



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والرسالة العلمي
جامعة كربلاء
كلية الادارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

أستعمال قاعدة Transmuted Lower Record Type inverse genralized في بناء توزيع احتمالي مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد /جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء

تقدمت بها

فرح ناجح نصر

بإشراف

أ.د شروق عبد الرضا السباح

ا.م.د صدى فايز محمد

2024 م

1446 هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿قَالُوا سُبْحَانَكَ لَا عِلْمَ لَنَا إِلَّا مَا عَلَّمْتَنَا إِنَّكَ أَنْتَ الْعَلِيمُ الْحَكِيمُ﴾

صدق الله العلي العظيم

سورة البقرة: الآية (32)

اقرار مشرف

اشهد بأن اعداد هذه الرسالة الموسومة (استعمال قاعدة Transmuted Lower Record Type في بناء توزيع احتمالي مع تطبيق عملي) والتي تقدمت بها الطالبة " فرح ناجح نصر " قد جرى بأشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء.

أ.م.د. صدى فايز محمد

أ.د. شروق عبد الرضا السباح

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناء على توصية الاستاذ المشرف ارشح الرسالة للمناقشة

أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ ١٣/١٢/ ٢٠٢٤

اقرار الخبير اللغوي

اشهد بأن اعداد هذه الرسالة الموسومة (استعمال قاعدة Transmuted Lower Record Type في بناء توزيع احتمالي مع تطبيق عملي) والتي تقدمت بها الطالبة " فرح ناجح نصر " قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية تحت اشرافي اذ اصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت.

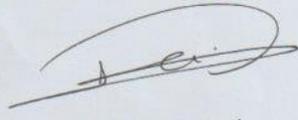
الخبير اللغوي

م.د صلاح مهدي جابر

التاريخ / / ٢٠٢٤

اقرار لجنة المناقشة

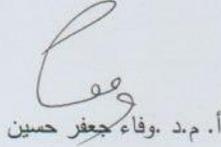
اشهد نحن رئيس واعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (استعمال قاعدة Transmuted Lower Record Type في بناء توزيع احتمالي مع تطبيق عملي) والمقدمة من قبل الطالبة " فرح ناجح نصر" وناقشنا الطالبة في محتوياتها وفيما له علاقة بها ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء بتقدير (ممتاز)



أ.م.د. سكينه شامل جاسم

عضواً

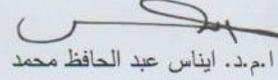
٢٠٢٤ / ١٢ / ١٢



أ.م.د. وفاء جعفر حسين

عضواً

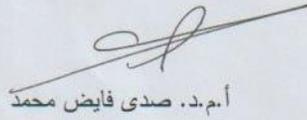
٢٠٢٤ / ١٢ / ١٢



أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد

رئيساً

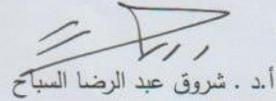
٢٠٢٤ / ١٢ / ١٢



أ.م.د. صدى فايز محمد

عضواً ومشرفاً

٢٠٢٤ / ١٢ / ١٢



أ.د. شروق عبد الرضا السباح

عضواً ومشرفاً

٢٠٢٤ / ١٢ / ١٢

اقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على اقرار الخبيرين العلميين والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالبة " فرح ناجح نصر " الموسومة (استعمال قاعدة Transmuted Lower Record Type في بناء توزيع احتمالي مع تطبيق عملي) ارشح هذه الرسالة للمناقشة.

أ.د. علي احمد فارس

رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

٢٠٢٤ / /

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد / جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة

أ.م.د. هاشم جبار الحسيني

عميد كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء

٢٠٢٤ / ١٤ / ١٧

شكر وإمتنان

الحمد لله رب العالمين، حمداً يوافي نعمه ويكافي مزيده والشكر لله على ما وهبني من صبر وهدى وتوفيق تخطيت به الصعاب لإنجاز هذ الرسالة، والصلاة والسلام على الرحمة المهداة نبينا محمد وعلى آل محمد وصحبه وسلم تسليماً كثيراً.

لا يسعني وأنا أتم رسالتي إلا أن اقدم جميع كلمات الشكر والتقدير والإعزاز الى الاستاذ الدكتور (شروق عبد الرضا السباح و الاستاذ المساعد صدى فايز محمد) لمنحهما لي شرف الإشراف على رسالتي ولما قدمتا من توجيهات علمية ولجهودهما القيمة التي كان لها الأثر الكبير في إخراج الرسالة بالصورة التي هي عليها، فرعاهما الله وحفظهما.

كما أتقدم بجزيل الشكر والامتنان الى الأساتيد الفضلاء رئيس لجنة المناقشة وأعضائها المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة الرسالة.

كما يقتضي واجب الوفاء ان أتقدم بوافر الشكر لجميع أساتذتي الفضلاء في قسم الإحصاء (جامعة كربلاء) التين وهبوني علمهم في مدة دراستي في الجامعة والتين عملوا جاهدين على تحقيق الرقي العلمي لجميع الطلبة.

كما أتوجه بوافر الشكر الى جميع زملاء الدراسة على حسن رفقهم ومساعدتهم لي فجزاهم الله خير الجزاء، وأتمنى لهم النجاح والموفقية.

وأخيراً أتوجه بالشكر الخاص الى كل من مد لي يد العون ولم انكره واسأل المولى عز وجل أن يوفق الجميع.

الإهداء

إلى ...

مَنْ علمني أن أرتقي سلم الحياة بحكمة وصبر.. والنور التي ينير لي درب
النجاح

(أبي الحبيب)

إلى ...

مَنْ منحني الحب والحنان.. و بسمه الحياة وسر الوجود

(والدتي الحنونة)

إلى .. العين التي تنظر لي بحب واحترام

(زوجي الغالي)

إلى ...

القلوب الطاهرة الرقيقة والنفوس البريئة.. أغلى وأثمن كنز امتلكته

(أخواتي وإخوتي)

إلى.. مَنْ بذلوا نفوسهم الزكية من أجل الوطن... شهداء العراق جميعاً

اهدي لهم هذا الجهد المتواضع

قائمة المحتويات

الصفحة	الموضوع
أ	الآية
ب	شكر وامتنان
ت	الاهداء
خ-ث	قائمة المحتويات
د-ر	قائمة الجداول
ز-ر	قائمة الاشكال
ش-س	قائمة الرموز
ص	المستخلص
13-2	الفصل الاول: منهجية الرسالة والاستعراض المرجعي
3-2	1-1 المقدمة
3	1-2 مشكلة الرسالة
4	1-3 هدف الرسالة
4	1-4 الاستعراض المرجعي
10-4	1-4-1 الدراسات المتعلقة بتوزيع generalized Inverse Weibull
13-10	1-4-2 الدراسات المتعلقة بخرائط تحويل Transmuted Lower Record Type
62-15	الفصل الثاني: الجانب النظري
15	2-1 تمهيد
15	2-2 بعض المفاهيم الأساسية

17-15	دالة البقاء	2-2-1
18-17	دالة الكثافة التجميعية للفشل	2-2-2
19	دالة الكثافة الاحتمالية للفشل	2-2-3
22-19	دالة المخاطرة	2-2-4
23	الدالة الكمية	2-2-5
14	الإحصاءات المرتبة	2-2-6
23	خرائط تحويل الرتب	2-3
24	خارطة تحويل الرتب التربيعية	2-3-1
26-25	خارطة تحويل الرتب المكعبة	2-3-2
26	خارطة تحويل Transmuted lower record type	2-3-3
30-27	بناء خارطة Transmuted lower record based type	2-3-3-1
33-30	توزيع معكوس ويبل المعمم	2-4
36-33	توزيع lower record type generalized Inverse Weibull Transmuted	2-5
37-36	دالة البقاء لتوزيع TLRGIW	2-5-1
38-37	دالة المخاطرة لتوزيع TLRGIW	2-5-2
39-38	الدالة الكمية لتوزيع TLRGIW	3-5-3
39	الخصائص الهيكلية لتوزيع TLRGIW	2-5-4
45-39	العزوم اللامركزية (Non-central Moments)	2-5-1-4
51-45	العزوم المركزية (Central Moments)	2-4-5-2
52	الوسيط (Median)	43--2-5
52	الالتواء Skewness	2-4-5-4

53	التفرطح Kurtosis	2-4-5-5
53	طرائق التقدير Estimation Methods	2-6
55-53	طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood) (Method)	2-6-1
57-55	طريقة المربعات الصغرى	2-6-2
58-57	طريقة كريمر فون مايسز	2-6-3
58	معايير اختيار افضل توزيع	2-7
59	معيار معلومات اكاكي	2-7-1
59	معيار معلومات اكاكي المصحح	2-7-2
60	معيار اكاكي البيزي	2-7-3
60	متوسط مربعات الخطأ	2-8
62-61	اختبار حسن المطابقة	2-9
64 -74	الفصل الثالث: الجانب التجريبي	
64	تمهيد	3-1
66-64	مفهوم المحاكاة	3-2
69-66	وصف مراحل تجربة المحاكاة	3-3
74-69	مناقشة نتائج تجربة المحاكاة	3-4
85-76	الفصل الرابع	
76	الجانب التطبيقي	تمهيد
76	تمهيد	4-1
76	نبذة عن مرض الجلطة الدماغية	4-2
77	اسباب الاصابة بالمرض	4-3
78-77	اعراض المرض	4-4

78	تشخيص المرض	4-5
79-78	علاج المرض	4-6
80-79	4 جمع البيانات الحقيقية المتعلقة بالرسالة	4-7
81-80	اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit)	4-8
85-81	معايير المفاضلة بين التوزيعات	4-9
88-87	الفصل الخامس: الاستنتاجات والتوصيات	
88-87	الاستنتاجات	5-1
88	التوصيات	5-2
94-90	المصادر	
88-128	الملاحق	
119-96	جداول مقدرات المعلمات ودالة البقاء والأشكال الخاصة بمقدرات دالة البقاء	A
121-120	بناء خارطة تحويل الرتب التربيعية (QRTM)	1
122-121	خارطة تحويل الرتب المكعبة Cubic Rank Transformation	2
124-123	بناء خارطة تحويل الرتب المكعبة CRTM	3
A-B	Abstract	

قائمة الجداول

رقم الصفحة	عنوان الجدول	رقم الجدول
33	يبيّن أبرز خصائص توزيع generalized Inverse Weibull	(2-1)
66	يبيّن القيم الافتراضية الأولية للمعلمات والنماذج المقترحة	(3-1)
70	يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة	(3-2)
71	يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة	(3-3)
73-72	لمقدر دالة البقاء لطرائق (MSE) يمثل الرتب لمتوسط مربعات الخطأ واحجام العينات والنماذج كافة.	(3-4)
73	يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق تقدير دالة البقاء حسب حجم العينة.	(3-5)
80-79	البيانات الحقيقية للاشخاص المصابين بمرض الجلطة الدماغية	(4-1)
80	اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit)	(4-2)
81	يمثل معايير المفاضلة بين التوزيعات في تمثيل البيانات الحقيقية	(4-3)
85-83	يمثل دالة البقاء المقدره للبيانات الحقيقية	(4-4)
98-96	متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الاول	(1)

99-98	متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني	(2)
100-99	متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث	(3)
102-101	متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع	(4)
103-102	متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس	(5)
104-103	متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السادس	(6)
106-104	متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السابع	(7)
108-107	متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثامن	(8)
108	متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الاول	(9)
109	متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني	(10)
110	متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث	(11)
112	متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع	(12)
113	متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس	(13)
115	متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السادس	(14)

116	متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السابع	(15)
118	متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثامن	(16)

قائمة الأشكال

رقم الصفحة	عنوان الشكل	رقم الشكل
17	يمثل المنحني العام لدالة البقاء	(2-1)
18	منحني دالة الكثافة التجميعية للفشل	(2-2)
31	دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) لتوزيع generalized Inverse Weibull ولقيم مختلفة لمعاملات الشكل والقياس .	(2-3)
32	دالة التوزيع التراكمي (cdf) لتوزيع generalized Inverse Weibull ولقيم مختلفة للمعاملات.	(2-4)
32	دالة البقاء لتوزيع generalized Inverse Weibull ولقيم مختلفة لمعلمتي الشكل.	(2-5)
36	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع TLGIW لقيم معاملات مختلفة	(2-6)
36	دالة التوزيع التراكمي لتوزيع TLGIW لقيم معاملات مختلفة	(2-7)
37	دالة البقاء لتوزيع TLGIW لقيم معاملات مختلفة	(2-8)
38	دالة المخاطرة لتوزيع TLGIW لقيم معاملات مختلفة	(2-9)

82	أدناه يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة.	(4-1)
82	يوضح دالة البقاء لتوزيع (TLRGIWDistribut) مقارنة مع دالة البقاء للتوزيع التجريبي للبيانات الحقيقية.	(4-2)
108	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الاول	(1)
110-109	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الثاني	(2)
111	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الثالث	(3)
113-112	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الرابع	(4)
114	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الخامس	(5)
116-115	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج السادس	(6)
117	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج السابع	(7)
119-118	دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للأنموذج الثامن	(8)

قائمة المصطلحات

$F(x)$	دالة الكثافة التجميعية	Cumulative density function
$x(u)$	الدالة الكمية	Quantile function
$f(x)$	دالة الكثافة الاحتمالية	Probability density function
$E(x)$	القيمة المتوقعة	Expected value
$V(x)$	التباين	Variance
$G(x)$	دالة الكثافة التجميعية للتوزيع الاساس	Cumulative density function of baseline distribution
$g(x)$	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاساس	Probability density function of baserline distribution
Δ	قيمة احتمالية	Probability value
α, γ	معلمتي الشكل الاولى	First shape parameter
β	معلمة الشكل الثانية	Second shape parameter
p	معلمة التحويل الاولى	First transmutation parameter
$S(x)$	دالة البقاء	Survival function
$h(x)$	دالة المخاطرة	Hazard rate function
$L(x)$	دالة الامكان الاعظم	Likelihood function
$\Gamma(.)$	دالة كاما	Gamma function
μ_r	العزم اللامركزي الرائي	Non-central rth moment
μ_k	العزم المركزي الرائي	Central kth moment
QRTM	خارطة تحويل الرتب التربيعية	Quadratic ranking transmutation map
CRTM	خارطة تحويل الرتب المكعبة	Qubic ranking transmutation map
$TLRG$	توزيع TLRGIWDistribut المحول الجديد	New Transmuted Lower Record Type

<i>MLE</i>	مقدر الامكان الاعظم	Maximum likelihood estimation
<i>oLSE</i>	مقدر المربعات الصغرى	Least square estimation
<i>Cvm</i>	وطريقة كريمر فون مايسز	Method of Cramer-Von Mises Minimum estimation
<i>MSE</i>	متوسط مربعات الخطأ	Mean Square Error
<i>IMSE</i>	متوسط مربعات الخطأ التكاملية	Integrative Mean Square Error
χ^2	إحصاءه كاي سكوير	Chi-square statistic

المستخلص

تسعى هذه الرسالة الى بناء صيغه جديدة لتوزيع (generalized Inverse Weibull)، بإضافة معلمة اضافية الى دالته التوزيعية، علماً أننا لم نجد التوزيع الجديد في اي عمل بحثي اخر عن طريق خارطة التحويل (Transmuted Lower Record) فيصبح بتوزيع (Transmuted Lower Record generalized Inverse Weibull) المحول ذو الأربع معالم وينماز بالمرونة والدقة عن التوزيعات الاخرى وتمت دراسة خصائص التوزيع الاحصائية والهيكلية واستخرجها، كذلك تم تقدير معالم التوزيع بثلاث طرائق هي كل من (طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method)، طريقة المربعات الصغرى (Least square Method)، وطريقة كريمر فون مايسز (Method of Cramer-Von Mises Minimum)، ولغرض المقارنة بين طرائق تقدير المعالم ودالة البقاء فقد تم توظيف اسلوب محاكاة مونت كارلو لإجراء عدة تجارب بواقع ثمان انموذجات بأحجام عينات مختلفة (صغيرة (30)، متوسطة (100,50) وكبيرة (150)) وعن طريق المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطا (MSE) اظهرت النتائج افضلية طريقة الامكان الاعظم في حساب مقدرات دالة دالة البقاء للتوزيع الجديد (Transmuted Lower Record generalized Inverse Weibull) عند احجام العينات والكبيرة والمتوسطة، وافضلية طريقة كريمر فون مايسز عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة.

ايضا تم تطبيق التوزيع على بيانات حقيقية بواقع (164) مشاهدة تمثل أوقات البقاء للاشخاص المصابين بمرض الجلطة الدماغية، و تم اثبات افضليته في تمثيل ووصف هذه البيانات مقارنة بتوزيع (generalized Inverse Weibull Distribution)، وكذلك تم تقدير دالة البقاء للبيانات الحقيقية باستعمال طريقة الامكان الاعظم التي اثبتت افضليتها في الجانب التجريبي على باقي الطرائق المستعملة وقد وجدنا ان متوسط اوقات البقاء لحين الوفاه يبلغ (4.08) اسبوع، وان قيمة متوسط دالة البقاء المقدره تبلغ (0.5230) اي تبلغ نسبة البقاء على قيد الحياة تقريبا 52% خلال ثلاثة أشهر ونصف تقريبا.

الفصل الأول

منهجية الرسالة

1-1 المقدمة Introduction :

تعتمد جودة الإجراءات المستعملة في التحليل الإحصائي بشكل كبير على أنموذج مفترض أو التوزيع الاحتمالي، وبسبب هذا تم بذل جهود كبيرة من الباحثين في تطوير فئات متعددة من التوزيعات الاحتمالية القياسية، جنباً إلى جنب مع المنهجيات الإحصائية ذات الصلة، ومع ذلك لا تزال هناك العديد من المشاكل كعدم اتباع البيانات الحقيقية في توزيعها أيًا من النماذج الاحتمالات الكلاسيكية.

قام الباحثون بمناقشة التوزيعات وفي نطاق واسع وبشكل متكرر في البيانات الإحصائية التجريبية لاختيار الأنموذج المناسب والقضايا ذات الصلة في العلوم التطبيقية مثل البيئة والطب والهندسة ونمذجة وتحليل البيانات التجريبية، هناك العديد من التوزيعات التي يمكن استعمالها في هذا النوع من البيانات التجريبية، ضرورة الإجراءات المستعملة في مثل هذه الإحصائية اعتمد التحليل بشكل كبير على انموذج الاحتمال المفترض أو التوزيع. إذ يتم الحصول على التوزيعات المعدلة والموسعة والمعقدة عن طريق إدخال بعض التحويلات أو إضافة معلمة أو أكثر إلى توزيعات البقاء الكلاسيكية المعروفة. والفكرة وراء ذلك هي جعل هذه التوزيعات أكثر مرونة وأكثر قابلية للتطبيق العملي عن طريق التقاط تعقيد البيانات، ومن ثم العثور على الطبيعة الحقيقية للبيانات وكيفية تصرفها.

ولذلك فان تعديل وتوسعة التوزيعات وإعتمادها وتطبيقها على المشاكل في هذه المجالات هو حاجة واضحة اليوم، وتعد خرائط التحويل بشكل عام طريقة ملائمة لإنشاء توزيعات جديدة وعلى وجه الخصوص توزيعات البقاء على قيد الحياة.

وفي هذا الرسالة تم استعمال خارطة تحويل (Transmuted Lower Record) المقدمة من من قبل الباحثين (Balakrishnan and He) استنادا الى فكرة خارطة تحويل الرتب التربيعية والتكعيبية وقد وجد ان هذا النظام الجديد يزيد من مرونة النماذج المحولة وهو قادر على تحليل البيانات الأكثر تعقيداً، ونظراً لما يتميز به توزيع (generalized Inverse Weibull) من مرونة ومن ثم فإنه يمثل إنموذجاً جيداً لنمذجة بيانات وقت الفشل وهذا ما دفعنا الى استعمال خارطة تحويل (lower record type) هذا التوزيع من اجل ايجاد توزيع احتمالي جديد يكون اكثر مرونة في تفسير سلوك البيانات المعقد لا سيما البيانات المتعلقة بوفيات المرضى المصابين بالجلطة الدماغية.

اذ تم تقسيم الرسالة الى خمسة فصول تضمن الأول المقدمة، مشكلة الرسالة، هدف الرسالة، الاستعراض المرجعي لأهم المراجع والبحوث ذات العلاقة بالشأن والدراسات السابقة التي استطاع الباحث الاستحصال عليها.

بينما تضمن الثاني دراسة التوزيع المقترح بأستعمال صيغة (lower record type) وبإضافة معلمة واحدة الى التوزيع الاساس وإيجاد خصائصه وتقدير المعلمات ودالة البقاء للتوزيع المحول الجديد وتضمن ايضاً عرضاً لطرائق التقدير المستعملة في تقدير المعلمات هي (طريقة الامكان الاعظم (Maximum Likelihood Method)، طريقة المربعات الصغرى (Least square Method)، وطريقة كريمر فون مايسز (Method of Cramer-Von Mises).

بينما تضمن الثالث الجانب التجريبي مفهوم المحاكاة وتطبيق منهج محاكاة مونت كارلو (Mont Carlo) للمفاضلة بين طرائق التقدير التي تم التطرائقاليها في الفصل الثاني باستعمال متوسط مربعات الخطأ ((Mean Square Error. اما الرابع الجانب التطبيقي اذ تضمن تطبيق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية تتمثل في أوقات البقاء على قيد الحياة لمرضى الجلطة الدماغية اذ تم تقدير دالة المخاطرة لهذه البيانات باستعمال أفضل طريقة ظهرت في الجانب التجريبي. و الخامس فقد تم استعراض أبرز ما جاءت به الرسالة من استنتاجات وكذلك التوصيات التي يجب اخذها بنظر الأهمية.

1-2 مشكلة الرسالة (Research problem)

- ❖ في العديد من التطبيقات العلمية تتبع البيانات نمطا يشير الى انخفاض سريع في احتمالية البقاء مع مرور الزمن توزيع (GIW) التي يستخدم غالبا لنمذجة هذه الانماط لكنه يفتقر احيانا الى الدقة الكافية في تمثيل النقاط التي تقع في بداية الفشل .
- ❖ في الجانب التطبيقي فإن أغلب الأشخاص عرضه للموت المفاجئ نتيجة نتيجة الاصابة بالجلطة الدماغية ولاسيما في في السن المتقدم من الاعمار لذلك نحتاج الى توزيعات تكون اكثر انسجاماً لحل تلك المشاكل.

1-3 هدف الرسالة (Research objectives)

تطوير نموذج احصائي اكثر مرونة لتمثيل البيانات التي تتسم بانخفاض سريخ في احتمالية البقاء ذلك خلال تطبيقه على قاعدة (TLRT) على توزيع (GIW) وتحسين ملائمة التوزيع مع البيانات التي تظهر انخفاض حادا مي الفترة الزمنية المبكرة مع التركيز على القيم الدنيا لتقديم تقديرات اكثر دقة .

1-4 الاستعراض المرجعي

في هذا القسم نقدم مراجعة لبعض الابحاث المهمة المتعلقة بتوزيع (generalized Inverse Weibull) في البند الاول، وكذلك في البند الثاني سنقوم بمراجعة خرائط تحويل الرتب وبعض التوزيعات المحولة بواسطتها.

1-4-1 الدراسات المتعلقة بتوزيع (generalized Inverse Weibull)

في هذا البند نقدم مراجعة لبعض الابحاث المهمة المتعلقة بتوزيع (generalized Inverse Weibull). ومن الجدير بالذكر أن هنالك العديد من الدراسات التي اجريت على التوزيع لكننا قمنا بالتطرق الى أهمها.

- ❖ في عام (2011) بين الباحثان (De Gusmao) واخرون توزيع (generalized inverse Weibull distribution) المتعلق بالدراسة ، ذو ثلاثة معلمات الجديد التي يتمتع بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، اذ تم اشتقاق العديد من الخصائص التوزيعية الاحصائية للتوزيع المقترح واتم

اشتقاق الاحصاء المرتبة ، وتم تقدير معلمات التوزيع غير المعرفة وفق طرائق تقدير مختلفة ، ولبيان افضلية طرائق التقدير اجريت تجربة المحاكاة بالاعتماد على المعيار الاحصائي (MSE) التي تم الاعتماد عليه في تفسير مخرجات الرسالة الحالي. تم تطبيق الرسالة على بيانات حقيقية تضمنت اوقات البقاء، الساعات لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد ،وتوصل الباحثون الى ان التوزيع منافس ممتاز ويحقق اكثر مرونة وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى. [17]

❖ في عام (2014) قدم الباحثون Baharith و اخرون) Beta Generalized Inverse Weibull Distribution

خمس معلمات (FIVE-Parameter) ،أذ تم دراسة الخصائص التوزيعية لأ نموذج المقترح ،تم تحديد خصائص البقاء و المخاطرة و الاحصاء المرتبة ودالة التوليد تم الحصول على مقدرات معلمات التوزيع ودالة البقاء والمخاطرة ،وكذلك اقترح الباحثون خوارزمية (algorithm) لتوليد البيانات العشوائية لهذا التوزيع وتم تقدير المعلمات المجهولة للتوزيع المقترح بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم ,ولغرض بيان افضلية طرائق التقدير تم الاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ MSE باستعمال حجوم عينات صغيرة ومتوسطة وكبير وتوصل الى افضلية طريقة الامكان الاعظم بالنسبة لحجوم العينات الكبير وكذلك افضلية طريقة العزوم بالنسبة لحجوم العينات الصغيرة والمتوسطة , لغرض بيان افضلية التوزيع المقترح تم تطبيقه على بيانات حقيقية وتمت مقارنة كفاءة التوزيع المقترح مع توزيعات اخرى عن طريق استعمال المعايير الاحصائية (BIC – AICc – Cramér-vonMises – AIC) عند ، و اظهر التطبيق العملي التي قام به الباحثون ان التوزيع المقترح أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة. [12]

❖ في عام (2014) قدم (Jain, K., Singla و اخرون) فئة جديدة من توزيع معكوس ويبل المعمم الموسع باستعمال

طريقة Burr X G-Family اطلق عليه generalized inverse generalized Weibull distribution وتم اشتقاق بعض الخصائص الاحصائية للتوزيع المقترح ، واستعمل و الباحثون طريقة الامكان الاعظم (MLE) وطرائق تقدير اخرى لتقدير المعلمات،ولغرض الوصول الى افضلية طرائق التقدير تم اجراء تجارب المحاكاة لدراسة وايجاد التحيز والمعيار الاحصائي متوسط مربع الخطأ (MSE) للمقدرات الناتجة عن طريقة التقدير بالاعتماد على عدة حجوم عينات (300-200-100-50). ولغرض بيان كفاءة التوزيع المقترح طبق التوزيع الجديد على مجموعة من البيانات الحقيقية تضمنت 60 حالة مرضية خاضعة للرقابة للاشخاص المصابين بسرطان السان ، فكانت النتيجة ملائمة البيانات بالنسبة للتوزيع الجديد وتم مقارنة اداء التوزيع الجديد مع توزيعات اخرى وقد توصل الباحثون الى ان التوزيع المقترح مرن ومنافس جيد. [20]

❖ في عام (2015) اقترح الباحثون (Oguntunde و اخرون) صيغة جديدة لتوزيع Generalized Inverse

(Weibull Distribution) اطلق عليه (Exponentiated Generalized Inverse Weibull)

(Distribution) ذا اربع معلمات باستعمال صيغة التحويل **exponential family** , اذ ناقش الباحثون بعض الخصائص الاحصائية مثل الدالة التحويل العكسي والمولدة الدالة المولدة للعزوم , و الاحصاءات المرتبة والانحرافات المتوسطة و منحنيات لورنز , وبون فيروني ($Lorenze \wedge Bonferroni$) والدالة المميزة ودالة ريني انتروبي ($RenyiEntropy$) وكذلك ومعولية الاجهاد-المتانة. وقدروا معلمات الانموذج المقترح باستعمال طريقة الامكان الاعظم . لغرض بيان كفاءة التوزيع المقترح تم تطبيقه على بيانات حقيقية بحجم 128 للاشخاص المصابين بسرطان المثانة وقارنوا التوزيع المقترح مع توزيع ويبيل بمعلمتين وتوزيع معكوس ويبيل وتوزيع معكوس ويبيل المعمم عن طريق استعمال المعايير ($HQIC - AIC - -2lnL$), وتوصلوا الى ان التوزيع المقترح يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة. [29]

❖ في عام (2016) قدموكل من (**Khan, M. S., & King**, , وآخرين) بحثاً اقترحوا فيه صيغة جديدة لتوزيع معكوس ويبيل (**enwgeneralizedinverseWeibulldistribution**) ذو اربع معلمات المعمم الجديد التي يتمتع بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، اذ تم اشتقاق العديد من الخصائص التوزيعية الاحصائية للتوزيع المقترح مثل دالة الكثافة الاحتمالية والمخاطر والبقاء والدالة العكسية والمولدة ، وتم تقير معلمات التوزيع غير المعرفة وفق طريقة الامكان الاعظم ، كذلك اجريت تجربة المحاكاة لبيان افضلية طرائق التقدير بالاعتماد على المعيار الاحصائي (MSE) التي تم الاعتماد عليه في تفسير مخرجات الرسالة الحالي. تم تطبيق الرسالة على بيانات حقيقية تضمنت اوقات البقاء، الساعات لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد ، وتوصل الباحثون الى ان التوزيع منافس ممتاز ويحقق اكثر مرونة وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى. [23]

❖ في عام (2017) اقترح (**Oluyede** واخرون) صيغة جديدة لتوزيع معكوس ويبيل المعمم **Gamma-Generalized Inverse Weibull Distribution**) ((Inverse Weibull Distribution)) ذا اربع معلمات واستمدت الاضافة من توزيع كاما و توزيع معكوس ويبيل المعمم , اذا ناقش الباحثون بعض الخصائص الاحصائية مثل الدالة التحويل العكسي والمولدة الدالة المولدة للعزوم , و الاحصاءات المرتبة والانحرافات المتوسطة و منحنيات لورنز , وبون فيروني ($Lorenze \wedge Bonferroni$) والدالة المميزة ودالة ريني انتروبي ($RenyiEntropy$) وكذلك ومعولية الاجهاد-المتانة. وقدروا معلمات الانموذج المقترح باستعمال طريقة الامكان الاعظم . وقارنوا توزيع ليندلي بمعلمتين مع توزيعات (**inverse exponential, inverse Rayleigh, inverse Weibull, Fréchet, generalized inverse Weibull, gamma-exponentiated inverse exponential, exponentiated inverse exponential**)

عن طريق استعمال المعايير ($HQIC - AIC - -2lnL$) , لمجموعتين من البيانات الحقيقية , وتوصلوا الى ان التوزيع المقترح يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة. [30]

❖ في عام (2018) قام الباحثون (Kaur وآخرون) بحثا بالتقدير البيزي وشبه البيزي لتقدير معلمات دالة المعولية لتوزيع **generalized inverse Weibull distribution** ((ذا ثلاث معلمات على فرض التوزيع الاولي حدد بالاعتماد على عدت صيغ مختلفة كتوزيع كما (**Gamma**) وفي حالة عدم توفر معلومات بالاعتماد على الاسلوب التي اقترحه جفري في ظل دوال خسارة متماثلة وأخرى غير متماثلة ، اذ تم الحصول على مقدرات بيز للمعلمات ودالتي المعولية والمخاطرة والفترات الاحتمالية لها ودالة متوسط الحياة المتبقي ، ونتيجة العمليات الحسابية المعقدة تم استعمال التقريب التي اقترحه الباحث ليندلي لتسهيل حل المعادلات غير الخطية والمعقدة، كما استعمل محاكاة (Monte- Carlo) بالاعتماد على حجوم عينات (صغيرة ومتوسطة وكبيرة) ، (30-50-100) ، و للمقارنة بين افضلية المقدرات وبالاعتماد على معيار متوسط مربعات الخطأ (MSE) واوصى الباحث بأستعمال بيانات خاضعة للرقابة لتطوير الدراسة. [22]

