جمهوريـــــــــة العـــــــراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامـــــــعة كـــــــــــربلاء
كـــلية الادارة والاقـــــــــتصاد
قـــــــــسم الاحـــــــــصاء

بناء توزيع احتمالي جديد بالاعتماد على قاعدة G- BurrX Family مع تطبيق عملي

رسالة مقدمة الى مجلس كلية الادارة والاقتصاد /جامعة كربلاء
وهي جزء من متطلبات نيل درجة الماجستير في علوم الاحصاء

تقدم بها

سعد سجاد حريز

بإشراف

أ.م.د ايناس عبد الحافظ محمد

١٤٤٧ هـ ٢٠٢٥ م

كربلاء المقدسة

بسم الله الرحمن الرحيم

(يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ)

صدق الله العلي العظيم

(سورة المجادلة: ١١)

إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذه الرسالة الموسومة (**بناء توزيع احتمالي جديد بالاعتماد على قاعدة G-BurrX Family مع تطبيق عملي**) والتي تقدم بها الطالب " **سعد سجاد حريز** " قد جرت بإشرافي في قسم الاحصاء / كلية الادارة والاقتصاد / جامعة كربلاء ، وهي جزء من متطلبات نيل درجة ماجستير علوم في الاحصاء.

أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد

التاريخ : / / 2025

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الرسالة للمناقشة.

م.د بشار خالد علي

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / 2025

إقرار الخبير اللغوي

أشـهد أن الرسـالة الموسـومة (**بنـاء توزيـع احتمـالي جديـد بالاعتمـاد علـى قاعـدة G-BurrX Family مـع تطبيـق عملـي**) قـد جـرى مراجعتهـا مـن الناحيـة اللغويـة تحت اشرافي اذ أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية ولأجله وقعت.

الخبير اللغوي

م. صلاح مهدي جابر

2025/ /

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن أعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الرسالة الموسومة (**بناء توزيع احتمالي جديد بالاعتماد على قاعدة G-BurrX Family مع تطبيق عملي**) والمقدمة من قبل الطالب " **سعد سجاد حريز** " وناقشنا الطالب في محتوياتها وفيما له علاقة بها، ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة ماجستير علوم في الإحصاء بتقدير ( ).

أ.د. شروق عبدالرضا سعيد

رئيساً

2025 / /

أ.م.د. سعد كاظم حمزه

عضواً

2025 / /

م.د. بشار خالد علي

عضواً

2025 / /

أ.م.د. ايناس عبد الحافظ محمد

عضواً ومشرفاً

2025 / /

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناءً على اقرار المشرف العلمي والخبير اللغوي على رسالة الماجستير للطالب " **سعد سجاد حريز** " الموسومة بـ (**بناء توزيع احتمالي جديد بالاعتماد على قاعدة G-BurrX Family مع تطبيق عملي**) ارشح هذه الرسالة للمناقشة.

أ.م.د حيدر عباس الجنابي

رئيس لجنة الدراســـات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة المناقشة.

أ.م.د هاشم جبار الحسيني

عميد كلية الادارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

/ / 2025

شكر وإمتنان

لا يسعني وأنا أتمم رسالتي إلا أن اقدم جميع كلمات الشكر والتقدير والإعتزاز الى الاستاذ المساعد الدكتور (**ايناس عبد الحافظ محمد**) لمنحها لي شرف الإشراف على رسالتي ولما قدمته من توجيهات علمية ولجهودها القيمة التي كان لها الأثر الكبير في إخراج الرسالة بالصورة التي هي عليها، فضلاً عن أخلاقها الرفيعة ولطفها فرعاها الله وحفظها ذخراً للعلم وأهله.

كما أتقدم بجزيل الشكر والامتنان الى الأساتذة الفضلاء رئيس لجنة المناقشة وأعضائها المحترمين لتفضلهم بقبول مناقشة الرسالة.

كما يقتضي واجب الوفاء ان أتقدم بوافر الشكر لجميع أساتذتي الفضلاء في قسم الإحصاء (**جامعة كربلاء**) الذين وهبوني علمهم في مدة دراستي في الجامعة و الذين عملوا جاهدين على تحقيق الرقي العلمي لجميع الطلبة.

كما أتقدم بالشكر الوافر الى والدتي العزيزة و والدي الحبيب اللذين لم ينفكا عن دعائهم لي، و كل الشكر إلى اخوتي و اخواتي الذين هم سندي في الحياة والشكر الخالص الى زوجتي الغالية التي كانت لي خير سند ومعين.

كما أتوجه بوافر الشكر الى جميع زملائي في العمل و الدراسة على حسن رفقتهم ومساعدتهم لي فجزاهم الله خير الجزاء، وأتمنى لهم النجاح والموفقية..

وأخيراً أتوجه بالشكر الخاص الى كل من مد لي يد العون ولم اذكره واسأل الله المولى عز وجل أن يوفق الجميع.

سعد...

الاهـداء

إلى ...

رسول البشرية ونور عيني ... محمد صلى الله عليه واله وسلم

من عانَ سنيناً لأجل تلك اللحظات المثمره وسهرَ الليالي على راحتي

(ابـــــي الحبيب)

مَنْ منحتني الحب والحنان.. و بسمة الحياة وسر الوجود

(والـــــدتي الحنونـــــة)

من أشد بهم أزري وهم سندي في الحياة ... إخوتي الأعزاء

العيون التي تنظر لي بحب واحترام

(زوجتي الغالية)

الشموع التي أضاءت لي طريق العلم ... أساتذتي

كل من تمنى لي النجاح و التقدم

أهدي هذا الجهد المتواضع

قائمة المحتويات

الموضوع	الصفحة
الآية	أ
شكر وامتنان	ب
الاهداء	ج
قائمة المحتويات	زـد
قائمة الجداول	طـز
قائمة الاشكال	يـط
قائمة الرموز	كـي
المستخلص	ل
الفصل الاول: منهجية البحث والاستعراض المرجعي	١٨ـ٢

١ـ١	المقدمة	٢ـ٣
١ـ٢	مشكلة البحث	٣
١ـ٣	أهداف البحث	٤
١ـ٤	الدراسات المتعلقة بتوزيع Lindleyوقاعدة G-Burr X Family	٤ـ١٨
الفصل الثاني: الجانب النظري		٢٠ـ٥٦
٢ـ١	تمهيد	٢٠
٢ـ٢	قاعدة Generator family of Distributions	٢٠ـ٢٢
٢ـ٣	عائلة Burr X Generator of Distributions	٢٢ـ٢٥
٢ـ٤	توزيعات ليندلي	٢٦
٢ـ٤ـ١	توزيع ليندلي ذي معلمة واحدة	٢٦ـ٢٧
٢ـ٤ـ٢	توزيع ليندلي ذي معلمتان	٢٨ـ٣٠
٢ـ٥	توزيعات ليندلي المقترحة(الجديدة) بالاعتماد على قاعدةBurr X	٣٠
٢ـ٥ـ١	٢توزيع ليندلي ذي معلمة واحدة المحول باستعمال قاعدة (BXL)	٣٠ـ٣٤
٢ـ٥ـ٢	توزيع ليندلي ذي معلمتان المحول باستعمال قاعدة (BXL)	٣٤ـ٣٥
٢ـ٥ـ٢ـ١	دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution	٣٥ـ٣٨
٢ـ٥ـ٢ـ٢	دالةالبقاء لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameterdistribution	٣٩ـ٤٠
٢ـ٥ـ٢ـ٣	دالة المخاطرة لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution	٤٠ـ٤١
٢ـ٥ـ٢ـ٤	الدالة الكمية لتوزيع: BurrX- LindleyTwoParameter distribution	٤١ـ٤٢
٢ـ٦	طرائق التقدير	٤٢
٢ـ٦ـ١	طريقة الإمكان الأعظم	٤٢ـ٤٥

٢-٦-٢	طريقة كرايمر فون مايسز	٤٦-٤٨
٢-٦-٣	طريقة المربعات الصغرى الموزونة	٤٩-٥٣
٢-٧	معايير مقارنة طرائق التقدير	٥٣
٢-٨	اختبار حسن المطابقة	٥٤
٢-٩	معاييرالدقة	٥٥
٢-٩-١	اختبار أكايكي	٥٥
٢-٩-٢	معلومة اكايكي البيزي	٥٥
٢-٩-٣	اختبار أكايكي المتسق	٥٦
الفصل الثالث الجانب التجريبي		٥٨ -٨٥
٣-١	تمهيد	٥٨
٣-٢	مفهوم المحاكاة	٥٨-٥٩
٣-٢-١	وصف مراحل تجربة المحاكاة	٥٩-٦٢
٣-٢-٢	مناقشة نتائج تجربة المحاكاة	٦٨
الفصل الرابع الجانب التطبيقي		٧٠-٩٤
٤-١	تمهيد	٧٠
٤-٢	نبذة مختصرة سرطان الثدي	٧٠
٤-٣	تصنيف الورم السرطاني	٧١-٧٩
٤-٤	اسباب مرض سرطان الثدي	٧١-٧٢
٤-٥	اعرض مرض سرطان الثدي	٧٢
٤-٦	تشخيص مرض سرطان الثدي	٧٢
٤-٧	الأساليب العلاجلة مرض سرطان الثدي	٧٣-٧٤

٤-٨	جمع البيانات الحقيقية المتعلقة بالرسالة	٧٤-٧٥
٤-٩	اختبار حسن المطابقة	٧٥-٧٦
٤-١٠	معايير المفاضلة بين التوزيعات	٧٦-٧٧
٤-١١	تقدير دالة البقاء للتوزيع المقترح	٧٨-٨٥
الفصل الخامس: الاستنتاجات والتوصيات		٨٧-٨٩
٥-١	الاستنتاجات	٨٧-٨٨
٥-٢	التوصيات	٩٢-٩٧
المصادر		٩٣-٩٧
الملاحق		٩٩-١٢٤
A	جداول مقدرات المعلمات ودالة البقاء والاشكال الخاصة بمقدرات دالة البقاء	٩٩-١٢٤
	Abstract	A-B

قائمة الجداول

رقم الجدول	عنوان الجدول	رقم الصفحة
(١-٢)	يمثل بعض خصائص توزيعات ليندلي	٣٠
(١-٣)	قيم المعلمات والنماذج المفترضة	٦٠
(٢-٣)	يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة	٦٤-٦٥
(٣-٣)	يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية بحسب حجم العينة	٦٥

(٤-٣)	مربعات الخطأ (MSE) لطرائق تقدير دالة البقاء بحسب حجم العين	٦٦-٦٧
(٥-٣)	يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية بحسب حجم العينة	٦٧
(١-٤)	تمثل اوقات البقاء للاشخاص المصابين بمرض سرطان الثدي	٧٤-٧٥
(٢-٤)	يمثل نتائج اختبار حسن المطابقة	٧٥
(٣-٤)	يمثل معايير المفاضلة بين التوزيعات في تمثيل البيانات الحقيقية	٧٦
(٤-٤)	يمثل مقدرات دالة البقاء ودالة الكثافة الاحتمالي للبيانات الحقيقية	٧٨-٨٤
(١)	متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الاول (Model ١) (α=٢، λ=٠.٠١، θ=١.٣)	٩٩-١٠٠
(٢)	متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني (Model ٢) (α=١.٥، λ=٠.٥، θ=٠.٥)	١٠٠-١٠٢
(٣)	متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث (Model٣) (α=٠.٧، λ=٠.٩، θ=٠.٧)	١٠٢-١٠٤
(٤)	متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع (Model٤) (α=١.٥، λ=١.٥، θ=١.٥)	١٠٤-١٠٦
(٥)	متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس (Model٥) (α=٠.٥، λ=١، θ=٠.٩)	١٠٦-١٠٧
(٦)	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الاول	١٠٨-١٠٩
(٧)	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني	١١١-١١٢

(٨)	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث	١١٤-١١٥
(٩)	القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع	١١٧-١١٨

(١٠)	**القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس**	١٢٠-١٢٢

قائمة الأشكال

رقم الشكل	عنوان الشكل	رقم الصفحة
(١-٢)	**يوضح دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة لتوزيع ليندلي ذي معلمتان**	٢٧
(٢-٢)	**يوضح دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة لتوزيع ليندلي ذي ثلاث معلمات**	٢٩
(٣-٢)	**يوضح دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع ليندلي المقترح معلمات**	٣٢
(٤-٢)	**يوضح البقاء والمخاطرة لتوزيع ليندلي المقترح معلمات**	٣٣
(٥-٢)	سلوك دالة الكثافة التراكمية للتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution عند قيم مختلفة للمعلمات	٣٥
(٦-٢)	يوضح سلوك دالة الكثافة التراكمية للتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution عند قيم مختلفة للمعلمات	٣٦
(٧-٢)	دالة البقاء لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution لقيم معلمات مختلفة	٣٩
(٨-٢)	دالة المخاطرة لتوزيع BurrX-LindleyTwoParameter-distribution لقيم معلمات مختلفة	٤١
(١-٤)	يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة	٧٧

(٤-٢)	منحني دالة البقاء التجريبية مقارنة بمنحني التوزيع المقترح وتوزيع لندلي الاساس للبيانات الحقيقية	٧٨
(١)	يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الأول وعند احجام العينات (٥٠-٧٥-١٠٠-١٥٠)	١١٠
(٢)	يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثاني وعند احجام العينات (٥٠-٧٥-١٠٠-١٥٠)	١١٣
(٣)	يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثالث وعند احجام العينات (٥٠-٧٥-١٠٠-١٥٠)	١١٦
(٤)	يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الرابع وعند احجام العينات (٥٠-٧٥-١٠٠-١٥٠)	١١٩
(٥)	**يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الخامس وعند احجام العينات (٥٠-٧٥-١٠٠-١٥٠)**	١٢٤-١٢٣

قائمة الرموز

الرمز	المعنى	Mean
$F(.)$	دالة الكثافة التجميعية	Cumulative density function
$Q(.)$	الدالة الكمية	Quantile function
$f(.)$	دالة الكثافة الاحتمالية	Probability density function
$E(.)$	القيمة المتوقعة	Expected value
$V(.)$	التباين	Variance
S	فضاء العينة	Sample space
$G(.)$	دالة الكثافة التجميعية للتوزيع الاساس	Cumulative density function of baseline distribution
$g(.)$	دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاساس	Probability density function of baseline distribution
π	قيمة احتمالية	Probability value
α	معلمة الشكل الاولى	First shape parameter
β	معلمة الشكل الثانية	Second shape parameter
λ_1	معلمة التحويل الاولى	First transmutation parameter
λ_2	معلمة التحويل الثانية	Second ransmutation parameters

Distribution parameters vector	متجه معلمات التوزيع	θ
Survival function	دالة البقاء	$S(.)$
Hazard rate function	دالة المخاطرة	$h(.)$
Likelihood function	دالة الامكان الاعظم	$L(.)$
Gamma function	دالة كاما	$\Gamma(.)$
Famaliy Burr X Generator of Distributions	عائلة Burr X Generator of Distributions	BXG
Non-central rth moment	العزم اللامركزي الرائي	μ_r^*
Central kth moment	العزم المركزي الرائي	μ_k
BurrX- LindleyoneParameter distribution	توزيع ليندلي ذي معلمة واحدة المحول باستعمال قاعدة	BXL
Transmuted Burr XII distribution	توزيع Burr XII المحول	TBXII
Burr XII distribution	توزيع Burr XII	BXII
Maximum likelihood estimation	مقدرالامكان الاعظم	MLE
Weighted least square estimation	مقدر المربعات الصغرى الموزونة	WLSE
Minimum Distance estimation	مقدر الحد الادنى للمسافة	CVME
Mean Square Error	متوسط مربعات الخطأ	MSE
Chi-square statistic	إحصاءه كاي سكوير	χ^2

المستخلص:

تعد عملية توسعة التوزيعات الاحتمالية من العمليات المهمة التي زادت جديتها بشكل كبير في العقود القليلة الماضية ، ويرجع ذلك الى عدم قدرة التوزيعات الكلاسيكية في تمثيل البيانات الحقيقية بشكل أوسع وادق ،وان عملية توسعة التوزيعات باستعمال عوائل وفئات مشتقه تعدّ احد الطرائق المستعملة حديثا في توسعة التوزيعات ،وفي هذه الرسالة تم استعمال عائلة (Burr X-G Family distribution) وتطبيقها على توزيعات لينديلي ذي المعلمة الواحدة(one parameter Lindley Distribution) وتوزيع لينديلي ذي المعلمتان (two parameters Lindley Distribution) للحصول على نماذج احتمالية جديدة اكثر مرونة تدعى(BurrX- LindleyoneParameter distribution) واانموذج (BurrX-LindleyTwoParameter distribution) التي تكون اكثر مرونة من التوزيعات الاساس قيد الدراسة ،إذ تم دراسة بعض خصائصه الإحصائية مثل دالة الكثافة الاحتمالية ودالة الكثافة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة ودالة التوليد لكلا التوزيعين المقترحان ، وتم تقدير معلمات و دالة البقاء للأنموذج الاحتمالي (LindleyTwoParameter distribution) بثلاثة طرائق تقدير (طريقة الإمكان الأعظم ، طريقة كرايمر فون مايسز ، طريقة المربعات الصغرى الموزونة ، ولغرض الحصول على افضل طريقة لتقدير المعلمات ودالة البقاء و تم اجراء دراسة محاكاة موجزة باستعمال أسلوب (مونت-كارلو) ، إذ تمَ استعمال ، وتم اجراء عدة تجارب بأحجام عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة (٥٠،٧٥،١٠٠,١٥٠) وبواقع خمسة نماذج باستعمال قيم مختلفة للمعلمات المجهولة ، وتم الاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) للمقارنة بين طرائق التقدير الثلاثة لمقدرات المعلمات اذ توصل الباحث الى افضلية طريقة الامكان الاعظم في تقدير المعلمات المجهولة ودالة البقاء لحجوم العينات كافة.

