



جمهورية العراق  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة كربلاء  
كلية الإدارة والاقتصاد  
قسم الإحصاء  
الدراسات العليا



تقدير دوال الانحدار الرتيب متعدد المتغيرات الضبابي  
مع تطبيق عملي

**إطروحة مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد في جامعة  
كربلاء**

**وهي جزء من متطلبات نيل درجة دكتوراه فلسفة في  
الإحصاء**

تقدم بها

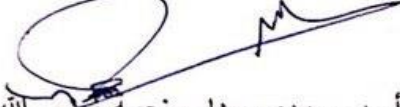
علي محمد عبيد السكمانى

باشرف

أ.د. مهدي وهاب نصر الله

## إقرار المشرف


أشهد بأن إعداد هذه الأطروحة الموسومة (تقدير دوال الانحدار الرتيب متعدد المتغيرات الضبابي مع تطبيق عملي ) والتي تقدم بها الطالب " علي محمد عبيد السكمانى " قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء ، وهي جزء من متطلبات نيل درجة دكتوراه فلسفة في علوم في الاحصاء .

  
أ. د. مهدي وهاب نعمة نصر الله

التاريخ: / / 2022

## توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أشرح الأطروحة للمناقشة.

  
أ. م. د. ايناس عبد الحافظ محمد

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2022

## إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الأطروحة الموسومة (تقدير دوال الانحدار الرتيب متعدد المتغيرات الضبابي مع تطبيق عملي) قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت اشرافي اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت.

الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

## إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن رئيس وأعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الأطروحة الموسومة  
(تقدير دوال الانحدار الرتيب متعدد المتغيرات الضبابي مع تطبيق عملي) والمقدمة  
من قبل الطالب "علي محمد عبيد السكمانى" وناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما  
له علاقة بها , ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة دكتوراه فلسفة في علوم الإحصاء  
بتقدير (ممتاز) .

  
أ.د احمد نعيم فليح


عضواً

2022/ /

  
أ.م.د. صدى فياض محمد

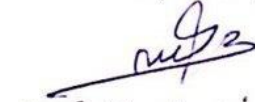
عضواً

2022/ /

  
أ. د. مهدي وهاب نعمة نصر الله


عضواً ومشرفاً

2022/ /

  
أ. د. باسم شليبة مسلم

رئيساً

2022/ /

  
أ. م. د. مشتاق كريم عبد الرحيم

عضواً

2022/ /

  
أ. م. د. اياد حبيب شمال

عضواً

2022/ /

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على اقرار الخبيرين العلميين والخبير اللغوي على أطروحة الطالب " علي محمد عبيد السكماني " الموسومة بـ (تقدير دوال الاتحاد الرتيب متعدد المتغيرات الضبابي مع تطبيق عملي) ارشح هذه الأطروحة للمناقشة.

أ. د. علي احمد فارس

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

2024 / /

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد / جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.م. د. هاشم جبار الحسيني

عميد كلية الادارة والاقتصاد جامعة كربلاء

2024 / /



﴿ وَاتَّقُوا يَوْمًا تُرْجَعُونَ فِيهِ إِلَى اللَّهِ ثُمَّ تُوَفَّىٰ

كُلُّ نَفْسٍ مَّا كَسَبَتْ وَهُمْ لَا يُظْلَمُونَ ﴾

صدق الله العلي العظيم

(البقرة: آية ٢٨٢)

الإهداء...

إلى ...

أبي وأمي الذين غمراني بحبهما ودعمهما اللا محدود، وألهماني قيم العلم والعمل.

زوجتي الحبيبة

التي شاركتني حلمي ووقفت إلى جانبي بلا تردد أو شك.

ابنتي .... التي أضاء حياتي بكل لحظة من لحظاتها،

جميع أفراد عائلتي الذين كانوا معي في كل خطوة.

أستاذي ومشرفي

الذي لم يبخل عليّ بعلمه وتوجيهاته الحكيمة

(أ.د. مهدي وهاب نعمه نصر الله)

زملائي وأصدقائي الذين دعموني وشجعوني

أساتذتي الذين لم يبخلوا عليّ بتوجيهاتهم ونصائحهم.

أهدي لكم ثمرة جهدي عرفاناً وشكراً.

الباحث

شكر وإمتنان ...

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿وَإِذْ تَأَذَّنَ رَبُّكُمْ لَئِن شَكَرْتُمْ لَأَزِيدَنَّكُمْ ۖ وَلَئِن كَفَرْتُمْ إِنَّ عَذَابِي لَشَدِيدٌ﴾

صدق الله العلي العظيم

{سورة ابراهيم:الاية ٧}

الحمد لله رب العالمين ملهم كل صواب وولي كل خير والصلاة والسلام على سيد المرسلين وخاتم الانبياء أبي القاسم محمد وعلى آله وصحبه المنتجبين ،أما بعد :

لا يسعني وقد انتهيت من اتمام هذه الاطروحة إلا أن أتقدم بجزيل شكري وخالص أمتاني وعظيم تقديري إلى أستاذي الفاضل (أ.د مهدي وهاب نصر الله) لقبوله الاشراف على هذه الاطروحة لجهوده القيمة في التوجيه والمتابعة والمساعدة الصادقة في اتمام هذه الاطروحة سائلاً العلي القدير أن يحفظه وينعم عليه بالصحة والعافية إنه سميع بصير.

كما يسعدني ان أتقدم بوافر الشكر والامتنان الى أساتذتي الكرام رئيس واعضاء لجنة المناقشة لتفضلهم بالموافقة على مناقشة هذه الاطروحة وتقويمها .

ومن الواجب ان اتوجه بشكري وامتناني الى رئيس قسم الاحصاء واساتيد وموظفي قسم الاحصاء . والزملاء والاصدقاء في مرحلة الدراسة كافة.

وبكل معاني الصداقة والوفاء شكري وامتناني الى اخي وصديقي المدرس الدكتور (بشار خالد علي) لما قدمه لي من مساعدة سائلاً العلي القدير ان ينعم عليه بالصحة والعافية.

وأتقدم بجزيل الشكر الى المقوم اللغوي والمقومين العلميين وموظفي الدراسات العليا، لتقديمهم يد العون والمساعدة في انجاز هذه الاطروحة.

ومن الله التوفيق...

الباحث

قائمة المحتويات



الصفحة	الموضوع
ب	الآية القرآنية
ج	الإهداء
د	شكر وامتنان
ق	المستخلص
1-6	الفصل الأول (منهجية الأطروحة والإستعراض المرجعي)
1-2	1-1 المقدمة
2	1-2 مشكلة الأطروحة
3	1-3 هدف الأطروحة
3-6	1-4 الاستعراض المرجعي
7-24	الفصل الثاني (الجانب النظري)
7	2-1 تمهيد (Preface)
7-8	2-2 الضبابية والمنطق الضبابي (Fuzziness & Fuzzy logic)
8-9	2-3 المجموعة التقليدية (Crisp set)
9	2-4 المجموعة الضبابية (fuzzy set)
10-11	2-5 دوال الإنتماء (Membership functions)
11-12	2-6 أنواع دوال الإنتماء (Membership functions types)

13-14	2-7 الدالة الرتيبة (Isotonic function)
14	2-8 الترتيب شبه النظامي (Quasi order)
15	2-9 المتجه الرتيب (Isotonic Vector)
15-17	2-10 الانحدار الرتيب ((Isotonic Regression)
18-19	2-11 الانحدار الرتيب الضبابي المقترح (Suggested Fuzzy Isotonic Regression)
19-21	2-12 المربعات الصغرى الرتيبة (Isotonic Least square)
21-23	2-13 مقدر M الرتيب (Isotonic M estimate)
23-24	2-14 مقدر الإمكان الأعظم الرتيب (Isotonic Maximum Likelihood)
25-64	الفصل الثالث (الجانب التجريبي)
25	3-1 تمهيد (Preface)
25-2	3-2 مفهوم المحاكاة (Simulation Concept)
26-28	3-3 مراحل تطبيق تجارب المحاكاة (simulation steps)
28-64	3-4 تحليل نتائج المحاكاة (Analysis of Simulation Result)
65-	الفصل الرابع (الجانب التطبيقي)
65	1-4 التمهيد (Preface)
65-66	2-4 مرض الكلى المزمن ((Chronic Kidney Disease (CKD))
67-68	4-3 البيانات التطبيقية (Applied Data)

68	4-5 تضبيب المتغير المعتمد y
69-70	4-6 تحليل البيانات الحقيقية (Real Data Analysis)
71-72	الفصل الخامس (الاستنتاجات والتوصيات)
71	5-1 الإستنتاجات (Conclusions)
72	5-2 التوصيات (Recommendations)
73-76	المصادر
73	أولاً: المصادر العربية
73-76	ثانياً: المصادر الأجنبية
77- 102	الملاحق
A	Abstract

### قائمة الجداول

رقم الجدول	عنوان الجدول	الصفحة
------------	--------------	--------

26-27	افتراضات النماذج المدروسة في تجارب المحاكاة	(3-1)
29	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=50$ و $q=5$ للانموذج الاول	(3-2)
31	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=100$ و $q=5$ للانموذج الاول	(3-3)
33	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=200$ و $q=5$ للانموذج الاول	(3-4)
35	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=300$ و $q=5$ للانموذج الاول	(3-5)
37	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=50$ و $q=10$ للانموذج الثاني	(3-6)
38-39	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=100$ و $q=10$ للانموذج الثاني	(3-7)
40	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=200$ و $q=10$ للانموذج الثاني	(3-8)
42	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=300$ و $q=10$ للانموذج الثاني	(3-9)
44	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=50$ و $q=15$ للانموذج الثالث	(3-10)
46	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=100$ و $q=15$	(3-11)

	للانموذج الثالث	
48	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=200$ و $q=15$ للانموذج الثالث	(3-12)
50	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=300$ و $q=15$ للانموذج الثالث	(3-13)
52	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=50$ و $q=30$ للانموذج الرابع	(3-14)
54	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=100$ و $q=30$ للانموذج الرابع	(3-15)
56	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=200$ و $q=30$ للانموذج الرابع	(3-16)
58	تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=300$ و $q=30$ للانموذج الرابع	(3-17)
63	طرائق التقدير لكل تقاطع بين أحجام العينات ( $n$ ) وعدد المتغيرات المستقلة	(3-18)
68	متجه المتغير المعتمد الضبابي	(4-1)
69	تقديرات دالة الانحدار الرتيب الضبابي للبيانات الحقيقية	(4-2)
69	متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة للبيانات الحقيقية	(4-3)

### قائمة الاشكال

الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
8	نظام المنطق الضبابي	2-1
9	المجموعة التقليدية Crisp set	2-2
9	المجموعة الضبابية Fuzzy set	2-3
11	مميزات دالة الإنتماء	2-4
12	(a) دالة الإنتماء المثلثية المتماثلة (b) دالة الإنتماء المثلثية العامة	(2-5)
13	دالة الإنتماء شبه المنحرف العامة	(2-6)
30	منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=50$ و $q=5$ للانموذج الأول	(3-1)
32	منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=100$ و $q=5$ للانموذج الأول	(3-2)
32	منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=200$ و $q=5$ للانموذج الأول	(3-3)
35	منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=300$ و $q=5$ للانموذج الأول	(3-4)
37	منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=50$ و $q=10$ للانموذج الثاني	(3-5)
38	منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=100$ و $q=10$ للانموذج الثاني	(3-6)
39	منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=200$ و $q=10$ للانموذج الثاني	(3-7)

41	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=300$ و $q=10$ للانموذج الثاني	(3-8)
43	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=50$ و $q=15$ للانموذج الثالث	(3-9)
44	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=100$ و $q=15$ للانموذج الثالث	(3-10)
46	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=200$ و $q=15$ للانموذج الثالث	(3-11)
47	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=300$ و $q=15$ للانموذج الثالث	(3-12)
49	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=50$ و $q=30$ للانموذج الرابع	(3-13)
50	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=100$ و $q=30$ للانموذج الرابع	(3-14)
52	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=200$ و $q=30$ للانموذج الرابع	(3-15)
53	منحني دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند $n=300$ و $q=30$ للانموذج الرابع	(3-16)
70	منحني دالة الانحدار الرتيب الضبابية للبيانات الحقيقية	(4-1)

قائمة المصطلحات والرموز المستعملة في هذا البحث

المصطلح باللغة العربية	المصطلح باللغة الانكليزية	رمز المصطلح
يشير للضبابية	Fuzzy wave	~
مجموعة ضبابية	Fuzzy set	$\tilde{A}$
الدالة المميزة للمجموعة التقليدية	Characteristic function	$\mu_A(x)$
دالة الانتماء (العضوية) للمجموعة الضبابية	Membership function for Fuzzy set	$\mu_{\tilde{A}}(x)$
متجه مشاهدات العينة	sample Observation Vector	$x$ or $t$
المتجه الضبابي	Fuzzy vector	$\tilde{x}$ or $\tilde{t}$
طريقة المربعات الصغرى الرتبية		ILSR
طريقة M الرتبية		IM
طريقة الإمكان الأعظم الرتبية		IML
طريقة المربعات الصغرى الرتبية الضبابية		FILSR
طريقة M الرتبية الضبابية		FIM
طريقة الإمكان الأعظم الرتبية الضبابية		FIML



في هذه الأطروحة تم إقتراح انموذج الانحدار الرتيب الضبابي ( Fuzzy Isotonic Regression Model) باعتبار ان المتغير المعتمد ضبابي باستخراج درجات عدم الانتماء لمشاهدات هذا المتغير بهدف استبعاد المشاهدات قليلة الاهمية من الانموذج وبالتالي زيادة دقة الانموذج ، وتم تقدير الانموذج المقترح باستعمال ثلاث طرائق هي طريقة الامكان الاعظم الرتبية الضبابية وطريقة المربعات الصغرى الرتبية الضبابية (FILSR) ومقدر M الرتيب الضبابي (FIM) وتم المقارنة بين هذه الطرائق والطرائق نفسها بعدم وجود الضبابية باستعمال تجارب محاكاة مونت-كارلو عند نماذج مختلفة تتضمن متغيرات مستقلة (p=5, 10, 15, 30) واحجام عينات (n=50, 100, 250, 300) وتم التوصل الى ان افضل طريقة لتقدير دالة الانحدار الرتيب هي طريقة الامكان الاعظم الرتبية الضبابية وتليها طريقة المربعات الصغرى الرتبية الضبابية واخيرا كانت طريقة M الرتبية الضبابية. وان طريقة الامكان الاعظم الرتبية الضبابية وطريقة المربعات الصغرى الرتبية الضبابية متقاربتان في التقدير . كذلك تم استعمال بيانات حقيقية تمثل (250) مريض مصاب بمرض الكلى المزمن (CKD) للسنوات (2019-2023) من دائرة صحة كربلاء المقدسة- مستشفى الحسين التعليمي اذ ان المتغير التابع (y) كان معدل الترشيح الكبيبي (Glomerular Filtration Rate) (GFR) ومجموعة من المتغيرات المؤثرة على الاصابة بالمرض بواقع واحد وعشرون متغير مستقل وهي  $X_1$  العمر (Age) و  $X_2$  الجنس (Sex) و  $X_3$  التاريخ العائلي (Family Historical) و  $X_4$  مؤشر كتلة الجسم (Body Mass Index (BMI)) و  $X_5$  ضغط الدم (Blood Pressure) و  $X_6$  مرض السكري (Diabetic) و  $X_7$  التدخين (Smoking) و  $X_8$  مستويات الكوليسترول (Cholesterol levels) و  $X_9$  النظام الغذائي (Diet) و  $X_{10}$  مستويات البروتين في البول (البروتينوريا (مؤشر لتلف الكلى) (Proteinuria) و  $X_{11}$  تناول مضادات الالتهاب غير الستيرويدية (NSAIDs) و  $X_{12}$  الوظائف القلبية (Cardiac functions) و  $X_{13}$  مستويات الفوسفور (Phosphorus levels) و  $X_{14}$  مستويات الكالسيوم (Calcium levels) و  $X_{15}$  مستويات البوتاسيوم (Potassium levels) و  $X_{16}$  مستويات البروتين في البول (Proteinuria) و  $X_{17}$  مستويات حمض اليوريك (uric acid levels) و  $X_{18}$  مستويات الفيتامين D (Vitamin D levels) و  $X_{19}$  التعرض المزمن للجفاف (Chronic Exposure to Dehydration) و  $X_{20}$  التعرض للأشعة السينية والمواد المشعة (Exposure to x-rays and radioactive materials) وتم التوصل الى ان الطريقة كانت فعالة في تقدير انموذج الانحدار الرتيب في ظل بانات لها اتجاه رتيب متصاعد اذ كانت القيم الحقيقية متناسقة مع القيم التقديرية.

## الفصل الأول

المقدمة

منهجية الأطروحة

والإستعراض المرجعي



## 1-1 المقدمة (Introduction)

يعد الاحصاء التقليدي من الاساليب الاحصائية المطبقة في الكثير من العلوم التي تعتمد العشوائية منهاجاً في التحليل والاستنتاج والقرار عندما تكون ذات قياسات محددة ومعلومة. ولكن في المواقف التطبيقية الحقيقية نواجه نماذج انحدار يكون فيها عدم التاكيد سببه الضبابية وليس العشوائية او الاثنين معاً. فكلما الانحدار تعني أشكال وطرائق إحصائية واسعة الاستعمال في جميع العلوم المختلفة فهي توضح العلاقة بين متغير يسمى متغير الاستجابة (Response variable) ومتغير واحد أو أكثر من متغيرات تسمى المتغيرات المستقلة (متغيرات توضيحية) (Explanatory variables) ، إذ إن متغير الاستجابة يكون بهيئة دالة للمتغيرات التوضيحية وتوضح قوة واتجاه العلاقة من خلال تقدير معلمات انموذج الانحدار. فعند تطبيق أسلوب الأنحدار على البيانات يتوقع في حالات معينة أن تكون دالة الأستجابة رتيبة اما متزايدة أو متناقصة (monotonic increasing or decreasing)..

ان دراسة العلاقات بين المتغيرات المختلفة أمراً مهماً لفهم الظواهر وتطوير السياسات واتخاذ القرارات المستندة إلى البيانات. ومع ذلك، تتسم بعض البيانات بعدم الوضوح والغموض، مما يجعل من الصعب استعمال تقنيات التحليل التقليدية بفعالية. أحد الأمثلة الشائعة هو تحليل البيانات المرتبة التي تحتوي على عدم يقين، مثل مستويات الرضا، درجات الأداء، أو تقديرات المخاطر الصحية. هنا تبرز الحاجة إلى استعمال دالة الانحدار الرتيب في ظل المنطق الضبابي ، التي تسمح بالتعامل مع هذا النوع من البيانات بمرونة ودقة أكبر.

إن إنشاء مجموعات ذات مغزى من متغيرات التنبؤ فيما يتعلق بمتغير النتيجة أمر مرغوب فيه في العديد من المواقف، وخاصة إذا كان شكل العلاقة غير معروف. ومع ذلك، ليس من الواضح دائماً عدد المجموعات التي يجب إنشاؤها وأين يجب وضع نقاط القطع. عادة ما يتعين تضمين أكثر من متغير توضيحي في التحليل، وبالتالي يتعين على المرء تطبيق نموذج إحصائي مناسب. لهذا الغرض، فنحتاج إلى نهج بسيط لنمذجة البيانات دون العديد من المتطلبات. ففي العديد من الدراسات الطبية، قد يكون لدى الباحث قناعة قوية بأن دالة الانحدار المستخدمة لوصف العلاقة بين متغيرين لها شكل أو صيغة معينة يمكن تمييزها بقيود ترتيب معينة مثل الرتابة (Monotonic)؛ للانحدار الرتيب تطبيقات مهمة في الإحصاءات، وبحوث العمليات، ومعالجة الإشارات، وغالباً ما تكون هذه التطبيقات مميزة بقيمة  $n$

## الفصل الأول — منهجية الأطروحة والإستعراض المرجعي

كبيرة جداً. لمثل هذه المشاكل ذات النطاق الواسع، من الأهمية العملية الكبيرة تطوير خوارزميات لا ترتفع تعقيدها بسرعة مع زيادة  $n$ . وهي تقنية انحدار غير معلمية تحافظ على الترتيب.

وعليه قسمت الأطروحة إلى خمسة فصول، تضمن الفصل الأول المقدمة وهدف الأطروحة وعرضاً لاهم الأبحاث والدراسات ذات العلاقة بموضوع الأطروحة.

أما الفصل الثاني فإنه تضمن الجانب النظري والذي تم فيه عرض بعض الطرائق المعلمية الرتيبة (monotone) لجعل دالة الأنحدار رتيب.

أما الفصل الثالث فقد تضمن الجانب التجريبي، وفيه تم عرض تجربة محاكاة إذ تم عرض نبذة عن بعض المفاهيم الأساسية عن المحاكاة وخطوات تطبيق تجارب المحاكاة. أما الفصل الرابع فقد تضمن الجانب التطبيقي الذي جرى على عينه بيانات حقيقية تمثل (250) مريض مصاب بمرض الكلى المزمن (CKD) للسنوات (2019-2023) من دائرة صحة كربلاء المقدسة- مستشفى الحسين التعليمي إذ ان المتغير التابع ( $y$ ) كان معدل الترشيح الكبيبي (Glomerular Filtration Rate (GFR) ومجموعة من المتغيرات المؤثرة على الإصابة بالمرض بواقع واحد وعشرون متغير مستقل وأخيراً تضمن الفصل الخامس أهم الأستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل إليها في ضوء نتائج هذه الأطروحة.

### 1-2 مشكلة الإطروحة (Problem of thesis)

في العديد من الحالات، يكون المتغير التابع الذي نحاول تفسيره أو التنبؤ به غير دقيق أو غير واضح، ويمكن وصفه كمتغير ضبابي يعكس طبيعة غير محددة للظاهرة محل الدراسة. هذا المتغير الضبابي قد يعبر عن نفسه من خلال قيم تقديرية تقريبية تعكس علاقة غير حتمية وغير دقيقة مع المتغيرات المستقلة التي نحاول تفسير الظاهرة من خلالها. قد تكون العلاقة بين المتغير التابع الضبابي والمتغيرات المستقلة منظمة أو متسلسلة، بحيث يؤدي التغير في المتغيرات المستقلة إلى تغير ثابت أو متنسق في المتغير التابع الضبابي، دون وجود تقلبات غير متوقعة. وبالتالي، يمكن صياغة الانحدار الرتيب كمشكلة تحسين تهدف إلى إيجاد دالة رتيبة تقلل من مجموع الأخطاء التريبيعية بين القيم المتوقعة والقيم المشاهدة للمتغير التابع الضبابي. هذا النهج من شأنه أن يحسن دقة النماذج الإحصائية في التعامل مع المتغيرات التابعة غير الدقيقة أو الضبابية.

### 3-1 هدف الأطروحة (Aim of Thesis)

تهدف الأطروحة الى اقتراح انموذج انحدار رتيب ضبابي يأخذ بعين الاعتبار ضبابية المغير المعتمد يمكنه التعامل بفعالية مع كل من الضبابية والرتابة في البيانات ومقارنه هذا الانموذج المقترح مع انموذج الانحدار الرتيب التقليدي وتقديره باستعمال ثلاثة طرائق هي طريقة وطريقة الامكان الاعظم الرتبية و طريقة المربعات الصغرى الرتبية وطريقة M الرتبية.

### 4-1 الاستعراض المرجعي (Review of Literature)

- في عام (1998) قدر الباحثان (Shi & Jiang) انموذج الانحدار الرتيب ( Isotonic regression) باستعمال طريقة الامكان الاعظم في حالة عدم وجود شروط مفروضة على التباينات لبيانات مأخوذة من k من المجتمعات التي لها توزيع طبيعي بمتوسط  $\mu_i$  وتباينات مجهولة  $\sigma_i^2$ ، حيث تكون المتوسطات مقيدة بترتيب جزئي معين. وقدرت المعلمات  $\mu_i$  و  $\sigma_i^2$  باقتراحهم خوارزمية لانموذج الانحدار الرتيب وتوصلا الى ان الخوارزمية تعطي دقة عالية في التقدير.
- في عام (2001) وصف الباحثان (Georgia & Kurt) ، الانحدار الرتيب كطريقة لاعلمية ، بديلة لإثبات علاقة الجرعة بالاستجابة وكذلك لتقييم حد العتبة. وعرض لها عدة مزايا مقارنة بالنماذج المعلمية. بافتراض وحيد وهو الرتابة والذي لا يتطلب أي شكل محدد للعلاقة. علاوة على ذلك، فإن النتيجة تكون مستقلة عن أي تحويل رتيب للجرعة. وكذلك قدما خوارزمية الانحدار الرتيب. ومن ثم قدما تطبيق عملي حول التهاب الشعب الهوائية المزمن.
- في عام (2003) درس الباحث (Salanti) مقدر الانحدار الرتيب على نطاق عام. وتحصل على التوزيع الحدي للمقدر ودرس خصائصه. واثبت أنه في ظل بعض الافتراضات العامة، فإن التوزيع الحدي للمقدر الرتيب والذي يعني أنه يتم تحديد توزيع القيم التي يمكن أن يأخذها المقدر (الانحدار) عند الاقتراب من حد معين يعطى من خلال تجميع الانحدارات الرتبية

المنفصلة لبعض المتجهات الفرعية للتوزيع المقارب للمقدر غير الرتيب. كما تبين أن المقدر الرتيب يحافظ على معدل تقارب المقدر الأساسي. ونطبق هذه النتائج على مشاكل تقدير دالة الانحدار ثنائية التكرارات وتقدير دالة الكتلة الاحتمالية ثنائية التكرارات.

• **في عام (2010) قدم الباحثين (Ronny et al.)** خوارزمية جديدة للانحدار الرتيب تعتمد على تقسيم فضاء الحل بشكل متكرر. وقاموا بتطوير طرائق فعالة لكل مشكلة تقسيم فرعية من خلال تمثيل مكافئ كمشكلة تدفق شبكي، واثبتوا أن تسلسل هذه التقسيمات يتقارب نحو الحل الأمثل. يمكن تقسيم مشاكل تدفق الشبكة هذه بشكل أكبر لحل المشكلات الكبيرة جداً. واثبتوا نجاح الانحدار الرتيب في التنبؤ وخصائص الخوارزمية الحسابية المواتية لدينا من خلال أمثلة محاكاة كبيرة .

• **في عام (2011) اقترح الباحثين (Enrique et al.)** عائلة من التقديرات الحصينة للانحدار الرتيب وهي مقدرات  $M$  الرتيبة. نظهر أن توزيعها المقارب، حتى عامل قياسي، هو نفس توزيع مقدر برونك الرتيب الكلاسيكي. وتوصل الى دالة التأثير ونقطة انهيار هذه التقديرات. أخيراً، من خلال دراسة مونت كارلو التي تُظهر أن العائلة المقترحة تتضمن مقدرين يتمتعون بكفاءة عالية في ظل الأخطاء الغاوسية وقوة عالية عندما يكون توزيع الخطأ له ذيول ثقيلة.

• **في عام (2014) قدم الباحثين (Jan de et al.)** قدم إطاراً عاماً للتحسين الرتيب وذلك بتقديمهم نسخة معممة من خوارزمية " (PAVA) " لتقليل دالة محدبة قابلة للفصل مع قيود السلسلة البسيطة. بالإضافة إلى الدوال المحدبة العامة، وقاموا بتمديد تنفيذات PAVA الحالية من حيث أوزان المشاهدات، أساليب التعامل مع التعادلات، والاستجابات من تصميمات القياس المتكرر. من خلال صياغته مشاكل الرتبة كمسائل برمجة محدبة مع قيود خطية، قفاموا بطور طريقة مجموعة نشطة أولية لحل هذه المشكلة. وطبقوها على دوال الخسارة المحددة ذات الصلة في الإحصاءات وذلك باستعمال حزمة R المسماة isotone .

• **في عام (2017) استخدم الباحثان (Oron & Flournoy)** الانحدار الرتيب أحادي المتغير (IR) لتقدير غير معياري في دراسات الاستجابة للجرعة ودراسات تحديد الجرعة. إن إحدى الخصائص غير المرغوبة للانحدار الرتيب أحادي المتغير هي انتشار الامتدادات الثابتة المتقطعة في تقديراته، في حين يُفترض عادةً أن دالة الاستجابة للجرعة تتزايد بشكل صارم. لذلك اقترحا تعديلاً بسيطاً للانحدار الرتيب أحادي المتغير، يُسمى الانحدار الرتيب

المركزي (Centered Isotonic Regression). إن تقديرات الانحدار الرتيب أحادي المتغير تتزايد بشكل صارم في الجزء الداخلي من نطاق الجرعة. في غياب انتهاكات الرتبة، فإن الانحدار الرتيب المركزي و IR يعيدان المشاهدات الأصلية. ومن خلال التحليل العددي للنموذج تبين أنه بالنسبة لأحجام العينات النموذجية لدراسات الاستجابة للجرعة ومع منحنيات الاستجابة للجرعة الواقعية، يوفر الانحدار الرتيب المركزي انخفاضاً كبيراً في خطأ التقدير مقارنةً بالانحدار الرتيب المركزي عندما تحدث انتهاكات الرتبة. كما نقوم بتطوير تقديرات الفترة للانحدار الرتيب المركزي و IR، مع سلوك تغطية جيد.

• **في عام (2018) درس الباحثان (Anevski & Pastukhov)** انموذج الانحدار الرتيب (Isotonic regression) على مجموعة مرتبة مسبقاً قابلة للعد. واشتقا التوزيع الحدي للمقدر ودرسا خصائصه. وتوصلا الى انه في ظل بعض الافتراضات العامة، يتم تحديد التوزيع الحدي للمقدر الرتيب من خلال تجميع الانحدارات المتساوية التوتر المنفصلة لبعض المتجهات الفرعية لتوزيع مقارب للمقدر غير المكرر. كما نظهر أن المقدر الرتيب يحافظ على معدل تقارب المقدر الأساسي. ونطبق هذه النتائج على مشاكل تقدير دالة الانحدار ثنائية التكرارات وتقدير دالة الكتلة الاحتمالية ثنائية التكرارات.

• **في عام (2019) اقترح الباحثان (W.J. Wilbur & L. Yeganova)** خوارزمية (The pool adjacent violators PAV) وهي تقنية فعالة لفئة مشاكل الانحدار الرتيب ذات الترتيب الكامل. تنتج الخوارزمية تقديراً متساوي التوائم تدريجياً يقرب الدالة ويعين أقصى احتمال للبيانات أن البيانات تم توليدها بواسطة دالة رتيبة مستمرة تلتزم بشرط ليبشيتز اسمها ، خوارزمية (Lipschitz pool adjacent violators (LPAV) algorithm) " (LPAV) ، التي تقرب تلك الدالة؛ وتم اثبات تقارب الخوارزمية ونفحص دقتها من خلال اجارب محاكاة.

• **في العام (2024) درس (Lukasz & Mario)** الانحدار الرتيب، تحت افتراض أن دالة التباين للاستجابة تكون رتيبة في دالتها المتوسطة، وحققا في تطبيق جديد للانحدار الرتيب كمقدر لهذه الدالة التباينية. اقترحا لتقدير التباين باستخدام الانحدار الرتيب يُستخدم في العديد من مشاكل الانحدار الكلاسيكية التي تركز على تقدير المتوسط والتحقق من صحة النموذج. في سلسلة من الأمثلة العددية، استكشفوا اولا معلمة تباين القوة لدالة التباين ضمن عائلة توزيعات Tweedie ، وثانياً تم اشتقاق طريقة شبه معلمية للبوتستراب تحت وجود تباين غير



متساوٍ، وثالثاً قدموا اختبار للمعايرة الذاتية ورابعاً استكشفوا نهج شبه الاحتمالية للاستفادة من التقدير الأفضل تقاربياً، واخيراً تعاملوا مع عدة صعوبات تحت افتراضات اللوغاريتم الطبيعي. في جميع هذه المشاكل، وتوصلاً الى أن تقدير التباين باستخدام الانحدار الرتيب ضروري لتقدير المتوسط بشكل صحيح ومفيد مقارنةً بالتقنيات الإحصائية التقليدية المعتمدة على الممهدات المتعددة الحدود.