❖ وفي عام (2019) اقترح الباحثان (Para & Jan) الاضافة المتقطعة (Three Parameter Discrete Generalized Inverse Weibull) وهو توزيع ذو ثلاث معلمات , اذ قدم هذا التوزيع المركب باستعمال عائلة توزيع باريتو (*Generalized Inverse Weibull*) وهو نسخة منفصلة جديدة لتوزيع وبيل المعكوس المعمم , والتي يعتبر نموذج اكثر مرونة لنمذجة اوقات الحياة وتم دراسة الخصائص الاحصائية للنموذج الجديد , كدالة المخاطرة و دوال الكثافة الاحتمالية والمخاطرة, والعزوم والإحصاءات المرتبة , واستعمال الباحثان عدة طرائق تقدير اذ تم الاعتماد على المعيار الاحصائي mse المستعمل في هذه الرسالة للمقارنة بين افضلية طرائق التقدير , وتم اجراء اختبارات حسن المطابقة لبيان افضلية التوزيعات على ثلاث مجموعات من البيانات الحقيقية , وصف الباحثان توزيع (Three Parameter Discrete Generalized Inverse Weibull) بالتوزيع المرن و الناجح. [32]

❖ وفي العام نفسه (2019) قدم الباحث (Salem, H) توزيع مارشال اولكن- لتوزيع معكوس وبيل المعمم (**Marshall–Olkin Generalized Inverse Weibull**) , عن طريق اضافة معلمة الى توزيع معكوس وبيل المعمم وناقش الباحث بعض الخصائص الاحصائية للتوزيع , اذ تم تقدير معلمات التوزيع بأستعمال عدة طرائق تقدير وهي كل من (**maximum likelihood estimators, interval estimators, least square estimators, fisher information matrix and asymptotic confidence intervals are described**) وتم تطبيق التوزيع على مجموعتين من البيانات حقيقية لبيان كفاءة التوزيع مع عدة توزيعات اخر واخيرا توصل الباحثون الى ان التوزيع

القتراح يتناسب بشكل افضل مع البيانات المطبقة بالاعتماد على المعيار الاحصائي (AIC ,BIC,AICc) , وتوصل الباحث الى ان التوزيع المقترح يحقق اكثر مرونة بالمقارنة مع التوزيعات المستعملة كذلك منافس جيد . [34]

❖ في عام (2020) قدم الباحثون, (Assar وآخرون) عائلة توزيعات (The odd mpound Family of Generalized Inverse Weibull Power Series Distributions) ، وهي دراسة لتعميم عائلة ويبيل المعممة اذ بينوا مكانة هذه التوزيعات في توفير طريق موحد للمشكلات التي تكون فيها البيانات المسجلة غير ناتجة عن تجربة غير مكررة وكذلك غير عشوائية، وهي تقنية جديدة لأضافة معالمات الى التوزيعات الكلاسيكية ، وكذلك وضح الباحثون كيفية إعمامها وتطبيقها على بعض التوزيعات الاحتمالية المتقطعة وهي كل من توزيع (بواسون- لهندسي -بانيوميل) وتم دراسة خصائص التوزيعات المقترحة بالتفصيل ، وتم تقدير معالمات التوزيعات المقترحة باستعمال طريقة الامكان الاعظم كونها طريقة تمتاز بالثبات ، تم تطبيق الرسالة على مجموعتين من البيانات الحقيقية تضمنت لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد ، وتوصل الباحثون الى ان التوزيع منافس ممتاز ويحقق اكثر مرونة وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى. [9]

❖ في عام (2022) قدم الباحث (Abid, S. H) وآخرون التوزيع معكوس ويبيل المعمم الشبه دائري The Stereographic distribution (Stereographic generalized inverse Weibull) باستعمال (Semicircular) لنمذجة البيانات الدائرية التي لها توزيع لوجستي عن طريق استعمال تقنية اسقاط المجسم العكسية المعدلة العكسي ودرسوا خصائص هذه التوزيعات المقترحة مثل دالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة التراكمية والدالة المميزة والعزوم المركزية المثلثية الثلاثة الأولى والوسط الاتجاهي والتباين الاتجاهي والانحراف المعياري الاتجاهي ومعامل الارتباط المثلثي للتوزيع المقترح التوزيعيين المقترحين واشتقوا العزوم الثلاثة الاولى للتوزيع اللوجستي الدائري الجديد ودرسوا بعض الخصائص الأساسية له ، اذ تم تقدير معالمات التوزيع باستعمال طريقة الامكان الاعظم كطريقة كلاسيكية تمتاز بالثبات ، ولغرض مقارنة اداء التوزيع المقترح مع توزيعات اخرى كتوزيع Wrapped Logistic (Logistic و Stereographic Double Exponential) طبق التوزيع المحول على بيانات حقيقية زوايا تلاشي الطيور بحجم (50مشاهدة) والتي تم قياسه باتجاه عقرب الساعة بالاعتماد على المعايير الاحصائية (AI, BIC) وتوصل الباحثون الى ان التوزيع المقترح مرن في تفسير البيانات المعقدة وسهولة التعامل معه لذلك يعتبر منافس جيد. [10]

❖ في عام (2023) قام الباحثين (Noori & Mohammed) بتقدير معالمات ودالة المعولية لتوزيع (generalized inverse Weibull distribution) ، باستعمال ثلاث طرائق تقدير وهي كل من (طريقة الامكان الاعظم، وطريقة المربعات الصغرى ، وطريقة كريمر فون مايسز) في ظل نظام معاينة المجموعات المرتبة

، اذ قدرة الباحثون معلمات ودالة المعولية (Reliability) ومن ثم تم تطبيق اسلوب المحاكاة مونت-كارلو لتحديد افضلية الطرائق المستعملة عن طريق المقارنة بين افضلية طرائق التقدير المستعملة باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ ان إعمام وتحويل التوزيعات الاحتمالية هي عملية شائعة جدا في النظرية الإحصائية. ومن أجل هذا الاجراء تم اقتراح أساليب مختلفة في المؤلفات والتي تضيف معلمات إضافية الى التوزيعات الإحتمالية الأساسية الموجودة بأذ أن التوزيع الجديد يكون أكثر مرونة لغرض التقاط تعقيد البيانات، وتتوفر عدة فصول عامة لإعمام التوزيعات في المؤلفات الإحصائية، ولكن تركيزنا الرئيس في هذا البند هو تقديم إستعراض خرائط تحويل الرتب التي تزيد من مرونة التوزيع و القدرة على استكشاف خصائص ذيله وزيادة حسن مطابقتة للبيانات. إذ وتوصلت الباحثة ان افضل طريقة للتقدير هي (طريقة الامكان الاعظم) التي تم تطبيقها على بيانات حقيقية. [28]

4-2 الدراسات المتعلقة بخرائط تحويل (Transmuted Lower Record Type)

❖ **في عام (2019) بين الباحثان (Balakrishnan and M. He)** مفهوم نظرية (record-based transmuted model e) ، وبين مكانة هذه التوزيعات في توفير طريق موحد للمشكلات التي تكون فيها البيانات المسجلة غير ناتجة عن تجربة غير مكررة وكذلك غير عشوائية، وهي تقنية جديدة لأضافة معلمات الى التوزيعات الكلاسيكية ، وكذلك وضح الباحثون كيفية إعمامها وتطبيقها على بعض التوزيعات الاحتمالية (التوزيع الاسي وتوزيع ويبل) اذ تم تقدير معلمات التوزيعات المقترحة باستعمال خمس طرائق تقدير ، ومن خلال استعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) توصل الباحثون الى المقدر الافضل بطريقة الامكان الأعظم المستعملة لأنه يحقق اقل تباين من خلال تطبيق المعيار الاحصائي للمقدرات القياس للتوزيعات. [14]

❖ **في عام (2021) اقترح الباحث (Taniş, C)** صيغة جديدة لتوزيع دالة القوى P TRANSMUTED LOWER RECORD TYPE POWER FUNCTION DISTRIBUTION (LOWER RECORD TYPE POWER FUNCTION DISTRIBUTION) ذا معلمتان، اذا ناقش الباحثون بعض الخصائص الاحصائية مثل الدالة التحويل العكسي والمولدة الدالة المولدة للعزوم ، و الاحصاءات المرتبة والانحرافات المتوسطة و منحنيات لورنز ، وبون فيروني \wedge (Lorenze Bonferroni) والدالة المميزة ودالة ريني انتروبي (Renyi Entropy) وكذلك ومعولية الاجهاد-المتانة. وقدرت معلمات الانموذج المقترح باستعمال خمس طرائق تقدير وهي كل من (MLEs, LSEs, WLSEs, ADEs, and CvME) ولغرض معرفة افضلية طرائق التقدير المعلمات اسعمل الباحثون المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ باستعمال حجوم عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة (1000-250-100-50-25) لغرض معرفة كفاءة التوزيع تم اذ طبق الباحثون التوزيع المقترح على

بيانات حقيقية وقارنوا مع توزيعات اخرى عن طريق استعمال المعايير ($HQIC, AIC, BIC$) لمجموعتين من البيانات الحقيقية , وتوصلوا الى ان التوزيع المقترح يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة. [35]

❖ في عام (2021) اقترح الباحثون (Taniş و اخرون) في دراسته توزيعاً جديداً سمي توزيع (Transmuted Lower Record Type Fréchet Distribution) ذي الثلاث معلمات ، وناقشا بعض الخصائص الاحصائية والهيكلية للتوزيع المقترح مثل دالة الكثافة التجميعية والمخاطرة والبقاء والعزم الرائي والعزم حول الوسط الحسابي ودالة التوليد ، وتم تقدير معلمات بأستعمال اربعة طرائق تقدير وهي كل من طريقة maximumlikelihood, least squares, weighted least squares, Cramér-von Mises d) (Anderson–Darling type) ، اذ تم مقارنة طرائق التقدير المذكورة انفا لبيان افضليتها في تقدير معلمات التوزيع المقترح بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء MSE، وتم تطبيق الدراسة على بيانات حقيقية لاثبات ان التوزيع المقترح الجديد يلائم بشكل افضل مقارنة بالتوزيعات الاصلية مع البيانات بالاعتماد على معايير حسن المطابقة وتوصل الباحث الى ان التوزيع المقترح التوزيع أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى مثل توزيع MLE, maximum likelihood estimate; TLRT-F, transmuted lower record type Fréchet; TLL, transmuted Loglogistic; W, Weibull, EE, exponentiated exponential; TW, transmuted Weibull; L, Lindley; G, Gompertz ومنافس جيد . [37]

❖ في عام (2022) اقترح الباحث (Taniş, C) دراسته توزيعاً جديداً سمي توزيع (Transmuted lower record type inverse rayleigh distribution) ذي المعلمتان ، وناقشا بعض الخصائص التوزيع الهيكلية والاحصائية مثل العزم الرائي والعزم حول الوسط الحسابي والاحصاء المرتبة ، وتم تقدير معلمات التوزيع المقترح بأستعمال خمس طرائق تقدير وهي كل من (طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وطريقة المربعات الصغرى الموزونة وطريقة كريمر فون مايسز، وطريقة اندرسن دارلنك) ولغرض المقارنة بين افضلية طرائق التقدير تم الاستعانة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء MSE بالاعتماد على حجوم عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة ، وتم تطبيق الدراسة على بيانات حقيقية تمثل اوقات البقاء للاشخاص المصابين بفايروس كورونا , لاثبات ان التوزيع المقترح الجديد يلائم بشكل افضل مقارنة بالتوزيعات الاصلية مع البيانات بالاعتماد على معايير حسن المطابقة وتوصل الباحث ان التوزيع المقترح أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى قيد الدراسة . [38]

❖ في عام (2022) قدمو (Tanış & Saraçoğlu) بحثاً اقترحوا فيه توزيع (Tansmuted Record Type exponential Distribution) وتوزيع (Weibull Distribution) التي يتمتعان بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، إذ تم اشتقاق العديد من الخصائص التوزيعية الاحصائية للتوزيعات المقترحة، وتم تقير معالم التوزيع غير المعرفّة على وفق طريقة الامكان الاعظم وطريقة اندرسن دارلنك وطريقة المقدرات التجزيئية وطريقة كريمر فون مايسز، كذلك اجريت تجربة المحاكاة لبيان افضلية طرائق التقدير بالاعتماد على المعيار الاحصائي (MSE) التي تم الاعتماد عليه في تفسير مخرجات الرسالة الحالي. تم تطبيق الرسالة على بيانات حقيقية تضمنت اوقات الفشل بالاسابيع، لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد ومقارنته مع توزيعات اخرى، واخيرا توصل الباحثان الى ان التوزيع منافس ممتاز ويحقق اكثر مرونة وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى. [36]

❖ وفي عام (2022) اقترح الباحثان (Sakthivel & Nandhini) الانموذج المضاف (Record-based Transmuted Power Lomax Distribution: Properties and its Applications in

Reliability) وهو توزيع ذو اربع معالم، اذ قدم هذا التوزيع المركب باستعمال عائلة (Record-based Transmuted) التي تعتبر حالة خاصة من عائلة (Tansmuted Record Type Distribution) بمعلمة ويعتبر الانموذج المقترح انموذج اكثر مرونة لنمذجة اوقات الحياة وتم دراسة الخصائص الاحصائية للنموذج الجديد، كدالة المخاطرة و دوال الكثافة الاحتمالية والمخاطرة، والعزوم والإحصاءات المرتبة، واستخدم الباحثان طريقة العزوم وطريقة الإمكان الأعظم في تقدير المعالم ودالة المعولية الانموذج الجديد، وتم اجراء اختبارات حسن المطابقة لبيان افضلية التوزيعات على ثلاثة مجموعات من البيانات الحقيقية، وصف الباحثان ان التوزيع المقترح بالتوزيع المرن و الناجح. [33]

❖ نلاحظ من استعراضنا للدراسات السابقة مدى حداثة موضوع (TRANSMUTED (LOWER RECORD TYPE POWER FUNCTION DISTRIBUTION) الاحتمالية وعلى حد علم الباحث فقد لوحظ ندرة الدراسات العربية التي تناولت موضوع التحويل قيد الدراسة للتوزيعات لا سيما استعمال خارطة التحويل المقدمة من قبل Balakrishnan and M. He عام (2019). واستكمال للجهود المبذولة من قبل الباحثين قامالباحث بتطبيق هذه الخارطة على توزيع (generalized inverse Weibull distribution) ذي الثلاث معالم للحصول على توزيع جديد هو توزيع (TRANSMUTED (LOWER RECORD TYPE POWER FUNCTION DISTRIBUTION) generalized inverse Weibull DISTRIBUTION) ذي الاربع معالم والتي يكون من أهم

مميزاته هو إمكانية نمذجة البيانات المعقدة. وكذلك تقدير معلمات التوزيع ودالة البقاء باستعمال ثلاث طرائق للتقدير والمقارنة بينها على خلاف الدراسات السابقة المتعلقة بهذه العائلة والتي اقتصر على استعمال طريقة الامكان الاعظم فقط في تقدير المعلمات وكذلك لم تنطرق الى تقدير دالة البقاء.

الفصل الثاني

الجانب النظري

2-1 تمهيد (preamble)

في هذا الفصل سوف يتم التطرائقالى المفاهيم الأساسية التي يتناولها الرسالة وهي أهم تعاريف الدوال المستعملة في الرسالة، وهي دالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة التجميعية والبقاء و المخاطرة والدوال المرتبطة بها ومفهوم خرائط التحويل وأنواعها، فضلاً عن نبذة عن تحويلات (record) وتوزيع معكوس وبيبل المعمم (generalized Inverse Weibull) والتي يظهر كأنموذج احتمالي مناسب والتي سوف يكون العمل عليه، ومن ثم استعمال تحويل ((record type lower)) لتوزيع (generalized Inverse Weibull) باستعمال خارطة تحويل الرتب (lower record type) وبناء أنموذج احتمالي جديد ودراسة خصائصه الهيكلية والإحصائية وتطبيقاته وتقدير معلماته وكذلك دالة البقاء بثلاثة طرائق تقدير، وهي طريقة الامكان الاعظم، طريقة المربعات الصغرى، طريقة كريمر فون مايسز.

2-2 بعض المفاهيم الأساسية:

في هذا القسم نستعرض بعض المفاهيم الأساسية الخاصة بدالة التوزيع التراكمي، الدالة الكمية ودالة كثافة الاحتمالية، وهي من المفاهيم الاساسية و المهمة في بحثنا.

1-2-2 دالة البقاء: (Survival Function)

يعد تحليل البقاء أحد أساليب علم الإحصاء ، التي يصف الموت في الكائنات الحية والفشل في الأنظمة والمكائن فضلاً عن استعمالاتها في الجانب الحياتي والجانب الطبي ويمكن تعريف وقت البقاء على انه حدوث حدث معين، كظهور مرض معين او الاستجابة الى علاج معين او الانتكاسة او الموت، أي انها احتمال بقاء الكائن الحي على قيد الحياة بعد مرور الزمن (t) ،ويهتم تحليل البقاء بدراسة توزيع الوقت منذ حالة البدء (مثل بداية استعمال علاج معين او الولادة) ، وان احتمال البقاء على قيد الحياة يقع في المدة الزمنية (0.t) لذلك يتركز تحليل البقاء على قيد الحياة بشكل رئيسي على التنبؤ في تحديد احتمال المخاطر ويرمز لها بالرمز $S(t)$. [1]

$$S(t) = pr(T > t) = \int_t^{\infty} f(u) du \dots (1-2)$$

اذ أن:

$f(t)$: دالة الكثافة الاحتمالية d.f.p للمتغير العشوائي t.

T: يمثل المدة الزمنية اللازمة لحدوث الفشل وهو متغير عشوائي يمثل وقت بقاء الكائن الحي حتى الموت.

:يمثل زمن بقاء الكائن الحي ويكون دائما أكبر من او تساوي صفر. $(0 \leq t)$

ولتكن $F(t)$ تمثل دالة الكثافة التجميعية c.d.f للمتغير العشوائي x اذ سيكون لدينا:

$$F(t) = pr(T \leq t) = \int_0^t f(t) dt \dots (2 - 2)$$

$$F(t) = 1 - pr(T > t)$$

$$F(t) = 1 - \int_t^{\infty} f(t) dt$$

$$S(t) = 1 - F(t) \dots (3 - 2)$$

وغالبا ما نفترض ان $S(0) = 1$ أي ان احتمال بقاء الشخص (المصاب) على قيد الحياة في الزمن (0) مساوي الى الواحد الصحيح ويجب أن تكون دالة البقاء متناقصة وكذلك مستمرة من الجانب اليمين اي ان لو كانت الدراسة تخص مدتي t_1, t_2 وأن $t_2 > t_1$ وهذا يعني دالة البقاء لمدة t_1 هي اكبر من دالة البقاء للمدة t_2 ويمكن التعبير عنها رياضيا كما يأتي:

$$\int_{t_1}^{t_2} f(x) dx \geq 0 \dots (4 - 2)$$

ويمكن اعادة كتابة المعادلة بالصيغة التالية:

$$\int_0^{t_2} f(x) dx - \int_0^{t_1} f(x) dx \geq 0$$

$$F(t_2) - F(t_1) \geq 0$$

$$F(t) = 1 - s(t) \quad 1 - s(t_2) -$$

$$1 - s(t_2) - 1 + s(t_1) \geq 0$$

$$s(t_1) - s(t_2) \geq 0 \dots (5 - 2)$$

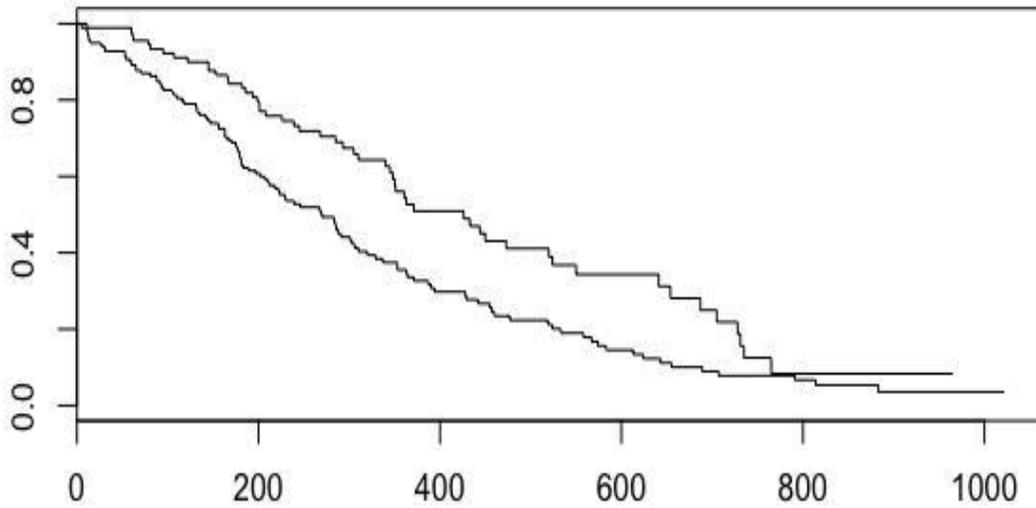
يعني هذا $S(t_2) \leq S(t_1)$ أي ان دالة البقاء هي دالة احتمالية موجبه رتبيه متناقصة ويمكن ان تكون

مستقرة على خط مستقيم لجميع قيم المتغيرات.

والشكل (2-1) التي يمثل المنحني العام لدالة البقاء اذ ان المحور العمودي يمثل قيمة دالة البقاء $S(t)$ وان

المحور الافقي يمثل وقت البقاء (t) ومن الشكل يتبين ان قيمة دالة البقاء تتناسب عكسيا مع الزمن t .

[11]



الشكل (2-1) يمثل المنحني العام لدالة البقاء (Survival Function) [2]

2-2-2 دالة الكثافة التجميعية للفشل cumulative density function

وهي احتمال موت الكائن قبل حدوث الحدث وتسمى بدالة توزيع وقت الحياة وهي دالة مكملة لدالة البقاء

ليكن (T) هو وقت ظهور الحدث (الموت) ، وهو متغير عشوائي مستمر لديه دالة كثافة احتمالية

(probability density function) يرمز لها $f(t)$ ودالة التوزيع التراكمية للفشل لها (cumulative

distribution function) ويعبر عنها $F(t)$ أذان : [3]

$$F(t) = pr(T \leq t) \quad F(t) = \int_0^t f(t) \, du \quad \dots (6-2)$$

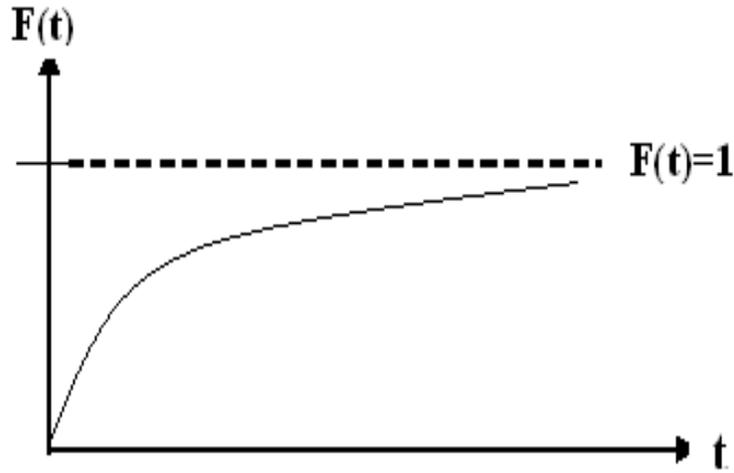
$$F(t) = 1 - pr(T > t)$$

$$F(t) = 1 - S(t) \dots (7-2)$$

ومن الصيغة الأخير يتبين ان مجموع دالة الكثافة التجميعية للفشل ودالة البقاء مساوية للواحد وهذا يعني ان

أحدهما مكملة الى الأخرى لكن دالة البقاء هي دالة متناقصة بينما الدالة التجميعية دالة متزايدة وان الشكل

((2-2)) يبين منحنى دالة الكثافة التجميعية للفشل.



الشكل ((2-2)) منحنى دالة الكثافة التجميعية للفشل [2]

3-2-2 دالة الكثافة الاحتمالية للفشل (Probability Density function Failure)

وهي احتمال موت (فشل) الفرد خلال الفترة الزمنية $(t, t + \Delta t)$ بغض النظر عن صغر المدة (Δt)

أذ $(t_i = t_{i-1} + \Delta t_i)$ ويطلق عليها نسبة الفشل الشرطية التي يرمز لها بالرمز $f(t)$ ويعبر عنها رياضيا

بالصيغة :

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Pr(t < T < t + \Delta t)}{\Delta t} \quad t \geq 0 \dots (8-2)$$

Δt : التغير في قيمة المتغير العشوائي (T) التي يشير الى وقت ظهور الحدث.

ومن خصائص هذه الدالة: [7]

$$1 - \int_0^{\infty} f(t) d(t) = 1$$

$$2 - f(t) \geq \text{zero}$$

4-2-2 دالة المخاطرة (Hazard Function):

وهي احدى فروع دالة البقاء التي تلعب دورا أساسيا في تحليل بيانات العمر، إذ تعطي مقدار توقع

الوقت حتى حدوث حدث معين (*event*)، ومن خلالها يمكن التعرف علنا لنموذج الرياضي لدالة البقاء

، ويرمز لدالة المخاطرة بالرمز $h(t)$ التي تعطي نسبة الفشل الانبي (*Rate Failure Conditional*) على

فرض ان الفرد لا يزال على قيد الحياة حتى الزمن (t) ويشير معدل الفشل فقط الى الأشياء التي لا يمكن

إصلاحها ويمكن التعبير عن معدل المخاطرة بالصيغة الرياضية التالية : [5]

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Pr((t < T < t + \Delta t) | T > t)}{\Delta t} \dots (9-2)$$

ويعطي الاحتمال الشرطي لحدوث حدث فيه فاصل زمني صغير خلال الفترة الزمنية $(t, t + \Delta t)$ مع العلم

انه بقى على قيد الحياة بعد الوقت (t) التي يمكن التعبير عنها :

$$Pr[t.t + \Delta t] = \frac{Pr[t < T + \Delta t + t]}{Pr[T > t]} \dots (10 - 2)$$

$$\frac{F[t + \Delta t] - F(t)}{Pr[T > t]}$$

ويقسمه طرفي المعادلة (10-2) على Δt التغير في طول المدة الزمنية نحصل علنالاتي:

$$Pr\left(\frac{[t.t + \Delta t]}{\Delta t}\right) = pr\left(\frac{[t < T + \Delta t + t]}{\Delta t Pr[T > t]}\right)$$

$$Pr\left(\frac{[t.t + \Delta t]}{\Delta t}\right) = pr\left(\frac{[t < T + \Delta t + t]}{\Delta t S(t)}\right)$$

وبجعل $(\Delta t \rightarrow 0)$ نحصل على دالة الخطورة بالشكل الاتي $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{pr[t.t + \Delta t]}{\Delta t} \right] = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{pr[t < T + \Delta t + t]}{\Delta t Pr[T > t]} \right]$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{pr[t \leq T + \Delta t + t > t]}{\Delta t} \right]$$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{F[t + \Delta t] - F(t)}{\Delta t S(t)} \right]$$

$$h(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{F[t + \Delta t] - F(t)}{\Delta t [1 - F(t)]} \right] \dots (11 - 2)$$

$$h(t) = \left[\frac{1}{S(t)} \right] \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{F[t + \Delta t] - F(t)}{\Delta t} \right] \dots (12 - 2)$$

$$\frac{1}{S(t)} \dots (13 - 2)$$

$$h(t) = \frac{dF(t)}{dt} \left[\frac{1}{S(t)} \right]$$

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{1}{S(t)} \cdot \frac{-dS(t)}{dt} = -d \frac{\log S(t)}{dt} \dots \dots \dots (14-2)$$

أذ نلحظ من العلاقة الأخيرة ان دالة البقاء المرتبطة بدالة التراكمية ودالة المخاطرة في الصيغة الأخيرة انها مرتبطة رياضيا أي ان إذا وجدت أحدهما يمكن إيجاد الدوال الأخرى ومن اهم خصائصها ان حدها الأعلى غير محدد وقيمتها دائما موجبة. [36]

ويمكن الحصول على معامل الخطورة التجميعي (Comulative Risk function) من خلال جمع معاملات الخطورة التي يرمز له بالرمز $H(t)$ وكما يأتي:

$$H(t) = h(t_1) + h(t_2) + \dots \dots \dots$$

كما يمكن التعبير عن معامل الخطورة بالصيغة الرياضية التالية:

$$H(t) = \int_0^t h(t)dt = -\log S(t) \dots (15 - 2)$$

ويمكن إيجاد علاقة رياضية تربط بين دالة البقاء $S(t)$ ومعامل الخطورة $H(t)$ بالاعتماد على المعادلة

(14 - 2) وكما يأتي :

$$h(t) = \frac{F(t)}{S(t)}$$

$$\int_0^u h(u)d(u) = \int_0^u \frac{F(u)}{S(u)} d(t)$$

$$-\ln[1 - F(u)]$$

$$-\ln S(u) \quad u$$

$$-\ln S(u)$$

$$\int_0^u h(t)d(u) = -\ln S(u)$$

$$S(u) = e^{-\int_0^u h(u)d(u)}$$

$$S(u) = e^{-H(u)} \dots (16 - 2)$$

ومن الصيغة (2 - 16) ان معامل الخطورة $h(u)$ يتناسب عكسياً مع دالة البقاء أي تقل دالة البقاء بزيادة معامل الخطورة . [13]

2-2-5 الدالة الكمية (quantile function):

لنفترض أن $F(x)$ هي دالة التوزيع التراكمي (cdf) للمتغير العشوائي X . فان الدالة العكسية لـ $F(x)$ تسمى الدالة الكمية (quantile function) ويرمز لها بالرمز $x(F)$. تستخدم لتحديد القيم المقابلة لأحتمالات معينة في التوزيع الاحتمالي مثلاً اذا كانت لديك توزيع احتمالي فان دالة الكونتايل تمكن من العثور على النقطة او القيمة التي تقابل احتمالاً تراكمياً معيناً ، فوائدها: تستخدم في المحاكاة لتوليد عينات تتبع توزيعاً معيناً باستخدام دالة الكونتايل الخاصة به. [16]

--2 الإحصاءات المرتبة (Order Statistics)

ان الإحصاءات المرتبة للمتغيرات العشوائية t_1, t_2, \dots, t_n هي عبارة عن مجموعة القيم الموضوعية في ترتيب تصاعدي، ويتم الإشارة إليها بالشكل $t_{1:n} \leq t_{2:n} \leq \dots \leq t_{n:n}$ وبتعبير اخر فإن الإحصاءات المرتبة هي المتغيرات العشوائية التي تحقق $t_{1:n} \leq t_{2:n} \leq \dots \leq t_{n:n}$ بأذن: [13]

$$t_{1:n} = \min t_i$$

$$t_{2:n} = 2ndt_i$$

.

.

.

$$t_{n:n} = \max t_i \quad \dots (17 - 2)$$

ويتم التعبير دالة الكثافة التجميعية cdf للإحصاءة المرتبة i th حسب الصيغة التالية:

$$F_i(t) = \sum_{k=i}^n C_k^n [F(t)]^i [1 - F(t)]^{i-k} \quad \dots (18-2)$$

ويتم التعبير دالة الكثافة احتمالية pdf للإحصاءة المرتبة i th حسب الصيغة التالية:

$$f_i(t) = C_i^n [F(t)]^{i-1} [1 - F(t)]^{n-i} f(t) \quad \dots (19-2)$$

2-3 قاعدة تحويل الرتب Rank Transformation Maps

تعد منهجية تحويل الرتب (Rank Transformation Maps) المستعملة على التوزيعات كافة دون قيود او شروط وتعتمد بالدرجة الأساسية على التركيب الوظيفي لدالة التوزيع التراكمي (cdf) لتوزيع معين مع دالة التوزيع التراكمي لتوليد العائلات التوزيعات . [19]

2-3-1 قاعدة تحويل الرتب التربيعية Quadratic Rank Transformation

Map(QRTM)

قاعدة تحويل الرتب التربيعية قدمها (Buckley) (in 2009) كوسيلة لتوسعة التوزيعات وذلك من خلال اضافة معلمة الى دالة التوزيع الاساس اذا كان للتوزيع الاحتمالي الاساس دالة توزيع تراكمي $F(x)$ ، فإن المتغير العشوائي x يكون محول بواسطة خارطة تحويل الرتب التربيعية إذا كان له $V(x)$ ، حسب الشكل البسيط التالي:

$$V(x) = (1 + \sigma)F(X) - \sigma[F(x)]^2, -1 \leq \sigma \leq 1 \dots (20 - 2)$$

أذ إن σ تمثل معلمة التحويل .