اما في الجانب التطبيقي تم التطبيق الانموذج الاحتمالي المقترح (BurrX-LindleyTwoParameter distribution) على بيانات حقيقية بواقع (١٥٠) مشاهدة من دائرة صحة كربلاء مستشفى الحسين التعليمي تمثل أوقات البقاء للاشخاص المصابين بسرطان الثدي لحين الوفاة ، تم مقارنة اداء التوزيع المقترح مع توزيعات لينديلي الاساسية قيد الدراسة ، اعطى الانموذج الجديد مزيداً من المرونة والكفاءة في تمثيل البيانات الحقيقية واثبت أفضليته في تمثيل البيانات المعقدة .

الفصل الاول

منهجية الرسالة

١-١ المقدمة :Introduction

هنالك الكثير من المشاكل التي تحدث اثناء عملية التحليل الاحصائي ومن تلك المشكلات هي عملية تحديد وتوصيف الانموذج الاحتمالي التي يلائم بيانات الظاهرة قيد الدراسة التي تم التعرف عليها ودراستها و دخولها في كثير من مجالات الحياة باستعمال بيانات حقيقية ولكن قد نواجه ببعض البيانات مشكلات عدم الوصول الى نتائج واقعية لان بعض التوزيعات الاحتمالية غير قادرة على تفسير هذه البيانات وبذلك نقوم باستعمال طرائق أخرى وهي خلط أو تركيب التوزيعات...وغيرها .

وان علم الاحصاء يسلط الضوء على دراسة الظواهر الحيوية ذات السلوك العشوائي التي تكون ذات اهمية في حياة الكائن والمجتمع ،بصورة عامة لذلك، لابد لنا من دراسة تلك الظواهر ومعرفة التوزيعات الاحتمالية (probability distribution) التي تتبعها لكي يتم دراسة سلوكها العشوائي وما يرتبط بدراسة التوزيعات الاحتمالية ،وما تؤول اليه من نتائج احتمالية ،وهنالك عدد من المشكلات التي يجب على الباحث دراستها ،ومن هذه المشكلات ما يتعلق في تحديد الشكل الرياضي المناسب لها مما يؤدي الى ظهور حاجه ملحة لإرفاد المكتبة بتوزيعات جديد مشتقة من التوزيعات الكلاسيكية لتواكب هذا التطور السريع. ودقة الاساليب المستعملة في التقدير.

هناك الكثير من منهجيات لتركيب وتوسعة التوزيعات وفي هذه الرسالة سيتم التركيز على منهجية

(Burr X-G Family distribution) لتوسعة التوزيعات الاحتمالية إذ تعتمد هذه المنهجية بالدرجة الأساس على دالة التوزيع التراكمي لتوزيع (Burr X)وتعوض دالتي التوزيع التراكمي والدالة الاحتمالية في منهجية(X-G Family distribution)بدلالة المتغير العشوائي للتوزيع Burr X .

عمل الباحث على تطبيق قاعدة (Burr X-G Family distribution) لتحويل التوزيع الاحتمالي توزيعات لينـدلي (Linley distribution) ذي معلمة واحدة وتوزيع لينـدلي ذي معلمتان الى توزيعات احتمالية جديد تعرف بتوزيعات (Burr Linley X-G Family distribution) ، ودراسة بعض خصائصه وتقدير معلماته وكذلك حساب مقدرات دالة البقاء ، وتنبعث اهمية التوزيعات الموسعة من دورها في معالجة ضعف بعض التوزيعات الاحتمالية في ايجاد افضل مقدريمثل دالة البقاء ومن ثم تغيير احتمالات البيانات الاصلية للحصول على احتمالات خاصة للحوادث عند البيانات المسجلة بما يحصل صفه كاملة للعشوائية.

ولتحقيق اهداف الرسالة قسمت على اربعة فصول، خُصصَّ الاول منها لمنهجية الرسالة ويشمل المقدمة والمشكلة والهدف والاستعراض المرجعي لعدد من الدراسات البحوث ذات العلاقة بموضوع بالدراسة، في حين تضمن الثاني الجانب النظري التي تم فيه التطرق لبعض المفاهيم الأساسية المتعلقة بالدراسة وبناء التوزيع الاحتمالي الموسع (Burr Linley X-G Family distribution)واشتقاق معظم خصائصه وتوضيح طرائق التقدير المستعملة لتقدير معلماته ودالة البقاء وهي كل من (طريقة الإمكان الأعظم Maximum Likelihood Method (MLE) وطريقة كريمر فون مايسز (CVM) (Cramer-Von Mises method) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) (Weighted Least Squares Method) ثم جاء الثالث التي خصص للجانب التجريبي والتطبيقي، اذ تناول الجانب التجريبي مفهوم المحاكاة وتطبيق اسلوب محاكاة مونتي كارلو (Monte Carlo)لمقارنة طرائق التقدير المستعملة في الجانب النظري واما الرابع فقد تناول الجانب التطبيقي تضمن تطبيق التوزيع المقترح على بيانات حقيقية تمثل اوقات البقاء للمرضى المصابين بسرطان الثدي مع اجراء اختبار حسن المطابقة للبيانات المستعملة وكذلك اجراء تقدير البقاء لها باستعمال طريقة الامكان الاعظم التي ظهرت افضليتها في الجانب التجريبي، وأخيراً خصص الخامس للاستنتاجات والتوصيات التي توصلت اليها الدراسة.

١-٢ مشكلة الرسالة (Research problem)

تتلخص مشكلة الرسالة في جانبين النظري والتطبيقي

- هنالك العديد من المشكلات المهمة التي لا تفسر بواسطة التوزيعات الحالية ولذلك فاننا نحتاج الى توزيعات أكثر مرونة وأكثر انسجاماً مع هذه المشكلات اذ تم التركيز في هذه الدراسة على قاعدة (Burr X-G Family distribution) لبناء التوزيعات الاحتمالية الجديدة(Burr X Linley -G Family distribution) فضلاً عن مشكلة تمثيل البيانات الحقيقية المتمثلة بأوقات البقاء على قيد الحياة لحين الوفاة.
- الجانب التطبيقي إذ أثارت أهتمامنا أهم المشكلات ذات السلوك المعقد للبيانات المتعلقة باوقات البقاء للمرضى المصابين بمرض سرطان الثدي و التي تاخذ سلوكاً معقداً إذ تتخذ شكلاً متذبذباً غير ثابت اذ لابد من ايجاد توزيعات احتمالية ملائمة لتفسير سلوك دالة البقاء هذا المرض لما له من اثار اجتماعية واقتصاديه و وصحية مهمة.

١-٣ أهداف الرسالة (Research objectives)

تسعى الرسالة الى:

- بناء توزيعات إحتمالية جديدة تكون أكثر مرونة لمنهجية (Burr X-G Family distribution) عن طريق إضافة معلمة إضافية لدالة توزيع Linley لبناء توزيعات ملائمته ومرونته في تمثيل البيانات الحقيقية.

- دراسة بعض خواصه الاحصائية والرياضية العامة والهيكلية للتوزيع المقترح واشتقاق وتقدير معلماته ودالة البقاء للتوزيع المقترح بطريقة Maximum Likelihood Methodو The Weighted least Squares Method و Cramér–von–Mises Estimator للحصول على أفضل تمثيل للبيانات الحقيقية المتمثلة بأوقات البقاء بالاعتماد على أقل تقدير لمؤشر الاحصائي متوسط مربعات الخطأ .

١-٤ الدراسات المتعلقة بتوزيع Lindleyوقاعدة G-Burr X Family

حيث تم استعراض المراجع لأهم الدراسات والبحوث التي اهتمت بتوزيع ليندلي وقاعدة Burr X-G Family ذات العلاقة بموضوع الدراسة التي تضمنت اقتراح أساليب مختلفة من التوزيعات الاحتمالية و التي تضيف معلمات إضافية الى التوزيعات الإحتمالية الأساسية والتطبيقات العملية لها وأهم التوزيعات الشائعة وطرائق التقدير في هذه التطبيقات منذ عام(٢٠٠٨)وانتهاء بأحدث ما تمكنا الحصول عليه لغاية (٢٠٢٥) للافادة من هذه المعلومات لإعمام التوزيعات في المؤلفات الأحصائية و اغناء موضوع الرسالة وكالاتي.

- **في عام (٢٠٠٨) قدم الباحثون (Ghitany واخرون)** توزيع ليندلي ذي معلمة واحدة سمي توزيع ليندلي نسبة الى العالم التي اقترحه اذ اشتق الباحثون الخصائص الهيكلية والاحصائية للتوزيع مثل دالة البقاء والمعولية والمخاطرة ودالة الانتروبي والاحصاءة المرتبة وتم اختبار التوزيع عبر اجراء عدد من دراسات البيزية ، كما درس علاقته بتوزيعات أوقات الحيات الأخرى ، ودوره في نمذجة بيانات أوقات الانتظار كبديل ناجح للتوزيع الاسي وتوزيع كاما .[٢٧]

- **وفي عام (2009) اقترح الباحثان (Zakerzadeh, Hojatollah, and Ali Dolati)** صيغة جديد لتوزيع **(Generalized Lindley Distribution)** وهو توزيع ذي ثلاث معلما ت اذ

قدم هذا التوزيع المركب باستعمال عائلة توزيع كاما بمعلمتين (α, θ) مع عائلة توزيع كاما الثاني$(\alpha + ١, \theta)$ ، اذ تم دراسة الخصائص الاحصائية للأنموذج الجديد كدالة المخاطرة و دوال الكثافة الاحتمالية والمخاطرة والعزوم والإحصاءات المرتبة ، و استعمل الباحثان طريقة العزوم وطريقة الإمكان الأعظم في تقدير وقدر الباحثان معلمات الاانموذج ودالة البقاء باستعمال طريقة الامكان الاعظم ، وعن الاختبارات الاحصائية (سميرنوف كولمكروف) اثبت الباحثان ملائمة البيانات الحقيقية لمجموعتين ملائمة جيدة مع التوزيع المقترح ولغرض مقارنة اداء التوزيع مع توزيعات (لينداي العمومي- كاما- ويبل-التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي)، اذ تم استعمال اختبار كايكي وبيز اكايكي وكايكي المتسق وتوصل الباحثان الى ان توزيع **Generalized Lindley Distribution** يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة ، كما اقترح البحثان خوارزمية لتوليد البيانات التي تتبع التوزيع المقترح ، واخير توصل الباحثان ان هذا التوزيع يحقق اكثر مرونة من توزيعات اوقات الحياة الأخرى قيد الدراسة .[٤٥]

- **وفي العام نفسه استعمل الباحثون (Ghitany واخرون)** أسلوب بيز القياسي لدراسة الفاصل الزمني للرقابة للتوزيع المتقطع (**Poisson–Lindley distribution**) باستعمال نوعين من التوزيعات الأولية في حالة توفر معلومات أولية على المعلمة المجهولة على انه توزيع (**Gamma**) وعند عدم توفر معلومات تم استعمال الأسلوب التي اقترحه (**Jeffrey**) على فرض توفر نوعين من دوال الخسارة هي دالة خسارة تربيعية ودالة خسائر انتر وبي غير متماثلة وبتوظيف أسلوب المحاكات مونتي كارلو لغرض المقارنة مع طريقة الإمكان الأعظم (**maximum likelihood, Method of moments**)ولبيان افضلية طرائق التقدير تم الاعتماد على المعيار الاحصائي **IMSE** توصل الباحثون الى ان طريقة بيز هي الفضلى وملاءمة توزيع(**Poisson–Lindley distribution**) للبيانات الفاصلة للرقابة.[٢٣]

- **في عام (٢٠١٠) اقترح الباحث (P.Jodrá)** طريقة جديدة لتوليد البيانات العشوائية او البيانات لعائلة توزيعات لينداي مباشرة ،بأستعمال دالة خاصة تسمى(Lambert W function) ،إذ تم تطبيقها على عدد من التوزيعات مثل **Lindley distribution, and also with Poisson–Lindley or zero-truncated Poisson–Lindley distribution** كذلك يمكن عن طريق تلك الدالة ايجاد الاحصاءة المرتبة بالاعتماد على الحاسوب وتوصل الباحث الى أهمية الدراسة بالنسبة للعلماء ،أوان الخوارزمية المقترحة تعطي نتائج دقيقة افضل من الطرائق الكلاسيكية مثل طريقة التحويل المعكوس

وغيرها فضلاً عن توفر الدالة المشار اليها في حزم برامج الحاسوب وتتميز بسرعة تنفيذها وبذألك توفر الكثير من الوقت والجهد للباحثين.[٢٨]

- **في العام** نفسه **قدم الباحثان (Zmani, Hossein, and Noriszura Ismail)** دراسا توزيعاً جديداً سمى توزيع (Negative Binomial-Lindley Distribution) ذي معلمتين ، وناقش الباحث بعض الخصائص الهيكلية والاحصائية للتوزيع المقترح ، وتم تقدير معلمات بأستعمال طرائق الامكان الاعظم والعزوم ، وتم تطبيق الدراسة على بيانات حقيقية لاثبات ان التوزيع المقترح الجديد يلائم بشكل افضل مقارنة بالتوزيعات الاصلية المستعملة مع البيانات بالاعتماد على معاير حسن المطابقة وتوصل الباحثان ان التوزيع المقترح التوزيع أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى مثل توزيع ليندلي والتوزيع **Negative Binomial**.[٤٧]

- **في عام** (٢٠١١) **قدم الباحثان (Mazucheli, J., & Achcar, J. A)** دراسة تناولت استعمال صيغة ليندلي(**Lindley distribution**) كتوزيع اساس في اقتراح دالة المخاطرة في دراسة المخاطرة المتنافسة لتحليل بيانات اوقات الحياة المأخوذة من دالة معدل الوفيات لتوزيع ليندلي مقارنة بتوزيع الاسي وتوزيع ويبل اذ طبقت الدراسة على بيانات حقيقية تمثل مجموعة من الاشخاص لمجموعة من الأشخاص المصابين بمرض السرطان لمقارنة إنموذج المخاطر المتنافسة لتوزيع ليندلي مقارنة بالتوزيعات الاخرى قيد الدراسة ،إذ اعطت الدراسة هيكلاً مشتركاً للمخاطرة المتنافسة وتفسيراً جميع عوامل الخطر للإنموذج المستعمل (ليندلي)وتوصل الباحثان إلى ان توزيع ليندلي يتميز بمجموعة من الخصائص التي تجعله بديلا ناجحا للتوزيع الاسي وتوزيع ويبل لدراسة المخاطرة المتنافسة . [٣٢]

- **في العام نفسه قدم الباحثان (Krishna, H., & Kumar, K.)** دراسة لقدير المعلمات ودالة المعولية لتوزيع ليندلي ذي معلمة واحدة لبيانات خاضعة للرقابة من النوع الثاني تمثل أوقات الانتظار في احد المصارف اذ تم تحليلها لغرض التوضيح باستعمال طريقة الامكان الاعظم كطريقة كلاسيكية وكذلك الطرائق البيزية والكلاسيكية لتقدير معلمة ودالة المعولية ،اذ تم افتراض ان المعلومات الاولية للمعلمات تخضع لتوزيع كاما، إذ تم اشتقاق المقدرات البيزية لمعلمات ودالة المعولية لتوزيع ليندلي وبالاعتماد دوال خسارة مختلفة خسارة وتم استعمال تقريب ليندلي للحصول على قيم المعلمات المجهولة، اذ تم اشتقاق الخصائص الرياضية لطرائق التقدير كافة ولغرض الحصول على الطريقة الفضلى في عملية تقدير المعلمات المجهولة لتلك المقدرات تمت الاستعانة بأسلوب المحاكاة محاكات