نلاحظ من ما تم الاطلاع عليه من دراسات وابحاث سابقة انه لم يتناول أحد الباحثين موضوع الانحدار الرتيب والضبابية في آن واحد وان اغلب الباحثين عند اجراءهم دراسات عن مشكلة ما تدخل الضبابية فيها فانهم يفترضون رقماً (عدداً ثابتاً) يعد كعامل للضبابية لغرض دراسة الضبابية وليس بيانات قد تحتوي على متغيرات استجابة تكون مرتبة وعدد من المتغيرات التفسيرية التي يُعتقد انها تؤثر على هذه المتغيرات ، اذ يكون استعمال تقنيات الانحدار التقليدية غير كافٍ بسبب الطبيعة المرتبة للبيانات وعدم اليقين الملازم لها. لذلك تم اقتراح انموذج انحدار رتيب ضبابي وتم تقديره بثلاث طرائق للتقدير.

## الفصل الثاني

# الجانب النظري

### 2-1 تمهيد (Preface)

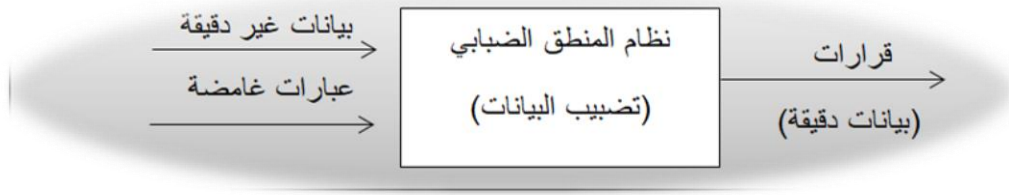
نواجه في مجالات البحث العلمي المختلفة، بيانات قد تحتوي على متغيرات استجابة تكون مرتبة وعدد من المتغيرات التفسيرية التي يُعتقد انها تؤثر على هذه المتغيرات ، فيمكن أن تكون المتغيرات المستجيبة مستويات الرضا (منخفض، متوسط، عالي)، أو تقديرات أداء الموظفين، أو درجات المرضى الصحية. في مثل هذه الحالات، يكون استعمال تقنيات الانحدار التقليدية غير كافٍ بسبب الطبيعة المرتبة للبيانات وعدم اليقين الملازم لها. هنا تأتي أهمية دالة الانحدار الرتيب متعدد المتغيرات الضبابي، التي تجمع بين الانحدار الرتيب ومفاهيم المنطق الضبابي للتعامل مع هذه التحديات.

في هذا الفصل تم عرض لاهم المبدئ الاساسية لنظرية المجموعات الضبابية ، كذلك عرضاً للمبادئ الاساسية للانحدار الرتيب والدالة الرتبية وخوارزميات تقدير دالة الانحدار الرتيب.

### 2-2 الضبابية والمنطق الضبابي (Fuzziness and Fuzzy logic)

المنطق الضبابي هو نظام رياضي مصمم للتعامل مع المفاهيم الغامضة وغير الدقيقة، بخلاف المنطق التقليدي الذي يعتمد على القيم الثنائية (صواب أو خطأ). قدم لطفي زادة هذا المفهوم في عام (1965) كامتداد لنظرية المجموعات التقليدية ونظرية الاحتمالات، بهدف معالجة حالات عدم اليقين والغموض في البيانات. يمكن هذا النظام من التعامل مع قيم الحقيقة المتعددة المحتملة لنفس المتغير، مما يسمح بحل المشكلات باستعمال مجموعة غير دقيقة ومفتوحة من البيانات والاستدلالات للوصول إلى استنتاجات دقيقة. يهدف المنطق الضبابي إلى معالجة المشكلات من خلال استغلال كافة المعلومات المتاحة واتخاذ أفضل قرار ممكن بناءً على المدخلات. (H. B. Yadav, D. K., 2015, 33)

ويعد مفيدة في محاكاة الواقع، إذ تقدم حلاً لمشكلة تمثيل المعلومات التقريبية من خلال التركيز على الاستدلال باستعمال التعبيرات الضبابية. تم سد فجوات كبيرة في المنطق التقليدي (Crisp) بفضل المنطق الضبابي، خاصة عند الاستدلال في ظروف غير مؤكدة وغير دقيقة. العديد من الظواهر تتعامل مع معلومات غير دقيقة عن طريق تخصيص درجة من الانتماء (العضوية) لكل عنصر في المجموعة ضمن المجال الحقيقي  $[0,1]$ . يتم تحديد عضوية العنصر في المجموعة الضبابية الفرعية حسب درجته. (علي ونعمة، 2022، 10)



شكل (2-1) نظام المنطق الضبابي

( علي ونعمة، 2022، 11 )

### 2-3 المجموعة التقليدية (Crisp set)

هي مجموعة يتم تصنيف كل عنصر فيها على أنه ينتمي إليها أو لا ينتمي إليها، مع وجود حدود واضحة لا لبس فيها تفصل كل عنصر يشكل جزءًا من المجموعة عن جميع العناصر الأخرى. قد يكون العنصر في نفس الوقت جزءًا من المجموعة ولا يكون كذلك. [AL-Sabbah et al., 2021, 1213]

2021, 1213]

لتكن  $X$  مجموعة شاملة (Universe of discourse)، وان  $A$  مجموعة جزئية منها ، فان كل

عنصر  $x$  في  $A$  يمكن ان ينتمي أو لا ينتمي للمجموعة  $A$ . (H. Garg et al, 2013, 397).

ولتكن  $\mu_A(x)$  دالة مميزة للمجموعة  $A$  تعطي لكل عنصر في المجموعة  $X$  درجة إنتماء الى

المجموعة  $A$  وتكون هذه الدالة ثنائية القيم  $\{0,1\}$  إذ أن:

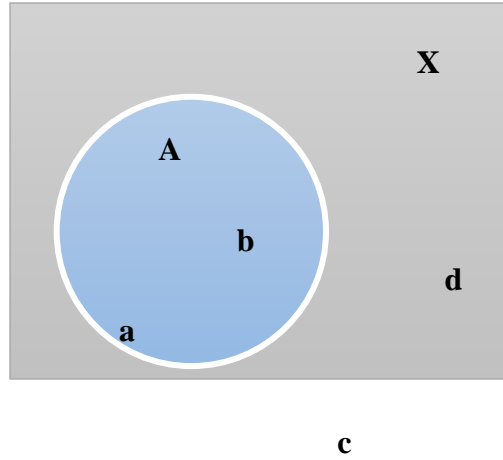
(Ibrahim & Mohammed, 2017, 143)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } x \in A \\ 0, & \text{if } x \notin A \end{cases}$$

اذ أن  $\mu_A(x)$  تمثل الدالة المميزة للمجموعة التقليدية.

## الفصل الثاني — الجانب النظري

والشكل (2-2) يبين المجموعة التقليدية إذ نلاحظ فيه المجموعة **A** التي تتضمن العاصر **a, b** هي بداخل الدائرة الذي يشير الى ان العاصر تنتمي تماماً للمجموعة **A** التي هي مجموعة جزئية من المجموعة الشاملة **X** بينما العاصر **c, d** لاتتمتمي تماماً للمجموعة **A**.



شكل (2-2) المجموعة التقليدية (Crisp set)

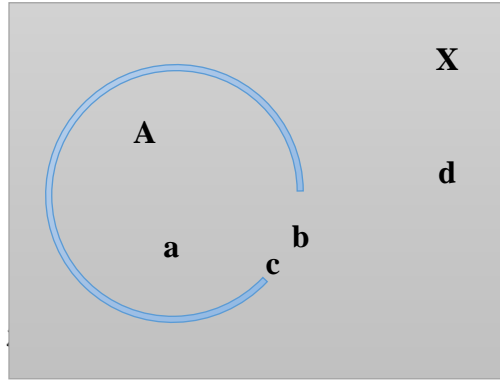
### 2-4 المجموعة الضبابية (Fuzzy set)

المجموعة الضبابية هي مجموعة ذات حدود غامضة، وهي إحدى الأفكار الأساسية للبحث الرياضي الحديث. يتم تعريف المجموعة الضبابية من خلال دالة العضوية التي تعطي كل عنصر في

المجموعة درجة من الانتماء في الفترة [0، 1]. كل عنصر في المجموعة الغامضة له درجة معينة من الانتماء.. (Yager, 2013, 436).

لتكن  $X$  مجموعة شاملة فان المجموعة الضبابية الجزئية  $\tilde{A}$  من  $X$  التي لها بدالة انتماء  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  التي تنتج قيم بين [0, 1] لكل قيم  $x$  في فضاء العينة الضبابية فالمجموعة الضبابية يمكن ان يعبر عنها كالآتي: (علي ونعمة، 2022، 18)

$$\tilde{A} = \{(x_i, \mu_{\tilde{A}}(x_i)), x \in \Omega, i = 1, 2, 3, \dots, n, 0 \leq \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 1\} \dots (2-1)$$



شكل (2-3) المجموعة الضبابية (Fuzzy set)

## 2-5 دوال الإنتماء (Membership functions)

هي دالة تولد قيماً ضمن الفترة [0، 1] لتمثل درجة انتماء كل عنصر في المجموعة الشاملة

التقليدية في المجموعة الضبابية، وتعد إحدى الدوال الأساسية والهامة في نظرية المجموعات الضبابية (Abboudi & et al, 2020, 614). بعبارة اخرى هي الدالة التي ترسم درجة أهمية العنصر (درجة

الإنتماء) في المجموعة الشاملة الى المجموعة الضبابية ، وهي دالة ذات قيمة موجبة (Yadav &

Yadav, 2019, 120

تُحدد دوال الإنتماء بثلاث خصائص رئيسة هي:

1- النواة (اللب) (Core)

إذا كانت  $\tilde{A}$  مجموعة ضبابية ، فإن لبها هو عندما تكون درجة انتماءها كاملة وتساوي 1.

2- الداعم (القاعدة) (Support)

إذا كانت  $\tilde{A}$  مجموعة ضبابية ، فإن العناصر المتضمنة في المجموعة  $\tilde{A}$  والتي درجة إنتماءها أكبر من الصفر تمثل الداعم لتلك المجموعة :

$$\text{Support}(\tilde{A}) = \{x \in \Omega / \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

... (2-2)

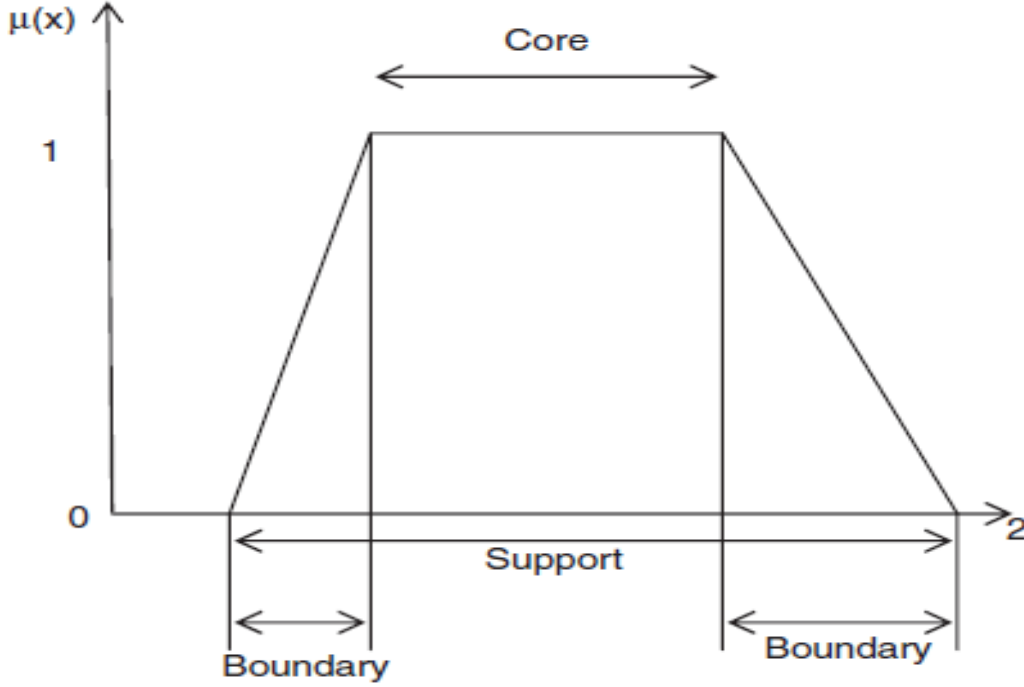
3- الحدود (Boundary)

إذا كانت  $\tilde{A}$  مجموعة ضبابية ، فإن العناصر المتضمنة في المجموعة  $\tilde{A}$  والتي درجة إنتماءها أكبر من الصفر وغير كاملة اي ان :

$$\text{Boundary}(\tilde{A}) = \{x \in \Omega ; 0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1\} \quad \dots$$

(2-3)

(Tamalika, 2019, 4-5)



شكل (2-4) مميزات دالة الإنتماء [علي ونعمة، 2022، 14]

## 2-6 أنواع دوال الإنتماء (Membership functions types)

اقترح العالم زاده (Zadeh) مجموعة من دوال الإنتماء لإتخاذ قرارات مناسبة في حالة عدم

اليقين والتي يمكن تصنيفها الى مجموعتين وكالاتي: (علي ونعمة، 2022، 15)

1. دوال الإنتماء الخطية (Linear membership functions) والتي ترسم كخط مستقيم.

2. دوال الإنتماء اللاخطية (Non-Linear membership functions) والتي ترسم على

شكل منحنيات.

ويعد شكل دالة الإنتماء من المعايير المهمة التي يجب مراعاتها لغرض الحصول على المجموعة

الضبابية، فهناك العديد من دوال الإنتماء وهي :

ومن دوال الانتماء المهمة ما يأتي:



1- دالة الإنتماء المثلثية (Triangular membership Function)

هي من دوال الإنتماء الخطية وتكون محددة بثلاث معلمات هي حد أدنى (a) وحد أعلى (b)

ومشروطة بقيمة مركزية (m) وتكون صيغتها كالآتي: [Chaira, 2019, 6]

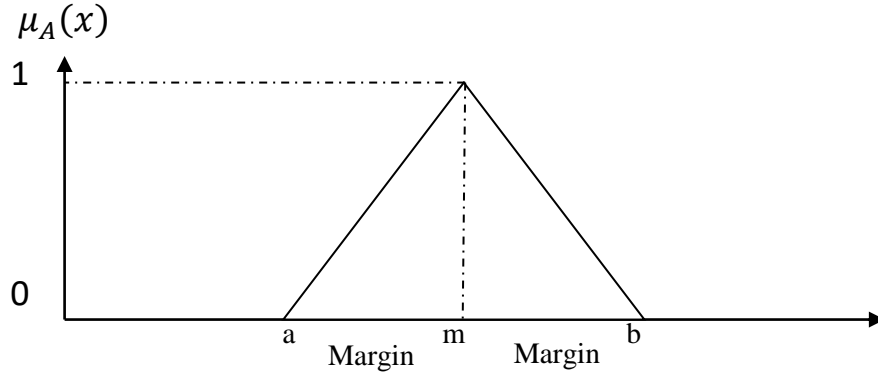
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{if } a < x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m} & \text{if } m < x < b \\ 1 & \text{if } x \geq b \end{cases}$$

... (2-4)

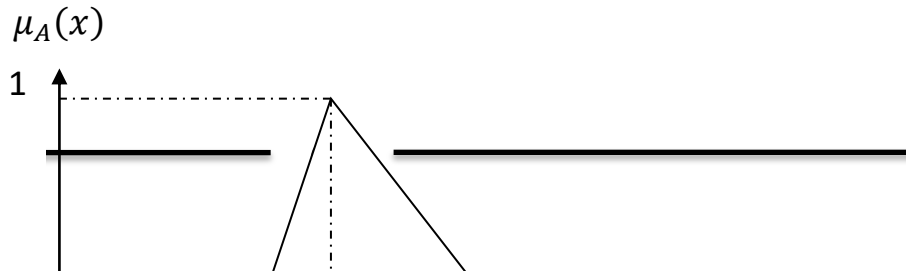
إذ أن  $a < m < b$  ، وتكون متماثلة اذا كانت القيم الحدية (Margin)  $b - m$  يساوي

$m - a$  والشكل (2-5) (a) يبين دالة الإنتماء المثلثية المتماثلة (b) يبين دالة الإنتماء المثلثية

العامة.



(a)



(b)

شكل (2-5) (a) دالة الإنتماء المثلثية المتماثلة (b) دالة الإنتماء المثلثية العامة

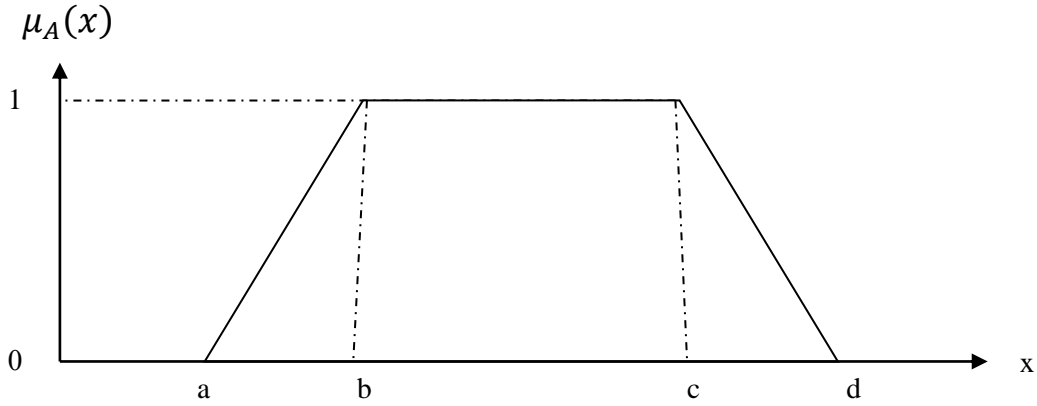
## 2- دالة الإنتماء شبه المنحرف (Trapezoid Function)

هي من دوال الإنتماء الخطية التي لها أربعة معلمات حد أدنى (a) وحد أعلى (d) ومشروطتين

مركزيتين (b) و (c) على الترتيب وتكون صيغتها كالاتي:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{if } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{if } c < x \leq d \\ 1 & \text{if } x \geq d \end{cases}$$

... (2-5)



شكل (2-6) دالة الإنتماء شبه المنحرف

## 2-7 الدالة الرتيبة (Isotonic function)

وتسمى الدالة التماثلية وهي دالة رياضية تحافظ على ترتيب القيم في مجالها عند نقلها إلى مداها. إذ تستعمل في مجالات مختلفة مثل الإحصاء، التحليل الرياضي، ونظرية القرار، وغيرها من التطبيقات التي تتطلب الحفاظ على ترتيب القيم. وتستعمل الدوال الرتيبة في تحليل البيانات لترتيب البيانات أو إيجاد الاتجاهات. مثلاً، يمكن استعمال الدوال الرتيبة لملاءمة البيانات في نماذج الانحدار

(regression models). [Schmid, 2020, 4]

ليكن  $\Omega$  مجموعة من العناصر تسمى مجموعة الفهرس (Index Set) وهي مفهوم في الرياضيات يستعمل لوصف مجموعة من العناصر التي يمكن استعمالها لفهرسة أو ترقيم عناصر مجموعة أخرى. وتستعمل مجموعات الفهرس في سياق المتسلسلات، المتجهات، المصفوفات، والمجموعات الأخرى التي تتطلب ترقيماً منظماً. وتعرف رياضياً :

المجموعة I تدعى مجموعة فهرس اذا كان كل عنصر من عناصرها يستعمل كفهرس لعناصر مجموعة أخرى A بعبارة أخرى، إذا كانت لدينا مجموعة A ومجموعة فهرس I، فإن كل عنصر من عناصر I يرتبط بعنصر فريد من عناصر A. وهي ذات علاقات ثنائية التي يرمز لها بالرمز «. يمكن

النقول بان العلاقة « تكون : [Hofmann, 2007, 3]

- انعكاسية (Reflexive) اذا كان  $x \ll x$  ,  $x \in \Omega$  . اي تحافظ على ترتيب القيم.
- تعدية (transitive) اذا كان  $x \ll y, y \ll z, x \ll z$  ,  $x, y, z \in \Omega$  .

## 2-8 الترتيب شبه النظامي (Quasi order)

العلاقة « تسمى ترتيب شبه نظامي عندما تكون انعكاسية ومتعدية. [Hofmann, 2007, 3]

لنفترض أن  $\Omega$  هي مجموعة فهرس ، وعلاقة « هي علاقة ثنائية على فانها ترتيب شبه نظامي إذا كانت تحقق الشرطين التاليين:

1. الانعكاسية (Reflexivity): لكل  $a \in \Omega$  ، فان  $a \ll a$
2. التعدية (Transitivity): لكل  $a, b, c \in \Omega$  ، فان  $a \ll b, b \ll c, a \ll c$  .

ليكن  $\Omega = \{x_1, x_2, \dots, x_q\}$  فضاء الفهرس بترتيب شبه نظامي « مفروض بين عناصرها والذالة  $f(x)$  معرفة عليها . فانه في حالة احادي المتغير (univariate case) . ليكن  $f$  متجه بحث ان :

$$f = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_q \end{bmatrix} \in R^q \quad \dots (2-6)$$

حيث ان  $f_i = f(x_i)$  لكل  $i = 1, 2, \dots, q$  ، فان « ترتيب شبه نظامي.

## 2-9 المتجه الرتيب (Isotonic Vector)

ويسمى أيضا المتجه الرتيب ، هو مفهوم يمكن استعماله لوصف متجهات تحافظ على ترتيب القيم عند تطبيق دالة تماثلية عليها. اي انه متجه تظل قيمه مرتبة بنفس الترتيب بعد تطبيق دالة تماثلية عليه. هذا المفهوم يستعمل بشكل خاص في الإحصاء لتحليل البيانات والحفاظ على ترتيبها عند تحويلها أو معالجتها والتحليل الرياضي في دراسة الخصائص الهيكلية للمتجهات والتحقق من استقرار الحلول تحت تأثير الدوال الرتبية [Hofmann, 2007, 4].

إذا كان المتجه  $f \in R^q$  يسمى متجه رتيب او مقيد برتبة (Order restricted) عندما يكون لاي  $i \ll j$  فاننا نحصل على  $f(i) \ll f(j)$  لكل  $i, j = 1, 2, \dots, q$ .

يمكن اعتبار الدالة متجهًا بحيث ينطبق تعريف المتجه الرتيب على الدوال. لأن  $f$  دالة ذات قيمة حقيقية، فيمكننا الإشارة إليها على أنها دالة رتبية أو أحادية المتغير إذا تم تعريفها على  $i, j$  والتي تعني  $f(i) \leq f(j)$ .

## 10-2 الانحدار الرتيب (Isotonic Regression)

يعد الانحدار الرتيب من أساليب التحليل الإحصائي الذي يهدف إلى إيجاد دالة تقديرية تزايدية (أو تناقصية) تتناسب مع مجموعة من البيانات المشاهدة، مع الحفاظ على ترتيب هذه البيانات. بعبارة أخرى، يستعمل الانحدار الإيزوتوني عندما يكون هناك ترتيب طبيعي أو هيكل للبيانات ويراد الحفاظ على هذا الترتيب في التقديرات. وهو نوع من الانحدار اللامعلمي (Nonparametric Regression) يستعمل عندما يكون هناك ترتيب طبيعي أو هيكل في البيانات ويجب أن يكون التنبؤ بالدالة غير تنازلي (أو غير تزايدية) وفقًا لهذا الترتيب. بعبارة أخرى، يهدف الانحدار الإيزوتوني إلى ملائمة مجموعة من النقاط بطريقة تكون فيها الدالة التنبؤية تزايدية (أو تنازلية) بشكل دائم.

[Tutz & Leitenstorfer, 2005, 2]

الهدف من الدوال التزايدية متعددة المتغيرات هو إيجاد دالة تنبؤية متعددة المتغيرات  $\lambda(X)$  التي تضمن أن تكون التنبؤات تزايدية بالنسبة لكل متغير مستقل. هذا يعني أنه إذا زادت أي من المتغيرات المستقلة، فإن القيمة المتنبأ بها يجب أن لا تقل. [Rohrbeck & A. Costain, 2023, 3]

الهدف من الانحدار الرتيب (الايزوتوني) هو ايجاد مجموعة النقاط  $y_1, y_2, \dots, y_n$  تقلل من مجموع المربعات للفروق بين القيم الحقيقية  $y_i$  والقيم التقديرية  $\hat{y}_i$  مع المحافظة على الشرط الآتي:

$$y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$$

فاذا كان لدينا مجموعة من المتغيرات التوضيحية  $X_1, X_2, \dots, X_q$  ومتغير معتمد واحد  $Y$  ، وعلى افتراض ان العلاقة بين المتغيرات تأخذ الشكل الآتي:

$$Y = \lambda(X) + \epsilon = E(Y/X = x) \dots (2-7)$$

اذ ان:

$Y$ : متغير عشوائي ويمثل متغير الاستجابة ويعتمد بشكل كبير على طبيعة البيانات والمجال الذي يتم دراسته. وقد يكون واحداً من عدة أنواع شائعة من التوزيعات فيمكن ان يكون لها توزيع طبيعي (Normal distribution) بمتوسط  $\mu$  وتباين ثابت  $\sigma^2$  هو الشائع في الطبيعة والعلوم اي ان  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  او توزيع اسي (Exponential distribution) بالمعلمة  $\alpha$  اي ان  $X \sim \exp(\alpha)$  او توزيع منتظم بالمعلمتين  $a, b$  اي ان  $X \sim \text{Uniform}(a, b)$  او اي توزيع اخر حسب طبيعة البيانات والحالة المدروسة. [Zhang, 2002, 4] [Han et a;., 2019, 5]

$X$ : متغيرات عشوائية مستقلة والتي تفترض غالباً مرتبة تصاعدياً أو تنازلياً. لذلك، ترتيب القيم هو العامل الأهم. رغم ذلك، يمكن توزيع القيم نفسها أن يكون ذا صلة لفهم العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة. [Rohrbeck & A. Costain, 2023, 17]

وهذين الافتراضين يعني أن تكون البيانات متجانسة بمعنى أن الفروق بين القيم المتنبأة والقيم الفعلية تكون موزعة بشكل متجانس على جميع نقاط البيانات.

$\lambda: \mathcal{R}^q \rightarrow \mathcal{R}$ : دالة الايزوتونك تحافظ على الترتيب (Order-Preserving (Isotonic)) وان  $\mathcal{R}$  هو مجموعة الفضاء الاقليدي ببعد واحد و  $\mathcal{R}^q$  الفضاء الاقليدي ب  $q$  بعد . وان هذا الافتراض يعني أن العلاقة بين المتغير المستقل والمستهدف يجب أن تكون تزايدية أو تناقصية دائماً. [Luss & Rosset, 2014, 7]

$\epsilon$ : متغير عشوائي له توزيع متماثلة ومستقلة التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين محدود مجهول  $\sigma^2 > 0$ . [Chatterjee et al. , 2018, 4]

وفي حالة  $q=1$  فاننا نحصل على انموذج الانحدار الرتيب البسيط.  
 فاذا كان لدينا إذا كان الترتيب « على  $\mathcal{R}^q$ ، فإن الدالة  $\lambda$  تكون رتيبة إذا كان:

$$u, v \in \mathcal{R}^q \quad \text{with} \quad u \ll v \quad \text{و} \quad \lambda(u) \leq \lambda(v)$$

... (2-8)

مع ملاحظة أنه يمكن جعل أي دالة رتيبة (Monotonic function) لتكون دالة رتيبة متماثلة (Isotonoc function) عن طريق عكس بعض محاور الإحداثيات. [Fang et al., 2021], 2] فان هدف الانحدار الرتيب هو تقدير الدالة  $\lambda$  والتي تاخذ حالتين :

(1) فئة الدوال غير المتناقصة الأحادية الرتبة وفي هذه الحالة  $\lambda$  تقدر بطريقة المربعات الصغرى الرتيبة (Isotonic Least equaver method) والذي يدعى هذا الصنف بالانحدار الرتيب (Isotonic Regression) وهو محل دراستنا في هذه الاطروحة. [Fang et al., 2021, 2]

(2) فئة الدوال التي يكون التباين الكلي فيها محدداً بثابت معين، وفي هذه الحالة يكون من الطبيعي تقدير الدالة  $\lambda$  عن طريق إزالة الضوضاء الناتجة عن التباين الكلي.

وعليه يمكن صياغة مسألة التحسين (Optimaization problem) لحل المعادلة (2-11) كالآتي:

$$\min_{\lambda} \sum_{i=1}^n (y_i - \lambda(x_i))^2 \quad \dots(2-9)$$

s. t. :

$$\lambda(x_i) \leq \lambda(x_j) \\ x_i \ll x_j$$

لكل زوج من النقاط  $x_i \ll x_j$  [Alexander et al., 2022, 12]

## 2-11 الانحدار الرتيب الضبابي المقترح

### (Suggested Fuzzy Isotonic Regression)

كان لدينا مجموعة من المتغيرات التوضيحية  $X_1, X_2, \dots, X_q$  ومتغير معتمد واحد  $Y$  ، وعلى افتراض ان العلاقة بين المتغيرات تأخذ الشكل الآتي:

$$Y = \lambda(X) + \epsilon = E(Y/X = x) \quad \dots (2-10)$$

على افتراض ان قيم المتغير المعتمد  $y \in Y$  غير دقيقة وغير مؤكدة ويعبر عنها بأرقام ضبابية  $\tilde{y} \in \tilde{Y}$  ، بحيث أن:

$$\tilde{Y} = \{[-\infty, \infty), 0 \leq \mu_{\tilde{y}}(y) \leq 1\} \quad \dots(2-11)$$

فان متجه مشاهدات المتغير التقليدي الذي يمكن ان نحصل عليه من المجموعة الضبابية والذي يمثل كل العناصر التي تمثل الزوج المرتب  $(\tilde{y}, \mu_{\tilde{y}}(y))$  والذي يمثل العنصر ودرجة انتماءه والذي يعبر عنها بالمجموعة  $\tilde{A}$  بحيث ان :



$$\tilde{A} = \{\tilde{y} = [-\infty, \infty) \in (y, \mu_{\tilde{y}}(y)) ; 0 \leq \mu_{\tilde{y}}(y) \leq 1\} \quad \dots$$

(2-12)

فان العلاقة العلاقة بين المتغيرات تأخذ الشكل الآتي:

$$\tilde{Y} = \lambda(X) + \epsilon = E(\tilde{Y}/X = x) \quad \dots (2-13)$$

إذ أن:

$\mu_{\tilde{y}}(y)$  دالة الإنتماء التي عن طريقها يتم توليد درجة انتماء كل مشاهدة في متجه المتغير التابع في

فضاء العينة ويمكن ان تأخذ اي شكل من أشكال دوال الإنتماء.

ان  $(\mu_{\tilde{y}}(y))$  قابل للقياس بوريل (Borel Measurable) وهو فضاء العينة الضبابي والاحداث

(Events) تمثل اصغر حقل سيمكا بوريل ( $\sigma$ -Borel).

وعليه يمكن صياغة مسألة التحسين (Optimization problem) لحل المعادلة (2-17) كالاتي:

$$\min_{\lambda} \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \lambda(x_i))^2 \quad \dots (2-14)$$

s. t. :

$$\lambda(x_i) \leq \lambda(x_j)$$

$$x_i \ll x_j$$

لكل زوج من النقاط  $x_i \ll x_j$

## 2-12 المربعات الصغرى الرتيبة (Isotonic Least square)

الانحدار الرتيب (الرتيب) باستخدام المربعات الصغرى (Isotonic Least Squares

Regression) تُستخدم لضمان أن القيم المقدرة تتبع ترتيباً غير متناقص مع تقليل مجموع مربعات

الفروق بين القيم الفعلية والقيم المقدرة. يمكن استخدام هذه الطريقة في عدة تطبيقات حيث يُشترط أن تكون العلاقة بين المتغيرات الرتيبة. والهدف الأساسي هو تحقيق انحدار تماثلي بحيث تكون القيم المقدرة غير متناقصة وتقل من مجموع مربعات الفروق المرجحة بين القيم الفعلية والمقدرة.

