$$c1 = \theta \alpha^r \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} du$$

$$= \theta \alpha^r \left( \frac{\Gamma[\frac{r+\theta}{\theta}]}{\theta} \right)$$

$$= \alpha^r \Gamma[\frac{r+\theta}{\theta}]$$

$$\text{let } c2 = \int_0^{\infty} x^r \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-(\frac{x}{\alpha})^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2(\frac{x}{\alpha})^\theta} \right) dx$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+r} e^{-(\frac{x}{\alpha})^\theta} dx - \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+r} e^{-2(\frac{x}{\alpha})^\theta} dx$$

$$u = \frac{x}{\alpha} \Leftrightarrow x = u\alpha \Leftrightarrow dx = \alpha du$$

$$= \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} \alpha du - \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u\alpha)^{\theta-1+r} e^{-2(u)^\theta} \alpha du$$

$$= \frac{\theta \alpha \alpha^{\theta-1+r}}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} du - \frac{\theta \alpha \alpha^{\theta-1+r}}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-2(u)^\theta} du$$

$$= \theta \alpha^r \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-(u)^\theta} du - \theta \alpha^r \int_0^{\infty} (u)^{\theta-1+r} e^{-2(u)^\theta} du$$

$$c2 = \alpha^r \Gamma[\frac{r+\theta}{\theta}] - \alpha^r 2^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma[\frac{r+\theta}{\theta}]$$

$$\text{let } c3 = \int_0^{\infty} x^r \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-(\frac{x}{\alpha})^\theta} - 2 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2(\frac{x}{\alpha})^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3(\frac{x}{\alpha})^\theta} \right] dx$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+r} e^{-(\frac{x}{\alpha})^\theta} dx - 2 \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+r} e^{-2(\frac{x}{\alpha})^\theta} dx$$

$$+ \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+r} e^{-3(\frac{x}{\alpha})^\theta} dx$$

$$= \alpha^r \Gamma[\frac{r+\theta}{\theta}] - \alpha^r 2^{1-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma[\frac{r+\theta}{\theta}] + \int_0^{\infty} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+r} e^{-3(\frac{x}{\alpha})^\theta} dx$$

$$u = \frac{x}{\alpha} \Leftrightarrow x = u\alpha \Leftrightarrow dx = \alpha du$$

$$\begin{aligned}
&= \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{1-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^\infty (u\alpha)^{\theta-1+r} e^{-3(u)^\theta} \alpha du \\
&= \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{1-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + \frac{\theta \alpha^{\theta-1+r}}{\alpha^\theta} \int_0^\infty (u)^{\theta-1+r} e^{-3(u)^\theta} du \\
&= \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{1-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + \theta \alpha^r \frac{3^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right]}{\theta} \\
&= \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{1-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + \alpha^r 3^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right]
\end{aligned}$$

$$E(x^r) = \int_0^\infty f(x, \gamma_1, \gamma_2, \theta, \alpha). dx = [\gamma_1 c_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1)(c_2) + 3(1 - \gamma_2)(c_3)]$$

$$\begin{aligned}
E(x^r) &= \left( \begin{aligned} &\gamma_1 \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] \\ &+ 3(1 - \gamma_2) \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{1-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + \alpha^r 3^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] \end{aligned} \right)^r \\
&= 1, 2, 3, \dots, n \quad \dots (36 - 2)
\end{aligned}$$

When r=1

$$E(x^r) = \left( \begin{aligned} &\gamma_1 \alpha^1 \Gamma\left[\frac{1+\theta}{\theta}\right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^1 \Gamma\left[\frac{1+\theta}{\theta}\right] - \alpha^1 2^{-\frac{1+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{1+\theta}{\theta}\right] \\ &+ 3(1 - \gamma_2) \alpha^1 \Gamma\left[\frac{1+\theta}{\theta}\right] - \alpha^1 2^{1-\frac{1+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{1+\theta}{\theta}\right] + \alpha^1 3^{-\frac{1+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{1+\theta}{\theta}\right] \end{aligned} \right) \dots (37 - 2)$$

When r=2

$$E(x^2) = \left( \begin{aligned} &\gamma_1 \alpha^2 \Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^2 \Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right] - \alpha^2 2^{-\frac{2+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right] \\ &+ 3(1 - \gamma_2) \alpha^2 \Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right] - \alpha^2 2^{1-\frac{2+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right] + \alpha^2 3^{-\frac{2+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{2+\theta}{\theta}\right] \end{aligned} \right) (38 - 2)$$

Where r=3

$$E(x^3) = \left( \begin{aligned} &\gamma_1 \alpha^3 \Gamma\left[\frac{3+\theta}{\theta}\right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^3 \Gamma\left[\frac{3+\theta}{\theta}\right] - \alpha^3 2^{-\frac{3+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{3+\theta}{\theta}\right] \\ &+ 3(1 - \gamma_2) \alpha^3 \Gamma\left[\frac{3+\theta}{\theta}\right] - \alpha^3 2^{1-\frac{3+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{3+\theta}{\theta}\right] + \alpha^3 3^{-\frac{3+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{3+\theta}{\theta}\right] \end{aligned} \right) (39 - 2)$$

When r=4

$$E(x^4) = \left( \begin{aligned} &\gamma_1 \alpha^4 \Gamma\left[\frac{4+\theta}{\theta}\right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^4 \Gamma\left[\frac{4+\theta}{\theta}\right] - \alpha^4 2^{-\frac{4+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{4+\theta}{\theta}\right] \\ &+ 3(1 - \gamma_2) \alpha^4 \Gamma\left[\frac{4+\theta}{\theta}\right] - \alpha^4 2^{1-\frac{4+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{4+\theta}{\theta}\right] + \alpha^4 3^{-\frac{4+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{4+\theta}{\theta}\right] \end{aligned} \right) (40 - 2)$$

**6-10-2 العزوم المركزية (Central Moments) : [2] [23]**

(Hogben. et all((2023))

$$E(x - \mu)^r = \int_0^{\infty} (x - \mu)^r f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) \cdot dx \quad \dots (41 - 2)$$

$$= \frac{\theta \gamma_1}{\alpha^\theta} \left\{ \begin{aligned} & \int_0^{\infty} (x - \mu)^r x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \\ & + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \int_0^{\infty} (x - \mu)^r \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) dx \\ & + 3(1 - \gamma_2) \int_0^{\infty} (x - \mu)^r \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 2 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] dx \end{aligned} \right\}$$

وباستعمال صيغة بانوميل

$$(x - \mu)^r = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j$$

$$= \frac{\theta \gamma_1}{\alpha^\theta} \left\{ \begin{aligned} & \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \\ & + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) dx \\ & + 3(1 - \gamma_2) \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 2 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] dx \end{aligned} \right\}$$

$$\text{let } c1 = \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx$$

$$c1 = \frac{\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^{\infty} x^{\theta-1+j} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx$$

$$u = \frac{x}{\alpha} \Leftrightarrow x = u\alpha \Leftrightarrow dx = \alpha du$$

$$c1 = \frac{\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u\alpha)^{\theta-1+j} e^{-(u)^\theta} \alpha du$$

$$c1 = \frac{\theta \alpha^{\theta-1+j} \alpha}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u)^{\theta-1+j} e^{-(u)^\theta} du$$

$$c1 = \theta \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u)^{\theta-1+j} e^{-(u)^\theta} du$$

$$c1 = \theta \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \left( \frac{\text{Gamma}[\frac{j+\theta}{\theta}]}{\theta} \right)$$

$$c1 = \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma[\frac{j+\theta}{\theta}]$$

$$\text{letc2} = \int_0^\infty E(x - \mu)^r \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) dx$$

$$(x - \mu)^r = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \int_0^\infty \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+j} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \\ - \int_0^\infty \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+j} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty x^{\theta-1+j} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \\ - \frac{\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty x^{\theta-1+j} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \end{array} \right\}$$

$$u = \frac{x}{\alpha} \Leftrightarrow x = u\alpha \Leftrightarrow dx = \alpha du$$



$$= \left( \begin{array}{l} \frac{\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u\alpha)^{\theta-1+j} e^{-(u)^\theta} \alpha du \\ - \frac{\theta}{\alpha^\theta} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u\alpha)^{\theta-1+j} e^{-2(u)^\theta} \alpha du \end{array} \right)$$

$$= \left( \begin{array}{l} \frac{\theta \alpha \alpha^{\theta-1+j} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j}}{\alpha^\theta} \int_0^\infty (u)^{\theta-1+j} e^{-(u)^\theta} du \\ - \frac{\theta \alpha \alpha^{\theta-1+j} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j}}{\alpha^\theta} \int_0^\infty (u)^{\theta-1+j} e^{-2(u)^\theta} du \end{array} \right)$$

$$= \left( \begin{array}{l} \theta \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u)^{\theta-1+j} e^{-(u)^\theta} du \\ - \theta \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \int_0^\infty (u)^{\theta-1+j} e^{-2(u)^\theta} du \end{array} \right)$$

$$c_2 = \left( \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left[1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \right)$$

$$\text{let } c_3 = \int_0^\infty (x - \mu)^r \left[ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 2 \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right] dx$$

$$E(x - \mu)^r = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} x^j$$

$$= \left( \begin{array}{l} \int_0^\infty (x - \mu)^r \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx - 2 \int_0^\infty (x - \mu)^r \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \\ + \int_0^\infty (x - \mu)^r \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \end{array} \right)$$

$$= \left( \begin{array}{l} \int_0^\infty \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+j} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx - 2 \int_0^\infty \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+j} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \\ + \int_0^\infty \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} x^{\theta-1+j} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \end{array} \right)$$

$$= \left( \begin{array}{l} \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^\infty x^{\theta-1+j} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx - 2 \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^\infty x^{\theta-1+j} e^{-2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \\ + \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^\infty x^{\theta-1+j} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \end{array} \right)$$

$$= \left( \begin{array}{l} \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] - 2 \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \alpha^j 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \\ + \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^\infty x^{\theta-1+j} e^{-3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} dx \end{array} \right) \dots (42 - 2)$$

$$u = \frac{x}{\alpha} \Leftrightarrow x = u\alpha \Leftrightarrow dx = \alpha du$$

$$= \left( \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] - 2 \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \alpha^j 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \right. \\ \left. + \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \frac{\theta}{\alpha^\theta} \int_0^\infty (u\alpha)^{\theta-1+j} e^{-3(u)^\theta} \alpha du \right)$$

$$= \left( \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} G \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] - 2 \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \alpha^j 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \right. \\ \left. + \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \alpha^j 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \right)$$

$$c_3 = \left( \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \right) \dots (43 - 2)$$

$$= \left( \gamma_1 \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \right. \\ \left. + 3(1 - \gamma_2) \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \right)$$

When  $r=2$

$$= \alpha^j \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-\mu)^{r-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left\{ \begin{array}{l} \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \\ + 3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \end{array} \right\}_r \\ = 2, 3, \dots, n \quad \dots (44 - 2)$$

When  $r=2$

$$E(x - \mu)^2 = \left( \alpha^j \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left( \begin{array}{l} \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \\ + 3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \end{array} \right) \right)$$

$$\sigma^2 = \left( \alpha^j \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left( \begin{array}{l} \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \\ + 3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \end{array} \right) \right)$$

$$\sigma = \sqrt{\left( \alpha^j \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left( \begin{array}{l} \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \\ + 3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \end{array} \right) \right)}$$

When r=3

$$E(x - \mu)^3 = \left( \alpha^j \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-\mu)^{3-j} \Gamma \left[ \frac{j+\theta}{\theta} \right] \left( \begin{array}{l} \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \\ +3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \end{array} \right) \right) \quad (45)$$

When r=4

$$E(x - \mu)^4 = \left( \alpha^j \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} (-\mu)^{4-j} \Gamma \left[ \frac{j+\theta}{\theta} \right] \left( \begin{array}{l} \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \\ +3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \end{array} \right) \right) \quad (46 - 2)$$

### 7-10-2 معامل الاختلاف (Coefficients of Variation) [3] [10]

هو معيار لمدى تشتت المشاهدات، ويستعمل للمقارنة بين التوزيعات لبيان أي منهما يحتوي على تباين أكثر تجانس ويمثل نسبة الانحراف المعياري الى الوسط الحسابي، يمكن التعبير عنه فق الصيغة الآتية:

$$C. V = \frac{\sigma}{\mu_1} \times 100\%$$

$$C. V = \sqrt{\frac{\left( \alpha^j \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma \left[ \frac{j+\theta}{\theta} \right] \left( \begin{array}{l} \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \\ +3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - 2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1} + 3^{-\frac{j+\theta}{\theta}} \right] \end{array} \right) \right)}{\left( \begin{array}{l} \gamma_1 \alpha^1 \Gamma \left[ \frac{1+\theta}{\theta} \right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^1 \Gamma \left[ \frac{1+\theta}{\theta} \right] - \alpha^2 2^{-\frac{1+\theta}{\theta}} \Gamma \left[ \frac{1+\theta}{\theta} \right] \\ +3(1 - \gamma_2) \alpha^1 \Gamma \left[ \frac{1+\theta}{\theta} \right] - \alpha^1 2^{1-\frac{1+\theta}{\theta}} \Gamma \left[ \frac{1+\theta}{\theta} \right] + \alpha^1 3^{-\frac{1+\theta}{\theta}} \Gamma \left[ \frac{1+\theta}{\theta} \right] \end{array} \right)}}} \quad \dots (47 - 2)$$

### 8-10-2 معامل الالتواء (Coefficient of Skewness) [10] [18]

هو معيار عدم المطابقة والانحراف عن التماثل، فإذا كان منحني توزيع الشكل العام للمشاهدات له طرف على يمين موقع التوزيع أطول من الطرف الأيسر، فإن التوزيع يسمى ملتوي نحو اليمين وأن له التواءً موجباً، وإذا حدث العكس يقال إن التوزيع ملتوي نحو اليسار وأنه سالب الالتواء ويكتب وفق الصيغة الآتية.

$$S. K = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$S.K = \frac{\left( \alpha^j \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-\mu)^{3-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left( \begin{array}{c} \gamma_1+2(\gamma_2-\gamma_1) \left[1-2^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \\ +3(1-\gamma_2) \left[1-2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1}+3^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \end{array} \right) \right)}{\left( \left( \alpha^j \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left( \begin{array}{c} \gamma_1+2(\gamma_2-\gamma_1) \left[1-2^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \\ +3(1-\gamma_2) \left[1-2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1}+3^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \end{array} \right) \right) \right)^{\frac{3}{2}}} \dots (48 - 2)$$

### 9-10-2 معامل التفرطح (Coefficient of Kurtosis) [9] [29]

وهو درجة التقوس ويسمى معيار التسطیح ، وهو معيار لقياس درجة التحدب أو التقوس لدالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي حقيقي، وهو إلى جانب التجانس، من أهم معلمات الشكل لتوزيع المتغيرات العشوائية، ومن خلاله ويمكن من وصف شكل توزيع الاحتمالي في جوار القيمة المتوقعة ويمكن كتابته وفق الصيغة الآتية .

$$C.K = \frac{(x - \mu)^4}{\sigma^4}$$

$$C.K = \frac{\left( \alpha^j \sum_{j=0}^4 \binom{4}{j} (-\mu)^{4-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left( \begin{array}{c} \gamma_1+2(\gamma_2-\gamma_1) \left[1-2^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \\ +3(1-\gamma_2) \left[1-2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1}+3^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \end{array} \right) \right)}{\left( \left( \alpha^j \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-\mu)^{2-j} \Gamma\left[\frac{j+\theta}{\theta}\right] \left( \begin{array}{c} \gamma_1+2(\gamma_2-\gamma_1) \left[1-2^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \\ +3(1-\gamma_2) \left[1-2^{-\frac{j+\theta}{\theta}+1}+3^{-\frac{j+\theta}{\theta}}\right] \end{array} \right) \right) \right)^2} \dots (49 - 2)$$

### 10-10-2 الدالة المولدة للعزوم (Moment generating function) [12] [2]

$$M_X(x) = E(e^{tx}) = \int_0^{\infty} e^{tx} f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) \cdot dx$$

$$M_X(t) = \int_0^{\infty} \left( 1 + tx + \frac{(tx)^2}{2!} + \dots + \frac{(tx)^r}{r!} \right) f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) \cdot dx$$

$$M_X(t) = \int_0^{\infty} \frac{t^r}{r!} x^r f(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) \cdot dx$$

$$M_X(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \mu'_r$$

$$M_X(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \left( \begin{array}{l} \gamma_1 \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] \\ + 3(1 - \gamma_2) \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{1-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + \alpha^r 3^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] \end{array} \right) \dots (50 - 2)$$

اما الدالة المميزة يمكن كتابتها حسب الصيغة الآتية:

$$M_X(t)_X = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{t^r}{r!} \left( \begin{array}{l} \gamma_1 \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] \\ + 3(1 - \gamma_2) \alpha^r \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] - \alpha^r 2^{1-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] + \alpha^r 3^{-\frac{r+\theta}{\theta}} \Gamma\left[\frac{r+\theta}{\theta}\right] \end{array} \right) \dots (51 - 2)$$

## 11-2 تقديرات معلمات البقاء لتوزيع Cubic Transformation Rayleigh Pareto

ان عملية تقدير معلمات اي مجتمع هي تقريبا للخصائص الاصلية للمجتمع الذي سحبت منه العينة، ويعد التقدير من الركائز الاساسية في الاستدلال الاحصائي اذ تكمن اهميته في تقدير معلمات المجتمع الذي يتم عن طريق احصاءات يتم الحصول عليها من عينة تسحب من المجتمع قيد الدراسة. وان لتوزيع (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) ولهما تقدير يتم الحصول عليه باستعمال طرائق التقدير ومن ثم تقدير دالة البقاء بالاعتماد عليها هي:

طريقة الامكان الاعظم

طريقة المقدرات التجزئية

طريقة كريمر فون مايسز

### 1-11-2 طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method) [4] [5]

تعد طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation) من الطرائق الأكثر شيوعاً في عملية التقدير لأنها تشتمل على عدة خصائص جيدة. واول من قدم هذه الطريقة الباحث (Fisher عام 1920) والتي ترمي الى جعل دالة الامكان للمتغيرات العشوائية الى أعظم ما يمكن. حيث ان يفترض هذا الاسلوب بان المعلمة المراد تقديرها هي قيمة ثابتة بمعنى أن التقدير سوف يعتمد على بيانات العينة للملاحظات لذلك سنكون بحاجة الى دالة الامكان (Likelihood Function) المتغير العشوائي المستخدم ويتم التقدير للمعلمة من خلال مساواة المشتقات لدالة الإمكان بالنسبة للمعلمة المجهولة المراد تقديرها بالنسبة للصفر. اذ تتضمن هذه الطريقة عدة خصائص منها الكفاءة والاتساق والثبات (Invariant) وتكون أكثر دقة من طرائق التقدير الاخرى خصوصاً عندما تزداد حجم العينة، ويمكن تعريف دالة الامكان رياضياً.

$$L = f(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) \dots f(x_n, \theta) \dots (52 - 2)$$

وان دالة الإمكان الأعظم لمعاملات Cubic Transformation Rayleigh Pareto يعبر عنها وفق المعادلة الآتية :

$$L = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{\theta}{\alpha^\theta} x_i^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \left[ \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right] + 3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \right\} \dots (53 - 2)$$

$$= \left\{ \left( \frac{\theta}{\alpha^\theta} \right)^n * \prod_{i=1}^n \left( x_i^{\theta-1} e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right) * \prod_{i=1}^n \left[ \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right) + 3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \right] \right\}$$

وبأخذ  $l$  للطرفين نحصل على المعادلة الآتية :

$$\text{Log} l = \left\{ \begin{aligned} & n \text{Log}[\theta] - n\theta \text{Log}[\alpha] + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \text{Log}[x_i] - \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\alpha} \right)^\theta \\ & + \sum_{i=1}^n \text{Log} \left[ \gamma_1 + 2(\gamma_2 - \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right) + 3(1 - \gamma_2) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \right] \end{aligned} \right\}$$

وبأخذ المشتقة بالنسبة الى المعلمات  $(\theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2)$  ومساواتها بالصفر نحصل على المعادلة الآتية :

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \alpha} = \left\{ \begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \left( \frac{(3(-1 + 2\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta + \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta)(-1 + \gamma_2) + e^{2\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta}(-1 + \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta)(-3 + \gamma_1 + \gamma_2))}{\alpha(3(-1 + \gamma_2) + e^{2\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta}(-3 + \gamma_1 + \gamma_2) - 2e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta}(-3 + \gamma_1 + 2\gamma_2))} \right. \\ & \left. \frac{-2e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta}(-1 + \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta + \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta)(-3 + \gamma_1 + 2\gamma_2)}{\alpha(3(-1 + \gamma_2) + e^{2\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta}(-3 + \gamma_1 + \gamma_2) - 2e^{\left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta}(-3 + \gamma_1 + 2\gamma_2))} \right) \end{aligned} \right\} \dots (54 - 2)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \theta} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left( \frac{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta (3 - 3\gamma_2 + e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-3 + \gamma_1 + 2\gamma_2)) \text{Log}\left[\frac{x}{\alpha}\right]}{3(-1 + \gamma_2) + e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-3 + \gamma_1 + \gamma_2) - 2e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-3 + \gamma_1 + 2\gamma_2)} \right) \right. \dots (55 - 2)$$

$$\left. - \left(\frac{x_i}{\alpha}\right)^\theta \text{Log}\left[\frac{x_i}{\alpha}\right] - \text{Log}[\alpha] + \frac{1}{\theta} + \text{Log}[x_i] \right)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \gamma_1} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left( \frac{(-2e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})}{-3 + 6e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 3e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 2e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \gamma_1 + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \gamma_1 + 3\gamma_2 - 4e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \gamma_2 + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \gamma_2} \right) \right\} \dots (56 - 29)$$

$$\frac{\partial \ln(L)}{\partial \gamma_2} = \left\{ \sum_{i=1}^n \left( \frac{(3 - 4e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})}{-3 + 6e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 3e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 2e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \gamma_1 + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \gamma_1 + 3\gamma_2 - 4e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \gamma_2 + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \gamma_2} \right) \right\} \dots (57 - 2)$$

حيث نلاحظ ان المعادلات السابقة هي معادلات غير خطية لذلك يستعمل الطرائق العددية لحلها ( طريقة

نيوتن رافسن) لتقدير معالم التوزيع المحول يمكننا الحصول على القيم التقديرية  $(\hat{\alpha}, \hat{\theta}, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2)$