مونتي كارلو وبالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ(MSE) لمقارنة بين افضلية الطرائق المستعملة في عملية التقدير ، وتم تطبيقها على بيانات حقيقية خاضعة للرقابة تمثل أوقات الانتظار في احد المصارف اذ تم تحليلها لغرض التوضيح وتوصل الباحثان الى ان طرائق التقدير البيزية المستعملة تعطي مقدرات جيدة وغير متحيزة ووصى الباحثان بتطوير الدراسة بالاعتماد على بيانات هندسية وغيرها . [٣٠]

❖ **في العام نفسه قدم الباحثون** (**Ghitany, M. E., Alqallaf, F., Al − Mutairi, D. K., & Husain, H. A**) بتقديم بحثاً اقترحوا فيه توزيع **two-parameter weighted Lindley distribution** المعمم ذي ثلاثة ، ويعد هذا الانموذج عبارة عن توسعة لتو زيع ليندلي ذي معلمتين ، ، اذا ناقش الباحثون بعض الخصائص الاحصائية مثل الدالة التحويل العكسي الدالة المولدة للعزوم ،و الاحصاءات المرتبة والانحرافات المتوسطة و منحنيات لورنز ،وبون فيروني (Lorenze & Bonferroni) والدالة المميزة ودالة ريني انتروبي (Renyi Entropy) وكذلك ومعولية الاجهاد-المتانة. وقدروا معلمات الانموذج المقترح باستعمال طريقة الامكان الاعظم . وقارنوا توزيع ليندلي بمعلمتين مع توزيعات (Kumaraswamy Gumbel type II - inverse Weibull d - وويبل-التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي-ليندلي بمعلمة واحدة- الاسي بمعلمة واحدة كما تم مقارنة اداء التوزيع المقترح مع كل من توزيع ليندلي ذي معلمة) عن طريق استعمال المعايير (HQIC − AIC − −٢lnL) ،لمجموعتين من البيانات الحقيقية ، وتوصلوا الى ان التوزيع المقترح يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة يعد منافساً قويا بالمقارنة مع توزيع ليندلي ذي معلمة واحدة وتوزيع ويبل .[٢٦]

❖ **في عام (٢٠١٢) قدم الباحثان** (**Zakerzadeh, H., & Mahmoudi, E**) توزيع Lindley-geometric التي هو خليط من توزيع ليندلي والتوزيع الهندسي إذ تم دراسة الخصائص التوزيعية للأنموذج المقترح ،تم تحديد خصائص البقاء و المخاطرة والإحصاء المرتبة وتقدير المعلمات الاربعة بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم الموزونة تم الحصول على مقدرات معلمات التوزيع ودالة البقاء والمخاطرة ،وكذألك اقترح الباحثون خوارزمية (algorithm) لتوليد البيانات العشوائية لهذى التوزيع وقارنوا التوزيع المقترح مع كل من (Lindely،Weibull، Weibull، Exp)عن طريق استعمال المعايير الاحصائية

(BIC − AICc − Cramér− von Mises − AIC))عند تطبيقه على بيانات حقيقية بعد اختبار ملائمة مطابقة البيانات مع التوزيع المقترح بالاعتماد على المعيار الاحصائي **the K-S (Kolmogorov-Smir** ،و اظهر التطبيق العملي التي قام به الباحثون ان التوزيع المقترح أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى (Lindely، Weibull، Weibull ، Exp) قيد الدراسة و منافس جيد ويحقق اكثر مرونة وسهل التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى.[٤٦]

- **وفي العام نفسه اقترح الباحثون**(K, **Ghitany, M. E., Al-Mutairi, D. K., Al-Awadhi, F. A., & Al-Burais, M. M)**]الانموذج المضاف (**Marshall-Olkin extended Lindley distribution**) ذا المعلمتين مع دالة المخاطرة و التي يعد انموذجاً اكثر ملائمة لنمذجة أوقات الحياة واستمد الانموذج من مجموع معدل المخاطرة للتوزيع والاحصاءة المرتبة **Lindley**،وكذألك بين الباحثون بعض الخصائص الإحصائية للأنموذج المقترح ومنها دوال الكثافة الاحتمالية والمخاطرة والعزوم والإحصاءات المرتبة ، و استعمل الباحثون طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معلمات الانموذج واختبار حسن المطابقة على ثلاث مجموعات بيانات حقيقية خاضعة للرقابة من النوع الاول ، وظهرت النتائج البيانات المطبقة مرونة التوزيع المقترح .[٢٤]
- **في عام (٢٠١٣) قدم الباحثون (Ghitany, Mohamed E., et al)**توزيع(**Power Lindley distribution**)باستعراض لأهم الخصائص الإحصائية لتوزيع **Power Lindley (Power** بمعلمتين ،وعلاقته مع باقي التوزيعات الإحصائية، وكذألك مجالات تطبيقه ،وباستعمال طريقة الإمكان الأعظم، حصل الباحثون على تقدير المعلمات ،ودالة البقاء ودالة المخاطرة، وتوصل الباحثون الى ان التوزيع يحقق اكثر مرونة بالمقارنة مع توزيعات الحياة الأخرى مثل **(Exponentia ,Gompertz ,Weibull ,Gamma)**بالاعتماد على المعايير الاحصائية **(AIC, BIC)**.[٢٥]

- **في عام (٢٠١٣) قام**الباحثون (**Ali, S. , Aslam, M. , & Kazmi, S. M. A**) باستعمال طرائق التحليل البيزية ، لتقدير معلمات ودالة معوليه لتوزيع ليندلي ، باستعمال بيانات مراقبة من النوع الثاني(**Type II**) ، وأن التوزيع السابق حدد بالاعتماد على دالة المرافق الطبيعية (**Natural Conjugate**)،وهو عبارة عن معكوس توزيع كاما ،إذ ان التجربة تتوقف بعد الحصول على (**ķ**) من

حالات الفشل ، ونتيجة العمليات الحسابية المعقدة تم استعمال التقريب التي اقترحه الباحث ليندلي لتسهيل حل المعادلات غير خطية والمعقدة، كما استعمل محاكاة (Monte-Carlo) للمقارنة بين افضلية المقدرات و أخيرا توصل الباحثان الى ان مقدر بيز في تقدير المعلمات ودالة المعولية هو الأفضل مقارنة بطرائق التقدير المستعملة لأنه يحقق اقل تباين عن طريق استعمال معيار (**MSE**) للمقارنة بين الأفضلية للمقدرات.[١٢]

- ❖ **في عام (٢٠١٤) اقترح الباحثون (Merovci, Faton, and Vikas Kumar Sharma)** توزيع Beta-Lindley Distribution ذا ثلاث معلمات، و التي يشمل كل من التوزيع Betaو Lindleyكحالات خاصة. كما أنهم اشتقوا عزومه الاعتيادية وغير المكتملة، ودالته الكمية، والالتواء ودالة المعولية.وكذلك اقترحوا طريقة الامكان الاعظم لتقدير معلمات التوزيع، وأظهر تطبيق البيانات الحقيقية ان التوزيع يمثل اانموذجاً مناسباً أفضل من نماذج مدى الحياة الكلاسيكية الأخرى.[٣٣]
- ❖ في عام (٢٠١٥) قام كل من(**Dube, M., Garg, R., & Krishna, H**) بتقدير معلمة و دالة المعولية لتوزيع (Lindley distribution) ، اذ استعمل الباحثون طريقة بيز القايسية كطريقة تعتمد على المعلومات الأولية للمعلمات المجهولة على اعتبار البينات تتوزيع توزيع كاما ،وبالاعتماد على د التي خسارة مربع الخطأ(squared error loss function)،إذ تم اشتقاق مقدرات بيز لمعلمات ودالة المعولية لتوزيع ليندلي ولغرض بيان افضلية الطرائق المستعملة في عملية التقدير ،تمت الاستعانة بأسلوب محاكاة مونت-كارلو لأجراء المقارنة مع مقدرات طرائق التقدير المستعملة باستعمال حجوم عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة ، و أخيرا توصلت الباحثون الى ان مقدر بيز القياسي في ظل دالة خسارة تربيعية هو الافضل في تقدير المعلمات ودالة المعولية لأنه يحقق اقل قيمة للتباين عن طريق استعمال المعيار الاحصائي (MSE) للمقارنة بين الأفضلية للمقدرات.[١٩]
- ❖ **في العام نفسه قام الباحث (**Ali, Sajid**)** باستعمال كل من أسلوب بيز القياسي(Standard $Bayes\ Method$) واسلوب بيز التجريبي(experimental Bayes Method) في تقدير معلمات ودالة المعولية لتوزيع **weighted Lindley distribution** ،وتمت الاستعانة بأسلوب محاكاة مونت-كارلو لأجراء المقارنة مع مقدرات احد الطرائق المهمة وهي طريقة الإمكان الأعظم ،وأخير، وبتوظيف اسلوب

المحاكاة مونت - وكارلو لغرض المقارنة مع الطرائق التقليدية المتمثلة بطريقة الإمكان الأعظم($Maximum\ likelihood\ estimators$) ، والمقدر المنتظم غير المتحيز بأصغر تباين ، (minimum variance unbiased estimator) ،توصل الباحث الى ان المقدر الوحيد التي يكون غير متحيزٍ ، ويعطي اقل قيمة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) ، هو مقدر بيز التجريبي لتقدير دالة البقاء و لجميع حجوم العينات المدروسة .[١١]

- **في عام** (٢٠١٦) **قام الباحثون**(**Metiri, F., Zeghdoudi, H., & Remita, M. R**) استعمل الباحثون التحليل البيزي لتقدير معلمة، ودالة المعولية لتوزيع لنيدلي (**Lindley**)ذا معلمة واحدة ، باستعمال دوال خسارة متماثلة ، وأخرى غير متماثلة ، و منها دالة خسارة تربيعية **quared error loss function**) ودالة خسارة مربع الخطأ الموزون ، فضلا عن دوال خسارة مقترحة أخرى ، وأن التوزيع الاولي لمعلمة القياس تم تحديده بعدت حالات ، إذ في حالة عدم توفر معلومات أولية تم اختيار دالة التوزيع الاولي حسب أسلوب الباحث جفري(**Jeffreys Prior**) ، وفي حالة توفر معلومات اولية اختيرت دالة التوزيع الاولي ، من نوع المرافقة الطبيعية،و توزيع كاما (**Gamma priorPrior**) فضلا عن طرائق أخرى مقترح لتحديد التوزيع الاولي(**prior distirbution**) ، وبتوظيف اسلوب المحاكات (مونت--كارلو) توصل الباحثون إن التوزيع الاولي القبلي بالمعلومات (**Gamma prior،conjugate prior**) متساوية في الأداء تقريبا ولها مخاطر الخلفية أصغر بالمقارنة مع (**Jeffrey Prior**) لأحجام مختلفة من العينات) صغيرة، متوسطة، كبيرة(كما توصل الباحثون الى إن دوال الخسارة(**logarithmic loss function, precautionary loss function, K-loss function**)هي اكثر ملائمة مقارنة ، بدوال الخسارة المناظرة ، وأوصى الباحثون بضرورة استعمال بيانات مراقبة من النوع الثاني لتطوير الدراسة.[٣٥]

- **في العام نفسه قدم الباحثون (Asgharzadeh, A., Bakouch, H. S., Nadarajah, S., & Sharafi, F**) توزيع ليندلي الموزون ***weighted Lindley distribution*** ذي ثلاث معلمات **(**THREE-Parameter) ،إذ تم دراسة الخصائص التوزيعية للأنموذج المقترح كل من الخصائص الهيكلية للتوزيع والخصائص الاحصائية ،وتم تحديد خصائص البقاء و المخاطرة وتقدير المعلمات الثلاث بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم الموزونة تم الحصول على مقدرات معلمات التوزيع ودالة البقاء والمخاطرة ،وكذألك اقترح الباحثون

خوارزمية (algorithm) لتوليد البيانات العشوائية لهذا التوزيع وقارنوا التوزيع المقترح مع كل من (WEL, EPL, PL, GIL, NWL, Weibull and gamma dis)عن وبتوظيف أسلوب المحاكات مونتي كارلو لغرض المقارنة بين طرائق التقدير باستعمال حجوم عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة اذ توصل الباحثون الى افضلية طريقة الامكان الاعظم وعن طريق استعمال المعايير الاحصائية (BIC – AICc – Cramér– von Mises – AIC))عند تطبيقه على بيانات حقيقية ،و اظهر التطبيق العملي التي قام به الباحثون ان التوزيع المقترح أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى .[١٣]

- **في عام (٢٠١٧) قدم الباحثون** (**Shanker, R., Shukla, K. K., Shanker, R., & Tekie, A. L**) صيغة جديدة لتوزيع ليندلي **(Lindley Distribution)** ذا ثلاثة معلمات، وهو خليط من توزيع كاما الأول بالمعلمتين $(\theta, ٢)$ والتوزيع الاسي بالمعلمة (θ)،، اذا ناقش الباحثون بعض الخصائص الاحصائية مثل الدالة التحويل العكسي والمولدة الدالة المولدة للعزوم ،و الاحصاءات المرتبة والانحرافات المتوسطة و منحنيات لورنز ،وبون فيروني (Lorenze & Bonferroni) والدالة المميزة ودالة ريني انتروبي (Renyi Entropy) وكذلك ومعولية الاجهاد-المتانة، وكذألك اقترح الباحثون خوارزمية (algorithm) لتوليد المتغيرات العشوائية لهذا التوزيع ،ولغرض مقارنة كفائة التوزيع مع توزيع ليندلي بمعلمة مع توزيع (generalized Lindley) عن طريق استعمال المعايير(BIC – AICc – AIC) وتطبيقه على بيانات حقيقية ،و اظهر التطبيق العملي التي قام به الباحثون ان التوزيع المقترح أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى مثل توزيع ليندلي العام ذي ثلاثة معلمات .[٣٩]
- **في العام نفسه قام الباحثون** (**Sharma, V. K., Singh, S. K., & Singh, U**) بتقدير معلمات و دالة المعولية لتوزيع ليندلي (Lindley distribution)باستعمال طريقة (L – Moment Method، Maximum Likelihood Method ,) كطرائق اكلاسيكية .للمقارنة مع طريقة بيز القايسية كطريقة تعتمد على المعلومات الأولية للمعلمات المجهولة على اعتبار البينات تتوزيع توزيع كاما ،وبالاعتماد على د التي خسارة مربع الخطأ(squared error loss function)،إذ تم اشتقاق مقدرات بيز لمعلمات ودالة المعولية لتوزيع ليندلي وتمت الاستعانة بأسلوب محاكاة مونت-كارلو لأجراء المقارنة مع مقدرات طرائق التقدير المستعملة ، و أخيرا

توصل الباحثون الى ان المقدرات البيزية في تقدير المعلمات ودالة المعولية هو لأفضل مقارنة بيز القياسي المستعملة لأنه يحقق اقل تباين عن طريق استعمال المعيار الاحصائي (MSE) للمقارنة بين الأفضلية للمقدرات ولغرض بيان كفائة التوزيع مع توزيعات (power- Lindley -generalized Lindley - generalized exponential - Gamma) عن طريق استعمال المعايير (AIC – ٢lnL – سميرنوف كولمكروف) لمجموعتين من البيانات الحقيقية ، وتوصلوا الى ان توزيع ليندلي بمعلمة يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة.[٤٠]

- **في العام نفسه قدم الباحثون (Yousof, H. M., Afify, A. Z., Hamedani, G. G., & Aryal, G.)** مفهوم عائلة (**The Burr X Generator of Distributions for Lifetime Data**) المقترحة لتوسعة التوزيعات الاحتمالية المستمرة و التي تضيف معلمة جديدة الى دالة التوزيع ومن ثم خلق عائلة جديدة تسمى عائلة التوزيعات **Burr X G of Distributions** ، ووضح الباحثون مكانة هذه التوزيعات في توفير طريق موحد للمشكلات التي تكون فيها البيانات المسجلة غير ناتجة عن تجربة غير مكررة وكذلك غير عشوائية،وهي تقنية جديدة لأضافة معلمة الى التوزيعات الكلاسيكية ، وكذلك وضح الباحثون كيفية إعمامها وتطبيقها على على مجموعة من التوزيعات (التوزيع الاسي وتوزيع لوماكس) اذ تم تقدير معلمات التوزيعات المقترحة باستعمال طريقة الامكان الاعظم ، عن طريق استعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (RMSE) توصل الباحثون الى المقدرالافضل بطريقة الإمكان الأعظم المستعملة لأنه يحقق اقل تباين عن طريق تطبيق المعيار الاحصائي للمقدرات القياس للتوزيعات.[٤٤]
- **في عام (2018) اقترح الباحثان(Mesfioui, M., & Abouammoh, A. M)** فئة جديدة من توزيع ليندلي الموسع باستعمال العائلة (generalized Lindley distribution) التي اقترحها by Abouammoh et al. (Citation٢٠١٥) مع توزيع باريتو (**Pareto**) بمعلمة و اطلق عليه (Lindley-Pareto) وتم اشتقاق بعض الخصائص الاحصائية للتوزيع كدوال الكثافة الاحتمالية والعزوم والإحصاءات المرتبة ، واستعمل الباحثان طريقة الإمكان الأعظم والعزوم في تقدير المعلمات ودالة البقاء ودالة المخاطرة ، واستعمل و الباحثون طريقة الامكان الاعظم (MLE) لتقدير المعلمات، وتم اجراء تجارب المحاكاة لدراسة وايجاد التحيز والمعيار الاحصائي