[Sankar & Dhar2, 2020, 2]

نالت طريقة انحدار المربعات الصغرى الرتيبة (ILSR) على اهتمام كبير ، وتعمل هذه الطريقة تعمل على إيجاد قيمة مقدرة لـ  $\lambda(X)$  التي تعمل على تقليل الكمية الموزونة الاتية كحل لمسألة الانحدار الرتيب الاتية: [Alexander et al., 2022, 2]

$$\min_{\lambda} \sum_{i=1}^n (T(x_i) - T^*(x_i))^2 w(x_i) \quad \dots (2-15)$$

اذ أن:

$T^*(x_i)$  مجموعة المؤشرات المعدلة أو الفترات الزمنية أو المواقع بعد تطبيق قيود الرتيبة، بحيث تتحقق العلاقة  $\hat{y}_i \leq \hat{y}_{1+i}$  في هذه المجموعة. ويمكن أن يكون مجموعة من الفترات الزمنية التي تكون فيها القيم المقدرة  $\hat{y}_i$  غير متناقصة.

$T(x_i)$  مجموعة المؤشرات الأصلية أو الفترات الزمنية أو المواقع التي تكون فيها القيم الفعلية  $y_i$

$w(x_i)$  الأوزان المرتبطة بالمتغيرات  $X$  وهي أوزان الفروق عند النقطة  $x_i$  وهذه الأوزان يمكن أن تعبر عن أهمية كل نقطة بيانات في عملية الانحدار.

وتحل هذه الدالة باستعمال خوارزمية Pool Adjacent Violators (PAV) وهي

الطريقة الأكثر شيوعاً لحل مشكلة الانحدار الإيزوتوني وفق الخطوات الآتية: [Vittoriotti et al., 2021, 2211]

لوصف الخوارزمية ستتم الإشارة إلى قيم  $x_i$  والأنحدار الرتيب سيقسم  $x_i$  الى مجاميع يكون هو ثابتاً عليها، أي إلى مجاميع المستوى لـ  $T^*(x_i)$  المسماة بمجاميع الحل. وعلى كل واحدة من مجاميع الحل هذه تكون قيمة  $T^*(x_i)$  المعدل الأعتيادي لقيم  $T(x_i)$  على المجاميع بالاستفادة من قيم الأوزان  $w(x_i)$ . لهذا السبب يكفي أن نجد مجاميع الحل، أي مجاميع العناصر المتعاقبة لـ  $x_i$  على كل

واحدة تفترض  $T^*(x_i)$  قيمة مستقلة عليها. [Mair & de Leeuw, 2009, 2]

وفي وصف الخوارزمية ستتم الإشارة إلى مجموعة العناصر المتتالية لـ  $x_i$  بأسم المجاميع والخوارزمية تبدأ بأدق تقسيم ممكن إلى مجاميع، وربط المجاميع سوية خطوة خطوة إلى أن يتم التوصل إلى التقسيم النهائي. وبالبدء بـ  $T(x_i)$  نتحرك إلى اليمين فإذا كان:

$$T(x_1) \leq T(x_2) \dots \leq T(x_n) \quad \dots(2-16)$$

فإن هذا التقسيم الأولي يكون أيضاً التقسيم النهائي وأن:

$$T^*(x_i) = T(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots(2-17)$$

وإذا لا نتوقف عند المكان الأول الذي يكون فيه قيمة  $T^*(x_i) > T(x_i)$  وطالما أن  $T(x_i)$  تخالف الافتراض الرتيب فأننا نجتمع  $T(x_i)$  مع  $T(x_{i+1})$  أي نربط النقطتين  $x_i, x_{i+1}$  في المجموعة  $\{x_i, x_{i+1}\}$  ويتم استبدالهم بمعدلهم الاعتيادي كالاتي:

$$AV(i, (i + 1)) = \frac{[w(x_i)T(x_i) + w(x_{i+1})T(x_{i+1})]}{[w(x_{i+1})T(x_{i+1})]} \quad \dots (2-18)$$

بعد ذلك نتحرك إلى اليسار للتأكد من أن  $T(x_{i-1}) \leq AV(i, (i + 1))$  فإن لم يتحقق ذلك فنقوم بتجميع  $AV(i, (i + 1))$  مع  $T(x_{i-1})$  مع استبدالهم بمعدلهم الاعتيادي. ونستمر هكذا حتى نصل إلى الرتبة المطلوبة. وبعدها ننطلق إلى اليمين ونستمر بنفس العملية إلى أن نصل إلى الحافة اليمنى.

وبعد الوصول إلى الترتيب المتزايد المطلوب فإن الأنحدار الرتيب يكون:

$$T^*(x_i) = AV(s, p) = \frac{\sum_{r=s}^p T(x_r)w(x_r)}{\sum_{r=s}^p Tw(x_r)} \quad \dots (2-18)$$

وبما أن  $T(x_i)$  هي دالة متزايدة في  $x_i$  لدالة الأنحدار الرتيب  $\lambda(x_i)$  ، فإن الأنحدار الرتيب  $T^*(x_i)$  يعتبر مقدر المربعات الصغرى لدالة الأنحدار الرتيب.

### 2-13 مقدر M الرتيب (Isotonic M estimate)

هي نوع من التقديرات الإحصائية التي تجمع بين خصائص التقديرات الرتيبة وخصائص التقديرات الحصين ، الهدف منها هو تقدير دالة الانحدار أو معلمات الانموذج بحيث تكون التقديرات رتيبة (مستمرة في الزيادة أو النقصان) ومقاومة للقيم الشاذة في البيانات. ويمكن استعمالها حتى في حالة عدم وجود قيم شاذة. في هذه الحالة، ستستفيد من القيود الرتيبة المفروضة على التقديرات لضمان تحقيق الرتبة. فعندما يكون لديك معرفة مسبقة بأن التقديرات يجب أن تكون رتيبة، فإن استعمال إيزوتونيك M- يساعد في فرض هذه القيود وضمان أن النتائج تتماشى مع الخصائص المتوقعة للانموذج.

[R . Karmous&K. Sen , 2020, 3]

ان طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS تعتمد على تقليل مجموع مربعات الاخطاء العشوائية أصغر ما يُمكن أي: [Enrique & Victor, 2012, 2]

$$\min_{\lambda} \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \lambda(x_i))^2 \quad \dots (2-20)$$

ولكن طريقة M-estimate تقوم بتصغير دالة الهدف بدلا من تقليل مجموعة مربعات الخطأ لدالة الهدف حيث انها تعتمد على تصغير دالة الهدف الآتية: [Enrique & Victor, 2012, 2]:

$$\min_{\lambda} \sum_{i=1}^n \rho \left( \frac{\tilde{y}_i - \lambda(x_i)}{\hat{\sigma}_n} \right) \quad \dots (2-21)$$

s. t. :

$$\lambda(x_i) \geq \lambda(x_j)$$

$$x_i \ll x_j$$

اذ ان :

$\rho$ : دالة محدبة متمائلة (Symmetric Convex Function) وهي تعطي مساهمة Contribution لكل قيم البواقي  $\in$  الى دالة الهدف من خلالها يتم الحصول على مقدرات حصينة. وهي غير متناقصة في  $|x|$ . وان  $\rho(0)=0$  ، وتكون متزايدة برتبة عندما  $x>0$ .

$\hat{\sigma}_n$  : مقدر مقياس الخطأ .

وعلى غرار مقدر M التقليدي ، فان مقدر M الرتيب يمكن ان تكون له دالة الكثافة الاتية:

$$g(u) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{\sigma_0} \int_0^u \psi(v/\sigma_0) dv\right)}{\int_{-\infty}^{\infty} \left[\exp\left(-\frac{1}{\sigma_0} \int_0^u \psi(v/\sigma_0) dv\right)\right]} \dots (2-22)$$

ومن ثم يمكننا حساب نقطة بيانات مقدر  $M$  الرتيب عند النقطة  $t$  باستعمال دالة الهدف الآتية:

$$\hat{\lambda}(t) = \max_{u \leq t} \min_{u \geq t} \hat{\lambda}(x)(u, v) = \min_{u \geq t} \max_{u \leq t} \hat{\lambda}(x)(u, v) \dots (2-23)$$

وان  $\hat{\lambda}(x)(u, v)$  مقدر  $M$  الغير مقيد الرتيب الذي يصغر دالة الهدف في المعادلة (2-24). وان  $\lambda(u, v) = i: 1 \leq i \leq n; u \leq t_i \leq v$  فاذا كان  $\rho$  محدب وقابل للاشتقاق وان مشتقة  $\rho$  هي  $\psi$  محدودة ورتبية غير متناقصة. فان المقدر  $\hat{\lambda}(t)$  يمكن مكن تمثيلها بشكل فريد على أنها صفر.

$$S(u, v, \lambda) = \sum_{i=1}^n \psi\left(\frac{\tilde{y}_i - \lambda(x_i)}{\hat{\sigma}_0}\right) \dots (2-24)$$

اذ ان:

$S(u, v, \lambda)$  هي دالة هدف تستعمل في عملية التقدير الإحصائي. عادةً، تستعمل هذه الدالة في سياق تقديرات (M-estimators) لتحسين وتقدير معالم النموذج الإحصائي مع فرض قيود معينة، مثل الرتابة (monotonicity).

$\hat{\sigma}_0$  تقدير معامل التباين، ويستعمل لتوحيد البيانات وتحديد مدى تشتتها. ولتوحيد البيانات في دالة الخسارة  $\psi$  والهدف هو أن تجعل القيم المشاهدة  $\tilde{y}_i$  والدالة  $\lambda(x_i)$  قابلة للمقارنة من خلال ضبط التباين. وصيغته كالاتي:

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(\tilde{y}_i - \lambda(x_i))^2}{n}} \dots (2-25)$$

$\psi$  الدالة التي تعكس نوع الخسارة المرغوب قياسها. قد تكون دالة مربعات صغرى أو دالة أخرى مقاومة للقيم الشاذة او دالة مفروضة للترتيب.

## 2-14 مقدر الامكان الاعظم الرتيب (Isotonic Maximum Likelihood)

هي طريقة تقدير تستعمل عندما نرغب في تقدير معلمات نموذج إحصائي مع فرض قيود الرتبة (monotonicity) على التقديرات. هذا النوع من التقديرات يجمع بين قوة طريقة الإمكان الأعظم وقيود الرتبة لضمان أن التقديرات تتزايد أو تتناقص بشكل منتظم. [R . Karmous&K. Sen , 2020, 5] ليكن  $X_1, X_2, \dots, X_q$  متجه المتغيرات التوضيحية وان  $\tilde{Y}$  متجه متغير الاستجابة الضبابي ، وعلى افتراض ان المتغيرات لها توزيع طبيعي بدالة الكثافة الاحتمالية الآتية:

$$f(X, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{y}_i - \mu}{\sigma}\right)^2} \quad \dots (2-26)$$

وعلى فرض ان  $\sigma^2$  معلوم ، فان متجه المعلمات  $\Theta = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q\}$  . والذي يدعى الدالة الرتبية (Isotonic function) اذا كان  $\mu_1 \ll \mu_s$  فان الحل الامثل للمعادلة الآتية:

$$l = \text{Log} f(X, \mu, \sigma^2) = \text{Log} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{y}_i - \mu}{\sigma}\right)^2} \right] \\ = \sum_{i=1}^q \left[ -\frac{n_i}{2} \text{Log}(\sigma^2_i) - \frac{1}{2\sigma^2_i} (x_i - \mu)^2 \right] + c \quad \dots (2-27)$$

اذ ان:

$C$  ثابت لا يتضمن المعلمات

فان مقدر الامكان الاعظم للـ  $\mu$  الخاضع لشروط الرتبة في المعادلة (2-30) يكون مكافئ لحل دالة الهدف الآتية:

$$\min_{\lambda} \sum_{i=1}^q (\bar{x}_i - \mu)^2 w_i \quad \dots (2-28)$$

فاذا كانت  $D$  الدالة الرتبية وان  $\mu \in D$  فان هذا الحل يدعى الانحدار الرتيب للـ  $(\bar{x}, w)$  وان :

$$w_i = \frac{n_i}{\sigma^2_i} \quad \dots (2-29)$$

وتحل هذه الدالة باستعمال خوارزمية **Pool Adjacent Violators (PAV)** وفي وصف الخوارزمية ستنم الإشارة إلى مجموعة العناصر المتتالية لـ  $x_i$  بأسم المجاميع والخوارزمية تبدأ بأدق تقسيم ممكن إلى مجاميع، وربط المجاميع سوية خطوة خطوة إلى أن يتم التوصل إلى التقسيم النهائي. وبالبداء بـ  $T(x_i)$  نتحرك إلى اليمين تحت قيود الرتبة على المعلمات المقدره بحيث أن:

$$\mu_1 \leq \mu_2 \leq \dots \leq \mu_q$$

فإن هذا التقسيم الأولي يكون أيضاً التقسيم النهائي وأن:

$$\mu^*(x_i) = \mu(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

وإذا لا نتوقف عند المكان الأول الذي يكون فيه قيمة  $\mu^*(x_i) > \mu(x_i)$  وطالما أن  $\mu(x_i)$  تخالف الافتراض الرتيب فأنا نجمع  $\mu(x_i)$  مع  $\mu(x_{i+1})$  أي نربط النقطتين  $x_i, x_{i+1}$  في المجموعة  $\{x_i, x_{i+1}\}$  ويتم استبدالهم بمعدلهم الاعتيادي كالتالي: [Mair & de Leeuw, 2009, 3]

$$AV(i, (i + 1)) = \frac{[w(x_i)T(x_i) + w(x_{i+1})\mu(x_{i+1})]}{[w(x_{i+1})\mu(x_{i+1})]} \quad \dots (2-30)$$

بعد ذلك نتحرك إلى اليسار للتأكد من أن  $\mu(x_{i-1}) \leq AV(i, (i + 1))$  فإن لم يتحقق ذلك فنقوم بتجميع  $AV(i, (i + 1))$  مع  $\mu(x_{i-1})$  مع استبدالهم بمعدلهم الاعتيادي. ونستمر هكذا حتى نصل إلى الرتبة المطلوبة. وبعدها ننتقل إلى اليمين ونستمر بنفس العملية إلى أن نصل إلى الحافة اليمنى.

وبعد الوصول إلى الترتيب المتزايد المطلوب فإن الأنحدار الرتيب يكون:

$$\mu^*(x_i) = AV(s, p) = \frac{\sum_{r=s}^p \mu(x_r)w(x_r)}{\sum_{r=s}^p w(x_r)} \quad \dots (2-31)$$

وبما أن  $\mu(x_i)$  هي دالة متزايدة في  $x_i$  لدالة الأنحدار الرتيب  $\lambda(x_i)$  ، فإن الأنحدار الرتيب  $\mu^*(x_i)$  يعتبر مقدر الامكان الاعظم لدالة الأنحدار الرتيب.

## الفصل الثالث

# الجانب التجريبي



### 3-1 تمهيد: (Preface)

تم في هذا الفصل تقديم محاكاة لطرائق تقدير دالة الانحدار الرتيب، مع التركيز على توضيح كيفية التعامل مع بيانات تمثل علاقات رتيبة، وكيفية تقدير هذه العلاقات بدقة وفعالية باستعمال تقنيات مختلفة. سيتم استعراض الخوارزميات المستخدمة، مثل خوارزمية PAVA (Pool Adjacent Violators Algorithm)، واستكشاف أدائها في سياقات مختلفة من خلال محاكاة بيانات متنوعة لغرض توفير فهم أعمق لفعالية وأداء طرائق الانحدار الرتيب في تقدير العلاقات الرتيبة بين المتغيرات، وكذلك توضيح الفوائد والمحدوديات المرتبطة بهذه الطرائق من خلال تحليل النتائج المستخلصة من المحاكاة.

### 3-2 مفهوم المحاكاة (Simulation Concept)

هي عملية تقليد أو تمثيل لنظام أو عملية واقعية باستعمال نموذج حاسوبي أو رياضي لفهم سلوك هذا النظام أو التنبؤ به في ظروف مختلفة. تستعمل المحاكاة بشكل واسع في العديد من المجالات، مثل الهندسة، والعلوم، والاقتصاد، والتعليم، والطب، بهدف تحليل وتحسين الأنظمة المعقدة التي قد تكون من الصعب أو المستحيل دراستها بشكل مباشر. ويتضمن المفهوم العام للمحاكاة في الانموذج هذا هو تمثيل مبسط أو مجرد للنظام الحقيقي. يمكن أن يكون النموذج رياضياً، حاسوبياً، أو حتى فيزيائياً. يتم بناء النموذج بناءً على فهمنا للعوامل المؤثرة على النظام الحقيقي وكيفية تفاعل هذه العوامل مع بعضها البعض. وكذلك البيئة و هي الظروف أو السياق الذي يتم فيه تشغيل النموذج. يمكن أن تشمل البيئة القيم الابتدائية، المعاملات الخارجية، والقيود المفروضة على النظام. والزمن الذي يمكن أن يكون متقطعاً أو مستمرًا. في المحاكاة، يتم تتبع تطور النظام عبر الزمن لدراسة سلوكه تحت ظروف معينة. وإيضاً الهدف من المحاكاة هو دراسة نتائج النموذج تحت سيناريوهات مختلفة. يمكن أن يشمل التحليل تقييم الأداء، اختبار الفرضيات، أو التنبؤ بالتغيرات المستقبلية في النظام. لذلك تعد المحاكاة أداة قوية لأنها تسمح للباحثين والمحليين باختبار السيناريوهات المختلفة دون الحاجة إلى إجراء تجارب فعلية قد تكون مكلفة أو خطيرة. كما أنها تمكن من الحصول على رؤى أعمق حول النظام المدروس، مما يساعد في اتخاذ قرارات أفضل وتحسين الأداء. [Tim P et al., 2019:1]

من المبادئ الأساسية لاستعمال المحاكاة بالحاسوب هو تطوير برنامج يمثل أو يحاكي سلوك العملية الحقيقية بأكبر قدر ممكن من الدقة والواقعية. غالباً ما تكون هذه العملية معقدة للغاية بحيث يصعب

## الفصل الثالث الجانب التجريبي

تمثيلها أو تقليدها بدقة تامة في برنامج الحاسوب. ومع ذلك، يظل أسلوب المحاكاة أداة فعالة يمكن أن توفر معلومات قيمة حول الواقع الذي تحاكيه. كلما كان نموذج المحاكاة أقرب إلى الواقع، كانت النتائج والمعلومات المستخلصة أكثر دقة.

ان المرحلة الأولى في استعمال أسلوب المحاكاة تتضمن توليد المتغيرات العشوائية ذات الصلة بالدراسة. يمكن اعتبار أي تجربة محاكاة نوعاً من أساليب المعاينة، حيث تُستخرج العينات من مجتمع افتراضي يمثل الظاهرة قيد الدراسة، وبأحجام مختلفة من العينات. يتم تكرار العملية عدة مرات بدلاً من الاعتماد على سحب عينات من المجتمع الحقيقي. وبالتالي، يوفر أسلوب المحاكاة للباحثين حلولاً تحليلية ويسهم في بناء قاعدة تجريبية تكمل القاعدة النظرية. هذا التزاوج بين التحليل التجريبي والنظري يمكن الباحثين من اختيار الأسلوب أو الطريقة الأمثل لتحليل ودراسة البيانات المستمدة من الظواهر التي يدرسونها، من خلال مطابقة خصائصها مع الأنماط التي خضعت للمحاكاة. [Anne-Laure et al., 2020:2]

### 3-3 مراحل تطبيق تجارب المحاكاة (Simulation Steps)

تتضمن تجارب المحاكاة المراحل الآتية:

المرحلة الأولى: تعيين نماذج الانحدار المفترضة :

تعد هذه المرحلة من المراحل المهمة التي تعتمد عليها المراحل اللاحقة التي يتم فيها تحديد مدخلات النماذج المفترضة باختيار اربعة نماذج انحدار افتراضية التي سيتم تطبيق المقدرات التي عرضت في الفصل الثاني من الاطروحة وكما في جدول (3-1) الآتي:

جدول (3-1) افتراضات النماذج المدروسة في تجارب المحاكاة

Model	n	q
1	50	5
	100	

	200	
	300	
2	50	10
	100	
	200	
	300	
3	50	15
	100	
	200	
	300	
4	100	30
	200	
	300	

اذ ان:

q : عدد المتغيرات المستقلة في الانموذج

n : حجم العينة

المرحلة الثانية: توليد البيانات: (Data Generation)

اولاً: توليد المتغيرات التوضيحية بعدد q من التوزيع الطبيعي حسب الإيعاز :

$$X = \text{normrnd}(\mu, \sigma, n, q); \quad \dots (3-1)$$

باعتبار ان  $\mu=0$  و  $\sigma=1$

## الفصل الثالث الجانب التجريبي

ثانياً : توليد حد الخطأ العشوائي من التوزيع الطبيعي حسب المعادلة الآتية :

$$e = \text{normrnd}(1, 1, n, 1); \quad \dots (3-2)$$

ثالثاً : توليد المتغير التابع  $y$  حسب المعادلة الآتية :

$$\begin{aligned} y\_true &= \text{sum}(X, 1); \\ y &= y\_true + e ; \end{aligned} \quad \dots (3-3)$$

المرحلة الثالثة: تحويل المتجه  $y$  الضبابية :

يتم تحويل متجه  $y$  التقليدي  $\underline{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$  الى الضبابية وذلك بايجاد درجة الانتماء المقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات المتجه باستعمال دالة إنتماء مثلثية وكما يأتي:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{if } x > b \end{cases} \quad \dots (3-$$

4)

إذ أن  $a$  تمثل اقل قيمة من قيم مشاهدات العينة التقليدي و  $b$  تمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات

متجه العينة التقليدي والذي ينتج لدينا متجه عينة ضبابي  $\tilde{Y} = \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n$  يتضمن كل مشاهدة ودرجة انتماءها المقابلة أي : [علي ونعمة، 2022، 43]

$$\tilde{y}_i = \{(y_i, \mu_A(y_1)), (y_2, \mu_A(y_2)), \dots, (y_n, \mu_A(y_n))\} \quad \dots (3-5)$$

بعد ذلك يتم الحصول على المجموعة الضبابية  $\tilde{A}_y = \{\tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n\}$

المرحلة الرابعة: تطبيق طرائق التقدير المعروضة في الجانب النظري وهي :

1- طريقة المربعات الصغرى الرتبية ILSR

2- طريقة M الرتبية IM

3- طريقة الامكان الاعظم الرتبية IML

4- طريقة المربعات الصغرى الرتبية FILSR الضبابية

5- طريقة M الرتبية FIM الضبابية

6- طريقة الامكان الاعظم الرتبية FIML الضبابية

المرحلة الخامسة : تحليل نتائج المحاكاة (Analysis of Simulation Result) :

وهي المرحلة الأخيرة حيث يتم فيها المقارنة بين طرائق تقدير لغرض الوصول للمقدر الأكفأ من خلال المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة باستعمال معيار متوسط مربعات الخطأ وتم عرض وتحليل نتائج تجارب المحاكاة لتقدير نماذج الانحدار حسب الطرائق المبينة في الجانب النظري. حيث تم الحصول على هذه النتائج باعتماد برنامج كُتِبَ برنامج (Math lab. Ver.2023). وفيما يأتي النتائج الموضحة في الجداول التي سيتم تحليلها اذ تم تثبيت اول عشرة قيم من النتائج في الجداول لغرض توضيحها وكما يأتي:

التجربة الأولى :

تم تطبيق انموذج الانحدار الرتيب بعدد متغيرات مستقلة  $p=5$  وحجم عينة  $n=50, 100, 200, 300$  حسب الإنموذج الآتي:

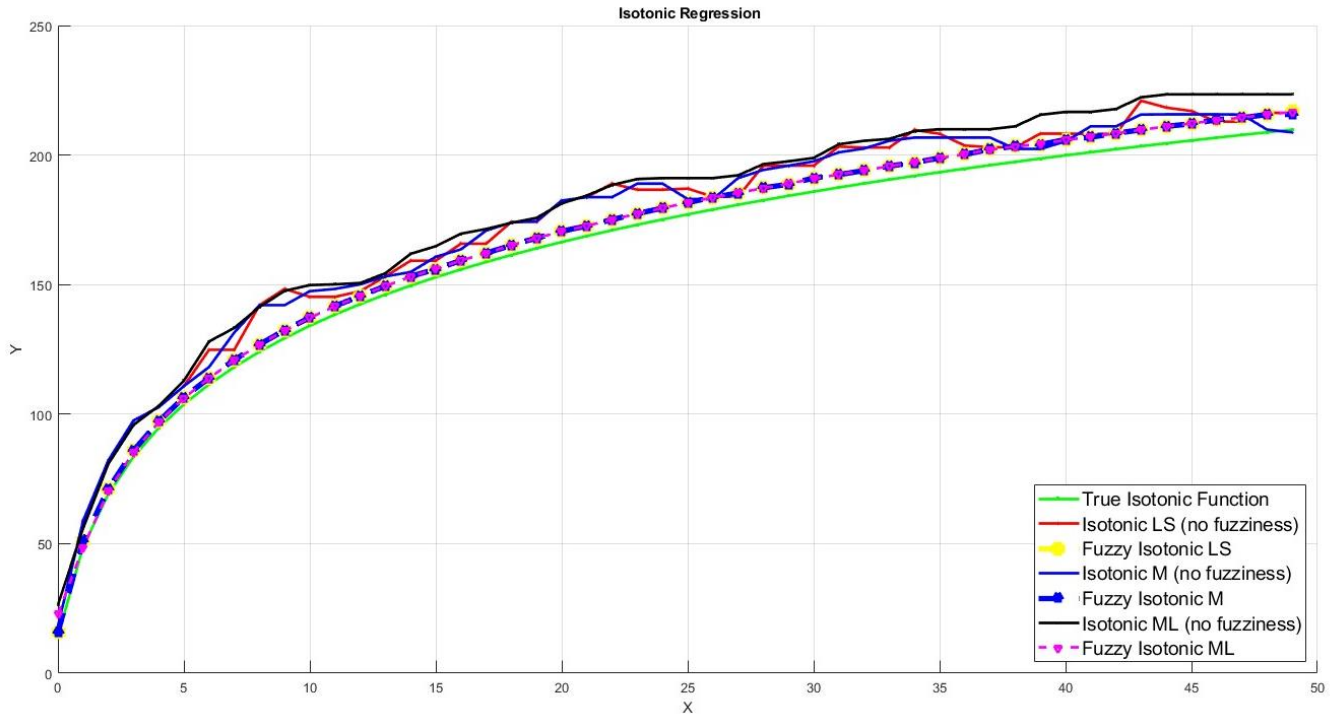
$$y = \lambda(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) + \epsilon_i; \quad q=1,2,\dots, 5, i=1, 2, \dots, n \quad \dots (3-6)$$

وكانت نتائج تحليل هذا الانموذج كما في الجداول الآتية:

جدول (3-2) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=50$  و  $q=5$  للانموذج الاول

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
50	45.44188	55.44188	47.50530	55.44188	47.50530	60.76229	54.41829
	80.09924	82.09924	82.14207	82.09924	82.14207	81.36982	79.76732
	100.37249	104.37249	102.50563	104.37249	102.50563	103.22629	101.53124
	114.75660	119.75660	117.01269	119.75660	117.01269	119.71884	116.47296
	125.91377	134.91377	128.27578	134.91377	128.27578	135.07331	127.95026
	135.02985	151.02985	137.58241	151.02985	137.58241	150.29636	137.31948
	142.73739	161.57567	145.30873	160.41395	145.30873	160.78950	145.18595

	149.41395	161.57567	152.29710	162.73739	152.29710	163.33064	152.12293
	155.30311	166.30311	158.23866	166.30311	158.23866	166.08720	158.14542
	160.57113	168.57113	163.61983	168.57113	163.61983	168.98666	163.49906
<b>IMSE</b>	121.35272	21.97685	118.39882	21.61357	203.06831	23.04241	
<b>Rank</b>	4	2	5	1	6	3	
<b>Best</b>	<b>FIM</b>						



شكل (3-1) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=50$  و  $q=5$  للانموذج الاول

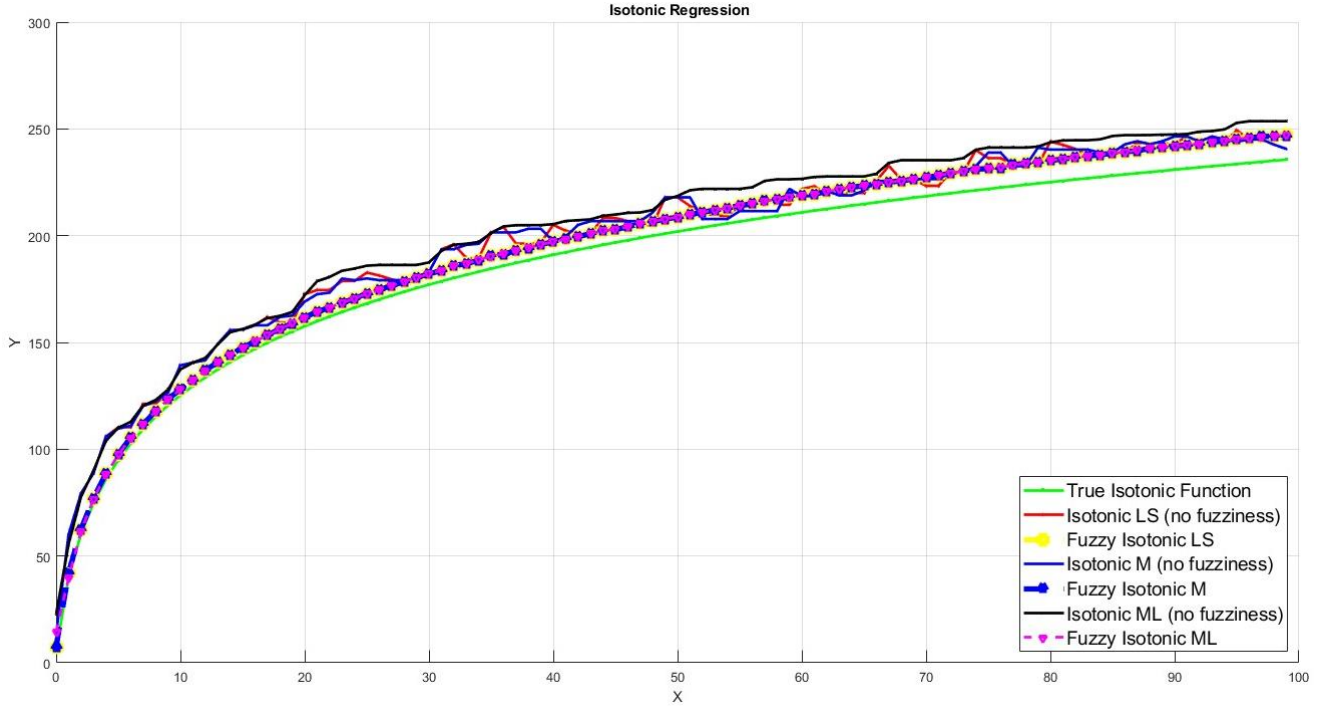
يُظهر جدول (3-2) تقديرات دالة الانحدار الرتيب لطرائق التقدير ILSR ، FILSR ، IM ، FIM ، IML ، FIML عند  $n=50$  و  $q=5$  للانموذج الأول، حيث تمثل القيم الحقيقية للمتغير لدالة الانحدار (True). وتشير النتائج إلى أن طريقة FIM هي الأفضل، حيث حصلت على أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 21.61357، مما يعكس دقة عالية وتقارب جيد مع القيم الحقيقية، ومنحتها المرتبة الأولى. تليها طريقة ILSR بترتيب ثانٍ مع IMSE قدره 21.97685، ثم FILSR في الترتيب الثالث. أما طرائق FIML و IML فقد أظهرت أداءً أقل دقة، حيث سجلت FIML أعلى قيمة لـ

## الفصل الثالث الجانب التجريبي

IMSE (203.06831)، مما يجعلها الأقل تماسكاً في التقدير. يظهر منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-1) تفوق طريقة FIM بوضوح، حيث يقترب منحناها بشكل جيد من القيم الحقيقية مقارنةً ببقية الطرائق، مما يدعم دقتها العالية وثباتها في التقدير.