للمعلمة المجهولة  $(\theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2)$  ، ثم بعد ذلك يتم تعويض المقدرات  $(\hat{\alpha}, \hat{\theta}, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2)$  في دالة البقاء

(29 - 2) نحصل على مقدر البقاء الضبابية لطريقة الامكان الاعظم :

$$S(x, \theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2) = \left\{ \begin{array}{l} -(1 + \gamma_{1ML}) \left(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{ML}}}\right) \\ + (\gamma_{2ML} - \gamma_{1ML})^2 - \gamma_{2ML} \left[1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{ML}}}\right]^3 \end{array} \right\} \dots (58 - 2)$$

## **2-11-2 طريقة كرامر فون مايسز (Method of Cramer-Von Mises Minimus) :**

[7] [18]

ان طريقة كرامر فون مايسز تعتمد على مقدرات الحد الأدنى للمسافة اذ يمكننا الحصول على تقديرات

المسافة الدنيا لطريقة *Cramer-Von Mises Minimum* وذلك بتقليل المسافة بين الدالة

$C(\theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2)$  بالنسبة للمعلمة غير المعروفة ويمكننا الحصول على المقدرات وذلك بالاشتقاق

الجزئي  $C(\theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2)$  بالنسبة للمعلمة غير المعروفة ومساواتها للصفر وكالاتي .

$$C(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[ G(x_i, \theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \dots (59 - 2)$$

حيث ان  $F(x_i, \theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2)$  تمثل الدالة التجميعية للتوزيع المقترح نحصل على:

$$C(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left\{ \left( ((1 + \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 \right) \right. \right. \\ \left. \left. - \gamma_2 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^3 - \frac{2i - 1}{2n} \right)^2 \right\}$$

يتم اشتقاق جزئي للصيغة آنفاً ومساواتها للصفر لغرض تصغير المسافة الدنيا لـ (Cramer Von-Mises (CVEs) وكما يلي :

الاشتقاق بالنسبة الى  $\alpha$  للحصول على المقدر  $\hat{\alpha}_{cvm}$  وكالاتي:

$$\frac{\partial C(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)}{\partial \alpha} = -2 \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{n\alpha} e^{-6\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta (3\gamma_2 + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-1 + 3\gamma_1 + \gamma_2)) \\ -2e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (\gamma_1 + 2\gamma_2) (e^{3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-1 + 2i - 2n + 4n\gamma_1)) \\ -2e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} n(-1 + 3\gamma_1 + \gamma_2) + 2e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} n(\gamma_1 + 2\gamma_2)\theta \end{array} \right\}$$

$$= 0$$

... (50 - 2)

نجد المشتقة بالنسبة الى  $(\theta)$  ومساواتها للصفر لنحصل على المقدر  $\hat{\theta}_{cvm}$

$$\frac{\partial C(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)}{\partial \theta} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{1}{n} e^{-6\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta (3\gamma_2 + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-1 + 3\gamma_1 + \gamma_2)) - 2e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (\gamma_1 + 2\gamma_2) \right) \\ (e^{3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-1 + 2i - 2n + 4n\gamma_1) - 2n\gamma_2 \\ - 2e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} n(-1 + 3\gamma_1 + \gamma_2) + 2e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} n) \end{array} \right\}$$

$$= 0$$

... (51 - 2)

كذلك يتم ايجاد المشتقة بالنسبة الى  $(\hat{\gamma}_1)$  ومساواتها للصفر لنحصل على المقدر  $\hat{\gamma}_{1cvm}$

$$\frac{\partial C(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)}{\partial \gamma_1} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - 1 - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^2 \left( -\frac{-1 + 2i}{2n} \right) \\ + (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}) (1 - \gamma_1) \\ - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^3 \gamma_2 + (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^2 (-\gamma_1 + \gamma_2) \end{array} \right\}$$

$$= 0 \dots (52 - 1)$$

كذلك يتم ايجاد المشتقة بالنسبة الى  $(\hat{\gamma}_2)$  ومساواتها للصفر لنحصل على المقدر  $\hat{\gamma}_{2cvm}$

$$\frac{\partial C(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)}{\partial \gamma_2} = 2 \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^2 - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^3 \left( -\frac{-1 + 2i}{2n} \right) \\ - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^3 \gamma_2 + (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^2 (-\gamma_1 + \gamma_2) \end{array} \right\}$$

$$= 0 \dots (53 - 1)$$



حيث نلاحظ ان المعادلات السابقة هي معادلات غير خطية لذلك يصعب ايجادها لذلك سوف نستخدم احدى الطرائق العددية لحلها (طريقة نيوتن رافسن) لتقدير معالم التوزيع المحول يمكننا الحصول على القيم التقديرية  $(\hat{\alpha}, \hat{\theta}, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2)$  للمعلمات المجهولة  $(\alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)$  ، ثم بعد ذلك يتم تعويض المقدرات  $(\hat{\alpha}, \hat{\theta}, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2)$  في دالة البقاء نحصل على مقدرات البقاء لطريقة كريمر فون مايسر :

$$s(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)_{cvm} = \left\{ \begin{array}{l} 1 - (1 + \gamma_{1cvm}) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{cvm}}} \right) \\ + (\gamma_{2cvm} - \gamma_{1cvm}) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{cvm}}} \right]^2 - \gamma_{2cvm} \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{cvm}}} \right]^3 \end{array} \right\} \dots (54 - 2)$$

### 3-11-2 طريقة المقدرات التجزئية (Method of Percentiles Estimators) [36] [38]

ان طريقة المقدرات التجزئية تعتمد على دالة التوزيع التجميعية بافتراض ان  $q_i$  هو مقدر الدالة التجميعية التراكمية  $F(x_i)$  وعن طريق ايجاد المقدرات التي تجعل الدالة  $\sum_{i=1}^n (q_i - F(x_i))^2$  في نهايتها الصغرى وعلى النحو الاتي:

استعمال الدالة التجميعية للتوزيع المقترح حسب الصيغة التالية :

حيث ان المقدر  $q_i$  ياخذ الصيغة الاتية:

$$F(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = (1 + \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} \right) + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} \right]^2 - \gamma_2 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} \right]^3$$

$$q_i = \frac{i - 0.3}{n + 0.25}$$

وان

$$w_i = F(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)$$

$$w_i = \left\{ \begin{array}{l} (1 + \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} \right) + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} \right]^2 \\ \gamma_2 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta}} \right]^3 \end{array} \right\} \dots (55 - 2)$$

فان مقدر المعلمات  $(x, \theta, \alpha, \gamma_1, \gamma_2)$  يتم الحصول عليه عن طريق الاشتقاق الجزئي للصيغة ادناه بالنسبة للمعلمات :-

$$\sum_{i=1}^n [p_i - F(t_i)]^2 \dots (56 - 2)$$

$$Q = \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ \frac{i - 0.3}{n + 0.25} - (1 + \gamma_1) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right) \right]^2 + (\gamma_2 - \gamma_1) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^2 - \gamma_2 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \right]^3 \right\}$$

نأخذ المشتقة الجزئية للصيغة انفا بالنسبة للمعلمات المجهولة ومساواتها للصفر نحصل على:

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{(0.25 + n)\alpha} 2 \cdot e^{-6\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta (3 \cdot \gamma_2 + e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (1 + \gamma_1 + \gamma_2)) \right) (e^{3\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-0.55 + i - n1)) \right\} \\ = 0 \dots (66 - 2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} \left\{ 2 \sum_{i=1}^n - \frac{1}{0.25 + n} 2 \cdot e^{-6\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} \left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta (3 \cdot \gamma_2 + e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (-2 \cdot \gamma_1 - 4 \cdot \gamma_2 + e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (1 + \gamma_1 + \gamma_2))) \right\} = 0 \dots (57 - 2) \\ (0.25 + n)\gamma_2 + e^{\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} ((-0.25 - 1 \cdot n)\gamma_1 + (-0.5 - 2 \cdot n)\gamma_2) + e^{2\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} (0.25 + 0.25\gamma_1 + 0.25\gamma_2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \gamma_1} \left\{ 2 \sum_{i=1}^n (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta} - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^2) \left( \frac{-0.3 + i}{0.25 + n} - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}) (1 - \gamma_1) \right) \right\} = 0 \dots (58 - 2) \\ -(1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^3 \gamma_2 + (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^2 (-\gamma_1 + \gamma_2)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \gamma_2} \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left( (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^2 - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^3 \right) \left( \frac{-0.3 + i}{0.25 + n} - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta}) (1 - \gamma_1) - (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^3 \gamma_2 \right) \right\} \\ + (1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\theta})^2 (-\gamma_1 + \gamma_2) \\ = 0 \dots (59 - 2)$$

حيث نلاحظ ان المعادلات السابقة هي معادلات غير خطية لذلك يستعمل احدى الطرائق العددية لحلها

(طريقة نيوتن رافسن) لتقدير معلمات التوزيع المحول يمكننا الحصول على القيم التقديرية

$(\hat{\alpha}, \hat{\theta}, \hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2)$  للمعلمات المجهولة  $(\alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2)$  ، ثم بعد ذلك يتم تعويض المقدرات

في دالة البقاء نحصل على مقدر البقاء لطريقة المقدرات التجزئية :

$$S(x, \alpha, \theta, \gamma_1, \gamma_2) = \left\{ 1 - (1 + \gamma_{1per}) \left( 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{per}}} \right) + (\gamma_{2per} - \gamma_{1per}) \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{per}}} \right]^2 \right\} \dots (60 - 42) \\ - \gamma_{2per} \left[ 1 - e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^{\theta_{per}}} \right]^3$$

## 12-2 معايير المقارنة والدقة: (Criteria comparing and accuracy) [1] [41]

تم استعمال المعايير الاتية لغرض المقارنة بين التوزيع رالي باريتو المحول التكعيبي وتوزيع رالي باريتو الاساس معلمات لبيان ايهما افضل بالنسبة للبيانات الحقيقية التي ستطبق في الجانب العملي من هذه الدراسة

وكما يأتي:

**1-12-2 اختبار أكايكي AIC (Akaike Test) [42] [2]**

ويستعمل هذا المعيار للمقارنة بين التوزيعات الاحتمالية بناء على عينة من البيانات تطبق عليها اذ تحسب قيمة المعيار والتوزيع الذي يمتلك اقل قيمة يعد الافضل في تمثيل هذه العينة من البيانات .  
أن الصيغة العامة لأحصاء معيار أكايكي (AIC) كما يأتي :-

$$AIC = -2L(\hat{\theta} \setminus X) + 2P \quad \dots (61 - 2)$$

$L(\theta \setminus X)$  : لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

$P$  : عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

**2-12-2 اختبار أكايكي البيزي BIC (Bayesian Akaike Test) [42] [41]**

يتناول كيفية اختيار نموذج معين من بين عدة نماذج ، عن طريق ايجاد الحل البيزي له ( Bayes solution) وتم استعمال نظرية بيز في توسعة الحل البيزي وحسب الصيغة الاتية :-

$$BIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + P \text{Log}(n) \quad \dots(62-2)$$

$L(\theta \setminus X)$  : تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

$P$  : عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

$n$  : حجم العينة.

**3-12-2 اختبار أكايكي المتسق CAIC: [42] [4]**

**(Consistent Akaike Information Criterion)**

ان الصيغة لاختبار حسن المطابقة أكايكي المتسق (CAIC) هي كما يلي

$$CAIC = -2L(\hat{\theta} \setminus x) + \frac{2nP}{n - P - 1} \quad \dots (2 - 53)$$

اذ أن :

$n$ : حجم العينة.

$P$ : عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية

### 13-2 متوسط مربعات الخطأ (Mean squared error(MSE) [6] [33]

يستعمل المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ للمقارنة بين طرائق تقدير المعلمات ودالة البقاء للتوزيعات الاحتمالية والنماذج الإحصائية وذلك باعتماد اقل متوسط لمربعات للخطأ بين هذه الطرائق فتعتبر الطريقة التي تملك اقل متوسط مربع للخطأ هي أفضل طريقة للتقدير، وهو مجموع مربع انحرافات القيم المقدرة عن القيم الحقيقية، وصيغته الرياضية تعطى بالشكل الآتي:

$$MSE(\theta) = \sum_{i=1}^R (\hat{\theta}_i - \theta)^2 \quad (2 - 74)$$

$$MSE(\hat{S}(x_t)) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{S}(x_{t_j}) - S(x_{t_j}))^2 \quad (2 - 75)$$

إذ ان:  $\theta$  تمثل القيم الافتراضية لمعلمت او لدالة البقاء للتوزيع المقترح.

$\hat{\theta}$ : تمثل القيم المقدرة لمعلمت او دالة البقاء للتوزيع المقترح.

$S(x_t)$ : تمثل قيم دالة البقاء الحقيقية (التجريبية) للتوزيع المقترح .

$\hat{S}(x_t)$ : تمثل قيم دالة البقاء (المقدرة) للتوزيع المقترح.

$R$ : عدد تكرارات التجربة والبالغ عددها (1000).

$j = 1, 2, \dots, m$ ; عدد قيم المتغير ( $x_t$ ) في التجربة.

### 14-2 اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit tests)

تم اجراء اختبار حسن المطابقة او ملائمة الاختبار (Quality of fit test) وذلك باستعمال البرنامج الاحصائي ماتلاب لتبيان ملائمة التوزيع المقترح البيانات من عدمه.

### 1-14-2 اختبار إحصاءة كاي-سكوير (Chi-square statistic) [5] [32]

Good(ness of Fit) وحسب الفرضيات الاحصائية الاتية :  
 (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) فقد تم أستعمال اختبار حسن المطابقة

H0:(Cubic Transformation Rayleigh Pareto n) البيانات تتبع توزيع

H1:(Cubic Transformation Rayleigh Pareto) البيانات لا تتبع توزيع

تبين لنا انها تتوزع وفقا للتوزيع الاحتمالي الدراسة ، اذ تم قبول فرضية العدم القائلة ان (البيانات تتبع توزيع Cubic Transformation Rayleigh Pareto) وقد تم توضيح نتائج اختبار فرضية حسن المطابقة الفرضية بأستعمال قانون Chi –Squared الذي نكون صيغته العامة:

والصيغة الرياضية لاختبار إحصاءة كاي- سكوير تعطى بالشكل الآتي:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (58 - 2)$$

إذ ان:

**O<sub>i</sub>**: تمثل التكرار الملحوظ للملاحظات .

**E<sub>i</sub>**: تمثل التكرارات المتوقعة للملاحظات

# الفصل الثالث

## الجانب التجريبي

### والتطبيقي

**Preface (1-3) التمهيد**

لغرض تنفيذ المفاهيم التي تم ذكرها في الجانب النظري فقد تضمن هذا الفصل إيضاح لمفاهيم المحاكاة وما هي المحاكاة وكذلك أسلوب توظيف محاكاة مونت-كارلو (Monte – Carlo) من حيث احجام المشاهدات المولدة وكذلك النماذج الافتراضية المطبقة وعرض نتائج تجارب المحاكاة التي تم الحصول عليها في الحصول مقدرات معلمات ودالة البقاء باستعمال طرائق التقدير التي تم ذكرها في الجانب النظري من هذه الرسالة ، اذ تضمن هذا الفصل اجرائين الاجراء الاول وصفا دقيقا لتجارب المحاكاة من حيث توليد البيانات التي تتبع التوزيع المقترح، باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) للتوصل الى افضلية مقدرات المعلمات ودالة البقاء. وبيان نسب الأفضلية لكل طريقة من طرائق التقدير عند كل حجم من احجام العينات. والاجراء الثاني يمثل الجانب التطبيقي ويتضمن تطبيق عملي على بيانات حقيقية تمثلت بالاشخاص المصابين بمرض سرطان القولون .

**2-3 الاجراء الاول: الجانب التجريبي Empirical part** [2] [6] [25]

في هذا القسم ل سنتطرق بشكل موجز الى ما تم التطرق اليها في الجانب النظري لذلك فقد تضمن هذا الفصل ، القسم الذي يمثل الجانب التجريبي (Experimental section)، اذ نقوم فيه بتطبيق أسلوب المحاكاة (Simulation)، على بيانات غير حقيقية يتم إحداثها آلياً، وباستعمال منهج محاكاة (Monte-Carlo).

يتم المقارنة بين طرائق التقدير المستعملة في تقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع NCTRP ، اذ يتم اختيار الطريقة الافضل للتقدير بالاعتماد على اقل قيمة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE). وبيان نسب الأفضلية لكل طريقة من طرائق التقدير عند كل حجم من احجام العينات وباستعمال اسلوب الرتب (Ranks) .

**1-2-3 مفهوم المحاكاة (Simulation Concept)** [9] [4]

تعد المحاكاة بأنها أسلوب رقمي يستعمل في عملية تقليدو تمثيل للواقع الحقيقي أي تكوين انموذج مماثل الى الانموذج الحقيقي دون محاولة أخذ ذلك الأنموذج او النظام نفسه ، ويمكن القول ان أساليب المحاكاة هي نوع من العمليات الرياضية و المنطقية تقليد وتمثيل الواقع الحقيقي لغرض وصف سلوك عدد من الظواهر الحقيقية والواقعية المعقدة وصعبة الفهم

والتحليل وكذلك وصف سلوكها خلال فترة زمنية محدد ، من خلال الحصول على مشاهدات تقريبية لدراسة وفهم تلك الظاهرة في حال تعذر الحصول على تلك المشاهدات او عدم توفرها بشكل كافي ، وان المحاكاة توفر على الباحثين الكثير من الوقت والجهد والمال من خلال الحصول على البيانات المطلوبة من دون اللجوء للحصول عليها بشكل ميداني لذلك شاع صيتها لأنها الطريقة الانسب الذي يمكننا التعامل معها لمساعدة الباحثين في الدراسة . وتوجد هنالك اكثر من طريقة للمحاكاة مثل (المختلطة Mixed، و التناظرية Analog، وطريقة مونت كارلو Monte Carlo) ومن اكثر الطرائق استعمالا هي طريقة مونت كارلو (Monte Carlo) اكثر استعمالا لانها تمتاز بالمرونة من خلال طريقة تكرار العملية لعدة مرات والتي من خلالها يتم توليد عينة من المشاهدات التي تتبع سلوك توزيع احتمالي معين وتكون هذه المشاهدات تستمتع بخاصية الاستقلالية.

و تم صياغة نماذج المحاكاة لغرض اجراء المقارنة بين طرائق التقدير التي تم دراستها في الجانب النظري لغرض تحديد افضلية طرائق التقدير لتقدير دالة البقاء بحيث يمكن افتراض الكثير من الحالات المحتمل وجودها في الواقع العملي والعملي وذلك عن طريق إظهار كيفية تأثر طرائق التقدير نحو التغير في احجام العينات وكذلك التغير في قيم المعلمات للانموذج المدروس ، وان بناء تجارب المحاكاة التي يتم الحصول عن طريقها على الإجابة لعدد التساؤلات تبني على عدد من المراحل.

### **2-2-3 مراحل بناء تجربة المحاكاة (Stages of Building Simulation Experiment)** [4]

شملت تجارب المحاكاة أربع مراحل وهي كالآتي:

#### **المرحلة الأولى-تحديد القيم الافتراضية.**

تعد هذه المرحلة من أهم المراحل التي تعتمد عليها بقية المراحل وقد تم اختيار القيم الافتراضية تجريبياً عبر اجراء تجارب عدة واختبار القيم التي استقرت عندها التقديرات واعطت أفضل النتائج وحسب المراحل الآتية:

#### **المرحلة الأولى :-**

وهي من اهم مراحل تجربة المحاكاة وهي المبدأ الأساسي في بناء المحاكاة، ويعتمد عليها المراحل الاخرى بشكل كبير ويعتمد عليها تطبيق البرنامج وعملياته ، إذ يتم فيها اختيار قيم افتراضية وتتكون سبعة انموذجات كما مبين في الجدول (1-3).



جدول (1-3) يبين القيم الافتراضية الأولية للمعلمات والنماذج المقترحة

Model	$\alpha$	$\theta$	$\lambda_1$	$\lambda_2$
Model 1	2.3	1.5	1	-0.6
Model 2	1.4	4	0.9	-1
Model 3	2	4.8	0.7	-1
Model 4	3	4.8	1	-0.6
Model 5	5	1.3	1	-0.4
Model 6	2	2	1	-1
Model 7	4	2	0.4	-0.5

ثانياً: جرى اختيار 4 أحجام عينات مختلفه (صغيرة، متوسطة، كبيرة)

$$n=30,50,100, 150$$

والفكرة الأساسية في اعتماد أحجام عينات مختلفة هو لإعطاء فكرة عن المقدرات ونمط سلوكها

#### المرحلة الثانية :-

في هذه المرحلة يجري توليد المشاهدات العشوائية (البيانات) بطريقة التحويل المعكوس وعلى وفق توزيع (NCT RP) وكما يأتي :

أولاً: توليد أرقام عشوائية  $U_i$  تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0,1)

$$U_i \sim U(0,1), \quad i = 0,1,2, \dots, n.$$

$U_i$  : يمثل متغير عشوائي مستمر يتبع التوزيع المنتظم يتم توليده بإستعمال البرنامج على وفق الصيغة الآتية :-

$$U = [0 \leq p \leq 1], p \sim \text{UniformDistribution}$$

ثانياً : تحويل البيانات المولدة من الخطوة ( أولاً) التي تتبع التوزيع المنتظم الى بيانات تتبع توزيع (NCT RP) بإستعمال طريقة التحويل المعكوس وحسب المعادلة (2-35) وكما في الصيغة الآتية :-

$$t_i = \text{Log} \left( \frac{\alpha}{6(-1 + u + 2\gamma_1)} (2(-1 + 3\gamma_1 + \gamma_2) - 2 - 9\gamma_1^2(1 + 3u - 4\gamma_2) + \gamma_2)^3 \right)^{\frac{1}{\theta}}$$

المرحلة الثالثة :-

في هذه المرحلة يتم تقدير معالم توزيع (NCT RP) ولكافة الطرائق المبينة في الجانب النظري والتي هي :-

1- طريقة الامكان الاعظم ويرمز لها MLE.

2- طريقة المقدرات التجزئية ويرمز لها PCE.

3- طريقة كارمر-فان-ميسز ويرمز لها CVME.

المرحلة الرابعة:-

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة البقاء لتوزيع (NCT RP) وللطرائق المبينة كافة في الجانب النظري ولجميع الطرائق للحصول على تجانس عال .