وإن $F(x)$ تمثل (cdf) للتوزيع الاساس.

وباشتقاق الصيغة آنفاً نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (pdf):

$$f(x) = V(x)[(1 + \sigma) - 2\sigma V(x)], -1 \leq \sigma \leq 1 \dots (21 - 2)$$

أذ أن $V(x)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للتوزيع الأساس.

ومن الجدير بالذكر أن التوزيع الناتج يمثل دالة كثافة احتمالية (pdf) يطلق عليه اسم التوزيع المحول (Transformed distribution). وكما هو واضح ان التوزيع الأساس قبل التحويل هو حالة خاصة من التوزيع المحول عندما $\sigma = 0$.

وباستعمال هذا التحويل تم اشتقاق العديد من التوزيعات الى جانب ذلك فأن هنالك العديد من

الدراسات والتعديلات على خارطة تحويل الرتب التربيعية (QRTM)

وللتوضيح اكثر. [19]

2-3-2 خارطة تحويل الرتب المكعبة Cubic Rank Transformation

Map(CRTM)

لوحظ أنه في بعض المشاكلات العامة يمكن أن تكون الامتدادات لخارطة التحويل إلى الرتبة $k2$ ضرورية خصوصاً في الحالات التي تكون فيها البيانات قادمة من أكثر من مصدر، وعن طريق الزيادة إلى الرتبة 2 يصبح التوزيع أكثر مرونة من التوزيع الأصلي المقترح بواسطة Shaw and Buckley ، وتوضح النظرية السابقة أنه يمكن اعتبار $k > 2$ ، فإن ذلك قد يزيد من مرونة التوزيع أكثر منه في حالة الرتبة 2.

ففي عام 2017 تم اقتراح خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM)) من قبل Granzotto واخرون [20] استناداً إلى فكرة خارطة تحويل الرتب التربيعية وقد وجد ان هذا النظام الجديد يزيد من مرونة النماذج المحولة وهو قادر على تحليل البيانات الأكثر تعقيداً، على سبيل المثال البيانات ذات معدلات الخطر ثنائية النسق. [33]

وكانت على النحو التالي:

$$F(x) = \sigma_1 v(x) + (\sigma_2 - \sigma_1)[v(x)]^2 + (1 - \sigma_2)[v(x)]^3 \dots (22 - 2)$$

$$0 \leq \sigma_1 \leq 1 \quad , \quad -1 \leq \sigma_2 \leq 1$$

اذ ان σ_1, σ_2 تمثلان معلمتي التحويل الاولى والثانية على التوالي.

و إن $V(x)$ تمثل (cdf) للتوزيع الاساس.

وباشتقاق الصيغة آنفاً نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) كالتالي:

$$f(x) = V(x)[\sigma_1 + 2(\sigma_2 - \sigma_1)V(x) + 3(1 - \sigma_2)[V(x)]^2] \dots (23 - 2)$$

$$0 \leq \sigma_1 \leq 1, -1 \leq \sigma_2 \leq 1$$

أذ أن $V(x)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للتوزيع الأساس.

وان التوزيع الناتج يطلق عليه اسم التوزيع المحول التكعيبي (Cubic Transformed distribution). وان التوزيع المحول هو حالة خاصة من التوزيع المحول التربيعي عندما $(\sigma_2 = 1, \sigma_1 = 1 + \sigma)$ ، وكذلك فإن التوزيع الاساس قبل التحويل هو حالة خاصة من التوزيع المحول التكعيبي عندما $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$.

أذ ان σ تمثل معلمة التحويل التربيعي.

باستعمال هذا التحويل تم اشتقاق العديد من التوزيعات الى جانب ذلك فإن هنالك العديد من الدراسات والتعديلات على خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM) والتي هي في الحقيقة عبارة عن حالات خاصة يمكن التوصل اليها من خارطة تحويل الرتب المكعبة الاساسية ونذكر منها:

1- خارطة تحويل الرتب المكعبة المقدمة من قبل AL-Kadim & Mohammed عام (2017) [8] والتي تكون بالصيغة التالية:

$$F(x) = (1 + \sigma | |)v(x) - \sigma[v(x)]^2 + \sigma[v(x)]^3 \dots (24 - 2)$$

إذ يتم ملاحظة أنه بتعويض $1 + \sigma = \sigma_1, 1 - \sigma = \sigma_2$ فان الصيغة (24 - 2) تتحول الى خارطة تحويل الرتب المكعبة ذاتها في الصيغة (22 - 2).

2- خارطة تحويل الرتب المكعبة المقدمة من قبل (Rahman وآخرون عام 2018) [43] والتي تأخذ الصيغة التالية:

$$F(x) = (1 + \sigma_1 | |)V(x) + (\sigma_2 - \sigma_1)[V(x)]^2 - \sigma_2[V(x)]^3 \dots (25 - 2)$$

2-3-3 قاعدة تحويل (TLRT) Transmuted lower record type

تعد منهجية المحول (Transmuted lower record type) ويرمز لها (TLRT) التي تستعمل على التوزيعات كافة دون قيود او شروط وتعتمد بالدرجة الأساسية على دالة الكثافة الاحتمالية $g(t)$ ودالة الكثافة التراكمية التجميعية $G(x)$ لتوليد عائلات توزيعات ففي عام 2021 تم اقتراح خارطة التحويل (Transmuted lower record type) من قبل الباحثين (Balakrishnan and He) استنادا الى فكرة خارطة تحويل الرتب التربيعية والتكعيبية وقد وجد ان هذا النظام الجديد يزيد من مرونة النماذج المحولة وهو قادر على تحليل البيانات الأكثر تعقيداً، على سبيل المثال البيانات المعقدة ذات معدلات الخطر. [35]

لنفرض أنّ (x) يمثل المتغير العشوائي ويسمى المحول (Transformer) والتي يحول المتغير عشوائي آخر هو (X) والتي يسمى المتحول (Transformed) فيولد دالة الكثافة التجميعية جديدة (C.d.f) وبذلك تسمى منهجية (Transmuted lower record type) إذ توفر هذه المنهجية بناء التوزيعات باستعمال وعليه تكون الدالة التراكمية على النحو الآتي:

$$F(x) = V(x)[1 - \log(V(x))]; 0 \leq p \leq 1 \dots (26 - 2)$$

وباشتقاق الصيغة آنفاً نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) كالتالي:

$$f(x) = V(x) \left[1 - p \left(1 + \text{Log}(V(x)) \right) \right]; 0 \leq p \leq 1 \dots (27 - 2)$$

- وان التوزيع الناتج يطلق عليه اسم التوزيع المحول (Transmuted lower record type) وان التوزيع الاساس قبل التحويل هو حالة خاصة من التوزيع المحول عندما $P=0$ ، أذ ان p تمثل معلمة التحويل وتكون محصورة بين (0-1).
- باستعمال هذا التحويل تم اشتقاق العديد من التوزيعات الى جانب ذلك فأن هنالك العديد من الدراسات والتعديلات على خارطة تحويل الرتب (Transmuted lower record type) والتي هي في الحقيقة عبارة عن حالات خاصة يمكن التوصل اليها من خارطة تحويل (Transmuted lower record type) الاساسية ونذكر منها:
1- قاعدة تحويل (Record-Based Transmuted Distributions) عام والتي تكون بالصيغة التالية:

$$F(x) = G(x) + p \left(G(x) \right) p \text{Log} \left(G(x) \right); 0 \leq p \leq 1 \dots (28 - 2)$$

إذ وان دالة الكثافة الاحتمالية تكون بالشكل الأتي: [37]

$$f(x) = g(x)$$

2-3-3-1 بناء قاعدة Transmuted lower record based type

لتكن x_{u2}, x_{u1} متغيرات مستقلة موزعة بشكل متطابق عشوائيا (i.i.d) (Identical Independent Disstribution) بأذ أن :

$$x_{u1} = \max(x_{u2}, x_{u1}) ، x_{u2} = \min(x_{u2}, x_{u1})$$

وإن :

$$Y \stackrel{d}{=} x_{u1} ، \text{بإحتمال} = \pi 1$$

$$Y \stackrel{d}{=} x_{u2} ، \text{بإحتمال} = \pi 2$$

أذ ان $0 \leq p \leq 1$ ، وبذلك فان دالة التوزيع التراكمي المتغير Y تعطى بالشكل التالي:

$$F_Y(x) = \pi 1 P(\max(X_1, X_2) \leq x) + \pi 2 P(\min(X_1, X_2) \leq x) \dots (30 - 2)$$

$$P(R_n > r) = \sum_{k=0}^n \frac{[-\log(1 - G(x))]^k}{k!} [1 - G(x)], n = 0, 1, \dots, n \dots (31 - 2)$$

$$F_Y(x) = \pi_1 P(\max(X_1, X_2) \leq x) + \pi_2 P(\min(X_1, X_2) \leq x)$$

$$\pi_1 \sum_{k=0}^1 \frac{[-\log(1 - G(x))]^k}{k!} [1 - G(x)] + \pi_2 \sum_{k=0}^2 \frac{[-\log(1 - G(x))]^k}{k!} [1 - G(x)]$$

$$\pi_1 \sum_{k=0}^0 \frac{[-\log(1 - G(x))]^0}{0!} [1 - G(x)] + \pi_2 \sum_{k=0}^1 \frac{[-\log(1 - G(x))]^k}{k!} [1 - G(x)]$$

$$P(R_n < r) = 1 - \sum_{k=0}^n \frac{[-\log(1 - G(x))]^k}{k!} [1 - G(x)]$$

$$1 - (1 - G(x)) + 1 - \sum_{k=0}^1 \frac{[-\log(1 - G(x))]^k}{k!} [1 - G(x)]$$

$$(1 - 1 + G(x))\pi_1 + \pi_2 \left(1 - \sum_{k=0}^1 \frac{[-\log(1 - G(x))]^k}{k!} [1 - G(x)] \right)$$

$$\pi_1 G(x) + \pi_1 \left(1 - \sum_{k=0}^1 \frac{[-\log(1 - G(x))]^k}{k!} [1 - G(x)] \right)$$

$$\pi_1 G(x) + \pi_2 (G(x) + (1 - G(x)) \log[1 - G(x)])$$

$$F_{min}(x) = G(x)$$

$$F_{max}(x) = (1 - G(x)) \log$$

$$\pi_1 = 1 - p$$

$$\pi_2 = p$$

وبالتعويض المقادير انفا بمايساويها في المعادلة السابقة نستنتج ان دالة الكثافة التراكمية التجميعية

بالشكل الآتي: [36]

$$F(x, p) = (1 - p)G(x) + p(G(x) + (1 - G(x)) \log[1 - G(x)]); 0 \leq p \leq 1$$

$$F(x, p) = G(x) - pG(x) + p(G(x) + (1 - G(x)) \log[1 - G(x)])$$

$$F(x, p) = G(x) - pG(x) + pG(x) + p(1 - G(x))\log[1 - G(x)]$$

$$F(x, p) = G(x) + p(1 - G(x))\log[1 - G(x)] \dots (32 - 2)$$

وبشتقاق الدالة انفا نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية

$$f(x, p) = g(x)$$

وتكن x_{u2}, x_{u1} متغيرات مستقلة موزعة بشكل متطابق عشوائيا (i. i. d) Identical

(Independent Disstribution) أذ أن :

وإن :

$$Y \stackrel{d}{=} x_{u1}, U > P$$

$$Y \stackrel{d}{=} x_{u2}, U < P$$

U متغير يتبع التوزيع المنتظم القياسي و ان $0 \leq p \leq 1$ ، وبذلك فان دالة التوزيع التراكمي المتغير Y تعطى بالشكل التالي:

$$F_Y(x) = (1 - P)P((x_{u1}) \leq x) + PP((x_{u2}) \leq x)$$

$$P(\max(x_{L1}) \leq x) = \sum_{k=0}^1 \frac{[-\log(G(x))]^k}{k!} [G(x)]$$

$$F_Y(x) = (1 - P)P((x_{L1}) \leq x) + PP((x_{L2}) \leq x) \dots (34 - 2)$$

$$\sum_{k=0}^1 \frac{[-\log(G(x))]^k}{k!} [G(x)] + \sum_{k=0}^1 \frac{[-\log(G(x))]^k}{k!} [G(x)]$$

$$(1 - p)G(x) + p(G(x) - G(x)\log[G(x)])$$

$$G(x)((1 - p) + p - p\log[G(x)])$$

$$F_Y(x) = G(x)(1 - p\log[G(x)]) \dots (35 - 2)$$

فإن التوزيع الناتج من القاعد المذكوره انفا يدعى (Transmuted lower record type) وباشتقاق الصيغة انفا لدالة الكثافة التراكمية للتوزيع المقترح للحصول علي دالة الكثافة الاحتمالية كما موضحة في المعادلة التالية : [35]

$$f(x) = g(x)(1 - p(1 + \log[G(x)])) \dots (36 - 2)$$

2-4 توزيع معكوس ويبل المعمم generalized Inverse Weibull

تم تقديم توزيع (generalized Inverse Weibull) من قبل الباحثين (1999) (Jiang et al). وأصبح يستعمل بشكل متزايد في سياقات تحليل بيانات مدى الحياة والمعولية من أجل تقليل احتمالية الفشل، يعد توزيع (generalized Inverse Weibull I) من التوزيعات الإحصائية المستعملة بشكل واسع في نمذجة بيانات الحياة ودالة البقاء، وان اكتشاف هذا التوزيع ساهم في تطور الإحصاء، لأهميته في العلوم الطبية والهندسية ، ونمذجة بيانات الوقت، ويعد احد نماذج الفشل وان توزيع (generalized Inverse Weibull) له العديد من الاستعمالات في الحقول المختلفة منها في دراسات البقاء، وكذلك في الدراسات السكانية المتمثلة بتوقعات الحياة في جداول الحياة، وكذلك في موضوع الرقابة على الجودة وان هذا التوزيع قابل للتطبيق في العديد من الظواهر الطبيعية كما ويمكن استعماله لنمذجة العديد من العمليات العشوائية لذلك اكتسب إهتماما خاصاً في السنوات الاخيرة. [17]

وان دالة التوزيع التراكمي (cdf) لتوزيع (generalized Inverse Weibull) ذي المعلمتين (α, β) لها الصيغة التالية:

$$G(x; \alpha, \beta, \gamma) = e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \quad x \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0 \dots (37 - 2)$$

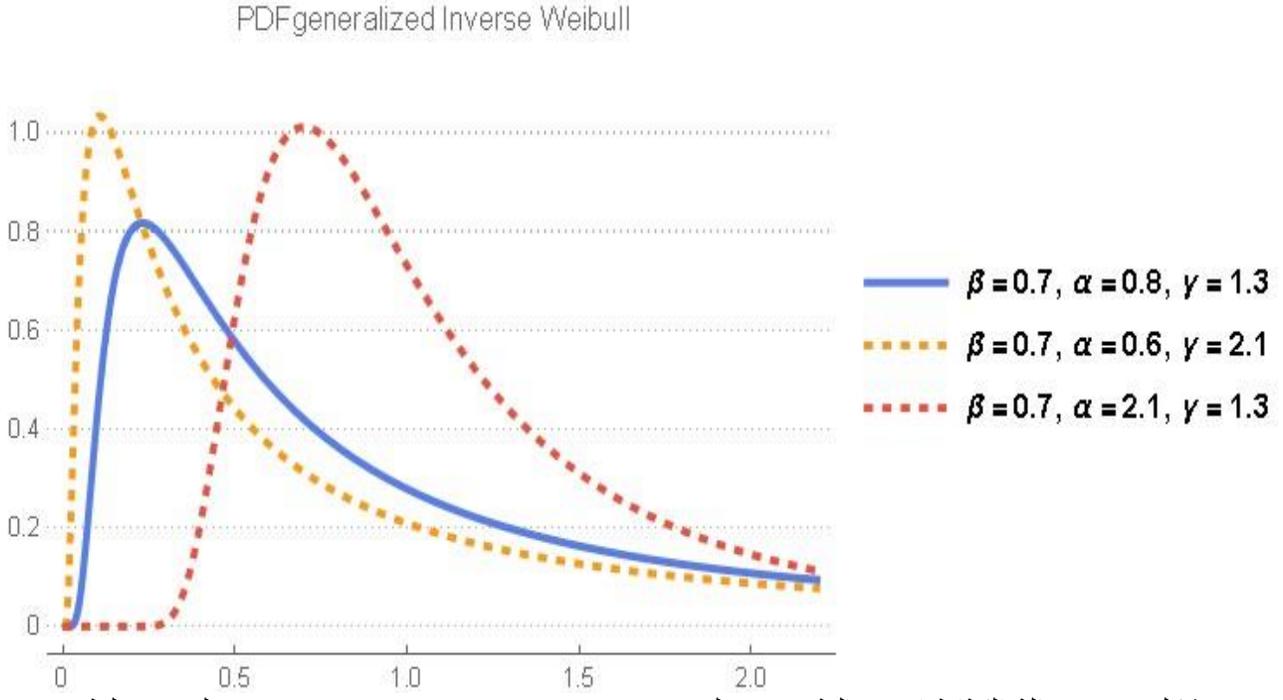
إذ أن α و β معلمتي الشكل للتوزيع.

γ معلمة القياس للتوزيع.

وان ودالة الكثافة الاحتمالية (pdf) تأخذ الشكل :

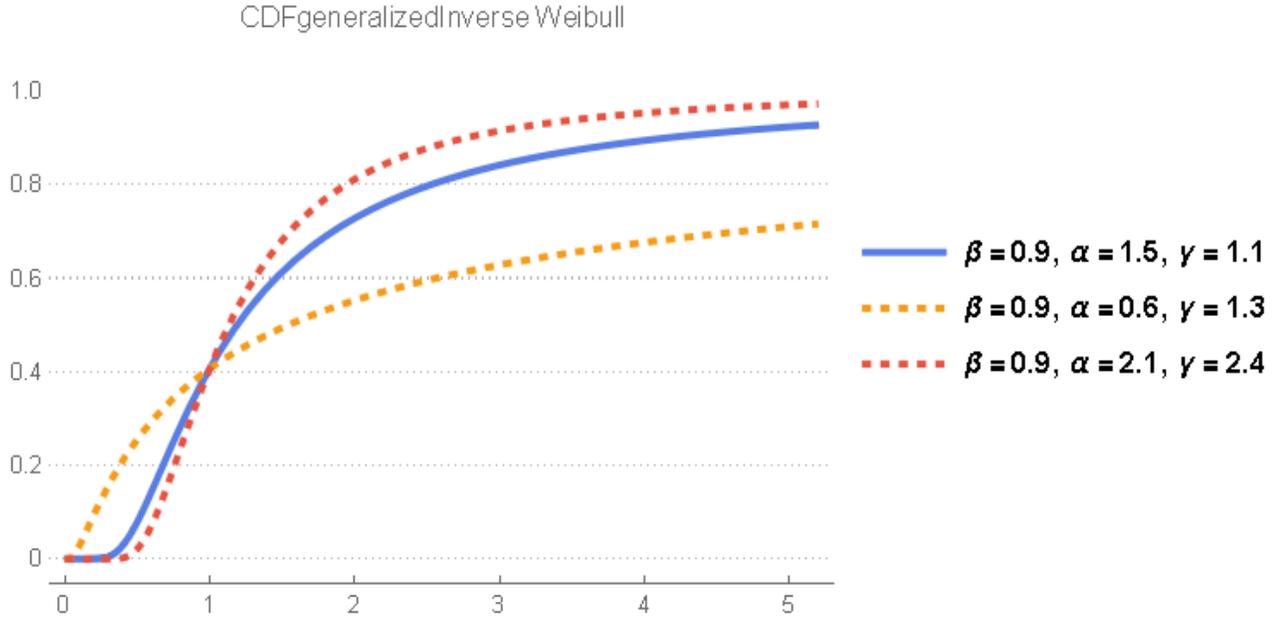
$$g(x; \alpha, \beta, \gamma) = \gamma \beta \alpha^\beta x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \quad x \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0 \dots (38 - 2)$$

وفيما يأتي رسم دالتي (pdf) و لتوزيع generalizedInverseWeibull ولقيم معاملات مختلفة:



شكل (2-4) دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) لتوزيع generalizedInverseWeibull ولقيم مختلفة لمعاملات الشكل والقياس .

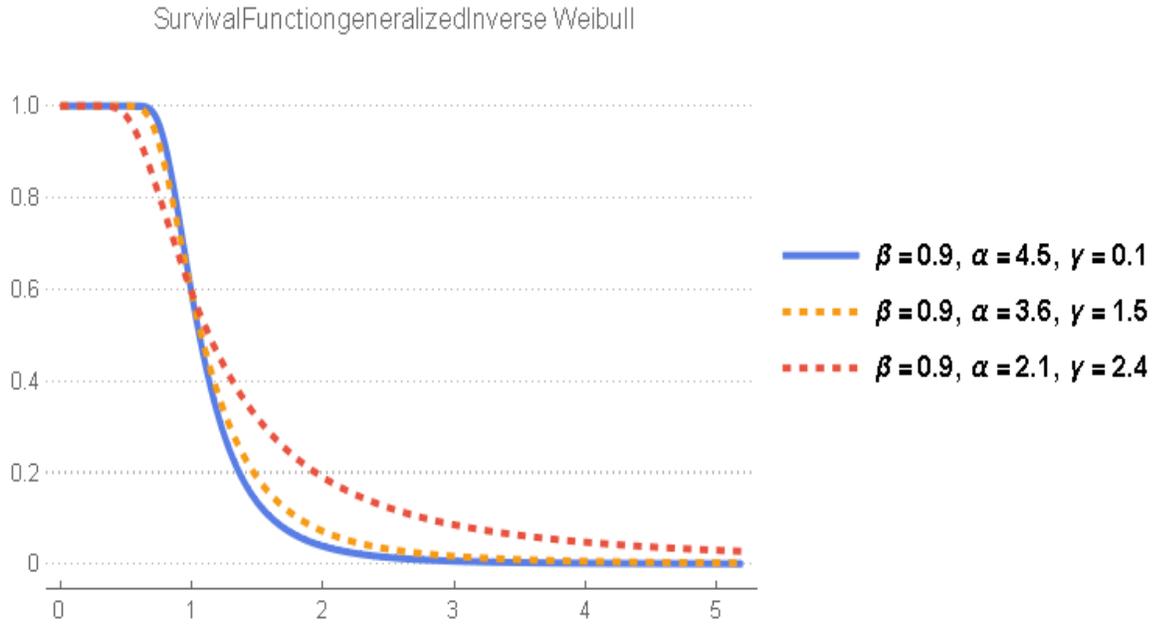
وان ودالة التراكمية لتوزيع generalizedInverseWeibull (cdf) تأخذ الشكل :



شكل (2-5) دالة التوزيع التراكمي (*cdf*) لتوزيع **generalized Inverse Weibull** ولقيم مختلفة للمعاملات.

$$S(x; \alpha, \beta, \gamma) = 1 - e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \quad x \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0 \dots (39 - 2)$$

وفيما يأتي رسم دالة البقاء لتوزيع **generalizedInverseWeibull** ولقيم معاملات مختلفة:



شكل (2-6) دالة البقاء لتوزيع **generalized Inverse Weibull** ولقيم مختلفة لمعلمتي الشكل.

والجدول الآتي يبين أبرز خصائص توزيع generalized Inverse Weibull
جدول (1-2) يبين أبرز خصائص توزيع generalized Inverse Weibull

دالة البقاء	$1 - e^{-\gamma\left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta}$
دالة المخاطرة	$\frac{\gamma\beta\alpha^\beta x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma\left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta}}{1 - e^{-\gamma\left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta}}$
الدالة العكسية	$x = \alpha \left(\frac{-\log[u]}{\gamma} \right)^{-1/\beta}$
العزم الرائي	$\gamma^{\frac{k}{\beta}} \alpha^r \Gamma(1 - r\beta^{-1})$
الدالة المولدة للعزوم	$\sum_{k=0}^n \frac{z^k}{k!} \gamma \left(\frac{r}{\beta} \right) \alpha^r \Gamma(1 - r\beta^{-1})$

2-5 توزيع generalized Inverse Weibull lower record type

Transmuted

بتعويض دالة التوزيع التراكمي (c.d.f) لتوزيع generalized Inverse Weibull الواردة في الصيغة (2 - 37) في دالة التحويل Transmuted lower record type الواردة في الصيغة (2 - 35) نحصل على:

$$F(x, \beta, \alpha, \gamma) = e^{-\gamma\left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 + p\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \right) \dots (40 - 2)$$

بتعويض دالة التوزيع التراكمي (p.d.f) لتوزيع generalized Inverse Weibull الواردة في الصيغة (2 - 38) والدالة الاحتمالية في الصيغة (2 - 39) في دالة التحويل Transmuted lower record type الواردة في الصيغة (2 - 36) نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) لتوزيع المحول وكما يأتي :

$$f(x, \gamma, \beta, \alpha) = \gamma\beta\alpha^\beta x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma\left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta}$$

$$\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0, 0 < p < 1$$

ولإثبات دالة التوزيع المذكورة آنفاً أنها دالة توزيع احتمالي (pdf) يجب اثبات:

$$\int_0^\infty f(x, \gamma, \beta, \alpha) dx = 1$$

$$\int_0^{\infty} f(x, \gamma, \beta, \alpha) dx = \int_0^{\infty} \gamma \beta \alpha^{\beta} x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta}} \left(1 - p \left(1 - \gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta}\right)\right) dx$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \gamma \beta \alpha^{\beta} x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta}} . dx \\ - \int_0^{\infty} p \gamma \beta \alpha^{\beta} x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} \left(\frac{\alpha}{x}\right) . dx \\ + \int_0^{\infty} \gamma \beta \alpha^{\beta} x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta}} p \gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta} . dx \end{array} \right\}$$

لتكن $u = \frac{\alpha}{x}$ ومنها نجد $x = \frac{\alpha}{u}$ وبذلك فان $dx = \frac{-\alpha}{u^2} du$ علماً بأن حدود الدالة تتغير وكما يأتي

$$x = 0 \Rightarrow u = \infty$$

$$x = \infty \Rightarrow u = 0$$

وبالتعويض في معادلة (2 - 29) نحصل على :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\gamma \beta \alpha^{\beta} \int_{\infty}^0 \left(\frac{\alpha}{u}\right)^{-(\beta+1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} \frac{\alpha}{u^2} du \\ -\gamma \beta \alpha^{\beta} p \int_{\infty}^0 \left(\frac{\alpha}{u}\right)^{-(\beta+1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} \left(\frac{-\alpha}{u^2}\right) du + \gamma^2 \beta \alpha^{\beta} p \int_{\infty}^0 \left(\frac{\alpha}{u}\right)^{-(\beta+1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} (u)^{\beta} - \frac{\alpha}{u^2} du \end{array} \right\}$$

وبعد تغير الاشارة الحدود وعكس حدود التكامل اي تطبيق القاعده :

$$\int_0^{\infty} u . du = - \int_{\infty}^0 u . du$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \beta \alpha^{\beta} \int_0^{\infty} \left(\frac{\alpha}{u}\right)^{-(\beta+1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} \frac{\alpha}{u^2} du \\ -p \gamma \beta \alpha^{\beta} p \int_0^{\infty} \left(\frac{\alpha}{u}\right)^{-(\beta+1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} \left(\frac{\alpha}{u^2}\right) du \\ + \gamma^2 \beta \alpha^{\beta} p \int_0^{\infty} \left(\frac{\alpha}{u}\right)^{-(\beta+1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} (u)^{\beta} \frac{\alpha}{u^2} du \end{array} \right\}$$

وبعد اجراء التبسيط للمعادلة انفا نحصل على :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma \beta \int_0^{\infty} u^{(\beta-1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} du \\ -\gamma \beta p \int_0^{\infty} u^{(\beta-1)} e^{-\gamma (u)^{\beta}} du \\ + \gamma^2 \beta p \int_0^{\infty} u^{2\beta-1} e^{-\gamma (u)^{\beta}} du \end{array} \right\}$$

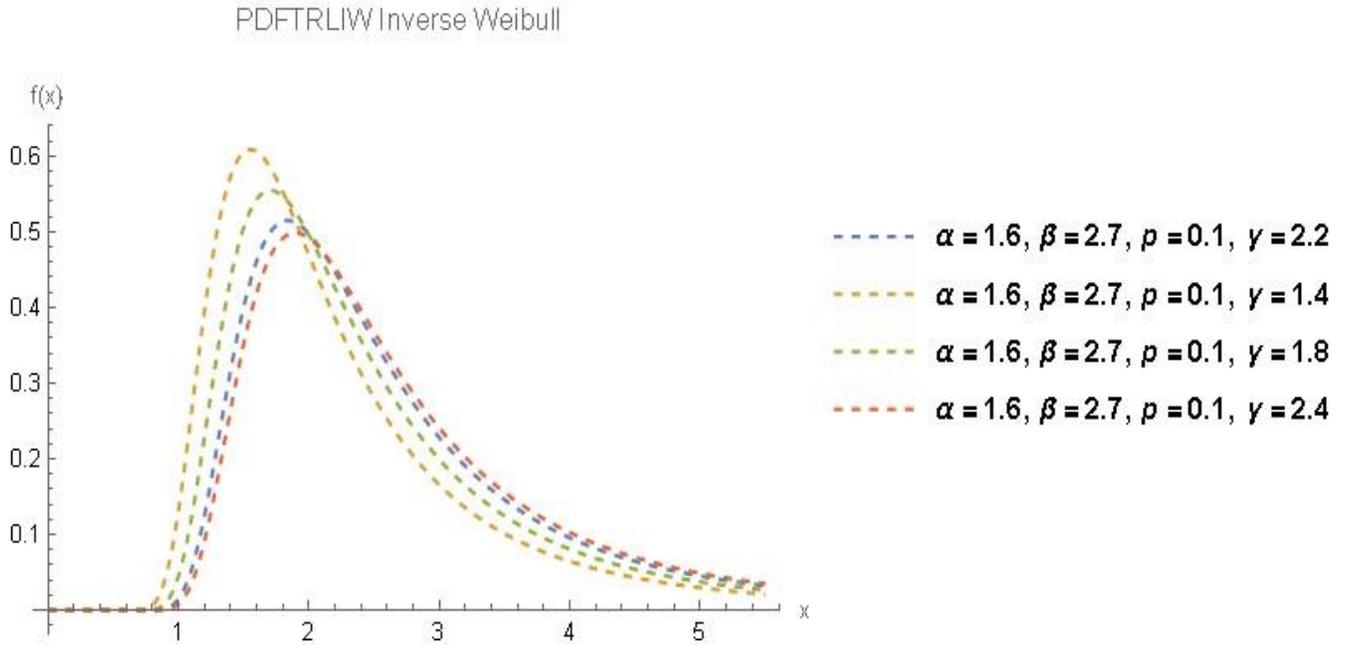
وباجراء التكامل نحصل على:

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma\beta \left(\frac{1}{\gamma\beta}\right) \\ -p\gamma\beta \left(\frac{1}{\gamma\beta}\right) \\ +\gamma^2\beta p \left(\frac{1}{\gamma^2\beta}\right) \end{array} \right\}$$

بالتعويض نحصل على:

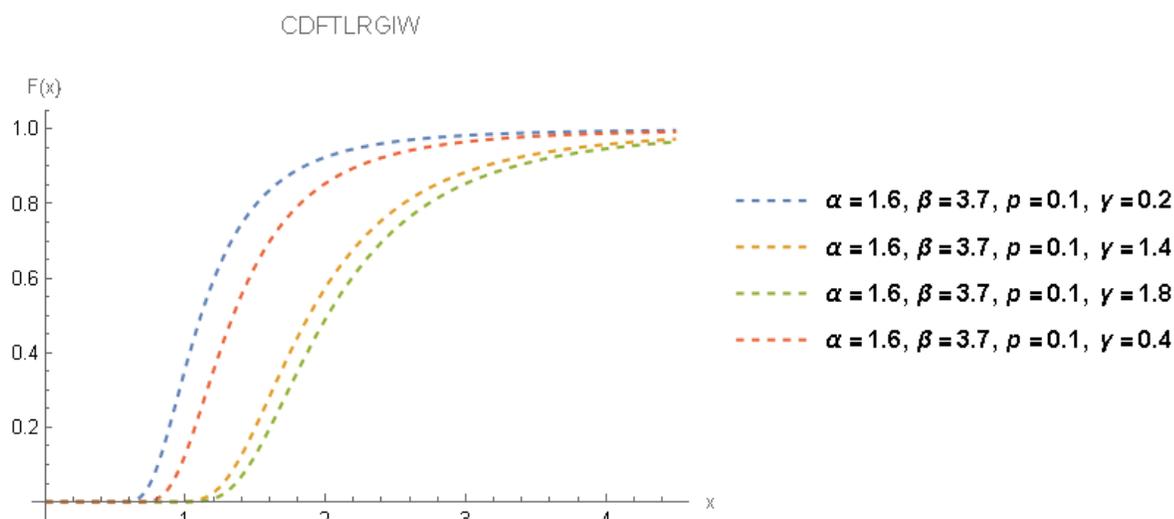
$$1 - p + p = 1$$

إذاً الدالة تمثل دالة كثافة احتمالية (pdf).