جدول (3-3) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=100$  و  $q=5$  للانحدار الأول

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
100	97.23680	113.23680	99.19493	113.23680	100.19493	118.55722	99.16317
	131.89416	139.89416	134.10854	139.89416	134.10854	139.66388	131.67727
	152.16742	165.16742	154.40926	165.16742	154.40926	161.35916	153.42826
	166.55152	167.55152	168.81382	167.55152	168.81382	171.83961	168.28069
	177.70870	195.70870	180.01410	195.70870	180.01410	192.87343	179.69858
	186.82478	206.82478	189.31799	202.20888	189.31799	205.09302	189.05717
	194.53231	204.87060	197.05426	206.82478	197.05426	207.41459	196.90058
	201.20888	204.87060	203.86686	207.53231	203.86686	207.62644	203.74449
	207.09803	208.09803	209.94395	208.09803	209.94395	210.37780	209.82003
	212.36606	222.36606	215.27622	222.36606	215.27622	220.11953	215.20492
<b>IMSE</b>		115.082	19.728	114.189	20.621	200.951	20.235
<b>Rank</b>		5	1	4	3	6	2
<b>Best</b>	<b>FILSR</b>						



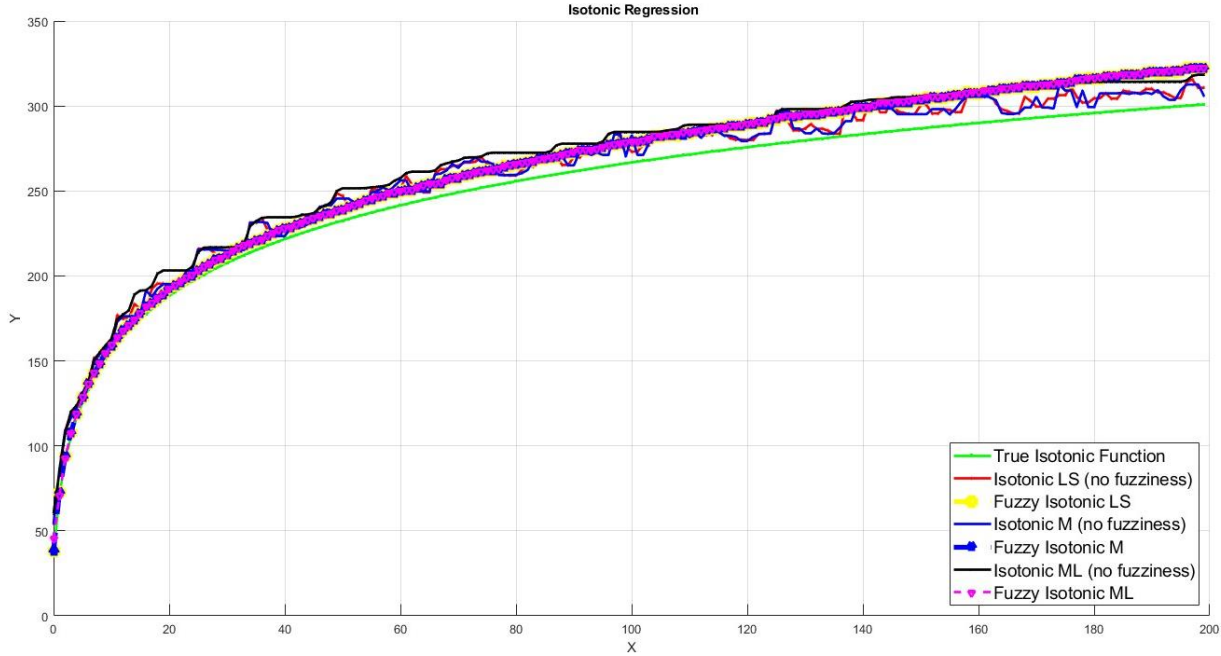
شكل (3-2) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=100$  و  $q=5$  للنموذج الأول

في جدول (3-3)، تم عرض تقديرات دالة الانحدار عند  $n=100$  و  $q=5$  للنموذج الأول، حيث تمثل قيم دالة الانحدار الرتيب في العمود "True". واطهرت النتائج أن طريقة **FILSR** تتفوق على باقي الطرائق، حيث حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (**IMSE**) بقيمة 19.728، مما يعكس دقة عالية في التقدير، وحصلت على المرتبة الأولى. تأتي بعدها طريقة **FIML** بترتيب ثانٍ مع قيمة **IMSE** بلغت 20.235، تليها **IM** بترتيب ثالث و **IMSE** قدره 20.621. أما طرائق **ILSR** و **IML** فقد أظهرت أداءً أقل، حيث سجلت **IML** أعلى قيمة لـ **IMSE** بواقع 200.951، مما يجعلها الأقل دقة وثباتاً. في منحنى دالة الانحدار الرتيب الظاهر في شكل (3-2)، يتضح أن طريقة **FILSR** هي الأفضل، حيث يظهر منحناها تقارباً جيداً مع القيم الحقيقية، مما يدعم دقتها وفعاليتها في التقدير مقارنةً بالطرق الأخرى.



جدول (3-4) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=200$  و  $q=5$  للانموذج الاول

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
200	193.95873	202.95873	195.82417	202.95873	195.82417	209.87582	202.81718
	228.61608	237.61608	230.86190	237.61608	230.86190	236.22115	228.39385
	248.88934	263.88934	251.06569	263.88934	251.06569	262.57675	250.11111
	263.27344	282.27344	265.53207	282.27344	265.53207	281.23742	264.98610
	274.43062	293.48866	276.71698	292.54670	276.71698	292.40793	276.41113
	283.54670	293.48866	286.06364	294.43062	286.06364	295.56592	285.80629
	291.25423	301.25423	293.86353	301.25423	293.86353	301.22977	293.69381
	297.93080	307.93080	300.64330	307.93080	300.64330	307.13428	300.52786
	303.81995	309.81995	306.72923	309.81995	306.72923	311.38040	306.59684
	309.08798	321.08798	312.01947	321.08798	312.01947	320.50524	311.95206
<b>IMSE</b>		89.733	13.161	102.846	13.209	99.184	12.449
<b>Rank</b>		4	2	5	3	6	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						

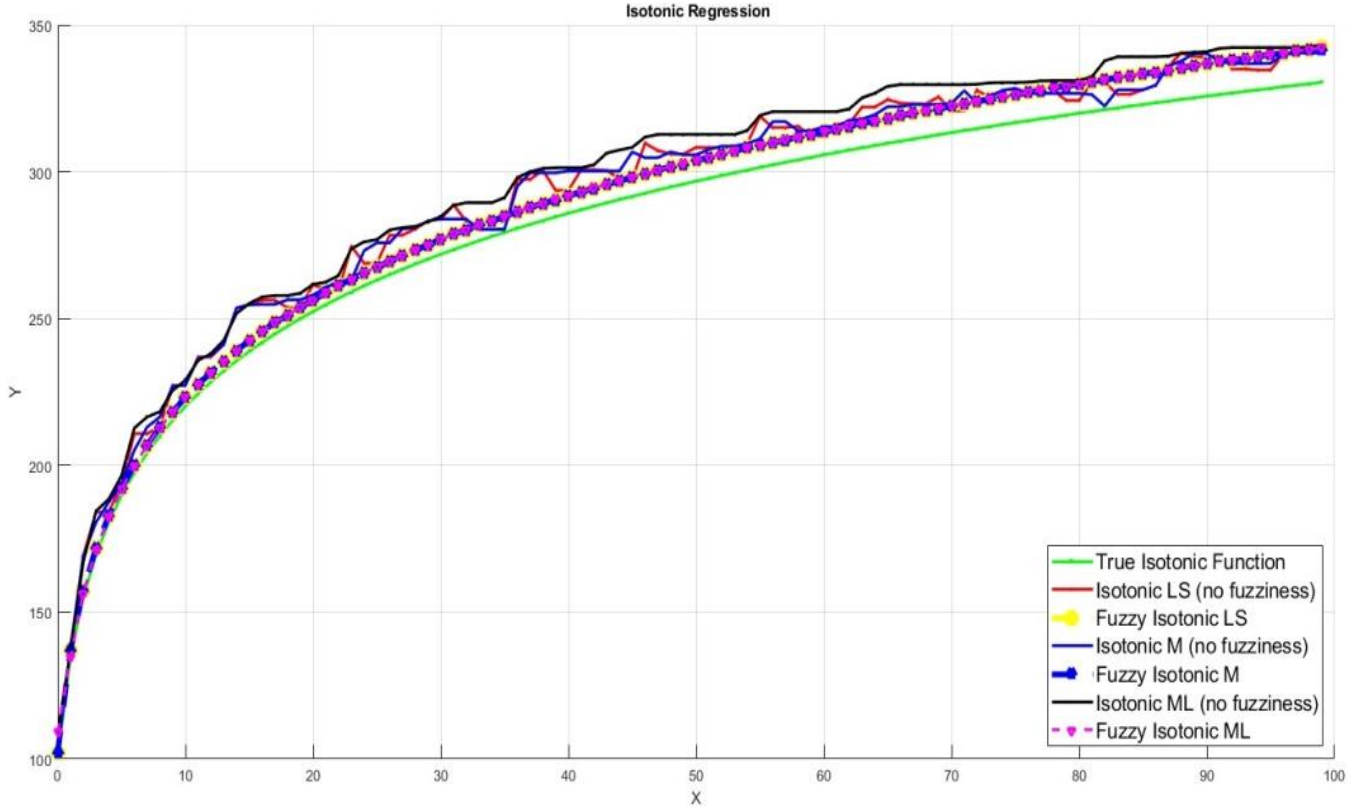


شكل (3-3) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=200$  و  $q=5$  للأنموذج الاول

في جدول (3-4)، يتم عرض تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند  $n=200$  و  $q=5$  للأنموذج الأول، تُظهر النتائج أن طريقة FIML تتفوق على بقية الطرائق من حيث دقة التقدير، حيث حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 12.449، مما يعكس تقارباً قوياً مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FILSR في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 13.161، ثم طريقة FIM بقيمة 13.209. بينما تظهر طرق ILSR و IM و IML أداءً أقل دقة مقارنةً بالطرائق الأخرى، حيث سجلت IML أعلى قيمة لـ IMSE بواقع 99.184، مما يشير إلى تباعد أكبر عن القيم الحقيقية. يوضح منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-3) هذا التفوق لطريقة FIML، حيث يبدو منحناها الأقرب للقيم الحقيقية، مما يعزز من فعاليتها ودقتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج عند هذا الحجم من البيانات.

جدول (3-5) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=300$  و  $q=5$  للانموذج الاول

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
300	323.14395	327.14395	325.26927	327.14395	325.26927	337.25441	332.15605
	357.80131	377.80131	359.77473	377.80131	359.77473	372.57967	357.45027
	378.07456	397.07456	380.30923	397.07456	380.30923	394.59733	379.27699
	392.45866	401.45866	394.63953	401.45866	394.63953	404.24934	394.09640
	403.61584	422.61584	405.70537	422.61584	405.70537	419.78057	405.45292
	412.73192	426.73192	415.25387	426.73192	415.25387	427.99498	414.94335
	420.43945	432.77774	422.93601	427.11602	422.93601	436.49157	422.80696
	427.11602	432.77774	429.84248	438.43945	429.84248	440.36374	429.66979
	433.00518	449.63919	435.71101	443.03871	435.71101	448.08089	435.64629
	438.27320	446.33895	441.19055	449.27320	441.19055	450.00518	441.06881
<b>IMSE</b>		<b>50.799</b>	<b>11.289</b>	<b>57.880</b>	<b>11.813</b>	<b>65.276</b>	<b>11.146</b>
<b>Rank</b>		4	2	5	3	6	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						



شكل (3-4) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=300$  و  $q=5$  للانموذج الاول

في جدول (3-5)، عند  $n=300$  و  $q=5$  للانموذج الأول. تشير النتائج إلى أن طريقة FIML قد تفوقت كأفضل طريقة تقدير، حيث سجلت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 11.146، مما يعكس دقة وتماسكاً عاليين ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FILSR في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 11.289، تليها طريقة FIM في الترتيب الثالث بقيمة 11.813. بينما أظهرت الطرق الأخرى مثل ILSR و IM و IML أداءً أقل دقة، حيث سجلت IML أعلى قيمة لـ IMSE بمقدار 65.276، مما يدل على تباعد أكبر عن القيم الحقيقية. ويؤكد منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-4) هذه النتائج، حيث يُظهر تفوق طريقة FIML التي يُعتبر منحناها الأقرب إلى القيم الحقيقية، مما يثبت كفاءتها كأفضل طريقة تقدير عند هذا الحجم من البيانات.

التجربة الثانية :

تم تطبيق انموذج الانحدار بعدد متغيرات  $p=10$  وحجم عينة  $n=50, 100, 200, 300$  حسب الإنموذج الآتي:

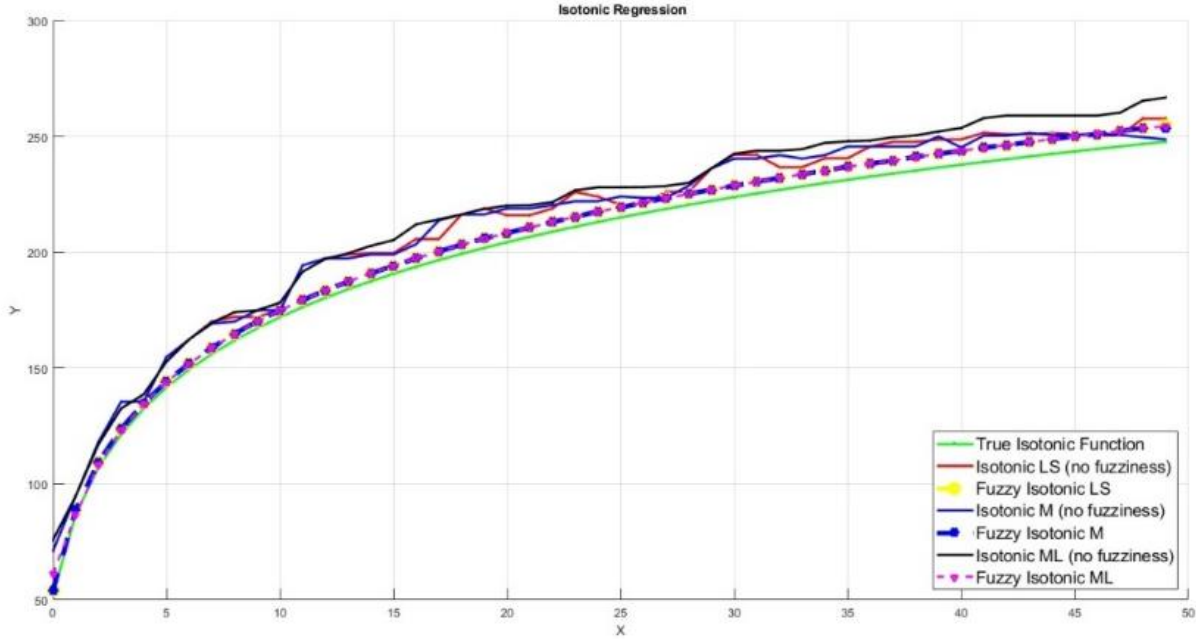
$$y = \lambda(X_1, X_2, X_3, X_4, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}) + \epsilon_i; \quad q=1,2,\dots, 10 ,$$

$$i=1, 2, \dots , n \quad \dots (2-7)$$

وكانت نتائج تحليل هذا الانموذج كما في الجداول الآتية:

جدول (3-6) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=50$  و  $q=10$  للانموذج الثاني

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
50	52.11906	71.11906	54.09207	71.11906	54.09207	75.84072	61.02075
	86.77642	94.77642	88.80750	94.77642	88.80750	94.71251	86.44390
	107.04968	118.04968	109.31678	118.04968	109.31678	117.06985	108.31548
	121.43378	135.43378	123.80787	135.43378	123.80787	132.56759	123.24200
	132.59096	135.59096	134.89787	135.59096	134.89787	138.74531	134.59084
	141.70703	154.70703	144.14249	154.70703	144.14249	152.80890	143.91301
	149.41457	162.41457	152.00785	162.41457	152.00785	162.40942	151.83758
	156.09114	170.09114	158.84985	169.24832	158.84985	169.62737	158.70138
	161.98029	172.11430	164.79949	170.09114	164.79949	174.16684	164.71785
	167.24832	172.11430	170.25846	174.98029	170.25846	174.98587	170.13247
IMSE	112.230	21.658	135.635	21.382	125.114	20.703	
Rank	4	3	6	2	5	1	
Best	FIML						



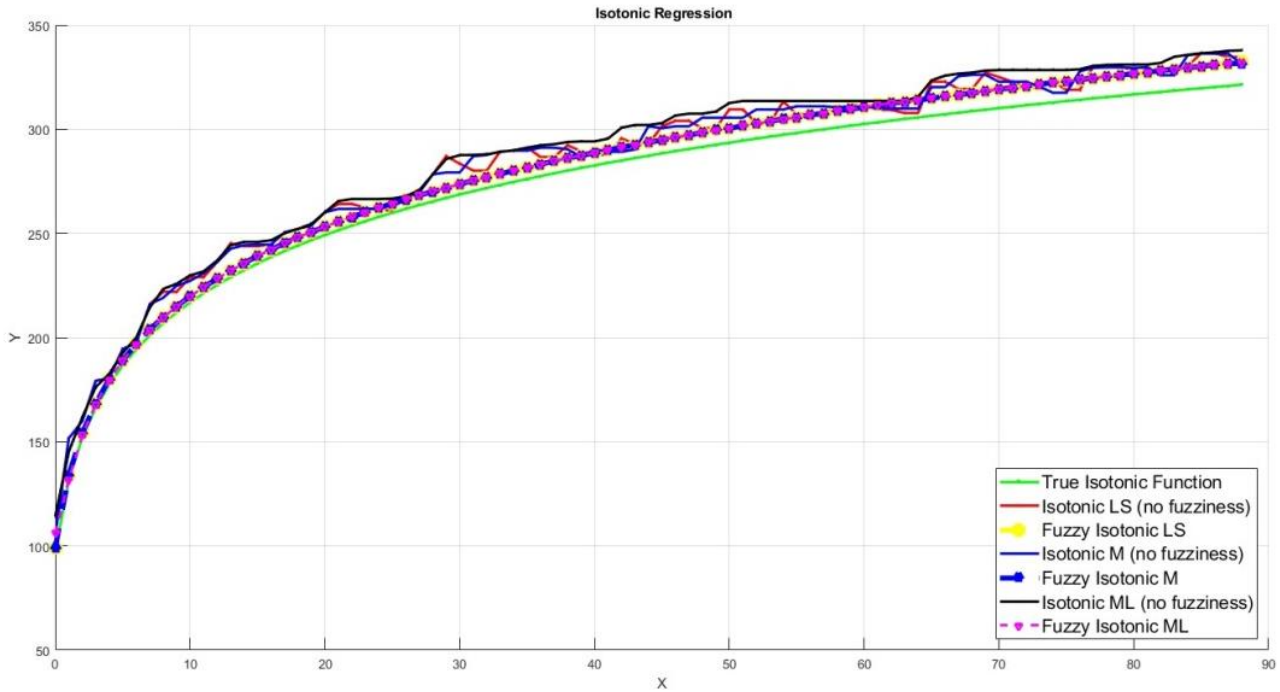
شكل (3-5) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=50$  و  $q=10$  للأنموذج الثاني

في جدول (3-6)، عند  $n=50$  و  $q=10$  للأنموذج الثاني، تظهر النتائج أن طريقة FIML هي الأكثر دقة من بين الطرائق المختلفة، إذ حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 20.703، مما يشير إلى تقارب قوي مع القيم الحقيقية وحصولها على المرتبة الأولى. تليها طريقة FIM في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 21.382، بينما تأتي طريقة FILSR في المرتبة الثالثة بقيمة 21.658. تظهر طرق أخرى مثل ILSR و IM و IML أداءً أقل دقة، حيث سجلت أعلى قيمة لـ IMSE (135.635)، مما يعكس تباعداً عن القيم الحقيقية. يعزز منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-5) هذه النتائج، حيث يُظهر أن منحنى طريقة FIML هو الأقرب إلى القيم الحقيقية، مما يثبت فعاليتها كأفضل طريقة تقدير.

جدول (3-7) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=100$  و  $q=10$  للأنموذج الثاني

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
100	96.96922	99.00578	99.00578	104.96922	104.96922	114.28133	97.00592
	131.62658	134.67924	131.07924	151.62658	151.62658	145.24029	131.57290
	151.89983	154.08859	151.08859	159.89983	159.89983	161.74844	152.14528

	166.28393	168.42827	166.42827	179.28393	179.28393	176.25137	167.97317
	177.44111	180.03262	178.03262	180.44111	180.44111	182.59719	179.61355
	186.55719	189.11817	188.11817	194.55719	194.55719	192.65905	188.88461
	194.26472	196.79993	195.79993	197.26472	197.26472	199.92163	196.70366
	200.94129	203.90303	201.90303	215.94129	215.94129	214.31288	203.68331
	206.83045	209.68554	205.68554	219.09847	221.96446	223.35148	209.61231
	212.09847	215.02789	213.02789	224.83045	221.96446	225.83430	214.93072
<b>IMSE</b>	<b>99.114</b>	<b>19.114</b>	<b>120.733</b>	<b>19.655</b>	<b>103.671</b>	<b>19.385</b>	
<b>Rank</b>	4	1	6	3	5	2	
<b>Best</b>	<b>FILSR</b>						



شكل (3-6) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=100$  و  $q=10$  للانموذج الثاني

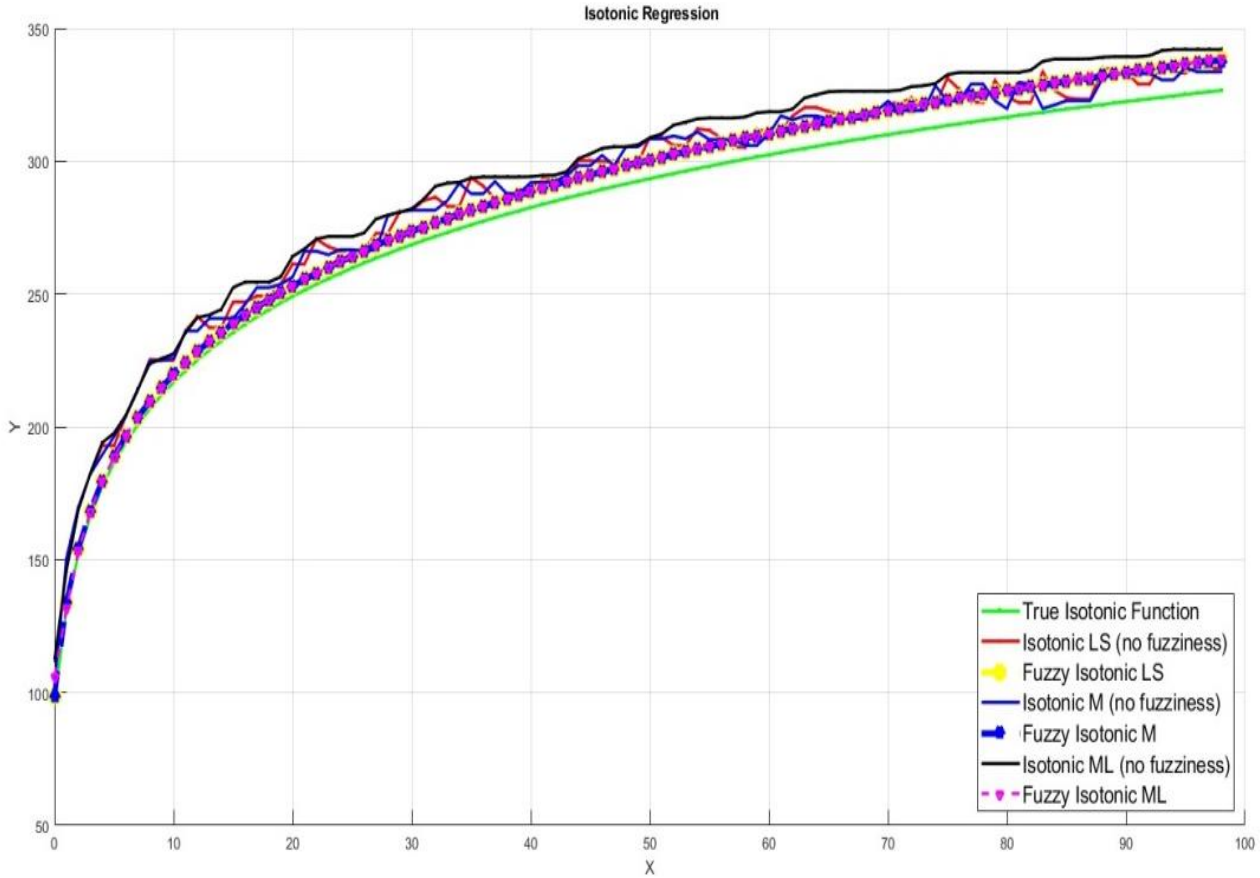
## الفصل الثالث الجانب التجريبي

في جدول (3-7)، عند  $n=100$  و  $q=10$  للأنموذج الثاني، تظهر النتائج أن طريقة FILSR هي الأكثر دقة من بين الطرائق المختلفة، إذ حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 19.114، مما يشير إلى تقارب جيد مع القيم الحقيقية وحصولها على المرتبة الأولى. تليها طريقة FIML في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 19.385، مما يجعلها أيضاً قريبة من القيم الحقيقية، بينما تأتي طريقة FIM في المرتبة الثالثة بقيمة 19.655. أما طرق ILSR و IM و IML فقد أظهرت أداءً أقل دقة، حيث سجلت طريقة IM أعلى قيمة لـ (120.733) IMSE، مما يعكس تباعدًا عن القيم الحقيقية. في منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-6)، يظهر منحنى طريقة FILSR الأقرب للقيم الحقيقية، مما يعزز فعاليتها ودقتها كأفضل طريقة تقدير لهذا النموذج عند هذه القيم.

جدول (3-8) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=200$  و  $q=10$  للأنموذج الثاني

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
200	96.86954	102.86954	98.88225	102.86954	98.88225	112.38124	105.85894
	131.52690	150.52690	133.83820	150.52690	133.83820	145.80439	131.38580
	151.80015	169.80015	154.05428	169.80015	154.05428	168.65395	153.08070
	166.18426	182.18426	168.41875	182.18426	168.41875	182.47926	167.89819
	177.34144	192.89947	179.65448	189.45751	179.65448	193.98598	179.32895
	186.45751	192.89947	188.93362	196.34144	188.93362	197.64312	188.66653
	194.16505	204.16505	196.60745	204.16505	196.60745	204.47334	196.51476
	200.84162	213.84162	203.72419	213.84162	203.72419	214.20974	203.50961
	206.73077	225.36478	209.55120	224.76430	209.55120	223.75267	209.45208
	211.99879	225.06454	214.78245	224.99879	214.78245	225.73077	214.74296
<b>IMSE</b>		<b>78.657</b>	<b>17.456</b>	<b>99.345</b>	<b>17.899</b>	<b>89.667</b>	<b>17.113</b>
<b>Rank</b>		4	2	6	3	5	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						



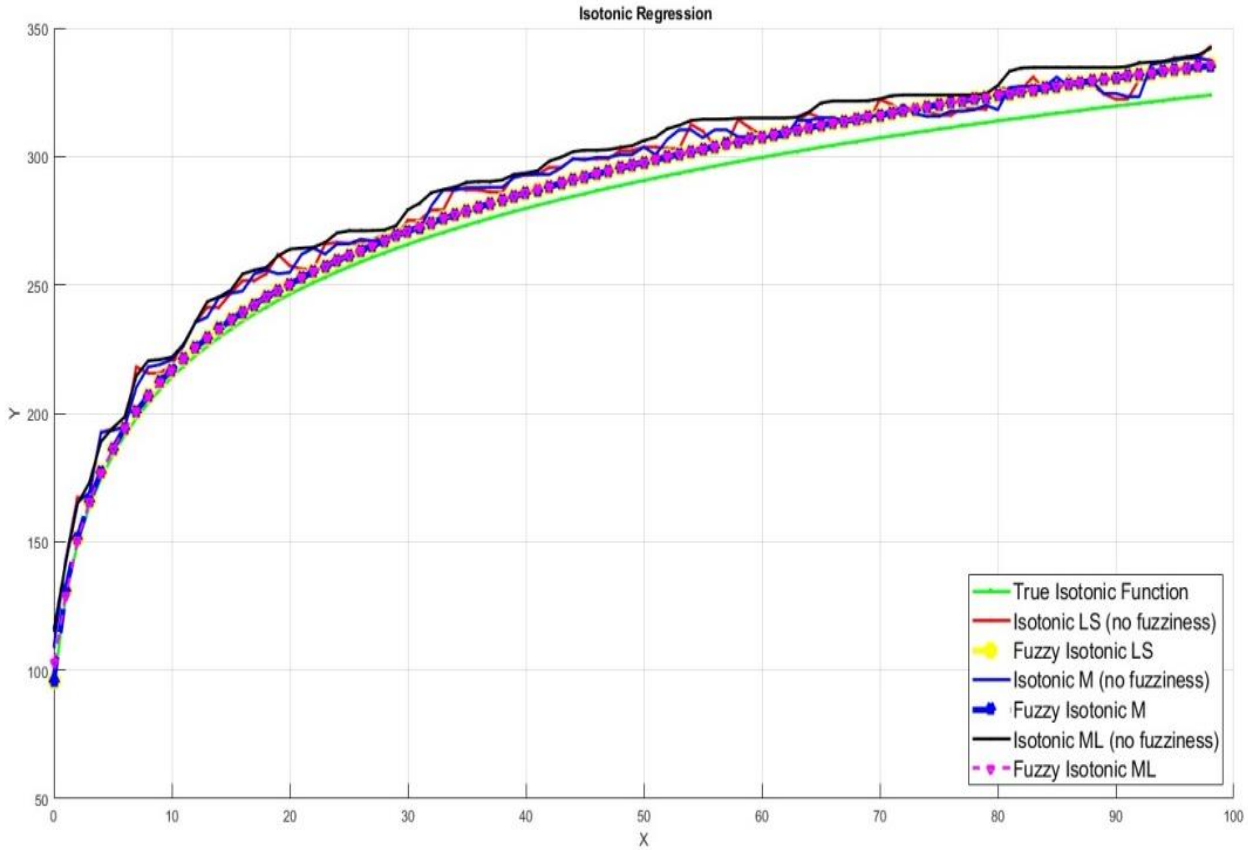


شكل (3-7) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=200$  و  $q=10$  للأنموذج الثاني

في جدول (3-8)، عند  $n=200$  و  $q=10$  للأنموذج الثاني، تظهر النتائج أن طريقة FIML قد تفوقت من حيث دقة التقدير، حيث حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 17.113، مما يعكس تقارباً جيداً مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FILSR في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 17.456، مما يظهر دقة عالية أيضاً، ثم تأتي طريقة FIM في المرتبة الثالثة بقيمة 17.899. أما طرائق ILSR، IM، و IML فقد أظهرت أداءً أقل دقة، حيث سجلت طريقة IM أعلى قيمة لـ IMSE (99.345)، مما يشير إلى تباعد أكبر عن القيم الحقيقية. ويعزز منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-7) هذه النتائج، حيث يظهر منحنى طريقة FIML الأقرب إلى القيم الحقيقية، مما يثبت فعاليتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج عند هذا الحجم من البيانات.

جدول (3-9) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=300$  و  $q=10$  للامودج الثاني

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
300	94.09246	109.09246	96.06468	109.09246	96.06468	115.80997	103.05200
	128.74982	142.74982	131.07389	142.74982	131.07389	141.52126	128.60596
	149.02307	167.21513	151.24985	165.40718	151.24985	164.65177	150.30504
	163.40718	167.21513	165.74714	169.02307	165.74714	172.93984	165.22336
	174.56436	192.56436	177.09630	192.56436	177.09630	188.99966	176.70209
	183.68043	194.03420	186.07610	193.38797	186.07610	194.32836	185.94885
	191.38797	194.03420	194.29112	194.68043	194.29112	198.57105	193.98112
	198.06454	218.06454	200.64293	210.22172	200.64293	214.65462	200.62656
	203.95369	215.58770	206.89639	218.06454	206.89639	220.47300	206.74755
	209.22172	215.58770	212.25526	218.98722	212.25526	220.95369	212.13985
IMSE		67.556	12.490	69.778	12.566	56.677	11.566
Rank		5	2	6	3	4	1
Best		FIML					



شكل (3-8) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=300$  و  $q=10$  للنموذج الثاني

في جدول (3-9)، عند  $n=300$  و  $q=10$  للنموذج الثاني، تشير النتائج إلى أن طريقة FIML هي الأكثر دقة، حيث حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 11.566، مما يدل على تقاربها الجيد مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FILSR في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 12.490، ثم تأتي طريقة FIM في المرتبة الثالثة بقيمة 12.566. أما الطرائق الأخرى مثل ILSR، IM، و IML فقد أظهرت أداءً أقل دقة، حيث سجلت IM أعلى قيمة لـ IMSE بمقدار 69.778، مما يعكس تباعداً أكبر عن القيم الحقيقية. يظهر منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-8) تفوق طريقة FIML، حيث يظهر منحناها الأقرب إلى القيم الحقيقية، مما يثبت فعاليتها ودقتها كأفضل طريقة تقدير لهذا النموذج عند هذا الحجم من البيانات.