متوسط مربع الخطأ (MSE) للمقدرات الناتجة عن طريقة التقدير. وطبق التوزيع الجديد على مجموعة من البيانات الحقيقية تضمنت ١٠٠ حالة مرضية مصابة بفايروس نقص المناعة البشرية، فكانت النتيجة ملائمة البيانات بالنسبة للتوزيع الجديد وتم مقارنة اداء التوزيع الجديد مع توزيعات اخرى وقد توصل الباحثان الى ان التوزيع المقترح مرن ومنافس جيد.[٣٤]

- **في العام نفسه قام الباحثون (Cakmakyapan واخرون)** بأعمام جديد لتوزيع (Lindley) المسمى بتوزيع (Lindley Weibull distribution) باستعمال قاعدة **Lindley -G family** التي اقترحها(٢٠١٧-Cakmakyapan and Ozel) وهو احد توزيعات عائلة ليندلي مع توزيع ويبل ذي معلمتين واستمد الأانموذج من مجموع معدل المخاطرة للتوزيعين (ليندلي-ويبل) التي يستعمل في نمذجة بينات أوقات الحياة ، ودرس الباحثون الخصائص الاحصائية والهيكلية للتوزيع كدالة الكثافة التجميعية والدالة الاحتمالية والعزوم والإحصاءات المرتبة ، كما اقترح الباحثون خوارزمية لتوليد بيانات التوزيع المقترح بأستعمال دالة Lambert W-function وبأستعمال طريقة الإمكان الأعظم حصل على تقدير معلمات الأانموذج والمعولية والمخاطرة وقارنوا توزيع ليندلي بمعلمة مع توزيعات (generalized Lindley -power Lindley) عن طريق استعمال المعايير(BIC − AICc − AIC − ٢lnL) وتطبيقه على بيانات حقيقية ،وأخيرا اظهر التطبيق العملي التي قام به الباحثون ان توزيع (ليندلي – ويبل)هو من التوزيعات سهلة التعامل معا ويكون اكثر مرونة خصوصاً في التطبيقات الهندسية والمعولية ، وبذألك يعد توزيعاً قوياً ومنافساً لتوزيعات أوقات الحياة الأخرى .[١٨]

- **في العام نفسه قدم الباحثون (Yousof, H. M واخرون)** بحثاً اقترحوا فيه توزيع(Weibull Burr XII Distribution) ذي ثلاثة معلمات الجديد بالاعتماد على القاعده المستعملة قيد الدراسة و التي يتمتع بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، اذ تم اشتقاق الخصائص الهيكلية و التوزيعية الاحصائية للتوزيع المقترح كدالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية والعزم حول الوسط الحسابي والعزم اللامركزي والبقاء والمخاطرة ، وتم تقير معلمات التوزيع غير المعرّفة على وفق طريقة الامكان الاعظم ، كذلك اجريت تجربة المحاكاة لبيان افضلية ومرونة التوزيع بالاعتماد على حجوم عينات صغيرة ومتوسطة وكبيرة (٢٠-٥٠-١٠٠) بالاعتماد على المعيار الاحصائي (MSE) التي تم الاعتماد عليه في تفسير مخرجات البحث الحالي. تم تطبيق البحث على مجموعتين من البينات الحقيقية تضمنت اوقات البقاء

للاشخاص المصابين بمرض بسرطان المثانة ، الساعات لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد ،وتوصل الباحثون الى إن التوزيع منافس ممتاز ويحقق اكثر مرونة وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى.[٣٦]

- **في العام نفسه قدم الباحث (Refaie, M. K)** دراسته تضمنت توزيعاً جديداً سمى توزيع (Burr X exponentiated exponential distribution) ذي ثلاثة معلمات باستعمال قاعدة (The Burr X Generator of Distributions) ، وناقش بعض الخصائص التوزيع المقترحة ، وتم تقدير معلمات بأستعمال طرائقة الامكان الاعظم ، وتم تطبيق الدراسة على بيانات حقيقية لاثبات تمثل اوقات البقاء للمرضى التي ن يتلقون مسكنًا للألم لمجموعتين من البيانات الحقيقية واخيرا توصل الباحث الى ان التوزيع المقترح الجديد يلائم بشكل افضل مقارنة بالتوزيعات الاصلية Exponential، Odd Lindley Exponentia ، Marshall-Olkin, Generalized Marshall- ,Logarithmic Burr-Hatke Exponential Exponential Olkin Exponential بالاعتماد على المعيار الاحصائي(AIC ,BIC,AICc) ، وتوصل الباحثون الى ان التوزيع المقترح يحقق اكثر مرونة بالمقارنة مع التوزيعات المستعملة . [٣٧]
- **في العام نفسه قدم الباحثون(Mofleh,H واخرون)** توزيع **BURR X FRECHET DISTRIBUTION** ذا ثلاثة معلمات **(**Three-Parameter**)** ،إذ تم دراسة الخصائص الاحصائية الاساسية للأنموذج المقترح ، تحديد خصائص البقاء و المخاطرة ودالة التوليد والاحصاءة المرتبة ومعامل الالتواء والتفلطح وتقدير المعلمات ا بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم وطريقة العزوم الموزونة تم الحصول على مقدرات معلمات التوزيع ودالة البقاء والمخاطرة ،وكذألك اقترح الباحثون خوارزمية (algorithm) لتوليد البيانات العشوائية لهذا التوزيع لغرض معرفة اداء التوزيع المقترح مع كل من (BrXFr model with the MFr, WFr, KMOFr, KFr, EExFr، EFr, TEFr, GEFr, BFr, MOFr, TEGFr, BExFr, TFr and Fr distributions) عن طريق استعمال المعايير الاحصائية (AIC – Cramér– von Mises – AICc – BIC))عند تطبيقه على بيانات حقيقية ،و اظهر التطبيق العملي التي قام به الباحثون ان التوزيع المقترح أكثر مرونة من توزيعات أوقات الحياة الأخرى .[١٠]

- **في عام (2019) استعمل الباحثون(Hamedani واخرون)** قاعدة(Burr X Generator of Distributions) لتوزيعExponentiated Weibull للحصول على توزيع Burr X Exponentiated Weibull ذي ثلاثة معلمات التي يكون اكثر مرونه مقارنة بالتوزيع Exponentiated Weibull ،وناقشوا خصائصه الاحصائية وقدروا معلمات التوزيع بطريقة الامكان الاعظم وتم تطبيق التوزيع على مجموعة من البيانات الحقيقية ،وتوصل الباحثون الى افضلية التوزيع المقترح في تمثيل البيانات الحقيقية .[٢٩]
- **في العام نفسه استعمل** (Muhammad, M وآخرون) قاعدة (Burr X Generator of Distributions) التي اقترحها (Yousof واخرون) على توزيع half-logistic للحصول على توزيع half-logistic Burr X distribution، وناقشُ خصائصه الاحصائية، وقدرو معلماته بطريقة الامكان الاعظم وايضا طبق على بيانات حقيقية تتمثل في اوقات بقاء قوة الألياف الزجاجية التي يبلغ قطرها ١.٥ سم لحين الفشل او الكسر(البيانات العالمية التي تم استعمالها في بحثنا) وبينا افضليته في تمثيل هذه البيانات مقارنة بتوزيع half-logistic Burr X distribution . [٤١]
- **في العام نفسه اقترح (Satheesh Kumar, C. , & Jose, R)** صنفاً جديداً من التوزيعات اسماها توزيع لينديلي المزدوج (DLD) بثلاث معلمات (θ, μ, λ) ، اذا قاما باستخراج خصائص التوزيع المهمة كدوال دالة المخاطرة والبقاء وقدرا معلمة الموقع للتوزيع الموسع (DLD) باستعمال طريقة الامكان الاعظم (MLE) ، وعن طريق تجارب محاكاة مونت-كارلو عند احجام عينات (n=١٠٠,٢٠٠,٥٠٠) قارنا التوزيع الموسع الجديد مع توزيع لابلاس بمعلمتين (μ, λ) باستعمال معايير المقارنة (كولمكروف سميرنوف-AIC- BIC -AICc) ، وتوصلا بان توزيع لينديلي المزدوج الجديد افضل من توزيع لابلاس لاسيما في حقل الاحصاء الهندسي.[٣٨]
- **في عام (2020)قدم الباحثون (Bhatti,F.A واخرون)** صيغة جديدة لتوزيع Inverse Weibull بتطبيق قاعدة(Burr X Generator of Distributions) اطلق عليه توزيع (Burr XII-Inverse Weibull Distribution)ذا ست معلمات، اذا ناقش الباحثون بعض الخصائص الاحصائية مثل الدالة التحويل العكسي والمولدة الدالة المولدة للعزوم ،و الاحصاءات المرتبة والانحرافات المتوسطة و منحنيات لورنز ،وبون فيروني (Lorenze & Bonferroni) والدالة المميزة ودالة ريني انتروبي (Renyi Entropy)

وكذلك ومعولية الاجهاد-المتانة. وقدروا معلمات الاانموذج المقترح باستعمال طريقة الامكان الاعظم . وقارنوا توزيع ليندلي بمعلمتين مع توزيعات (BXII-IW, L-IW, LL-IW, OF-IW, Kw-IW, W-IW, MBXII and IW) عن طريق استعمال المعايير (HQIC − AIC − (−2lnL) ،لمجموعتين من البيانات الحقيقية ، وتوصلوا الى ان التوزيع المقترح يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة.[١٥]

- **وفي العام نفسه قدم (S. Aryuyuen واخرون)** الاضافة المنفصلة توزيع **(**ليندلي- ويبل**)** خصائص وتطبيقات وهو توزيع ذو اربعة معلمات ، في هذه الدراسة قدم الباحثون نسخة منفصلة للتوزيع المستمر (ليندلي- ويبل)، التي قدمه الباحثون(Cordeiroواخرون) في عام (٢٠١٨) ،إذ ناقشوا بعض الخصائص التوزيعية المهمة مثل الدالة الاحتمالية والدالة التراكمية والدالة المولدة للعزوم وكذلك الاحصاءات المرتبة وبعض خصائص المعولية مثل دالة البقاء ودالة معدل المخاطرة وتطبيقاته، وفي سيناريو كلاسيكي تم الحصول على مقدرات لمعلمات ودالة البقاء بأستعمال طريقة الإمكان الأعظم، باستعمال معايير المقارنة (AICc- BIC -AIC) عند احجام عينات مختلفة تم اجراء مقارنة أداء التوزيع مع توزيعات أخرى مركبة تشترك فيها عائلة ليندلي توصل الباحثون الى ان الأانموذج الجديد مفيد لنمذجة مجموعات البيانات ويحقق اكثر مرونة .[٤٨]
- في عام (٢٠٢١)اقترح الباحثون بحثاً اقترحوا فيه توزيع (Two Parameter Lindley Distribution) المعمم ذو معلمتي الجديد التي يتمتع بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، اذ تم اشتقاق العديد من الخصائص التوزيعية الاحصائية للتوزيع المقترح مثل دالة الكثافة الاحتمالية والتراكمية والبقاء والمخاطرة والعزم حول الوسط الحسابي والعزم اللا مركزي ، Renyi Entropy Bonferroni and Lorenz Curves and Indices ، وتم تقير معلمات التوزيع غير المعرّفة على وفق طريقة الامكان الاعظم ، كذلك اجريت تجربة المحاكاة لبيان مرونة التوزيع بالاعتماد على المعيار الاحصائي (MSE) التي تم الاعتماد عليه في تفسير مخرجات البحث الحالي. ولغرض بيان مرونة التوزيع مقارنة مع عدت توزيعات اخرى قيد الدراسة تم تطبيق البحث على بينات حقيقية تضمنت اوقات البقاء، الساعات لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد ،وتوصل الباحثون الى ان التوزيع منافس ممتازمقارنة بتوزيعات(three parameter generalized Lindley distribution (GLD), two

parameter gamma, Weibull, and Lognormal and one parameter) ويحقق اكثر مرونة وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى. [٤٢]

- **عام(2022) قدم الباحثون (Chhetri, S., Mdziniso, N., & Ball, C)** بحثاً اقترحوا فيه توزيع **(Cubic Rank Transmuted Lindley)** التي يتمتع بمزيد من المرونة في النمذجة للبيانات مع زيادة ونقصان لدالة معدل الخطورة، اذ تم اشتقاق العديد من الخصائص التوزيعية الاحصائية للتوزيعات المقترح، وتم تقير معلمات التوزيع غير المعرّفة على وفق طريقة الامكان ، كذلك اجريت تجربة المحاكاة لبيان مرونة التوزيع باستعمال حجوم عينات(٥٠٠-١٠٠-٥٠) وبالاعتماد على المعيار الاحصائي **(MSE)** التي تم الاعتماد عليه في تفسير مخرجات الدراسة الحالية. تم تطبيق الدراسة الحالية على بينات حقيقية تضمنت اوقات الفشل بالاسابيع ، لتوضيح اهمية ومرونة التوزيع الجديد ومقارنته مع توزيعات اخر ،واخير توصل الباحثون إلى ان التوزيع منافس ممتاز ويحقق اكثر مرونة وسهولة التعامل معه بالمقارنة مع توزيعات اوقات الحياة الاخرى.[١٧]
- **في عام (2023)اقترح الباحثان (Basalamah, D., & Alruwaili, B)**صيغة جديدة لتوزيع لينديلي اطلق عليها **(weighted Lindley exponential distribution)** ذا ثلاثة معلمات واستمدت الاضافة من التوزيع الاسي و توزيع لينديلي ، اذا ناقش الباحثون بعض الخصائص الاحصائية مثل الدالة التحويل العكسي والمولدة الدالة المولدة للعزوم ،و الاحصاءات المرتبة والانحرافات المتوسطة و منحنيات لورنز ،وبون فيروني **(Lorenze & Bonferroni)** والدالة المميزة ودالة ريني انتروبي **(Renyi Entropy)** وكذلك ومعولية الاجهاد-المتانة. وقدروا معلمات الانموذج المقترح باستعمال طريقة الامكان الاعظم . وقارنوا التوزيع المقترح مع التوزيع الاسي وتوزيع لينديلي الاساس عن طريق استعمال المعايير **(HQIC − AIC − −2lnL)** ،لمجموعتين من البيانات الحقيقية ، وتوصلوا الى ان التوزيع المقترح يعطي ملائمة افضل من بقية التوزيعات في نمذجة اوقات الحياة الاخرى قيد الدراسة.[١٤]
- **في عام (٢٠٢٤) اقترح الباحثون (Alqawba واخرون) عائلة (Burr-X Marshall–Olkin-F (BXMO-F))** وذلك بتوظيف عائلة **(Burr X Generator of Distributions)** ، اذاشتقتوا بعض الخصائص الاحصائة والهيكلية للعائلة وتم تطبيق القاعدة على توزيع Lomax كتوزيع اساس

للحصول على التوزيع المقترح BXMO-Lomax، اذ تم تقدير معلمات التوزيع المقترح باستعمال كل من طريقة الامكان الاعظم الاعتيادية (Maximum Likelihood)_بعد اشتقاق الخائص التوزيعية للأنموذج المقترح ولغرض المقارنة بين طرائق تقديرالمعلمات للتوزيع المقترح فقد تم توظيف اسلوب محاكاة مونت كارلو (**Monte carlo**) لإجراء عدة تجارب بأحجام عينات مختلفة بالاعتماد على المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطا (**MSE**) وتم تطبيق الدراسة على عينة حقيقة وتوصل الباحثون الى افضلية التوزيع المقترح في تفسير البينات المعقدة.[٢١]

- **في عام (٢٠٢٥) اقترح الباحثون Terna, G. I., & Adamu, A. U.**)انموذجاً جديداً من التوزيعات اسماها (BURR X-PERKS DISTRIBUTION) بثلاث معلمات (θ, β, α) بالاعتماد على قاعدة(**Burr X Generator of Distributions**) قيد الدراسة، اذا قاموا باستخراج خصائص التوزيع المهمة للتوزيع المقترح كدوال دالة المخاطرة والبقاء ودالة التوليد ودالة التوليد وقدروا معلمات التوزيع باستعمال طريقة الامكان الاعظم (MLE) ، باستعمال معايير المقارنة (**HQIC** -AIC- BIC -AICc، وتوصلوا إلى ان توزيع **BURR X-KumPD, ExpPDand the PERKS DISTRIBUTION** الجديد افضل من توزيعات **Perks distribution (PD**.[٤٣]

- استكمالاً للجهود السابقة عن طريق الدراسات السابقة التي تم استعراضها انفا نلحظ أغلب الدراسات والبحوث لا توجد هناك دراسة عربية تتضمن استعمال قاعدة(**BurrXGeneratorofDistributions)** على حد علم الباحث لذا تضمنت هذه الرسالة بتطبيق هذه القاعدة على توزيعات (ليندلي) للحصول على توزيعات جديدة اكثر مرونة في تفسير البيانات المعقدة وتطبقها على بينات حقيقية تمثل اوقات البقاء .