وفيما يأتي شكل دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع TRLGIW ولقيم معاملات مختلفة.

شكل (7-2) دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع TRLGIW لقيم معاملات مختلفة



شكل (8-2) دالة التوزيع التراكمي لتوزيع TLRGIW لقيم معاملات مختلفة .

2-5-1 دالة البقاء لتوزيع TLRGIW :

تقيس دالة البقاء أو دالة البقاء على قيد الحياة معدل الوفيات أو الفشل في النظام. وبعبارة أخرى، تقيس فيما اذا كان هذا النظام سيعمل بعد وقت محدد استنادا إلى توزيع معين. ويتم تعريف دالة البقاء على قيد الحياة او دالة البقاء لتوزيع TLRGIW استنادا الى المعادلة (2 - 7) كما يأتي:

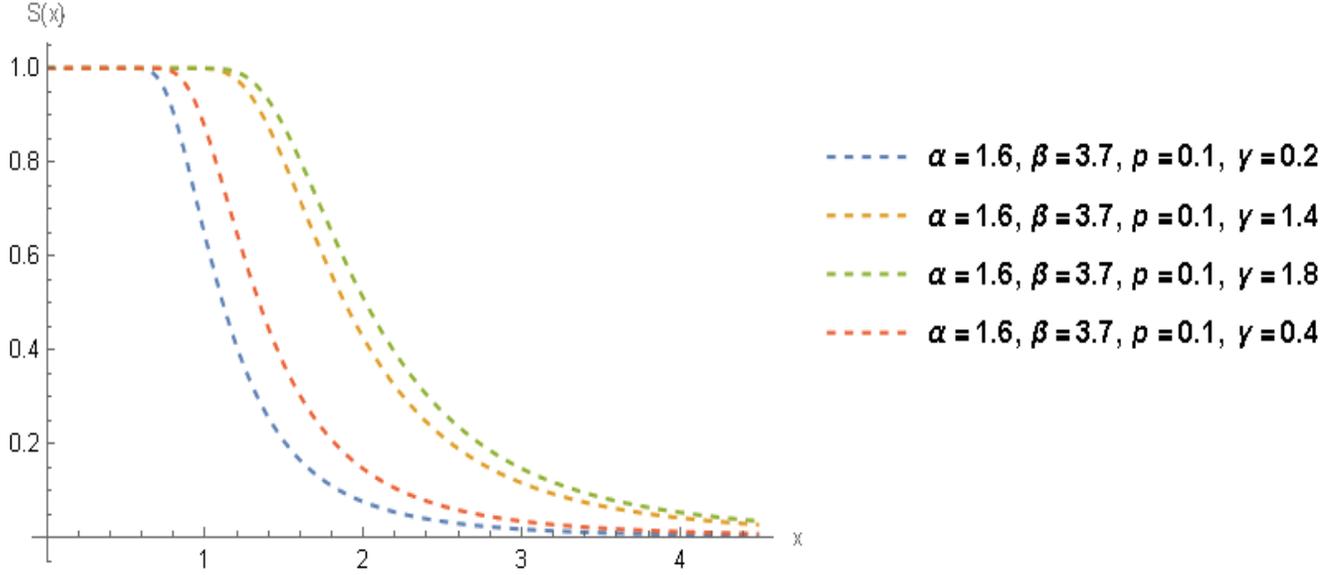
[15]

$$S(x, \beta, \alpha, \gamma) = 1 - F(x, \beta, \alpha, \gamma)$$

$$S(x, \beta, \alpha, \gamma) = 1 - e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 + p\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta\right) \dots (42 - 2)$$

ويكون شكل دالة البقاء على قيد الحياة أو البقاء لتوزيع TLRGIW على النحو التالي:

SurvivalFunctionTLRGIW



شكل (9-2) دالة البقاء لتوزيع TLRGIW لقيم معاملات مختلفة .

ويكون شكل دالة البقاء على قيد الحياة لتوزيع TLRGIW في تناقص، وتسمى دالة البقاء على قيد الحياة أيضاً كدالة توزيع تراكمية.

2-2-5 دالة المخاطرة لتوزيع TLRGIW :

دالة المخاطرة أو معدل الفشل عادة ما يعتمد على الوقت، فإنه يقيس تردد فشل المكون في وقت محدد، ويتم تعريف دالة المخاطرة كما يأتي:

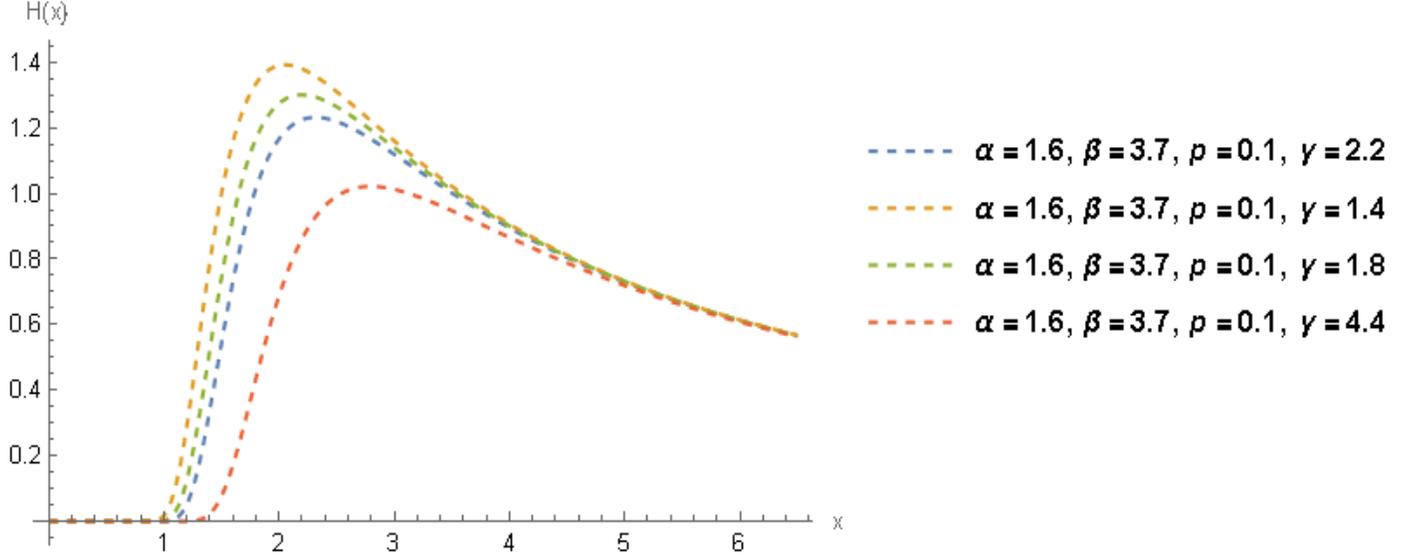
$$h(x, \beta, \alpha, \gamma) = \frac{f(x, \beta, \alpha, \gamma)}{S(x, \beta, \alpha, \gamma)}$$

ويتم تعريف دالة المخاطرة لتوزيع TLRGIW بالشكل التالي:

$$h(x, \beta, \alpha, \gamma) = \gamma \beta \alpha^\beta x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta}$$

ويكون شكل دالة المخاطرة لتوزيع TLRGIW على النحو التالي:

HazardFunctionTLRGIW



شكل (2-10) دالة المخاطرة لتوزيع TLRGIW لقيم معلمات مختلفة.

وتزداد دالة المخاطرة في توزيع الـ TLRGIW في المرحلة الأولية ثم تتناقص ثم تأخذ بالتزايد لتشكل دالة مخاطرة وبذلك يمكنها أن تحتوي البيانات ذات المخاطرة ثنائية النسق.

3-5-2 الدالة الكمية لتوزيع : TLRGIW

يتم تعريف الدالة الكمية (العكسية) لتوزيع TLRGIW حسب الصيغة التالية:

$$q = \left\{ \left(e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 + p\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \right) \right)^{-1} \right\}$$

$$x = \alpha \left(\frac{-1 - p \text{ProductLog} \left[\frac{-e^{-1/pq}}{p} \right]}{p\gamma} \right)^{\frac{-1}{\beta}} \dots (44 - 2)$$

2-5-4 الخصائص الهيكلية لتوزيع TLRGIW

لما كانت دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع معكوس ويبل المعمم تكتب بالشكل:

$$g(x; \gamma, \beta, \alpha) = \gamma \beta \alpha^\beta x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta}$$

وبإعادة كتابة دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع TLRGIW بالشكل التالي:

$$f(x, \gamma, \beta, \alpha, p) = \gamma \beta \alpha^\beta x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta}$$

وبذلك فان:

$$f(x, \gamma, \beta, \alpha, p) =$$

المعادلة (2 - 45) تبين أن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع TLRGIW هو عبارة عن خليط خطي من ثلاث دوال كثافة احتمالية لتوزيع GIW. لذلك يمكن تحديد العديد من الخصائص الهيكلية لتوزيع TLRGIW من تلك الخصائص لتوزيع GIW.

2-5-1-4 العزوم اللامركزية (Non-central Moments)

بما إن: [16]

$$\mu_r = E(x^r) = \int_0^\infty x^r f(x) dx \dots (46 - 2)$$

$$\int_0^\infty \gamma \beta \alpha^\beta x^{-\beta-1+r} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 - p \left(1 - \gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta\right)\right) dx$$

لتكن $u = \frac{\alpha}{x}$ ومنها نجد $x = \frac{\alpha}{u}$ وبذلك فان $dx = \frac{-\alpha}{u^2} du$ علماً بأن حدود الدالة تتغير وكما يأتي

$$x = 0 \Rightarrow u = \infty$$

$$x = \infty \Rightarrow u = 0$$

وبتغيير حدود التكامل مع تغيير اشارة الحدود

وبعد اجراء التبسيطات

$$\mu_r = E(x^r) =$$

والمعادلة (2 - 50) تمثل الصيغة العامة لإيجاد العزم r .

إذا كانت $r = 1$ فان:

$$\mu_1 =$$

والتي يمثل الوسط الحسابي لتوزيع TLRGIW.

وإذا كانت $r = 2$ فان:

$$\mu_2 =$$

وإذا كانت $r = 3$ فان

$$\mu_3 =$$

وإذا كانت $r = 4$ فان

$$\mu_4 =$$

ولإيجاد تباين توزيع TLRGIW

$$V(x) = E(x^2) -$$

$$V(x) =$$

2-4-5-2 العزوم المركزية (Central Moments): [31]

$$\mu_k = \int_0^{\infty} f(x)(x - \mu)^r dx \dots (52 - 2)$$

$$\int_0^{\infty} (x - \mu)^r \gamma \beta \alpha^\beta x^{-\beta-1} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 - p \left(1 - \gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta\right)\right) dx$$

باستعمال قاعدة مفكوك نيوتن: $(x - y)^k = \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} y^j (-\mu)^{k-j}$

لتكن $u = \frac{\alpha}{x}$ ومنها نجد $x = \frac{\alpha}{u}$ وبذلك فإن $dx = \frac{-\alpha}{u^2} du$ علماً بأن حدود الدالة تتغير وكما يأتي :

$$x = 0 \Rightarrow u = \infty$$

$$x = \infty \Rightarrow u = 0$$

وبتغير حدود التكامل مع تغير اشارة الحدود

وبعد اجراء التبسيطات

فإن:

$$(x - \mu)^r =$$

' Where r=2

$$(x - \mu)^r =$$

وعليه تكون صيغة التباين للتوزيع المقترح بالصيغة التالية:

$$\sigma^2 =$$

اما صيغة تكون للتوزيع المقترح بالصيغة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\quad}$$

Where r= 3

$$(x - \mu)^3 =$$

Where r=4

$$(x - \mu)^4 =$$

(Median) الوسيط 43--2-5

والتي يعتبر احد مقاييس النزعة المركزية والتي يتمثل بالقيمة العددية الوسطى عند ترتيب البيانات تصاعدياً او تنازلياً، والتي يعبر عنه بالصيغة الرياضية التالية:

$$0.5 P(X \leq x) = F(x) =$$

بالتعويض عن قيمة $F(x)$ من المعادلة (2 - 40)

$$F(x, \beta, \alpha, \gamma) = e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 + p\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta\right)$$

$$e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 + p\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta\right) = 0.5$$

$$e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 + p\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta\right) - 0.5 = \text{zero}$$

$$x = \alpha \left(\frac{1 - p \text{ProductLog} \left[\frac{-e^{-1/p}(0.5 + u)}{p} \right]}{p\gamma} \right)^{\frac{-1}{\beta}} \dots (55 - 2)$$

Skewness 2-4-5-4

مؤشر لقياس درجة واتجاه لا تماثل دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي، ومن الجدير بالذكر بأن توزيع TLGIW هو توزيع ملتوي نحو اليمين أي ان قيمة معامل التواء التوزيع دائماً ما تكون موجبة. ويتم الحصول على معامل التواء التوزيع حسب الصيغة الرياضية التالية: [18]

$$S.K = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{\frac{3}{2}}}$$

أذ ان μ_2, μ_3 تمثل العزوم المركزية للتوزيع.

Kurtosis 2-4-5-5

هو مؤشر لقياس درجة تحدب أو تقوس دالة التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي ويتم ايجاد معامل تفرطح التوزيع حسب الصيغة التالية: [7] [13]

$$K.u = \frac{\mu_4}{m_2^2} - 3$$

أذ ان μ_2, μ_4 تمثل العزوم المركزية للتوزيع.

2-6 طرائق التقدير Estimation Methods

تعرف عملية التقدير على انها عملية ايجاد مقدر للمعالم المجهولة للمجتمع عن طريق معلومات العينة المتوفرة، إذ ان معظم الظواهر ليس بالإمكان دراستها شاملة، ولكن هناك امكانية لدراسة سلوك الظاهرة وفق توزيع احتمالي معين، إذ يحتوي التوزيع على معلومات مجهولة بحاجة الى تقديرها بإحدى طرائق التقدير المعروفة لكي تتمكن من التعرف على خصائص الظاهرة عن طريق التوزيع الاحتمالي.

2-6-1 طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method)

تعد طريقة الامكان الاعظم من أهم الطرائق المستعملة في عملية التقدير والاكثر شيوعاً واستعمالاً، كونها تتميز بعدة خصائص منها: [25] [13]

- 1- الكفاية (Sufficient)
- 2- أقل تباين (Minimum Variance)
- 3- الثبات (Invariance)
- 4- عدم التحيز (Unbiased) بازدياد حجم العينة.
- 5- الاتساق (consistency)
- 6- الكفاءة (Efficiency)

فضلاً عن أنها تكون أكثر دقة بازدياد حجم العينة، وتقوم هذه الطريقة على مبدأ ايجاد مقدرات للمعلومات عن طريق جعل دالة الامكان في نهايتها العظمى ويرمز لهل بالرمز (l) .

إذا كان للمتغير العشوائي (X) دالة كثافة احتمالية لتوزيع TLRLGIW فان دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية المستقلة X_1, X_2, \dots, X_n تكون كالتالي:

$$Lf(x, \gamma, \beta, \alpha) = \prod_{i=1}^n f(x, \gamma, \beta, \alpha) \dots (582 - 2)$$

$$f(x, \gamma, \beta, \alpha) = \gamma \beta \alpha^\beta x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta}$$

$$lf = \prod_{i=1}^n \gamma \beta \alpha^\beta x^{-(\beta+1)} e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 - p \left(1 - \gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta\right)\right) \dots (59 - 2)$$

$$(\gamma\beta\alpha^\beta)^n \sum_{l=1}^n xi^{-(\beta+1)} e^{-\gamma\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta} \left(1 - p \left(1 - \gamma \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta\right)\right)$$

وبأخذ اللوغاريتم للطرفين ينتج:

$$Loglf(x, \gamma, \beta, \alpha, p) = \left\{ \begin{array}{l} nLog[\gamma] + nLog[\beta] + n\beta log[\alpha] - (\beta + 1) \sum_{l=1}^n log[xi] \\ - \sum_{l=1}^n \gamma \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta + \sum_{l=1}^n log \left(1 - p \left(1 - \gamma \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta\right)\right) \end{array} \right\} (54 - 2)$$

وباشتقاق الدالة أنفأ لجميع معلمات التوزيع $(\gamma, \beta, \alpha, p)$ على الترتيب ومساواتها للصفر:

$$\frac{\partial Logl}{\partial \alpha} = \sum_{l=1}^n \frac{\beta}{\alpha} - \frac{\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^{-1+\beta} \beta \gamma}{xi} + \sum_{l=1}^n \frac{p \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^{-1+\beta} \beta \gamma}{xi \left(1 - p + p \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma\right)} = 0 \dots (60 - 2)$$

$$\frac{\partial Logl}{\partial \beta} = \sum_{l=1}^n \frac{1}{\beta} - log[xi] + log[\alpha] - \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma Log \left[\frac{\alpha}{xi}\right] + \frac{p \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma Log \left[\frac{\alpha}{xi}\right]}{1 - p + p \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} = 0. (61 - 2)$$

$$\frac{\partial Logl}{\partial \gamma} = \sum_{l=1}^n - \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta + \frac{1}{\gamma} + \frac{p \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta}{1 - p + p \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} = 0 \dots (62 - 2)$$

$$\frac{\partial Logl}{\partial p} = \sum_{l=1}^n \frac{\left(-1 + \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma\right)}{1 - p + p \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} = 0 \dots (63 - 2)$$

المعادلات (60 - 2)، (61 - 2)، (62 - 2)، (63 - 2) تمثل نظام معادلات لاخطية لايمكن حلها بالطرائق الاعتيادية الا باستعمال الطرائق العددية من اجل الحصول على مقدرات الامكان الاعظم $(\gamma_{mle}, \alpha_{mle}, \beta_{mle}, p_{mle})$ للمعلمات المجهولة γ, α, β, p

و بتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (42 - 2) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع

.TLRGIW

2-6-2 طريقة المربعات الصغرى (Least square Method)

تعد طريقة المربعات الصغرى من طرائق التقدير المهمة والواسعة الاستعمال لاسيما في حالة وجود مشاكل رياضية وهندسية، وهذه الطريقة تعتمد على وجود علاقة بين متغيرين او اكثر وهي من الطرائق التابعة للمدرسة الاعتيادية التي يتم فيها تقدير معاملات التوزيع، ويتم عن طريقها اختيار افضل توزيع مطابق للبيانات وتوقف على تحديد الخطأ العشوائي التي يرمز له بالرمز e_i اعتمادا على بيانات المشاهدة، والأسلوب النظري لها يتمثل في تصغير مجموع مربعات الخطأ عن طريق ايجاد مقدرات التوزيع التي يجعل دالة مجموع مربعات الخطأ أصغر ما يمكن ومن الجدير بالذكر ان المقدر اللامعلمي لدالة التوزيع التجمعي (cdf) لا يتم حسابها هنا باستعمال القيم الافتراضية للمعاملات ويتم تقديرها باستعمال الطرائق اللامعلمية، وفي هذه الرسالة تم استعمال الصيغة التالية لدالة التوزيع التجمعية: [30] [13]

$$\hat{F}(x_i) = \frac{i}{n+1} \dots (64 - 2)$$

إذ أن العدد الصحيح الموجب i يمثل مرتبة المشاهدة، وإن $\hat{F}(x_i)$ هو تقدير غير متحيز لدالة التوزيع التجمعي (cdf) أي إن:

$$E[\hat{F}(x_j)] = F(x_j) \dots (65 - 2)$$

وبتعويض دالة التوزيع التجمعية لتوزيع TLREGIW فإن دالة مجموع مربعات الخطأ تكون بالصيغة التالية :

$$Q = \sum_{i=1}^n \left[F(x_i) - \frac{i}{n+1} \right]^2$$

وبتعويض دالة التوزيع التراكمي TLREGIW من الصيغة (2-40) ينتج:

$$Q = \left\{ \sum_{i=1}^n \left[e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x_i}\right)^\beta} \left(1 + p\gamma \left(\frac{\alpha}{x_i}\right)^\beta \right) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \right\} \dots (66 - 2)$$

وبالاشتقاق الجزئي لدالة مجموع مربعات الخطأ Q بالنسبة الى المعالم α, β, p, γ نحصل على منظومة المعادلات التالية بعد مساواتها للصفر :-

$$\frac{dQ}{d\alpha} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{-i}{1+n} + e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \right) \left(\frac{e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{-1+\beta} \beta \gamma}{x} - \frac{e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^{-1+\beta} \beta \gamma \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right)}{xi} \right) \right] \right\} = 0 \dots (67 - 2)$$

$$\frac{dQ}{d\beta} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{-i}{1+n} + e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \right) \left(e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \text{Log} \left[\frac{\alpha}{x} \right] - e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \log \left[\frac{\alpha}{xi} \right] \right) \right] \right\} = 0 \dots (68 - 2)$$

$$\frac{dQ}{dp} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left[e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \left(\frac{-i}{1+n} + e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \right) \right] \right\} = 0 \dots (69 - 2)$$

$$\frac{dQ}{d\gamma} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left[e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \left(\frac{-i}{1+n} + e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \right) \right] \right\} = 0 \dots (70 - 2)$$

المعادلات (67 - 2)، (68 - 2)، (69 - 2)، (70 - 2) تمثل نظام معادلات لاخطية لايمكن حلها بالطرائق آلا ع ادية الا باستعمال الطرائق العددية من اجل الحصول على مقدرات الامكان الاعظم للمعلمات المجهولة $(\hat{\gamma}_{LS}, \hat{\alpha}_{LS}, \hat{\beta}_{LS}, \hat{p}_{LS})$

و بتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (2 - 42) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع

.TLRGIW

3-2-6 طريقة كرايمر فون مايسز (Method of Cramer-Von Mises)

قدم (Donald (1971)) دليلاً تجريبياً على أنّ المقدر المتحيز أصغر من الحد الأدنى للمقدرات الأخرى وذلك من خلال استعمال طريقة (CVME) وبالاعتماد على المقدرات الموجودة في الدالة التجميعية. ان سبب تفوق طريقه كرايمرفون مايسز في العينات الصغيرة الى انها تعتمد الطريقة بين التوزيع التراكمي للتوزيع النظري والتوزيع التراكمي للعينه وهذه المسافه تعتبر اقل تأثيرا بالتقلبات العشوائية في العينات الصغيرة مقارنة بالعينات الكبيرة وكذلك عندما تكون العينة صغيره قد تكون الاختلافات بين توزيع العينة والتوزيع النظري صغيره ودقيقه حيث تقوم هذه الطريقة بقياس التباينات على كامل نطاق البيانات مما يساعد في اكتشاف هذه الفروقات بدقه اكبر كذلك ان هذه الطريقة تقيس الفروقات بين التوزيعات التراكمية وليس قيم البيانات الفردية فقط هذا النهج التراكمي يقلل من تأثير

التقلبات العشوائية التي قد تكون شديده في العينات الصغيرة و تعد طريقة كريمر فون مايسز على مقدرات الحد الأدنى للمسافة اذ يمكننا الحصول على تقديرات المسافة الدنيا لطريقة *Cramer-Von Mises Minimum* وذلك بتقليل المسافة بين الدالة $c(\beta, p, \gamma, \alpha, x)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ويمكننا الحصول على المقدرات وذلك بالاشتقاق الجزئي $c(\beta, p, \gamma, \alpha, x)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ومساواتها للصفر وكالتالي: [27]

$$c(\gamma, \theta, \alpha, x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(\beta, p, \gamma, \alpha, x) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \dots (71-2)$$

اذ ان $F(\beta, p, \gamma, \alpha, x)$ تمثل الدالة التجميعية لتوزيع *TLRGIW* المحول وبتطبيق المعادلة (2-69) نحصل على:

$$c(\beta, p, \gamma, \alpha, x) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta} \left(1 + p \gamma \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \right) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \dots (72-2)$$

ولتصغير المسافة الدنيا يتم اشتقاق جزئي بالنسبة للصيغة السابقة ومساواتها للصفر وحسب ما يأتي:
الاشتقاق بالنسبة α للحصول على المقدر $\hat{\alpha}_{cvm}$ وكالتالي:

$$\frac{dc}{d\alpha} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{-1+2i}{2n} + e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta} \gamma \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \right) \left(\frac{e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta} \gamma p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^{-1+\beta} \beta \gamma}{x} - \frac{e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta} \gamma \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^{-1+\beta} \beta \gamma \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right)}{xi} \right) \right] \right\} = 0 \dots (73-2)$$

الاشتقاق بالنسبة θ للحصول على المقدر $\hat{\theta}_{cvm}$ وكالتالي:

$$\frac{dc}{d\beta} =$$

الاشتقاق بالنسبة γ للحصول على المقدر $\hat{\gamma}_{cvm}$ وكالتالي:

$$\frac{dc}{d\gamma} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{-1+2i}{2n} + e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta} \gamma \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \right) \left(e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta} \gamma p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta - e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta} \gamma \left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \right) \right] \right\} = 0 \dots (75-2)$$

$$\frac{dc}{dp} = \left\{ 2 \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{-1 + 2i}{2n} + e^{-\left(\frac{\alpha}{xi}\right)^\beta \gamma} \left(1 + p \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \gamma \right) \right) \right] \right\} = 0 \dots (76 - 2)$$

المعادلات (73 - 2)، (74 - 2)، (75 - 2)، (76 - 2) تمثل نظام معادلات لاخطية لايمكن حلها بالطرائق الاعتيادية الا باستعمال الطرائق العددية من اجل الحصول على مقدرات الامكان الاعظم للمعلمات المجهولة γ, α, β, p ($\hat{\gamma}_{cvm}, \hat{\alpha}_{cvm}, \hat{\beta}_{cvm}, \hat{p}_{cvm}$)

و بتعويض المقدرات في دالة البقاء من المعادلة (42 - 2) نحصل على مقدر دالة البقاء لتوزيع .TLRGIW

2-7-1 معايير اختيار افضل توزيع (Criteria for selection of the best distribution)

عملية اختيار افضل توزيع تعد عملية مهمة في عملية تحليل البيانات ولإثبات افضلية طريقة تقدير للتوزيع المقترح ومدى ملائمتها للبيانات الحقيقية تم استعمال ثلاثة من معايير المفاضلة وهي:

2-7-1-1 معيار معلومات اكاكي (AIC) (Akaike information criterion)

اقترح هذا المعيار من العالم الياباني (هيرو تسوغو اكاكي) عام 1973م ، وهو مقياس للجودة النسبية لعدد من النماذج المطبقة على عينة من البيانات وهو مستوحى من نظرية المعلومات ويساعد على اختيار الانموذج الافضل وفق مبدأ التقدير الاحصائي اي انه يفضل النماذج التي تحقق احسن توافق بين درج تعقيد الانموذج وقوته الحقيقية، وهو معيار نسبي يستعمل للمفاضلة بين توزيعين واكثر لمجموعة من البيانات ويتم حساب قيمة (AIC) لكل توزيع من التوزيعات التي يتم المقارنة بينهما على البيانات نفسها وان افضل توزيع هو التي يمتلك اقل قيمة لـ (AIC) وان صيغته الرياضية هي: [2] [5]

$$AIC = -2\log L(\hat{\theta}) + 2K \dots (77 - 2)$$

اذ ان:

θ : يمثل متجه معلمات الانموذج.

L: يمثل قيمة دالة الامكان الاعظم .

K : يمثل عدد معلمات التوزيع .

2-7-2 معيار معلومات اكاكي المصحح (AIC_c) (Akaike information) (correcte)

الصيغة العامة لهذا المعيار تعتمد بشكل اساس على الانموذج الاحصائي وان اختيار أفضل توزيع من مجموعة من التوزيعات يعتمد على قيمة هذا المعيار التي يكون صاحب اقل قيمة، وان صيغة معيار اكاكي المصحح هي: [1] [2]

$$AIC_c = AIC + \frac{2K(K+1)}{n-K-1} \dots (78 - 2) \text{ اذن ان:}$$

AIC : معيار اكاكي

K: عدد معلمات التوزيع

n : حجم العينة

2-7-3 معيار اكاكي البيزي (BIC) (InformatioCriterion)

هذا المعيار اقترح من العالم (Schwarz) عام 1978، اذ يكون التوزيع الافضل من بين مجموعة من التوزيعات التي يجعل قيمة المعيار (BIC) اقل ما يمكن وان صيغة هذا المعيار هي: [1] [2]

$$BIC = -2\log(L) + K\log(n) \dots (79 - 2)$$

2-8 متوسط مربعات الخطأ (MSE) (Mean squared error)

يستعمل المعيار الاحصائي (MSE) للمقارنة بين طرائق تقدير المعلمات ودالة البقاء للتوزيعات الاحتمالية والنماذج الإحصائية وذلك باعتماد اقل متوسط لمربعات للخطأ بين هذه الطرائق فتعتبر الطريقة التي تملك اقل متوسط مربع للخطأ هي أفضل طريقة للتقدير، وهو مجموع مربع انحرافات القيم المقدرة عن القيم الحقيقية، وصيغته الرياضية تعطى بالشكل التالي: [4] [8]

$$MSE(\gamma) = \sum_{i=1}^R (\theta_i - \theta)^2 \dots (80 - 2)$$

$$MSE(\hat{S}(x_t)) = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^R (\hat{S}(x_{t_j}) - S(x_{t_j}))^2 \dots (81 - 2)$$

إذ ان: γ تمثل القيم الافتراضية لمعاملات او لدالة البقاء للتوزيع المقترح.

ρ : تمثل القيم المقدرة لمعاملات او دالة البقاء للتوزيع المقترح.

$S(x_t)$: تمثل قيم دالة البقاء الحقيقية (التجريبية) للتوزيع المقترح .

$\hat{S}(x_t)$: تمثل قيم دالة البقاء (المقدرة) للتوزيع المقترح.

R: عدد تكرارات التجربة.

$i = 1, 2, \dots, m$; عدد قيم المتغير (x_t) في التجربة.

2-9 اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit)

لغرض معرفة أن البيانات الحقيقية تتبع التوزيع المدروس (TLRGIW) فقد تم استعمال اختبار **3** (حسن المطابقة Goodness of Fit) وحسب الفرضية الاحصائية التالية^[2,5]:

H_0 : The data have TLRGIW Distribution

H_1 : The data do not have TLRGIW Distribution

وقد تم توضيح نتائج اختبار فرضية حسن المطابقة الفرضية باستعمال الاختبارات التالية:

Chi – Squared -1

$$\chi^2 = \frac{(Di - Ei)^2}{(Ei)} \chi^2_{(k-1)} \dots (82 - 2)$$

وان خطوات احتساب احصاء اختبار حسن المطابقة χ^2_c كالتالي:

1. تبويب البيانات الى فئات وان Di تمثل التكرارات المشاهدة الحقيقية.