التجربة الثالثة :

تم تطبيق انموذج الانحدار بعدد متغيرات  $p=15$  وحجم عينة  $n=50, 100, 200, 300$  حسب الإنموذج الآتي:

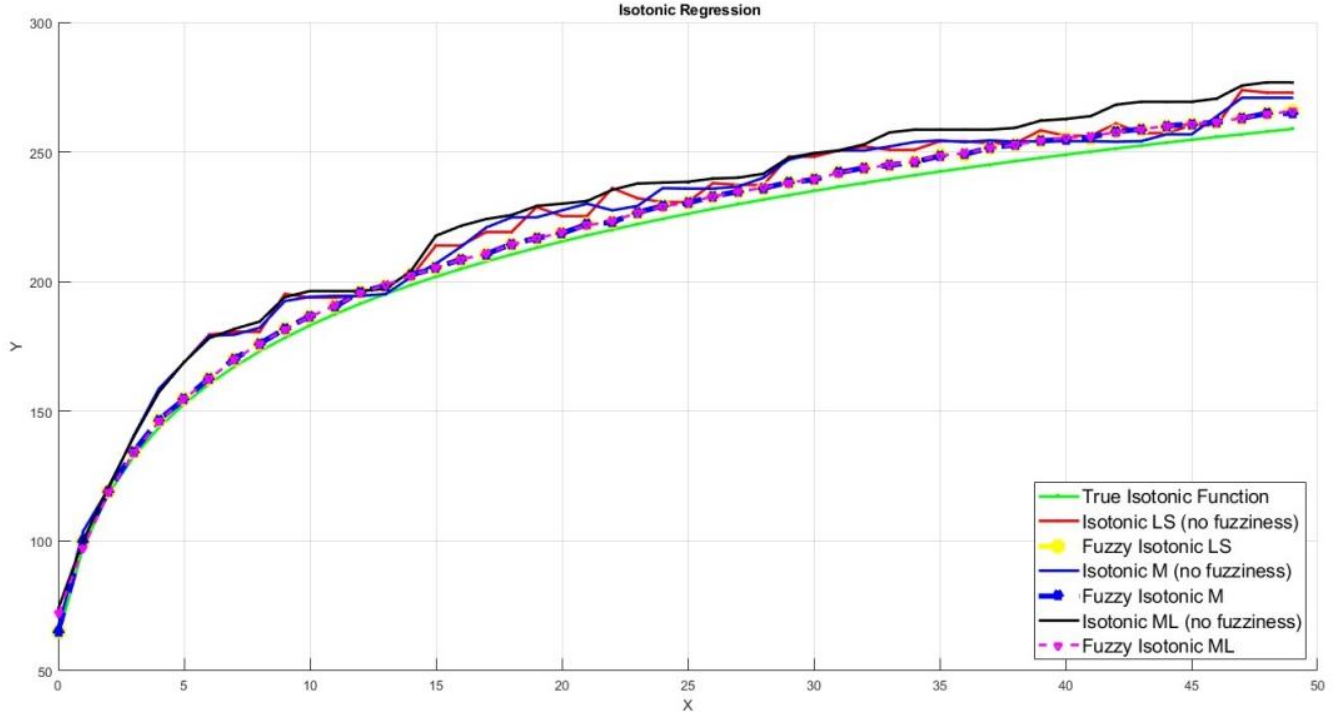
$$y = \lambda(X_1, X_2, X_3, X_4, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}) + \epsilon_i;$$

$$q=1,2,\dots, 15, i=1, 2, \dots, n \quad \dots (3-8)$$

وكانت نتائج تحليل هذا الانموذج كما في الجداول الآتية:

جدول (3-10) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=50$  و  $q=15$  للانموذج الثالث

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
50	63.25878	66.25878	72.00118	66.25878	65.02402	73.77464	65.02402
	97.91614	103.91614	97.38671	103.91614	99.98232	100.35829	99.98232
	118.18940	120.18940	118.64027	120.18940	119.33999	120.87336	119.33999
	132.57350	140.57350	134.01375	140.57350	134.49209	140.20299	134.49209
	143.73068	158.73068	146.03782	158.73068	146.76916	157.39281	146.76916
	152.84676	168.84676	154.67910	168.84676	154.65060	168.94516	154.65060
	160.55429	179.55429	162.61538	179.12001	162.70335	178.21811	162.70335
	167.23086	180.67544	169.95336	179.55429	170.22738	181.78554	170.22738
	173.12001	180.67544	176.06468	182.23086	176.10443	184.58631	176.10443
	178.38804	195.27079	181.62817	192.50412	181.74255	194.03259	181.74255
IMSE		15.767	5.251	16.291	5.708	15.634	5.976
Rank		5	3	6	2	4	1
Best		FIML					

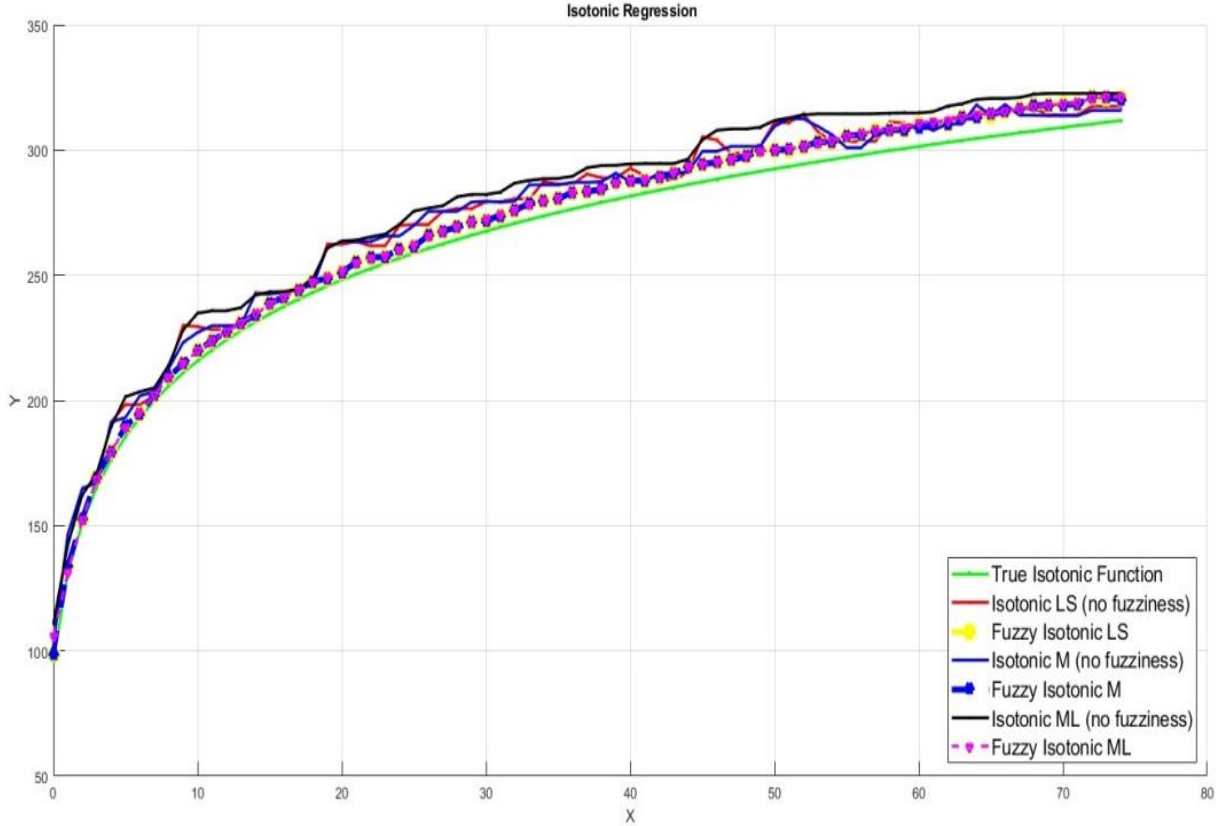


شكل (3-9) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=50$  و  $q=15$  للأنموذج الثالث

في جدول (3-10)، عند  $n=50$  و  $q=15$  للأنموذج الثالث، تُظهر النتائج أن طريقة FIML هي الأكثر دقة، إذ حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 5.976، مما يعكس تقارباً عالياً مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FIM في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 5.708، ثم تأتي طريقة FILSR في المرتبة الثالثة بقيمة 5.251. أما الطرائق الأخرى، مثل ILSR و IM و IML، فقد أظهرت دقة أقل، حيث سجلت IM أعلى قيمة لـ (16.291) IMSE، مما يعكس تباعدًا عن القيم الحقيقية. في منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-9)، يظهر منحنى طريقة FIML الأقرب للقيم الحقيقية، مما يعزز كفاءتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج الثالث عند هذا العدد من البيانات، مما يجعلها الأنسب للاستخدام.

جدول (3-11) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=100$  و  $q=15$  للنموذج الثالث

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
100	95.88831	101.88831	98.82182	101.88831	98.82182	110.80125	105.83071
	130.54567	146.54567	133.93909	146.54567	133.93909	142.15592	131.21238
	150.81892	164.81892	152.66781	164.81892	152.66781	162.17531	152.33825
	165.20302	167.20302	169.41577	167.20302	169.41577	170.82560	168.32500
	176.36020	191.36020	179.60774	191.36020	179.60774	189.35682	179.59218
	185.47628	198.33005	189.70620	193.18381	189.70620	201.46042	188.86973
	193.18381	198.33005	194.77712	201.86038	194.77712	203.47628	195.14449
	199.86038	201.86038	202.05610	203.47628	202.05610	205.01915	202.08114
	205.74954	212.74954	209.48559	212.74954	209.48559	214.07969	209.09797
	211.01756	230.01756	214.58532	223.13364	214.58532	228.10379	214.65955
<b>IMSE</b>		14.838	4.100	15.051	4.906	14.472	4.352
<b>Rank</b>		4	1	6	3	5	2
<b>Best</b>	<b>FILSR</b>						



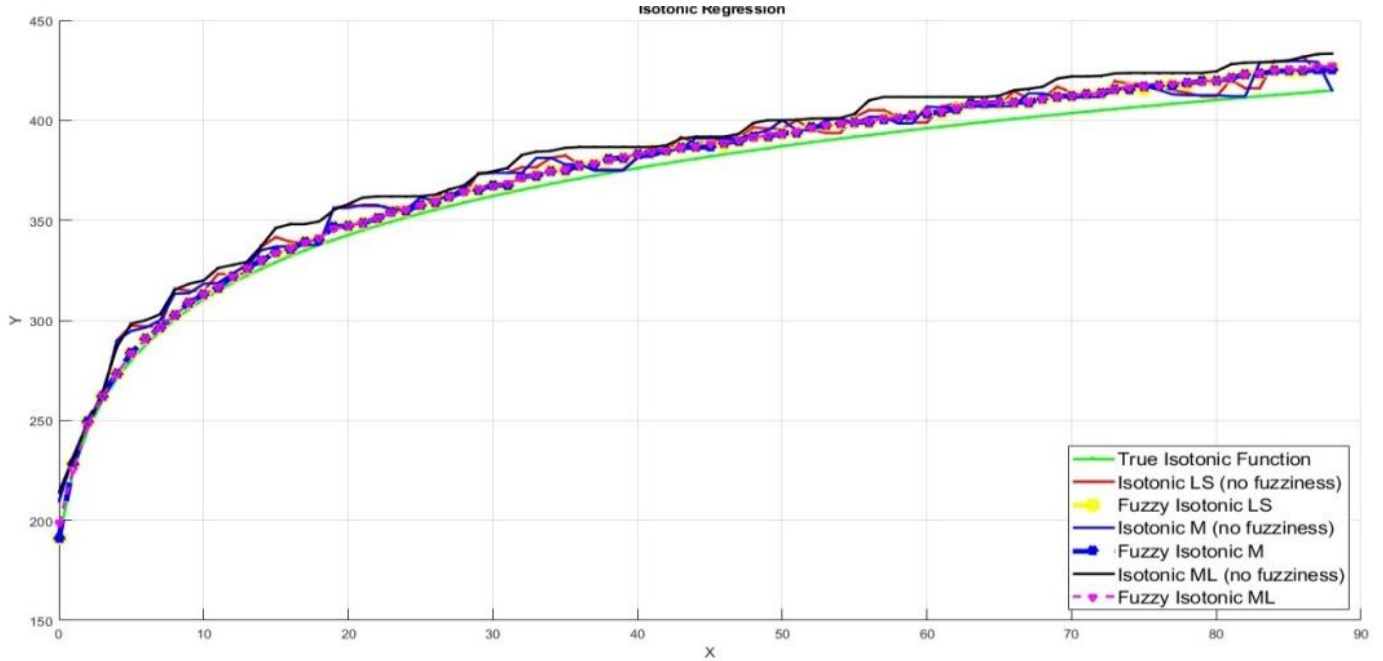
شكل (3-10) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=100$  و  $q=15$  للأنموذج الثالث

في جدول (3-11)، عند  $n=100$  و  $q=15$  للأنموذج الثالث، تُظهر النتائج أن طريقة FILSR هي الأكثر دقة، إذ حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 4.100، مما يعكس تقاربًا جيدًا مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FIML في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 4.352، مما يشير أيضًا إلى مستوى عالٍ من الدقة، ثم تأتي طريقة FIM في المرتبة الثالثة بقيمة 4.906. أما الطرائق الأخرى، مثل ILSR و IM و IML، فقد أظهرت دقة أقل، حيث سجلت طريقة IM أعلى قيمة لـ IMSE (15.051)، مما يشير إلى تباعد أكبر عن القيم الحقيقية. في منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-10)، يُظهر منحنى طريقة FILSR الأقرب للقيم الحقيقية، مما يعزز من فعاليتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج الثالث عند هذا العدد من البيانات.

جدول (3-12) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=200$  و  $q=15$  للنموذج الثالث

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
200	190.43703	209.43703	191.09300	209.43703	191.09300	213.95910	198.47735
	225.09439	232.09439	228.09149	232.09439	228.09149	231.19859	225.49937
	245.36764	249.36764	249.51032	249.36764	249.51032	248.38781	248.05782
	259.75174	260.75174	262.19907	260.75174	262.19907	263.70880	261.96476
	270.90892	289.90892	273.47952	289.90892	273.47952	286.74089	273.30082
	280.02500	297.37877	283.68588	294.73253	283.68588	298.34190	283.17342
	287.73253	296.89394	290.81214	296.40910	290.81214	300.02500	290.60072
	294.40910	296.89394	296.66771	300.02500	296.66771	303.06528	296.65985
	300.29826	315.93227	302.47604	313.33179	302.47604	315.25798	302.57676
	305.56628	314.63203	308.88974	313.56628	308.88974	318.29826	308.47495
<b>IMSE</b>		13.540	3.594	13.602	3.849	13.757	3.493
<b>Rank</b>		4	2	5	3	6	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						



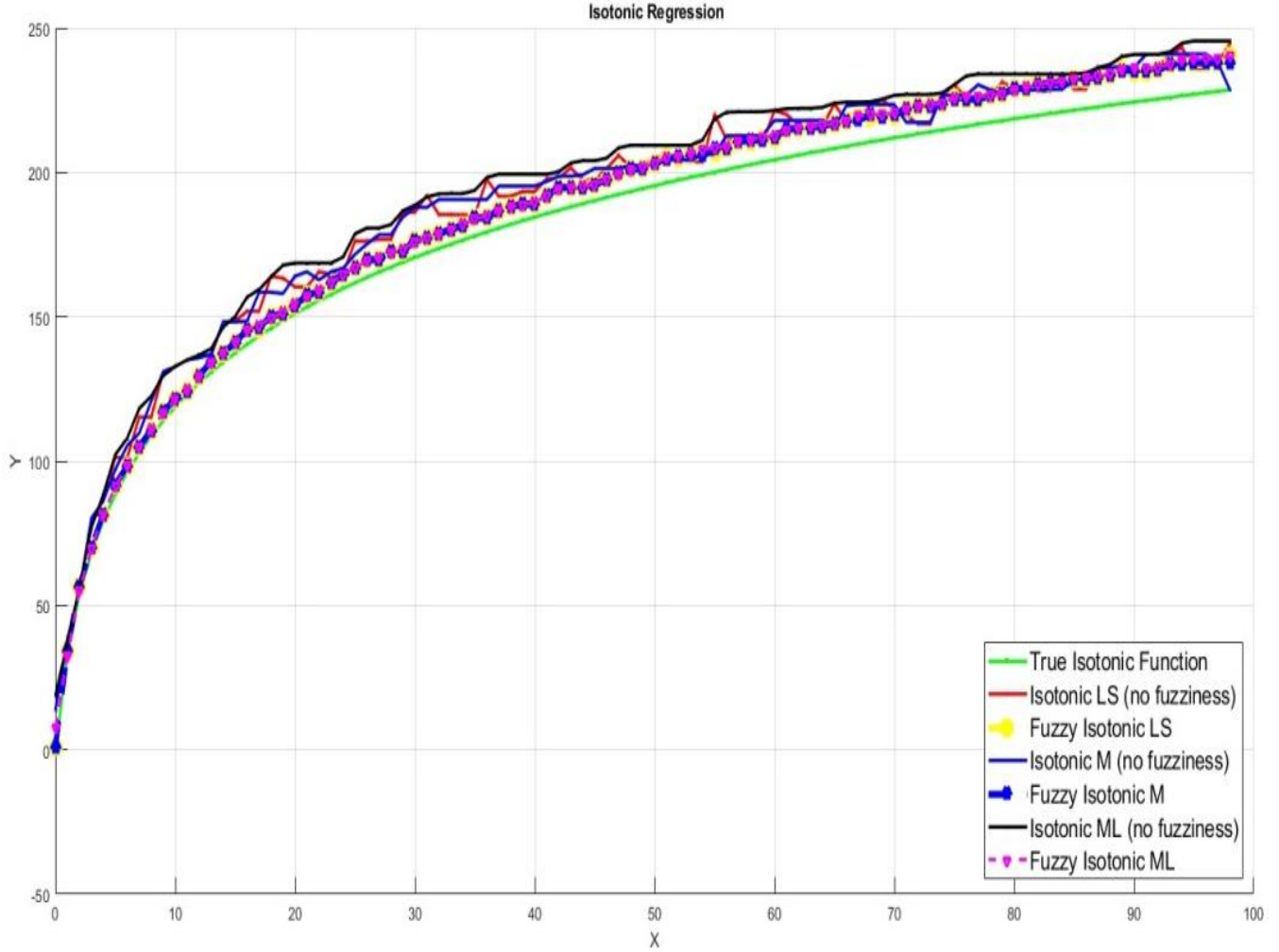


شكل (3-11) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=200$  و  $q=15$  للأنموذج الثالث

في جدول (3-12)، عند  $n=100$  و  $q=15$  للأنموذج الثالث، تُظهر النتائج أن طريقة FILSR هي الأكثر دقة، إذ حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 4.100، مما يعكس تقاربًا جيدًا مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FIML في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 4.352، مما يشير أيضًا إلى مستوى عالٍ من الدقة، ثم تأتي طريقة FIM في المرتبة الثالثة بقيمة 4.906. أما الطرائق الأخرى، مثل ILSR و IM و IML، فقد أظهرت دقة أقل، حيث سجلت طريقة IM أعلى قيمة لـ IMSE (15.051)، مما يشير إلى تباعد أكبر عن القيم الحقيقية. في منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-10)، يُظهر منحنى طريقة FILSR الأقرب للقيم الحقيقية، مما يعزز من فعاليتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج الثالث عند هذا العدد من البيانات.

جدول (3-13) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=300$  و  $q=15$  للانموذج الثالث

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
300	-1.16396	13.83604	0.84768	13.83604	0.84768	18.75728	7.57769
	33.49340	38.49340	34.56765	38.49340	34.56765	37.09846	32.60052
	53.76665	54.76665	56.46439	54.76665	56.46439	56.28250	55.09881
	68.15075	80.15075	70.15348	80.15075	70.15348	76.95181	69.77129
	79.30793	86.30793	81.54547	86.30793	81.54547	88.46401	81.37512
	88.42401	101.27778	91.91358	97.13154	91.91358	102.24351	91.24390
	96.13154	101.27778	98.25669	105.42401	98.25669	107.98359	98.31740
	102.80811	115.25269	104.96472	109.69727	104.96472	118.24853	104.81719
	108.69727	115.25269	110.78608	120.80811	110.78608	122.49805	110.87054
	113.96529	130.96529	117.11513	130.96529	117.11513	129.56910	116.78639
<b>IMSE</b>		12.725	2.798	11.592	2.265	11.039	2.160
<b>Rank</b>		6	3	4	2	5	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						



شكل (3-12) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=300$  و  $q=15$  للانموذج الثالث

في جدول (3-13)، عند  $n=300$  و  $q=15$  للانموذج الثالث، تُظهر النتائج أن طريقة FIML هي الأكثر دقة، حيث حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 2.160، مما يدل على تقارب ممتاز مع القيم الحقيقية، ومنحتها المرتبة الأولى. تليها طريقة FIM في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 2.265، مما يعكس أيضاً دقة عالية، بينما جاءت طريقة FILSR في المرتبة الثالثة بقيمة IMSE بلغت 2.798. أما الطرائق الأخرى، مثل ILSR، IM، و IML، فقد أظهرت دقة أقل، حيث سجلت طريقة ILSR أعلى قيمة لـ (IMSE 12.725)، مما يشير إلى تباعد أكبر عن القيم الحقيقية. يوضح منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-12) هذه النتائج، حيث يظهر أن منحنى طريقة FIML هو الأقرب إلى القيم الحقيقية، مما يعزز من فعاليتها ودقتها كأفضل طريقة تقدير لهذا النموذج عند هذا العدد الكبير من البيانات.

التجربة الرابعة :

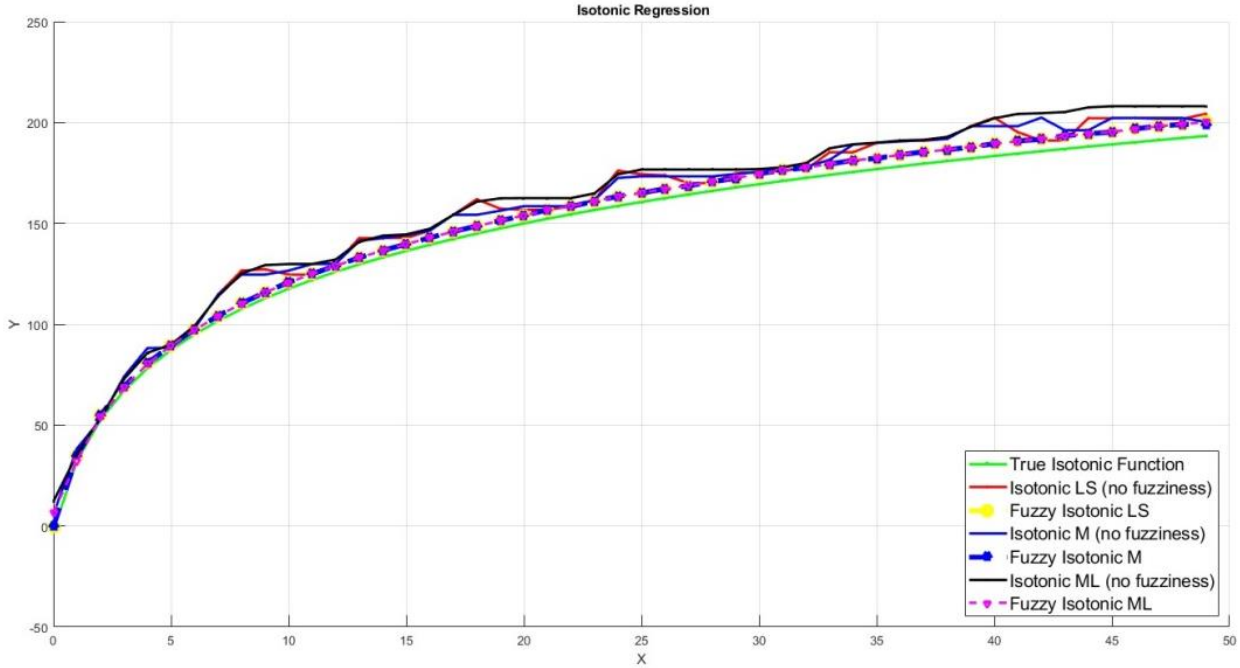
تم تطبيق انموذج الانحدار بعدد متغيرات  $p=20$  وحجم عينة  $n=50, 100, 200, 300$  حسب الإنموذج الآتي:

$$y = \lambda(X_1, X_2, X_3, \dots, X_{30}) + \epsilon_i; \quad q=1,2,\dots, 15, i=1, 2, \dots, n \quad \dots (3-9)$$

وكانت نتائج تحليل هذا الانموذج كما في الجداول الآتية:

جدول (3-14) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=50$  و  $q=30$  للانموذج الرابع

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
50	-2.27194	5.72806	-0.35032	5.72806	0.00000	12.24599	6.64542
	32.38542	38.38542	34.70105	38.38542	34.70105	35.32670	32.24202
	52.65868	52.65868	54.97268	52.65868	54.97268	53.84177	53.96556
	67.04278	74.04278	69.19114	74.04278	69.19114	72.84037	68.74576
	78.19996	88.19996	80.73266	88.19996	80.73266	85.86382	80.28003
	87.31604	88.31604	89.55369	88.31604	89.55369	89.91185	89.38991
	95.02357	98.02357	97.39036	98.02357	97.39036	99.18307	97.21279
	101.70014	114.70014	104.15978	114.70014	104.15978	113.90362	104.06310
	107.58929	126.58929	110.34809	124.62283	110.34809	125.15492	110.23508
	112.85732	127.24007	115.85716	124.62283	115.85716	129.31359	115.76427
<b>IMSE</b>		5.277	0.794	5.683	1.450	5.703	0.507
<b>Rank</b>		4	2	5	3	6	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						

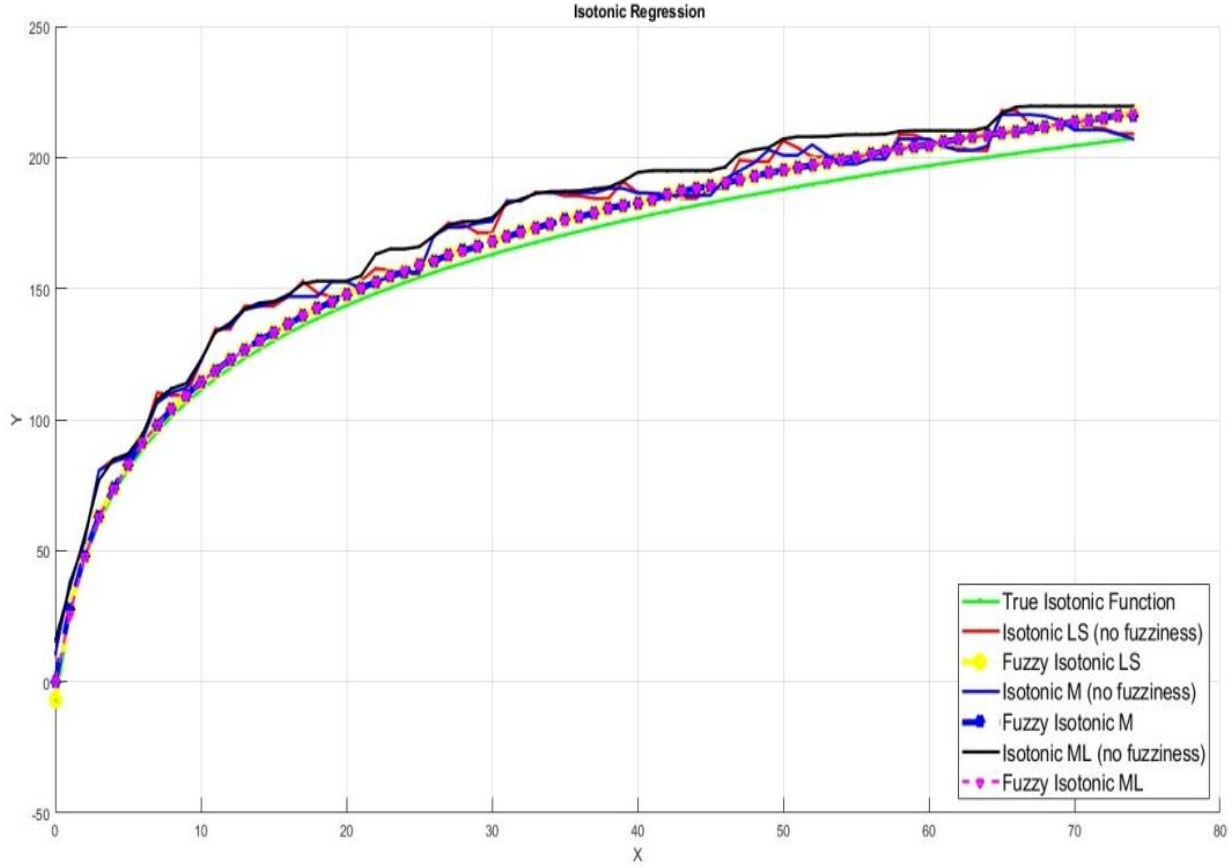


شكل (3-13) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=50$  و  $q=30$  للأنموذج الرابع

في جدول (3-14)، عند  $n=50$  و  $q=30$  للأنموذج الرابع، تُظهر النتائج أن طريقة FIML هي الأكثر دقة، إذ حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 0.507، مما يعكس تقاربًا عاليًا مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FILSR في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 0.794، ثم تأتي طريقة FIM في المرتبة الثالثة بقيمة 1.450. أما الطرائق الأخرى، مثل ILSR، IM، وIML، فقد أظهرت دقة أقل، حيث سجلت طريقة IML أعلى قيمة لـ (5.703) IMSE، مما يشير إلى تباعد أكبر عن القيم الحقيقية. يظهر منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-13) توافق طريقة FIML بشكل وثيق مع القيم الحقيقية، مما يؤكد على فعاليتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج الرابع عند هذا العدد من البيانات.