المرحلة الخامسة:-

تكرر هذه العملية (1000) مرة على وفق البرنامج المذكور في الملحق

المرحلة السادسة:-

تجري في هذه المرحلة المقارنة بين المقدرات المستحصلة لمعلمت توزيع (NCT RP) ودالة البقاء له باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعلمت التوزيع وحسب الصيغة (2 - 73).

### 3-2-3 استعراض نتائج المحاكاة (Review of Results)

نتائج مقدرات الطرائق الثلاثة باستعمال المحاكاة

سيتم تحليل نتائج عملية تجربة المحاكاة للوصول الى أفضل الطرائق لتقدير دالة البقاء للتوزيع المقترح بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ MSE. اذ يتضح من الجداول المرقمة من (1) الى (7) الواردة في الملحق المتضمنه نتائج تقدير معلمت توزيع رايلي باريتو المحول التكميبي ، ولحجوم العينات المختلفة (الصغيرة، والمتوسطة، والكبيرة ) والحالات المختلفة للقيم الافتراضية أن تقديرات المعلمت باستعمال طرائق التقدير المعتمدة كافة قد أظهرت قيم

المعلمت المقدره اقرب الى القيم الحقيقيه بالنسبه للنماذج وأحجام العينات المفترضة كافة وهذا ما يؤكد ملاءمة طرائق التقدير المستعملة لتقدير معلمت التوزيع المقترح ، ولغرض الوصول للمقدر الأفضل عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة ، فقد تم الاعتماد بشكل عام في هذه الرسالة على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) الموضحة نتائجه ايضا في الجداول المذكورة فقد تم الاعتماد على أسلوب الرتب .

جدول (2-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمت الافتراضية وأحجام العينات كافة

Models	N	MLE	PER	C.V.M
(1)	30	1	2	3
	50	1	3	2
	100	1	2	3
	150	1.5	3	1.5
(2)	30	1	3	2
	50	1	2	3
	100	1	3	2
	150	1	2.5	2.5
(3)	30	1	3	2
	50	1	2.5	2.5
	100	1	2	3
	150	1	3	2
(4)	30	1	2	3
	50	1	2	3
	100	1	2	3
	150	2.5	1	2.5
(5)	30	1	3	2
	50	2	1	3
	100	1	2	3
	150	2	2	2
(6)	30	1	3	2
	50	1	3	2
	100	1	2	3
	150	1	2	3
(7)	30	1	3	2
	50	1	2	3

	100	1	2.5	2.5
	150	1	3	2
$\sum Ranks$		32	66.5	68.5
Rank of methods		1	2	3

جدول (3-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة

n	Sum of Ranks	MLE	PER	C.V.M
30	$\sum Ranks$	7	19	16
	Overall Ranks	1	3	2
50	$\sum Ranks$	8	15.5	18.5
	Overall Ranks	1	2	3
100	$\sum Ranks$	7	15.5	19.5
	Overall Ranks	1	2	3
150	$\sum Ranks$	10	16.5	14.5
	Overall Ranks	1	3	2

من الجدولين (2-3) و(3-3) المذكور انفا يتضح ما يأتي:

- 1- افضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير معالم توزيع (NCT RP) وذلك المرتبة الاولى بين طرائق التقدير بصورة عامة. وكذلك اخذت المرتبة الاولى عند احجام العينات (30، 150، 100، 50) أي انها تناسب في تقدير معالم التوزيع عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.
- 2- طريقة المقدرات التجزئية (PER) المرتبة الثانية بين طرائق التقدير بصورة عامة في تقدير معالم توزيع (NCT RP)، اما بالنسبة لحجوم العينات حيث احتلت المرتبة الثانية عند حجوم العينات (100، 50) في حين احتلت المرتبة الثالثة عند حجم العينة (150، 30) أي انها لا تناسب في تقديرات احجام العينات الصغيرة والكبيرة.

3- كريمر فون مايسر (C.V.M) احتلت المرتبة الثالثة بين طرائق التقدير بصورة عامة في تقدير معالم توزيع (NCT RP) , احتلت المرتبة الثالثة عند حجم العينة (50,100) و المرتبة الثانية عند حجوم العينات(30،150) أي انها تناسب في تقديرات حجوم العينات الصغيرة والكبيرة

4- من خلال الجداول الموجودة في الملحق نلاحظ بأن قيم المعالم المقدره تقترب من قيم المعالم الحقيقية وتزداد اقترابا كلما زاد حجم العينة (n) ولجميع طرائق التقدير المستعملة.

5- من خلال الجداول الموجودة في الملحق نلاحظ تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر.

6- من خلال الجداول الخاصة بتقدير معالم توزيع(NCT RP) الموجودة في الملحق نلاحظ افضلية الانموذج الثالث من بين النماذج الأخرى في تقدير المعالم الافتراضية حيث كانت المقدرات مقارنة للقيم الافتراضية الخاصة بالانموذج الثالث وكذلك يمتلك اقل قيم من متوسط مربعات الخطأ (MSE).

#### جدول (3-4)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا التكالمي MSE لطرائق التقدير و انظمة قيم المعالم الافتراضية وأحجام العينات كافة

Models	N	MLE	PER	C.V.M
(1)	30	2	1	3
	50	2	1	3
	100	2	3	1
	150	2	1	3
(2)	30	2	3	1
	50	1	3	2
	100	1	2	3
	150	1	3	2
(3)	30	1	2	3
	50	1	2	3
	100	2	3	1
	150	1	2	3
(4)	30	3	1	2
	50	1	3	2
	100	1	2	2

	150	1	3	2
(5)	30	3	1	2
	50	1	2	3
	100	2	1	3
	150	1	3	2
(6)	30	2	2	3
	50	1	2	3
	100	1	3	2
	150	1	2	2
(7)	30	1	2	3
	50	1	2	3
	100	1	2	3
	150	1	3	2
	$\sum Ranks$	40	60	67
	Rank of methods	1	2	3

جدول (3-5)

يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير و انظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة

n	Sum of Ranks	MLE	PER	C.V.M
30	$\sum Ranks$	14	12	17
	Overall Ranks	2	1	3
50	$\sum Ranks$	8	15	19
	Overall Ranks	1	2	3
100	$\sum Ranks$	10	16	15
	Overall Ranks	1	3	2
150	$\sum Ranks$	8	17	16
	Overall Ranks	1	3	2

يتضح من الجداول أنفاً ومن خلال قيم الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ التكاملي بالنسبة لدالة البقاء أفضل طريقة الامكان الاعظم وهذا ما يتوافق مع ما جاء في مقارنة طرائق التقدير بالنسبة لمعاملات التوزيع وكما جاء في الجدول (3-3) أنفاً مع ملاحظة تقارب طريقة المقدرات التجزئية حيث جاءت في الترتيب الثاني ثم طريقة كريمر فون مايسر توالياً.

### 3-3 القسم الثاني: الجانب التطبيقي Practical part

**1-3-3 تمهيد**

في هذا القسم سيتم تطبيق التوزيع المقترح haveCubic Transformation Rayleigh Pareto Distribution عمليا على بيانات حقيقية لغرض التحقق من كفاءته في تمثيل البيانات فضلا عن حساب مقدرات دالة البقاء للبيانات الحقيقية باستعمال طريقة الامكان الاعظم التي تم التوصل الي افضليتها من بين الطرائق المستعملة في الدراسة بالاعتماد على نتائج تجربة المحكاة التي بينت ان مقدرات الامكان الاعظم هي الاكثر دقة في حساب مقدرات دالة لبقاء للتوزيع المقترح ، وتم حساب جميع النتائج الخاصة بهذا القسم بواسطة برنامج كتب الماثمكا .

**2-3-3 نبذة عن سرطان القولون [43] [8]**

سرطان القولون هو نوع من أمراض السرطان التي تصيب القولون، فالقولون هو الجزء الأخير من الأمعاء الغليظة من الجهاز الهضمي.

سرطان القولون هو سرطان يحدث في 15 سنتمترًا الأخيرة من القولون التي تلتقي مع جزء من منطقة المستقيم وهذان النوعان من السرطان يدعيان معًا سرطان القولون والمستقيم أو السرطان القولوني المستقيمي.

في أغلب الحالات يبدأ سرطان القولون ككتلة صغيرة من الخلايا غير السرطانية تدعى باسم داء السلائل (Adenomatous polyp)، بعد فترة من الزمن تتحول السلائل التي تكونت إلى كتل سرطانية متواجدة في القولون.

قد تكون هذه السلائل صغيرة ومصحوبة بعدد قليل جدًا من الأعراض إن وُجدت أصلًا، وفحوصات المسح التصويرية التي يتم إجراؤها بشكل منتظم يمكن أن تمنع نشوء وتطور سرطان القولون بواسطة الكشف المبكر عن السلائل قبل أن تتحول إلى أورام سرطانية.

**3-3-3 اسباب الاصابة بالمرض (Causes of the Disease) [43] [8]**

تكون سرطان القولون بشكل عام عندما يحصل تغيير ما في مجموعة من الخلايا السليمة، فالخلايا السليمة تنمو وتنقسم بصورة منتظمة ومنسقة بهدف منح الجسم إمكانية العمل وأداء مهامه بصورة طبيعية وسليمة.

لكن عملية نمو الخلايا وانقسامها تخرج عن نطاق السيطرة في بعض الأحيان فقد تواصل الخلايا بالانقسام والتكاثر حتى بدون أن تكون هنالك حاجة لمثل هذا العدد الهائل من الخلايا.

هذه الزيادة المفرطة في عدد الخلايا في منطقة القولون والمستقيم يمكن أن يرافقها إنتاج خلايا قبل السرطانية (Precancerous) في داخل غلاف القولون الداخلي، وخلال فترة زمنية طويلة جداً قد تصل إلى عدة سنين يمكن أن تتحول بعض هذه الخلايا قبل السرطانية إلى خلايا سرطانية.

في مراحل متقدمة من مرض سرطان القولون يمكن للسرطان أن يخترق جدار القولون وأن يتفشى إلى الغدد اللمفاوية القريبة أو إلى أعضاء داخلية أخرى كما هو الحال في جميع أنواع السرطان، لا يزال السبب الحقيقي الدقيق لتكوّن سرطان القولون غير معروف حتى الآن.

### 3-3-4 أعراض المرض (Symptoms of the Disease) [43] [8]

معظم الأشخاص الذين يصابون بمرض سرطان القولون لا تظهر لديهم أية أعراض في المراحل المبكرة من المرض، وحين تبدأ أعراض سرطان القولون بالظهور فإنها تختلف من حالة إلى أخرى وتكون مرتبطة بحجم الورم السرطاني وموقعه في داخل القولون قد تشمل أعراض سرطان القولون والعلامات الأولية ما يأتي:

- ❖ تغييرات في نشاط الأمعاء الطبيعي والاعتيادي، والتي تتجلى في الإسهال أو الإمساك أو تغييرات في منظر البراز ووتيرة التبرز، تستمر لفترة تزيد عن أسبوعين.
- ❖ نزف من فتحة الشرج أو ظهور دم في البراز.
- ❖ ضيق في منطقة البطن، يتجلى في مغص وانتفاخات غازية وأوجاع.
- ❖ تبرز مصحوب بأوجاع في البطن.
- ❖ شعور بأن التبرز لم يفرغ ما في الأمعاء تمامًا.
- ❖ التعب أو الضعف.
- ❖ هبوط غير مبرر في الوزن.
- ❖ وجود دم في البراز يمكن أن يشير إلى وجود ورم سرطاني، لكنه يمكن أن يشير أيضًا إلى مجموعة متنوعة من المشكلات الصحية الأخرى، إذا كان لون الدم أحمر شاحبًا يمكن رؤيته على ورق التواليت فالأرجح أن مصدره هو البواسير أو ربما شقّ شرجيّ.

### 3-3-5 تشخيص المرض (Diagnosis of the disease) [43] [8]

1. اختبار الدم الخفي في البراز (Occult blood test)



- هذا الاختبار يفحص عينة من البراز وذلك بهدف تشخيص الإصابة.
2. اختبار الحمض النووي الريبوزي المنزوع الأكسجين ( - Deoxyribonucleic acid DNA) يتم هذا الفحص من خلال عينة براز، حيث يشمل تحليل عدة أحماض نووية مصدرها خلايا أفرزتها السلائل ما قبل السرطانية إلى البراز.
3. التنظير السيني (Sigmoidoscopy) هو فحص للمناطق الداخلية من القولون، في هذا الاختبار يستخدم الطبيب أنبوب ضوء مرئياً لمعاينة القولون من الداخل لمسافة تصل إلى نحو 60 سنتيمتر في داخل القولون.
4. حقنة الباريوم (Barium enema) هذا الاختبار يتيح للطبيب فحص القولون بمساعدة الأشعة السينية والباريوم الذي يتم إدخاله إلى القولون بواسطة حقنة شرجية.
5. تنظير القولون (Colonoscopy) هذا الفحص مشابه إلى حد كبير لفحص التنظير السيني، لكن الأداة المستعملة في تنظير القولون هي خرطوم طويل وضيق ومرن مربوط بكاميرا فيديو وشاشة تتيح للطبيب معاينة القولون والمستقيم على طولهما، وبذلك الكشف عن سرطان القولون.
6. تنظير القولون الافتراضي (Virtual colonoscopy) وهو تنظير يتم بواسطة جهاز التصوير المقطعي المحوسب، على الرغم من أن هذا الفحص غير متاح في جميع المراكز الطبية إلا إنه يشكل خياراً مهماً آخر للمسح والتصوير
- هذا الفحص يستعمل جهاز التصوير المقطعي المحوسب لإنتاج لوحات تصويرية للقولون بدلاً عن استعمال المعدات التي يتم إدخالها في الأمعاء من خلال الفتحة الشرجية.
7. فحص بحقنة مزدوجة التباين (Double contrast enema) يتم إجراء هذا الفحص مرة كل 5 سنوات.

### **3-3-6 علاج المرض (Disease Treatment)**

تعلق نوع علاج سرطان القولون الذي يمكن أن يوصي به الطبيب المعالج إلى حد كبير بالمرحلة التي وصل إليها السرطان.

أنواع العلاج الرئيسية الثلاثة هي:

- ❖ المعالجة الجراحية.
- ❖ المعالجة الكيميائية.
- ❖ المعالجة الإشعاعية.

▪ تعد الجراحة لاستئصال القولون الحل الرئيس لمعالجة مرض سرطان القولون، أما بالنسبة إلى حجم الجزء الذي سيتم استئصاله من القولون خلال العملية الجراحية، أو عما إذا كانت هناك أنواع علاجية إضافية أخرى كالمعالجة الإشعاعية أو الكيميائية التي تشكل حلاً مناسباً للمريض فهي تتعلق بعوامل عدة، أهمها: مكان الورم السرطاني، والعمق الذي اخترقه السرطان في جدار القولون، وما إذا كان السرطان قد انتقل إلى الغدد اللمفاوية أو أعضاء داخلية أخرى في الجسم.

### إجراءات جراحية

❖ إذا كان السرطان قد وصل إلى مرحلة متقدمة جداً أو إذا كان الوضع الصحي العام ضعيفاً ومتردياً فإن الحل الأنسب قد يكون ربما جراحة لفتح الانسداد في القولون، مما يخفف من الأعراض التي تسبب الضيق والمعاناة، يتم إجراء العملية بالخطوات الآتية:

يقوم الجراح بإزالة جزء القولون الذي يحتوي على الورم السرطاني مع حواف إضافية من الأنسجة السليمة المحيطة به من جميع الجهات، وذلك من أجل ضمان إزالة الورم السرطاني كله تمامًا.

تتم إزالة الغدد اللمفاوية الموجودة بجوار الأمعاء الغليظة وذلك بهدف معاينتها وفحصها للتأكد من عدم وجود خلايا سرطانية فيها، ويستطيع الطبيب الجراح عادةً إعادة توصيل الجزء السليم المتبقي من القولون مع المستقيم.

إذا لم يكن ذلك ممكناً فقد تكون هنالك حاجة إلى فُغرة مؤقتة أو دائمة، يتم فتح فغرة في جدار القولون ويوصل إليها كيس خاص يتم إفراز فضلات وإفرازات الأمعاء إليه، وقد تكون هذه الفغرة مؤقتة أحياناً وذلك لمساعدة الأمعاء والمستقيم على التعافي والشفاء بعد العملية الجراحية، ومع ذلك قد تكون هنالك حاجة في أحيانٍ أخرى إلى إبقاء الفغرة مفتوحة بشكل دائم.

### 4-3 البيانات الحقيقية

لقد تم جمع البيانات المتعلقة بالدراسة لعدد من المصابين بسرطان القولون من سجلات دائرة مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة والبالغ عددها (108) مشاهدة تمثل أوقات بقاء المرضى بالأسابيع تحت المراقبة والعلاج لحين الوفاء وتم تبويب البيانات للأشخاص المصابين لغرض الحصول على أوقات الحياة (Survival Time) وذلك بطرح تاريخ الإصابة المرض من تاريخ الوفاة وكما يلي :

جدول (6-3) البيانات التطبيقية

No	$x_i$	No.	$x_i$	No.	$x_i$	No.	$x_i$	No.	$x_i$
1	0.1	26	3.5	51	4.8	76	6	101	7.7
2	0.4	27	3.5	52	4.9	77	6	102	7.8
3	0.6	28	3.6	53	4.9	78	6	103	7.8
4	1.5	29	3.7	54	4.9	79	6.1	104	7.8
5	1.6	30	3.8	55	5.1	80	6.1	105	7.9
6	1.7	31	3.8	56	5.4	81	6.1	106	8
7	1.7	32	3.9	57	5.4	82	6.2	107	8
8	1.8	33	4	58	5.5	83	6.3	108	8
9	1.9	34	4	59	5.5	84	6.3		
10	2.2	35	4.1	60	5.5	85	6.3		
11	2.6	36	4.1	61	5.5	86	6.4		
12	2.7	37	4.2	62	5.6	87	6.4		
13	2.7	38	4.2	63	5.7	88	6.6		
14	2.8	39	4.3	64	5.7	89	6.6		
15	2.8	40	4.3	65	5.7	90	6.7		
16	2.9	41	4.3	66	5.8	91	7.8		
17	2.9	42	4.4	67	5.8	92	7.9		
18	3	43	4.5	68	5.8	93	7.1		
19	3	44	4.5	69	5.9	94	7.1		
20	3.1	45	4.6	70	5.9	95	7.1		
21	3.2	46	4.6	71	5.9	96	7.2		
22	3.2	47	4.7	72	5.9	97	7.2		
23	3.3	48	4.7	73	5.9	98	7.3		
24	3.4	49	4.7	74	6	99	7.3		
25	3.4	50	4.8	75	6	100	7.4		

والجدول الاتي يبين ابرز احصاءات عينة البيانات الحقيقية:

جدول (7-3)

يبين ابرز احصاءات العينة للبيانات الحقيقية

Min	0.1
Mean	4.93333
Variance	3.517384
Skewness	0.34764922
Kurtosis	2.5359
Median	5.2945
Standard Deviation	1.8754
Max	8

### 5-3 ملانمة البيانات

عن طريق استعمال اختبار كاي سكوير لمعرفة ما اذا كانت البيانات

$H_0$ : The data have Cubic Transformation Rayleigh Pareto Distribution.

$H_1$ : The data do not have Cubic Transformation Rayleigh Pareto Distribution

جدول (7-3) نتائج اختبار ملانمة البيانات

Distribution	$\chi^2_c$	Sig,	Decision
Cubic Transformation Rayleigh Pareto Distribution	3.69	0.66153	Not Reject $H_0$

نلاحظ من جدول (7-3) ان احصاء الاختبار  $\chi^2_c$  اكبر من 0.66153 عند مستوى معنوي 0.05 اي ان لا نرفض الفرضية الصفرية اي ان البيانات تتبع التوزيع رايلي باريتو المحول (التكعيبي) (Cubic Transformation Rayleigh Pareto Distribution).

### 6-3 المفاضلة بين التوزيع المقترح وباقي التوزيعات

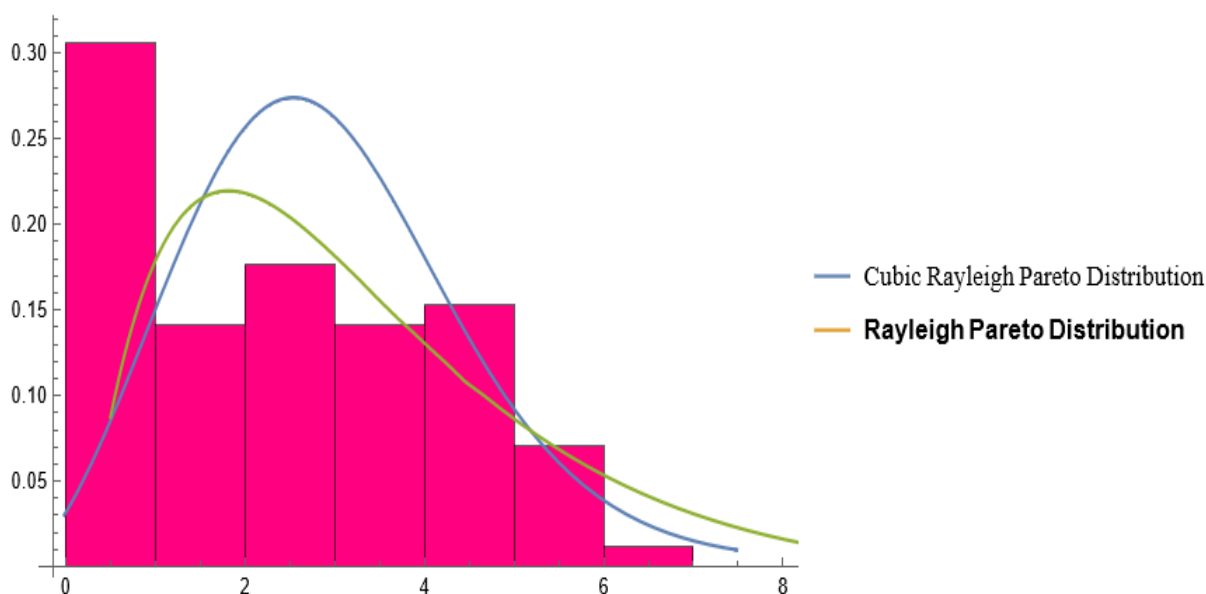
سيتم استعمال معايير المقارنة بين التوزيعات وهي (BAC , AIC , AICc) للمقارنة بين التوزيع المقترح والتوزيع الاساس .