الفصل الثاني

الجانب النظري

٢-١ تمهيد preamble

استعرض هذا الفصل بعض المفاهيم الأساسية التي تناولها موضوع الرسالة ، أهم تعاريف الدوال المستعملة في الرسالة منها مفهوم دالة البقاء(Survival Function) وبعض خصائصها والدوال المرتبطة بها كدالة الكثافة الاحتمالية للفشل ودالة الكثافة التجميعية للفشل ودالة المخاطرة . وكذلك تم عرض نبذة عن توزيع توزيعات لينديلي ذي معلمة واحدة وتوزيع لينديلي ذي معلمتين وتوزيع لينديلي ذي ثلاث معلمات كنماذج للبقاء و التي سوف يكون العمل عليه فظلاً عن قاعدة (Burr X Generator of Distributions) وتطبيقها على توزيعات لينديلي قيد الدراسة لبناء نماذج احتمالية جديدة ودراسة خصائصها الاحصائية والهيكلية وتقدير المعلمات باستعمال ثلاثة طرائق تقدير وهي كل من طريقة الامكان الاعظم وطريقة المربعات الصغرى الموزونة وطريقة كريمر فون مايسز.

٢-٢قاعدة Generator family of Distributions

هنالك الكثير من الدراسات التي تناولت موضوع توسعة التوزيعات الاحتمالية عن طريق اضافة معلمة او اكثر من معلمة لغرض زيادة مرونة التوزيع وزيادة قابليته في تفسير البيانات المعقدت ومن هذه التوسعات هي التوزيعات المركبة هي التوزيعات التي تنتج من تركيب توزيعين أو أكثر لغرض تسهيل عملية تحليل البيانات بشكل افضل مما تكون التوزيعات مفردة ويمكن تطبيق عملية التركيب او التوسعة على التوزيعات الاحتمالية المتقطعة والمستمره ويمكن تركيبهما مع بعض وفقاً لشروط معينة .هناك عدة أساليب لعملية التركيب ولكن سوف نقتصر على منهجية (Generator family of Distributions d) ويرمز لها (G-X Family)المستعمله على التوزيعات كافة دون قيود او شروط وتعتمد بالدرجة الأساسية على دالة المخاطرة (معدل الفشل) لتوليد العائلات التوزيعات. [٤٤]

لنفرض أنّ (X) يمثل المتغير العشوائي ويسمى المحول او الموسع (Transformer) و التي يحول المتغير عشوائي أخر هو (T) و التي يسمى المتحول (Transformed) فيولد دالة كثافة احتمالية جديدة (p.d.f) وبذلك تسمى منهجية (G -X Family) إذ توفر هذه المنهجية بناء توزيعات احتمالية جديدة اكثر مرونة

وللحصول على دالة التوزيع التراكمية الجديدة لنفترض أنّ (X) متغير عشوائي له دالة كثافة احتمالية f(x) ودالة التوزيع التراكمي F(x)، وأنّ المتغير العشوائي (T) له دالة كثافة احتمالية f(t) وللفترة $[a < t < b]$ ،فأنّ الدالة التراكمية G(x) للعائلة الناتجة الجديدة تكون بالشكل الاتي :

$$F(x) = \int_{.}^{\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}} g(x).dx \text{ ، } x \geq \text{٠ ، } \theta > \text{٠} \qquad \dots \quad (\text{٧} - \text{٢})$$

و إن $G(x)$ تمثل (cdf) للتوزيع الاساس.

$g(x)$ تمثل (cdf) للتوزيع الاساس.

$$\bar{G}(x) = ١ - G(x)$$

ويمكن كتابة المعادلة انفا بالصيغة الاتية :

$$F(x)= g\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)$$

وإنّ دالة الكثافة الاحتمالية $g(x)$ للعائلة الناتجة الجديدة يمكن ايجادها وفق الصيغة الآتية :

$$g(x) = \mathrm{g}\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)$$

$\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}$:تمثل دالة المتغير العشوائي (X) و التي لها خصائص التي تفي بالشروط الآتية :

١- $\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}$; $\in$ [a,b].

٢- $\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}$ قابلة للاشتقاق وغير متناقص بشكل رتيب.

٣- $\frac{G(x)}{\bar{G}(x)} \to a;\ as X \to -\infty\ ; and((x)) \to b;\ as X \to \infty.$

وإن $\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}$ تعطي عائلة جديدة من التوزيعات وتعتمد على مجال المتغير العشوائي (T) فإذا كان المتغير العشوائي (T) محدودا ب الفترة $a \geq ٠$; أي أنه الفترةضمن $[\mathrm{a}, \infty)$ ، ستعرف $\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}$ بالشكل التالي

$$\frac{G(x)}{\bar{G}(x)} = \frac{\mathrm{F}(\mathrm{x})}{١-\mathrm{F}(\mathrm{x})}$$

وبذلك تكون دالة التوزيع التجميعية $G(x)$ في المعادلة (٢-١٠) و(٢-١١) بالشكل الاتي :

$$\mathrm{G(x)} = \int_{.}^{\frac{\mathrm{F}(\mathrm{x})}{١-\mathrm{F}(\mathrm{x})}} \mathrm{g(x)dx}$$

$$\mathrm{G(x)}= \mathrm{g}\left(\frac{\mathrm{F}(\mathrm{x})}{١-\mathrm{F}(\mathrm{x})}\right)\left(\frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}\frac{\mathrm{F}(\mathrm{x})}{١-\mathrm{F}(\mathrm{x})}\right) \quad \ldots \quad (٢-٨)$$

وإنّ دالة الكثافة الاحتمالية $g(x)$ للعائلة الجديدة للمعادلة أنفاً تحسب بالشكل الآتي:

$$\mathrm{g(x)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\mathrm{G(x)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}}\left(\mathrm{g}\left(\frac{\mathrm{F}(\mathrm{x})}{١-\mathrm{F}(\mathrm{x})}\right)\frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}\frac{\mathrm{F}(\mathrm{x})}{١-\mathrm{F}(\mathrm{x})}\right) \quad \ldots \quad (٢-٩)$$

إذ أنّ :

$g(x)$تمثل دالة المخاطرة للمتغير العشوائي (X) .

وبذلك يمكن كتابة دالة الكثافة الاحتمالية بدلالة دالة المخاطرة في الصيغة (٢-١٤) بالصيغة الآتية :

$$f(\mathrm{x}) = \mathrm{g(x)G(x))} \quad \ldots \quad (١٠ - ٢)$$

إذ أنّ :

ومن الجدير بالذكر أن الدالة الناتجة تمثل دالة كثافة احتمالية (pdf) لعائلة التوزيع المقترحة يطلق عليه اسم التوزيع (Generator family of Distributions).

وباستعمال قاعد التحويل $(\mathbf{2-10})$ تم اشتقاق العديد من عوائل التوزيعات الاحتمالية.

٢-٣عائلة (BXG) Burr X Generator of Distributions

يعد توزيع (Burr X) واحداً من التوزيعات المستمرة ذات الأهمية الكبيرة في دراسة اوقات البقاء، وأصبح يستعمل بشكل متزايد في سياقات تحليل بيانات مدى الحياة التي تنحاز بإمكانية كبيرة في تمثيل الانظمة المختلفة التي تتالف من مجتمعات مركبة وغير متجانسة وكذلك المرونة العالية لهذا التوزيع كإنموذج للفشل. [٣] [٤٤]

تم اقتراح هذا التوزيع من قبل العالم (Burr ١٩٤٢) و التي يعد من التوزيعات المهمة في العلوم الطبية والهندسية كإنموذج فشل مناسب ومفيد في الإحصاءات التطبيقية .

وان دالة التوزيع التراكمي (cdf) لتوزيع BXII ذي معلمة واحده (θ) لها الصيغة الآتية:

$$G(x,\alpha) = \left[١ - \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{٢}}\right]^{\alpha}; x > ٠, \theta \geq ٠ \quad \ldots \quad (١١ - ٢)$$

إذ أن αمعلمة الشكل للتوزيع.

وان ودالة الكثافة الاحتمالية (pdf) تأخذ الشكل :

$$\mathrm{g(x;}\alpha) = ٢\alpha\mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{٢}}\left[١ - \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^{٢}}\right]^{\alpha-١} \quad ، x \geq ٠ ، \alpha > ٠ \quad \ldots (١٢ - ٢)$$

وفي عام(٢٠١٦) قام الباحث(واخرون Yousof) ببناء عائلة لتوليد التوزيعات الاحتمالية جديد مرنة بالاعتماد على المتغير العشوائي (x) وباستعمال طريقة التركيب (G -X Family) التي تم ذكره سابقا إذ يمثل المتغير العشوائي (x) هو المحول يتبع التوزيع Burr X بمعلمة القياس (θ). وبذلك فإن دالة الكثافة الاحتمالية التراكمية لعائلة(Burr X Generator ofDistributions) الجديد (c.d.f) بعد التعويض في صيغة رقم -٢٣) (٢و(٢ – ٢٣) في(٢ – ١٠) فتكون بالشكل الآتي : [٣] [٤٤]

$$F(x,\alpha) = \int_{.}^{\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}} f(x,\alpha).\,dx$$

$$F(x,\alpha) = \int_{.}^{\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}} ٢\alpha e^{-x^{٢}} \left[١ - e^{-x^{٢}}\right]^{\alpha-١}.\,dx$$

$$F(x,\alpha) = ٢\alpha \int_{.}^{\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}} e^{-x^{٢}} \left[١ - e^{-x^{٢}}\right]^{\alpha-١}.\,dx$$

$$F(x,\alpha) = \left(\mathbf{1} - e^{-\left(\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}} \qquad \ldots \quad (١٣ - ٢)$$

وإنّ دالة الكثافة الاحتمالية *g(x)* لعائلة (BXG) من اخذ المشتقة الاولى للمعادلة أعلاه وتكون بالشكل الآتي:

$$f(x,\alpha) = \frac{٢\alpha g(x)G(x)}{\overline{G}(x)^{٣}} e^{-\left(\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}\right)^{٢}} \left(\mathbf{1} - e^{-\left(\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}} \qquad \ldots \quad (١٤ - ٢)$$

وإنّ دالة البقاء لعائلة *S (x)* لعائلة (BXG) عن طريق المعادلة الأتية وتكون بالشكل الآتي:

$$S(x,\alpha) = \mathbf{1} - F(x,\alpha)$$

$$S(x,\alpha) = ١ - \left(١ - e^{-\left(\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}\right)^{٢}}\right)^{\alpha} \qquad \ldots \quad (١٥ - ٢)$$

اما دالة البقاء المخاطرة *h (x)* لعائلة (BXG)عن طريق المعادلة الأتية وتكون بالشكل الآتي:

$$h(x,\alpha) = \frac{f(x,\alpha)}{S(x,\alpha)}$$

$$h(x,\theta) = \frac{٢\alpha g(x)G(x)e^{-\left(\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}\right)^{٢}} \left(\mathbf{1} - e^{-\left(\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}}}{\overline{G}(x)^{٣}\left(\mathbf{1} - \left(\mathbf{1} - e^{-\left(\frac{G(x)}{\overline{G}(x)}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}}\right)} \qquad \ldots \quad (١٦ - ٢)$$

فان دالة الكثافة الاحتمالية تصبح بالشكل الاتي :

$$f(x,\theta)=\frac{2\boldsymbol{\alpha} g(x)G(x)}{\bar{G}(x)^{3}}e^{-\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2}}\left(\mathbf{1}-e^{-\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2}}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}}$$

عن طريق تطبيق المتسلسلة الاتية فان دالة الكثافة الاحتمالية تكتب بالشكل الاتي : [٣] [٤٤]

$$(1-z)^{b-1}=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i}\Gamma b}{i!\,\Gamma(b-i)}z^{i}$$

$$f(x,\theta)=\frac{2\theta g(x)G(x)}{\bar{G}(x)^{3}}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i}\Gamma\theta}{i!\,\Gamma(\theta-i)}\left(e^{-\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2}}\right)^{i}e^{-\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2}}$$

$$f(x,\theta)=\frac{2\theta g(x)G(x)}{\bar{G}(x)^{3}}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i}\Gamma\theta}{i!\,\Gamma(\theta-i)}e^{-i\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2}}e^{-\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2}}$$

$$f(x,\theta)=\frac{2\theta g(x)G(x)}{\bar{G}(x)^{3}}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i}\Gamma\theta}{i!\,\Gamma(\theta-i)}e^{-(i+1)\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2}}$$

$$e^{-(i+b)(z)^{m}}=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-b)^{j}(i+b)^{j}}{j!}(z)^{mj}$$

$$e^{-(i+1)\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2}}=\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j}(i+1)^{j}}{j!}\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2j}$$

وبذلك فأن دالة الكثافة الاحتمالية :

$$f(x,\theta)=\frac{2\theta g(x)G(x)}{\bar{G}(x)^{3}}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i}\Gamma\boldsymbol{\theta}}{i!\,\Gamma(\boldsymbol{\theta}-i)}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j}(i+1)^{j}}{j!}\left(\frac{G(x)}{\bar{G}(x)}\right)^{2j}$$

$$f(x,\theta)=\frac{2\theta g(x)G(x)}{\bar{G}(x)^{3}}\sum_{i=0}^{\infty}\frac{(-1)^{i}\Gamma\boldsymbol{\theta}}{i!\,\Gamma(\boldsymbol{\theta}-i)}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^{j}(i+1)^{j}}{j!}\left[\frac{G(x)^{2j}}{\bar{G}(x)^{2j}}\right]$$

$$f(x,\theta) = ٢\theta g(x) \sum_{\mathbf{i=0}}^{\infty} \sum_{\mathbf{j=0}}^{\infty} \frac{(-١)^{i+j}\Gamma\boldsymbol{\theta}(i+١)^{j}}{i!\,j!\,\Gamma(\boldsymbol{\theta}-i)} \frac{G(x)^{٢j+١}}{\overline{G}(x)^{٢j+٣}}$$

إذ ان :

$$(١-z)^{-b} = \sum_{k=٠}^{\infty} \frac{\Gamma b+k}{k!\,\Gamma b} z^{k}, \qquad |k| < ١, b > ٠$$

$$\frac{١}{\overline{G}(x)^{٢j+٣}} = (\mathbf{1} - G(x)\ )^{-٢j+٣} = \sum_{k=٠}^{\infty} \frac{\Gamma(٢j+٣+k)}{k!\,\Gamma ٢j+٣} G(x)^{\ k}$$

$$f(x,\theta) = ٢\theta g(x) \sum_{K=٠}^{\infty} \sum_{\mathbf{i=0}}^{\infty} \sum_{\mathbf{j=0}}^{\infty} \frac{(-١)^{i+j}\Gamma\boldsymbol{\theta}(i+١)^{j}}{i!\,j!\,\Gamma(\boldsymbol{\theta}-i)} \left(\frac{\Gamma(٢j+٣+k)}{k!\,\Gamma ٢j+٣} G(x)^{\ k} \right)$$

$$f(x,\theta) = ٢\theta g(x) \sum_{K=٠}^{\infty} \sum_{\mathbf{i=0}}^{\infty} \sum_{\mathbf{j=0}}^{\infty} \frac{(-١)^{i+j}\Gamma\boldsymbol{\theta}(i+١)^{j}}{i!\,j!\,\Gamma(\boldsymbol{\theta}-i)} \left(\frac{\Gamma(٢j+٣+k)}{k!\,\Gamma ٢j+٣} G(x)^{٢j+١} G(x)^{\ k} \right)$$

$$f(x,\theta) = ٢\theta \sum_{K=٠}^{\infty} \sum_{\mathbf{i=0}}^{\infty} \sum_{\mathbf{j=0}}^{\infty} \frac{(-١)^{i+j}(i+١)^{j}\Gamma\boldsymbol{\theta}\ \Gamma(٢j+٣+k)\Gamma(٢j+٢+k)}{k!i!j!\Gamma(\boldsymbol{\theta}-i)\Gamma ٢j+٣\Gamma(٢j+٢+k)} g(x)G(x)^{٢j+١+K} \ldots (١٧-٢)$$

وان الصيغة انفا تمثل دالة الكثافة الاحتمالية بعد اجراء عدة تبسيطات :

تحتوي الأدبيات الإحصائية على العديد من الفئات الجديدة من التوزيعات التي تم إنشاؤها عن طريق توسيع العائلات المشتركة للتوزيعات المستمرة عن طريق إضافة معلمة شكل واحدة أو أكثر. وقد ثبت أن المعلمة (المعلمات) الإضافية المضافة إلى توزيع الاحتمالات الحالي تعمل على تحسين مرونة وصلاحية ملاءمة التوزيع. لذلك، اقترح العديد من الباحثين العديد من الطرائق لإضافة معلمة إلى التوزيعات وتم استعمال هذه العائلات الجديدة لنمذجة البيانات في العديد من المجالات التطبيقية مثل الهندسة والاقتصاد والدراسات البيولوجية والعلوم البيئية وغير ذلك الكثير. في الواقع لقد جعلت تكنولوجيا الحوسبة الحديثة العديد من هذه التقنيات في متناول اليد إذ كانت الحلول التحليلأتية معقدة للغاية.