جدول (3-15) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=100$  و  $q=30$  للانموذج الرابع

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
100	-8.70350	10.29650	-6.77838	10.29650	0.00000	15.81650	0.17099
	25.95386	37.95386	28.04068	37.95386	28.04068	35.89341	25.61152
	46.22712	53.22712	48.25954	53.22712	48.25954	55.24210	47.38193
	60.61122	80.61122	63.20364	80.61122	63.20364	76.91314	62.48813
	71.76840	84.82644	73.84724	83.88448	73.84724	84.91035	73.60397
	80.88448	84.82644	83.02872	85.76840	83.02872	86.90370	82.91169
	88.59201	92.59201	91.50680	92.59201	91.50680	94.39771	91.18704
	95.26858	110.26858	98.06300	106.42576	98.06300	107.64189	97.93033
	101.15773	109.29174	103.82183	110.26858	103.82183	111.84342	103.78075
	106.42576	109.29174	109.33378	112.15773	109.33378	113.82710	109.23329
<b>IMSE</b>		4.594	0.604	4.981	0.551	4.446	0.378
<b>Rank</b>		6	3	4	2	5	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						



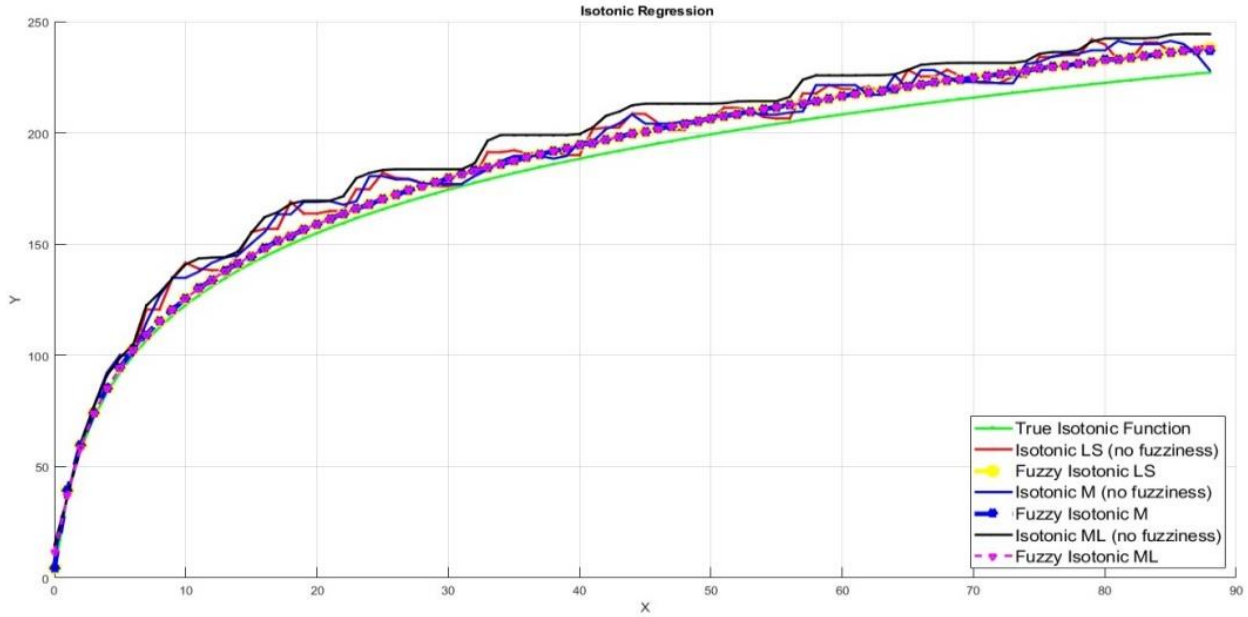
شكل (3-14) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=100$  و  $q=30$  للأنموذج الرابع

في جدول (3-15)، عند  $n=100$  و  $q=30$  للأنموذج الرابع، تُظهر النتائج أن طريقة FIML هي الأكثر دقة، حيث حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 0.378، مما يعكس تقاربًا قويًا مع القيم الحقيقية، ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FIM في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 0.551، ثم تأتي طريقة FILSR في المرتبة الثالثة بقيمة 0.604. أما الطرائق الأخرى، مثل ILSR، IM، و IML، فقد أظهرت دقة أقل، حيث سجلت طريقة ILSR أعلى قيمة لـ (4.594) IMSE، مما يشير إلى تباعد عن القيم الحقيقية. في منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-14)، يظهر منحنى طريقة FIML الأقرب إلى القيم الحقيقية، مما يعزز كفاءتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج الرابع.

جدول (3-16) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=200$  و  $q=30$  للنموذج الرابع

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
200	2.70102	8.70102	4.70024	8.70102	4.70024	14.42060	11.58699
	37.35838	37.35838	39.20553	37.35838	39.20553	36.46258	36.87131
	57.63163	60.63163	59.68122	60.63163	59.68122	59.48543	58.71883
	72.01574	77.01574	74.37255	77.01574	74.37255	76.81160	73.76649
	83.17291	92.17291	85.42121	92.17291	85.42121	91.00143	85.08348
	92.28899	100.14276	94.43996	99.99652	94.43996	98.93865	94.32537
	99.99652	100.14276	102.76997	100.28899	102.76997	104.67874	102.46501
	106.67309	120.61767	109.26706	114.56225	109.26706	122.28335	109.22425
	112.56225	120.61767	115.50684	126.67309	115.50684	128.03027	115.29568
	117.83027	134.83027	120.47750	134.83027	120.47750	134.59873	120.50431
<b>IMSE</b>		3.413	0.049	3.437	0.082	3.240	0.016
<b>Rank</b>		5	2	6	3	4	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						



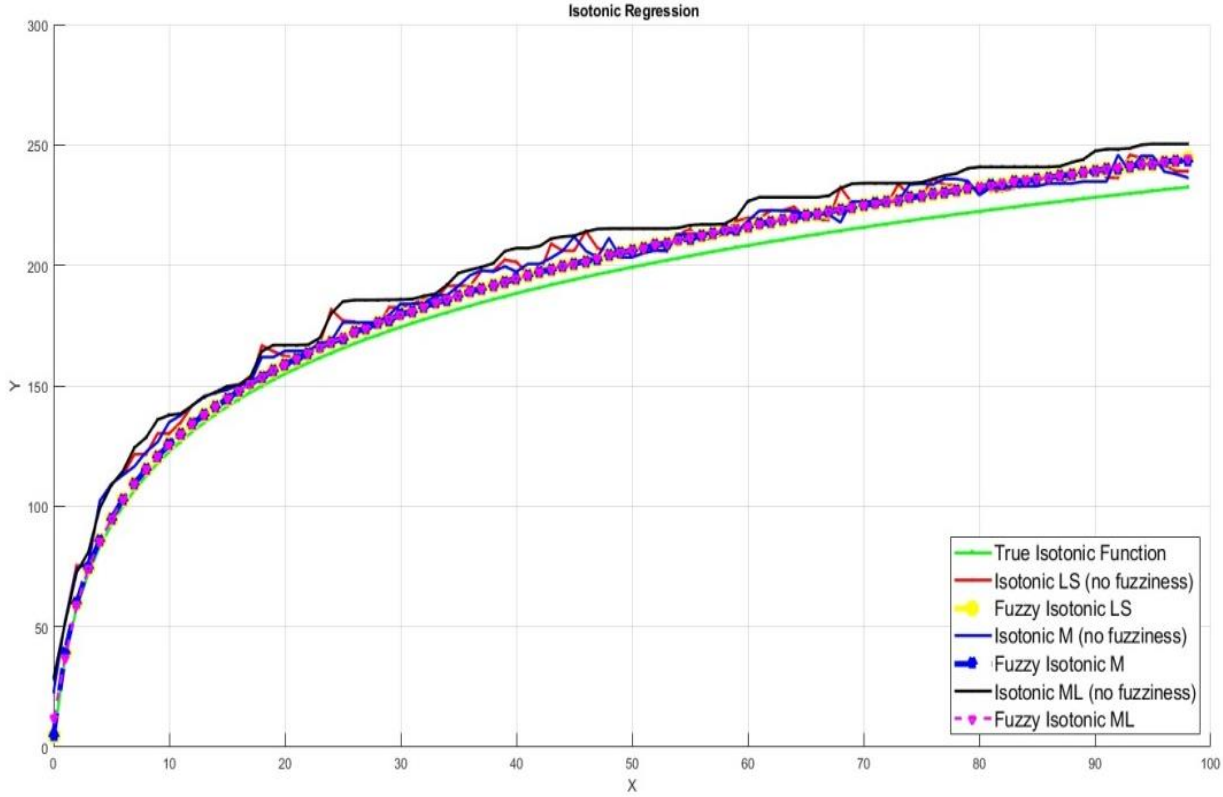


شكل (3-15) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=200$  و  $q=30$  للأنموذج الرابع

في جدول (3-16)، عند  $n=200$  و  $q=30$  للأنموذج الرابع، تُظهر النتائج أن طريقة FIML هي الأكثر دقة، حيث حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 0.016، مما يدل على تقارب ممتاز مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FILSR في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 0.049، ثم تأتي طريقة FIM في المرتبة الثالثة بقيمة 0.082. أما الطرائق الأخرى، مثل ILSR و IM و IML، فقد أظهرت دقة أقل، حيث سجلت طريقة IM أعلى قيمة لـ (3.437) IMSE، مما يعكس تباعدًا عن القيم الحقيقية. يعزز منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-15) هذه النتائج، حيث يظهر أن منحنى طريقة FIML هو الأقرب للقيم الحقيقية، مما يؤكد كفاءتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج الرابع.

جدول (3-17) تقديرات دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=300$  و  $q=30$  للنموذج الرابع

Method	True	ILSR	FILSR	IM	FIM	IML	FIML
300	2.68068	22.68068	4.88255	22.68068	4.88255	28.59985	11.76141
	37.33804	52.33804	39.34836	52.33804	39.34836	51.44224	37.03415
	57.61129	75.30334	59.90485	73.99540	59.90485	72.57274	58.93241
	71.99540	75.30334	74.61663	76.61129	74.61663	80.86081	74.03847
	83.15257	102.15257	85.85341	102.15257	85.85341	99.08701	85.46657
	92.26865	109.26865	94.76514	109.26865	94.76514	108.70154	94.64078
	99.97618	112.97618	102.92944	112.97618	102.92944	114.63482	102.64232
	106.65275	121.59733	109.36803	116.54191	109.36803	124.37727	109.30471
	112.54191	121.59733	115.42603	122.57544	115.42603	128.50907	115.29318
	117.80993	130.19269	120.68555	126.65275	120.68555	135.95362	120.62900
<b>IMSE</b>		<b>2.726</b>	<b>0.009</b>	<b>2.899</b>	<b>0.007</b>	<b>2.416</b>	<b>0.003</b>
<b>Rank</b>		6	3	4	2	5	1
<b>Best</b>	<b>FIML</b>						



شكل (3-16) منحنى دالة الانحدار الرتيب عند طرائق التقدير عند  $n=300$  و  $q=30$  للأنموذج الرابع

في جدول (3-17)، عند  $n=300$  و  $q=30$  للأنموذج الرابع، تظهر النتائج أن طريقة FIML هي الأكثر دقة، إذ حققت أقل قيمة لمتوسط مربع الخطأ التقديري (IMSE) بمقدار 0.003، مما يعكس تقارباً ممتازاً مع القيم الحقيقية ومنحها المرتبة الأولى. تليها طريقة FIM في المرتبة الثانية بقيمة IMSE بلغت 0.007، ثم تأتي طريقة FILSR في المرتبة الثالثة بقيمة IMSE بلغت 0.009. أما الطرائق الأخرى مثل IM، ILSR و IML فقد أظهرت دقة أقل، حيث سجلت ILSR أعلى قيمة لـ IMSE بمقدار 2.726، مما يشير إلى تباعد عن القيم الحقيقية. يوضح منحنى دالة الانحدار الرتيب في شكل (3-16) توافق منحنى طريقة FIML مع القيم الحقيقية، مما يعزز فعاليتها كأفضل طريقة تقدير للأنموذج الرابع عند هذا الحجم من البيانات.

### 3.4 تحليل نتائج المحاكاة: (Analysis of Simulation Result)

وفي كل تجربة من تجارب المحاكاة تبين ما يأتي:

في التجربة الاولى تبين ما يأتي:

1- عند حجم عينة  $n=50$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=5$  نلاحظ ان طريقة FIM تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIML بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IM بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IML بالمرتبة السادسة.

2- عند حجم عينة  $n=100$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=5$  نلاحظ ان طريقة FILSR تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FIML بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة IM بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة ILSR بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IML بالمرتبة السادسة.

3- عند حجم عينة  $n=200$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=5$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IM بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IML بالمرتبة السادسة.

4- عند حجم عينة  $n=300$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=5$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IM بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IML بالمرتبة السادسة.

في التجربة الثانية تبين ما يأتي:

1- عند حجم عينة  $n=50$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=10$  نلاحظ ان طريقة IFML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FIM بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FILSR بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IML بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IM بالمرتبة السادسة.

2- عند حجم عينة  $n=100$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=10$  نلاحظ ان طريقة FILSR تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FIML بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة IM بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة ILSR بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IML بالمرتبة السادسة.

3- عند حجم عينة  $n=200$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=10$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IML بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IM بالمرتبة السادسة.

4- عند حجم عينة  $n=300$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=10$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة IML بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة ILSR بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IM بالمرتبة السادسة.

#### في التجربة الثالثة تبين ما يأتي:

1- عند حجم عينة  $n=50$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=15$  نلاحظ ان طريقة IFML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FIM بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FILSR بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة IML بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة ILSR بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IM بالمرتبة السادسة.

2- عند حجم عينة  $n=100$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=15$  نلاحظ ان طريقة FILSR تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FIML بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IML بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IM بالمرتبة السادسة.

3- عند حجم عينة  $n=200$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=15$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IM بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IML بالمرتبة السادسة.

4- عند حجم عينة  $n=300$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=15$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة IML بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة ILSR بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IM بالمرتبة السادسة.

### في التجربة الرابعة تبين ما يأتي:

1- عند حجم عينة  $n=50$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=30$  نلاحظ ان طريقة IFML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IM بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IML بالمرتبة السادسة.

2- عند حجم عينة  $n=100$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=30$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FIM بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FILSR بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IML بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IM بالمرتبة السادسة.

3- عند حجم عينة  $n=200$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=30$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FILSR بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FIM بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة ILSR بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IM بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة IML بالمرتبة السادسة.

4- عند حجم عينة  $n=300$  وعدد متغيرات مستقلة  $q=30$  نلاحظ ان طريقة FIML تفوقت على باقي طرائق التقدير ، تليها طريقة FIM بالمرتبة الثانية ، ومن ثم طريقة FILSR بالمرتبة الثالثة ، ومن طريقة IM بالمرتبة الرابعة ومن ثم طريقة IML بالمرتبة الخامسة وأخيراً طريقة ILSR بالمرتبة السادسة.

والجدول (3-18) يلخص أفضل طرائق التقدير لكل تقاطع بين أحجام العينات (n) وعدد المتغيرات المستقلة (q):

والجدول (3-18) طرائق التقدير لكل تقاطع بين أحجام العينات (n) وعدد المتغيرات المستقلة (q)

30	15	10	5	q n
FIML	FIML	FIML	FIM	50
FIML	FILSR	FILSR	FILSR	100
FIML	FIML	FIML	FIML	200
FIML	FIML	FIML	FIML	300

يظهر جدول (3-18) طرائق التقدير المثلى لكل تقاطع بين أحجام العينات (n) وعدد المتغيرات المستقلة (q) يمكن تحليل نتائجه كما يلي:

#### حجم العينة n=50 :

مع عدد متغيرات مستقلة صغير (q=5) ، تكون طريقة FIM هي الأفضل، مما يعكس دقتها في التعامل مع هذا الحجم من البيانات. عند زيادة عدد المتغيرات المستقلة (q=10) أو أكثر، تظهر FIML كأفضل طريقة تقدير. يشير ذلك إلى أن FIML قادرة على تحقيق دقة عالية مع زيادة تعقيد النموذج (عدد المتغيرات المستقلة)، حتى مع عينة صغيرة نسبياً.

#### حجم العينة n=100 :

بالنسبة للعينات ذات عدد المتغيرات المستقلة الأقل (q=5) و (q=10) و (q=15)، تعتبر FILSR الطريقة المثلى، مما يشير إلى قوتها في التقدير عند حجم عينة متوسط وعدد متغيرات معتدل.

عند الوصول إلى عدد متغيرات أكبر (q=30) ، تعود FIML كأفضل طريقة، مما يعكس تفوقها في النماذج الأكثر تعقيداً.

### حجم العينة $n=200$ :

في هذا الحجم، تصبح FIML أفضل طريقة تقدير بغض النظر عن عدد المتغيرات المستقلة، مما يشير إلى أن FIML تتسم بالثبات والدقة العالية عند زيادة حجم العينة، وتعتبر قادرة على التعامل بكفاءة مع مختلف مستويات تعقيد النموذج.

### حجم العينة $n=300$ :

يستمر تفوق FIML على جميع الطرائق الأخرى عبر جميع مستويات  $q$  يعكس ذلك كفاءة واستقرار FIML مع زيادة كل من حجم العينة وعدد المتغيرات المستقلة، مما يجعلها الطريقة الأكثر دقة.



## الفصل الرابع

# الجانب التطبيقي

## 4-1 تمهيد (Preface)

تم في هذا الفصل تطبيق طرائق التقدير التي تم اختبارها في الجانب التجريبي من الاطروحة على بيانات حقيقية التي هي بيانات اعداد النساء المصابات بمتلازمة القولون العصبي والذي يمثل المتغير المعتمد ومجموعة من المتغيرات التوضيحية التي عدده (20) متغير لغرض بيان سلوك الظاهرة المدروسة بدقة .

## 4-2 مرض الكلى المزمن ((Chronic Kidney Disease (CKD))

هو حالة طويلة الأمد تنطوي على تدهور تدريجي وغير قابل للانعكاس في وظائف الكلى، حيث تصبح الكلى غير قادرة على أداء وظائفها الحيوية مثل تصفية الفضلات والسموم من الدم، وتنظيم توازن السوائل والشوارد في الجسم، وكذلك إنتاج الهرمونات التي تساعد في التحكم في ضغط الدم وصنع خلايا الدم الحمراء. غالبًا ما يكون مرض الكلى المزمن "صامتًا" في مراحله المبكرة، حيث قد لا يلاحظ المرضى أي أعراض واضحة، مما يجعله يُكتشف غالبًا عند فحص وظائف الكلى عن طريق اختبارات الدم أو البول التي تكشف عن مستويات غير طبيعية من الكرياتينين أو البروتين. مع تقدم المرض، تبدأ الأعراض في الظهور وتشمل التعب، وفقدان الشهية، والغثيان، وتورم في القدمين والكاحلين بسبب احتباس السوائل، وارتفاع ضغط الدم، وتغيرات في عادات التبول. الأسباب الرئيسية لهذا المرض تشمل داء السكري وارتفاع ضغط الدم المزمن، اللذان يسببان ضررًا طويل الأمد للأوعية الدموية الدقيقة داخل الكلى، بالإضافة إلى حالات مثل التهاب الكلى المزمن، وأمراض الكلى الوراثية، والاستخدام المطول لبعض الأدوية التي تضر بالكلى. يعتمد العلاج على إبطاء تقدم المرض والوقاية من المضاعفات عن طريق السيطرة على العوامل المسببة مثل خفض ضغط الدم ومستويات السكر في الدم، واتباع نظام غذائي منخفض البروتين والملح، وتجنب الأدوية التي يمكن أن تؤدي إلى تفاقم الحالة. في المراحل المتقدمة، حيث تتدهور وظائف الكلى بشكل كبير، يصبح من الضروري استخدام علاجات مثل غسيل الكلى أو زراعة الكلى. يعتبر التشخيص المبكر والمتابعة المنتظمة من أهم الأساليب للسيطرة على هذا المرض وتحسين نوعية حياة المرضى.

يتم تشخيص مرض الكلى المزمن عادة من خلال اختبارات الدم والبول لقياس وظيفة الكلى، بالإضافة إلى تصوير الكلى بالموجات فوق الصوتية أو الأشعة المقطعية.

ولا يمكن عكس الضرر الناجم عن مرض الكلى المزمن، ولكن يمكن السيطرة على الأعراض وإبطاء تقدم المرض. يشمل العلاج:

- السيطرة على ضغط الدم ومستويات السكر في الدم.
- اتباع نظام غذائي صحي منخفض في الملح والبروتينات.
- استخدام أدوية لإدارة الأعراض مثل فقر الدم.
- التحضير للغسيل الكلوي أو زراعة الكلى في الحالات المتقدمة.

### 4-2-1 أسباب مرض الكلى المزمن: هنالك عدة أسباب للمرض أهمها :

1. داء السكري: يعد السبب الأكثر شيوعًا لمرض الكلى المزمن. ارتفاع مستويات السكر في الدم يمكن أن يسبب تلفًا في الكلى على مر الزمن.
2. ارتفاع ضغط الدم: يمكن أن يؤدي إلى تلف الأوعية الدموية في الكلى وتقليل قدرتها على العمل بشكل صحيح.
3. التهاب الكلى المزمن: يمكن أن يحدث بسبب أمراض مناعية أو التهابات متكررة.
4. أمراض وراثية: مثل مرض الكلى المتعدد الكيسات.
5. استخدام طويل الأمد لبعض الأدوية: مثل مضادات الالتهاب غير الستيرويدية (NSAIDs).

### 4-2-2 أعراض مرض الكلى المزمن: ان من اهم عراض الاصابة بالمرض هي :

- التعب المستمر
- تورم القدمين والكاحلين
- ضيق في التنفس
- الغثيان والقيء
- فقدان الشهية
- فقر الدم

### 3-4 البيانات التطبيقية (Applied Data)

تم الحصول على بيانات تمثل (250) مريض مصاب بمرض الكلى المزمن (CKD) للسنوات (2019-2023) من دائرة صحة كربلاء المقدسة- مستشفى الحسين التعليمي اذ ان المتغير التابع (y) كان معدل الترشيح الكبيبي (Glomerular Filtration Rate GFR) ومجموعة من المتغيرات المؤثرة على الاصابة بالمرض بواقع واحد وعشرون متغير مستقل والمبينة في الملحق (A) وهي :

Y : معدل الترشيح الكبيبي (GFR) هو مقياس يستخدم لتقييم مدى كفاءة الكلى في تنقية الدم من الفضلات والسوائل الزائدة ويقاس بوحدة مل/دقيقة/1.73 م<sup>2</sup>.

- X<sub>1</sub> العمر (Age) بالسنة
- X<sub>2</sub> الجنس (Sex) (1 ذكر، 2 انثى)
- X<sub>3</sub> التاريخ العائلي (Family Historical) (1- يوجد ، 2 لا يوجد)
- X<sub>4</sub> مؤشر كتلة الجسم (Body Mass Index (BMI)) kg/m<sup>2</sup>
- X<sub>5</sub> ضغط الدم (Blood Pressure) المليمتر من الزئبق (mmHg)
- X<sub>6</sub> مرض السكري (Diabetic) مليمول لكل لتر (mmol/L)
- X<sub>7</sub> التدخين (Smoking) (1- يدخن، 2 لا يدخن)
- X<sub>8</sub> مستويات الكوليسترول (Cholesterol levels) مليغرام لكل ديسيلتر (mg/dL)
- X<sub>9</sub> النظام الغذائي (Diet) (1- نعم ، 2 كلا)
- X<sub>10</sub> مستويات البروتين في البول (البروتينوريا (مؤشر لتلف الكلى) (Proteinuria) ملغ/مليمول ml/mmol
- X<sub>11</sub> تناول مضادات الالتهاب غير الستيرويدية (NSAIDs) (1- يتناول ، 2 لا يتناول)
- X<sub>12</sub> الوظائف القلبية (Cardiac functions) (1- توجد ، 2 لا توجد)
- X<sub>13</sub> مستويات الفوسفور (Phosphorus levels) ملغ/ديسيلتر
- X<sub>14</sub> مستويات الكالسيوم (Calcium levels) مليغرام لكل ديسيلتر (mg/dL)
- X<sub>15</sub> مستويات البوتاسيوم (Potassium levels) مليمول لكل لتر (mmol/L)
- X<sub>16</sub> مستويات البروتين في البول (Proteinuria) ملغرام لكل ديسيلتر (mg/dL)
- X<sub>17</sub> مستويات حمض اليوريك (uric acid levels) ملغرام لكل ديسيلتر

X<sub>18</sub> مستويات الفيتامين D (Vitamin D levels) نانوجرام/مل

X<sub>19</sub> التعرض المزمن للجفاف (Chronic Exposure to Dehydration) (1 يتعرض ، 2 لا يتعرض)

X<sub>20</sub> التعرض للأشعة السينية والمواد المشعة ( Exposure to x-rays and radioactive materials ) (1 يتعرض ، 2 لا يتعرض)

#### 4-4 تضبيب المتغير المتعمد y

تم تحويل متجه العينة الحقيقي التقليدي  $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_{250})'$  الى الضبابية وذلك بايجاد درجة الانتماء المقابلة لكل مشاهدة من مشاهدات متجه العينة التقليدي الحقيقي باستعمال دالة إنتماء شبه منحرفة وكما يأتي:

$$\mu_A(y) = \begin{cases} 0 & \text{if } y < a \\ \frac{y-a}{b-a} & \text{if } a \leq y \leq b \\ 1 & \text{if } y > b \end{cases} \quad \dots (3-5)$$

إذ أن  $a=15$  تمثل أقل قيمة من قيم مشاهدات العينة التقليدي و  $b=29$  تمثل اكبر قيمة من قيم مشاهدات متجه العينة التقليدي وباخذ مكملة دالة الانتماء وضرب كل منها بكل شاهدة من مشاهدات المتغير التابع نحصل على متجه ضبابي  $\tilde{y} = \tilde{y}_1, \tilde{y}_2, \dots, \tilde{y}_n$  الذي تم عرض عشر مشاهدات فقط ويمكن الرجوع الى الملحق (B) الذي يتضمن جميع النتائج كالآتي:

جدول (4-2) متجه المتغير المعتمد الضبابي

Membership	1- Membership	$\tilde{y}$
0.50000	0.50000	11
0.50000	0.50000	11
0.78571	0.21429	5.571429
0.71429	0.28571	7.142857
0.50000	0.50000	11
.	.	.
.	.	.
.	.	.

0.14286	0.85714	14.57143
0.42857	0.57143	12
0.42857	0.57143	12
0.28571	0.71429	13.57143
0.71429	0.28571	7.142857

#### 4-5 تحليل البيانات الحقيقية (Real Data Analysis):

بينت نتائج الجانب الجريبي ان افضلية طرائق تقدير دالة الامكان الاعظم الرتبية الضبابية ولهذا خصصت هذه الفقرة لتحليل البيانات الحقيقية باستعمال هذه الطريقة والجدول (4-3) و (4-4) يبين نتائج التحليل لبعض القيم فقط وباقي النتائج وضعت في الملحق (C)

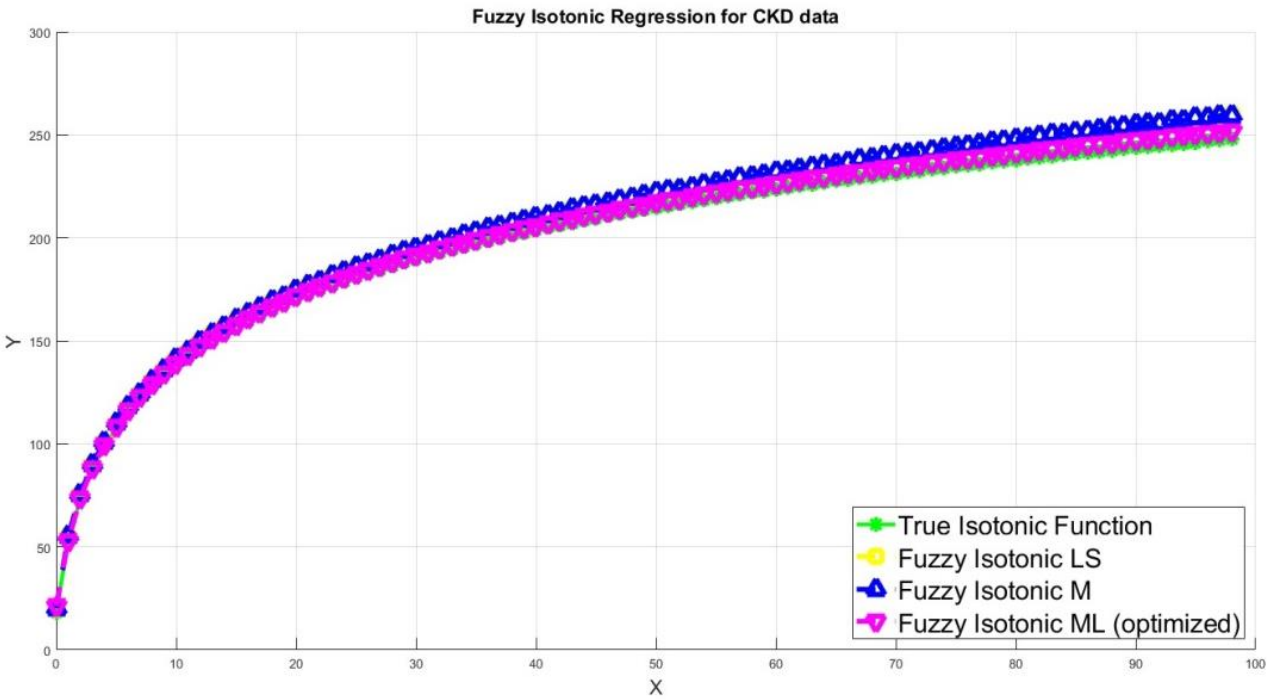
#### جدول (4-4) تقديرات دالة الانحدار الرتيب الضبابي للبيانات الحقيقية

True	FILSR	FIM	FIML
1.67105	1.24681	0.24681	1.41801
32.98631	35.02636	35.02636	32.87465
53.25957	55.61957	55.61957	53.71096
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
273.59553	300.17220	300.17220	282.87002
273.79837	300.69443	300.69443	283.14949
274.00039	300.75197	300.75197	283.32685
274.20160	300.78821	300.78821	283.50175
274.40200	301.34112	300.78821	283.75661

#### جدول (4-5) متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة للبيانات الحقيقية

Criteria		
Method	MSE	Best

FILSR	0.56976	FIML
FIM	0.89951	
FIML	0.51455	



شكل (4-1) منحنى دالة الانحدار الرتيب الضبابية للبيانات الحقيقية

نلاحظ من الجدول (4-3) والشكل (4-1) ما يأتي :

- 1- ان افضل طريقة لتقدير دالة الانحدار الرتيب هي طريقة الامكان الاعظم الرتبية الضبابية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.51455) وتليه طريقة المربعات الصغرى الرتبية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.56976) واخيرا كانت طريقة M الرتبية الضبابية بمتوسط مربعات خطأ بلغ (0.89951).
- 2- ان طريقة الامكان الاعظم الرتبية الضبابية وطريقة المربعات الصغرى الضبابية متقاربتان في التقدير اذ ان متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة متقارب .

- 3- أن القيم التقديرية لدالة الانحدار الرتيب في الأعمدة الثلاثة (FILSR) ، (FIM) ، (FIML) تتبع الاتجاه العام للقيم الحقيقية لها ، ولكن قد توجد بعض الاختلافات الطفيفة. هذا يشير إلى أن هذه الطرق تتبع الاتجاه الرتيب للقيم ، ولكن الدقة قد تختلف.
- 4- من خلال مقارنة القيم التقديرية بالقيم الحقيقية، يمكن ملاحظة مدى الدقة لكل طريقة. إذا كانت القيم التقديرية قريبة جداً من القيم الحقيقية، فهذا يشير إلى أن الطريقة المستخدمة فعالة في هذا السياق.



## الفصل الخامس

# الاستنتاجات والتوصيات

## 5.1 الإستنتاجات (Conclusions)

من خلال ماتم التوصل اليه من نتائج في الجانبين التجريبي والتطبيقي تم التوصل الى الاستنتاجات الآتية:

1. ان افضل طريقة لتقدير دالة الانحدار الرتيب هي طريقة الامكان الاعظم الرتبية يليها طريقة المربعات الصغرى الرتبية واخيرا كانت طريقة  $M$  الرتبية الضابية .
2. ان طريقة الامكان الاعظم الرتبية الضبابية وطريقة المربعات الصغرى الضبابية متقاربتان في التقدير اذ ان متوسط مربعات الخطأ لكل طريقة متقارب .
3. أن القيم التقديرية لدالة الانحدار الرتيب في الأعمدة الثلاثة (FILSR) ، (FIM) ، (FIML) تتبع الاتجاه العام للقيم الحقيقية لها ، ولكن قد توجد بعض الاختلافات الطفيفة. هذا يشير إلى أن هذه الطرق تتبع الاتجاه الرتيب للقيم ، ولكن الدقة قد تختلف.
4. من خلال مقارنة القيم التقديرية بالقيم الحقيقية، يمكن ملاحظة مدى الدقة لكل طريقة. إذا كانت القيم التقديرية قريبة جداً من القيم الحقيقية، فهذا يشير إلى أن الطريقة المستخدمة فعالة في هذا السياق

## 5.2 التوصيات (Recommendations)

من خلال ماتم التوصل اليه من استنتاجات نوصي بالآتي:

1. استخدام طريقة الامكان الاعظم الرتبية كخيار أساسي عند تقدير دالة الانحدار الرتيب في السياقات المماثلة. يمكن تعزيز اعتماد هذه الطريقة في النمذجة والتحليل بسبب دقتها العالية مقارنة بالطرق الأخرى.
2. استخدام طريقة لمربعات الصغرى الرتبية كبديل فعال في حالة تفضيل حلول أبسط أو عندما تكون هناك قيود على استخدام طريقة الإمكان الأعظم.
3. بتجنب استخدام طريقة  $M$  الرتبية الضبابية أو استخدامها بحذر في التحليلات التي تتطلب دقة عالية، أو محاولة تحسينها من خلال ضبط المعلمات أو تطوير الأساليب لتقليل معدل الخطأ.
4. نظرًا لتقارب نتائج طريقتي الإمكان الأعظم الرتبية الضبابية والمربعات الصغرى الرتبية الضبابية، يُنصح باستخدام الطريقة الأسهل أو الأكثر ملاءمة لبيئة العمل المحددة يمكن أيضًا إجراء مزيد من الأبحاث لاكتشاف أي حالات محددة تكون فيها إحدى الطرق تتفوق بشكل ملحوظ على الأخرى.