جدول (9-3) نتائج اختبارات المقارنة والدقة المطبقة على البيانات الحقيقية

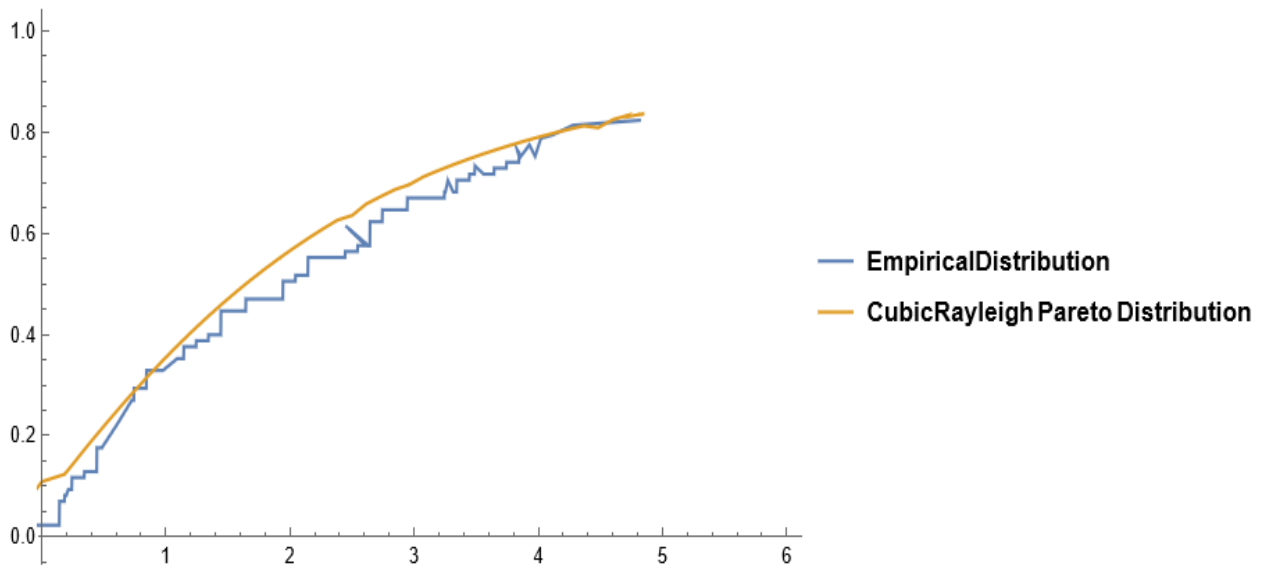
dist	Parameter estimation				AIC	AICc	BIC
	$\theta$	$\alpha$	$\gamma_1$	$\gamma_2$			
CTRP	3.7364	1.6251	0.46326	0.35135	388.662	389.483	388.79588
RP	2.3	1.1	-	-	673.022	673.136	673.088

نلاحظ من الجدول أعلاه بان توزيع (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) يمتلك اقل قيمة بالنسبة لمعايير الاختبار الثلاث وبذلك يعد توزيع (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) الأفضل في تمثيل البيانات الحقيقية للاشخاص المصابين بسرطان القولون .

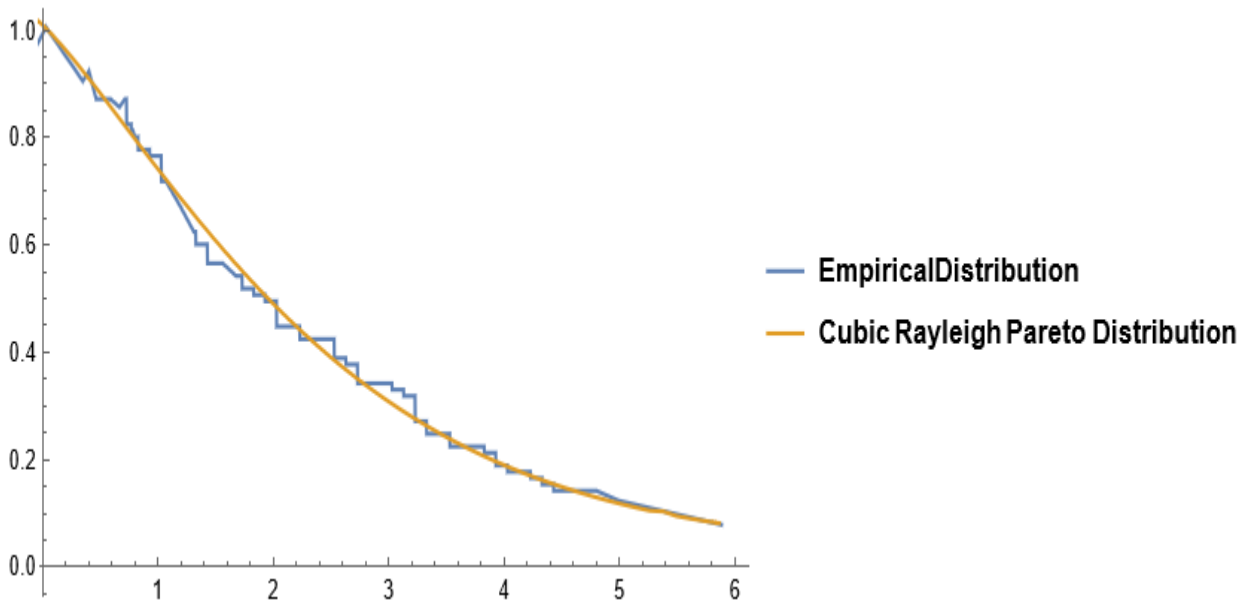
والشكل الآتي يبين مدى ملائمة توزيع NCTRP مقارنة بالتوزيع الاساس .



شكل (1-3) دالة pdf لتوزيع NCTRP مقارنة بالتوزيع الاساس بالنسبة للبيانات الحقيقية



شكل (2-3) دالة  $cdf$  لتوزيع NCTRP مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية



شكل (3-3) شكل دالة البقاء لتوزيع NCTRP مقارنة بالتوزيع التجريبي بالنسبة للبيانات الحقيقية

### 7-3 تحليل البيانات الحقيقية

وبعد تحليل البيانات تم استخراج قيم كلا من دالة البقاء على قيد الحياة و دالة الكثافة التجميعية ودالة المخاطرة الفشل وتم ادراج النتائج في الجدول الآتي:

جدول (10-3)

يوضح مقدرات دالة البقاء وال دالة الكثافة التجميعية ودالة البقاء للبيانات الحقيقية

i	xi	sx	Cdf
1	0.1	0.999927	0.001726
2	0.4	0.997208	0.002792
3	0.6	0.991902	0.008098
4	1.5	0.913542	0.086458
5	1.6	0.898444	0.101556
6	1.7	0.882043	0.117957
7	1.7	0.882043	0.117957
8	1.8	0.864368	0.135632
9	1.9	0.845459	0.154541
10	2.2	0.781911	0.218089
11	2.6	0.684289	0.315711
12	2.7	0.658247	0.341753
13	2.7	0.658247	0.341753
14	2.8	0.631776	0.368224
15	2.8	0.631776	0.368224
16	2.9	0.604996	0.395004
17	2.9	0.604996	0.395004
18	3	0.578026	0.421974
19	3	0.578026	0.421974
20	3.1	0.550988	0.449012
21	3.2	0.524	0.476
22	3.2	0.524	0.476
23	3.3	0.497176	0.502824
24	3.4	0.470627	0.529373
25	3.4	0.470627	0.529373
26	3.5	0.444459	0.555541
27	3.5	0.444459	0.555541
28	3.6	0.41877	0.58123
29	3.7	0.393651	0.606349
30	3.8	0.369185	0.630815
31	3.8	0.369185	0.630815
32	3.9	0.345445	0.654555
33	4	0.322496	0.677504
34	4	0.322496	0.677504
35	4.1	0.300393	0.699607
36	4.1	0.300393	0.699607

37	4.2	0.27918	0.72082
38	4.2	0.27918	0.72082
39	4.3	0.258893	0.741107
40	4.3	0.258893	0.741107
41	4.3	0.258893	0.741107
42	4.4	0.239558	0.760442
43	4.5	0.22119	0.77881
44	4.5	0.22119	0.77881
45	4.6	0.203799	0.796201
46	4.6	0.203799	0.796201
47	4.7	0.187384	0.812616
48	4.7	0.187384	0.812616
49	4.7	0.187384	0.812616
50	4.8	0.171938	0.828062
51	4.8	0.171938	0.828062
52	4.9	0.157447	0.842553
53	4.9	0.157447	0.842553
54	4.9	0.157447	0.842553
55	5.1	0.131245	0.868755
56	5.4	0.098456	0.901544
57	5.4	0.098456	0.901544
58	5.5	0.089124	0.910876
59	5.5	0.089124	0.910876
60	5.5	0.089124	0.910876
61	5.5	0.089124	0.910876
62	5.6	0.080528	0.919472
63	5.7	0.072626	0.927374
64	5.7	0.072626	0.927374
65	5.7	0.072626	0.927374
66	5.8	0.065379	0.934621
67	5.8	0.065379	0.934621
68	5.8	0.065379	0.934621
69	5.9	0.058747	0.941253
70	5.9	0.058747	0.941253
71	5.9	0.058747	0.941253
72	5.9	0.058747	0.941253
73	5.9	0.058747	0.941253
74	6	0.052689	0.947311
75	6	0.052689	0.947311
76	6	0.052689	0.947311
77	6	0.052689	0.947311
78	6.1	0.047168	0.952832
79	6.1	0.047168	0.952832
80	6.1	0.047168	0.952832
81	6.2	0.042146	0.957854
82	6.3	0.037586	0.962414



83	6.3	0.037586	0.962414
84	6.3	0.037586	0.962414
85	6.4	0.033454	0.966546
86	6.4	0.033454	0.966546
87	6.6	0.026345	0.973655
88	6.6	0.026345	0.973655
89	6.7	0.023307	0.976693
90	7.8	0.005199	0.994801
91	7.9	0.004467	0.995533
92	7.1	0.013969	0.986031
93	7.1	0.013969	0.986031
94	7.1	0.013969	0.986031
95	7.2	0.012221	0.987779
96	7.2	0.012221	0.987779
97	7.3	0.010666	0.989334
98	7.3	0.010666	0.989334
99	7.4	0.009286	0.990714
100	7.4	0.009286	0.990714
101	7.7	0.006034	0.993966
102	7.8	0.005199	0.994801
103	7.8	0.005199	0.994801
104	7.8	0.005199	0.994801
105	7.9	0.004467	0.995533
106	8	0.003827	0.996173
107	8	0.003827	0.996173
108	8	0.003827	0.996173
sum	534.2	27.835	80.1667
mean	4.946296	0.2577	0.74228

الجدول (9-3) ما يأتي:

1- إن العلاقة بين دالة البقاء  $S(t)$  والزمن علاقة عكسية أي كلما زاد الزمن قلت قيمة دالة البقاء وهذا ما نلاحظه بصورة واضحة في العمود الثالث الذي يمثل دالة البقاء  $S(t)$ ، إن هذا السلوك يطابق سلوك دالة البقاء  $S(t)$  كونها متناقصة مع الزمن، وإن متوسط قيمتها يبلغ (0.2577) أي أي نسبة بقاء المريض المصاب بسرطان القولون على قيد الحياة هو 26% تقريبا

2- إن قيم دالة الكثافة التجميعية (CDF) للفشل تكون متزايدة مع الزمن أي إن العلاقة بينهما تكون طردية هذا ما نلاحظه في العمود الرابع  $F(t)$ ، وإن متوسط قيمتها يبلغ (0.74228) أي بنسبة (74%) تقريبا.

- 3- إن مجموع متوسط قيمة دالة البقاء و دالة الكثافة التجميعية مساويا للواحد اي انهما مكمل أحدهما للأخر.
- 4- ان متوسط الوقت للوفاة يبلغ (4.946296) أي أن متوسط وقت وفاة المصاب بسرطان القولون يبلغ (3.5) اسبوعا تقريبا.
- 5- بالأماكن الحصول على احتمال البقاء للمصاب بسرطان القولون عن طريق استعمال دالة البقاء لغرض التنبؤ بأحتمال وفاة المصاب بعد مده محددة من الزمن على سبيل المثال احتمال البقاء المصاب بعد (43) يوم  $p(t>6.1) = 0.042146$  وكذلك بالنسبة للفترات الزمنية الأخرى .
- 6- نلاحظ من الجدول (3-9) ان احتمال بقاء الشخص على قيد الحياة لطريقة الامكان الاعظم في كان ما يقارب 99% ولكن بمرور الوقت فأن عدد الذين فارقوا الحياة قد ازداد ومن ثم فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من 3% عندما حصلت الوفاة رقم (108) وهذا يدل على ان دالة البقاء تتناسب عكسيا مع الزمن ."

الفصل الرابع

الاستنتاجات

والتوصيات

**1-4 الاستنتاجات (Conclusions)**

- ❖ اظهر الجانب التجريبي وبالاعتماد على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE):
- ❖ ان طريقة الامكان الاعظم (MLE) قد حققت المرتبة الاولى في الافضلية عند حساب مقدرات معلمات ودالة لبقاء لتوزيع (Cubic Transformation) Rayleigh Pareto عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة.
- ❖ ان طريقة المقدرات التجزئية (PER) قد حققت المرتبة الثالثة في حساب مقدرات المعلمات ودالة البقاء لتوزيع (Cubic Transformation Rayleigh) Pareto عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة.
- ❖ ان طريقة كيرمر فون مايسز (C.V.M) تعد ثاني أكفاً طريقة في تقدير دالة البقاء لتوزيع (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) ولحجوم العينات الصغيرة والكبيرة واحتلت المرتبة الثانية من حيث الافضلية من حيث الافضلية.
- ❖ ان قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE) لتقدير دالة البقاء تتناقص بزيادة حجم العينة ولجميع طرائق التقدير وهذا ما ينسجم مع النظرية الإحصائية.
- ❖ من نتائج التطبيق العملي وعن طريق اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit) وجد أن التوزيع الاحتمالي المقترح (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) يمثل ويصف البيانات الحقيقية افضل من توزيع (Rayleigh Pareto) وهذا يعكس أهمية التوزيع الاحتمالي المقترح مقارنة بالتوزيع الاحتمالي الاصلي.

**2-4 التوصيات:**

- ❖ بالاعتماد على إجراءات الدراسة واستنتاجاتها يوصي الباحثة بالاتي:
- ❖ استعمال طريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع (Cubic Transformation) Rayleigh Pareto عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة وطريقة المقدرات التجزئية عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة .
- ❖ اجراء تقديرات لدالة البقاء باستعمال عينات خاضعة للرقابة من النوع الاول والثاني للأشخاص المصابين بسرطان القولون .
- ❖ الاهتمام بالحصول على البيانات مرض سرطان القولون في جميع محافظات العراق لحساب دالة البقاء ودالة المخاطرة.

- ❖ يعد مرض سرطان القولون من الامراض الخطيرة فلا بد من إقامة دورات توعية ومختبرات خاصة للكشف عن المرض والوقاية من انتشاره.
- ❖ نوصي الباحث بأنشاء برنامج إرشادي لتخفيض مستوى قلق الموت لدى الفئات العمرية الأكثر أحتمال الإصابة بمرض سرطان القولون .
- ❖ بإمكان الجهات ذات العلاقة ان تاخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة للاستفادة منها في مجال البقاء اومجالات اخرى.
- ❖ تطبيق التوزيع المقترح في دراسات تتعلق بتقدير المعولية والتطبيقات الطبية والصناعية وغيرها.
- ❖ اجراء الدراسات والبحوث المستقبلية التي تهدف الى تقدير دالة البقاء لتوزيع ( Cubic Transformation Rayleigh Pareto) في حالة وجود بيانات خاضعة للرقابة.
- ❖ استعمال طرائق تقدير اخرى كالطرائق البيزية والطرائق اللامعلمية لتقدير معالم ودالة البقاء لتوزيع (Cubic Transformation Rayleigh Pareto) ومقارنتها بالطرائق التي اعتمدت في هذه الدراسة.
- ❖ التوسع في استعمال نظرية التوزيعات المركبة للحصول على توزيعات مركبة جديدة وذلك لمرونتها العالية في تمثيل ووصف البيانات المعقدة .

# المصادر

## المصادر

- القرآن الكريم

### المصادر العربية:

- 1- العبادي، كرم ناصر و الخالدي، عواد كاظم ، (2022)، "تقدير دالة البقاء للأشخاص المصابين بمرض كورونا في محافظة كربلاء بواسطة نموذج احتمالي مقترح (Frecht-Gamma)", بحث منشور – مجلة جامعة وارث الانبياء، ص 1-18.
- 2- زينب فالح حمزه ، (2015)، " تقدير معلمات و دالة المعولية لتوزيع فريجت باستعمال مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
- 3- سلمان ، محمد صادق ، (2020)، "بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوة الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية"، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء – كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء بحث.
- 4- صادق الباقر ، زينب محمد باقر ، (2017)، "تقديرات دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء-كلية الادارة والاقتصاد، جامعة كربلاء، ص10.
- 5- صالح ، احمد علوان، (2016)، "طرائق تقدير دالة المخاطرة لتوزيع مقارنة مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير ، قسم الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
- 6- عباس لفته كنيهر & آيات حبيب عبدالحسين. (2023). Rayleigh-Pareto distribution, properties and estimation. Al Kut Journal of Economics and Administrative Sciences, 15(49).
- 7- غفران غازي، (2022) " تقدير دالة البقاء لتوزيع رايلي باريتو المحول باستعمال الصيغة الاسية المحولة مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد –جامعة كربلاء.
- 8- مراد بشير درويش الرن. (2017). (تحليل البقاء على قيد الحياة لحالات سرطان القولون والمستقيم المسجلة في قطاع غزة. (Doctoral dissertation, AL-Quds University) ز
- 9- منتظر جمعه، (2021) " أستعمال قاعدة Transmuted Lower Record Typ في بناء توزيع احتمالي مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد –جامعة كربلاء.

## المصادر الأجنبية:

10. Afify, A. Z., Yousof, H. M., Butt, N. S., & Hamedani, G. G. (2016). The transmuted Weibull-pareto distribution. *Pakistan Journal of Statistics*.
11. Ahsan-ul-Haq, M., Aldahlan, M. A., Zafar, J., Gómez, H. W., Afify, A. Z., & Mahran, H. A. (2023).
12. Akter, S., Khan, M. A. I., Rana, M. S., & Rahman, M. M. (2020). Cubic Transmuted Burr-XII Distribution with Properties and Applications.
13. AL-Kadim, K. A., & Mohammed, M. H. (2017). The cubic transmuted Weibull distribution. *Journal of University of Babylon*, 3, 862-876.
14. Arnold, B. C., Balakrishnan, N., & Nagaraja, H. N. (2008). *A first course in order statistics*. Society for Industrial and Applied Mathematics. distributions: beyond Gram-Charlier expansions and a skew-kurtotic-normal distribution from a rank transmutation map. Arxiv preprint arxiv:0901.0434.
15. Chadli, A., & Kermoune, S. (2021). Reliability estimation in a rayleigh pareto model with progressively type-ii right censored data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 729-743.
16. Fatima, A., & Roohi, A. (2015). Pak. J. Statist. 2015 Vol. 32 (1), 63-80 TRANSMUTED EXPONENTIATED PARETO-I DISTRIBUTION. Pak. J. Statist, 32(1), 63-80.
17. Granzotto, D. C. T., Louzada, F., & Balakrishnan, N. (2017). Cubic rank transmuted distributions: inferential



issues and applications. *Journal of statistical Computation and Simulation*, 87(14), 2760-2778.

18. Granzotto, D. C. T., Louzada, F., & Balakrishnan, N. (2017). Cubic rank transmuted distributions: inferential issues and applications

18. Haddad, E. S. M., & Batah, F. S. M. (2021). Methods For Estimating  $R_{(S, K)}$  Based On Rayleigh-Pareto Distribution. *Journal of Al-Qadisiyah for computer science and mathematics*, 13(1), Page-103.

19. Haddad, E. S., & Batah, F. S. (2021, June). On Estimating a Series and Parallel Reliability in Case the Rayleigh-Pareto Distribution in Stress-Strength Model. In 2021 International Conference on Communication & Information Technology (ICICT) (pp. 250-255). IEEE.

20. Hogben, D., Pinkham, R. S., & Wilk, M. B. (1961). The moments of the non-central t-distribution. *Biometrika*, 48(3/4), 465-468.

21. Jyothi, P. (2019). Reliability Computation of System Reliability for the New Rayleigh Pareto Distribution. *International Journal of Science and Research (IJSR)*, 8(1), 2053-2055.

23. Khalaf, R. Z., & Al-Kadim, K. A. (2020, July). Truncated Rayleigh Pareto Distribution. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1591, No. 1, p. 012106). IOP Publishing.

24. Lawless, J. F. (2011). *Statistical models and methods for lifetime data* (Vol. 362). John Wiley & Sons.

25. Louit, D. M., Pascual, R., & Jardine, A. K. (2009). A practical procedure for the selection of time-to-failure models based on the assessment of trends in maintenance data. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(10), 1618-1628.