٢-٤توزيعات لينـدلي: Lindley Distribution

٢-٤-١توزيع لينـدلي ذي معلمة واحدة: one parameter Lindley Distribution

يعد توزيع لينـدلي (Lindley Distribution) واحداً من التوزيعات المستمرة ذات الأهمية الكبيرة في دراسة المعولية ونظرية البقاء، التي تنحاز بإمكانية كبيرة في تمثيل الانظمة المختلفة التي تتالف من مجتمعات مركبة وغير متجانسة وكذلك المرونة العالية لهذا التوزيع كإانموذج للفشل.[٣٩] [٤٠]

ينسب هذا التوزيع الى العالم لينـدلي (Lindley ١٩٥٨) و التي يعد من التوزيعات المهمة في العلوم الطبية والهندسية ، ونمذجة أوقات الحياة، ، وكذلك في الدراسات السكانية المتمثلة بتوقعات الحياة في جداول الحياة ، وكذلك في موضوع الرقابة على الجودة . يأخذ توزيع لينـدلي عدة أنواع أو صيغ حسب عدد المعلمات التوزيع المحددة ب الفترة $[٠,\infty]$ منها توزيع لينـدلي ذي المعلمة الواحدة، وتوزيع لينـدلي ذي المعلمتين، وتوزيع لينـدلي ثلاث معلمات .

تكتب دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع لينـدلي ذي معلمة بالشكل الاتي:

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{\theta^{٢}}{\theta+١}(١+x)e^{-\theta x} & ; x>٠,\theta>٠\\ ٠ & o.w\end{cases} \quad .... \ (١٨-٢)$$

إذ إن:

θ :معلمة القياس(Scale parameter) .

اما دالة الكثافة الاحتمالية التركمية تكتب بالشكل الاتي :

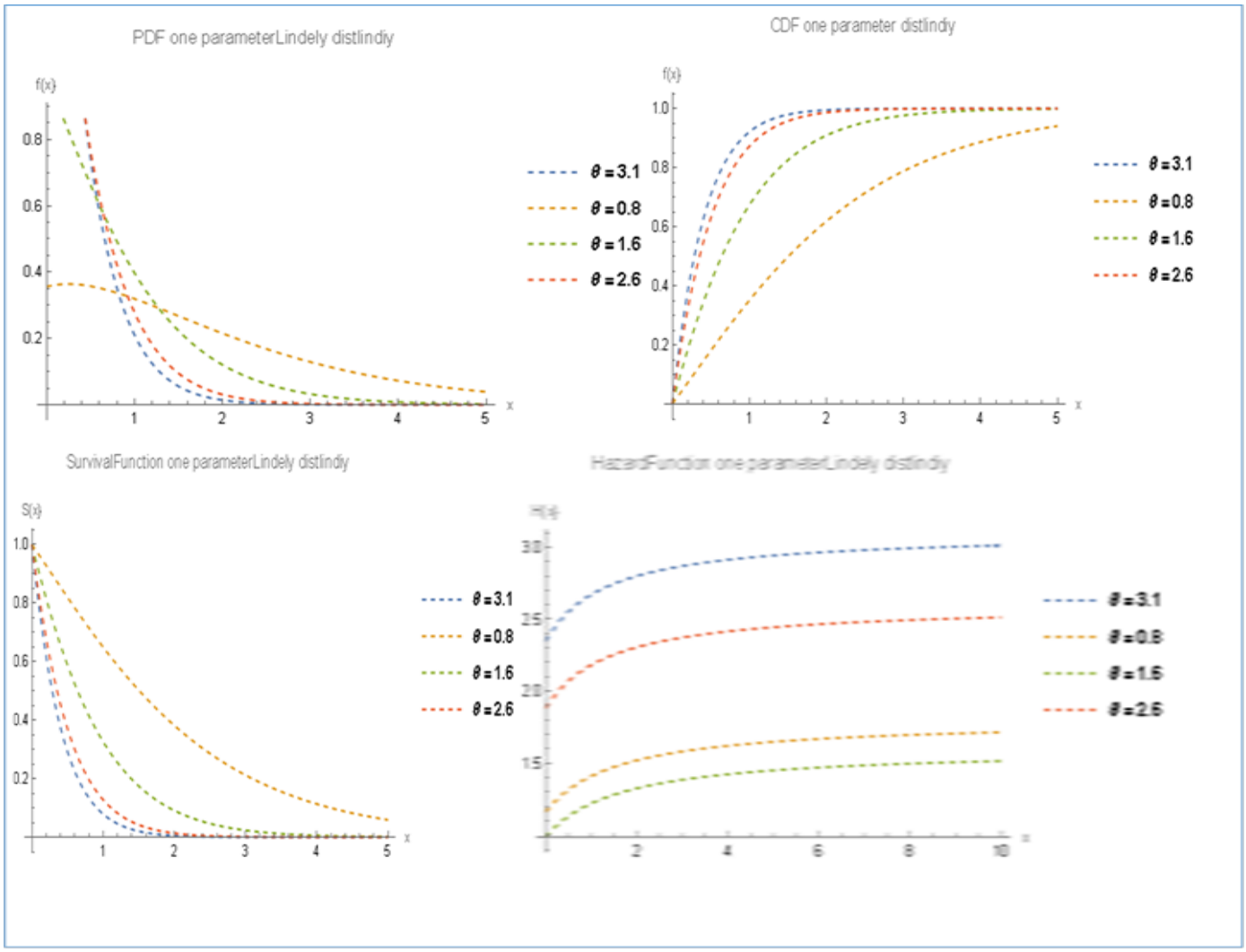
$$F(x;\theta)=\begin{cases}١-\frac{\theta^{٢}+\theta x+١}{\theta+١}e^{-\theta x} & ; x>٠,\theta>٠\\ ٠ & o.w\end{cases} \quad ... \ (١٩-٢)$$

اما دالة البقاء والمخاطر لتوزيع لينـدلي ذي معلمة واحدة تعطى بالصيغة الأتية :

$$S(x;\theta)=\frac{\theta^{٢}+\theta x+١}{\theta+١}e^{-\theta x} \quad ... \ (٢٠-٢)$$

$$h(x;\theta)=\frac{\frac{\theta^{2}}{\theta+1}(1+x)e^{-\theta x}}{\frac{\theta^{2}+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}} \qquad \dots \quad (2-21)$$

والاشكال الأتية توضح دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة لتوزيع ليندلي ذي معلمة واحدة



شكل (٢-١) يوضح دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة لتوزيع ليندلي ذي معلمة واحدة(من اعداد الباحث)

٢-٤-٢ توزيع لينديلي ذو معلمتين: Two parameters Lindley Distribution

تم تقديم هذا التوزيع من قبل الباحثين(**Shanker and Mishra**) عام (٢٠١٣) وهو توزيع ناتج من خلط التوزيع الاسي بالمعلمة (θ)وتوزيع كاما بالمعلمات ($\boldsymbol{2, \lambda}$) وان دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع لينديلي ذي معلمتين تكتب بالشكل الاتي :[٤٢]

$$f(x;\boldsymbol{\lambda},\theta)=\begin{cases}\dfrac{\lambda^{٢}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}(١+\boldsymbol{\theta}x)e^{-\lambda x} & ;\ x>٠,\theta>٠,\theta+\boldsymbol{\lambda}>-١\\ ٠ & o.w\end{cases} \quad \ldots.\ (٢٢-٢)$$

إذ إن:

θ : معلمة القياس (Shape parameters).

λ:معلمة الشكل (Scale parameter) .

اما دالة الكثافة التراكمية الاحتمالية فيمكن كتابتها بالصيغة الأتية :

$$F(x;\boldsymbol{\lambda},\theta)=١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x} \quad \ldots.\ (٢٣-٢)$$

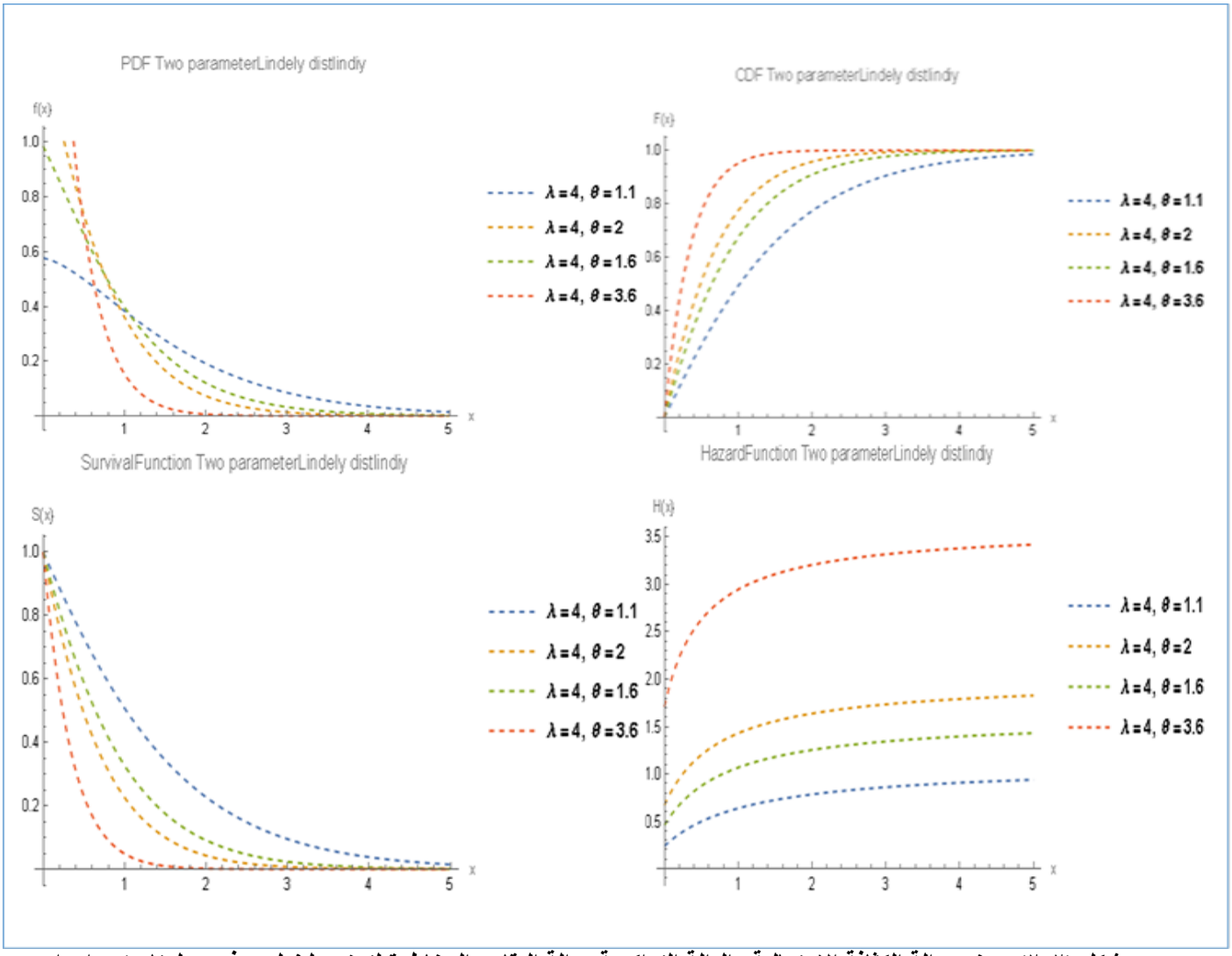
اما دالة البقاء فتكتب بالشكل الاتي :

$$S(x;\boldsymbol{\lambda},\theta)=\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x} \quad \ldots.\ (٢٤-٢)$$

ودالة المخاطرة تعطى بالصيغة الأتية

$$\boldsymbol{h(x;\lambda,\theta)}=\frac{\frac{\lambda^{٢}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}(١+\boldsymbol{\theta}x)e^{-\lambda x}}{\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}} \quad \ldots.\ (٢٥-٢)$$

والاشكال الأتية توضح دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة لتوزيع لينديلي ذو معلمتين عند قيم مختلفة للمعلمات .



شكل (٢-٢) يوضح دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية ودالة البقاء والمخاطرة لتوزيع ليندلي ذي معلمتان(من اعداد الباحث)

(١-٢) يمثل بعض خصائص توزيعات لينديلي

الخاصية	One ParameterLindley	Two ParameterLindley
parameters	**Scale parameter : θ**	**Shape parameters : α** **Scale parameter : θ**
Mean	$\frac{٢+\theta}{\theta(١+\theta)}$	$\frac{٢\theta+\lambda}{\lambda(\theta+\lambda)}$
Variance	$\frac{٢}{\theta^{٢}}-\frac{١}{(١+\theta)^{٢}}$	$\frac{٢\theta^{٢}+٤\theta\lambda+\lambda^{٢}}{\lambda^{٢}(\theta+\lambda)^{٢}}$
The Coefficient of Variation	$\sqrt{\frac{٢}{\theta^{٢}}-\frac{١}{(١+\theta)^{٢}}}$	$\sqrt{\frac{\mathbf{2\theta^2+4\theta\lambda+\lambda^2}}{\boldsymbol{\lambda^2(\theta+\lambda)^2}}}$
The Coefficient of Skewnes	$\frac{2(2+6\theta+٦\theta^{٢}+\theta^{٣})}{(٢+٤\theta+\theta^{٢})^{٣/٢}}$	$\frac{٢(٢\theta^{٣}+٦\theta^{٢}\lambda+٦\theta\lambda^{٢}+\lambda^{٣})}{\lambda^{٣}(\theta+\lambda)^{٣}(\frac{٢\theta^{٢}+٤\theta\lambda+\lambda^{٢}}{\lambda^{٢}(\theta+\lambda)^{٢}})^{٣/٢}}$
Kurtosis The Coefficient	$\frac{٣(٨+٣٢\theta+٤٤\theta^{٢}+٢٤\theta^{٣}+٣\theta^{٤})}{(٢+٤\theta+\theta^{٢})^{٢}}$	$\frac{٣(٨\theta^{٤}+٣٢\theta^{٣}\lambda+٤٤\theta^{٢}\lambda^{٢}+٢٤\theta\lambda^{٣}+٣\lambda^{٤})}{(٢\theta^{٢}+٤\theta\lambda+\lambda^{٢})^{٢}}$

٢-٥توزيعات ليندلي المقترحة(الجديدة) بالاعتماد على قاعدة Burr X Generator of Distributions

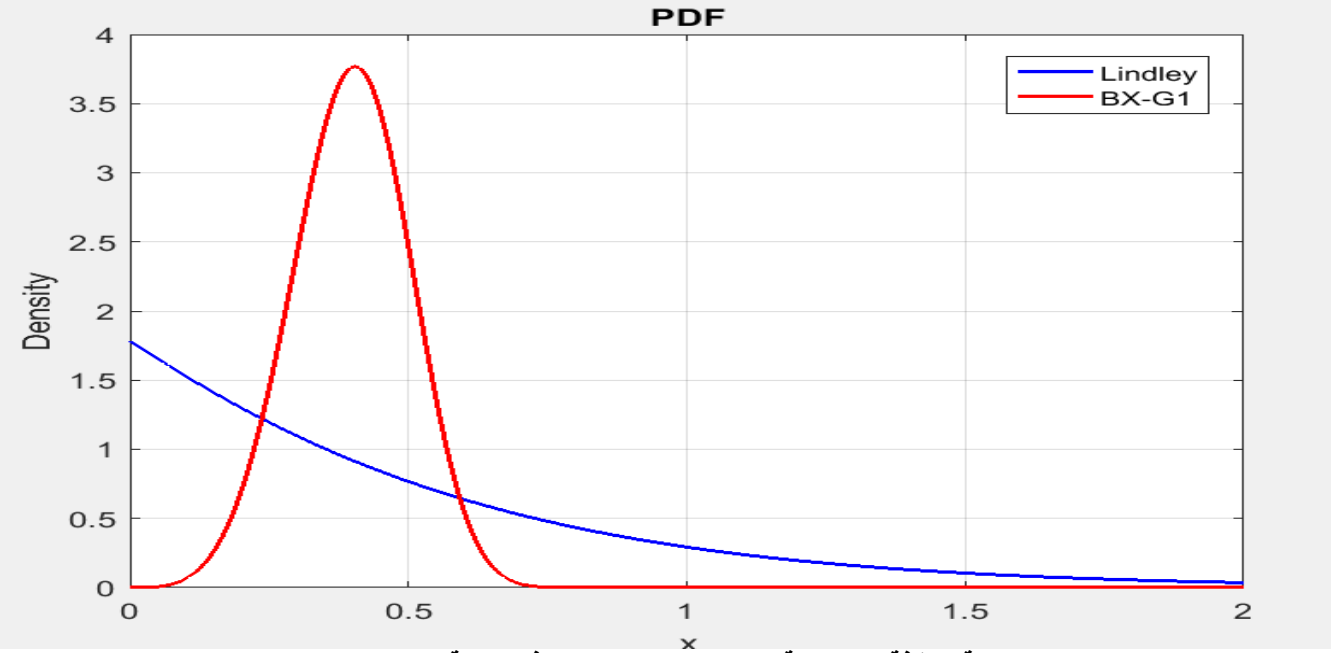
٢-٥-١توزيع ليندلي ذي معلمة واحدة المحول باستعمال قاعدة *((BXL)) BurrX-* *LindleyoneParameter distribution*