2. حساب احتمالات تكرارات المشاهدات الحقيقية P_i عن طريق دالة الكثافة التجميعية (C.D.F).
3. حساب التكرار المتوقع E_i لكل تكرار مشاهد D_i إذ أن $E_i = P_i \sum_{i=1}^n D_i$ وهي تمثل القيمة المتوقعة التي تم احتسابها من التوزيع النظري المستعمل .
4. احتساب احصاء الاختبار χ^2 عند درجة حرية $(K - 1)$ وذلك بأستعمال الدالة خوارزمية جاهزة في برنامج (Mathematica) ، وبخوارزمية كتبت في البرنامج والتي تم فيها تعريف دالة التوزيع التراكمية النظرية للتوزيع (cdf) ومقارنتها مع دالة التوزيع التراكمية المقدر للبيانات الحقيقية (cdf) إذ أن k تمثل عدد الفئات التي يتم طرحها من درجة الحرية .
5. يتم قبول فرضية العدم إذا كانت قيمة إحصاء الاختبار المحسوبة (χ_c^2) اقل من قيمة مربع كاي الجدولية (χ_{tabl}^2). [6] [7]

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

3-1 تمهيد (preamble):

يروم هذا الفصل استعراض الجانب التجريبي لغرض تنفيذ المفاهيم التي تم ذكرها في الجانب النظري فقد تضمن هذا الفصل إيضاح لمفاهيم المحاكاة وما هية المحاكاة وكذلك أسلوب توظيف محاكاة مونت-كارلو (Monte - Carlo) من أذ احجام المشاهدات المولدة وكذلك النماذج الافتراضية المطبقة و عرض نتائج تجارب المحاكاة التي تم الحصول عليها في الحصول مقدرات معلمات و دالة البقاء باستعمال طرائق التقدير التي تم ذكرها في الجانب النظري من هذه الرسالة ، اذ تضمن هذا الفصل وصفا دقيقا لتجارب المحاكاة من أذ توليد البيانات التي تتبع التوزيع المقترح، باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) للتوصل الى افضلية مقدرات المعلمات و دالة البقاء.

3-2 مفهوم المحاكاة Concept of simulation

إنّ هناك عمليات تكون معقدة الفهم ولاسيما في بعض المشكلات أو النظريات الإحصائية والهندسية والتي يكون تحليلها تحليلاً منطقياً بأستعمال البراهين الرياضية في غاية الصعوبة ما يؤدي الى ترجمة هذه النظريات الى مجتمعات حقيقية، ثم سحب عدد من العينات العشوائية منها للوصول الى الحلول المثلى لهذه المشكلات .

يمكن تعريف مفهوم المحاكاة على أنه عملية تمثيل أو تقليد للواقع الحقيقي وذلك بأستعمال أساليب وطرائق ونماذج معينة، وتوجد طرائق مختلفة للمحاكاة هي الطريقة التناظرية (Analog Procedure)، والطريقة المختلطة (Shed Procedure)، وطريقة مونت كارلو (Monte Carlo Procedure)، وقد تم اعتماد طريقة مونت كارلو التي تعد من أشهر طرائق المحاكاة وأكثرها استعمالاً والتي تقوم على فكرة توليد البيانات العشوائية من المجتمع النظري المفترض المماثل للمجتمع الحقيقي إذ يتم باستعمال الحاسبة وبعد تحديد توزيع المجتمع المدروس إذ تولّد أرقاماً عشوائية لتكوين عينة تمثل هذا المجتمع . [3]

ان عملية المحاكاة تمتاز بالمرونة : لأنها تعطي القدرة على التجريب والاختبار عن طريق تكرار عملية المحاكاة مرات متعددة بتغيير مدخلات عملية التقدير في كل مرة وإن أهمية المحاكاة تأتي عن طريق توليد أرقاماً عشوائية في التجربة رقماً واحداً وتكون هذه الأرقام العشوائية مستقلة عن الأرقام العشوائية في التجربة التالية وهكذا.

إن تطور أسلوب المحاكاة مع تطور الحاسبات ساعد الباحثين في توفير الوقت والجهد والمال وذلك عن طريق الاستعانة بالحاسبات الألكترونية لتكوين البيانات (المشاهدات) المطلوبة دون اللجوء الى العمل الميداني للحصول عليها وبدون الإخلال بالنتائج المطلوبة ودقتها .

"ومن فوائد المحاكاة هي العشوائية إذ أن تتابع الأرقام العشوائية المستعملة للأنموذج الرياضي في التجربة الأولى يكون مستقلاً عن تتابع الأرقام العشوائية في التجربة الثانية وهكذا، وكذلك لعملية المحاكاة مرونة في دراسة مسائل مختلفة فهي تعطي القدرة على الاختبار وإجراء التعديلات وذلك من أجل أستثمار الوقت والجهود المبذولة والماديات"[7]. كما إنه يتضمن الأخذ بنظر الأعتبار أحجام عينات مختلفة وقيم أفتراضية مختلفة لمعلمات التوزيع الاحتمالي تحت الدراسة والثوابت الأساسية الأخرى الداخلة وطرائق التقدير لغرض الحصول على النتائج الممكنة كافة ومن ثم تحليل هذه النتائج تحليلاً أحصائياً دقيقاً وفق معطيات كل تجربة .

يستعمل أسلوب المحاكاة للمقارنة ما بين الطرائق المدروسة أو المقترحة من الباحثين لمعرفة الطريقة الأفضل، وهذا ما أنصب عليه اهتمامنا في هذا القسم المتمثل بالمقارنة ما بين الطرائق التي تم استعمالها لتقدير المعلمات ودالة البقاء التي جرت دراستها في الجانب النظري وتحديد أي الطرائق أفضل في التقدير.(7)

ويعتمد أسلوب المحاكاة على توليد سلسلة من البيانات العشوائية في التجربة الأولى تكون مستقلة عن سلسلة البيانات العشوائية في التجربة الثانية مما يمنحها خاصية فريدة في العشوائية المتبعة لتوليد الأرقام العشوائية فضلاً عن الى احجام العينات المختلفة، وكذلك القيم الافتراضية للمعلمات التي يتم تناولها بنظر الاعتبار بهدف التحليل الاحصائي الدقيق ، أي ان تجارب المحاكاة ماهي الا عبارة عن شكل معين من اشكال المعاينة إذ يتم توليد هذه العينة من المجتمع الافتراضي الممثل لتلك للظاهرة المدروسة بدلا من إن يتم سحبها من المجتمع الحقيقي ومن ثم يتم تطبيقها على الأساليب الإحصائية المناسبة للتحقيق النتائج المطلوبة لغرض اجراء التحليل و المقارنة.

وتوجد هنالك اكثر من طريقة للمحاكاة مثل (المختلطة Mixed، و التناظرية Analog، وطريقة مونت كارلو Monte Carlo) ومن اكثر الطرائق استعمالا هي طريقة مونت كارلو Monte Carlo) اكثر استعمالا لانها تمتاز بالمرونة عن طريق طريقة تكرار العملية لعدة مرات والتي من خلالها يتم توليد عينة من المشاهدات التي تتبع سلوك توزيع احتمالي معين وتكون هذه المشاهدات تستمتع بخاصية الاستقلالية.[7]

وان بناء تجربة المحاكاة التي سيتم الحصول عن طريقها على الإجابة لهذه التساؤلات تعتمد على عدد من المراحل وكما موضح بالتالي:-

3-3 وصف مراحل تجربة المحاكاة (Description Simulation experiments)

المرحلة الأولى :-

وهي من المرحلة الأساس التي تتم فيها اختيار قيم افتراضية مختلفة للمعلمات $(\beta, \alpha, p, \gamma)$ وكما ميبين في الجدول (1-3) ادناه، وسيكون هناك (8) نماذج موضحة في الجدول (3-1) مفترض بحسب القيمة الافتراضية للمعلمات $(\beta, \alpha, p, \gamma)$ ويعود سبب في اختيار هذه القيم المختلفة للمعلمات هو أن التغير في قيم المعلمات والأحجام المختلفة للعينة سيتم زيادة المعرفة اعطاء فكرة واضحة في سلوك الطرائق المدروسة وتأثرها أزاء التغير الحاصل في قيم المعلمات واحجام العينات المختلفة.

جدول (3-1)

يبين القيم الافتراضية الأولية للمعلمات والنماذج المقترحة

Model	γ	α	β	p
Model 1	0.3	1.5	0.4	0.5
Model 2	0.7	0.5	0.1	0.5
Model 3	1	0.1	0.1	0.8
Model 4	0.9	0.9	0.9	0.9
Model 5	0.4	0.7	1.5	0.3
Model 6	2.1	2.9	2.2	0.2
Model 7	2.5	0.4	0.5	0.05
Model 8	0.01	1.1	2	0.09

ثانياً: جرى اختيار 4 أحجام عينات مختلفه (صغيرة، متوسطة وكبيرة)

n=30, 50, 100, 150

لغرض بيان مدى تأثير حجم العينة في دقة النتائج المستحصلة من طرائق التقدير لتقدير معالم ودالة البقاء.

المرحلة الثانية :-

يتم في هذه المرحلة توليد البيانات التي تتبع التوزيع المقترح بالمعلمات $(\gamma, \beta, \alpha, p)$ على وفق الخطوات التالية:

1- توليد البيانات العشوائية التي تتبع التوزيع (*UniformDistribution*) التي تقع ضمن الفترة $[0, 1]$ بالاعتماد على الدالة $(Rand)$ ، $U_i U(0,1)$.

U_i : يمثل متغيرا عشوائيا مستمرا يتبع التوزيع المنتظم يتم توليده بإستعمال البرنامج على وفق الصيغة التالية :-

$$u \sim \text{uniform}(0,1)$$

2- بالاعتماد على طريقة التحويل المعكوس عن طريق استعمال دالة الكثافة التجميعية للتوزيع قيد الدراسة ذو

الاربع معالم بمساواة دالة التوزيع التراكمية للتوزيع بالرقم العشوائي التي تم توليدها في الخطوة (1)

وكالتالي: [22]

$$u = \left\{ \left(e^{-\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta} \left(1 + p\gamma \left(\frac{\alpha}{x}\right)^\beta \right) \right)^{-1} \right\}$$

$$\theta = \alpha \left(\frac{-1 - p \text{ProductLog} \left[\frac{-e^{-1/pu}}{p} \right]}{p\gamma} \right)^{\frac{-1}{\beta}} \dots (1-3)$$

المرحلة الثالثة :-

في هذه المرحلة يتم تقدير المعالم ثم دالة البقاء لتوزيع (*TLRGIWDistribution*) وفق طرائق التقدير المبينة في الجانب النظري الموضحة ادناه:

1- طريقة الامكان الاعظم ويرمز لها بالجداول بالرمز MLE.

2- طريقة المربعات الصغرى ويرمز لها بالجداول بالرمز oLS .

3- طريقة كارمر-فان-ميسز ويرمز لها بالجداول بالرمز CVME.

المرحلة الرابعة:-

في هذه المرحلة يتم تقدير دالة البقاء لتوزيع $TLRGIWDistribution$ وللطرائق كافة المبينة في الجانب النظري ولجميع الطرائق الوارد ذكرها في المرحلة الثالثة.

المرحلة الخامسة:-

تكرر هذه العملية (1000) مرة للحصول على تجانس عال .

المرحلة السادسة:-

و في هذه المرحلة يتم تحدد أفضلية طرائق التقدير المستعملة لتقدير دالة البقاء بعد ان تم حساب مقدرات المعلمات باستعمال طرائق التقدير الاربعة المستعملة ، ومقارنة تلك المقدرات لطرائق التقدير باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) لكون متوسط وصيغته المقياسيين تكون حسب الصيغة (2 – 81) على النحو التالي:

$$MSE(\hat{S}(t)) = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r (\hat{S}_j(t) - S(t))^2$$

اذ ان:

r : تمثل عدد تكرارات التجربة.

n_t : تمثل حدود المتغير t_i .

$S(t)$: دالة البقاء الحقيقية وفقا للقيم الافتراضية.

$\hat{S}_j(t)$: مقدر دالة البقاء.

تكون حسب الصيغة (2 – 80) على النحو التالي

$$MSE(\hat{\theta}) = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r (\hat{\theta}_j - \theta)^2$$

اذ ان:

r : تمثل عدد تكرارات التجربة.

θ : المعلمة الحقيقية وفقا للقيم الافتراضية.

$\hat{\theta}$: المعلمة المقدره .

3-4 مناقشة نتائج تجربة المحاكاة

سيتم تحليل نتائج عملية تجربة المحاكاة للوصول الى أفضل الطرائق لتقدير دالة البقاء لتوزيع $TLRGIWDistribution$ بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ MSE .

اذ يتضح من الجداول المرقمة من (1) الى (16) والاشكال المرقمة من (1) الى (8) الواردة في الملحق المتضمنه نتائج تقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع $TLRGIWDistribution$ ، ولحجوم العينات المختلفة (الصغيرة، والمتوسطة، والكبيرة) والحالات المختلفة للقيم الافتراضية أن تقديرات المعلمات باستعمال طرائق التقدير المعتمدة كافة قد أظهرت قيم المعلمات المقدره اقرب الى القيم الحقيقية بالنسبة للنماذج وأحجام العينات المفترضة كافة وهذا ما يؤكد ملاءمة طرائق التقدير المستعملة لتقدير معلمات توزيع $TLRGIWDistribution$ ، ولغرض الوصول للمقدر الأفضل عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة التي تم ذكرها انفا ، فقد تم الاعتماد بشكل عام في هذه الرسالة على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) الموضحة نتائجه ايضا في الجداول المذكورة انفاً فضلاً عن ذلك نلاحظ تناقص قيم متوسط مربعات الخطاء MSE بزيادة حجم العينة ال تدريجا وهذا السلوك يتوافق مع خصائص هذا المعيار بكونه يتناقص مع زيادة حجم العينة .

ولتفسير النتائج بالنسبة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) بأسلوب سهل وواضح تم اعتماد اسلوب الرتب، اذ تم اعطاء رتبة لكل قيمة من قيم متوسط مربعات الخطأ (MSE)، اذ ان الرتبة الاولى (1) تعطى لاقل قيمة من MSE والرتبة الثالثة (3) تعطى لأكبر قيمة MSE ويتم هذا حسب كل حجم عينة ولجميع النماذج كما مبين في الجدول (2-3) ادناه:

جدول (2-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع أنظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة

Models	n	MLE	OLSE	CVME
Model 1	30	3	2	1
	50	3	2	1
	100	3	2	1
	150	3	2	1
Model 2	30	3	1	2
	50	1	3	2
	100	1	2.5	2.5
	150	1	2	3
Model 3	30	2	3	1
	50	1	2	3
	100	1	3	2
	150	1	2.5	2.5
Model 4	30	3	1	2
	50	3	1	2
	100	3	2	1
	150	3	2	1
Model 5	30	3	2	1
	50	1	3	2
	100	1	2.5	2.5
	150	2	2	2
Model 6	30	1	2	3
	50	1	2	3
	100	1	2	3
	150	1	3	2
Model 7	30	1	3	2
	50	1	2	3
	100	1	2	3
	150	1	2	3
Model 8	30	1	2	3
	50	1	2	3
	100	1	2	3
	150	1	2	3
$\sum Ranks$		54	68.5	69.5
Overall Ranks		1	2	3

جدول (3-3)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة

n	Sum of Ranks	MLE	OLSE	CVME
30	$\sum Ranks$	17	16	15
	OverallRanks	3	2	1
50	$\sum Ranks$	12	17	19
	OverallRanks	1	2	3
100	$\sum Ranks$	12	18	18
	OverallRanks	1	2.5	2.5
150	$\sum Ranks$	13	17.5	17.5
	OverallRanks	1	2.5	2.5

من الجدولين (2-3) و(3-3) المذكور انفا يتضح ما يأتي:

- 1- افضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير معالم توزيع *TLRGIWDistribution* وذلك لكونها اخذت الرتبة الأولى بصورة عامة واحتلت المرتبة الاولى عند احجام العينات (50،100،150) في حين اخذت المرتبه الثانية عند حجم العينة (30) في التقدير من بين طرائق التقدير أي انها تناسب في تقدير معالم التوزيع عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة .
- 2- طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLSE) احتلت المرتبة الثانية في تقدير معالم توزيع *TLRGIWDistribution* بصورة عامة في حين احتلت المرتبة الثانية عند حجوم عينات (50، 100) في حين احتلت المرتبة (2.5) عند حجم العينة (150,100) أي انها تناسب في تقديرات احجام العينات الصغيرة والمتوسطة.
- 3- كارمر-فان-ميسز (CVME) احتلت المرتبة الثالثة من بين طرائق التقدير كافة وبصورة عامة كما احتلت المرتبة الاولى عند حجم العينة (30) أي انها تناسب في تقديرات حجوم العينات الصغيرة ومن ثم المرتبة الثالثة والنصف عند حجم العينة (50) والمرتبة الثانية والنصف عند حجم العينة (100,150).

- 4- من خلال الجداول الموجودة في الملحق (A) نلاحظ بأن قيم المعلمات المقدره تقترب من قيم المعلمات الحقيقية وتزداد اقترابا كلما زاد حجم العينة (n) ولجميع طرائق التقدير المستعملة.
- 5- من خلال الجداول الموجودة في الملحق (A) نلاحظ تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر.
- 6- من خلال الجداول الخاصة بتقدير معلمات توزيع *TLRGIW Distribution* الموجودة في الملحق (A) نلاحظ افضلية الانموذج السادس من بين النماذج الأخرى في تقدير المعلمات الافتراضية إذ كانت المقدرات مقاربة للقيم الافتراضية الخاصة بالانموذج الخامس وكذلك يمتلك اقل قيم من متوسط مربعات الخطأ (MSE).

يتم بعد ذلك استعمال اسلوب الرتب (Ranks) وبالطريقة نفسها التي تم استعمالها مع معلمات التوزيع إذ يتم ايجاد الرتب الجزئية عن طريق اعطاء رتبة لكل قيمة ولطرائق التقدير كافة ولكل حجم عينة بالنسبة لدالة البقاء. ثم يتم بعد ذلك جمع الرتب الجزئية ولكل طريقة تقدير وحسب أحجام العينات، ثم يتم ايجاد الرتب الكلية والتي تتم المقارنة على اساسها والمبينة في الجدول (3-4).

جدول (3-4)

يمثل الرتب لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لمقدر دالة البقاء لطرائق واحجام العينات والنماذج كافة.

Models	n	MLE	OLSE	CVME
Model 1	30	3	1	2
	50	3	1	2
	100	3	1	2
	150	3	1	2
Model 2	30	3	1	2
	50	1	3	2
	100	1	3	2
	150	1	3	2
Model 3	30	3	2	1
	50	1	3	2
	100	1	3	2
	150	1	2	3
Model 4	30	3	1	2
	50	3	1	2
	100	3	2	1
	150	3	1	2

Model 5	30	1	3	2
	50	1	3	2
	100	1	3	2
	150	1	3	2
Model 6	30	1	3	2
	50	1	3	2
	100	1	2	3
	150	1	2	3
Model 7	30	1	2	3
	50	1	2	3
	100	1	2	3
	150	1	2	3
Model 8	30	1	2	3
	50	1	2	3
	100	1	3	2
	150	1	3	2
$\sum Ranks$		52	69	71
Overall Ranks		1	2	3

جدول (5-3)

يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق تقدير دالة البقاء حسب حجم العينة.

n	Sum of Ranks	MLE	OLSE	CVME
30	$\sum Ranks$	16	15	17
	<i>OverallRanks</i>	2	1	3
50	$\sum Ranks$	12	18	18
	<i>OverallRanks</i>	1	2.5	2.5
100	$\sum Ranks$	12	19	17
	<i>OverallRanks</i>	1	3	2
150	$\sum Ranks$	12	17	19
	<i>OverallRanks</i>	1	2	3

نلحظ من الجدول (3-4) والجدول (3-5) المذكور انفا ما يأتي:

- 1- تكون الأفضلية لطريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير دالة البقاء للأنموذج الاحتمالي الجديد *TLRGIWDistribution* أذ اخذت الرتبة الجزئية الأولى عند حجوم العينات (50، 100، 150) بينما اخذت الرتبة الجزئية الثانية عند حجوم العينات (30) واثبتت كفاءتها في التقدير عند حجوم العينات المتوسطة والكبيرة وقد اخذت المرتبة الاولى من بين طرائق التقدير لدالة البقاء كافة وبصورة عامة.
- 2- تكون الأفضلية لطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (OLSE) لتقدير دالة البقاء الانموذج الاحتمالي *TLRGIWDistribution* عندما تكون حجوم العينات (30) اي انها تكون اكثر ملائمة عند حجوم الصغيرة أذ اخذت الرتبة الجزئية الثانية عند حجوم العينات (150) بينما اخذت الرتبة الجزئية 3 عند حجوم العينات (100) والرتبه الجزئية 2.5 عند حجم العينة (50) وقد اخذت المرتبة الثانية من بين طرائق التقدير لدالة البقاء كافة وبصورة عامة.
- 3- ان طريقة كريمر فون مايسز (cvm) اخذت الرتبة الجزئية الثالثة لتقدير دالة البقاء بالنسبة لحجوم العينات (30، 150) والرتبة الثانية لحجوم العينات (100) والرتبة الثانية والنصف عند حجم عينة (50) واخذت المرتبة الثالثة من بين طرائق التقدير لدالة البقاء كافة وبصورة عامة.
- 4- من خلال الرسوم البيانية لكل نموذج نلحظ ان طرائق التقدير متقاربة جدا من القيم الحقيقية (الافتراضية) وتزداد اقترابا عندما يكون حجم العينة (100، 150) في حين تبتعد تقديراتها عن القيم الحقيقية عندما يكون حجم العينة (30، 50).
- 7- من خلال الجداول الموجودة في الملحق (A) نلحظ تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطاء (MSE) بالنسبة لدالة البقاء كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر.

الفصل الرابع

الجانب التطبيقي

4-1 تمهيد

يتضمن هذا الفصل الجانب التطبيقي من هذه الدراسة لتقدير معالم ودالة البقاء إذ تم استعمال بيانات حقيقية للأشخاص المصابين بمرض الجلطة الدماغية (الجلطة الدماغية) خلال الفترة (2010/2/8) ولغاية (2020/7/3) ولكلا الجنسين إذ تم اختيار مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة موقع لجمع البيانات الحقيقية التي تخص هذا الرسالة بهدف تطبيقها على توزيع $TLRGIWDistribution$ ذو اربع معالم بعد ان تم اجراء تطبيق اختبار حسن المطابقة لبيان مدى ملائمة البيانات الحقيقية المستعملة مع توزيع $TLRGIWDistribution$ المستعمل ثم تقدير دالة البقاء باستعمال طريقة الامكان الاعظم (MLE) التي ظهرت افضليتها في التقدير في الجانب التجريبي من خلال مخرجات المحاكات بالاعتماد على البرامج التي كتب بلغة (الماتمتكا) المدرج في الملحق.

4-2 نبذة عن مرض الجلطة الدماغية (Stroke)

الجلطات الدماغية عبارة عن خلل مفاجئ في التروية الدموية للدماغ، بواحد أو أكثر من الأوعية الدموية التي تغذي الدماغ، وتسبب خللاً أو نقص في حصول الدماغ على الأكسجين مما يسبب تلف أو تعطيل لخلايا الدماغ. وكلما عادت التروية الدموية للدماغ إلى وضعها الطبيعي بشكل أسرع بعد حدوث السكتة تكون النتائج وفرص الشفاء أكبر .

عندما تحدث السكتة الدماغية، لا تكفي إمدادات الدم لتوفير الكمية الكافية من الأكسجين و الجلوكوز إلى خلايا الدماغ مما يتسبب بموت بعض خلايا الدماغ. وتقسم السكتة الدماغية إلى عدة أنواع، وتشتمل ونذكر منها الآتي: [5][39]

- ❖ سكتة نزفية تحدث عندما يتمزق أحد الشرايين، أو تسرب الدم من الأوعية الدموية، ويؤدي إلى نزيف.
- ❖ سكتة دماغية ذات نقص التروية أو إقفارية تحدث عندما تنضيق الشرايين أو تتصلب بسبب ترسب مواد في الشرايين، ووجود خثرات تسد الأوعية الدموية وتمنع من تدفق الدم مما يؤدي إلى نقص التروية.
- ❖ نوبة نقص تروية عابرة.

3-4 أسباب الإصابة بالمرض (Causes of the Disease)

تتعدد أسباب الجلطة الدماغية، وبناء على السبب تنقسم الجلطات أو السكتات إلى أنواع، وقد يكون أهم أسباب الجلطة الدماغية الخثرات، والفقاعات الدموية في الدماغ، أو نزيف في الأوعية الدموية في الدماغ. [5][39]

- ❖ أسباب السكتة الدماغية الإقفارية: تحدث السكتة الدماغية الإقفارية نتيجة لانسداد إحدى الشرايين المؤدية إلى الدماغ، إما بخرثرة دموية، أو بترسبات دهنية.
 - ❖ سبب السكتة الدماغية العابرة: تحدث النوبة الإقفارية العابرة نتيجة لعدم وصول الدم إلى الدماغ بشكل مؤقت.
 - ❖ أسباب السكتة الدماغية النزفية: تحدث السكتة الدماغية النزفية عندما ينفث شريان في الدماغ أو يتسرب منه الدم، مسبباً ضغطاً زائداً في الجمجمة وإتلاف خلايا وأنسجة المخ.
- 1- ارتفاع ضغط الدم.
 - 2- أمراض القلب والشرايين والمشاكل الخلقية في عضلة القلب وصماماته.
 - 3- عدم انتظام في ضربات القلب.
 - 3- ارتفاع نسبة الدهون بالدم.
 - 4- مرض السكري و زيادة الوزن.
 - 5- الاستعدادات الوراثية والتاريخ المرضي العائلي.
 - 6- العادات الغذائية غير الصحية، مثل الأغذية الغنية بالكوليسترول، والأملاح، والدهون المشبعة و قلة الحركة والنشاط البدني.
 - 7- تناول المشروبات الكحولية التدخين و الأورام الدماغية والإصابة بالسرطان بشكل عام.

4-4 أعراض المرض (Symptoms of the Disease)

- 1- مشكلات في التركيز وفي الكلام، وقد لا يلاحظ المريض هذه الأعراض.
- 2- ضعف في أحد جوانب الجسم.
- 3- عدم القدرة على الكلام.
- 4- صداع مفاجئ وشديد جداً، ويكون أكثر شدة إذا كانت السكتة نزفية.

5-فقدان مفاجئ للنظر، أو عدم وضوح الرؤية.

6-الدوخة وفقدان الوعي والارتباك.

7-صعوبة فهم ما يقوله الآخرون.

8-مشكلات في التوازن والتنسيق.

4-5تشخيص المرض (Diagnosis of the disease)

عتمد الطبيب في تشخيص السكتة الدماغية على: [5][39]

1-الأعراض و العلامات.

2-الفحص السريري.

3-التصوير المقطعي المحوسب (بالإنجليزية: CT Scan).

4-التصوير بالرنين المغناطيسي.

5-فحص فرط التخثر.

6-تخطيط كهربية القلب.

7-فحص دوبلر السباتي.

8-تخطيط صدى القلب عن طريق الصدر.

4-6علاج المرض (Disease Treatment)

يمكن أن يمنع العلاج الفعال للسكتة الدماغية حدوث الإعاقة على المدى الطويل وينقذ الأرواح. كما يمكن أن يؤثر التقييم الطبي السريع، والتدخل الطبي الفوري على مجرى التعافي بشكل إيجابي؛ أذ أنه كلما كان التدخل سريعاً، كان تعافي المريض سريعاً وبأقل الأضرار على صحته. ويجب

الاتصال بالطوارئ بمجرد أن يدرك الشخص أنه قد يعاني من سكتة دماغية. [5][39]

❖ لأدوية المضادة للصفائح والمضادة للتخثر: يجب تناول الأدوية المضادة للتخثر

(بالإنجليزية: Anticoagulants) أو مضادات الصفائح الدموية (بالإنجليزية:

Antiplatelet) في غضون 24 إلى 48 ساعة بعد بدء أعراض السكتة الدماغية.

❖ الأدوية الحالة للتخثرات: يمكن أن تساعد الأدوية الحالة للتخثرات (بالإنجليزية:

Thrombolytics) في تفنيت جلطات الدم في شرايين الدماغ، وبالتالي تقلل من الأضرار

التي تلحق بالدماغ.

- ❖ إزالة الخثرات عن طريق القسطرة: خلال القسطرة يتم إزالة الخثرات بطريقة ميكانيكية؛
أذ يدخل الطبيب أنبوب القسطرة في وعاء دموي كبير داخل رأس المريض، ثم يستخدم
جهاز لسحب الجلطة من الوعاء. وتعتبر هذه الجراحة هي الأكثر نجاحاً إذا تم إجراؤها بعد
6 إلى 24 ساعة من بدء السكتة الدماغية.
- ❖ الدعامات: قد يقوم الطبيب بوضع دعامات لتوسيع الشريان الضيق ودعم جدران الشريان
الضعيفة.
- ❖ الجراحة: قد يضطر الأطباء للقيام بجراحة في حال عدم نجاح الطرائق الأخرى، وفي حال
كانت الخثرات كبيرة لا يمكن إزالتها بالقسطرة.

4-7 جمع البيانات الحقيقية المتعلقة بالرسالة (Real Data Collection):

لقد تم جمع البيانات المتعلقة بالدراسة لعدد من المصابين مرض الجلطة الدماغية من
سجلات دائرة مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة والبالغ عددها
(164) مشاهدة تمثل أوقات بقاء المرضى لحين الوفاة وتم تبويب البيانات للأشخاص
المصابين لغرض الحصول على أوقات الحياة (*SurvivalTime*) وذلك بطرح تاريخ
الإصابة المرض من تاريخ الوفاة وكما يأتي :

جدول (4-1)

البيانات الحقيقية للأشخاص المصابين بمرض الجلطة الدماغية

2	2.42	2.95	3.52	3.92	4.42	5.05	6.76	7.87	11.55
2.01	2.48	2.96	3.57	3.93	4.43	5.12	6.88	8.00	12.12
2.04	2.53	2.99	3.58	3.94	4.45	5.19	6.98	8.14	12.41
2.09	2.55	3.01	3.58	3.94	4.49	5.26	7.03	8.38	13.29
2.13	2.56	3.03	3.61	3.96	4.58	5.30	7.07	8.70	14.26
2.14	2.61	3.08	3.67	4.01	4.59	5.41	7.09	9.01	15.00
2.18	2.67	3.18	3.71	4.09	4.61	5.50	7.12	9.11	
2.22	2.7	3.25	3.74	4.16	4.64	5.54	7.16	9.65	
2.24	2.72	3.27	3.78	4.20	4.65	5.64	7.19	10.11	

2.25	2.77	3.27	3.82	4.22	4.77	5.71	7.27	10.41	
2.26	2.82	3.27	3.83	4.23	4.82	5.87	7.41	10.49	
2.28	2.83	3.31	3.84	4.29	4.84	6.23	7.43	10.62	
2.29	2.87	3.35	3.85	4.39	4.86	6.24	7.51	10.84	
2.32	2.9	3.38	3.86	4.40	4.89	6.35	7.61	11.11	
2.36	2.91	3.41	3.87	4.41	4.92	6.51	7.71	11.18	
2.39	2.94	3.47	3.9	4.42	4.96	6.63	7.77	11.26	

4-8 اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit)

عن طريق استعمال هذا الاختبار لمعرفة ما اذا كانت البيانات الواردة في الجدول (1-4) تتبع التوزيعات قيد الدراسة ام لا. فقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة للبيانات الحقيقية عن طريق الاختبارات Chi Square test التي تم الاشارة اليها في الفصل لثاني في المعادلات (2-82) بحسب الفرضية التالية :

TLRGIWDistribution H_0 : The data have

TLRGIWDistribution H_1 The data don't have

و ظهرت النتائج حسب الجدول (2-4)

Distributions	Chi Square test	
	statistic	P-Value
<i>GIWDistribution</i>	0.137	26.0
<i>TLRGIWDistribution</i>	0.068	0.64

(الجدول: من اعداد الباحثة)

جدول (2-4) يمثل نتائج اختبار حسن المطابقة

1- ان قيمة P-Value للاختبارات (Chi Square test) اكبر من مستوى المعنوية (0.05) وهذا يؤدي الى عدم رفض فرضية العدم مما يدل ملائمة البيانات الحقيقية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة بالنسبة للتوزيع الاساس والتوزيع المحول .