26. Maurya, R. K., Tripathi, Y. M., & Rastogi, M. K. (2017). Transmuted Burr XII Distribution. *Journal of the Indian Society for Probability and Statistics*, 18(2), 177-193.
27. Ogunde, A. A., & Chukwu, A. U. (2020). The characterization of the cubic rank inverse Weibull distribution. *Asian Research Journal of Mathematics*, 20-33.
28. Ogunde, A. A., & Chukwu, A. U. (2020). The characterization of the cubic rank inverse Weibull distribution. *Asian Research Journal of Mathematics*, 20-33.
29. Rahman, M. M., Al-Zahrani, B., & Shahbaz, M. Q. (2018). A general transmuted family of distributions. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 451-469.
30. Rahman, M. M., Al-Zahrani, B., Shahbaz, S. H., & Shahbaz, M. Q. (2019). Cubic Transmuted Uniform Distribution: An Alternative to Beta and Kumaraswamy Distributions. *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, 12(3), 1106-1121.
31. Reiss, R. D. (2012). *Approximate distributions of order statistics: with applications to nonparametric st.*
32. Reliability estimation in a rayleigh pareto model with progressively type-ii right censored data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 729-743.
33. Sakthivel, K. M., Rajitha, C. S., & Dhivakar, K. (2020, October). Two parameter cubic rank transmutation of

- Lindley distribution. In AIP Conference Proceedings (Vol. 2261, No. 1, p. 030086). AIP Publishing LLC.
34. 2261, No. 1, p. 030086). AIP Publishing LLC.
35. Saraçoğlu, B., & Tanış, C. (2018). A new statistical distribution: cubic rank transmuted Kumaraswamy distribution and its properties. Journal of the National Science Foundation of Sri Lanka, 46(4), 505-18.
36. Shaw, W. T., & Buckley, I. R. (2009). The alchemy of probability distributions: beyond Gram-Charlier expansions, and a skew-kurtotic-normal distribution from a rank transmutation map. Arxiv preprint arxiv:0901.0434.
37. Urama, K. U., Onyeagu, S. I., & Eze, F. C. (2021). The Transmuted Kumaraswamy Pareto Distribution. Earthline Journal of Mathematical Sciences, 6(2), 325-358.
38. Shaw, W. T., & Buckley, I. R. (2009). The alchemy of probability.
39. <https://www.mayoclinic.org/ar/diseases-conditions/colon-cancer/symptoms-causes/syc-20353669>



# الملاحق

جدول (1)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الاول (  $\alpha=2.3, \theta=1.5, \lambda_1=1, \lambda_2=-0.6$  )

n	Est.par.	MLE	CVM	PER
30	$\hat{\alpha}$	2.294105455	2.392380679	2.499559593
	MSE	0.046864536	0.081032864	0.051564517
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	1.41955341	1.519817469	1.719143318
	MSE	0.02379841	0.020982531	0.027262321
	Rank	2	1	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.911450085	0.511100049	0.811931848
	MSE	0.021450085	0.021541549	0.021031848
	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}_2$	-0.619046381	-0.519472419	-0.518386668
	MSE	0.021753619	0.021327581	0.022413332
	Rank	2	1	3
	$\sum$ Rank	7 <sup>[1]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	9 <sup>[3]</sup>
50	$\hat{\alpha}$	2.356071437	2.336695078	2.587458802
	MSE	0.035976347	0.073849508	0.04292588
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	1.379951746	1.507979135	1.409981392
	MSE	0.02291365	0.019420865	0.017418608
	Rank	3	2	1
$\hat{\gamma}_1$	0.710889796	0.602852075	0.800324657	

	MSE	0.010889796	0.011202075	0.019324657
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_2$	-0.692481838	-0.706640101	-0.509869809
	MSE	0.011021816	0.011459899	0.010530191
	Rank	1	3	2
	$\sum$ Rank	6 <sup>[1]</sup>	10 <sup>[3]</sup>	8 <sup>[2]</sup>
	$\hat{\alpha}$	2.657564489	2.379918268	2.283237976
	MSE	0.010692856	0.012270546	0.012503798
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	1.370310342	1.510628597	1.510281084
	MSE	0.010210342	0.011317301	0.010398608
100	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.370594062	0.599428947	0.899951447
	MSE	0.010094062	0.010371053	0.010448553
	Rank	1	2	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.654749112	-0.51091434	-0.710350137
	MSE	0.010214911	0.01054434	0.0105570137
	Rank	1	2	3
	$\sum$ Rank	4 <sup>[1]</sup>	9 <sup>[2]</sup>	10 <sup>[3]</sup>
150	$\hat{\alpha}$	0.761920332	0.520760708	0.620555338
	MSE	0.0010463551	0.0012171827	0.0012398068
	$\hat{\alpha}$	2.761920332	2.520760708	2.620555338
	MSE	0.0010463551	0.0012171827	0.0012398068
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	1.335661198	1.411317301	1.510722186
	MSE	0.006224533	0.001104659	0.0010322186
	Rank	3	2	1

$\hat{\gamma}_1$	0.749271965	0.99869153	0.999490669
MSE	0.0010107197	0.0010350847	0.0010319331
Rank	1	3	2
$\hat{\gamma}_2$	-0.637144792	-0.512004738	-0.511045206
MSE	0.0011469448	0.0015380474	0.0010315206
Rank	2	3	1
$\sum$ Rank	7 <sup>[1.5]</sup>	10 <sup>[3]</sup>	7 <sup>[1.5]</sup>

**جدول (2)**  
يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثاني ( $\alpha = 1.4, \theta=4, \lambda_1=0.9, \lambda_2=-1$ )

n	Est.par.	MLE	CVM	PER
30	$\hat{\alpha}$	1.4805948	1.7132695	1.4503498
	MSE	0.03054274	0.0313265	0.04517998
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	4.0384393	4.2392644	4.1392946
	MSE	0.02460748	0.02573935	0.02507667
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.7909473	0.8306202	0.5659321
	MSE	0.02900153	0.03117121	0.03967485
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.9242293	-0.8363679	-0.6545753
	MSE	0.03242293	0.04255885	0.0397663
	Rank	1	3	2
$\sum$ Rank	4 <sup>[1]</sup>	11 <sup>[3]</sup>	9 <sup>[2]</sup>	
50	$\hat{\alpha}$	1.9492545	1.2441041	1.5162319
	MSE	0.02073911	0.02610905	0.02679913
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	4.0305384	4.3752129	4.1483389
	MSE	0.02234844	0.02416633	0.02488009
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.1266234	0.7661452	0.6691389
	MSE	0.06414234	0.02506577	0.02183811
	Rank	3	2	1
	$\hat{\gamma}_2$	-0.8708373	-0.9688389	-0.9737563



	MSE	0.02248373	0.02686429	0.02737303	
	Rank	1	2	3	
	$\sum$ Rank	6 <sup>[1]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	10 <sup>[3]</sup>	
	$\hat{\alpha}$	1.67076444	1.393161731	1.59643864	
	MSE	0.01342583	0.022048822	0.01928746	
	Rank	1	3	2	
	$\hat{\theta}$	4.80808822	4.20810743	4.18264151	
	MSE	0.00595844	0.00721139	0.00634483	
100	Rank	1	3	2	
	$\hat{\gamma}_1$	0.93504437	0.73831957	0.55650745	
	MSE	0.0136109	0.0193793	0.02065066	
	Rank	1	2	3	
	$\hat{\gamma}_2$	-0.665905	-0.8229267	-0.793059	
	MSE	0.0215903	0.09240128	0.0230547	
	Rank	1	3	2	
	$\sum$ Rank	4 <sup>[1]</sup>	11 <sup>[3]</sup>	9 <sup>[2]</sup>	
	150	$\hat{\alpha}$	1.963224227547	1.3763243074	1.3442050421357
		MSE	0.002104722755	0.000761148706	0.00055794984
		Rank	1	3	2
$\hat{\theta}$		4.9427195908722	4.1942189524921	4.14847512852	
MSE		0.001926040919	0.00242295240	0.00484751201	
Rank		1	2	3	
$\hat{\gamma}_1$		0.7390719653617	0.988491529853	0.58929066912	
MSE		0.00149071965361	0.00750847014	0.00509330870	
Rank		1	3	2	
$\hat{\gamma}_2$		-0.617572678346	-0.7420341827	-0.743967984432	
MSE		0.00317572670505	0.0042088827646	0.0066967984320	
Rank		1	2	3	
$\sum$ Rank		4 <sup>[1]</sup>	10 <sup>[2.5]</sup>	10 <sup>[2.5]</sup>	

### جدول (3)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الثالث ( $\alpha=2, \theta=4.8, \lambda_1=0.7, \lambda_2=-1$ )

n	Est.par.	MLE	CVM	PER
	$\hat{\alpha}$	2.918064563	2.520888283	2.406073888
	MSE	0.220464733	0.372229797	0.222068002
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	4.714406726	4.489293048	4.471024534
	MSE	0.432393274	0.689293048	0.471024534

30	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.565810288	0.609523623	0.742403764
	MSE	0.0145810288	0.0309523623	0.0162403764
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.284673238	-0.159852761	-0.308867925
	MSE	0.184673238	0.359852761	0.208867925
	Rank	1	3	2
$\sum$ Rank	4 <sup>[1]</sup>	12 <sup>[3]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	
50	$\hat{\alpha}$	2.170027827	2.161036278	2.360015632
	MSE	0.0676044496	0.0455616287	0.0521079371
	Rank	3	1	2
	$\hat{\theta}$	4.835767908	4.917385589	4.145185717
	MSE	0.0511032092	0.0559414411	0.0661614283
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.437687325	0.996246224	0.915192061
	MSE	0.0137687325	0.0250553776	0.0131607939
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.481205321	-0.55565692	-0.790299033
	MSE	0.0481205321	0.052114308	0.0357200967
	Rank	1	3	2
	$\sum$ Rank	6 <sup>[1]</sup>	9 <sup>[2.5]</sup>	9 <sup>[2.5]</sup>
	$\hat{\alpha}$	1.997044947	1.959593642	2.169762798
	MSE	0.0167049828	0.0226725776	0.0218848362
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	3.916943023	4.537282532	4.451379488
	MSE	0.0230226977	0.0337282532	0.0151379488
100	Rank	2	3	1
	$\hat{\gamma}_1$	0.328631825	0.450365498	0.670117142
	MSE	0.0103631825	0.0196434502	0.010682858
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.528400374	-0.728385728	-0.794350391
	MSE	0.0123403736	0.0188414272	0.0152449609
	Rank	1	3	2
$\sum$ Rank	5 <sup>[1]</sup>	12 <sup>[2]</sup>	7 <sup>[3]</sup>	
150	$\hat{\alpha}$	2.771146924	2.418052243	1.86959375
	MSE	0.00124401429	0.00260791754	0.00145831637
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	4.916577493	4.496777814	4.381858454
	MSE	0.00429852507	0.00596777814	0.0081858454
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.626274555	0.740094829	0.57366852
	MSE	0.0016274555	0.00196705171	0.001313148
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.65657632	-0.803398217	-0.804748524
MSE	0.0014657632	0.00143401783	0.00137051476	

Rank	1	3	2
$\sum$ Rank	4 <sup>[1]</sup>	11 <sup>[3]</sup>	9 <sup>[2]</sup>

جدول (4)				
يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الرابع ( $\alpha=3, \theta=4.8, \lambda_1=1, \lambda_2=-0.6$ )				
n	Est.par.	MLE	CVM	PER
30	$\hat{\alpha}$	3.350431363	3.583106055	3.920186319
	MSE	0.0175263945	0.0183101505	0.0321636319
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	4.608275808	4.709100878	4.809131155
	MSE	0.0127230029	0.0115911325	0.0120603258
	Rank	2	1	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.80783819	0.990456735	0.735768661
	MSE	0.0159851819	0.026658498	0.0181548591
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.594065838	-0.706204381	-0.824411824-
	MSE	0.0367499481	0.0195425057	0.0194065838
	Rank	3	2	1
	$\sum$ Rank	7 <sup>[1]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	9 <sup>[3]</sup>
50	$\hat{\alpha}$	3.113940583	3.3860684	3.594021698
	MSE	0.0130927078	0.0137827816	0.0163321698
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	4.945049462	4.818175438	4.608135921
	MSE	0.0111499854	0.0118637458	0.0115559951
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.935981757	0.638975419	0.82408676
	MSE	0.0120494247	0.0158217638	0.016960635
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_2$	-0.838675414	-0.943592851	-0.856859093
	MSE	0.0138479417	0.0143566851	0.015685857
	Rank	1	2	3

	$\sum$ Rank	4 <sup>[1]</sup>	9 <sup>[2]</sup>	11 <sup>[3]</sup>
	$\hat{\alpha}$	3.431564796	3.234884505	3.319829544
	MSE	0.0090535007	0.0117733358	0.0134226317
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	4.546553625	4.721087037	4.856567693
	MSE	0.0100556159	0.0111887037	0.0114217693
100	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.6221641465	0.4294953976	0.6249605995
	MSE	0.0117826011	0.0124953976	0.0149605575
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_2$	-0.861372107	-0.831505255	-0.846118032
	MSE	0.0110852107	0.0131505254	0.0146118038
	Rank	1	2	3
	$\sum$ Rank	4 <sup>[1]</sup>	9 <sup>[2]</sup>	11 <sup>[3]</sup>
150	$\hat{\alpha}$	3.738170836	2.40605157	3.594298118
	MSE	0.0087961399	0.00117641513	0.00162509912
	Rank	3	1	2
	$\hat{\theta}$	4.856065481	4.510321657	4.904262697
	MSE	0.00031076052	0.001003216	0.001032626
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.650338058	0.751137197	0.641324881
	MSE	0.00043354999	0.00022555859	0.00012368176
	Rank	3	2	1
	$\hat{\gamma}_2$	-0.703880711	-0.981451380.	-0.843270948
	MSE	0.001039353	0.0001288145	0.00143271337
	Rank	2	1	3
		$\sum$ Rank	9 <sup>[2.5]</sup>	6 <sup>[1]</sup>

جدول (5)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعاملات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج الخامس (  $\alpha=5, \theta=1.3, \lambda_1=1, \lambda_2=-0.4$  )

n	Est.par.	MLE	CVM	PER
	$\hat{\alpha}$	5.274432263	5.274473649	5.274765822
	MSE	0.0847172592	0.019616896	0.082470554

30	Rank	3	1	2
	$\hat{\theta}$	1.361233539	1.461846528	1.656381768
	MSE	0.078739421	0.090546218	0.088690988
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.552853884	0.952307549	0.560611088
	MSE	0.0144623213	0.025181405	0.0163986839
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.560720443	-0.761334524	-0.451721201
	MSE	0.075175187	0.095181772	0.074899847
	Rank	1	3	2
$\sum$ Rank	6 <sup>[1]</sup>	10 <sup>[3]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	
50	$\hat{\alpha}$	5.274398963	5.384291168	5.536887099
	MSE	0.0487814096	0.0178569985	0.0544593449
	Rank	2	1	3
	$\hat{\theta}$	1.351860023	1.351862961	1.651531832
	MSE	0.0557579391	0.0749647872	0.068690536
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.651808713	0.551802576	0.852395693
	MSE	0.0132366346	0.01157093	0.0152330523
	Rank	2	1	3
	$\hat{\gamma}_2$	-0.571873483	-0.44187906	-0.561265785
	MSE	0.073897777	0.063842416	0.061048367
	Rank	3	2	1
	$\sum$ Rank	8 <sup>[2]</sup>	7 <sup>[1]</sup>	9 <sup>[3]</sup>
	$\hat{\alpha}$	5.474114443	5.87414665	5.773922504
	MSE	0.0274398963	0.0118506891	0.0277275983
	Rank	2	1	3
	$\hat{\theta}$	1.351854918	1.951854737	1.952362172
	MSE	0.03494685	0.054955649	0.035519466
100	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.651825949	0.851825356	0.45096789
	MSE	0.010039375	0.014068985	0.0145508014
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_2$	-0.36186288	-0.46186267	-0.762794648
	MSE	0.011098699	0.0121870537	0.012097182
	Rank	1	3	2
$\sum$ Rank	5 <sup>[1]</sup>	9 <sup>[2]</sup>	10 <sup>[3]</sup>	
	$\hat{\alpha}$	5.47537098	5.374633775	5.779326046

150	MSE	0.0218904078	0.0174291168	0.0176887099
	Rank	3	1	2
	$\hat{\theta}$	1.948574932	1.351301469	1.142490672
	MSE	0.031961522	0.0216006448	0.0125519466
	Rank	3	1	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.657014312	0.852712724	0.766864606
	MSE	0.001366697	0.0085434883	0.0012709173
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.5455820904	-0.7520848584	-0.9414319869
	MSE	0.0061009428	0.0061011628	0.0010742767
	Rank	1	3	2
$\sum$ Rank	8 <sup>[2]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	

جدول (6)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج السادس (  $\alpha=2, \theta=2, \lambda_1=1, \lambda_2=-1$  )

n	Est.par.	MLE	CVM	PER
30	$\hat{\alpha}$	2.595488412	2.647056881	2.614432643
	MSE	0.03718714838	0.05238716849	0.0393907389
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.63410718	2.512334616	2.920664144
	MSE	0.01206589282	0.0887665384	0.0120664144
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.563574204	0.5053328	0.89870863
	MSE	0.0155234172	0.0296992768	0.0149631402
	Rank	1	2	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.986630868	-0.991575814	-0.919079821
	MSE	0.0278290836	0.0283235782	0.0117542011
	Rank	2	3	1
$\sum$ Rank	5 <sup>[1]</sup>	11 <sup>[3]</sup>	7 <sup>[2]</sup>	
50	$\hat{\alpha}$	2.977258124	2.882629499	2.458170859
	MSE	0.0268918092	0.0374289467	0.029830827
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.417929728	2.417975922	2.6587814
	MSE	0.01101207027	0.0282024078	0.011412186
	Rank	1	3	2
$\hat{\gamma}_1$	0.573018155	0.712270223	0.661028467	

	MSE	0.0134678123	0.02603930191	0.0137688435
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.58785313	-0.629315541	-0.425932351
	MSE	0.0249513098	0.0232097550	0.0107592319
	Rank	3	2	1
	$\sum$ Rank	6 <sup>[1]</sup>	11 <sup>[3]</sup>	7 <sup>[2]</sup>
	$\hat{\alpha}$	2.74837083	2.807184748	2.67737334
	MSE	0.00240030798	0.00252815252	0.00269033308
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	2.496739946	2.539209181	2.5216226634
	MSE	0.00303260054	0.00360790819	0.005083773366
100	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.581515971	0.630836383	0.59163994
	MSE	0.00223175939	0.002322496351	0.00703299908
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_2$	-0.645093479	-0.751484901	-0.977185332
	MSE	0.00136753447	0.00100515099	0.00688453
	Rank	2	1	3
$\sum$ Rank	5 <sup>[1]</sup>	9 <sup>[2]</sup>	10 <sup>[3]</sup>	
150	$\hat{\alpha}$	2.709404073	2.661591644	2.530827386
	MSE	0.00101064041	0.00251251612	0.00122487354
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.85991225	2.534782859	2.418386206
	MSE	0.00214008775	0.00165217141	0.00281613794
	Rank	2	1	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.903823135	0.932864115	0.969400129
	MSE	0.00215483103	0.00321524083	0.00261060097
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.734024402	-0.651266781	-0.513945035
	MSE	0.00105975598	0.00100326749	0.00505605003
	Rank	2	1	3
	$\sum$ Rank	6 <sup>[1]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	10 <sup>[3]</sup>

جدول (7)

يوضح متوسط القيم التقديرية للمعلمات ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة ولكافة احجام العينات للأنموذج السابع (  $\alpha=4, \theta=2, \lambda_1=0.4, \lambda_2=-0.7$  )

n	Est.par.	MLE	CVM	PER
30	$\hat{\alpha}$	4.991318396461447	4.04288686464396	4.410262627014460
	MSE	0.0148681603538553	0.0457113135356043	0.0289737372985540
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.55924070242774	2.50816460015864	2.31649412772195
	MSE	0.0109240702427738	0.0148164600158639	0.0316494127721949
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.359404187780861	0.4116278405354	0.454538613917361
	MSE	0.0140595812219139	0.0988372159464612	0.0545461386082639
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.682460852147568	-0.487405798297972	-0.586628005281833
	MSE	0.0117539147852432	0.0112594201702028	0.0113371994718167
	Rank	2	3	1
$\sum$ Rank	5 <sup>[1]</sup>	12 <sup>[3]</sup>	7 <sup>[2]</sup>	
50	$\hat{\alpha}$	4.37308810848931	4.27845948295002	4.854000843260144
	MSE	0.0125911891510693	0.02159405170499789	0.0275999156739856
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	2.51375971201744	2.51380590557719	2.66170812391272
	MSE	0.0113759712017441	0.0113805905577191	0.0261708123912723
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.668848138517139	0.3810020741702	0.456858450715832
	MSE	0.0131151861482861	0.0918997925829754	0.0243141549284168
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.583683114394904	-0.62514552464990	-0.721762334651706
	MSE	0.116316885605096	0.0108544753501039	0.0118237665348294
	Rank	2	1	3
$\sum$ Rank	5 <sup>[1]</sup>	8 <sup>[2]</sup>	11 <sup>[3]</sup>	
	$\hat{\alpha}$	4.14420081414323	4.20301473228951	4.07320332416543



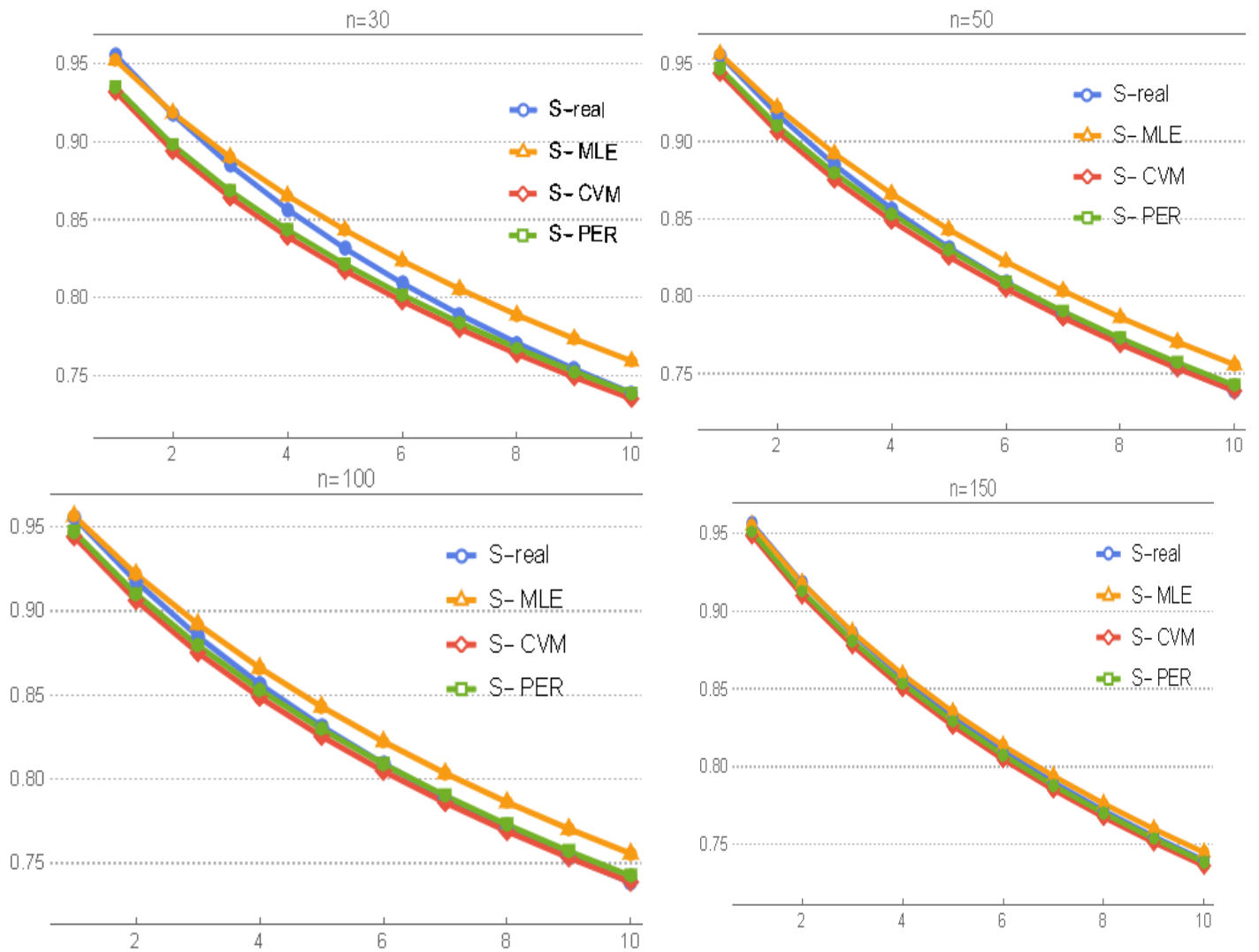
	MSE	0.00157991858567692	0.00301473228950755	0.00226796675834566
	Rank	1	3	2
	$\hat{\theta}$	2.49256992963380	2.43503916457904	2.61205661827493
100	MSE	0.00125699296338003	0.00200391645790358	0.00212056618274929
	Rank	1	2	3
	$\hat{\gamma}_1$	0.477345955064728	0.3666636718847	0.657469924229516
	MSE	0.00122654044935272	0.00733336328115268	0.00142530075770484
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.44092346324587	-0.74731488545057	-0.773015316476574
	MSE	0.00390765367541293	0.003473148854505689	0.00396984683523426
	Rank	1	2	3
$\sum$ Rank	4 <sup>[1]</sup>	10 <sup>[2.5]</sup>	10 <sup>[2.5]</sup>	
150	$\hat{\alpha}$	4.10523405694074	4.05742162768565	4.926657369918965
	MSE	0.00117659430592629	0.00142578372314349	0.00203342630081035
	Rank	1	2	3
	$\hat{\theta}$	2.48182120875194	2.43061284322032	2.51421618969745
	MSE	0.00121212087519414	0.00106128432203194	0.00114216189697451
	Rank	3	1	2
	$\hat{\gamma}_1$	0.499653118713767	0.52869409936003	0.465230113200774
	MSE	0.00100346881286233	0.00713059006399723	0.00134769886799226
	Rank	1	3	2
	$\hat{\gamma}_2$	-0.72985438561209	-0.747096764727103	-0.609775018554558
	MSE	0.00228543856120852	0.0022903235272897	0.00190224981445443
	Rank	2	3	1
	$\sum$ Rank	7 <sup>[1]</sup>	9 <sup>[3]</sup>	8 <sup>[2]</sup>