المصادر

## أولاً : المصادر العربية:

1. الغنام، محمد طه والصباح ، هبة علي ، "دراسة في المتغيرات المضببة والأنحدار المتعدد المضبب" ، (٢٠٠٩) ، جامعة تكريت - كلية الإدارة والاقتصاد ، مجلة تكريت للعلوم الإدارية والاقتصادية / المجلد - ٥ / العدد - ١٤ ، الصفحات 166-180.
2. علي ، بشار خالد ، نعمة ، مهدي وهاب ، (2022) ، " طريقة بيزية ضبابية حصينة عامة للتوزيعات الاحتمالية" ، اطروحة دكتوراه، جامعة كربلاء- كلية الادارة والاقتصاد .
3. Alexander Henzi · Alexandre Mosching · Lutz Dümbgen, (2022), " Accelerating the Pool-Adjacent-Violators Algorithm for Isotonic Distributional Regression "
4. AL-Sabbah , Shrook A.S.; Moahammed , Shaymaa Mahood ; Abood, Ahmed Hamza , (2021), " Comparison of methods for estimating the reliability of arriving for the Burr distribution ", Journal of Physics Conference Series 1897(1):012005.
5. Anevski, Dragi & Pastukhov, Vladimir , (2018), " The asymptotic distribution of the isotonic regression estimator over a general countable pre-ordered set ", Electronic Journal of Statistics, Vol. 12 (2018) 4180–4208, ISSN: 1935-7524, <https://doi.org/10.1214/18-EJS1507>
6. Chatterjee, S., Guntuboyina, A., and Sen, B. (2018). On matrix estimation under monotonicity constraints. *Bernoulli*, 24(2):1072–1100.
7. Enrique E. Alvarez1 & Victor J. Yohai, (2012)," M-estimators for Isotonic Regression", arXiv:1105.5065v1 [stat.ME]
8. Fang, B., Guntuboyina, A., and Sen, B. (2021). Multivariate extensions of isotonic regression and total variation denoising via entire monotonicity and Hardy–Krause variation. *The Annals of Statistics*, 49(2):769–792.
9. Garg , Harish , Sharma, S.P. & Rani ,Monica, (2013)," Weibull fuzzy probability distribution for analyzing the behavior of pulping unit in a

- paper industry" . Int. J. Industrial and Systems Engineering, Vol. 14, No. 4 , pp 395-413
10. Georgia Salanti, Kurt Ulm, (2001), "Multidimensional isotonic regression and estimation of the threshold value ", Projektpartner, Sonderforschungsbereich 386, Paper 234), Online unter: <http://epub.ub.uni-muenchen.de>.
  11. H. B. Yadav, D. K. Yadav,( 2015)," A Fuzzy Logic Approach for Multistage Defects Density Analysis of Software", Advances in intelligent system and computing, 336:123–136,
  12. Hofmann , Linda, (2007), " MULTIVARIATE ISOTONIC REGRESSION AND ITS ALGORITHMS ", A Thesis , Bachelor of Science, Newman University, Submitted to the Department of Mathematics & Statistics , and the faculty of the Graduate School of Wichita State University .
  13. Jan de Leeuw; Kurt Hornik ; Patrick Mair, (2014), " Isotone Optimization in R: Pool-Adjacent-Violators Algorithm (PAVA) and Active Set Methods ", All content following this page was uploaded by Jan de Leeuw on 23 May 2014. The user has requested enhancement of the downloaded file.
  14. Lukasz Delong ; Mario Wuethrich., (2024), " Isotonic regression for variance estimation and its role in mean estimation and model validation ", \*University of Warsaw, Faculty of Economic Sciences, [l.delong@uw.edu.pl](mailto:l.delong@uw.edu.pl), .ETH Zurich, Department of Mathematics, [mario.wuethrich@math.ethz.ch](mailto:mario.wuethrich@math.ethz.ch), Electronic copy available at: <https://ssrn.com/abstract=4477677>.
  15. Luss, R. and Rosset, S. (2014). Generalized isotonic regression. Journal of Computational and Graphical Statistics, 23(1):192–210.

16. Mair, P., Hornik, K., and de Leeuw, J. (2009). Isotone optimization in r: pool-adjacent-violators algorithm (PAVA) and active set methods. *Journal of statistical software*, 32(5):1{24.
17. P. Oron , Assaf ; Flournoy , Nancy , (2017), " Interval Estimation for Dose-Response Studies", arXiv:1701.05964v1 [stat.ME] 21 Jan 2017.
18. R . Karmous, A zza and K. Sen, Pranab , (2020), " On Preliminary Test Isotonic M-Estimation of Multivariate Location Parameters ", Volume 37, Issue 1-2. *Journal indexing and metrics*
19. Rohrbeck, Christian ; A. Costain, Deborah , (2023), " A joint estimation approach for monotonic regression functions in general dimensions", arXiv:2305.17711v1 [stat.ME] 28 May 2023
20. Ronny Luss; Saharon Rosset;Moni Shahar,(2010), " Decomposing Isotonic Regression for Efficiently Solving Large Problems ", *Advances in Neural Information Processing Systems 23 (NIPS 2010)*
21. Salanti, Georgia (2003): *The Isotonic Regression Framework: Estimating and Testing under Order Restrictions*. Dissertation, LMU München: Faculty of Mathematics, Computer Science and Statistics.
22. Sankar, Subhra Bagchi, Pramita; Dhar , (2020), " A study on the least squares estimator of multivariate isotonic regression function ", *Board of the Foundation of the Scandinavian Journal of Statistics*
23. Schmid , Jochen , (2020), " Approximation, characterization, and continuity of multivariate monotonic regression functions ", arXiv:2009.02317v1 [math.OC] 4 Sep .
24. Shi, Ning-Zhong & Jiang, Hua , (1998), "Maximum Likelihood Estimation of Isotonic Normal Means with Unknown Variances", *Journal of Multivariate Analysis* 64, 183\_195.



25. Tamalika , Chaira , (2019), "Fuzzy Set and Its Extension -The Intuitionistic Fuzzy Set", John Wiley & Sons, Inc.
26. Tutz , Gerhard, Leitenstorfer, Florian, (2005), " Generalized smooth monotonic regression ", Ludwig-Maximilians-Universität München, Akademiestraße 1, 80799 München, ftutz,leiteng@stat.uni-muenchen.de
27. Vittorietti , Martina, Javier Hidalgo, Jilt Sietsma, Wei Li & Geurt Jongbloed, (2021), " Isotonic regression for metallic microstructure data: estimation and testing under order restrictions ", Journal of Applied Statistics. ISSN: (Print) (Online) Journal homepage: [www.tandfonline.com/journals/cjas20](http://www.tandfonline.com/journals/cjas20)
28. W.J. Wilbur; L. Yeganova , (2019), "Isotonic Regression under Lipschitz Constraint", J Optim Theory .141: 429–443, DOI 10.1007/s10957-008-9477-0.
29. Yager, Ronald R (2013). "Pythagorean membership grades in multicriteria decision making". IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 22 (4):
30. Zhang, C.-H. (2002). Risk bounds in isotonic regression. The Annals of Statistics, 30(2):528 –555.

الملاحق

معلق (A) البيانات التطبيقية

Glomerular Filtration Rate	Age	Sex	Family Historical	Body Mass Index (BMI)	Blood Pressure	Diabetic	Smoking	Cholesterol	Diet	Proteinuria	NSAIDs	Cardiac functions	Phosphorus	Calcium	Potassium	Proteinuria	uric acid levels	Vitamin D	Chronic Exposure to Dehydration	X-RAY
Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	X16	X17	X18	x19	x20
22	54	1	1	29	13	279	1	176	2	160	1	2	6	4	8	158	9	16	2	1
22	45	1	2	24	15	412	2	168	2	165	1	1	5	7	6	158	7	15	2	1
26	51	1	1	25	15	209	1	173	1	172	2	1	6	8	8	156	7	15	2	1
25	55	1	1	25	14	349	2	167	2	167	1	2	7	8	8	161	10	16	2	1
22	52	1	1	26	14	492	1	161	2	173	1	1	4	11	8	167	10	16	1	1
15	60	1	1	30	16	347	1	171	2	170	1	1	6	3	7	157	9	16	2	1
21	58	1	1	27	15	356	2	159	2	161	1	1	7	8	6	166	10	16	1	1
16	58	2	1	24	14	487	1	179	2	168	1	1	4	10	8	153	9	15	2	1
17	54	1	1	19	12	419	2	156	2	172	1	1	6	6	5	154	9	17	1	1
21	49	1	1	28	16	203	1	164	2	178	1	1	6	9	6	161	8	16	1	1
21	47	1	1	26	15	377	1	178	2	176	1	1	5	9	7	150	7	17	2	1
19	54	1	1	23	14	322	1	158	2	176	1	1	5	7	8	166	8	17	1	1
25	50	1	2	29	15	347	1	164	2	170	1	1	7	7	8	166	10	17	1	2
19	56	2	1	23	16	457	1	170	2	174	1	1	4	5	6	157	8	17	2	1
16	51	1	1	24	16	357	1	153	2	168	1	1	6	4	8	155	10	17	1	1
16	45	2	1	23	15	436	1	156	2	165	1	1	7	4	8	161	10	15	2	2
21	56	2	1	23	16	329	1	166	2	170	1	1	7	4	7	166	10	17	1	2
23	52	1	1	28	15	468	1	160	2	174	1	1	5	11	8	151	10	17	1	1
22	60	1	1	24	14	318	1	155	2	177	1	1	5	11	6	160	9	17	2	1
26	58	2	1	29	16	479	1	169	2	161	1	1	7	10	7	154	7	15	1	1
20	56	1	1	18	14	200	1	173	2	162	1	1	6	9	7	163	9	16	1	1
25	50	1	2	29	16	282	2	172	2	163	1	1	4	11	7	155	8	17	1	2
18	45	1	1	28	15	413	1	156	2	174	1	1	4	5	5	167	9	16	1	1
26	60	1	1	26	15	456	1	180	2	178	1	1	7	10	6	154	7	16	1	1
29	53	1	2	29	14	240	2	161	2	160	1	1	7	3	7	162	8	17	1	1
19	59	1	2	24	15	450	2	165	2	161	1	1	4	4	7	162	8	16	1	2
26	56	1	2	24	16	299	2	170	2	180	1	1	7	5	7	160	10	16	1	1
19	50	1	1	27	15	326	1	163	2	160	1	1	7	3	6	154	7	17	1	2
24	51	1	1	30	15	495	1	170	2	176	1	1	4	10	6	151	10	17	1	1
22	46	1	1	30	14	461	1	153	2	179	1	1	6	6	8	162	7	16	1	1
25	46	1	1	26	16	208	1	171	2	165	1	1	4	9	8	167	8	16	1	1
26	54	1	1	25	14	419	1	154	2	175	1	1	5	7	5	162	8	17	1	1
25	60	1	1	25	14	318	1	166	2	176	1	1	7	4	6	167	7	17	1	1
20	48	1	1	25	14	264	1	156	2	168	1	1	5	3	7	154	9	16	1	1
15	47	1	1	26	14	410	1	168	2	171	1	1	6	8	5	158	7	15	1	1
19	54	1	1	30	14	300	1	176	2	171	1	1	6	6	5	163	9	15	1	1
27	53	1	1	24	14	376	1	164	2	178	1	1	4	3	6	160	7	16	1	1

## الملاحق

16	50	1	1	28	15	235	1	177	2	169	1	1	5	8	5	165	10	15	1	1
21	56	1	1	30	16	202	1	166	2	164	1	1	7	9	6	150	8	15	2	1
18	49	1	1	24	16	422	1	170	2	173	1	1	5	10	6	163	8	15	1	1
18	45	1	1	30	14	400	1	158	2	164	1	1	4	10	5	153	9	17	1	1
27	55	1	1	23	16	221	1	157	2	177	1	1	7	3	7	167	9	16	1	1
28	50	1	1	23	14	475	1	162	2	172	1	1	7	7	6	153	10	15	2	1
29	47	1	1	29	15	313	1	160	2	168	1	1	7	3	7	152	7	17	1	1
29	45	1	1	28	15	462	1	152	2	179	1	1	7	3	6	152	10	16	2	2
21	55	1	1	26	14	421	1	157	2	163	1	1	4	10	8	163	7	15	1	1
17	49	1	2	25	16	350	2	173	2	178	1	1	5	7	6	166	10	17	1	1
17	53	1	1	27	15	365	1	153	2	175	1	1	5	10	6	165	9	16	2	2
26	46	1	1	23	16	449	1	170	2	179	1	1	5	10	7	165	10	17	1	1
15	50	1	1	27	14	498	1	150	2	174	1	1	7	7	5	160	9	16	1	1
18	55	1	1	25	14	414	1	167	2	161	1	1	6	7	8	153	10	15	1	1
18	60	1	1	25	14	359	1	163	2	176	1	1	5	8	6	161	9	16	2	1
26	60	1	1	28	15	385	1	153	2	173	1	1	7	7	8	167	10	16	2	1
27	49	1	1	23	16	338	1	165	2	177	1	1	7	4	6	151	7	15	2	1
15	58	1	1	30	16	409	1	157	2	174	1	1	5	8	7	165	10	17	2	1
23	53	1	1	24	14	454	1	170	2	173	1	1	7	7	5	151	10	17	1	1
29	54	1	1	27	15	454	1	173	2	168	1	1	7	11	8	161	7	17	2	1
28	59	1	2	30	15	236	1	156	2	161	1	1	4	5	5	167	9	15	2	1
16	53	1	1	29	16	431	1	164	2	163	1	1	6	7	7	152	10	17	1	1
19	58	1	1	24	14	476	1	158	2	180	1	1	4	5	8	158	8	16	1	1
27	58	1	1	27	14	322	1	155	2	162	1	1	4	11	8	160	7	17	2	1
18	46	1	1	31	15	213	1	161	2	162	1	1	4	8	5	153	9	17	1	1
26	55	1	1	30	14	232	1	156	2	165	1	1	5	7	7	167	8	17	1	1
23	58	1	1	27	14	463	1	175	2	176	1	1	6	8	6	163	10	15	1	1
27	45	1	1	26	14	203	1	162	2	161	1	1	6	6	6	154	9	15	1	1
21	49	1	1	28	14	312	1	158	2	161	1	1	7	7	8	165	10	17	1	1
20	47	1	2	30	16	468	1	179	2	160	1	1	5	10	6	165	7	17	1	1
15	59	1	1	30	15	236	1	163	2	175	1	1	6	6	8	157	7	17	1	1
22	46	1	1	28	15	429	1	158	2	163	1	1	4	5	8	162	8	15	2	1
17	55	1	2	24	15	452	2	152	2	176	1	1	7	6	6	163	8	16	1	1
25	51	1	2	28	16	439	2	152	2	167	1	1	4	9	6	156	9	17	1	1
15	54	1	2	29	15	440	2	160	2	177	1	1	6	9	5	155	8	16	1	1
16	59	1	1	24	14	431	1	167	2	171	1	1	6	11	8	162	9	17	2	1
19	46	1	1	28	14	413	1	166	2	177	1	1	5	8	5	156	10	17	1	1
15	49	1	1	26	15	240	1	171	2	180	1	1	7	4	6	156	9	15	2	1
23	57	1	1	28	14	315	1	157	2	163	1	1	7	11	6	154	9	16	1	1
27	45	1	1	26	14	489	1	150	2	172	1	1	4	3	7	157	9	15	1	1
20	53	1	1	29	14	495	1	164	2	176	1	1	5	7	8	150	10	17	2	1
19	54	1	1	25	16	205	1	165	2	167	1	1	6	6	7	167	8	15	1	1
21	46	1	1	12	16	432	1	165	2	175	1	1	4	6	5	156	8	16	1	1
23	60	1	1	25	15	317	1	167	2	173	1	1	6	11	6	163	9	16	1	1

17	59	1	1	24	15	457	1	156	2	163	1	1	7	7	5	164	7	16	2	1
22	54	1	1	29	15	369	1	166	2	178	1	1	5	10	8	158	9	17	1	1
15	45	1	1	23	16	281	1	176	2	173	1	1	4	10	6	158	10	15	1	1
22	56	1	1	30	14	454	1	150	2	180	1	1	6	10	5	161	10	15	1	1
25	56	1	1	23	14	266	1	153	2	177	1	1	5	8	7	165	10	17	1	1
21	48	1	1	28	15	208	1	170	2	171	1	1	7	7	7	165	8	15	1	1
29	58	2	1	26	14	490	1	161	2	171	1	1	7	9	7	155	10	16	1	2
23	55	1	1	23	16	388	1	176	2	167	1	1	7	6	7	156	8	16	1	1
25	56	1	1	26	16	301	1	158	2	169	1	1	7	8	6	152	8	16	1	1
23	49	1	2	26	15	346	2	153	2	176	1	1	5	9	6	156	9	17	1	2
29	57	1	1	28	14	415	1	166	2	168	1	1	7	10	6	158	10	16	1	1
29	53	1	2	26	15	277	2	177	2	166	1	1	4	9	8	162	7	16	1	1
27	57	1	1	27	16	221	1	168	2	173	1	1	5	9	7	154	9	16	1	1
19	46	1	1	25	15	313	1	175	2	170	1	1	5	7	5	161	10	17	1	2
20	48	1	1	26	16	467	1	174	2	163	1	1	5	3	6	166	9	17	1	1
28	54	1	1	23	14	364	1	164	2	179	1	1	4	6	7	156	7	16	1	1
16	59	1	1	27	16	437	1	172	2	178	1	1	5	6	7	159	10	16	1	1
22	59	1	1	25	16	261	1	169	2	164	1	1	7	8	5	153	8	15	1	1
15	48	1	1	25	14	493	1	155	2	164	1	1	6	7	8	167	10	16	1	1
26	48	1	1	28	16	384	1	152	2	173	1	1	4	6	7	161	8	16	1	1
17	48	1	1	30	14	298	1	152	2	172	1	1	6	6	7	167	10	17	1	1
21	60	1	1	25	14	236	1	152	2	165	1	1	4	6	8	156	10	16	1	1
25	57	1	2	24	14	335	2	154	2	173	1	1	7	6	7	161	10	16	1	1
25	50	1	1	29	16	228	1	152	2	175	1	1	6	3	7	151	8	17	1	1
26	50	1	1	30	15	246	1	157	2	170	1	1	7	5	8	151	8	15	1	1
19	51	1	1	26	15	202	1	150	2	160	1	1	4	4	7	160	9	17	1	1
18	55	1	1	28	16	213	1	159	2	164	1	1	4	6	7	150	8	16	1	1
15	53	1	1	30	15	269	1	166	2	164	1	1	6	4	5	160	8	15	1	1
29	52	1	1	28	16	256	1	167	2	179	1	1	5	11	7	152	10	17	1	1
17	58	1	1	30	16	289	1	174	2	175	1	1	7	5	5	153	9	16	1	1
26	47	1	1	26	16	301	1	154	2	172	1	1	6	5	8	152	9	15	1	1
22	47	1	2	23	16	344	1	160	2	163	1	1	6	7	8	158	7	17	1	1
17	60	1	1	26	16	433	2	178	2	165	1	1	4	3	5	165	9	17	1	1
20	56	1	1	24	15	295	1	161	2	172	1	1	6	3	7	152	10	15	1	2
19	49	1	2	29	14	482	2	175	2	180	1	1	6	3	5	159	7	17	1	1
18	50	1	2	28	14	333	2	168	2	168	1	1	5	5	8	163	8	17	1	1
16	46	2	2	29	16	390	2	165	2	173	1	1	4	10	6	167	7	16	1	1
26	59	1	1	23	14	447	1	162	2	169	1	1	6	11	6	154	10	15	1	1
23	45	1	1	26	14	293	1	165	2	180	1	1	4	5	7	157	9	16	1	1
21	49	1	1	26	15	441	1	161	2	170	1	1	5	9	6	160	7	15	1	1
24	45	1	1	25	15	217	1	162	1	169	1	1	7	5	7	159	10	17	1	2
16	48	1	1	28	16	319	1	168	2	161	1	1	5	8	8	167	8	17	1	1
19	53	1	1	25	15	484	1	178	2	178	1	1	7	5	6	167	8	17	1	1
24	56	1	1	27	15	352	1	153	2	177	1	1	6	10	8	159	8	17	1	1

23	60	1	1	29	16	224	1	159	1	174	1	1	6	6	8	162	10	15	1	2
27	56	1	1	30	14	229	1	161	2	166	1	1	7	7	7	164	8	15	1	1
18	58	1	1	28	16	256	1	165	2	170	1	1	6	8	6	161	10	15	2	1
20	56	1	1	26	16	341	1	159	2	174	1	1	6	5	7	161	10	17	1	2
21	47	1	1	26	14	444	1	154	2	174	1	1	6	10	6	154	8	17	1	1
27	60	1	1	24	14	422	1	159	2	176	1	1	7	10	5	167	8	17	1	1
22	46	1	1	28	16	254	1	171	2	171	1	1	4	7	6	150	7	15	1	2
26	47	1	1	25	16	269	1	165	2	160	1	1	7	8	6	167	10	16	2	1
23	52	1	1	24	16	219	1	154	2	167	1	1	6	10	5	150	9	15	1	1
25	58	1	1	25	16	241	1	167	2	173	1	1	4	5	6	157	8	17	1	1
16	58	1	1	25	16	263	1	169	2	177	1	1	4	5	5	153	8	17	1	1
23	52	1	1	23	14	407	1	171	2	175	1	1	7	4	7	165	9	17	1	1
16	56	1	2	23	15	296	2	171	2	174	1	1	4	4	7	163	10	16	1	1
23	59	1	1	23	14	491	2	174	2	161	1	1	5	6	7	162	10	17	1	1
23	53	1	1	23	16	442	1	155	2	164	1	1	4	7	5	166	8	17	1	1
28	45	1	1	28	14	284	1	160	2	165	1	1	5	5	8	159	9	17	2	2
18	52	1	1	30	15	429	1	160	2	166	1	2	5	7	6	164	9	16	2	1
19	54	1	1	23	15	224	1	174	2	179	1	1	7	6	5	164	8	15	1	1
27	51	1	1	23	16	494	1	156	2	161	1	1	5	9	5	154	10	17	1	1
26	54	1	1	26	15	364	1	162	2	161	1	1	4	7	7	162	9	17	1	1
15	59	1	1	25	14	416	1	167	2	177	1	1	5	7	6	160	9	17	2	1
21	56	1	1	28	16	289	1	162	2	168	1	1	5	6	7	155	10	16	1	1
29	48	1	1	24	16	226	1	162	2	163	1	1	6	5	7	163	9	15	1	1
15	60	1	2	29	16	476	1	159	2	160	1	1	6	8	7	156	8	16	1	1
25	59	2	1	23	16	291	1	172	2	163	1	1	4	8	5	162	8	17	1	1
27	45	1	1	23	14	293	1	172	2	166	1	1	4	4	8	165	7	17	2	1
26	59	1	1	12	14	437	1	156	2	172	1	1	5	3	7	165	10	17	1	1
20	50	1	1	29	14	443	1	151	2	166	1	1	6	3	8	164	10	17	1	1
23	58	1	1	29	16	333	1	176	2	172	1	1	5	7	8	151	9	16	1	1
18	45	1	1	23	14	241	1	155	2	174	1	1	7	7	8	164	10	17	1	1
21	55	1	1	11	15	247	1	159	2	178	1	1	5	8	8	152	9	15	1	1
27	52	1	1	24	16	331	1	163	2	178	1	1	6	9	6	151	7	17	1	1
26	51	1	2	26	16	260	1	166	2	168	1	1	7	11	5	156	7	15	1	1
21	45	1	1	23	16	346	1	168	2	164	1	1	4	10	7	164	7	15	1	1
19	59	1	1	28	14	252	1	179	2	166	1	1	5	11	7	166	7	15	1	1
18	49	1	2	25	16	472	2	158	2	179	1	1	6	4	8	167	7	15	1	1
21	56	1	2	23	16	321	2	168	2	180	1	1	5	11	5	160	8	16	1	2
15	59	1	2	26	14	283	2	170	2	161	1	1	6	9	6	160	8	16	1	1
18	55	1	1	27	15	285	1	172	2	180	1	1	5	10	6	164	7	16	1	1
18	55	1	1	28	16	407	1	155	2	172	1	1	4	9	6	159	8	17	1	1
24	50	1	1	26	16	492	1	180	2	162	1	1	4	6	6	161	9	16	1	1
27	45	1	1	27	15	332	1	173	2	173	1	1	5	6	7	150	10	16	2	2
20	51	1	1	23	14	472	1	179	2	173	1	1	4	5	5	160	8	17	1	1
21	47	1	1	25	15	486	1	179	2	168	1	1	7	3	6	151	10	17	1	1

26	53	1	1	29	14	279	1	156	2	176	1	1	6	3	6	155	7	15	1	2
26	52	1	1	27	16	407	1	160	2	167	1	1	4	11	8	160	10	16	1	1
22	47	1	1	27	15	326	1	156	2	176	1	1	5	11	5	156	7	16	1	1
18	56	1	1	26	16	348	1	157	2	173	1	1	4	8	5	153	7	15	1	1
23	49	1	1	25	16	364	1	168	2	180	1	1	6	11	6	161	10	17	1	1
21	55	1	1	29	14	265	1	161	2	175	1	1	7	9	8	151	9	15	1	1
15	60	1	1	25	14	418	1	159	2	178	1	1	5	10	7	160	7	15	1	2
19	50	1	1	29	16	377	1	176	2	166	2	1	5	8	6	157	7	15	1	1
22	45	1	1	27	14	387	1	157	2	170	1	1	4	4	5	160	7	17	1	1
22	59	1	1	30	15	466	1	153	1	171	1	1	7	8	6	166	9	15	1	1
27	50	2	1	27	16	416	1	150	2	171	1	1	7	11	5	157	7	16	1	1
22	57	1	1	30	16	468	1	173	2	179	1	1	5	8	5	151	10	15	1	2
19	52	1	2	24	16	321	1	167	2	161	1	1	5	11	5	153	10	15	1	1
28	60	1	1	30	16	491	1	161	2	164	1	1	5	7	5	165	7	15	1	2
19	48	1	2	28	16	481	1	176	2	177	2	1	6	8	5	155	7	16	1	1
29	50	1	1	24	15	383	1	162	2	179	1	2	6	11	5	157	8	15	1	1
24	60	1	1	23	14	450	1	166	2	170	1	1	4	7	8	167	7	16	2	1
17	51	1	1	28	14	232	1	165	1	170	1	1	4	9	5	159	7	17	1	1
26	53	1	1	25	14	374	1	167	2	179	1	1	6	7	8	150	7	15	1	1
27	59	1	1	26	15	374	1	166	2	173	1	1	7	9	5	164	9	16	2	1
15	49	1	1	24	14	488	1	150	2	179	1	1	4	5	7	156	8	15	1	1
24	57	1	1	28	14	252	1	171	2	169	1	1	6	5	5	164	10	16	1	1
22	48	1	1	24	16	384	1	170	2	169	1	1	5	11	8	150	8	16	1	1
17	49	1	1	29	15	426	1	166	2	161	1	1	6	11	5	151	9	17	1	1
20	60	1	1	30	16	350	1	167	2	174	1	1	7	6	8	161	10	15	1	1
20	51	1	2	25	14	465	1	169	2	177	1	1	6	5	5	164	10	17	2	1
24	57	1	1	26	16	270	1	161	2	167	1	1	6	11	6	164	8	17	1	1
17	52	1	1	24	16	216	1	170	2	180	1	1	4	3	5	162	8	16	1	1
17	49	1	1	27	16	434	1	167	2	165	2	1	4	4	6	157	8	16	1	1
22	49	1	1	28	16	252	1	168	1	176	1	1	4	5	8	162	7	17	1	1
19	54	1	1	25	16	305	1	165	2	174	1	1	7	7	7	163	9	17	1	1
25	57	1	1	24	16	237	1	163	2	175	1	1	4	9	8	157	10	15	1	1
17	55	1	1	23	16	475	1	175	2	171	1	1	4	3	7	164	7	17	2	1
28	59	1	1	28	14	268	1	180	2	162	1	1	5	9	5	159	8	17	1	1
28	54	1	2	30	15	343	1	173	2	173	2	1	7	11	5	160	8	17	1	1
16	55	1	1	30	16	365	1	159	2	168	1	1	5	3	8	161	7	16	1	1
28	51	1	1	25	15	428	1	156	2	175	1	1	7	8	5	167	7	17	2	1
25	54	1	2	26	15	411	2	157	2	169	1	1	5	10	6	159	8	16	1	1
26	52	1	2	27	14	292	2	152	2	178	1	1	4	3	6	160	10	15	1	1
18	53	1	2	30	16	486	2	171	2	161	1	1	5	3	5	162	7	17	1	1
23	49	1	1	24	16	214	1	153	2	179	1	1	7	3	8	165	7	17	2	1
26	50	1	1	23	15	430	1	151	2	161	1	1	5	3	8	160	9	17	2	1
26	60	1	1	28	16	439	1	165	2	172	1	1	6	5	8	163	8	16	1	1
29	46	1	1	23	14	345	1	153	2	169	1	2	5	11	8	156	8	15	2	1

## الملاحق

18	59	1	1	27	14	427	1	179	2	172	2	1	6	9	6	155	9	17	1	1
28	46	1	1	24	16	225	1	168	2	163	1	1	5	4	7	164	9	16	1	1
25	56	1	1	28	16	317	1	169	2	163	1	1	7	10	8	166	8	15	2	1
18	54	1	1	27	14	229	1	172	2	170	1	1	6	3	7	154	9	16	1	1
18	49	1	1	24	16	229	1	171	2	170	1	1	7	5	5	165	8	16	2	1
17	47	1	1	24	16	396	1	172	2	167	1	1	4	5	6	153	8	16	1	1
24	51	1	1	24	15	381	1	172	2	170	1	1	4	6	8	158	9	15	1	1
15	54	1	1	26	14	237	1	169	2	170	1	1	6	5	6	167	7	17	1	1
19	58	1	1	23	14	458	1	167	2	180	1	1	6	10	7	165	9	17	2	1
17	58	1	1	24	16	320	1	168	2	172	1	1	4	3	8	155	10	15	1	1
29	60	1	1	30	14	376	1	161	2	170	1	1	5	10	6	150	10	15	1	1
28	60	1	1	25	15	427	1	165	2	180	1	2	5	6	6	165	7	16	1	1
29	52	1	1	24	14	436	1	176	2	171	1	1	6	9	7	164	8	17	2	1
21	48	1	1	26	16	363	1	165	2	174	1	1	4	10	6	159	7	16	1	1
29	56	1	1	26	14	479	1	160	2	163	1	1	6	7	5	155	10	17	1	2
15	54	1	2	29	15	318	1	155	2	168	1	1	7	3	5	161	10	17	1	1
26	59	1	1	30	16	371	1	155	2	160	1	2	5	10	7	156	10	16	1	1
27	51	1	1	29	16	396	1	163	2	160	1	1	5	3	5	163	9	16	1	1
18	55	1	1	23	16	243	1	164	2	163	1	1	5	4	7	153	7	16	1	1
16	46	1	1	25	16	494	1	156	2	180	1	1	6	6	5	167	8	15	1	1
29	56	1	1	24	15	284	1	172	2	175	1	1	4	5	5	162	7	16	1	2
23	46	1	1	29	15	294	1	174	1	171	1	1	6	7	7	160	7	15	2	1
24	46	1	1	25	16	469	1	175	2	168	1	1	4	11	8	151	10	17	1	1
21	50	1	1	26	16	391	1	152	2	173	1	2	6	3	6	156	7	15	1	1
26	46	1	1	28	16	271	1	171	2	166	1	1	5	9	8	157	8	15	2	1
20	56	1	1	24	15	448	1	163	2	166	1	1	7	5	5	153	9	16	1	2
17	58	2	2	27	15	361	2	150	2	164	1	1	7	3	7	154	7	15	1	1
18	56	1	1	24	14	202	1	176	2	168	2	1	4	5	8	162	8	16	2	1
18	52	1	1	24	16	491	1	163	2	177	1	1	6	6	5	151	10	15	1	1
16	53	1	1	30	14	455	1	161	2	174	1	2	7	8	5	158	9	16	1	2
26	48	1	1	24	14	345	1	161	2	173	1	1	7	8	8	162	7	16	1	1
22	52	1	1	23	14	236	1	153	2	173	1	1	7	3	7	153	8	17	2	1
24	46	1	1	30	15	223	1	178	2	170	1	1	4	3	6	161	10	16	2	1
29	53	1	1	25	14	381	1	158	2	177	1	1	6	3	6	164	9	16	1	1
20	49	2	1	30	16	351	1	154	2	175	1	1	5	10	7	159	9	16	2	1
23	52	1	2	26	15	406	1	168	2	161	1	1	6	10	5	166	7	16	1	1
16	47	1	1	24	15	479	1	171	2	173	1	1	7	9	7	159	7	16	1	1