2- إن قيمة P-Value للتوزيع الاساسي (*GIWDistribution*) أصغر من قيمتها عند التوزيع المحول (*TLRGIWDistribution*) هذا يعني ان التوزيع المحول اكثر ملائمة للعينة قيد الدراسة.

9-4 معايير المفاضلة بين التوزيعات **Criteria for differentiation between distributions**

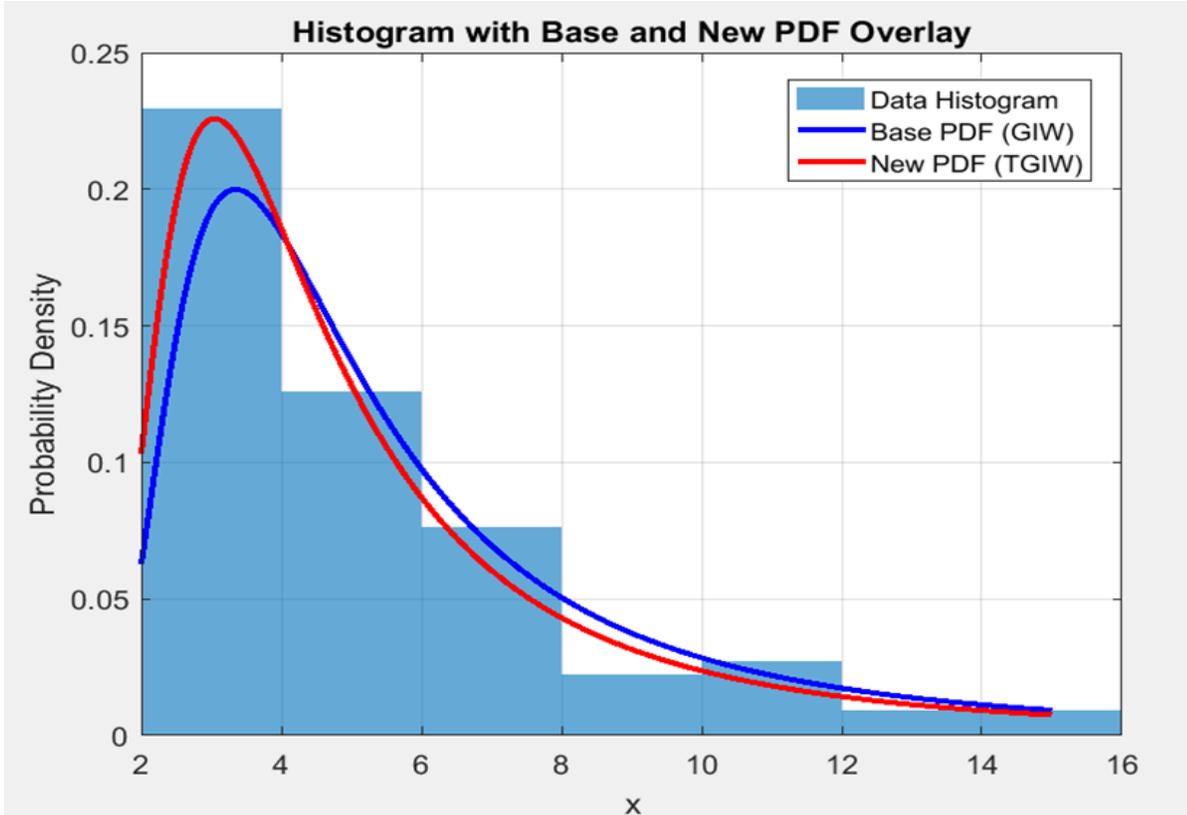
سيتم استعمال معيار معلومات اكايكي (AIC) ومعيار معلومات بيز اكايكي (BIC) ومعيار معلومات اكايكي المصحح (AICc) التي تم الإشارة إليها في الفصل الثاني في المعادلة (2-77) و (2-78) و (2-79) لغرض تحديد أفضل توزيع يمثل ويصف البيانات الحقيقية لعينة الدراسة وحصلنا على قيم المعايير الموضحة في الجدول (3-4) أدناه باستعمال برنامج (Mathematica 12).

Distributions	Parameter				AIC	AICc	BIC
	α	β	p	γ			
<i>TLRGIWDistribution</i>	2.9890	2.3169	0.1402	1.7583	685.87	681.87	669.82
<i>GIWDistribution</i>	0.73221	3.21464	-----.		689.36	686.36	677.33

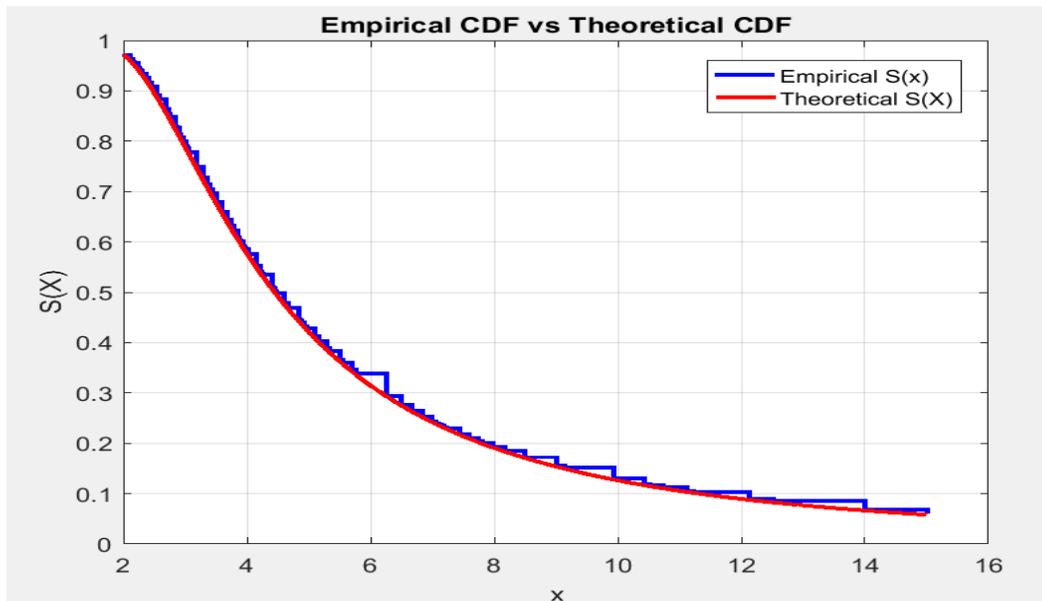
جدول (3-4) يمثل معايير المفاضلة بين التوزيعات في تمثيل البيانات الحقيقية (الجدول: من اعداد الباحثة)

يتضح من الجدول (3-4) المذكورة انفاً افضلية توزيع (*TLRGIWDistribution*) مقارنة بالتوزيع الأصلي قيد الدراسة نتيجة امتلاكه أقل قيمة للمعايير (AIC، AICc، BIC)، وبذلك يعد هو التوزيع الأفضل في تمثيل تنفيذ ووصف عينة الدراسة المتمثلة ببيانات البقاء لعينة من المرضى المصابين بالجلطة الدماغية ومضاعفته من تاريخ دخولهم المستشفى لحين الوفاة مقاسة بالأسابيع في محافظة كربلاء المقدسة.

والشكل التالي يوضح ملائمة التوزيع (*TLRGIWDistribut*) مقارنة بالتوزيع الأصلي
GIWDistribution



والشكل (1-4) أدناه يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة. نلاحظ من الشكل المذكور انفاً أن التوزيع المحول يكون ذا قمة والأفضل مقارنة من التوزيع الاصلي للبيانات الحقيقية.



شكل (2-4) يوضح دالة البقاء لتوزيع (TLRGIWDistribut) مقارنة مع دالة البقاء للتوزيع التجريبي للبيانات الحقيقية.

جدول (4-4)

يمثل دالة البقاء المقدره للبيانات الحقيقية

i	t	i	t	i	t	i	t	i	t	i	t	i	t	i	t	i	t
1	2.00	21	2.2	41	4	61	4.4	81	7.1	101	3.4	121	5	141	5.7	161	6.1
2	2.00	22	2.3	42	4	62	4.4	82	7.1	102	3.4	122	5	142	5.7	162	7.1
3	2.00	23	2.3	43	4	63	4.4	83	3.1	103	3.4	123	5	143	5.7	163	7.2
4	2.00	24	2.3	44	4	64	4.5	84	3.1	104	3.5	124	5	144	5.7	164	7.2
5	2.00	25	2.3	45	4	65	4.5	85	3.1	105	3.5	125	5	145	5.8		
6	2.00	26	2.3	46	4.1	66	4.5	86	3.1	106	3.5	126	5	146	5.8		
7	2.00	27	2.4	47	4.1	67	4.5	87	3.1	107	3.5	127	5.1	147	5.8		
8	2.00	28	2.4	48	4.1	68	4.6	88	3.2	108	3.5	128	5.1	148	5.8		
9	2.00	29	2.4	49	4.1	69	4.7	89	3.2	109	3.6	129	5.1	149	5.8		
10	2.00	30	2.4	50	4.1	70	4.7	90	3.2	110	3.6	130	5.1	150	5.9		
11	2.00	31	2.5	51	4.2	71	4.7	91	3.2	111	3.6	131	5.2	151	5.9		
12	2.00	32	2.5	52	4.2	72	4.8	92	3.2	112	3.6	132	5.3	152	5.9		
13	2.1	33	2.5	53	4.2	73	4.8	93	3.3	113	3.6	133	5.3	153	5.9		
14	2.1	34	2.5	54	4.2	74	4.8	94	3.3	114	3.7	134	5.3	154	5.9		
15	2.1	35	2.6	55	4.2	75	4.8	95	3.3	115	3.7	135	5.4	155	6		
16	2.1	36	2.6	56	4.3	76	4.9	96	3.3	116	3.7	136	5.4	156	6		
17	2.1	37	3	57	4.3	77	4.9	97	3.3	117	3.7	137	5.4	157	6		
18	2.2	38	3	58	4.3	78	4.9	98	3.4	118	3.8	138	5.4	158	6		
19	2.2	39	3	59	4.3	79	4.9	99	3.4	119	5	139	5.5	159	6		
20	2.2	40	3	60	4.4	80	6.1	100	3.4	120	5	140	5.6	160	6.1		

يتبين من الجدول (3-4) المذكور أنفاً:

1- ان دالة البقاء متناقصة بزيادة الزمن وهذا ما يتناسب مع النظرية الاحصائية اي تتناسب عكسيا مع الزمن.

2- نلاحظ من الجدول (3-4) ان احتمال بقاء الشخص على قيد الحياة لطريقة الامكان الاعظم

في كان ما يقارب 98% ولكن بمرور الوقت فان عدد الذين فارقوا الحياة قد ازداد بالتالي

فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من 8% عندما حصلت الوفاة رقم (164) وهذا

يدل على ان دالة البقاء تتناسب عكسيا مع الزمن .

3- قيم دالة الكثافة التجميعية تقع قيمها بين الصفر والواحد، وهي في تزايد وتتناسب طرديا مع الزمن.

4- متوسط قيم دالة البقاء هو (0.519332) أي أن متوسط احتمال بقاء المريض المصاب بالجلطة

الدماغية يساوي 52% تقريبا.

5- بلغ متوسط الوقت للوفاة (5.1458049) اي ان متوسط وقت وفاة المريض المصاب بالجلطة

الدماغية 29 يوم تقريبا.

6- بالامكان الحصول على اي احتمال للبقاء للمصاب عن طريق دالة البقاء لغرض التنبؤ باحتمالية

وفاة المصاب بعد مدة زمنية محددة، وعلى سبيل المثال فان احتمال البقاء للمصاب بعد الاسبوع

$$P(t>1)=0.575426$$

وكذلك فان احتمال البقاء للمصاب بعد الاسبوع الثاني $P(t>2)=0.6627$ ، اما احتمال البقاء

للمصاب بعد الاسبوع الثالث $P(t>4)=0.0923$.

الفصل الخامس

الاستنتاجات

والتوصيات

الاستنتاجات والتوصيات

توصل الباحث الى مجموعة من الاستنتاجات والتوصيات من الجانب التجريبي والجانب والتطبيقي للدراسة.

5-1 الاستنتاجات

- 1- من خلال الرسوم البيانية في الجانب التجريبي في جميع طرائق التقدير المدروسة نلاحظ ان كلما ازداد حجم العينة تقترب المقدرات لدالة البقاء من قيم دالة البقاء الافتراضية (الحقيقية) ولطرائق التقدير كافة وهذا ما يتناسب مع النظرية الاحصائية.
- 2- طريقة الأماكن الاعظم قد اخذت المرتبة الاولى في الافضلية عند حساب مقدرات دالة البقاء للتوزيع المقترح (TLRGIWDistribut) عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة وهذا يعني انها تلائم حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE).
- 3- اظهر الجانب التجريبي وبالإعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) و ان افضل طريقة لتقدير دالة البقاء والتي تمتلك اقل رتبة هي طريقة الامكان الاعظم (MLE) وتقترب للقيم الحقيقية بزيادة حجم العينة.
- 4- عند المقارنة بين طرائق التقدير عند حجوم عينة (30) افردا كانت الافضلية كل من طريقة كريمر فون مايسز (CVM) التقدير معلمات ودالة البقاء التوزيع المقترح كونهما قد أمثلت اقل متوسط مربعات الخطأ التكاملي. في حين جاءت طريقة المربعات الصغرى (OLSE) بالمرتبة الثانية واخذت طريقة الامكان الاعظم (MLE) المرتبة الثالثة بالاعتماد على ترتيب متوسط مربعات الخطأ. ما عند احجام العينات (50-100-150) كانت طريقة الإمكان الأعظم (MLE) تحتل المرتبة الاولى في افضلية التقدير المعلمات تبتها طريقة المربعات الصغرى (OLSE) بالمرتبة الثانية وكانت المرتبة الثالثة طريقة كريمر فون مايسز (CVM) بالاعتماد على قيم متوسط مربعات الخطأ مرتبة من الأقل الى الأكثر.
- 5- دالة البقاء متناقصة وهذا يتناسب عكسيا مع الزمن ولجميع طرائق التقدير وهذا يتوافق مع ماأتم عرضه في الجانب النظري.
- 6- ان قيم متوسط مربعات الخطأ MSE لتقدير دالة البقاء للتوزيع المقترح تتناقص بزيادة حجم العينة ولجميع طرائق التقدير وهذا ما ينسجم مع النظرية الإحصائية الخاصة بهذا المؤشر.

- 7- من نتائج التطبيق العملي وعن طريق اختبارات حسن المطابقة ((Goodness of fit) وجد أن التوزيع الاحتمالي المقترح (TLRGIWDistribut) يصف البيانات الحقيقية افضل من توزيع (GIWDistribut) ، وهذا يعكس أهمية التوزيع الاحتمالي المحول مقارنة بالتوزيع الاحتمالي الاصلي.
- 8- ان قيم pdf و cdf للفشل تكون متزايدة مع الزمن اي ان العلاقة بينهما تكون طردية.

5-2 التوصيات

- 1- تطبيق توزيع TLRGIWDistribut في دراسات تتعلق بتقدير والمخاطرة ودراسات اخرى لانه يعد اكثر دقة ومرونة في وصف البيانات المعقدة .
- 2- استعمال طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات ودالة البقاء لتوزيع (TLRGIWDistribut).
- 3- اجراء دراسة مستقبلية لمقارنة خارطة التحويل TLR في هذه الدراسة مع خرائط التحويل الاخرى.
- 4- استعمال طريقة الامكان الاعظم عند حجوم عينات المتوسطة والكبيرة لانها تعطي نتائج افضل لتقدير المعلمات.
- 5- استعمال طريقة كرايمر فون مايسز والامكان الاعظم عند حجم العينات الصغيرة والمتوسطة لا نها تعطي نتائج افضل.
- 6- استعمال طرائق أخرى لتقدير توزيع TLRGIWDistribut ولاسيما الطرائق المعلميه والبيزية عند حجوم عينات مختلفة .
- 7- بامكان الجهات ذات العلاقة ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة للاستفادة منها في مجال أخرى.
- 8- التوسع في استعمال نظرية التوزيعات الموسعة للحصول على توزيعات جديدة تمتاز بالمرونة العالية في تمثيل ووصف البيانات.

المصادر

1. الصفاوي، صفاء يونس و الجمال ، زكريا يحيى ، (2006)، " استعمال طريقة الامكان الاعظم وطريقة كابلن -مبير لتقدير دالة المعولية مع التطبيق على معمل اطارات بابل"، تنمية الرافدين، العدد 82، ص 9-20.
2. سلمان ، محمد صادق ، (2020)، "بناء نموذج احتمالي لتوزيع دالة القوة الموسع لتقدير دالة المخاطرة الضبابية"، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء – كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة كربلاء بحث.
3. صالح ، احمد علوان، (2016)، "طرائق تقدير دالة المخاطرة لتوزيع مقارنة مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير ، قسم الاحصاء، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
4. صادق الباقر ، زينب محمد باقر ، (2017)، "تقديرات دالة المعولية لتوزيع بواسون مع تطبيق عملي"، رسالة ماجستير في علوم الاحصاء-كلية الادارة والاقتصاد، جامعة كربلاء، ص10.
5. حافظ، علي ماضي، (2020). "بناء دالة احتمالية للتوزيع المختلط (الاسي -فريجت) لتقدير دالة المعولية الضبابية"، رسالة ماجستير، كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء.
6. مجلي ، احمد عاجل. (2019). "تقدير دالة البقاء لتوزيع احتمالي مركب (ويبل – رايأتي) مع تطبيق عملي ". رسالة ماجستير. كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء.
7. منتضر جمعه مهدي في(2021م) التحويل التكميبي لتوزيع (Burr xII) مع تطبيق عملي رساله ماجستير . كليه الإدارة و الاقتصاد _ جامعه كربلاء
- 8- نعمان، عبد الأمير (واخرون) ،(2019) "مقارنة بين الطرائق الاعتيادية والبيزية لتقدير معلمة الشكل و دالة المعولية لتوزيع بورX ذو المعلمتين تحت دوال خسارة مختلفة "مجلة الإدارة و الاقتصاد –جامعة واسط المجلد 42 العدد 119 ص 42-58.
9. Assar, M. S., Hassan, A. S., & Ali, K. A. (2016). The compound family of generalized inverse Weibull power series distributions. British Journal of Applied Science & Technology, 14(3), 1-18.
10. Abid, S. H. (2022, August). The stereographic generalized inverse Weibull distribution. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 2322, No. 1, p. 012042). IOP Publishing.

11. Akaike, H. (2011). Akaike's information criterion. *International encyclopedia of statistical science*, 25-25.
12. Baharith, L. A., Mousa, S. A., Atallah, M. A., & Elgayar, S. H. (2014). The beta generalized inverse Weibull distribution. *British Journal of Mathematics & Computer Science*, 4(2), 252.
13. Balakrishnan, N., & Cohen, A. C. (2014). *Order statistics & inference: estimation methods*. Elsevier.
14. Balakrishnan, N., and M. He. 2019. A record-based transmuted model. Under Review. Advanceonline publication.
15. Byrne, A. M., Bouchier-Hayes, D. J., & Harmeey, J. H. (2005). Angiogenic and cell survival functions of vascular endothelial growth factor (VEGF). *Journal of cellular and molecular medicine*, 9(4), 777-794.
16. Chan, R. H., Chow, S. C., Guo, X., & Wong, W. K. (2022). Central moments, stochastic dominance, moment rule, and diversification with an application. *Chaos, Solitons & Fractals*, 161, 112251.
17. De Gusmao, F. R., Ortega, E. M., & Cordeiro, G. M. (2011). The generalized inverse Weibull distribution. *Statistical Papers*, 52, 591-619.
18. Doane, D. P., & Seward, L. E. (2011). Measuring skewness: a forgotten statistic?. *Journal of statistics education*, 19(2).
19. Ierley, G., & Kostinski, A. (2019). Universal rank-order transform to extract signals from noisy data. *Physical Review X*, 9(3), 031039.
20. Jain, K., Singla, N., & Sharma, S. K. (2014). The generalized inverse generalized Weibull distribution and its properties. *Journal of Probability*, 2014.

21. Justusson, B. I. (2006). Median filtering: Statistical properties. Two-dimensional digital signal processing II: transforms and median filters, 161-196.
22. Kaur, K., Mahajan, K. K., & Arora, S. (2018). Bayesian and semi-Bayesian estimation of the parameters of generalized inverse Weibull distribution. *Journal of Modern Applied Statistical Methods*, 17(1), 22.
23. Khan, M. S., & King, R. (2016). New generalized inverse Weibull distribution for lifetime modeling. *Communications for Statistical Applications and Methods*, 23(2), 147-161.
24. Langrené, N., & Warin, X. (2021). Fast multivariate empirical cumulative distribution function with connection to kernel density estimation. *Computational Statistics & Data Analysis*, 162, 107267.
25. Liu, W. S., & Cheung, S. H. (2017). Reliability based design optimization with approximate failure probability function in partitioned design space. *Reliability Engineering & System Safety*, 167, 602-611.
26. Menke, W. (2015). Review of the generalized least squares method. *Surveys in Geophysics*, 36, 1-25.
27. Mi, Y., & Lu, G. (2018, October). Performance analysis of decomposed cramer-von mises detector for blind spectrum sensing under noise uncertainty. In *2018 10th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP)* (pp. 1-6). IEEE.
28. Noori, Z. S., & Mohammed Salih, M. A. (2023, September). Comparison of some methods for estimating parameters and

-
- reliability of the generalized inverse Weibull distribution. In AIP Conference Proceedings (Vol. 2845, No. 1). AIP Publishing.
- 29.Oguntunde, P. E., Odetunmibi, O. A., & Adejumo, A. O. (2015). On the exponentiated generalized Weibull distribution: A generalization of the Weibull distribution. *Indian Journal of Science and Technology*, 8(35), 1-7.
- 30.Oluyede, B. O., Makubate, B., Wanduku, D., Elbatal, I., & Sherina, V. (2017). The gamma-generalized inverse Weibull distribution with applications to pricing and lifetime data. *Journal of Computations & Modelling*, 7(2), 1.
- 31.Ouimet, F. (2021). General formulas for the central and non-central moments of the multinomial distribution. *Stats*, 4(1), 18-27.
- 32.Para, B. A., & Jan, T. R. (2019). On three parameter discrete generalized inverse Weibull distribution: properties and applications. *Annals of Data Science*, 6, 549-570.
- 33.Sakthivel, K. M., & Nandhini, V. (2022). Record-based Transmuted Power Lomax Distribution: Properties and its Applications in Reliability. *Reliability: Theory & Applications*, 17(4 (71)), 574-592.
- 34.Salem, H. (2019). The Marshall–Olkin Generalized Inverse Weibull Distribution: Properties and Application. *Modern Applied Science*, 13(2), 54-65.
- 35.Taniş, C. (2021). TRANSMUTED LOWER RECORD TYPE POWER FUNCTION DISTRIBUTION. *Journal of Science and Arts*, 21(4), 951-960.
- 36.Taniş, C., & Saraçoğlu, B. (2022). On the record-based transmuted model of balakrishnan and He based on weibull distribution.

- Communications in Statistics-Simulation and Computation, 51(8), 4204-4224.
37. Tanış, C., Saraçoğlu, B., Kuş, C., Pekgör, A., & Karakaya, K. (2021). Transmuted lower record type fréchet distribution with lifetime regression analysis based on type I-censored data. *Journal of Statistical Theory and Applications*, 20(1), 86-96.
38. Tanış, C. (2022). Transmuted lower record type inverse rayleigh distribution: estimation, characterizations and applications. *Ricerche di Matematica*, 71(2), 777-802.
39. <https://www.mayoclinic.org/ar/diseases-conditions/stroke/symptoms-causes/syc-20350113>

الملاحق

الملحق A

جدول (1) متوسط القيم التقديرية للمعاملات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإتمودج الاول (Model 1) $\gamma = 0.3, \alpha = 1.5, \beta = 0.4, p = 0.5$

Best	CVM	OLS	mle	Ees.par	n
30	0.515504	0.536958	0.600784	γ	30
	0.046442	0.056149	0.090471	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.930965	0.912509	0.507959	α	
	0.323801	0.345146	0.984145	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.174492	0.162558	0.159294	β	
	0.105955	0.113867	0.116081	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.679701	0.782042	0.869388	p	
	0.032293	0.079548	0.136447	MSE	
	1	2	3	Rank	
4 ^[1]	8 ^[2]	12 ^[3]	$\sum Rank$		
50	0.16568	0.11741	0.101112	γ	50
	0.018042	0.033339	0.039556	MSE	
	1	2	3	Rank	
	1.485804	1.485578	1.539732	α	
	0.000202	0.000208	0.001579	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.267813	0.667626	0.710863	β	
	0.053911	0.071624	0.096636	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.645731	0.648942	0.654596	p	
	0.021237	0.022184	0.0239	MSE	
	1	2	3	Rank	
4 ^[1]	8 ^[2]	12 ^[3]	$\sum Rank$		
100	0.234732	0.211631	0.20901	γ	100
	0.00426	0.007809	0.008279	MSE	
	1	2	3	Rank	
	1.493745	1.491783	1.491419	α	
	3.91E-05	6.75E-05	7.36E-05	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.544624	0.571883	0.576641	β	
	0.020916	0.029544	0.031202	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.581624	0.584179	0.645409	p	
	0.006662	0.007086	0.021144	MSE	
	1	2	3	Rank	
4 ^[1]	8 ^[2]	12 ^[3]	$\sum Rank$		
100	0.307552	0.325386	0.239115	γ	100
	5.70E-05	0.000644	0.003707	MSE	
	1	2	3	Rank	
	1.500362	1.502197	1.494141	α	

الملحق A

	1.31E-07	4.83E-06	3.43E-05	MSE	150
	1	2	3	Rank	
	0.479158	0.497079	0.536964	β	
	0.006266	0.009424	0.018759	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.560751	0.565588	0.576884	p	
	0.003691	0.004302	0.005911	MSE	
	1	2	3	Rank	
	4 ^[1]	8 ^[2]	12 ^[3]	$\sum Rank$	

جدول (2) متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني $\gamma = 0.7, \alpha = 0.5, \beta = 0.1, p = 0.5$ (Model 2)

Best	wls	per	mle	Ees.par	n
30	0.515504	0.536958	0.600784	γ	30
	0.046442	0.056149	0.090471	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.912509	0.930965	0.507959	α	
	0.345146	0.323801	0.984145	MSE	
	2	1	3	Rank	
	0.162558	0.174492	0.159294	β	
	0.113867	0.105955	0.116081	MSE	
	2	1	3	Rank	
	0.869388	0.782042	0.679701	p	
	0.136447	0.079548	0.032293	MSE	
	3	2	1	Rank	
	8 ^[2]	6 ^[1]	10 ^[3]	$\sum Rank$	
50	0.11741	0.101112	0.16568	γ	50
	0.033339	0.039556	0.018042	MSE	
	2	3	1	Rank	
	1.485578	1.539732	1.485804	α	
	0.000208	0.001579	0.000202	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.667626	0.710863	0.267813	β	
	0.071624	0.096636	0.053911	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.654596	0.648942	0.645731	p	
	0.0239	0.022184	0.021237	MSE	
	3	2	1	Rank	
	9 ^[2]	11 ^[3]	4 ^[1]	$\sum Rank$	
150	0.211631	0.20901	0.234732	γ	150
	0.007809	0.008279	0.00426	MSE	
	2	3	1	Rank	
	1.491783	1.491419	1.493745	α	
	6.75E-05	7.36E-05	3.91E-05	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.576641	0.571883	0.544624	β	

الملحق A

	0.031202	0.029544	0.020916	MSE	100		
	3	2	1	Rank			
	0.645409	0.584179	0.581624	p			
	0.021144	0.007086	0.006662	MSE			
3	2	1	Rank				
$10^{[2.5]}$				$10^{[2.5]}$		$4^{[1]}$	$\sum Rank$
wls	0.239115	0.325386	0.307552	γ		150	
	0.003707	0.000644	5.70E-05	MSE			
	3	2	1	Rank			
	1.494141	1.502197	1.500362	α			
	3.43E-05	4.83E-06	1.31E-07	MSE			
	3	2	1	Rank			
	0.497079	0.536964	0.479158	β			
	0.009424	0.018759	0.006266	MSE			
	3	2	1	Rank			
	0.565588	0.576884	0.560751	p			
0.004302	0.005911	0.003691	MSE				
2	3	1	Rank				
$11^{[3]}$				$9^{[2]}$	$4^{[1]}$	$\sum Rank$	
$\sum \sum Rank$							

جدول (3) متوسط القيم التقديرية للمعاملات و MSE والرتب الجزئية والكلية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث ($\gamma = 1, \alpha = 0.1, \beta = 0.1, p = 0.8$) (Model 3)

Best	wls	per	mle	Ees.par	n	
30	1.556621	1.571218	1.454263	γ	30	
	0.309826	0.32629	0.206355	MSE		
	2	3	1	Rank		
	0.426994	0.422207	0.364928	α		
	0.106925	0.103817	0.070187	MSE		
	3	2	1	Rank		
	0.139696	0.124865	0.110286	β		
	0.436001	0.455807	0.475706	MSE		
	1	2	3	Rank		
	0.518763	0.487172	0.456538	p		
0.079094	0.097861	0.117966	MSE			
1	2	3	Rank			
$7^{[1]}$				$9^{[3]}$	$8^{[2]}$	$\sum Rank$
30	1.319564	1.323646	1.399833	γ	30	
	0.102121	0.104747	0.159867	MSE		
	1	2	3	Rank		
	0.36361	0.364363	0.361223	α		
	0.06949	0.069888	0.068238	MSE		
	3	2	1	Rank		
	0.152184	0.477196	0.48239	β		
0.419665	0.142277	0.146222	MSE			

الملحق A

	3	1	2	Rank	50
	0.548014	0.524725	0.558565	p	
	0.063497	0.075776	0.058291	MSE	
	2	3	1	Rank	
	$9^{[3]}$	$8^{[2]}$	$7^{[1]}$	$\sum Rank$	
wls	1.271841	1.274624	1.268697	γ	100
	0.073898	0.075418	0.072198	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.346561	0.360062	0.015786	α	
	0.060792	0.067632	0.007092	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.450774	0.460514	0.437005	β	
	0.123042	0.12997	0.113573	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.5828	0.58196	1.023552	p	
	0.047176	0.047542	0.049975	MSE	
1	2	3	Rank		
	$7^{[2]}$	$11^{[3]}$	$6^{[1]}$	$\sum Rank$	
wls	1.266142	1.26665	1.257273	γ	150
	0.070831	0.071102	0.066189	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.024319	0.018819	0.034109	α	
	0.005728	0.00659	0.004342	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.415639	0.391865	0.37663	β	
	0.099628	0.085185	0.076524	MSE	
	3	2	1	Rank	
	1.008266	0.986789	0.916958	p	
	0.043375	0.03489	0.013679	MSE	
3	2	1	Rank		
	$10^{[2.5]}$	$10^{[2.5]}$	$4^{[1]}$	$\sum Rank$	
				$\sum \sum Rank$	

جدول (4) متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع (Model 4) $\gamma = 0.9, \alpha = 0.9, \beta = 0.9, p = 0.9$

Cvm	ols	mle	Ees.par	n
1.060012	0.995566	1.386398	γ	30
0.025604	0.009133	0.236583	MSE	
2	1	3	Rank	
0.787092	0.881138	0.009649	α	
0.012748	0.000356	0.792725	MSE	
2	1	3	Rank	
0.392921	0.410473	0.158639	β	
0.257129	0.239637	0.549617	MSE	
2	1	3	Rank	