جدول (8)

القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الاول

n	t	S-real	S-MLE	MSE	S-CVM	MSE	S-Per	MSE
30	0.573425	0.955705	0.952385	0.002673	0.932072	0.0020776	0.935099	0.003018
	0.940556	0.917546	0.918463	0.003351	0.894051	0.002776	0.897922	0.003798
	1.006127	0.884896	0.89003	0.003756	0.864162	0.003338	0.868332	0.004201
	1.084752	0.856496	0.865287	0.004039	0.839008	0.003789	0.843239	0.004449
	1.31897	0.831454	0.843295	0.004259	0.817084	0.004153	0.821255	0.004625
	1.39704	0.809117	0.823467	0.004441	0.79755	0.004452	0.801597	0.004766
	1.64741	0.789	0.805397	0.004597	0.779879	0.004702	0.783768	0.004886
	1.87698	0.770732	0.788791	0.004734	0.763712	0.004916	0.767431	0.004992
	1.92346	0.754023	0.773426	0.004857	0.748797	0.005104	0.752343	0.005087
	1.9352	0.738647	0.759129	0.004967	0.734942	0.005271	0.738322	0.005175
<b>MSE</b>					0.041674	0.044997		0.0405786
<b>Rank</b>				2	1		3	
50	0.573425	0.955705	0.956441	0.0016552	0.944218	0.0019232	0.947091	0.0017673
	0.940556	0.917546	0.921793	0.0020378	0.906234	0.002365	0.910145	0.0021204
	1.006127	0.884896	0.892142	0.002329	0.87521	0.002631	0.879496	0.002355
	1.084752	0.856496	0.866167	0.00255	0.848698	0.002803	0.853066	0.002522
	1.31897	0.831454	0.843076	0.002724	0.825462	0.002924	0.829776	0.00265
	1.39704	0.809117	0.82232	0.002868	0.804746	0.003015	0.808942	0.002753
	1.64741	0.789	0.80349	0.002993	0.786043	0.00309	0.790094	0.002842
	1.87698	0.770732	0.786272	0.003104	0.768991	0.003154	0.772887	0.002922
	1.92346	0.754023	0.770422	0.003207	0.753321	0.003211	0.757064	0.002994
	1.9352	0.738647	0.755743	0.003302	0.738825	0.003264	0.74242	0.003062

	<b>MSE</b>			0.0267754		0.0253802		0.0289877
	Rank			2		1		3
<b>100</b>	0.573425	0.955605	0.956341	0.0015552	0.944118	0.0018232	0.946991	0.0016673
	0.940556	0.917446	0.921693	0.0019378	0.906134	0.002265	0.910045	0.0020204
	1.006127	0.884796	0.892042	0.002229	0.87511	0.002531	0.879396	0.002255
	1.084752	0.856396	0.866067	0.00245	0.848598	0.002703	0.852966	0.002422
	1.31897	0.831354	0.842976	0.002624	0.825362	0.002824	0.829676	0.00255
	1.39704	0.809017	0.82222	0.002768	0.804646	0.002915	0.808842	0.002653
	1.64741	0.7889	0.80339	0.002893	0.785943	0.00299	0.789994	0.002742
	1.87698	0.770632	0.786172	0.003004	0.768891	0.003054	0.772787	0.002822
	1.92346	0.753923	0.770322	0.003107	0.753221	0.003111	0.756964	0.002894
	1.9352	0.738547	0.755643	0.003202	0.738725	0.003164	0.74232	0.002962
	<b>MSE</b>			0.02577		0.0273802		0.0249877
	Rank			2		3		1
<b>150</b>	0.573425	0.956608	0.955269	0.0023066	0.948735	0.0024231	0.951074	0.0023443
	0.940556	0.918449	0.918189	0.0024635	0.910065	0.0026391	0.912948	0.0025198
	1.006127	0.885799	0.886698	0.0025734	0.877991	0.0027714	0.881021	0.002636
	1.084752	0.857399	0.85932	0.0026519	0.850424	0.0028568	0.853443	0.0027169
	1.31897	0.832357	0.835134	0.0027114	0.826219	0.0029167	0.829158	0.0027778
	1.39704	0.81002	0.813501	0.0027603	0.804641	0.0029624	0.807472	0.0028272
	1.64741	0.789903	0.793954	0.0028031	0.785181	0.0030003	0.787894	0.0028702
	1.87698	0.771635	0.776142	0.0028426	0.767467	0.0030337	0.770062	0.0029093
	1.92346	0.754926	0.759794	0.00288	0.751221	0.0030644	0.7537	0.002946
	1.9352	0.73955	0.744698	0.0029162	0.736225	0.0030934	0.738595	0.0029811
	<b>MSE</b>			0.021909		0.0227613		0.0215286
	Rank			2		3		1



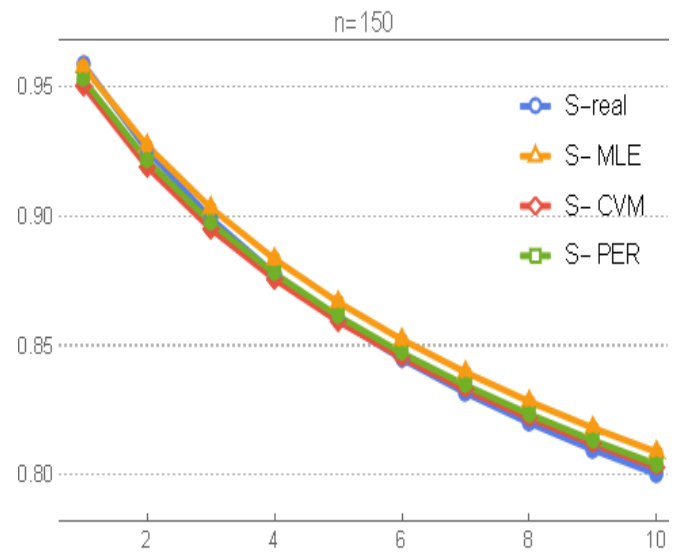
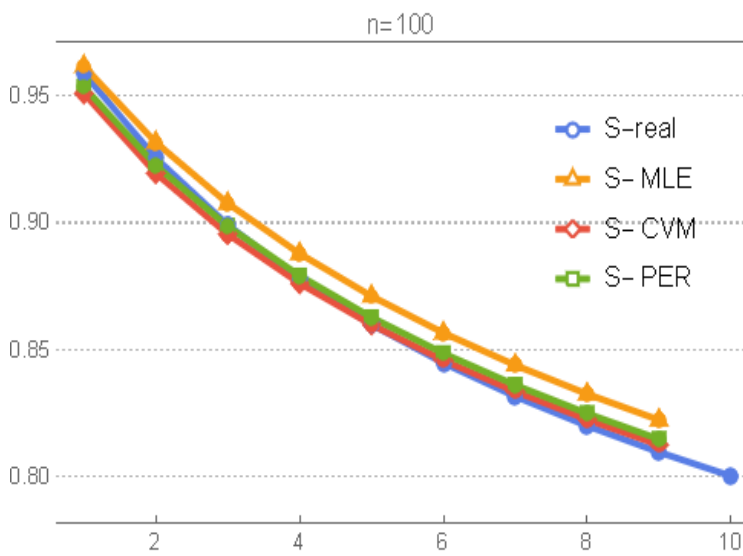
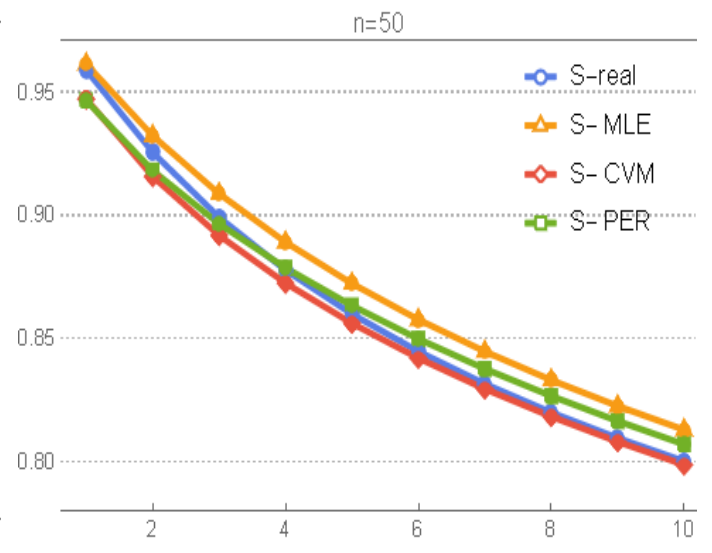
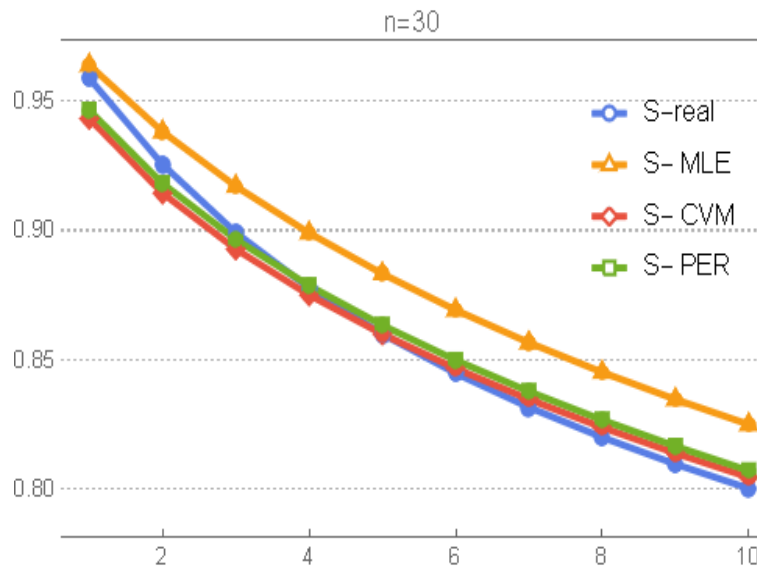
جدول (9)

القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثاني

n	t	S-real	S-MLE	MSE	S-CVM	MSE	S-Per	MSE
30	0.276738	0.958673	0.963777	0.0029786	0.943073	0.003315	0.946351	
	0.523229	0.925379	0.938051	0.00376	0.914275	0.003854	0.918041	
	0.839304	0.899056	0.916947	0.00439	0.892627	0.004266	0.896404	

	1.06077	0.877664	0.89891	0.004864	0.874936	0.004619	0.878566	
	1.11774	0.859851	0.883141	0.005214	0.859826	0.00493	0.863257	
	1.12549	0.844695	0.869133	0.005473	0.846546	0.005206	0.849772	
	1.20958	0.831553	0.856538	0.005673	0.83464	0.005456	0.837671	
	1.44615	0.819966	0.845098	0.005835	0.8238	0.005681	0.826652	
	1.67028	0.809601	0.834618	0.005976	0.813813	0.005884	0.816502	
	1.81643	0.80021	0.824944	0.006104	0.804521	0.006063	0.807052	
	<b>MSE</b>	0.0502676			0.049274			
	<b>Rank</b>	2			1			
<b>50</b>	0.276738	0.958673	0.961237	0.002515	0.94702	0.00287	0.949579	0.002679
	0.523229	0.925379	0.932106	0.0028409	0.915572	0.003184	0.91879	0.0029303
	0.839304	0.899056	0.908609	0.0030665	0.891724	0.003353	0.895204	0.003095
	1.06077	0.877664	0.888986	0.003226	0.872388	0.003472	0.875954	0.003233
	1.11774	0.859851	0.872214	0.003347	0.856094	0.003573	0.85965	0.00336
	1.12549	0.844695	0.857609	0.003448	0.841986	0.003667	0.845479	0.003482
	1.20958	0.831553	0.84469	0.003539	0.82952	0.00376	0.832915	0.0036
	1.44615	0.819966	0.833105	0.003626	0.818326	0.003852	0.8216	0.003714
	1.67028	0.809601	0.822592	0.00371	0.808142	0.003944	0.811282	0.003825
	1.81643	0.80021	0.812952	0.003794	0.798778	0.004037	0.801773	0.003933
	<b>MSE</b>	0.0331124			0.035712		0.0338519	
	<b>Rank</b>	1			3		2	
<b>100</b>	0.276738	0.955605	0.956341	0.0015552	0.944118	0.0018232	0.946991	0.0016673
	0.523229	0.958673	0.96149	0.0024229	0.950755	0.0025189	0.953332	0.0024362
	0.839304	0.925379	0.931497	0.0025778	0.919345	0.0026977	0.922415	0.0026444
	1.06077	0.899056	0.907534	0.0026735	0.895398	0.0027897	0.898521	0.0027761
	1.11774	0.877664	0.88774	0.0027467	0.87603	0.0028515	0.879051	0.0028626
	1.12549	0.859851	0.870988	0.0028097	0.859784	0.0029021	0.862648	0.0029251

	1.20958	0.844695	0.856525	0.0028674	0.845788	0.0029484	0.848479	0.0029756
	1.44615	0.831553	0.84382	0.0029219	0.833477	0.0029931	0.835996	0.0030207
	1.67028	0.819966	0.832491	0.0029742	0.822464	0.0030373	0.824819	0.0030636
	1.81643	0.809601	0.822256	0.003025	0.812475	0.0030814	0.814676	0.0031059
	<b>MSE</b>			0.0030746		0.003125		0.003148
	<b>Rank</b>			1		2		3
<b>150</b>	0.276738	0.956448 9	0.957586 9	0.0013052	0.9503199	0.0015732	0.9526669	0.0014173
	0.523229	0.923154 9	0.927192 9	0.0021729	0.9189699	0.0022689	0.9215199	0.0021862
	0.839304	0.896831 9	0.903102 9	0.0023278	0.8949619	0.0024477	0.8973899	0.0023944
	1.06077	0.875439 9	0.883302 9	0.0024235	0.8755349	0.0025397	0.8777559	0.0025261
	1.11774	0.857626 9	0.866592 9	0.0024967	0.8592479	0.0026015	0.8612489	0.0026126
	1.12549	0.842470 9	0.852181 9	0.0025597	0.8452279	0.0026521	0.8470239	0.0026751
	1.20958	0.829328 9	0.839526 9	0.0026174	0.8329049	0.0026984	0.8345179	0.0027256
	1.44615	0.817741 9	0.828239 9	0.0026719	0.8218899	0.0027431	0.8233409	0.0027707
	1.67028	0.807376 9	0.818037 9	0.0027242	0.8119049	0.0027873	0.8132169	0.0028136
	1.81643	0.797985 9	0.808709 9	0.002775	0.8027499	0.0028314	0.8039399	0.0028559
		<b>MSE</b>			0.0240743		0.0251433	
	<b>Rank</b>			1		3		2



جدول (10)

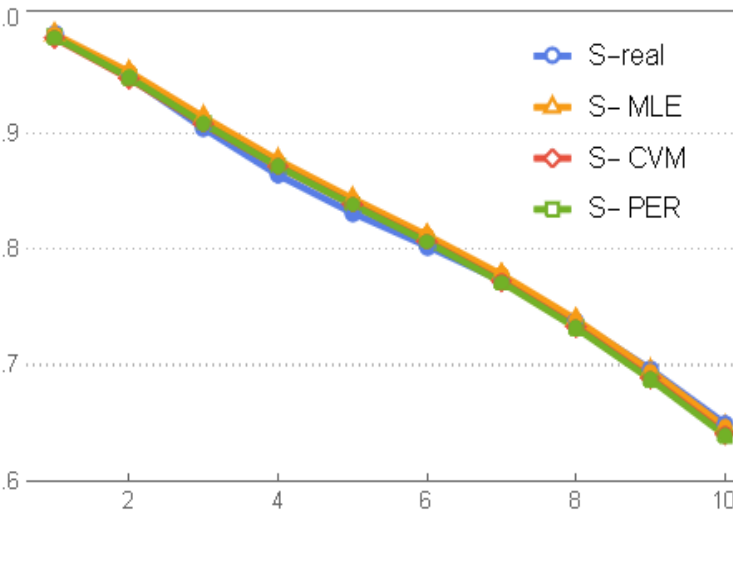
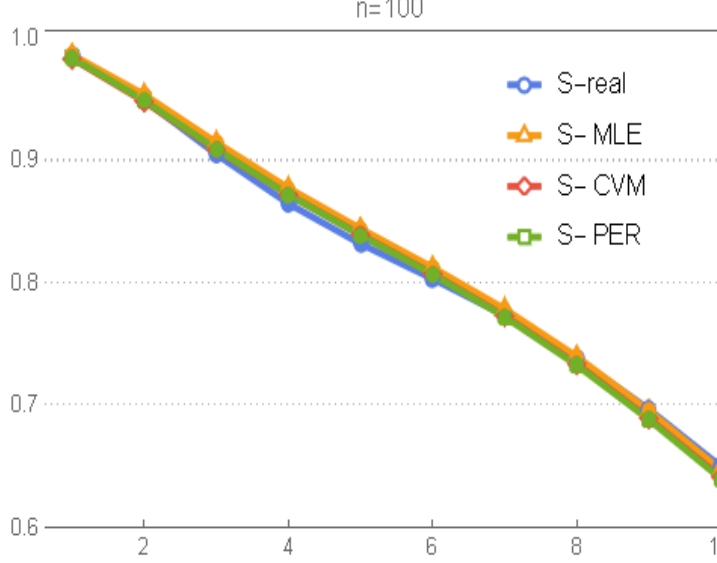
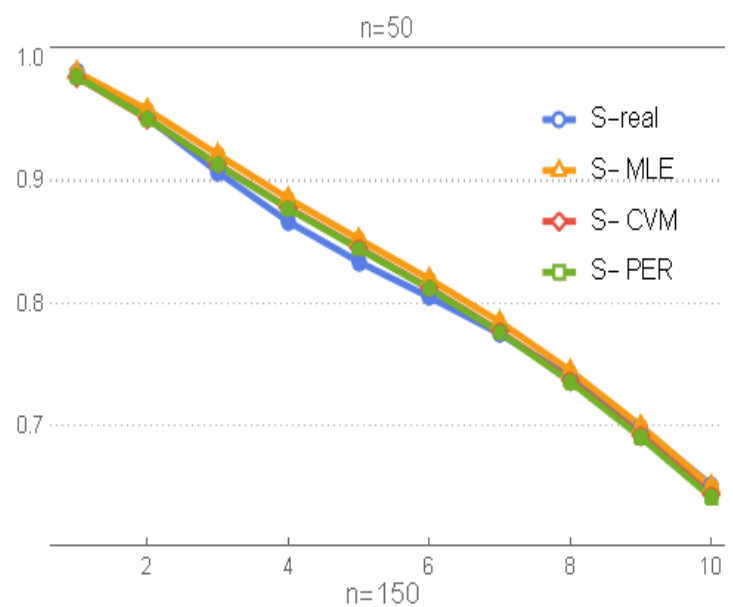
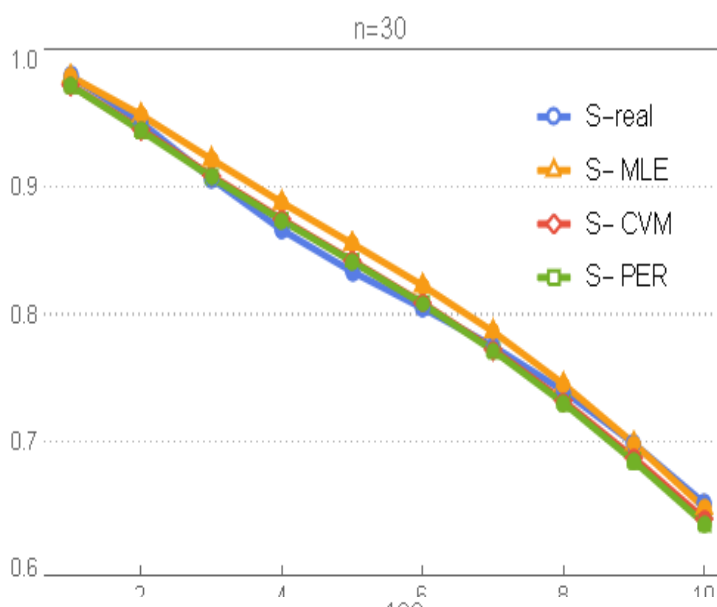
القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الثالث

n	t	S-real	S-MLE	MSE	S-CVM	MSE	S-Per	MSE
30	0.276738	0.987748	0.987174	0.0022739	0.980464	0.0024678	0.980169	0.0024902
	0.523229	0.951152	0.956876	0.0028087	0.945527	0.003207	0.944552	0.003301
	0.839304	0.906712	0.921991	0.003653	0.909159	0.003889	0.907878	0.004117
	1.06077	0.866311	0.887948	0.004504	0.874952	0.004514	0.873805	0.00484
	1.11774	0.83347	0.855523	0.005136	0.842271	0.005082	0.841444	0.005396
	1.12549	0.804798	0.822593	0.005623	0.808824	0.005694	0.808145	0.005916
	1.20958	0.774805	0.786352	0.006118	0.772432	0.006439	0.771456	0.00655
	1.44615	0.739603	0.744968	0.006632	0.731867	0.007209	0.730118	0.007235
	1.67028	0.698052	0.698242	0.007065	0.687053	0.007787	0.684286	0.007765
	1.81643	0.651179	0.647414	0.007327	0.63893	0.008032	0.635211	0.007985
	MSE			0.0511406		0.0543208		0.0555952
	Rank			1		2		3
50	0.276738	0.987748	0.988334	0.0021971	0.984387	0.0022346	0.984813	0.0022596
	0.523229	0.951152	0.957681	0.0025156	0.950439	0.002565	0.950615	0.0026442
	0.839304	0.906712	0.920969	0.002991	0.912893	0.0029571	0.912617	0.0030934
	1.06077	0.866311	0.885147	0.003392	0.877517	0.003326	0.877031	0.003489
	1.11774	0.83347	0.851984	0.003629	0.844755	0.00362	0.8443	0.003756
	1.12549	0.804798	0.819484	0.003811	0.812137	0.003897	0.811703	0.003979
	1.20958	0.774805	0.784474	0.004051	0.776741	0.004243	0.776112	0.004279
	1.44615	0.739603	0.744685	0.004347	0.736761	0.004632	0.735694	0.004647
	1.67028	0.698052	0.699608	0.004618	0.692002	0.00495	0.690363	0.004969
	1.81643	0.651179	0.650287	0.004787	0.643577	0.005107	0.641372	0.005139
	MSE			0.0331124		0.0338519		0.035712
	Rank			1		2		3
100	0.276738	0.955605	0.956341	0.0016673	0.944118	0.0015552	0.946991	0.0018232