ملحق (B) متجه المتغير المعتمد الضبابي

Membership	1- Membership	$\tilde{y}$
0.50000	0.50000	11
0.50000	0.50000	11
0.78571	0.21429	5.571429
0.71429	0.28571	7.142857
0.50000	0.50000	11
0.00000	1.00000	15
0.42857	0.57143	12
0.07143	0.92857	14.85714
0.14286	0.85714	14.57143
0.42857	0.57143	12
0.42857	0.57143	12
0.28571	0.71429	13.57143
0.71429	0.28571	7.142857
0.28571	0.71429	13.57143
0.07143	0.92857	14.85714
0.07143	0.92857	14.85714
0.42857	0.57143	12
0.57143	0.42857	9.857143
0.50000	0.50000	11
0.78571	0.21429	5.571429
0.35714	0.64286	12.85714
0.71429	0.28571	7.142857
0.21429	0.78571	14.14286
0.78571	0.21429	5.571429
1.00000	0.00000	0
0.28571	0.71429	13.57143
0.78571	0.21429	5.571429
0.28571	0.71429	13.57143
0.64286	0.35714	8.571429
0.50000	0.50000	11

0.71429	0.28571	7.142857
0.78571	0.21429	5.571429
0.71429	0.28571	7.142857
0.35714	0.64286	12.85714
0.00000	1.00000	15
0.28571	0.71429	13.57143
0.85714	0.14286	3.857143
0.07143	0.92857	14.85714
0.42857	0.57143	12
0.21429	0.78571	14.14286
0.21429	0.78571	14.14286
0.85714	0.14286	3.857143
0.92857	0.07143	2
1.00000	0.00000	0
1.00000	0.00000	0
0.42857	0.57143	12
0.14286	0.85714	14.57143
0.14286	0.85714	14.57143
0.78571	0.21429	5.571429
0.00000	1.00000	15
0.21429	0.78571	14.14286
0.21429	0.78571	14.14286
0.78571	0.21429	5.571429
0.85714	0.14286	3.857143
0.00000	1.00000	15
0.57143	0.42857	9.857143
1.00000	0.00000	0
0.92857	0.07143	2
0.07143	0.92857	14.85714
0.28571	0.71429	13.57143
0.85714	0.14286	3.857143
0.21429	0.78571	14.14286
0.78571	0.21429	5.571429
0.57143	0.42857	9.857143
0.85714	0.14286	3.857143
0.42857	0.57143	12
0.35714	0.64286	12.85714
0.00000	1.00000	15
0.50000	0.50000	11

0.14286	0.85714	14.57143
0.71429	0.28571	7.142857
0.00000	1.00000	15
0.07143	0.92857	14.85714
0.28571	0.71429	13.57143
0.00000	1.00000	15
0.57143	0.42857	9.857143
0.85714	0.14286	3.857143
0.35714	0.64286	12.85714
0.28571	0.71429	13.57143
0.42857	0.57143	12
0.57143	0.42857	9.857143
0.14286	0.85714	14.57143
0.50000	0.50000	11
0.00000	1.00000	15
0.50000	0.50000	11
0.71429	0.28571	7.142857
0.42857	0.57143	12
1.00000	0.00000	0
0.57143	0.42857	9.857143
0.71429	0.28571	7.142857
0.57143	0.42857	9.857143
1.00000	0.00000	0
1.00000	0.00000	0
0.85714	0.14286	3.857143
0.28571	0.71429	13.57143
0.35714	0.64286	12.85714
0.92857	0.07143	2
0.07143	0.92857	14.85714
0.50000	0.50000	11
0.00000	1.00000	15
0.78571	0.21429	5.571429
0.14286	0.85714	14.57143
0.42857	0.57143	12
0.71429	0.28571	7.142857
0.71429	0.28571	7.142857
0.78571	0.21429	5.571429
0.28571	0.71429	13.57143
0.21429	0.78571	14.14286

0.00000	1.00000	15
1.00000	0.00000	0
0.14286	0.85714	14.57143
0.78571	0.21429	5.571429
0.50000	0.50000	11
0.14286	0.85714	14.57143
0.35714	0.64286	12.85714
0.28571	0.71429	13.57143
0.21429	0.78571	14.14286
0.07143	0.92857	14.85714
0.78571	0.21429	5.571429
0.57143	0.42857	9.857143
0.42857	0.57143	12
0.64286	0.35714	8.571429
0.07143	0.92857	14.85714
0.28571	0.71429	13.57143
0.64286	0.35714	8.571429
0.57143	0.42857	9.857143
0.85714	0.14286	3.857143
0.21429	0.78571	14.14286
0.35714	0.64286	12.85714
0.42857	0.57143	12
0.85714	0.14286	3.857143
0.50000	0.50000	11
0.78571	0.21429	5.571429
0.57143	0.42857	9.857143
0.71429	0.28571	7.142857
0.07143	0.92857	14.85714
0.57143	0.42857	9.857143
0.07143	0.92857	14.85714
0.57143	0.42857	9.857143
0.57143	0.42857	9.857143
0.92857	0.07143	2
0.21429	0.78571	14.14286
0.28571	0.71429	13.57143
0.85714	0.14286	3.857143
0.78571	0.21429	5.571429
0.00000	1.00000	15
0.42857	0.57143	12

1.00000	0.00000	0
0.00000	1.00000	15
0.71429	0.28571	7.142857
0.85714	0.14286	3.857143
0.78571	0.21429	5.571429
0.35714	0.64286	12.85714
0.57143	0.42857	9.857143
0.21429	0.78571	14.14286
0.42857	0.57143	12
0.85714	0.14286	3.857143
0.78571	0.21429	5.571429
0.42857	0.57143	12
0.28571	0.71429	13.57143
0.21429	0.78571	14.14286
0.42857	0.57143	12
0.00000	1.00000	15
0.21429	0.78571	14.14286
0.21429	0.78571	14.14286
0.64286	0.35714	8.571429
0.85714	0.14286	3.857143
0.35714	0.64286	12.85714
0.42857	0.57143	12
0.78571	0.21429	5.571429
0.78571	0.21429	5.571429
0.50000	0.50000	11
0.21429	0.78571	14.14286
0.57143	0.42857	9.857143
0.42857	0.57143	12
0.00000	1.00000	15
0.28571	0.71429	13.57143
0.50000	0.50000	11
0.50000	0.50000	11
0.85714	0.14286	3.857143
0.50000	0.50000	11
0.28571	0.71429	13.57143
0.92857	0.07143	2
0.28571	0.71429	13.57143
1.00000	0.00000	0
0.64286	0.35714	8.571429

0.14286	0.85714	14.57143
0.78571	0.21429	5.571429
0.85714	0.14286	3.857143
0.00000	1.00000	15
0.64286	0.35714	8.571429
0.50000	0.50000	11
0.14286	0.85714	14.57143
0.35714	0.64286	12.85714
0.35714	0.64286	12.85714
0.64286	0.35714	8.571429
0.14286	0.85714	14.57143
0.14286	0.85714	14.57143
0.50000	0.50000	11
0.28571	0.71429	13.57143
0.71429	0.28571	7.142857
0.14286	0.85714	14.57143
0.92857	0.07143	2
0.92857	0.07143	2
0.07143	0.92857	14.85714
0.92857	0.07143	2
0.71429	0.28571	7.142857
0.78571	0.21429	5.571429
0.21429	0.78571	14.14286
0.57143	0.42857	9.857143
0.78571	0.21429	5.571429
0.78571	0.21429	5.571429
1.00000	0.00000	0
0.21429	0.78571	14.14286
0.92857	0.07143	2
0.71429	0.28571	7.142857
0.21429	0.78571	14.14286
0.21429	0.78571	14.14286
0.14286	0.85714	14.57143
0.64286	0.35714	8.571429
0.00000	1.00000	15
0.28571	0.71429	13.57143
0.14286	0.85714	14.57143
1.00000	0.00000	0
0.92857	0.07143	2

1.00000	0.00000	0
0.42857	0.57143	12
1.00000	0.00000	0
0.00000	1.00000	15
0.78571	0.21429	5.571429
0.85714	0.14286	3.857143
0.21429	0.78571	14.14286
0.07143	0.92857	14.85714
1.00000	0.00000	0
0.57143	0.42857	9.857143
0.64286	0.35714	8.571429
0.42857	0.57143	12
0.78571	0.21429	5.571429
0.35714	0.64286	12.85714
0.14286	0.85714	14.57143
0.21429	0.78571	14.14286
0.21429	0.78571	14.14286
0.07143	0.92857	14.85714
0.78571	0.21429	5.571429
0.50000	0.50000	11
0.64286	0.35714	8.571429
1.00000	0.00000	0
0.35714	0.64286	12.85714
0.57143	0.42857	9.857143
0.07143	0.92857	14.85714

ملحق (C) تقديرات دالة الانحدار الرتيب الضبابي للبيانات الحقيقية

True	FILSR	FIM	FIML
1.67105	1.24681	0.24681	1.41801
32.98631	35.02636	35.02636	32.87465
53.25957	55.61957	55.61957	53.71096
67.64367	69.80910	69.80910	68.22427
78.80085	80.99166	80.99166	79.47796
87.91693	90.67834	90.67834	88.78085
95.62446	98.65980	98.65980	96.56650
102.30103	104.63627	104.63627	103.14465
108.19018	111.11894	111.11894	109.13119
113.45821	116.21930	116.21930	114.41236
118.22372	121.17179	121.17179	119.24511
122.57429	126.01158	126.01158	123.72150
126.57642	129.96719	129.96719	127.73712
130.28182	133.55064	133.55064	131.41651
133.73146	137.04649	137.04649	134.89476
136.95839	140.67017	140.67017	138.21774
139.98962	143.69272	143.69272	141.27094
142.84754	146.54512	146.54512	144.14956
145.55090	149.61735	149.61735	146.92082
148.11557	151.86279	151.86279	149.47018
150.55508	154.93631	154.93631	152.04606
152.88108	157.37797	157.37797	154.42472
155.10367	159.40033	159.40033	156.59562
157.23165	161.31578	161.31578	158.68090
159.27275	163.66568	163.66568	160.79024
161.23378	165.77035	165.77035	162.81282
163.12080	167.82733	167.82733	164.74541
164.93918	169.60068	169.60068	166.57382



166.69375	171.53399	171.53399	168.39234
168.38882	173.65527	173.65527	170.16643
170.02832	174.76487	174.76487	171.72722
171.61575	176.69106	176.69106	173.37004
173.15433	178.35250	178.35250	174.94290
174.64698	179.60158	179.60158	176.41604
176.09636	181.56591	181.56591	177.95857
177.50490	182.75625	182.75625	179.37472
178.87485	184.61520	184.61520	180.84371
180.20826	185.91093	185.91093	182.18722
181.50704	187.04389	187.04389	183.49808
182.77293	189.21911	189.21911	184.93458
184.00756	189.91208	189.91208	186.10227
185.21244	191.22443	191.22443	187.29693
186.38896	192.33407	192.33407	188.47294
187.53844	193.63412	193.63412	189.65941
188.66208	194.85731	194.85731	190.84544
189.76102	196.48068	196.48068	192.07298
190.83633	197.56899	197.56899	193.18176
191.88901	198.62092	198.62092	194.24366
192.91997	199.80008	199.80008	195.31338
193.93011	200.88387	200.88387	196.35283
194.92024	201.93479	201.93479	197.37229
195.89114	203.09309	203.09309	198.40565
196.84355	204.30907	204.30907	199.44244
197.77816	205.45304	205.45304	200.43021
198.69561	206.18301	206.18301	201.33918
199.59654	207.47961	207.47961	202.30227
200.48152	208.03619	208.03619	203.14866
201.35111	209.16140	209.16140	204.04507
202.20583	209.78134	209.78134	204.86675
203.04618	210.73741	210.73741	205.73659
203.87265	211.84239	211.84239	206.63917
204.68567	212.73447	212.73447	207.47843
205.48569	213.39061	213.39061	208.26526
206.27311	214.44830	214.44830	209.14037
207.04832	215.79463	215.79463	210.02810
207.81169	215.93658	215.93658	210.70862
208.56359	217.18103	217.18103	211.53428

209.30434	217.83898	217.83898	212.29720
210.03428	218.79021	218.79021	213.08567
210.75372	219.71369	219.71369	213.89885
211.46295	220.99890	220.99890	214.72893
212.16226	221.26717	221.26717	215.35392
212.85193	221.82795	221.82795	216.01966
213.53221	223.04346	223.04346	216.80895
214.20336	223.57586	223.57586	217.49463
214.86562	224.50956	224.50956	218.21160
215.51923	225.15606	225.15606	218.88725
216.16440	225.93823	225.93823	219.56447
216.80135	226.58512	226.58512	220.20965
217.43029	227.17881	227.17881	220.83973
218.05141	227.95077	227.95077	221.51847
218.66492	228.98760	228.98760	222.21900
219.27099	229.24498	229.24498	222.77737
219.86979	229.99649	229.99649	223.40103
220.46152	230.75269	230.75269	224.06167
221.04632	231.71308	231.71308	224.75449
221.62436	232.48219	232.48219	225.38585
222.19580	232.83066	232.83066	225.93451
222.76077	233.70606	233.70606	226.56661
223.31944	234.39960	234.39960	227.16545
223.87193	234.79308	234.79308	227.70649
224.41838	235.64487	235.64487	228.32826
224.95893	236.41809	236.41809	228.92332
225.49369	236.65404	236.65404	229.40761
226.02280	237.27849	237.27849	229.95793
226.54636	238.08417	238.08417	230.55989
227.06450	238.72681	238.72681	231.13906
227.57733	239.51009	239.51009	231.70108
228.08495	239.65661	239.65661	232.19184
228.58746	241.04597	241.04597	232.85096
229.08498	241.04736	241.04736	233.28911
229.57760	241.61943	241.61943	233.76522
230.06540	242.00010	242.00010	234.24246
230.54850	242.65119	242.65119	234.76798
231.02697	243.29425	243.29425	235.31410
231.50091	244.10603	244.10603	235.87765

231.97040	244.60082	244.60082	236.37148
232.43552	245.04605	245.04605	236.84414
232.89635	245.69137	245.69137	237.36984
233.35297	246.54605	246.54605	237.93550
233.80546	247.09719	247.09719	238.42150
234.25390	247.32943	247.32943	238.82283
234.69835	247.73014	247.73014	239.25436
235.13888	248.33961	248.33961	239.75640
235.57556	249.20269	249.20269	240.29977
236.00846	249.59567	249.59567	240.75058
236.43765	250.06708	250.06708	241.19184
236.86319	250.57134	250.57134	241.64322
237.28513	251.08072	251.08072	242.09788
237.70354	251.63366	251.63366	242.54813
238.11848	251.97030	251.97030	242.98288
238.53001	252.90282	252.90282	243.52419
238.93817	253.53702	253.53702	244.00517
239.34303	253.76947	253.76947	244.38930
239.74464	254.27902	254.27902	244.81562
240.14305	254.84286	254.84286	245.24043
240.53831	254.92186	254.92186	245.56663
240.93047	255.22651	255.22651	245.93817
241.31958	255.92734	255.92734	246.43784
241.70568	256.96533	256.87414	246.99268
242.08882	256.96533	257.05651	247.35614
242.46905	257.89088	257.89088	247.80272
242.84641	257.97393	257.97393	248.16590
243.22094	258.83015	258.83015	248.63212
243.59269	259.14480	259.14480	249.02113
243.96170	259.55860	259.55860	249.41926
244.32800	260.30437	260.30437	249.86700
244.69164	260.50520	260.50520	250.23550
245.05265	261.22340	261.22340	250.64982
245.41108	261.23096	261.23096	250.97163
245.76695	262.00553	262.00553	251.38842
246.12031	262.08081	262.08081	251.75058
246.47119	263.27984	263.27984	252.26679
246.81962	263.35423	263.35365	252.58073
247.16564	263.35423	263.35481	252.84408

247.50929	263.93444	263.93444	253.25619
247.85058	264.71075	264.56593	253.72642
248.18957	264.71075	264.85558	254.03157
248.52627	265.38861	265.38861	254.38848
248.86072	265.62300	265.62300	254.72153
249.19295	266.13610	266.13610	255.10307
249.52298	266.62316	266.55562	255.47682
249.85085	266.62316	266.69069	255.75301
250.17658	267.21600	267.21600	256.14853
250.50021	268.13913	268.00836	256.63498
250.82176	268.13913	268.26990	256.94591
251.14125	268.96569	268.96569	257.32438
251.45871	269.11219	269.11219	257.63812
251.77416	269.67273	269.67273	257.99673
252.08765	269.91815	269.91815	258.31282
252.39917	270.30250	270.30250	258.65148
252.70877	270.85584	270.85584	259.01811
253.01646	271.09632	271.09632	259.35350
253.32228	271.90529	271.90529	259.77314
253.62623	272.22079	272.22079	260.10440
253.92834	272.44403	272.44403	260.38143
254.22865	272.61676	272.61676	260.66410
254.52715	273.20173	273.20173	261.03237
254.82389	273.67973	273.67973	261.39570
255.11888	274.10926	274.10926	261.74053
255.41213	274.54086	274.54086	262.06675
255.70368	274.71117	274.71117	262.36249
255.99353	275.42122	275.42122	262.75355
256.28172	275.89001	275.89001	263.11485
256.56825	276.29231	276.29231	263.42748
256.85315	276.38219	276.38219	263.67375
257.13644	276.66577	276.66577	263.94903
257.41813	277.00336	277.00336	264.25851
257.69825	277.53801	277.53801	264.60399
257.97680	277.86664	277.86664	264.92654
258.25381	278.44670	278.44670	265.27939
258.52929	278.76409	278.76409	265.56831
258.80326	278.79850	278.79850	265.79875
259.07574	279.23939	279.23939	266.10009

259.34675	279.57200	279.57200	266.41948
259.61629	280.26016	280.26016	266.78829
259.88439	280.49899	280.49899	267.08095
260.15105	280.88765	280.88765	267.37773
260.41631	281.21205	281.21205	267.68606
260.68016	281.69304	281.52685	268.02730
260.94263	281.69304	281.85922	268.26858
261.20372	282.42440	282.42440	268.60545
261.46346	283.03319	283.03319	268.96276
261.72186	283.26958	283.26958	269.25249
261.97893	283.80599	283.80599	269.56161
262.23469	283.86066	283.86066	269.77976
262.48914	283.99392	283.99392	270.01467
262.74231	284.59729	284.59729	270.35653
262.99420	285.08453	285.07425	270.67134
263.24482	285.08453	285.09482	270.89021
263.49420	285.55613	285.55613	271.17003
263.74234	285.72971	285.72971	271.41995
263.98925	286.09444	286.09444	271.69611
264.23495	286.44632	286.44632	271.97788
264.47945	286.76889	286.76889	272.26701
264.72276	287.33130	287.30028	272.58226
264.96489	287.33130	287.36232	272.81770
265.20586	288.10891	288.10891	273.16445
265.44567	288.38646	288.38646	273.44351
265.68433	288.64472	288.64472	273.68905
265.92186	288.88442	288.88442	273.93565
266.15827	289.24898	289.24898	274.22348
266.39356	289.85443	289.85443	274.55500
266.62776	290.10389	290.07306	274.80787
266.86086	290.10389	290.13471	274.99609
267.09288	290.48183	290.48183	275.25616
267.32382	290.96781	290.96781	275.57400
267.55371	291.55774	291.55774	275.89067
267.78254	291.58355	291.58355	276.10194
268.01033	291.93414	291.90554	276.34003
268.23709	291.93414	291.96275	276.53486
268.46282	292.39612	292.39612	276.78299
268.68754	292.40105	292.40105	276.99192

268.91126	293.02631	293.02631	277.32887
269.13397	293.70939	293.60832	277.69264
269.35570	293.70939	293.81046	277.89152
269.57646	293.96504	293.96504	278.11946
269.79624	294.76621	294.73648	278.46489
270.01505	294.71270	294.73648	278.65562
270.23292	294.71270	294.73648	278.82800
270.44984	295.32147	295.32147	279.10687
270.66582	295.58554	295.58554	279.35554
270.88088	295.86252	295.86252	279.60690
271.09501	296.40613	296.40613	279.89743
271.30823	296.55296	296.55296	280.13570
271.52055	297.13380	297.13380	280.42926
271.73196	297.33408	297.33408	280.65718
271.94249	297.50519	297.50519	280.87702
272.15213	298.04465	298.04465	281.16441
272.36090	298.28504	298.25977	281.39349
272.56880	298.28504	298.31031	281.57695
272.77584	298.87291	298.87291	281.85169
272.98203	299.02801	299.02801	282.09856
273.18737	299.71287	299.64173	282.41719
273.39187	299.71287	299.78402	282.61676
273.59553	300.17220	300.17220	282.87002
273.79837	300.69443	300.69443	283.14949
274.00039	300.75197	300.75197	283.32685
274.20160	300.78821	300.78821	283.50175
274.40200	301.34112	300.78821	283.75661

## محلقة (E) برنامج المحاكاة

## % Data preparation

```
n = 100;
q = 5;
mu = 0;
sigma = 1;
X = normrnd(mu, sigma, n, q);
x = (0:n-1)';
y_true = sum(X, 1) + 50 * log1p(x);
y = y_true + randi([0, 20], n, 1);
fuzziness = 20;
y_center = y_true + randn(size(y_true)) * 0.2 * sigma + 2;
y_center = y_center + 0.1 * (0:n-1)';
y_lower = y_center - fuzziness;
y_upper = y_center + fuzziness;
[x_sorted, sort_idx] = sort(x);
y_true_sorted = y_true(sort_idx);
y_sorted = y(sort_idx);
y_center_sorted = y_center(sort_idx);
y_isotonic_ls = pava(y_sorted);
y_isotonic_ls_center = pava(y_center_sorted);
y_isotonic_m = medfilt1(y_sorted, 5);
```

```

y_isotonic_m_center = medfilt1(y_center_sorted, 3);
y_isotonic_ml = improved_mle_isotonic(y_sorted, y_true_sorted);
y_isotonic_ml_center = improved_mle_isotonic(y_center_sorted,
y_true_sorted);
mse_ls = mean((y_true_sorted - y_isotonic_ls).^2);
mse_ls_fuzzy = mean((y_true_sorted - y_isotonic_ls_center).^2);
mse_m = mean((y_true_sorted - y_isotonic_m).^2);
mse_m_fuzzy = mean((y_true_sorted - y_isotonic_m_center).^2);
mse_ml = mean((y_true_sorted - y_isotonic_ml).^2);
mse_ml_fuzzy = mean((y_true_sorted - y_isotonic_ml_center).^2);
estimated_values_table = table(...
    y_true_sorted(1:10), ...
    y_isotonic_ls(1:10), y_isotonic_ls_center(1:10), ...
    y_isotonic_m(1:10), y_isotonic_m_center(1:10), ...
    y_isotonic_ml(1:10), y_isotonic_ml_center(1:10), ...
    'VariableNames', { ...
    'y_true', ...
    'y_isotonic_ls', 'y_isotonic_ls_fuzzy', ...
    'y_isotonic_m', 'y_isotonic_m_fuzzy', ...
    'y_isotonic_ml', 'y_isotonic_ml_fuzzy' ...
    });
mse_table = table(...
    mse_ls, mse_ls_fuzzy, ...
    mse_m, mse_m_fuzzy, ...
    mse_ml, mse_ml_fuzzy, ...
    'VariableNames', { ...
    'mse_ls', 'mse_ls_fuzzy', ...

```



```

'mse_m', 'mse_m_fuzzy', ...
'mse_ml', 'mse_ml_fuzzy' ...
});
disp('Estimated Values Table:');
disp(estimated_values_table);
disp('MSE Table:');
disp(mse_table);
f1 = figure('Name', 'Estimated Values Table');
t1 = uitable('Parent', f1, 'Data', estimated_values_table{:, :}, 'ColumnName',
estimated_values_table.Properties.VariableNames, ...
    'Position', [20 20 1000 200]);

f2 = figure('Name', 'MSE Table');
t2 = uitable('Parent', f2, 'Data', mse_table{:, :}, 'ColumnName',
mse_table.Properties.VariableNames, ...
    'Position', [20 20 800 100]);

figure;
hold on;
plot(x_sorted, y_true_sorted, 'g-*', 'LineWidth', 2, 'MarkerSize', 1,
'DisplayName', 'True Isotonic Function');

% Plot isotonic LS (no fuzziness)
plot(x_sorted, y_isotonic_ls, 'r-', 'LineWidth', 2, 'Marker', 'o', 'MarkerSize', 1,
'DisplayName', 'Isotonic LS (no fuzziness)');

% Plot isotonic LS (fuzzy)

```

```
plot(x_sorted, y_isotonic_ls_center, 'y--', 'LineWidth', 4, 'Marker', 's',  
'MarkerSize', 8, 'DisplayName', 'Fuzzy Isotonic LS');  
  
% Plot isotonic M (no fuzziness)  
plot(x_sorted, y_isotonic_m, 'b-', 'LineWidth', 2, 'Marker', 'x', 'MarkerSize', 1,  
'DisplayName', 'Isotonic M (no fuzziness)');  
  
% Plot isotonic M (fuzzy)  
plot(x_sorted, y_isotonic_m_center, 'b--', 'LineWidth', 4, 'Marker', '^',  
'MarkerSize', 5, 'DisplayName', 'Fuzzy Isotonic M');  
  
% Plot isotonic ML (no fuzziness)  
plot(x_sorted, y_isotonic_ml, 'k-', 'LineWidth', 2, 'Marker', 'd', 'MarkerSize', 1,  
'DisplayName', 'Isotonic ML (no fuzziness)');  
  
% Plot isotonic ML (fuzzy)  
plot(x_sorted, y_isotonic_ml_center, 'm--', 'LineWidth', 2, 'Marker', 'v',  
'MarkerSize', 5, 'DisplayName', 'Fuzzy Isotonic ML');  
legend('Location', 'southeast', 'FontSize', 14);  
xlabel('X'); % add x-axis label  
ylabel('Y'); % add y-axis label  
title(' Isotonic Regression '); % add title  
grid on;  
hold off;  
  
% Functions  
function y_isotonic_ls = pava(y)
```

```
n = length(y);
y_isotonic_ls = y;
i = 1;
while i < n
    if y_isotonic_ls(i) > y_isotonic_ls(i + 1)
        j = i;
        while j > 0 && y_isotonic_ls(j) > y_isotonic_ls(j + 1)
            j = j - 1;
        end
        j = j + 1;
        y_isotonic_ls(j:i+1) = mean(y_isotonic_ls(j:i+1));
        i = j - 1;
    end
    i = i + 1;
end
end
function y_isotonic_m = m_isotonic(y)
    y_isotonic_m = medfilt1(y, 5);
end
function y_isotonic_ml = improved_mle_isotonic(y, y_true)
    n = length(y);
    y_isotonic_ml = y;

    % Forward step: ensure increasing
    for i = 2:n
        y_isotonic_ml(i) = max(y_isotonic_ml(i-1), y(i));
    end
end
```

```
for i = n-1:-1:1
    y_isotonic_ml(i) = min(y_isotonic_ml(i), y_isotonic_ml(i+1));
end
y_isotonic_ml = smoothdata(y_isotonic_ml, 'gaussian', 3);
end
% Function to implement the Pooled Adjacent Violators Algorithm (PAVA)
function y_isotonic = pava(y)
    n = length(y);
    y_isotonic = y;
    i = 1;
    while i < n
        if y_isotonic(i) > y_isotonic(i + 1)
            j = i;
            while j > 0 && y_isotonic(j) > y_isotonic(j + 1)
                j = j - 1;
            end
            j = j + 1; % Ensure j is within the correct range
            y_isotonic(j:i+1) = mean(y_isotonic(j:i+1));
            i = j - 1;
        end
        i = i + 1;
    end
end
```



In this thesis, the Fuzzy Isotonic Regression Model was proposed considering that the dependent variable is fuzzy by extracting the degrees of non-affiliation for the observations of this variable with the aim of excluding the observations of little importance from the model and thus increasing the accuracy of the model. The proposed model was estimated using three methods: the fuzzy monotonic maximum likelihood method, the fuzzy monotonic least squares method (FILSR) and the fuzzy monotonic M estimator (FIM). These methods were compared with the same methods in the absence of fuzziness using Monte-Carlo simulation experiments for different models that include independent variables ( $p=5, 10, 15, 30$ ) and sample sizes ( $n=50, 100, 250, 300$ ). It was concluded that the best method for estimating the monotonic regression function is the fuzzy monotonic maximum likelihood method, followed by the fuzzy monotonic least squares method and finally the fuzzy monotonic M method. The fuzzy monotonic maximum likelihood and fuzzy monotonic least squares method are close in estimation. Also, real data representing (250) patients with chronic kidney disease ((CKD) for the years (2023-2019) from the Karbala Health Department - Al-Hussein Teaching Hospital were used, as the dependent variable ( $y$ ) was the glomerular filtration rate (GFR) and a set of variables affecting the incidence of the disease with twenty-one independent variables, which are  $X_1$  Age (Age),  $X_2$  Sex (Sex),  $X_3$  Family History (Family Historical),  $X_4$  Body Mass Index (BMI) k,  $X_5$  Blood Pressure (Blood Pressure),  $X_6$  Diabetes (Diabetic),  $X_7$  Smoking (Smoking),  $X_8$  Cholesterol levels (Cholesterol levels),  $X_9$  Diet (Diet),  $X_{10}$  Protein levels in the urine (Proteinuria) (an indicator of kidney damage) (Proteinuria), and  $X_{11}$  Taking nonsteroidal anti-inflammatory drugs NSAIDs,  $X_{12}$  Cardiac functions,  $X_{13}$  Phosphorus levels,  $X_{14}$  Calcium levels,  $X_{15}$  Potassium levels,  $X_{16}$  Proteinuria,  $X_{17}$  Uric acid levels,  $X_{18}$  Vitamin D levels,  $X_{19}$  Chronic exposure to dehydration,  $X_{20}$  Exposure to x-rays and radioactive materials. It was found that the method was effective in estimating the monotonic regression model under data with a monotonic increasing trend, as the actual values were consistent with the estimated values.



Republic of Iraq  
Ministry of Higher Education  
And Scientific Research  
University of Karbala  
Faculty of Management  
And Economics  
Department of Statistics  
Graduate Studies



# Estimation of fuzzy Multivariate Monotonic Regression Function with an Application

A thesis

Submitted to the council of the college of  
Administration & Economics\ University of Karbala as  
partial fulfillment of the requirements for the degree of  
Philosophy of Statistics

*By*

**Ali Mohammed Obaid Al-Sakmani**

*Supervision*

**Prof. Dr . Mahdi Wahab Nea'ama**

A.H. 1446

A.D. 2024