الملحق A

1.028148	0.946333	0.687025	p	50	
0.016422	0.002147	0.045358	MSE		
2	1	3	Rank		
8 ^[2]	4 ^[1]	12 ^[3]	$\sum Rank$		
0.800489	0.858652	1.347835	γ		
0.009902	0.00171	0.200557	MSE		
2	1	3	Rank		
0.821458	0.820094	0.018136	α		
0.006169	0.006385	0.777685	MSE		
1	2	3	Rank		
0.435481	0.492379	0.161665	β		
0.215778	0.166155	0.545138	MSE		
2	1	3	Rank		
0.809645	0.839496	0.989395	p		
0.008164	0.003661	0.007992	MSE		
3	1	2	Rank		
8 ^[2]	5 ^[1]	11 ^[3]	$\sum Rank$		
0.95920969	0.80579287	1.233081651	γ	100	
0.003505787	0.008874983	0.110943386	MSE		
1	2	3	Rank		
0.870202858	0.787075941	0.019224356	α		
0.00088787	0.012751843	0.775765735	MSE		
1	2	3	Rank		
0.498500066	0.498140934	0.165340651	β		
0.161202197	0.161490709	0.539724359	MSE		
1	2	3	Rank		
0.85240745	0.79822741	0.815567168	p		
0.002265051	0.01035766	0.007128903	MSE		
1	3	2	Rank		
4 ^[1]	9 ^[2]	11 ^[3]	$\sum Rank$		
0.859208111	0.960883658	0.994448921	γ		150
0.001663978	0.00370682	0.008920599	MSE		
1	2	3	Rank		
0.911573343	0.864919621	0.031741913	α		
0.000133942	0.001230633	0.753872106	MSE		
1	2	3	Rank		
0.50967327	0.422794818	0.179223562	β		
0.152354956	0.227724785	0.519518673	MSE		
1	2	3	Rank		
0.877324605	0.854722102	0.877856665	p		
0.000514174	0.002050088	0.000490327	MSE		
1	3	2	Rank		
4 ^[1]	9 ^[2]	11 ^[3]	$\sum Rank$		
$\sum \sum Rank$					

الملحق A

جدول (5) متوسط القيم التقديرية للمعاملات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس $\gamma = 0.4, \alpha = 0.7, \beta = 1.5, p = 0.3$ (Model 5)

Best	Cvm	ols	mle	Ees.par	n
30	0.334945	0.345145	0.570421	γ	30
	0.004232	0.003009	0.029043	MSE	
	2	1	3	Rank	
	0.613531	0.621517	0.758202	α	
	0.007477	0.00616	0.003387	MSE	
	3	2	1	Rank	
	0.944585	0.898786	0.671995	β	
	0.308486	0.361459	0.13838	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.195732	0.187753	0.124104	p	
	0.010872	0.012599	0.03094	MSE	
1	2	3	Rank		
	4 ^[1]	9 ^[2]	11 ^[3]	$\sum Rank$	
50	0.475786	0.470421	0.445145	γ	50
	0.005744	0.004959	0.002038	MSE	
	3	2	1	Rank	
	0.666596	0.658202	0.721517	α	
	0.001116	0.001747	0.000463	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.590145	0.571995	0.998786	β	
	0.827837	0.861194	0.488302	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.057505	0.024104	0.287753	p	
	0.058804	0.076119	0.00015	MSE	
2	3	1	Rank		
	9 ^[2]	11 ^[3]	4 ^[1]	$\sum Rank$	
100	0.430477	0.443778	0.543778	γ	100
	0.000929	0.001916	0.020672	MSE	
	1	2	3	Rank	
	0.641289	0.644202	0.744202	α	
	0.003447	0.003113	0.001954	MSE	
	3	2	1	Rank	
	0.660811	0.650443	0.750443	β	
	0.704238	0.721747	0.202899	MSE	
	2	3	1	Rank	
	0.082551	0.105878	0.205878	p	
	0.047284	0.037683	0.008859	MSE	
3	2	1	Rank		
	9 ^[2.5]	9 ^[2.5]	6 ^[1]	$\sum Rank$	
	0.543698	0.532288	0.632288	γ	
	0.020649	0.0175	0.053958	MSE	
	2	1	3	Rank	

الملحق A

150	0.717441	0.710849	0.810849	α
	0.000304	0.000118	0.012287	MSE
	2	1	3	Rank
	0.643401	0.641072	0.741072	β
	0.733763	0.737757	0.194545	MSE
	2	3	1	Rank
	0.238309	0.208313	0.308313	p
	0.003806	0.008406	6.91E-05	MSE
	2	3	1	Rank
	$g^{[2]}$	$g^{[2]}$	$g^{[2]}$	$\sum Rank$
$\sum \sum Rank$				

جدول (6) متوسط القيم التقديرية للمعلمات و MSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السادس ($\gamma = 2.1, \alpha = 2.9, \beta = 2.2, p = 0.2$) (Model 6)

Cvm	ols	mle	Ees.par	n
1.81864826718230	2.78110049044826	1.87880766531270	γ	30
0.0791587975595203	0.463897878088859	0.0489260489244200	MSE	
2	3	1	Rank	
3.30432836811649	2.21235343570488	2.79454638626290	α	
0.163481429263742	0.472857797386877	0.0111204646502138	MSE	
2	3	1	Rank	
1.32141161226127	1.28532402141494	2.25878490723759	β	
0.771917555069346	0.836632145800530	0.0252126467664511	MSE	
2	3	1	Rank	
0.718675134534086	0.0052669280625332	0.0059485446108439	p	
0.269023895183952	0.0379209693062026	0.0376559673386496	MSE	
3	2	1	Rank	
$g^{[3]}$	$11^{[2]}$	$4^{[1]}$	$\sum Rank$	
2.06122709461705	2.03506315467759	2.08952161700523	γ	50
0.0015033381918354	0.004216793880426	0.000109796510185	MSE	
2	3	1	Rank	
2.25283653998369	3.00641026296342	2.99103556421391	α	
0.0233590079541852	0.011323144063943	0.0082874739517442	MSE	
3	2	1	Rank	
2.73905421545378	2.65735765053327	2.35985385646271	β	
0.408390290289247	0.310647550607964	0.0675240267185426	MSE	
3	2	1	Rank	
0.697210792411129	0.0191807332181415	0.0330664892142070	p	
0.247218572090103	0.0326956072395289	0.0278667970232705	MSE	
3	2	1	Rank	
$11^{[3]}$	$g^{[2]}$	$4^{[1]}$	$\sum Rank$	
2.15543498656945	2.14934129952615	2.12858266591712	γ	
0.00307303773595531	0.0024345638389290	0.0008169687909297	MSE	
3	2	1	Rank	

الملحق A

2.74303663843426	2.98748480196547	2.96725172592287	α	100
0.0246374968740176	0.0076535905749372	0.0045227946396041	MSE	
3	2	1	Rank	
2.29650997845159	2.37749386571580	2.25549668287203	β	
0.0386161716310459	0.077002845509899	0.024179218384205	MSE	
2	3	1	Rank	
0.376803639370213	0.0802248516626962	0.0666810038669749	p	
0.0312595268945523	0.0143460861592231	0.0177739547299176	MSE	
3	1	2	Rank	
11 ^[3]	g ^[2]	5 ^[1]	$\sum Rank$	
2.06998928824374	2.14304334934095	2.08284343104596	γ	150
0.0009006428201176	0.001852729922487	0.000294347858274	MSE	
2	3	1	Rank	
2.73585111409049	2.83041373506420	2.82524461932235	α	
0.0269448567453331	0.004842248267714	0.005588366940259	MSE	
3	1	2	Rank	
2.83041373506420	2.82524461932235	2.14304334934095	β	
0.0048422482677149	0.005588366940259	0.001852729922487	MSE	
2	3	1	Rank	
0.211403054652637	0.214804631980015	0.0999999999999952	p	
0.0001300296554110	0.000219177128063	0.010000000000001	MSE	
1	2	3	Rank	
g ^[2]	g ^[3]	7 ^[1]	$\sum Rank$	
$\sum \sum Rank$				

جدول (7) متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السابع (Model 7) $\gamma=2.5, \alpha=0.4, \beta=0.5, p=0.05$

Cvm	ols	mle	Ees.par	n
2.52519656973444	2.32349609913434	2.39379896858284	γ	30
0.000634867126382	0.031153627020	0.01127865907406	MSE	
1	3	2	Rank	
0.536641613254739	0.521423070150309	0.446494700476289	α	
0.0186709304728576	0.014743561964727	0.002161757172379	MSE	
3	2	1	Rank	
0.879567928358285	0.853724110145493	0.544842635052561	β	
0.144071812238200	0.125120746098221	0.00201086191845	MSE	
3	2	1	Rank	
0.0010464630080058	0.010681425343221	0.100000000000000	p	
0.002396448784026	0.001545950313040	0.002500000000000	MSE	
2	1	3	Rank	
g ^[2]	g ^[3]	7 ^[1]	$\sum Rank$	
2.57013546339363	2.56589496014031	2.51013349759699	γ	
0.0049189832254385	0.004342145771893	0.000102687773548	MSE	
3	2	1	Rank	
0.639132415867250	0.639397990068057	0.375664427708461	α	

الملحق A

0.0571843123185074	0.0573113976486253	0.000592220078756	MSE	50
2	3	1	Rank	
0.889141635128159	0.876851579994966	0.472106622664491	β	
0.151431212190217	0.142017113344702	0.000778040499181	MSE	
3	2	1	Rank	
0.100000000000082	0.034507626393099	0.099999999979614	p	
0.002500000000082	0.000240013639975	0.0024999999714	MSE	
3	1	2	Rank	
11 ^[3]	8 ^[2]	5 ^[1]	$\sum Rank$	
2.56303931904268	2.56249190179236	2.51737227575585	γ	
0.003973955745364	0.003905237789626	0.000301795964937	MSE	100
3	2	1	Rank	
0.650618297116288	0.635156616523449	0.422528108756262	α	
0.0628095308494678	0.055298634294756	0.00050751568413	MSE	
3	2	1	Rank	
0.794842060554433	0.782470999880753	0.476042935182912	β	
0.0869318406719839	0.079789865773632	0.00057394095452	MSE	
3	2	1	Rank	
0.0331896251294998	0.0626392405694286	0.039201465190899	p	
0.0002825887032867	0.000159750402188	0.000116608354023	MSE	
3	2	1	Rank	
12 ^[3]	8 ^[2]	4 ^[1]	$\sum Rank$	
2.51049019025874	2.52164255625676	2.50472034199790	γ	150
0.0001100440914	0.000468400241320	2.228162857e-05	MSE	
2	3	1	Rank	
0.458610350329318	0.351282297099150	0.39159056031735	α	
0.00343517316572535	0.002373414575935	7.07186757760e-05	MSE	
3	2	1	Rank	
0.709735845557283	0.679215493875928	0.487024479904957	β	
0.0439891249116286	0.03211819321928	0.00016836412173	MSE	
3	2	1	Rank	
0.100000000000009	0.05425823052250	0.049191112525045	p	
0.00250000	1.8132527182e-05	6.54298947138e-07	MSE	
3	2	1	Rank	
11 ^[3]	9 ^[2]	4 ^[1]	$\sum Rank$	
$\sum \sum Rank$				

جدول (8) متوسط القيم التقديرية للمعاملات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثامن (Model 8) $\gamma=0.01, \alpha=1.1, \beta=2, p=0.09$

Cvm	ols	mle	Ees.par	n
0.828963480336763	0.850725727085829	0.337596193612029	γ	150
0.546067025271422	0.578703631850264	0.0613038750911653	MSE	
2	3	1	Rank	
2.11825978798950	2.10946180233389	2.07664618941763	α	

الملحق A

0.047637335053219	0.0438742466369598	0.0312038762357684	MSE
3	2	1	Rank
1.03625603636901	1.44602811419373	2.27137414883742	β
0.928802427435167	0.306884850263759	0.0736439286572344	MSE
3	2	1	Rank
0.151873890785863	0.099999999999997	0.099999999999997	p
0.0201282008867189	0.0080932234234	0.008019324349	MSE
3	2	1	Rank
$11^{[3]}$	$9^{[2]}$	$4^{[1]}$	$\sum Rank$
0.815286451401375	0.794284908849792	0.266660998961748	γ
0.526040436586399	0.496017232833560	0.0312091085541626	MSE
3	2	1	Rank
2.11239416422906	2.10781017265928	2.39882077344712	α
0.0451112809985607	0.0431850678606809	0.248822164022379	MSE
2	1	3	Rank
1.06119394527576	2.45488979483579	2.20645730684582	β
0.881356808386887	0.206924725445748	0.0426246195500308	MSE
3	2	1	Rank
0.099999999999997	0.100000000000000	0.0565523439667086	p
0.008099999999999	0.008100000000000	0.0021671207287947	MSE
2	3	1	Rank
$10^{[3]}$	$8^{[2]}$	$6^{[1]}$	$\sum Rank$
0.683718278047251	0.685255469951773	0.265690720113143	γ
0.352501393687393	0.354329074507506	0.0308672291338746	MSE
2	3	1	Rank
2.07836641329831	2.08455982016000	1.98810635712305	α
0.0318145773929035	0.0340623272174899	0.00776273016549	MSE
2	3	1	Rank
1.06904255414154	2.30205061128574	2.17206404528682	β
0.86668176599930	0.0912345717780909	0.0296060356804639	MSE
3	1	2	Rank
0.0686915296180101	0.025448517131343	0.017515918829897	p
0.0034446956489017	0.000238656681557	5.648903585765e-05	MSE
3	2	1	Rank
$10^{[3]}$	$9^{[2]}$	$5^{[1]}$	$\sum Rank$
0.574092590817059	0.560096184503792	0.217472539522292	γ
0.234345636483973	0.220990422685023	0.016249248332263	MSE
3	2	1	Rank
2.00827835068943	2.00735990683868	1.98088563899476	α
0.0117242012280241	0.011526149596410	0.006542486595590	MSE
3	2	1	Rank
2.59091103978569	2.20735612762893	1.94459748958599	β
0.349175856940601	0.0429965636652631	0.003069438160174	MSE

30

50

100

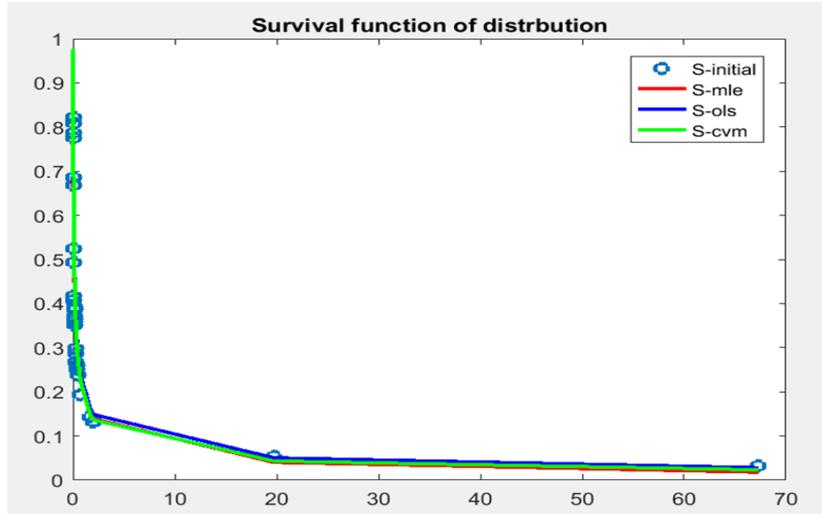
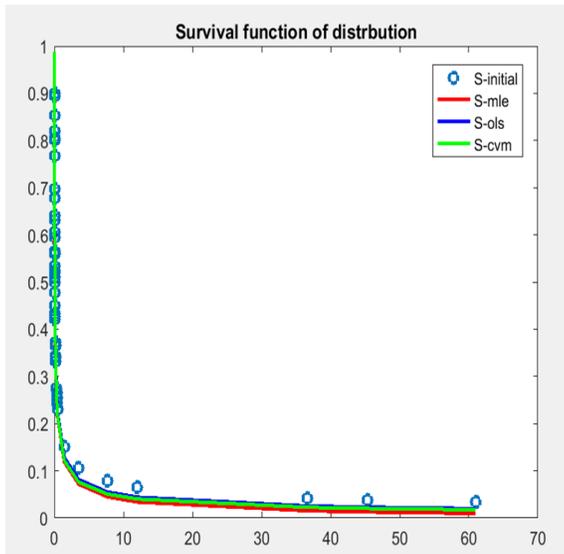
الملحق A

	3	2	1	Rank
0.0024658011970360	0.0158177403426230	0.0133436354875683		p
5.676415160258e-05	3.384610269418e-05	1.117989827372e-05		MSE
	3	2	1	Rank
12 ^[3]	8 ^[2]	4 ^[1]		$\sum Rank$

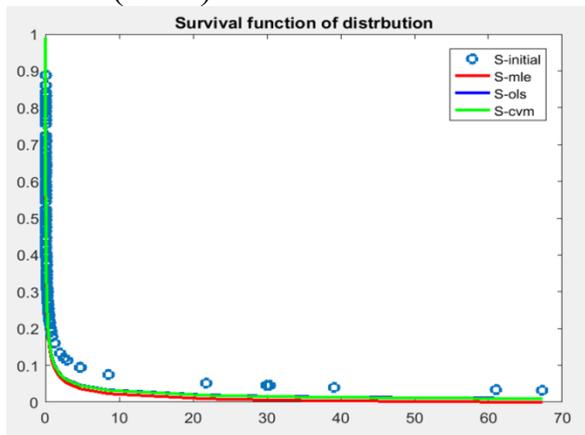
150

جدول (9) متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الاول

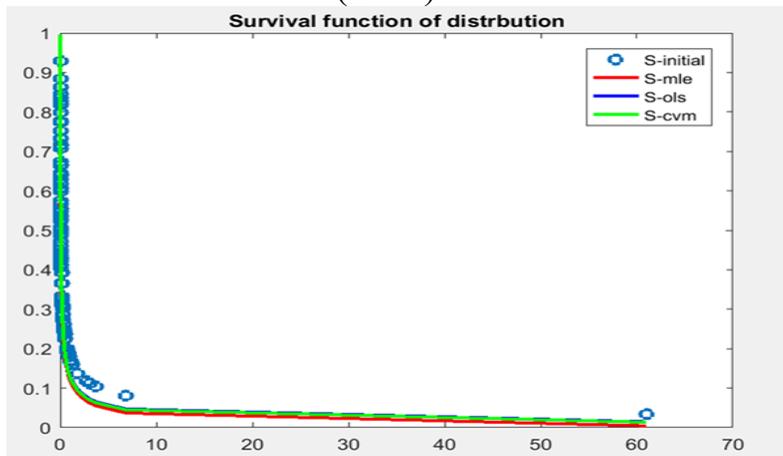
Sample size		mle	OLS	CVM	Best
30	MSE	0.253263	0.041402	0.042727	
	Rank	3	1	2	OLS
50	MSE	0.132939	0.018294	0.018508	
	Rank	3	1	2	OLS
100	MSE	0.127298	0.015977	0.016309	
	Rank	3	1	2	OLS
150	MSE	0.123168	0.01012	0.010646	
	Rank	3	1	2	OLS
	$\sum mse$				
	$\sum \sum Rank$				



(n=50)



(n=30)



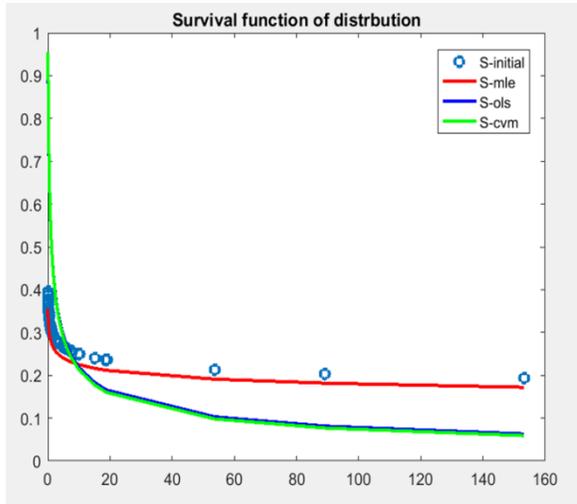
(n=150)

(n=100)

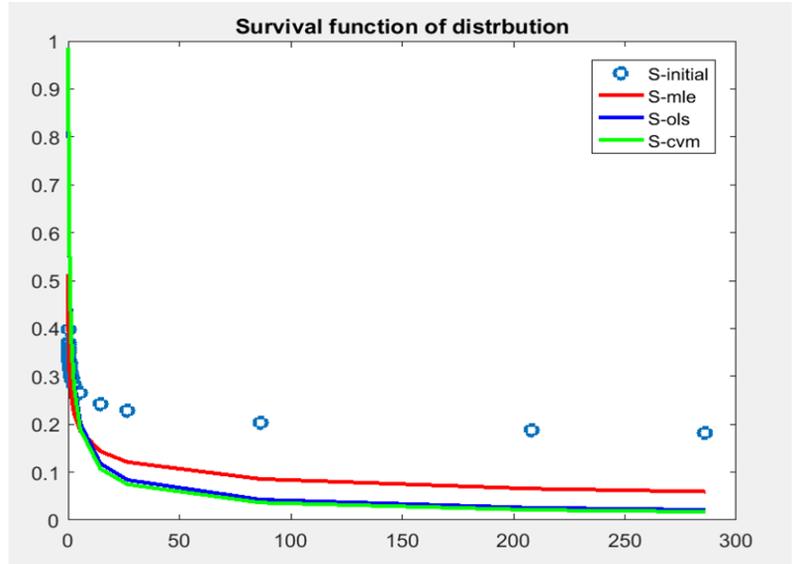
شكل (1) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الأول

جدول (10) متوسط مربعات الخطأ MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني

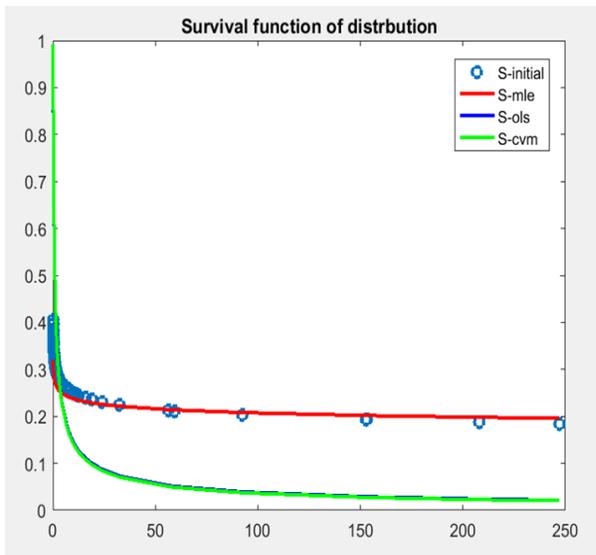
Sample size		mle	OLS	CVM	Best
30	MSE	0.253263	0.041402	0.042727	OLS
	Rank	3	1	2	
50	MSE	0.01012	0.123168	0.010646	MLE
	Rank	1	3	2	
100	MSE	0.015977	0.132939	0.016309	MLE
	Rank	1	3	2	
150	MSE	0.018294	0.127298	0.018508	MLE
	Rank	1	3	2	
	$\sum mse$				
	$\sum \sum Rank$				



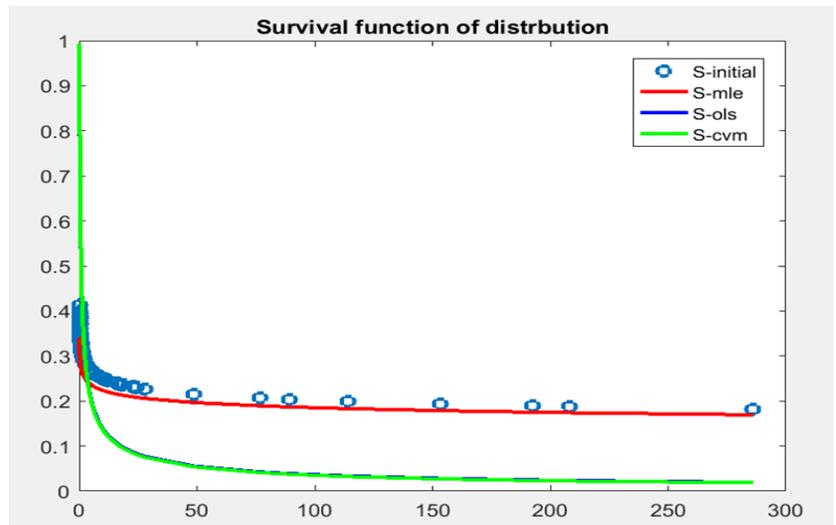
(n=50)



(n=30)



(n=100)

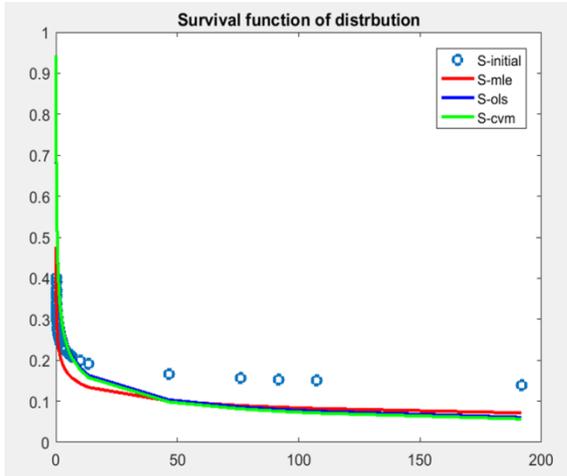


(n=100)

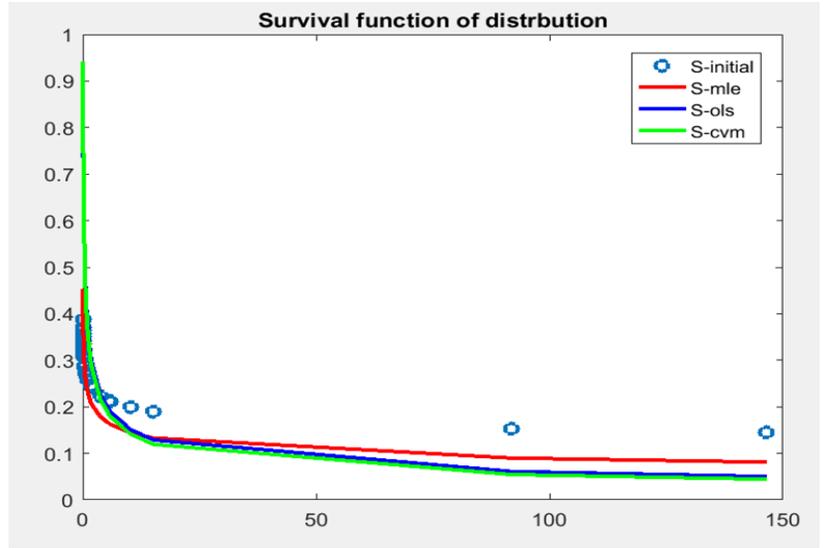
شكل (2) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الثاني

جدول (11) متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث

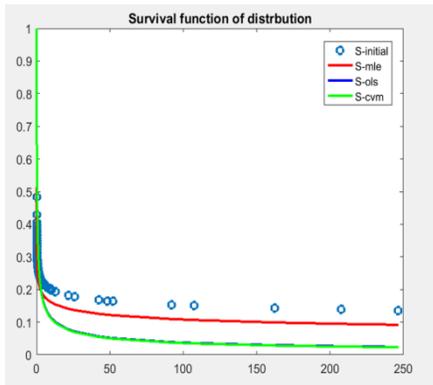
Sample size		mle	OLS	CVM	Best
30	MSE	0.085769	0.043505	0.046767	cvm
	Rank	3	2	1	
50	MSE	0.042614	0.085587	0.040813	mle
	Rank	1	3	2	
100	MSE	0.048221	0.086838	0.0472	mle
	Rank	1	3	2	
150	MSE	0.05021	0.050911	0.093042	mle
	Rank	1	2	3	
	$\sum mse$				
	$\sum \sum Rank$				



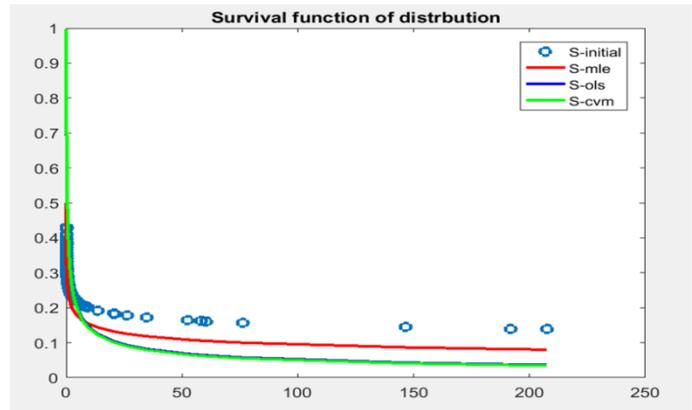
(n=50)



(n=30)



(n=150)

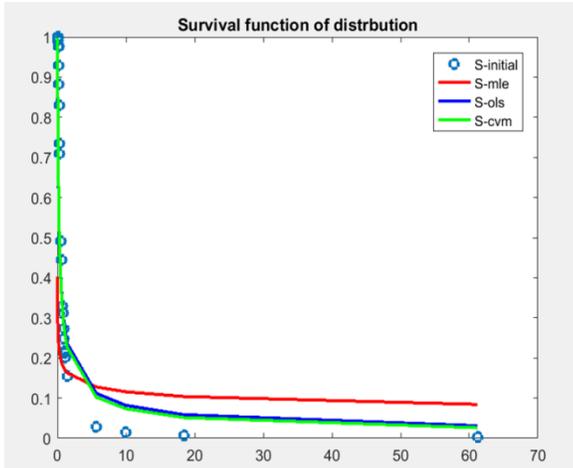


(n=100)

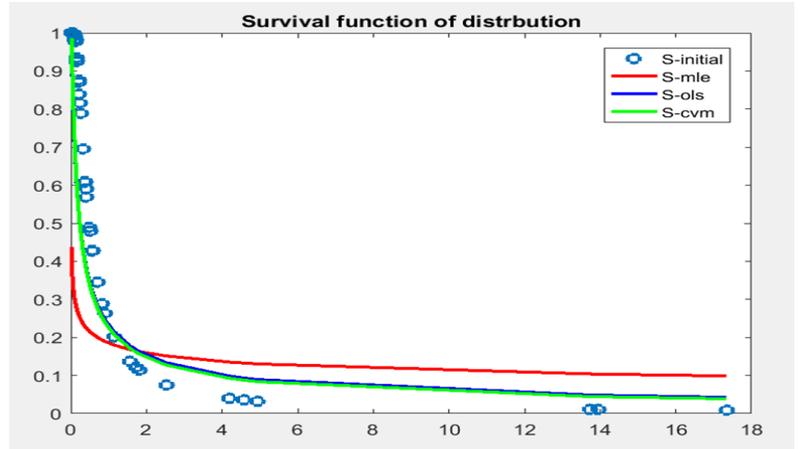
شكل (3) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الثالث

جدول (12) متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع

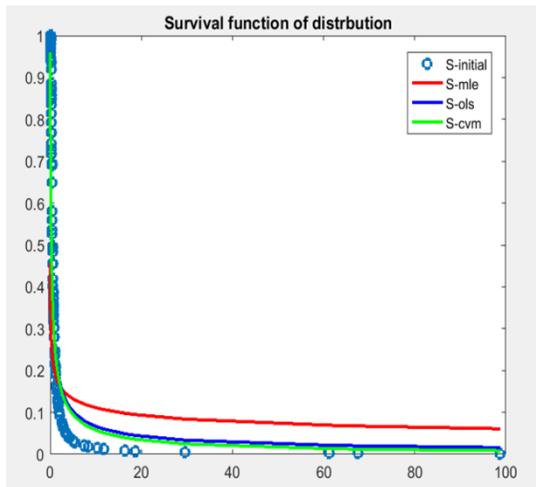
Sample size		mle	OLS	CVM	Best
30	MSE	0.337724165	0.097986	0.098342	
	Rank	3	1	2	
50	MSE	0.328030122	0.093425	0.093793	
	Rank	3	1	2	
100	MSE	0.311446	0.079577	0.079193	
	Rank	3	2	1	
150	MSE	0.284564	0.073919	0.074022	
	Rank	3	1	2	
	$\sum mse$				
	$\sum \sum Rank$				