بتعويض دالة التوزيع التراكمي *(c.d.f)* لتوزيع ليندلي الواردة في الصيغة (٢ – ١٢) في دالة الواردة في الصيغة (٢ – ١١) نحصل على التوزيع المقترح الجديد BurrX-LindleyoneParameter distributionوتكون صيغة دالة الكثافة التراكمية بالشكل الاتي : [٣٩] [٤٤]

$$F(x,\alpha,\theta)=\left(1-e^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\theta x}{\theta+1}\right)e^{-\theta x}}{1-\left(1-\left(1+\frac{\theta x}{\theta+1}\right)\right)e^{-\theta x}}\right)^{2}}\right)^{\alpha} \quad \ldots(2-26)$$

وباشتقاق الدالة المذكورة آنفا بالنسبة للمتغير x نحصل على دالة الكثافة الإحتمالية *(p.d.f)* للتوزيع المقترح وكما يأتي :

$$f(x,\alpha,\theta)=\left(\frac{2\alpha\frac{\theta^{2}}{\theta+1}(1+x)e^{-\theta x}\left(1-\frac{\theta^{2}+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}\right)}{\left(\frac{\theta^{2}+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}\right)^{3}}\right)e^{-\left(\frac{1-\frac{\theta^{2}+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}}{\frac{\theta^{2}+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}}\right)^{2}}\left(1-e^{-\left(\frac{1-\frac{\theta^{2}+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}}{\frac{\theta^{2}+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}}\right)^{2}}\right)^{\alpha-1} \quad (27-2)$$

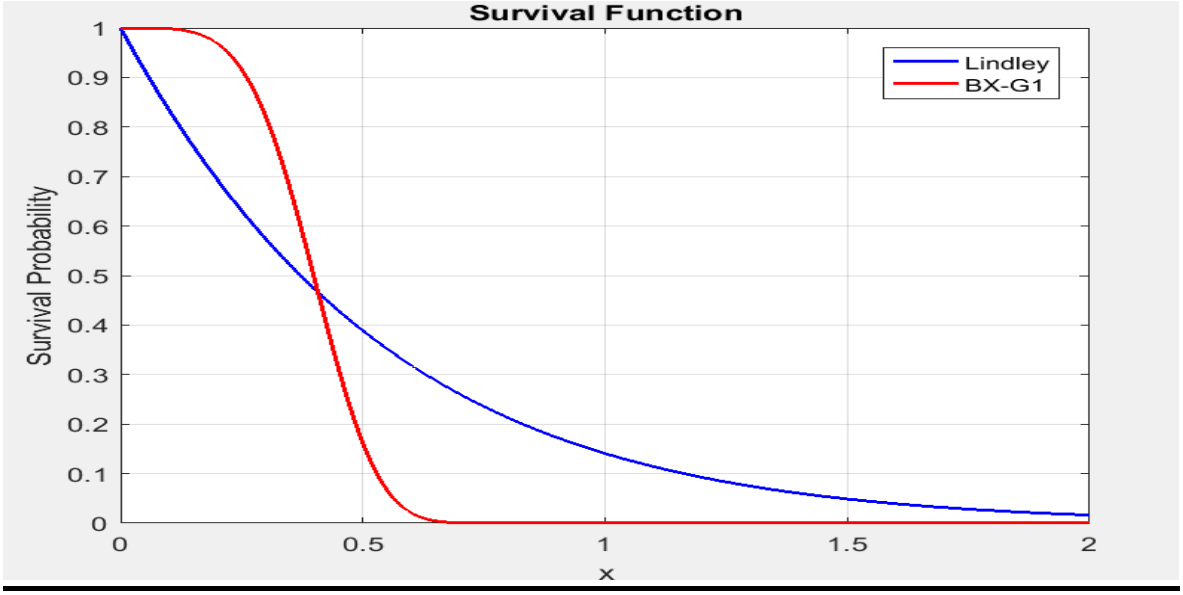


شكل (٢-٣) يوضح دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع لينديلي المقترح ذو معلمة واحدة(من اعداد الباحث)

اما دالة البقاء فتكتب بالصيغة الأتية :

$$S(x,\alpha,\theta)=١-F(x,\alpha,\theta)$$

$$S(x,\alpha,\theta)=\left(١-e^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\theta x}{\theta+١}\right)e^{-\theta x}}{١-\left(١-\left(١+\frac{\theta x}{\theta+١}\right)\right)e^{-\theta x}}\right)^{٢}}\right)^{\alpha} \quad \ldots(٢٨-٢)$$



شكل (٢-٤) يوضح البقاء لتوزيع لينديلي المقترح ذو معلمة واحدة (من اعداد الباحث)

امادالة المخاطرة للتوزيع المقترح فتكون بالصيغة الاتية :

$$h(x,\alpha,\theta)=\frac{f(x,\alpha,\theta)}{S(x,\alpha,\theta)}$$

$$h(x,\alpha,\theta)=\left(\frac{\dfrac{2\alpha\dfrac{\theta^2}{\theta+1}(1+x)e^{-\theta x}\left(1-\dfrac{\theta^2+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}\right)}{\left(\dfrac{\theta^2+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}\right)^3}e^{-\left(\frac{1-\frac{\theta^2+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}}{\frac{\theta^2+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}}\right)^2}\left(1-e^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\theta x}{\theta+1}\right)e^{-\theta x}}{1-\left(1-\left(1+\frac{\theta x}{\theta+1}\right)\right)e^{-\theta x}}\right)^2}\right)^{\alpha}}{\left(1-e^{-\left(\frac{1-\frac{\theta^2+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}}{\frac{\theta^2+\theta x+1}{\theta+1}e^{-\theta x}}\right)^2}\right)^{\alpha-1}}}{\left(1-e^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\theta x}{\theta+1}\right)e^{-\theta x}}{1-\left(1-\left(1+\frac{\theta x}{\theta+1}\right)\right)e^{-\theta x}}\right)^2}\right)^{\alpha}}\right) \quad \dots(2-29)$$

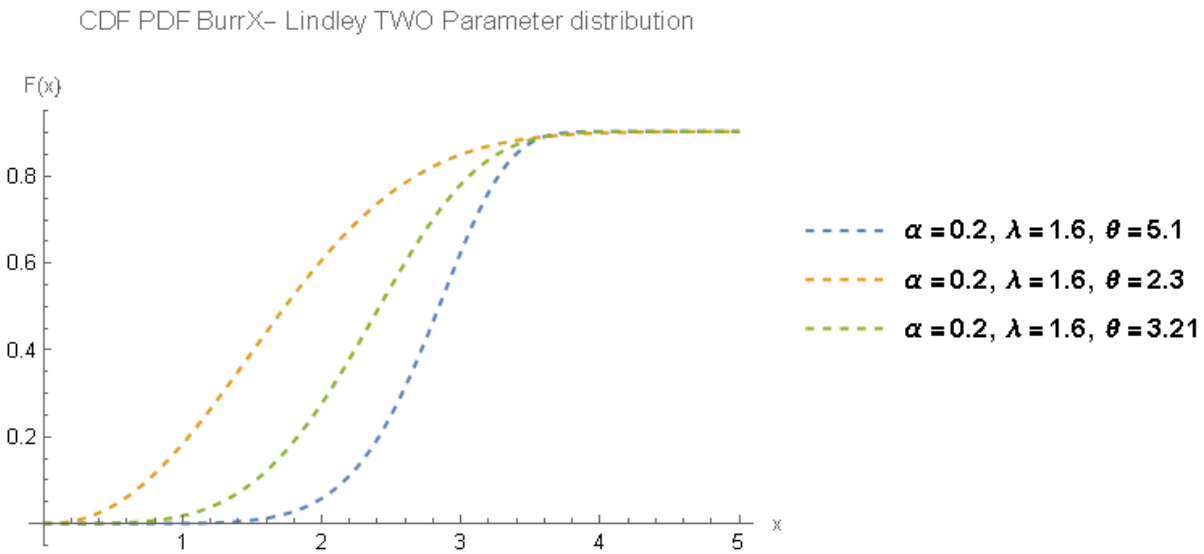
٢-٥-٢توزيع ليندلي ذو معلمتين المحول باستعمال قاعدة *BurrX- ((BXL))*

LindleyTwoParameter distribution

بتعويض دالة التوزيع التراكمي *(c.d.f)* لتوزيع ليندلي الواردة في الصيغة (٢ – ١٢) في دالة عائلة الواردة في الصيغة (٢ – ١١) نحصل على دالة الكثافة التراكمية التجميعية للتوزيع المقترح الجديد BurrX- LindleyTwoParameter distributionوتكون صيغة دالة الكثافة التراكمية بالشكل الاتي :[٣٩] [٤٤]

$$F(x,\alpha,\boldsymbol{\theta}) = \left(1 - e^{-\left(\frac{\left(1 - e^{-\lambda x} - \frac{\theta x}{\lambda+\theta} e^{-\lambda x}\right)}{\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}} \right)^{2}} \right)^{\alpha} \quad \dots (٣٠ - ٢)$$

الرسم البياني يوضح سلوك دالة الكثافة التراكمية للتوزيع المقترح عند قيم مختلفة للمعلمات



شكل (٢-٥) يوضح سلوك دالة الكثافة التراكمية للتوزيع المقترح عند قيم مختلفة للمعلمات

٢-٥-٢-١دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع BurrX- ((BXL))

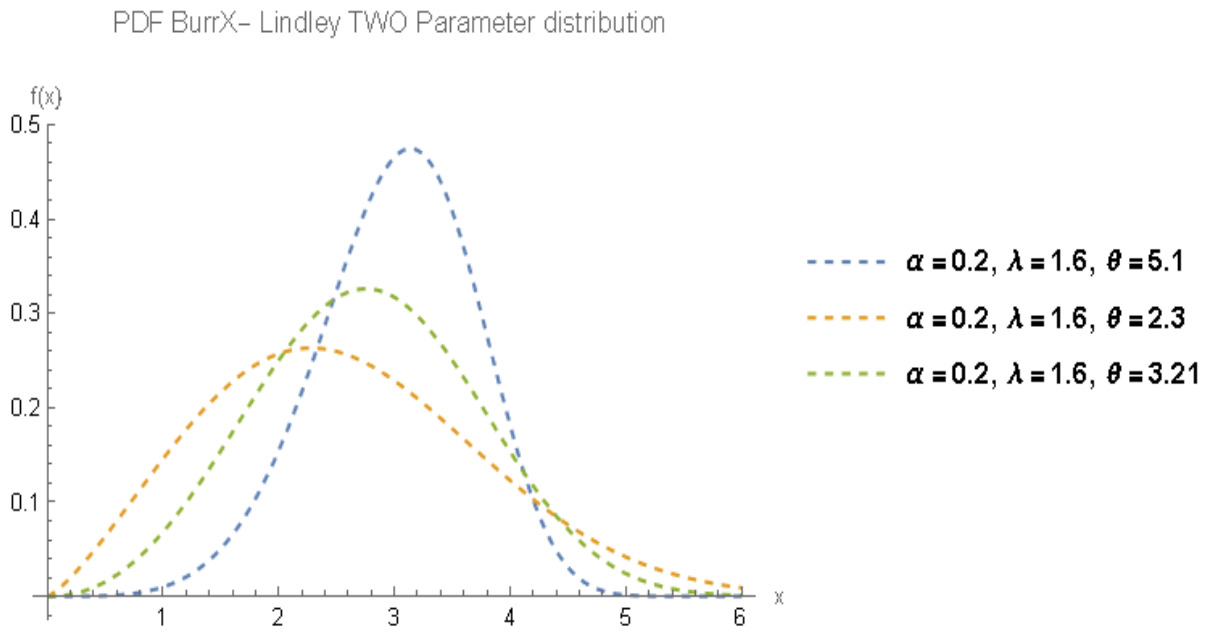
LindleyTwoParameter distribution

بتعويض دالة التوزيع التراكمي (c.d.f) لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter الواردة في الصيغة (٢ – ٣٤) في دالة التحويل Burr X Generator of distribution الواردة في الصيغة (٢ – ٣٢) نحصل على دالة الكثافة الإحتمالية (p.d.f) لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution وكما يأتي :[٣٩] [٤١]

:

$$f(x,\theta,\alpha,\boldsymbol{\lambda}) = \left\{ \frac{٢\alpha\left(\frac{\boldsymbol{\lambda}^{٢}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}(١+\boldsymbol{\theta}x)e^{-\lambda x}\right)\left(١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}\right)}{\left(\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}\right)^{٣}} \right\} e^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}}\right)^{٢}} \left(1-e^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}}{\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}}\right)^{2}}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}} \quad (٣١-٢)$$

الرسم البياني يوضح سلوك دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع المقترح عند قيم مختلفة للمعلمات



شكل (٢-٦) يوضح سلوك دالة الكثافة التراكمية للتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution عند قيم مختلفة للمعلمات

اثبات ان دالة الكثافة الاحتمالية لتويع Burr X LindleyTwoParameter على انها دالة احتمالية

$$\lim_{x\to ٠} f(x,\theta,\alpha,\boldsymbol{\lambda})_{\mathrm{BXG}} \quad \ldots (٣٢-٢)$$

$$= \lim_{x\to ٠} \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{٢\alpha\left(\dfrac{\boldsymbol{\lambda}^{٢}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}(١+\boldsymbol{\theta}x)e^{-\lambda x}\right)\left(١-\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x}\right)}{\left(\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x}\right)^{٣}} \\ e^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x}}\right)^{٢}}\left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}\mathrm{x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda x}}{\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}\mathrm{x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda x}}\right)^{2}}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}} \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{٢\alpha\left(\dfrac{\boldsymbol{\lambda}^{٢}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}(١+\boldsymbol{\theta}x)e^{-\lambda ٠}\right)\left(١-\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta}٠}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda ٠}\right)}{\left(\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta}٠}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda ٠}\right)^{٣}} \\ e^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}٠}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda ٠}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x}}\right)^{٢}}\left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}0}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda 0}}{\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}0}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda 0}}\right)^{2}}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}} \end{array} \right\}$$

$$\lim_{x\to ٠} \mathrm{f}(x,\theta,\alpha,\boldsymbol{\lambda})_{\mathrm{BXG}} = \mathrm{zero}$$

$$\lim_{x\to \infty} \mathrm{f}(\mathrm{x},\lambda,\theta\beta,\alpha)_{\mathrm{BXG}} \qquad \ldots(٣٣-٢)$$

$$= \left(\frac{\log\alpha}{\alpha-١}\right)\frac{\boldsymbol{\lambda}\theta}{\beta}\left(\frac{\infty}{\beta}\right)^{\theta-١}\left[\lambda+\left(\frac{\infty}{\beta}\right)^{\theta\lambda}\right]^{-\left(\frac{\lambda+١}{\lambda}\right)}\alpha^{\left[\frac{\left(\frac{\infty}{\beta}\right)^{\theta\lambda}}{\lambda+\left(\frac{\infty}{\beta}\right)^{\theta\,\lambda}}\right]^{\left(\frac{١}{\lambda}\right)}}$$

$$\lim_{x\to \infty} \mathrm{f}(x,\theta,\alpha,\boldsymbol{\lambda})_{\mathrm{BXG}} = zero$$