						0.0021818		
	0.523229	0.987748	0.988672	0.0022161	0.98484	3	0.985279	0.0022364
	0.839304	0.951152	0.957433	0.0024946	0.950377	0.0024629	0.950952	0.0025654
	1.06077	0.906712	0.919686	0.0028359	0.912109	0.0028891	0.912435	0.0029461
	1.11774	0.866311	0.883254	0.003164	0.876605	0.003238	0.876587	0.003288
	1.12549	0.83347	0.850231	0.003415	0.844373	0.003429	0.844081	0.00352
	1.20958	0.804798	0.818389	0.003625	0.812526	0.00355	0.812023	0.00369
	1.44615	0.774805	0.784195	0.003891	0.777758	0.003712	0.777043	0.003914
	1.67028	0.739603	0.745177	0.004234	0.738155	0.003951	0.737194	0.00423
	1.81643	0.698052	0.70079	0.004583	0.693604	0.004223	0.692379	0.004573
	<b>MSE</b>			0.004852		0.004461		0.004855
	Rank			2		1		3
				0.0000325		0.0000533		
	0.276738	0.985607	0.985977	4	0.982832	2	0.983545	0.00007186
	0.523229	0.949011	0.953421	0.0002414	0.947691	0.0002712	0.94857	0.0003245
	0.839304	0.904571	0.914305	0.0005403	0.908216	0.000513	0.908667	0.0005941
	1.06077	0.86417	0.876989	0.0007902	0.871613	0.0007214	0.871539	0.0008252
	1.11774	0.831329	0.843691	0.0009492	0.838774	0.0008898	0.838364	0.000996
	1.12549	0.802657	0.811962	0.00108	0.806816	0.001066	0.806248	0.001156
	1.20958	0.772664	0.77798	0.001252	0.77222	0.001309	0.771541	0.001378
	1.44615	0.737462	0.739107	0.001467	0.732848	0.0016	0.732011	0.001654
	1.67028	0.695911	0.694771	0.001671	0.688464	0.001859	0.687405	0.001906
	1.81643	0.649038	0.646089	0.001815	0.640272	0.002018	0.638953	0.002059
	<b>MSE</b>			0.0028386		0.0103007		0.01096466
	Rank			1		2		3

150

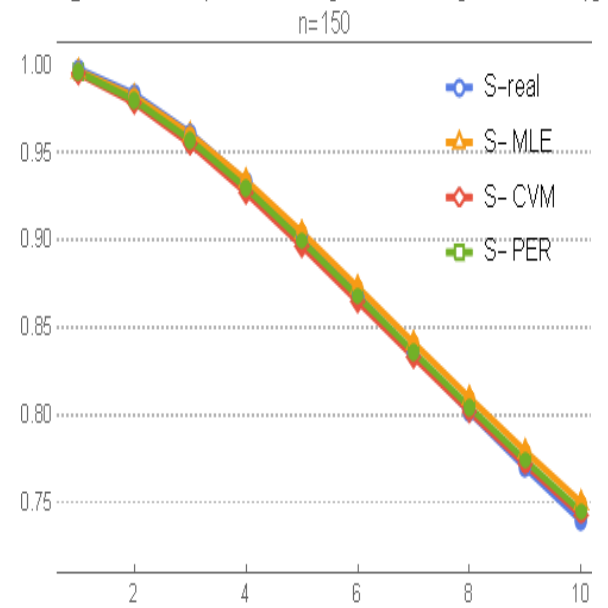
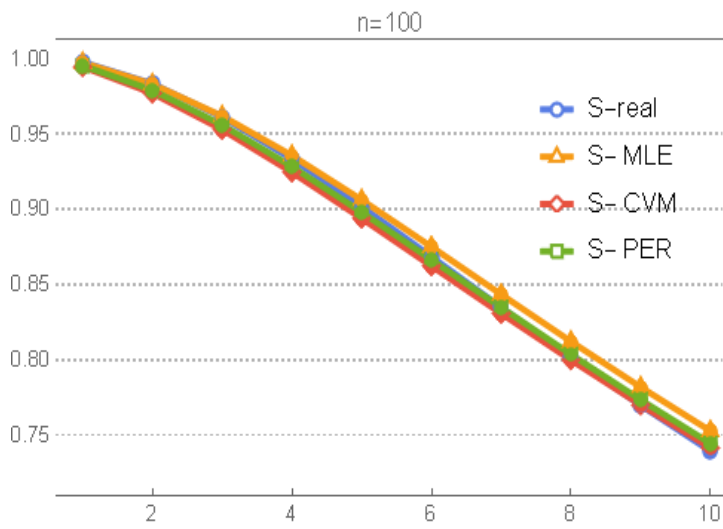
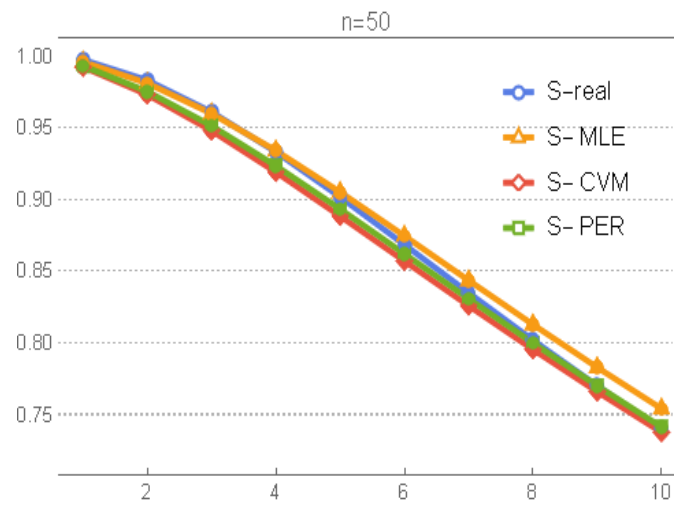
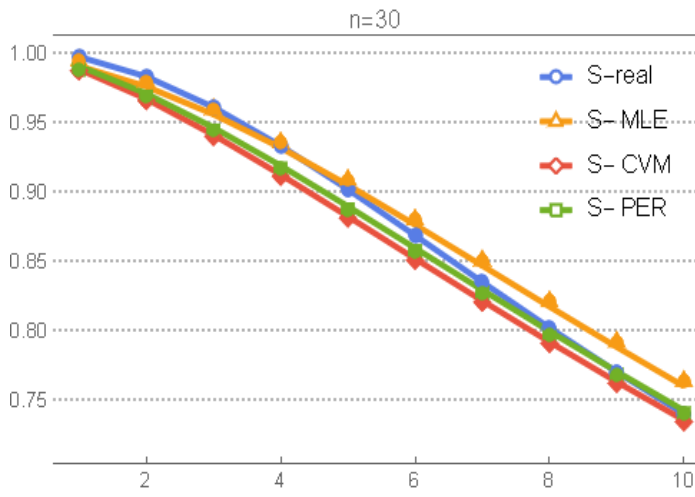


جدول (11)

القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الرابع

n	t	S-real	S-MLE	MSE	S-CVM	MSE	S-Per	MSE
30	0.19991	0.997179	0.994218	0.002495	0.987084	0.002254	0.988176	0.002415
	0.376565	0.982896	0.979453	0.00312	0.965691	0.002541	0.968277	0.002902
	0.470315	0.960808	0.959403	0.003822	0.93973	0.002987	0.943828	0.003459
	0.494596	0.932982	0.935334	0.004441	0.911044	0.003557	0.916322	0.003986
	0.527851	0.901542	0.908428	0.004924	0.880971	0.004183	0.887013	0.004443
	0.588516	0.86833	0.879768	0.005291	0.850452	0.004798	0.856889	0.00484
	0.645461	0.834747	0.850288	0.005581	0.820135	0.00536	0.826686	0.005194
	0.678321	0.801747	0.820735	0.00583	0.790454	0.005862	0.796905	0.005514
	0.737273	0.769915	0.791644	0.006067	0.761691	0.006307	0.767872	0.0058
	0.834782	0.739567	0.763326	0.006305	0.734016	0.00669	0.7398	0.006055
		<b>MSE</b>			<b>0.047877</b>		<b>0.044539</b>	
	<b>Rank</b>			<b>3</b>		<b>1</b>		<b>2</b>
50	0.19991	0.997179	0.995669	0.002183	0.992176	0.002215	0.992914	0.002203
	0.376565	0.982896	0.980895	0.002302	0.972952	0.002485	0.97508	0.002391
	0.470315	0.960808	0.959726	0.002511	0.947738	0.002858	0.951182	0.002669
	0.494596	0.932982	0.933875	0.002781	0.91892	0.003204	0.923311	0.002955
	0.527851	0.901542	0.904972	0.003059	0.888231	0.003459	0.89313	0.003196
	0.588516	0.86833	0.874436	0.003306	0.856892	0.003625	0.861914	0.003382
	0.645461	0.834747	0.843392	0.003513	0.825726	0.003738	0.830586	0.00353
	0.678321	0.801747	0.812655	0.003693	0.795258	0.003833	0.799779	0.003663
	0.737273	0.769915	0.782748	0.003865	0.765797	0.003935	0.769895	0.003797
	0.834782	0.739567	0.753969	0.004039	0.737516	0.004052	0.741169	0.003939

	MSE	0.031252			0.033404			0.031725
	Rank	1			3			2
100	0.19991	0.997179	0.996761	0.002158	0.994132	0.002166	0.99491	0.00217
	0.376565	0.982896	0.98258	0.002229	0.976604	0.002254	0.978588	0.002293
	0.470315	0.960808	0.961488	0.002365	0.95253	0.002405	0.955583	0.002481
	0.494596	0.932982	0.93535	0.002443	0.924259	0.002576	0.928045	0.002673
	0.527851	0.901542	0.905963	0.002726	0.893665	0.002734	0.897813	0.002832
	0.588516	0.86833	0.874889	0.002791	0.862149	0.002869	0.866346	0.002955
	0.645461	0.834747	0.843348	0.002935	0.830682	0.002987	0.834708	0.003056
	0.678321	0.801747	0.81219	0.003169	0.79989	0.003101	0.803613	0.003153
	0.737273	0.769915	0.781948	0.003303	0.77014	0.003219	0.7735	0.003259
	0.834782	0.739567	0.752914	0.003443	0.741626	0.003343	0.744611	0.003376
	MSE	0.027561			0.027655			0.028248
	Rank	1			2			3
150	0.19991	0.997179	0.996148	0.002143	0.994725	0.002164	0.995453	0.002156
	0.376565	0.982896	0.981528	0.002201	0.978061	0.00226	0.979542	0.002225
	0.470315	0.960808	0.960108	0.002303	0.95462	0.002405	0.956817	0.00234
	0.494596	0.932982	0.933716	0.002428	0.926741	0.002555	0.92945	0.00247
	0.527851	0.901542	0.904131	0.002552	0.89631	0.002684	0.899273	0.002591
	0.588516	0.86833	0.872891	0.002664	0.864752	0.002785	0.867743	0.002695
	0.645461	0.834747	0.841186	0.002763	0.833081	0.002866	0.835931	0.002782
	0.678321	0.801747	0.809843	0.002852	0.801964	0.002935	0.804573	0.002858
	0.737273	0.769915	0.779386	0.002938	0.771815	0.003	0.774135	0.002928
	0.834782	0.739567	0.75011	0.003021	0.742867	0.003065	0.744885	0.002995
	MSE	0.025864			0.026718			0.02604
	Rank	1			3			2



جدول (12)

القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج الخامس

n	t	S-real	S-MLE	MSE	S-CVM	MSE	S-Per	MSE
30	0.329824	0.996494	0.99357	0.001812	0.987231	0.001514	0.986563	0.001711
	0.546866	0.982555	0.97994	0.002516	0.968129	0.001802	0.966909	0.002264
	0.687869	0.961802	0.96278	0.003172	0.946558	0.002242	0.945265	0.002787
	0.912123	0.937021	0.94345	0.003667	0.924367	0.002805	0.923183	0.003207
	1.05113	0.910801	0.92301	0.004062	0.902573	0.003445	0.901535	0.003587
	1.17377	0.885034	0.90231	0.004436	0.881669	0.004096	0.880732	0.003985
	1.25011	0.860807	0.88193	0.004831	0.861807	0.004697	0.860884	0.004419
	1.34145	0.838533	0.86217	0.00525	0.842946	0.005212	0.841935	0.004873
	1.35459	0.818186	0.84318	0.00568	0.824946	0.005637	0.823761	0.005328
	1.65752	0.799517	0.82499	0.006089	0.807607	0.006001	0.806202	0.005755
	MSE			0.041515		0.037452		0.037916
	Rank			3		1		2
50		0.9964						
	0.329824	94	0.99462	0.001472	0.989816	0.001523	0.990836	0.001575
		0.9825						
	0.546866	55	0.98075	0.001631	0.972675	0.00178	0.973154	0.001913
		0.9618						
0.687869	02	0.96212	0.00186	0.951569	0.002062	0.95162	0.002256	
	0.9370							
0.912123	21	0.94061	0.002113	0.928712	0.002289	0.928366	0.002507	

		0.9108						
	1.05113	01	0.9178	0.00235	0.905592	0.002459	0.904845	0.002676
		0.8850						
	1.17377	34	0.89495	0.002552	0.883109	0.002599	0.881962	0.002803
		0.8608						
	1.25011	07	0.87288	0.002722	0.861712	0.002731	0.860184	0.002918
		0.8385						
	1.34145	33	0.85202	0.002873	0.841528	0.002866	0.839658	0.003036
		0.8181						
	1.35459	86	0.83245	0.003018	0.822481	0.00301	0.820326	0.003158
		0.7995						
	1.65752	17	0.81407	0.003164	0.804400	0.00316	0.802024	0.003285
	<b>MSE</b>			0.023754		0.024479		0.026128
	<b>Rank</b>			1		2		3
<b>1 0 0</b>	0.19991	0.997204	0.99609	0.002167	0.990575	0.002158	0.993836	0.002206
	0.329824	0.996494	0.99538	0.001457	0.991069	0.001448	0.993126	0.001496
	0.546866	0.982555	0.98159	0.001572	0.974549	0.001524	0.976635	0.001655
	0.687869	0.961802	0.96232	0.001717	0.953416	0.001643	0.955222	0.001837
	0.912123	0.937021	0.93977	0.001846	0.930059	0.001781	0.931421	0.001985
	1.05113	0.910801	0.91585	0.001951	0.906151	0.001914	0.907053	0.002091
	1.17377	0.885034	0.89198	0.002044	0.882756	0.002031	0.88327	0.002176
	1.25011	0.860807	0.86904	0.00214	0.860445	0.002132	0.860673	0.002259
	1.34145	0.838533	0.84743	0.002246	0.839428	0.002227	0.839463	0.00235
	1.35459	0.818186	0.82725	0.002366	0.819682	0.002326	0.819595	0.002455
	<b>MSE</b>			0.002499		0.002434		0.002574
	<b>Rank</b>			2		1		3
<b>1 5</b>	0.329824	0.996494	0.99595	0.001442	0.992023	0.001466	0.994036	0.001444
	0.546866	0.982555	0.98213	0.001523	0.976351	0.001569	0.978332	0.00153

0

0.687869	0.961802	0.96272	0.001628	0.955786	0.001696	0.957566	0.001647
0.912123	0.937021	0.94012	0.001745	0.932827	0.001811	0.934264	0.001758
1.05113	0.910801	0.91634	0.001844	0.909276	0.001907	0.910301	0.001849
1.17377	0.885034	0.8928	0.001944	0.886262	0.001988	0.88688	0.001922
1.25011	0.860807	0.87031	0.002017	0.864353	0.002058	0.864633	0.001983
1.34145	0.838533	0.84923	0.002079	0.843730	0.002119	0.843768	0.002038
1.35459	0.818186	0.82956	0.002036	0.824338	0.002173	0.824238	0.002092
1.65752	0.799517	0.81114	0.002144	0.806013	0.002223	0.805869	0.002148

**MSE**

0.018401

0.019011

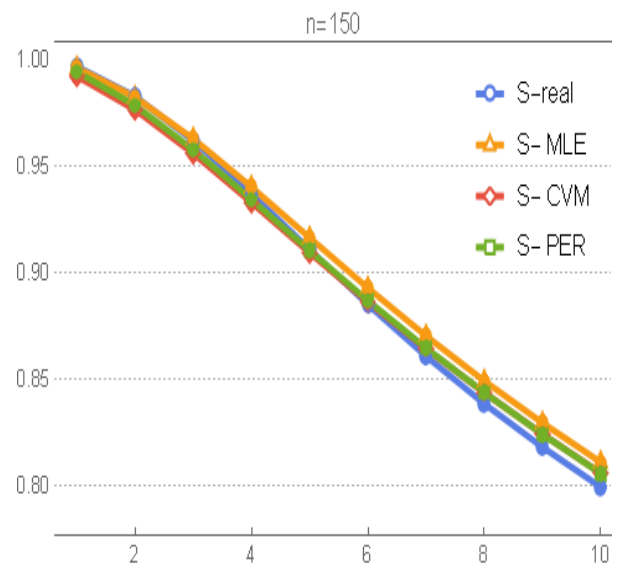
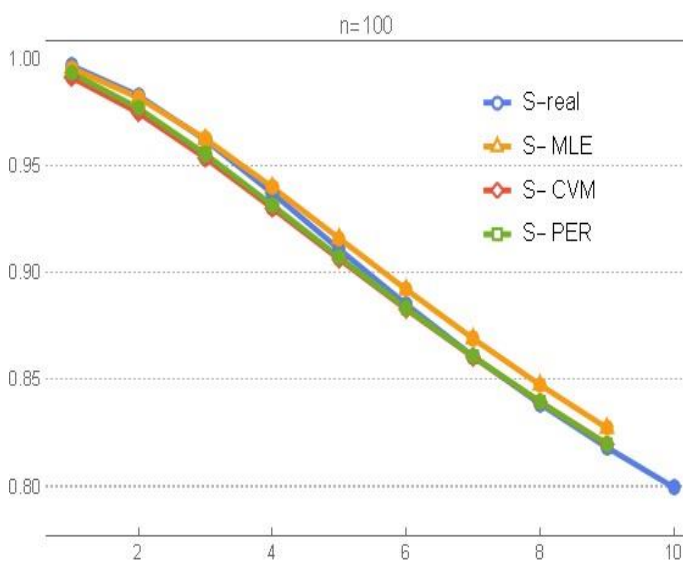
0.018411

**Rank**

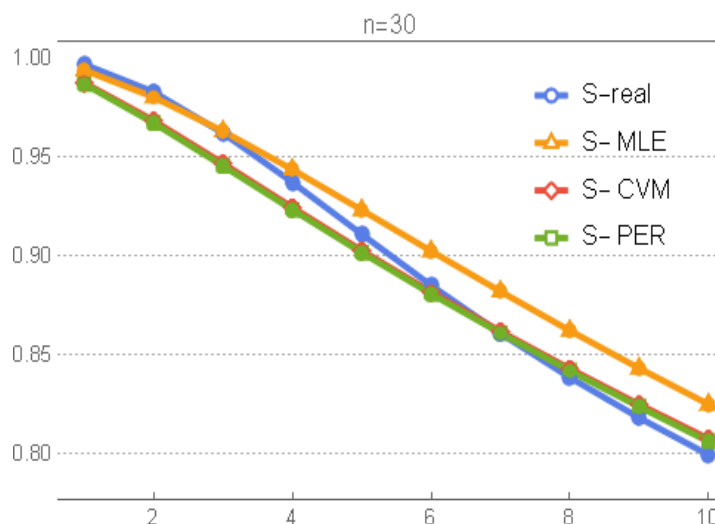
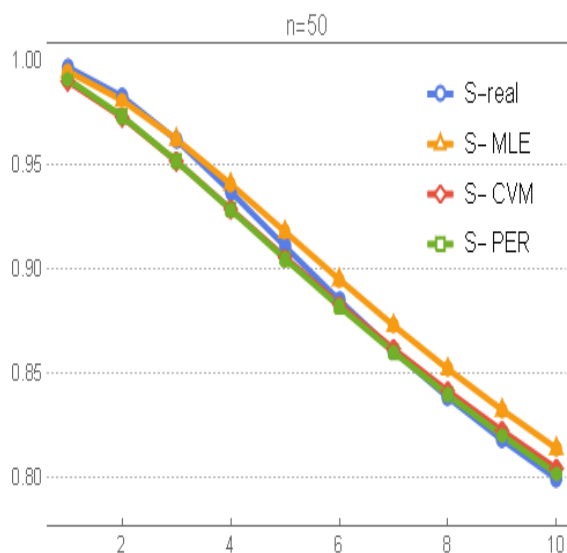
1