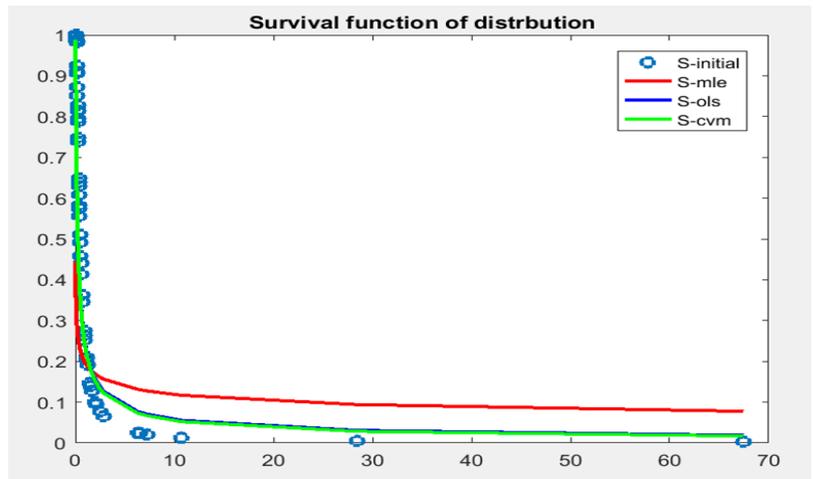
(n=50)



(n=30)



(n=150)

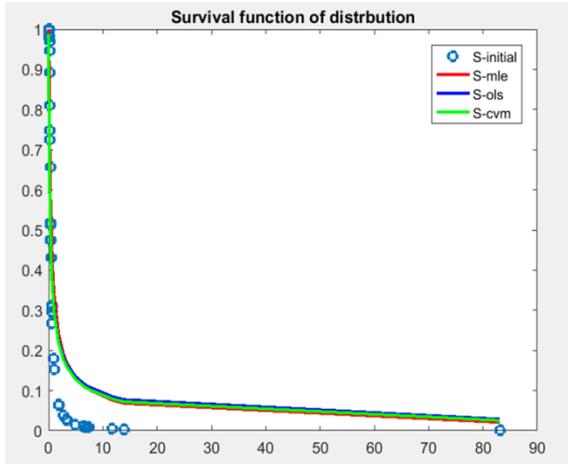


(n=80)

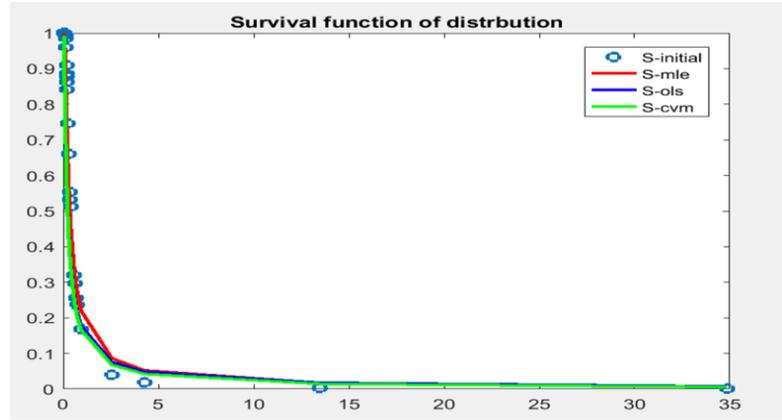
شكل (4) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الرابع

جدول (13) متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس

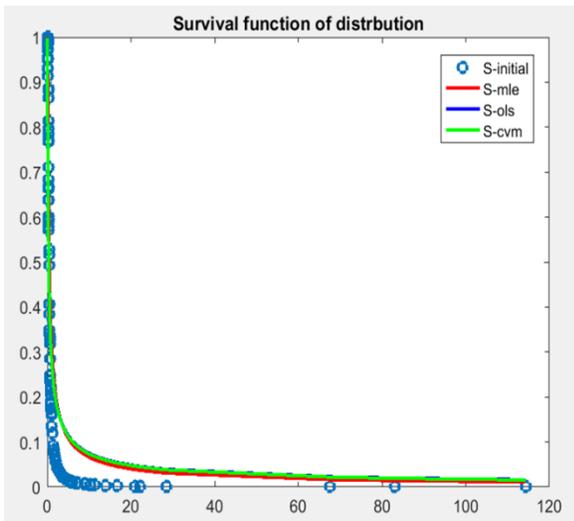
Sample size		mle	OLS	CVM	Best
30	MSE	0.017294	0.059165	0.058697	
	Rank	1	3	2	
50	MSE	0.01517334	0.0345151	0.0332384	
	Rank	1	3	2	
100	MSE	0.014242	0.038378	0.037842	
	Rank	1	3	2	
150	MSE	0.011385	0.029814	0.029467	
	Rank	1	3	2	
	$\sum mse$				
	$\sum \sum Rank$				



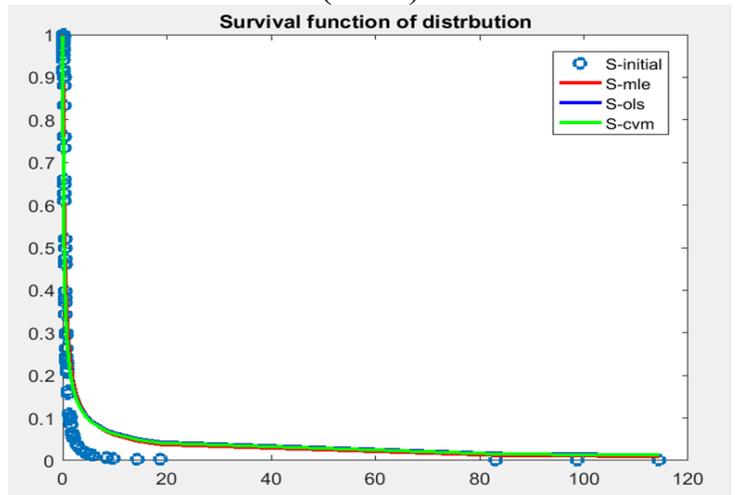
(n=50)



(n=30)



(n=150)

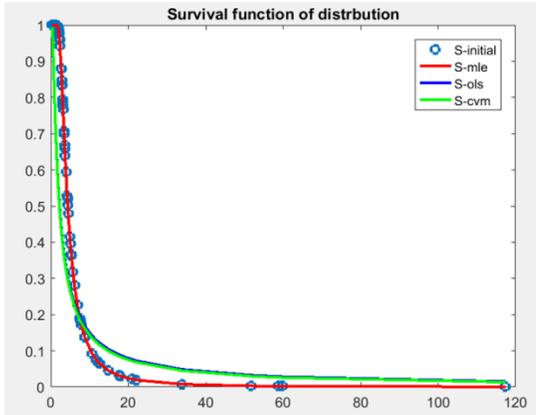


(n=100)

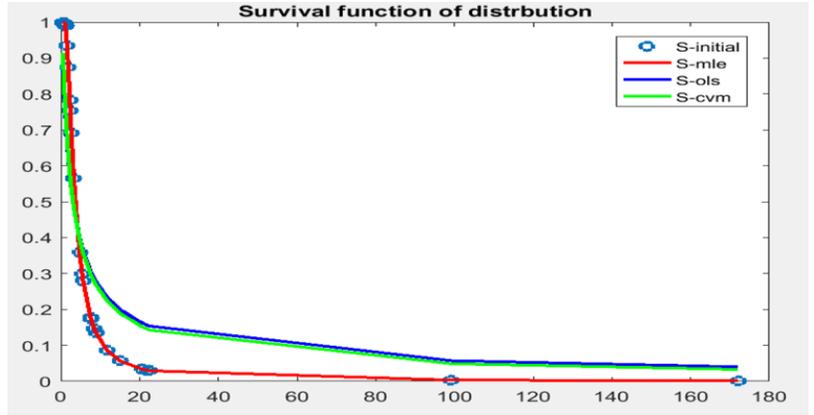
شكل (5) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإتمودج الخامس

جدول (14) متوسط مربعات الخطأ MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السادس

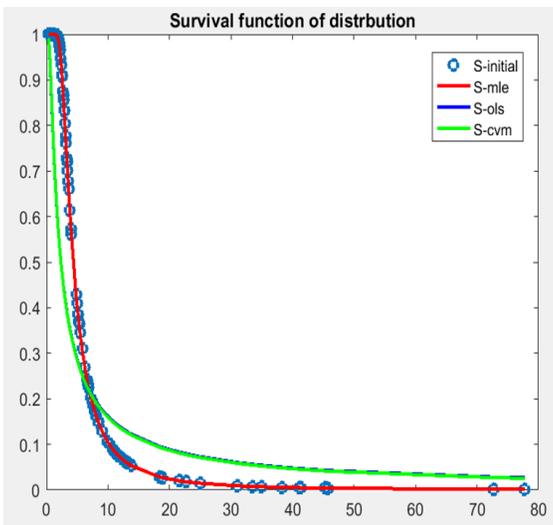
Sample size		mle	OLS	CVM	Best
30	MSE	0.008327559500401	0.0229942312040	0.0224443338	
	Rank	1	3	2	
50	MSE	0.001527826218268	0.0206408778522	0.0192541063	
	Rank	1	3	2	
100	MSE	0.000351569820362	0.0108451578888	0.0130287488	
	Rank	1	2	3	
150	MSE	0.000012253295758	0.0003693961311	0.0036882468	
	Rank	1	2	3	
	$\sum mse$				
	$\sum \sum Rank$				



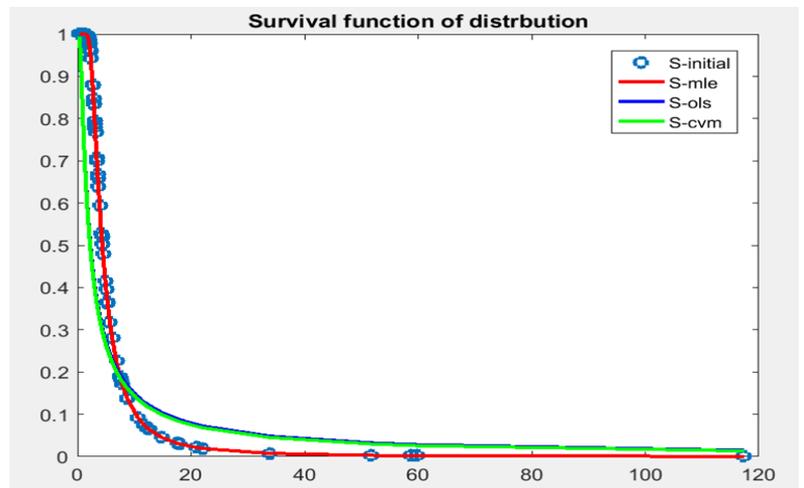
(n=50)



(n=30)



(n=150)

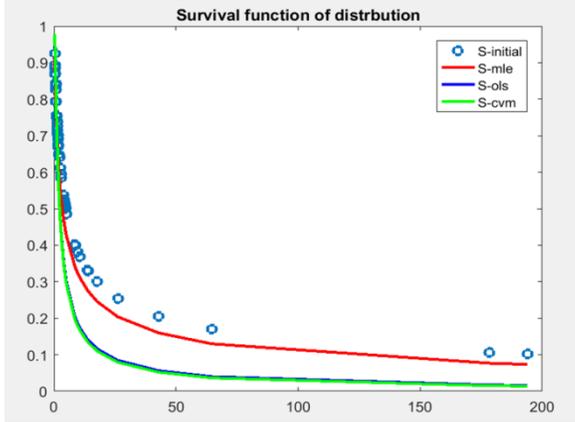


(n=100)

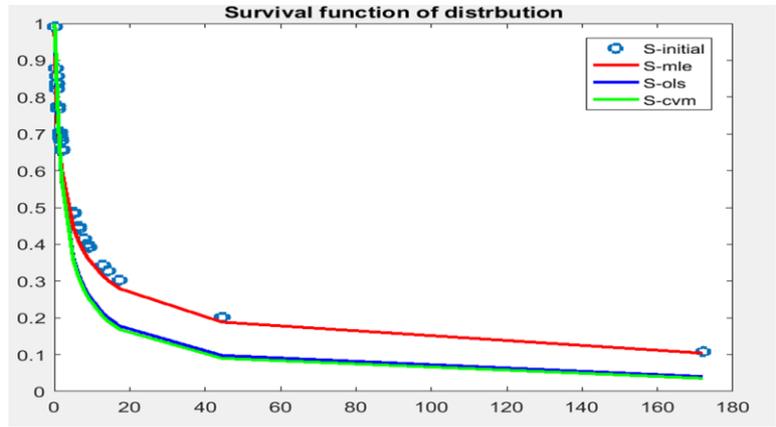
شكل (6) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج السادس

جدول (15) متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج السابع

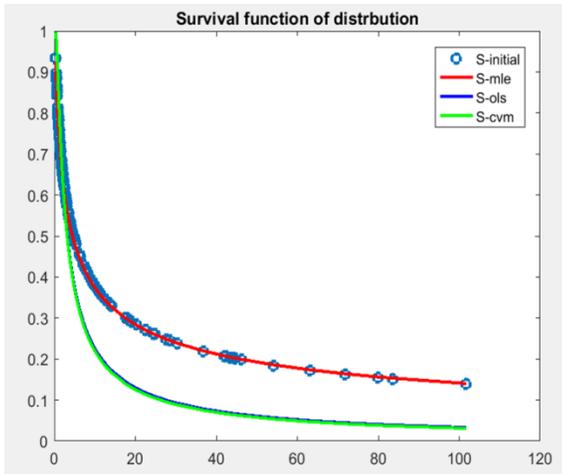
Sample size		mle	OLS	CVM	Best
30	MSE	0.003813679608130	0.0192756274695	0.0200577440	mle
	Rank	1	2	3	
50	MSE	0.0034445704	0.01083616313	0.0116240180	mle
	Rank	1	2	3	
100	MSE	0.000619822262297	0.0101603731797	0.0112496315	mle
	Rank	1	2	3	
150	MSE	0.000518790029141	0.0080176076237	0.0083786903	mle
	Rank	1	2	3	
	$\sum mse$				
	$\sum \sum Rank$				



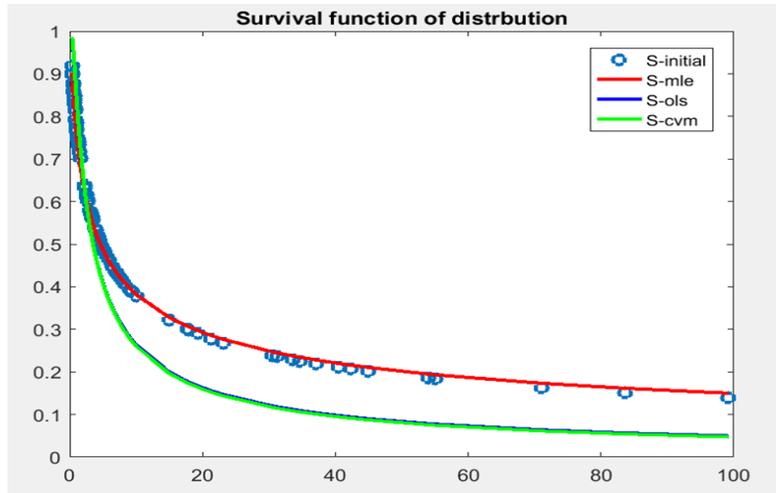
(n=50)



(n=30)



(n=150)

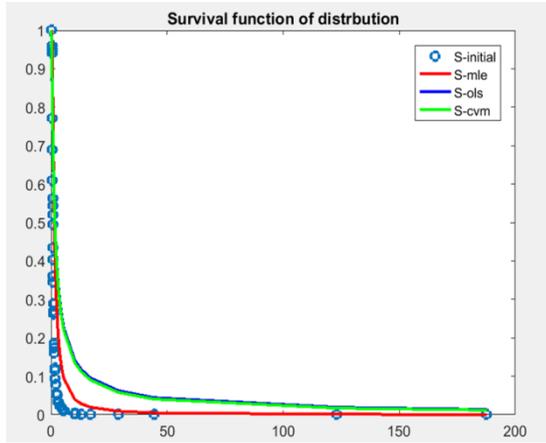


(n=100)

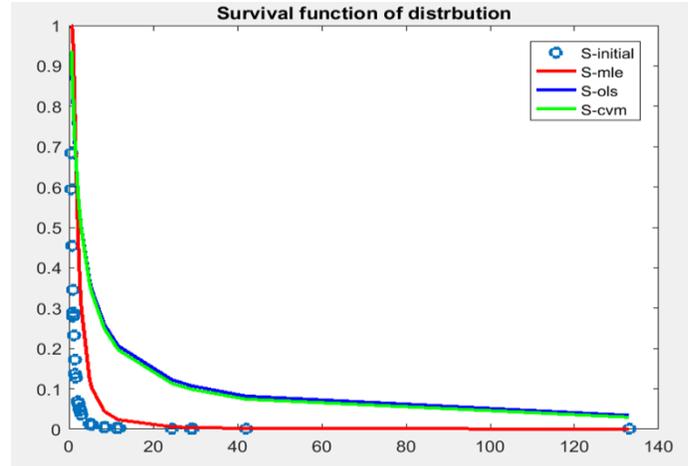
شكل (7) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج السابع

جدول (16) متوسط مربعات الخطاء MSE و الرتب الجزئية لمSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثامن

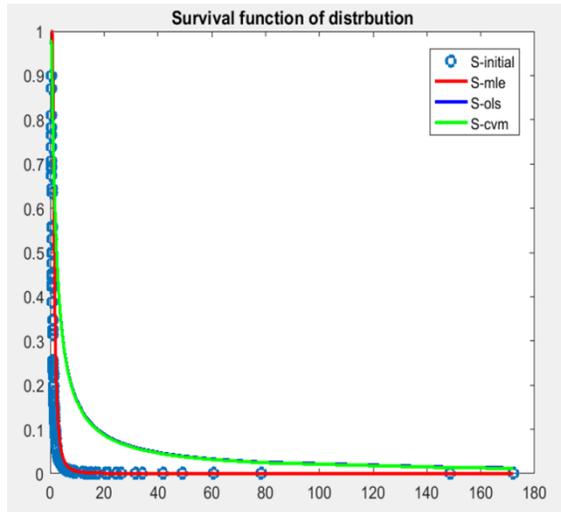
Sample size		mle	OLS	CVM	Best
30	MSE	0.155860000475028	0.158486321447	0.1606385810	mle
	Rank	1	2	3	
50	MSE	0.08962612023092	0.1387384729268	0.1391463935	mle
	Rank	1	2	3	
100	MSE	0.068305731843711	0.0935451198658	0.0736205770	mle
	Rank	1	3	2	
150	MSE	0.046218167736538	0.0765815936461	0.0643731014	mle
	Rank	1	3	2	
	$\sum mse$				
	$\sum \sum Rank$				



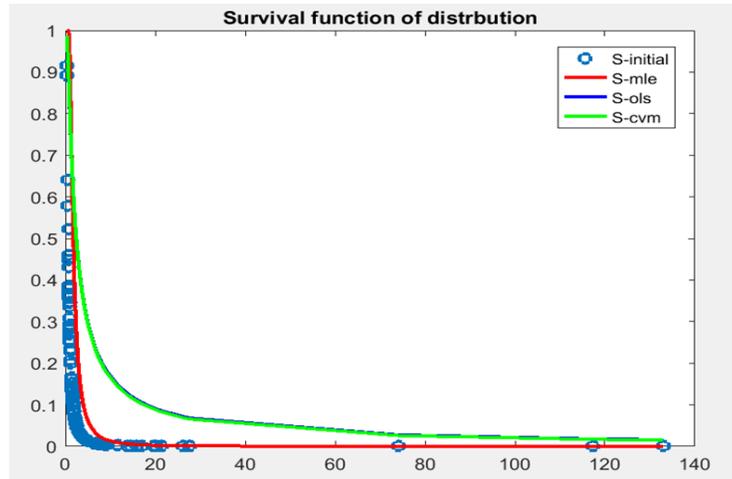
(n=50)



(n=30)



(n=150)



(n=100)

شكل (8) دالة البقاء الحقيقية والمقدرة لطرائق التقدير كافة ولجميع أحجام العينات بالنسبة للإنموذج الثامن

1-بناء خارطة تحويل الرتب التربيعية (ORTM)

ليكن X_1 و X_2 متغيرين مستقلين موزعين بشكل متطابق عشوائيا (i.i.d) (Identical Independent Distribution) بأذ أن:

$$T_{2:2} = \max(T_1, T_2) \text{ ، } T_{1:2} = \min(T_1, T_2)$$

وإن:

$$Y \stackrel{d}{=} T_{1:2} \text{ ، باحتمال } = \Delta$$

$$Y \stackrel{d}{=} T_{2:2} \text{ ، باحتمال } = 1 - \Delta$$

أذ ان $0 \leq \Delta \leq 1$ ، وبذلك فان دالة التوزيع التراكمي المتغير Y تعطى بالشكل التالي:

$$F_Y(x) = \pi p(\min(X_1, X_2) \leq x) + (1 - \pi)p(\max(X_1, X_2) \leq x) \dots (12 - 2)$$

وبحسب الصيغة (2 - 5) قانون الإحصاءات المرتبة (10] order statistics] وبتعويض $n = 2$ فإن:

$$V_i(x) = \sum_{k=i}^n C_k^n V_{\min}(x) = C_1^2$$

$$2v(x) - 2[v(x)]^2 + [v(x)]^2$$

$$2[v(x)] - [v(x)]^2$$

$$1 - 1 + 2v(x) - [v(x)]^2 \text{ وطرح بإضافة } 1$$

$$1 - [1 - 2v(x) + [v(x)]^2]$$

$$V_{\min}(x) = 1 - [1 - v(x)]^2 \dots (2)$$

وإن:

$$V_{\max}(x) = [v(x)]^2 \dots (3)$$

وبتعويض الصيغتين (2) و (3) في الصيغة (2 - 12) نحصل على:

$$1 - \Delta[v(x)]^2 V_Y(x) = \Delta(1 - [1 - v(x)]^2) +$$

$$1 - \Delta[v(x)]^2 V_Y(x) = \Delta(1 - (1 - 2v(x) + [v(x)]^2)) +$$

$$1 - \Delta[v(x)]^2 (\Delta(1 - 1 + 2v(x) - [v(x)]^2)) +$$

$$[v(x)]^2 - \Delta[v(x)]^2)((2\Delta v(x) - \Delta[v(x)]^2)) +$$

$$[v(x)]^2)((2\Delta v(x) - 2\Delta[v(x)]^2)) +$$

$$((2\Delta v(x) + [v(x)]^2(1 - 2\Delta))$$

$$1 - 2\Delta[v(x)]^2)2\Delta v(x) +$$

وبافتراض ان $\sigma = 2\Delta - 1$ ينتج:

$$V_Y(x) = (1 + \sigma)v(x) - \sigma[v(x)]^2$$

2-خارطة تحويل الرتب المكعبة Cubic Rank Transformation

Map(CRTM)

لوحظ أنه في بعض المشاكل العامة يمكن أن تكون الامتدادات لخارطة التحويل إلى الرتبة $k \geq 2$ ضرورية خصوصاً في الحالات التي تكون فيها البيانات قادمة من أكثر من مصدر، وعن طريق الزيادة إلى الرتبة 2 يصبح التوزيع أكثر مرونة من التوزيع الأصلي المقترح بواسطة Shaw and Buckley ، لكنها تحافظ على القابلية للتفسير والمعالجة. وتوضح النظرية السابقة أنه يمكن اعتبار $k > 2$ ، فان ذلك قد يزيد من مرونة التوزيع أكثر منه في حالة الرتبة 2.

ففي عام 2017 تم اقتراح خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM)) من قبل Vranzotto واخرون [20] استناداً الى فكرة خارطة تحويل الرتب التربيعية وقد وجد ان هذا النظام الجديد يزيد من مرونة النماذج المحولة وهو قادر على تحليل البيانات الأكثر تعقيداً، على سبيل المثال البيانات ذات معدلات الخطر ثنائية النسق.

وكانت على النحو التالي:

$$V(x) = \sigma_1 v(x) + (\sigma_2 - \sigma_1)[v(x)]^2 + (1 - \sigma_2)[v(x)]^3 \dots (4)$$

$$0 \leq \sigma_1 \leq 1, -1 \leq \sigma_2 \leq 1$$

أذ ان σ_1, σ_2 تمثلان معلمتي التحويل الاولى والثانية على التوالي.

وإن $v(x)$ تمثل (cdf) للتوزيع الاساس.

وباشتقاق الصيغة آنفاً نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية (pdf) كالتالي:

$$f(x) = g(x)[\sigma_1 + 2(\sigma_2 - \sigma_1)v(x) + 3(1 - \sigma_2)[v(x)]^2] \dots (5)$$

$$0 \leq \sigma_1 \leq 1, -1 \leq \sigma_2 \leq 1$$

أذ أن $v(x)$ تمثل دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) للتوزيع الأساس.

وان التوزيع الناتج يطلق عليه اسم التوزيع المحول التكعيبي (Cubic Transformed distribution). وان التوزيع المحول هو حالة خاصة من التوزيع المحول التكعيبي عندما $\sigma_2 = 1, \sigma_1 = 1 + \sigma$ ، وكذلك فإن التوزيع الاساس قبل التحويل هو حالة خاصة من التوزيع المحول التكعيبي عندما $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$.
 أذ ان σ تمثل معلمة التحويل التربيعي.

باستعمال هذا التحويل تم اشتقاق العديد من التوزيعات الى جانب ذلك فإن هنالك العديد من الدراسات والتعديلات على خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM) والتي هي في الحقيقة عبارة عن حالات خاصة يمكن التوصل اليها من خارطة تحويل الرتب المكعبة الاساسية ونذكر منها:
 1- خارطة تحويل الرتب المكعبة المقدمة من قبل AL-Kadim & Mohammed عام [والتى تكون بالصيغة التالية:

$$V(x) = (1 + \sigma | |)v(x) - \sigma[v(x)]^2 + \sigma[v(x)]^3 \dots (6)$$

إذ يتم ملاحظة أنه بتعويض $1 + \sigma = \sigma_1, 1 - \sigma = \sigma_2$ فان الصيغة (6) تتحول الى خارطة تحويل الرتب المكعبة ذاتها في الصيغة (4).

2- خارطة تحويل الرتب المكعبة المقدمة من قبل (Rahman واخرون عام 2018) والتي تأخذ الصيغة التالية:

$$F(x) = (1 + \sigma | |)V(x) + (\sigma - \sigma)[V(x)]^2 - \sigma[V(x)]^3 \dots (7)$$

إذ نلاحظ أنه بتعويض $1 + \gamma_1 = \sigma_1, 1 - \sigma_2 = \gamma_2$ فان الصيغة (7) تتحول الى خارطة تحويل الرتب المكعبة ذاتها في الصيغة (6).

3-بناء خارطة تحويل الرتب المكعبة (CRTM)

لتكن X_1 و X_2 و X_3 متغيرات مستقلة موزعة بشكل متطابق عشوائيا (i.i.d) (Identical Independent Disstrubution) بأذ أن :

$$T_{2:3}, X_{3:3} = \max(T_1, T_2, T_3) \text{ ، } T_{1:3} = \min(T_1, T_2, T_3)$$

وإن :

$$Y \stackrel{d}{=} T_{1:3} \text{ ، باحتمال } = \Delta_1$$

$$Y \stackrel{d}{=} T_{2:3} \text{ ، باحتمال } = \Delta_2$$

$$Y \stackrel{d}{=} T_{3:3} \text{ ، باحتمال } = \Delta_3$$

$$\sum_{i=1}^3 \Delta_i = 1 \text{ وان } \Delta_3 = 1 - \Delta_1 - \Delta_2$$

وبذلك فان دالة التوزيع التراكمي للمتغير Y تعطى بالشكل التالي:

$$V_Y(x) = \left\{ \begin{array}{l} \Delta_1 p(\min(T_1, T_2, T_3) \leq x) + \Delta_2 p(T_{2:3} \leq x) \\ + \Delta_3 p(\max(T_1, T_2, T_3) \leq x) \end{array} \right\} \dots (8)$$

وبحسب قانون الإحصاءات المرتبة (order statistics) وبتعويض $n = 3$ فإن:

$$V_{min}(x) = C_1^3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 1 - 1 + 3 \\ 1 -$$

وبالتبسيط نحصل على الصيغة التالية:

$$V_{min}(x) = 1 - [1 - v(x)]^3 \dots (9)$$

وإن:

$$V_{2nd}(x) = C_2^3 [v(x)]^2 [1 - v(x)] + C_3^3 [v(x)]^3 \\ 3[v(x)]^2 [1 - v(x)] + [v(x)]^3 \\ 3[v(x)]^2 - 3[v(x)]^3 + [v(x)]^3$$

$$V_{2nd}(x) = 3[v(x)]^2 - 2[v(x)]^3 \dots (10)$$

وكذلك فإن:

$$V_{max}(x) = [v(x)]^3 \dots (11)$$

وبتعويض الصيغ (9) و (10) و (11) في الصيغة رقم (7) نحصل على:

$$V_Y(x) = \Delta_1(1 - [1 - v(x)]^3) + \Delta_2(3[v(x)]^2 - 2[v(x)]^3) + \Delta_3[v(x)]^3$$

وبعد التبسيط:

$$1 - 3\Delta_2[v(x)]^3 + \Delta_2 - \Delta_1[v(x)]^2 + 3\Delta_1 v(x) + \Delta_3$$

وبافتراض أن $\sigma_2 = 3\Delta_2$ و $\sigma_1 = 3\Delta_1$ ينتج:

$$V_Y(x) = \sigma_1 v(x) + (\sigma_2 - \sigma_1)[v(x)]^2 + (1 - \sigma_2)[v(x)]^3$$

Abstract:

This thesis seeks to study a new formula for the (generalized Inverse Weibull) distribution, by adding an additional parameter to its distribution function, noting that we have not found the new distribution in any other research work through the transformation map (Transmuted Lower Record), so it becomes the (Transmuted Lower Record generalized Inverse Weibull) distribution. The four-parameter transformer is distinguished by its flexibility and accuracy over other distributions. The statistical and structural properties of the distribution were studied and extracted, and the distribution was applied to three traditional estimation methods. Among these methods are both (Maximum Likelihood Method) and Least Square Method. And the Method of Cramer-Von Mises Minimum. For the purpose of comparing methods for estimating parameters and the survival function, the Monte Carlo simulation method was employed using a program in the language (Wolfram Mathematica 12.2) to conduct several experiments with eight models with different sample sizes. (Small (30), medium (and 100.50) and large (150)) and through the statistical criterion Mean Squared Error (MSE) the results showed the superiority of the maximum likelihood method in calculating the estimates of the fuzzy reliability function for the new distribution (Transmuted Lower Record generalized Inverse Weibull) when Sample sizes are large and medium, and the preference of the Cramer-von Mises method is for small and medium sample sizes. The distribution was applied to real data with (150) observations representing survival times for people with stroke, and through goodness-of-fit tests, it was proven to be better in representing and describing these data compared to the (generalized Inverse Weibull Distribution). The reliability function for real data was also estimated using The maximum potential method has proven its superiority in the experimental aspect over the rest of the methods used. We have found that the

average operating time until failure for the devices is (5.1458049) weeks, and that the value of the estimated average survival function is (0.519332), meaning that the device can be relied upon by 52% within three months. Almost half.

**Republic of Iraq
Ministry of Higher Education and Scientific
Research
University of Karbala
Faculty of Administration and Economics
Department of Statistics**



**Use Transmuted Lower Record Type With
practical application**
A Thesis Submitted to
Council of The Administration and Economics/ Karbala
University as Partial fulfillment of the Requirements for the
Degree of Master of Science in Statistics
Presented by researcher

**Farah Nageh Naser
Supervised By**

Prof. Dr. Shrooq Abd-ALRida Saeed

Ass. Prof. Dr. Sada Fayed Mohammed

M 2024

1446H