3

2







جدول (13)

القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للأنموذج السادس

n	t	S-real	S-ML	MSE	S-CVM	MSE	S-Per	MSE
30	0.386476	0.921781	0.93262	0.003283	0.910502	0.00302	0.913062	0.003025
	1.33455	0.869476	0.89011	0.004103	0.86614	0.003819	0.86928	0.004374
	1.36993	0.832098	0.85659	0.0048	0.832713	0.004535	0.83586	0.005303
	1.48561	0.803169	0.82822	0.005411	0.804813	0.005159	0.807726	0.00593
	2.03198	0.779198	0.80315	0.005954	0.780276	0.005708	0.782841	0.006387
	2.32227	0.758256	0.78034	0.00644	0.758024	0.006197	0.760196	0.006757
	3.26597	0.739258	0.75919	0.006875	0.737455	0.006635	0.739225	0.007079

3.26646	0.721585	0.73933	0.007256	0.718207	0.007022	0.719586	0.007371
3.46835	0.704875	0.7205	0.007584	0.700049	0.007358	0.701059	0.007636
3.69855	0.68892	0.70256	0.007859	0.682828	0.007643	0.683497	0.007874

<b>MSE</b>			0.059565		0.057096		0.061736
<b>Rank</b>			2		1		3

0.386476	0.921781	0.93232	0.002375	0.919197	0.002503	0.921583	0.0024
1.33455	0.869476	0.88777	0.002889	0.873676	0.003006	0.8764	0.003079
1.36993	0.832098	0.85363	0.003247	0.840021	0.003343	0.842664	0.003472
1.48561	0.803169	0.82558	0.003532	0.812628	0.003612	0.815041	0.003727
2.03198	0.779198	0.80133	0.003782	0.78895	0.003851	0.791073	0.003932
2.32227	0.758256	0.77959	0.004011	0.767654	0.00407	0.769469	0.004121
3.26597	0.739258	0.75956	0.00422	0.747997	0.004271	0.749503	0.004301
3.26646	0.721585	0.74078	0.004407	0.72955	0.00445	0.730754	0.00447
3.46835	0.704875	0.72297	0.004568	0.712057	0.004605	0.712971	0.004622
3.69855	0.68892	0.70594	0.004702	0.695362	0.004733	0.696121	0.004754

<b>MSE</b>			0.037733		0.038444		0.038878
<b>Rank</b>			1		2		3

0.19991	0.921781	0.92583	0.001912	0.915883	0.001978	0.91798	0.001933
0.386476	0.869476	0.87916	0.002107	0.869394	0.002157	0.871412	0.0022
1.33455	0.832098	0.84462	0.002284	0.835662	0.00232	0.837515	0.002391
1.36993	0.803169	0.81672	0.002465	0.808419	0.002491	0.810112	0.00256
1.48561	0.779198	0.79276	0.002646	0.784891	0.002665	0.786432	0.002725
2.03198	0.758256	0.77127	0.00282	0.763687	0.002835	0.765078	0.002886
2.32227	0.739258	0.75145	0.002982	0.744063	0.002995	0.745303	0.00304
3.26597	0.721585	0.73282	0.003128	0.725605	0.003139	0.726693	0.003182
3.26646	0.704875	0.71513	0.003255	0.708073	0.003266	0.709009	0.003308

3.46835 0.68892 0.69821 0.003362 0.691325 0.003373 0.692109 0.003418

**MSE** 0.02696 0.027218 0.027643

**Rank** 1 2 3

0.386476 0.921781 0.9258 0.001753 0.917602 0.001799 0.920249 0.001732

1.33455 0.869476 0.87756 0.001907 0.869924 0.001949 0.872085 0.00191

1.36993 0.832098 0.84231 0.002017 0.835768 0.002061 0.837346 0.002021

1.48561 0.803169 0.81435 0.002119 0.808579 0.002164 0.809711 0.002118

2.03198 0.779198 0.79069 0.002217 0.785339 0.00226 0.78616 0.002213

2.32227 0.758256 0.76968 0.002312 0.764514 0.00235 0.765122 0.002308

3.26597 0.739258 0.75042 0.002399 0.745283 0.002432 0.745741 0.002399

3.26646 0.721585 0.73237 0.002478 0.727191 0.002505 0.727541 0.002482

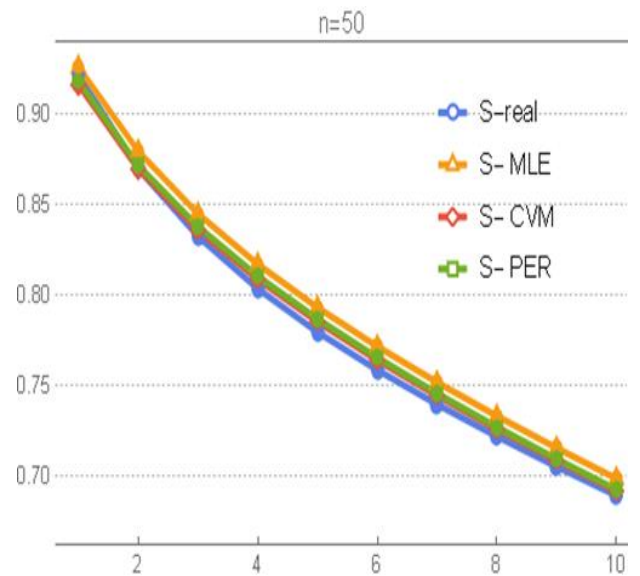
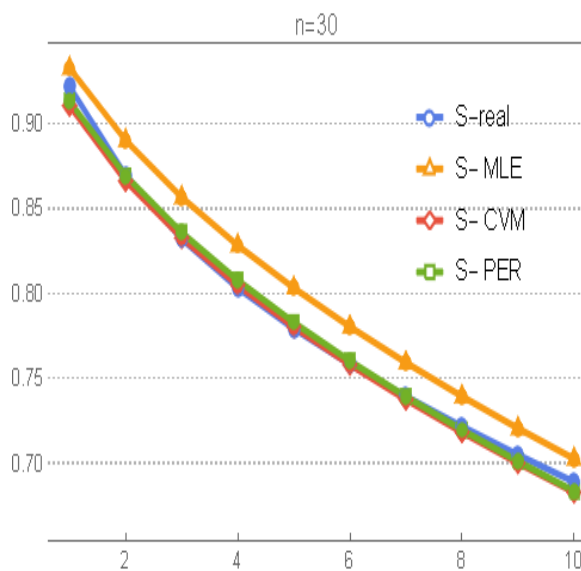
3.46835 0.704875 0.71522 0.002547 0.709983 0.002568 0.710249 0.002554

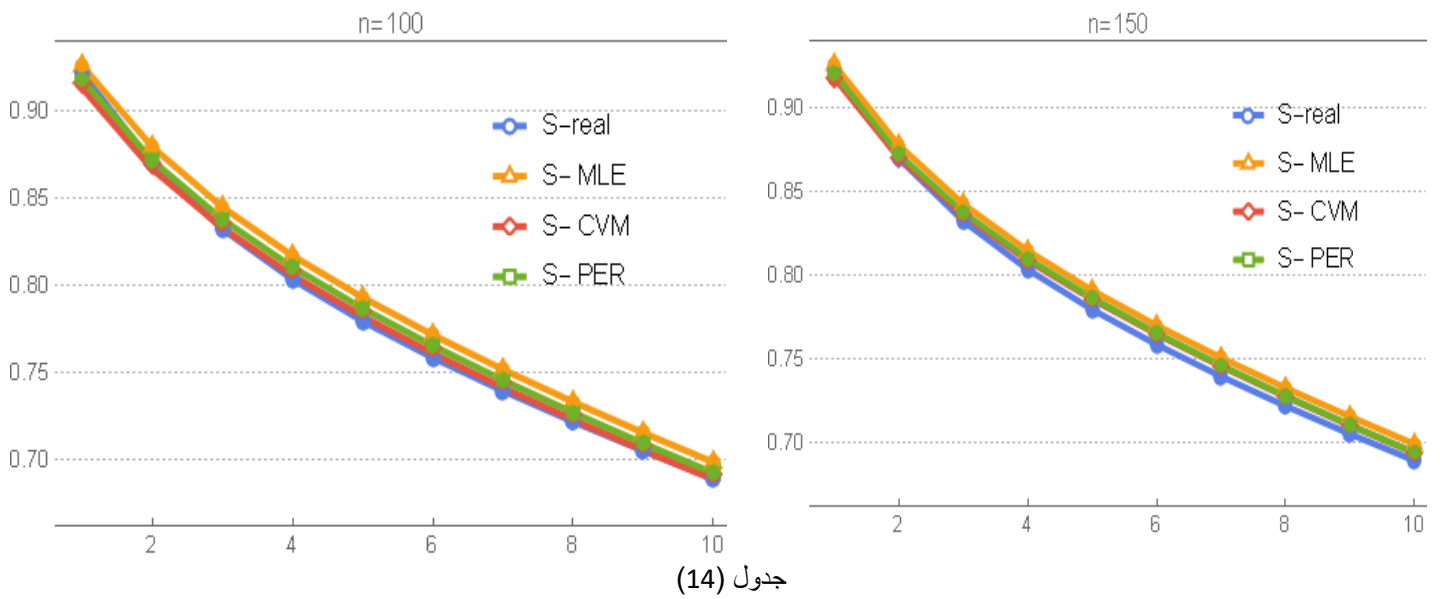
3.69855 0.68892 0.6988 0.002605 0.69351 0.002619 0.693705 0.002615

**MSE** 0.022353 0.022707 0.022363

**Rank** 1 3 2

150



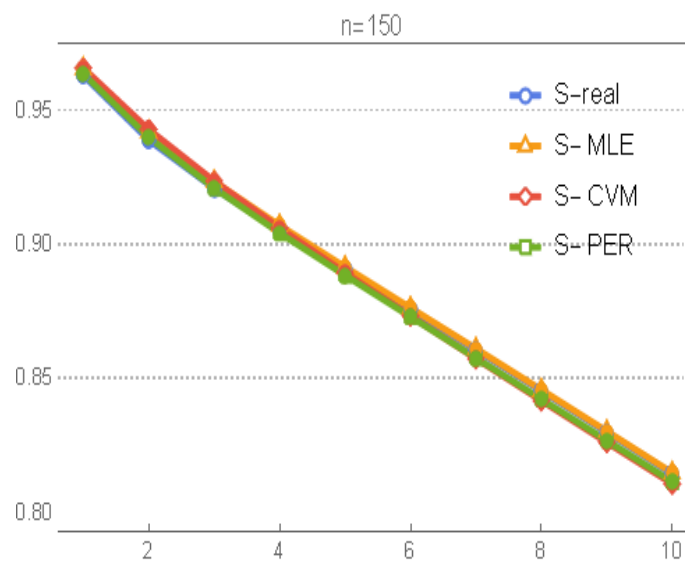
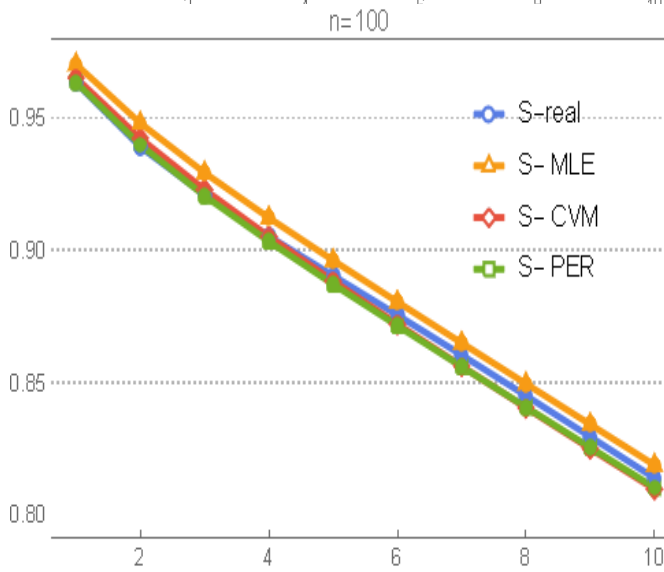
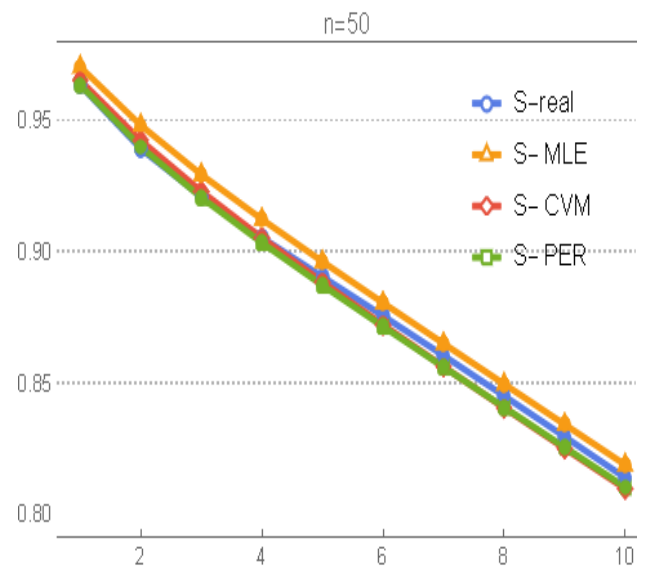
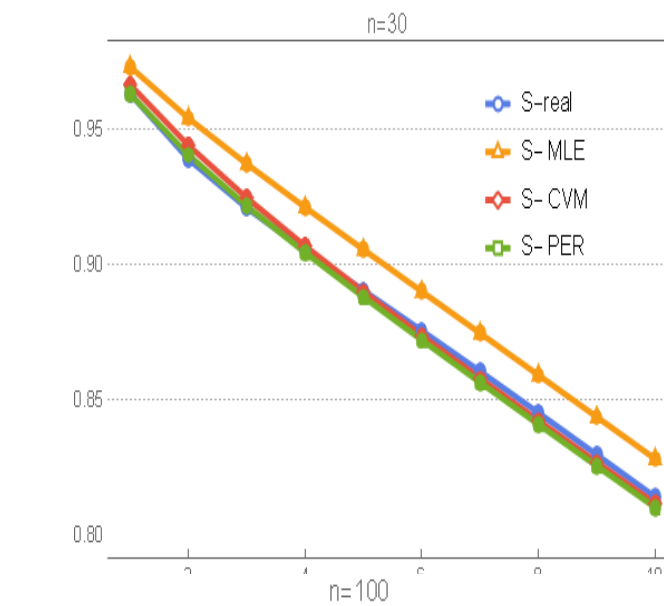


جدول (14)  
القيم الحقيقية والمقدرة لدالة البقاء ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) و الرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات  
للتأثير السابع

n	t	S-real	S-MLE	MSE	S-CVM	MSE	S-Per	MSE
30	0.20299	0.963103	0.9731	0.002226	0.966495	0.002263	0.963068	0.002459
	0.379645	0.93892	0.95404	0.00278	0.944029	0.002935	0.940504	0.003465
	0.473395	0.920856	0.93712	0.00319	0.924607	0.003434	0.921589	0.004126
	0.497676	0.90521	0.9211	0.00354	0.906771	0.003829	0.904336	0.004565
	0.530931	0.890309	0.90546	0.003865	0.889892	0.004166	0.887934	0.00489
	0.591596	0.875443	0.88996	0.004176	0.873629	0.004468	0.871991	0.005156

	0.648541	0.860366	0.8745	0.004472	0.85777	0.004743	0.856308	0.005389
	0.681401	0.845041	0.85901	0.004748	0.842174	0.00499	0.840784	0.005599
	0.740353	0.829529	0.84352	0.004999	0.826754	0.00521	0.825374	0.00579
	0.837862	0.81392	0.82802	0.005221	0.811484	0.005407	0.810071	0.005964
	<b>MSE</b>			0.039217		0.041445		0.047403
	<b>Rank</b>			1		2		3
<b>50</b>	0.20299	0.963103	0.9701	0.001915	0.96499	0.001976	0.963281	0.00206
	0.379645	0.93892	0.94789	0.002303	0.942153	0.002452	0.939697	0.002618
	0.473395	0.920856	0.92915	0.002585	0.92281	0.002783	0.920442	0.00297
	0.497676	0.90521	0.91217	0.0028	0.905122	0.003013	0.903245	0.003192
	0.530931	0.890309	0.89607	0.002976	0.888331	0.003181	0.887077	0.003347
	0.591596	0.875443	0.8804	0.003125	0.872074	0.00331	0.871421	0.003466
	0.648541	0.860366	0.86493	0.003256	0.856167	0.003414	0.856013	0.003566
	0.681401	0.845041	0.84954	0.003374	0.840507	0.003504	0.840724	0.003655
	0.740353	0.829529	0.83418	0.003484	0.825042	0.003585	0.825505	0.003736
	0.837862	0.81392	0.81885	0.003586	0.809748	0.003662	0.810352	0.003812
	<b>MSE</b>			0.029404		0.03088		0.032422
	<b>Rank</b>			1		2		3
<b>100</b>	0.20299	0.963103	0.96505	0.001736	0.965803	0.001786	0.962498	0.001798
	0.379645	0.93892	0.94154	0.00198	0.941746	0.002066	0.937816	0.002118
	0.473395	0.920856	0.92265	0.002164	0.921299	0.002265	0.918159	0.002343
	0.497676	0.90521	0.90591	0.002301	0.902906	0.002407	0.900942	0.002497
	0.530931	0.890309	0.89012	0.002411	0.885777	0.002515	0.884922	0.002606
	0.591596	0.875443	0.87469	0.002509	0.869452	0.002605	0.869467	0.002688
	0.648541	0.860366	0.85933	0.002604	0.853642	0.002685	0.854259	0.002758
	0.681401	0.845041	0.84393	0.002699	0.838172	0.002761	0.839149	0.002821

	0.740353	0.829529	0.82848	0.002793	0.822933	0.002836	0.82408	0.002881
	0.837862	0.81392	0.81299	0.002884	0.80787	0.002911	0.809046	0.002937
	<b>MSE</b>			0.024081		0.024837		0.025448
	<b>Rank</b>			1		2		3
<b>150</b>	0.20299	0.963103	0.96574	0.001615	0.965921	0.001692	0.963747	0.00169
	0.379645	0.93892	0.94214	0.001761	0.942981	0.001876	0.939948	0.00188
	0.473395	0.920856	0.92347	0.001876	0.923617	0.001995	0.92097	0.001985
	0.497676	0.90521	0.90701	0.001971	0.905995	0.002079	0.904164	0.002054
	0.530931	0.890309	0.89145	0.00205	0.889296	0.002141	0.888307	0.002108
	0.591596	0.875443	0.87616	0.002115	0.873093	0.002187	0.872808	0.002157
	0.648541	0.860366	0.86087	0.002172	0.857164	0.002222	0.857394	0.002203
	0.681401	0.845041	0.84546	0.002223	0.841399	0.002252	0.841961	0.002247
	0.740353	0.829529	0.82996	0.002269	0.825756	0.002281	0.826496	0.00229
	0.837862	0.81392	0.81441	0.002311	0.810229	0.00231	0.81103	0.002329
	<b>MSE</b>			0.020364		0.021034		0.020943
	<b>Rank</b>			1		3		2



## Abstract

The Rayleigh Pareto Distribution (Rayleigh Pareto Distribution) with parameters  $(\alpha, \gamma, \theta)$  is one of the widespread distributions. This distribution was derived from its true position in the best contracts due to the importance of its use in probabilistic cases. This distribution was applied in the study of reliability and survival, time display, and monitoring. Quality and acceptability (sample acceptance) in cases where normal distributions are an imperfect model.

The study sought to study the distributions of the cubic transformed distributions in constructing the new probability distribution (Rayleigh Pareto Distribution) with three parameters. Some of the structural and statistical gains of the proposed complex distribution (the cubic Rayleigh Pareto transformation) were studied, and its parameters and the estimators of the survival function of the distribution were estimated using third estimation methods, namely Each of the (Maximum Likelihood Method (MLE), Cramer von Mises Method (CVM) and the Optical Estimators Method (PER), and for the purpose of demonstrating the superiority of the estimation methods mentioned, is examined, as it depends on the extrapolation of the Mean Squared Error (MSE) through the use of a simulation method. Monte Carlo (Monte Carlo) to search for many repetitions of different substitutions from different grains (30), medium (50) and large (150-100) with seven models and repeating the experiment (1000) times for the experiment, and showed the best search results for the method of possibility. (MLE) in calculating final survival parameters and estimators for the proposed distribution at large remaining sizes to compare the preference of estimation methods and apply the proposed joint data using the method I chose in the experimental aspect on a real represented (108) observations representing survival times in weeks because it will contribute to establishing the colon until the start. After conducting a goodness-of-match test to show a large portion of the real data with the proposed distribution based on the Chi-Square statistical elasticity, and for the purpose of proving the efficiency of the proposed distribution compared with the Pareto rally distribution in representing the real data based on the statistical criteria (AIC, ACc, BIC), where the distribution was shown to be efficient. It is a good competitor and has the lowest values for the standards used.





The Republic of Iraq  
Ministry of Higher Education  
and Scientific Research  
University of Karbala  
College of Economics and Administration  
Department of Statistics

## **Cubic Transformation Rayleigh Pareto with Practical Applications**

Preface letter to

Council of the College of Administration and Economics / University of Karbala,  
which is part of the requirements for obtaining a master's degree in statistics

Submitted by the researcher

By

**Tamazar Kifah Hassan**

Supervised By

**Prof. Awad Kadim Shaalan AL-Khalidi**

**Ass. Prof. Dr. Mushtaq Kareem Abd Al-Rahem**

A.H. 1445

A.D. 2024

**Holy Karbala**