وكذلك بالنسبة الى دالةcdf

$$\lim_{x\to \infty} \mathrm{f}(x,\theta,\alpha,\boldsymbol{\lambda})_{\mathrm{BXG}} = \frac{١-\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta}٠}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda ٠}}{\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta}٠}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda ٠}}$$

$$\lim_{x\to ٠} \mathrm{F}(x,\theta,\alpha,\boldsymbol{\lambda})_{\mathrm{BXG}} \qquad \ldots(٣٤-٢)$$

$$= \lim_{x\to ٠}\left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda x}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda x}}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$= \left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}_{٠}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda_{٠}}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}_{٠}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda_{٠}}}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$= (\mathbf{1}-\mathrm{e}^{٠})^{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$= ١-١$$

$$= zero$$

$$\lim_{x\to ٠}\mathrm{F}(x,\theta,\alpha,\boldsymbol{\lambda})_{\mathrm{BXG}} = zero$$

$$\lim_{y\to\infty}\mathrm{F}(x,\theta,\alpha,\boldsymbol{\lambda})_{\mathrm{BXG}} \qquad \ldots(٣٥-٢)$$

$$= \lim_{x\to\infty}\left(\mathbf{1}-e^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)e^{-\lambda x}}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$= \left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}\infty}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda\infty}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda\infty}}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$= (\mathbf{1}-\mathrm{e}^{\infty})^{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$= (\mathbf{1}-٠)^{\boldsymbol{\alpha}}$$

$$= ١$$

نستنتج ان الدالة احتمالية

٢-٥-٢-٢دالةالبقاء لتوزيع BurrX-

LindleyTwoParameterdistribution

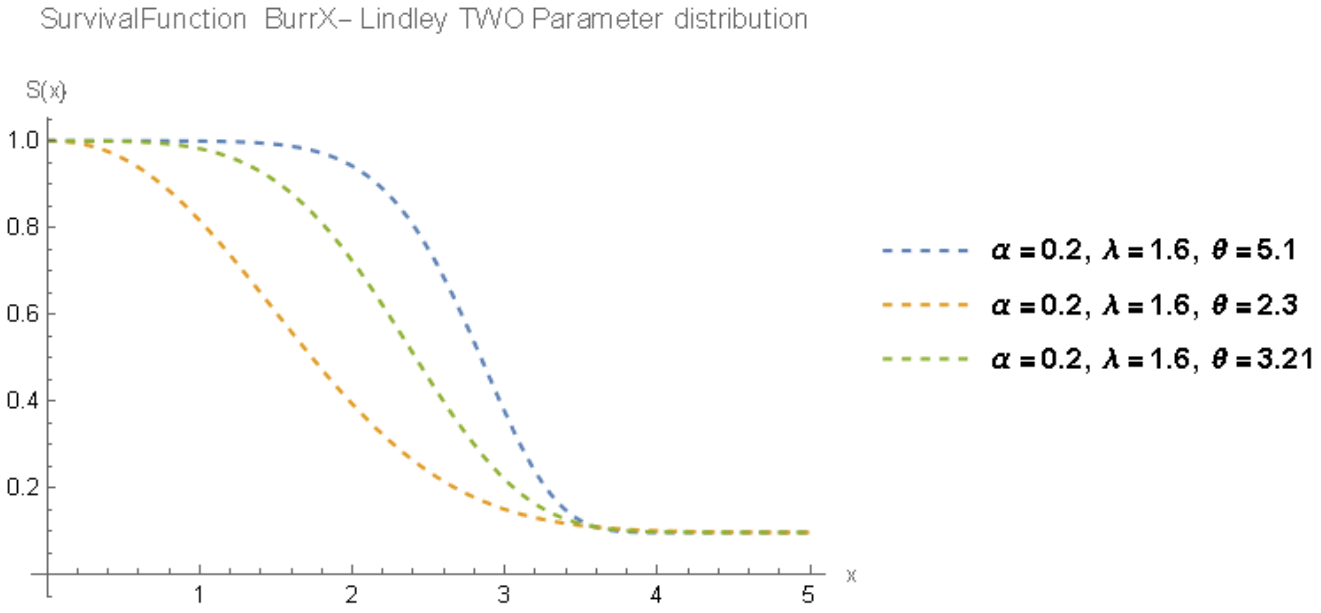
. ويتم تعريف دالة البقاء على قيد الحياة او دالة البقاء لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution استنادا الى المعادلة (٢ – ٧) كما يأتي: [١] [٤٤] [١٥]

$$s(x,\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta) = ١ - F(x,\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta)$$

$$s(x,\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta) = ١ - \left(\mathbf{1} - \mathrm{e}^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda x}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda x}} \right)^{٢}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}} \quad \ldots (٣٦ - ٢)$$

ويكون شكل دالة البقاء على قيد الحياة أو البقاء لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution على النحو الاتي:

ويكون شكل دالة دالة البقاء على قيد الحياة لتوزيع TLRGIW في تناقص، وتسمى دالة البقاء على قيد الحياة أيضاً كدالة توزيع تراكمية.



شكل (٢-١) دالة البقاء لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution لقيم معلمات مختلفة .

٢-٥-٢-٣ دالة المخاطرة لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution :

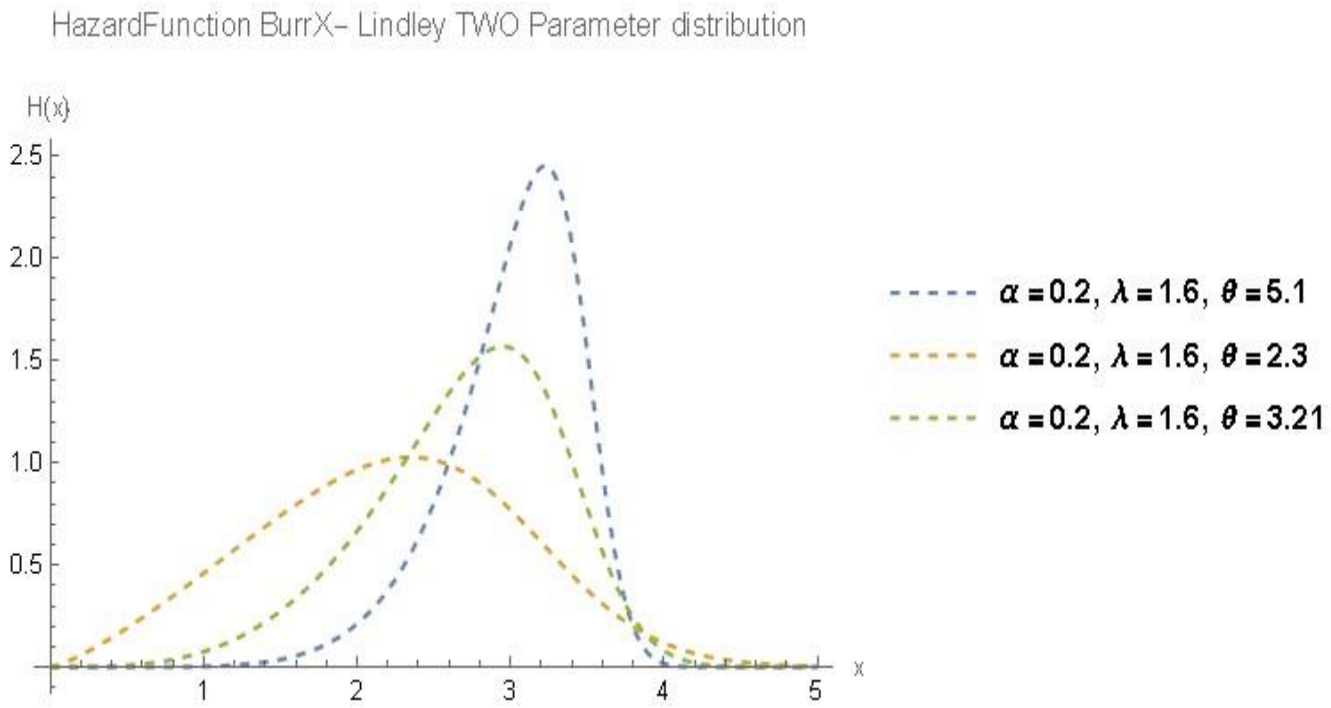
دالة المخاطرة أو معدل الفشل عادة ما يعتمد على الوقت، فإنه يقيس تردد فشل المكون في وقت محدد، ويتم تعريف دالة المخاطرة كما يأتي:[٣٩] [٤٤]

$$h(\mathrm{x},\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta)=\frac{f(\mathrm{x},\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta)}{s(\mathrm{x},\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta)}$$

ويتم تعريف دالة المخاطرة لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution بالشكل الاتي:

$$h(\mathrm{x},\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta)=\frac{\left\{\begin{array}{l}\dfrac{٢\alpha\left(\dfrac{\boldsymbol{\lambda}^{٢}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}(١+\boldsymbol{\theta}x)e^{-\lambda x}\right)\left(١-\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}\right)}{\left(\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}\right)^{٣}} \\ e^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\lambda x}}\right)^{٢}}\left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}\mathrm{x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{x}}}{\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}\mathrm{x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{x}}}\right)^{2}}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}}\end{array}\right\}}{١-\left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}\mathrm{x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{x}}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta}\mathrm{x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{x}}}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}}} \quad (٣٧-٢)$$

ويكون شكل دالة المخاطرة لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution على النحو الاتي:



شـــكل (٢-٨) دالـــة المخـــاطرة لتوزيـــع BurrX-LindleyTwoParameter-distribution لقيم معلمات مختلفة .

٢-٥-٢-٤ الدالة الكمية لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution:

يتم تعريف الدالة الكمية (العكسية) لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution بحسب الصيغة الاتية:[٣٨] [٥٠]

$$q = \mathrm{F(x)}^{-1}$$

$$\mathrm{q} = \left\{\left(\left(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}}{\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}}\right)^{2}}\right)^{\alpha}\right)^{-1}\right\} \qquad \ldots(٣٨-٢)$$

وبحل الصيغة انفاً بالنسبة للمتغير x فاننا نحصل على الدالة الكمية لتوزيع BurrX-LindleyTwoParameter distribution وكما في الصيغة الأتية:

$$x = \frac{\text{ProductLog}[-\frac{٣(١-u)^{-\frac{١}{٢}/\alpha}\lambda(\theta+\lambda)^{٣}}{\theta}]}{٣\lambda} \qquad \dots(٣٩-٢)$$

٢-٦ طرائق التقدير Estimation Methods

تعرف عملية التقدير على انها عملية ايجاد مقدر للمعالم المجهولة للمجتمع عن طريق معلومات العينة المتوفرة، إذ ان معظم الظواهر ليس بالإمكان دراستها شاملة، ولكن هناك امكانية لدراسة سلوك الظاهرة وفق توزيع احتمالي معين، إذ يحتوي التوزيع على معلمات مجهولة بحاجة الى تقديرها بإحدى طرائق التقدير المعروفة لكي نتمكن من التعرف على خصائص الظاهرة عن طريق التوزيع الاحتمالي.

٢-٦-١ طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method)

تُعد طريقة الامكان الاعظم من أهم الطرائق المستعملة في عملية التقدير والاكثر شيوعاً واستعمالاً، كونها تتميز بعدة خصائص منها:[٥] [٢٠]

١- الكفاية (*Sufficient*)
٢- أقل تباين (*Minimum Variance*)
٣- الثبات (*Invariance*)
٤- عدم التحيز(*Unbiased*) بازدياد حجم العينة.
٥- الاتساق (*consistency*)
٦- الكفاءة (*Efficiency*)

فضلاً عن أنها تكون أكثر دقة بازدياد حجم العينة، وتقوم هذه الطريقة على مبدأ ايجاد مقدرات للمعلمات عن طريق جعل دالة الامكان في نهايتها العظمى ويرمز لها بالرمز (l).

اذا كان للمتغير العشوائي (X) دالة كثافة احتمالية لتوزيع (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) (BXL) فان دالة الامكان الاعظم للمتغيرات العشوائية المستقلة $X_1، X_2، \dots \dots \dots، X_n$ تكون كالاتي:

$$lf(x;\alpha،\boldsymbol{\lambda}،\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x;\alpha،\boldsymbol{\lambda}،\theta)$$

$$lf\left(x;\alpha،\boldsymbol{\lambda}،\theta\right) = \prod_{i=1}^{n} \left\{ \frac{2\alpha\left(\frac{\boldsymbol{\lambda}^2}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}(1+\boldsymbol{\theta}x)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}\right)\left(1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}\right)}{\left(\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}\right)^3} e^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}}{\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}}\right)^2} \left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}}{\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}}\right)^2}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}} \right\}$$

$$= \left(\frac{2\alpha\boldsymbol{\lambda}^2}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)^n \prod_{i=1}^{n} \left\{ \frac{\left((1+\boldsymbol{\theta}x)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}\right)\left(1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}\right)}{\left(\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}\right)^3} e^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}}{\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}}\right)^2} \left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{1-\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}}{\left(1+\frac{\boldsymbol{\theta}x}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda}x}}\right)^2}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}} \right\} (٤٠$$

$$-٢)$$

$$Lnlf(x;\alpha،\boldsymbol{\lambda}،\theta) = \frac{(٢\alpha\boldsymbol{\lambda}^{٢})^{n}}{(\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta})^{\boldsymbol{n}}}\prod_{i=١}^{n}\left\{\begin{matrix}\dfrac{((١+\boldsymbol{\theta x})e^{-\boldsymbol{\lambda x}})\left(١-\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda x}}\right)}{\left(\left(١+\dfrac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda x}}\right)^{٣}} \\ e^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda x}}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda x}}}\right)^{٢}}\left(\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}}\right)^{٢}}\right)^{\boldsymbol{\alpha-1}}\end{matrix}\right\} (٤١-٢)$$

وبأخذ اللوغاريتم للطرفين ينتج:

$$= \left\{\begin{matrix} n(log[٢]+log[\alpha]) - nlog[\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}] \\ log\sum_{i=١}^{n}(١+\boldsymbol{\theta x}) - \boldsymbol{\lambda x} + log\sum_{i=١}^{n}\left(١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda x}}\right) - 3log\sum_{i=١}^{n}\left(\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda x}}\right) \\ -\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda x}}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)e^{-\boldsymbol{\lambda x}}}\right)^{٢} + (\boldsymbol{\alpha}-\mathbf{1})log\sum_{i=١}^{n}\mathbf{1}-\mathrm{e}^{-\left(\frac{١-\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}}{\left(١+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathrm{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}}\right)^{٢}} \end{matrix}\right\} (٤٢-٢)$$

$$\frac{\mathrm{dLoglf}(\mathrm{x};\alpha،\boldsymbol{\lambda}،\theta)}{\mathrm{d}\alpha} = \left(\begin{matrix}\frac{\mathrm{n}}{\alpha}+\sum_{\mathrm{i}=١}^{\mathrm{n}}\mathrm{Log}[\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{e}^{٢\mathrm{x}\lambda}\left((١-\mathrm{e}^{-\mathrm{x}\lambda}(١+\frac{\mathrm{x}\theta}{\theta+\lambda}))\right)^{٢}}{(١+\frac{\mathrm{x}\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}} \\ \left(\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{e}^{٢\mathrm{x}\lambda}\left((١-\mathrm{e}^{-\mathrm{x}\lambda}(١+\frac{\mathrm{x}\theta}{\theta+\lambda}))\right)^{٢}}{(١+\frac{\mathrm{x}\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}}-١\right)\end{matrix}\right) \ldots (٤٣-٢)$$

$$\frac{dLoglf(x;\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta)}{d\theta}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{n} x}{1+x\theta} + \frac{\sum_{i=1}^{n} x\lambda}{\theta+\lambda} - \frac{3\sum_{i=1}^{n} e^{x\lambda}(\theta+\lambda)\left(\frac{e^{-x\lambda}(1+x)}{\theta+\lambda} - \frac{e^{-x\lambda}(\theta+x\theta+\lambda)}{(\theta+\lambda)^2}\right)}{\theta+x\theta+\lambda} \\ + \frac{e^{x\lambda}n(\theta+\lambda)\left(\frac{e^{-x\lambda}(-1+e^{x\lambda}-x)}{\theta+\lambda} - \frac{e^{-x\lambda}(-\theta+e^{x\lambda}\theta-x\theta-\lambda+e^{x\lambda}\lambda)}{(\theta+\lambda)^2}\right)}{-\theta+e^{x\lambda}\theta-x\theta-\lambda+e^{x\lambda}\lambda} \\ -\frac{2e^{2x\lambda}\left(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^2}+\frac{x}{\theta+\lambda}\right)\left(1-e^{-x\lambda}\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^2}{\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^3} + \frac{1}{-1+e^{\frac{e^{2x\lambda}\left(1-e^{-x\lambda}\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^2}{\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^2}}} e^{\frac{e^{2x\lambda}\left(1-e^{-x\lambda}\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^2}{\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^2}} \\ \left(-\frac{2e^{x\lambda}\left(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^2}+\frac{x}{\theta+\lambda}\right)\left(1-e^{-x\lambda}\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)}{\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^2} - \frac{2e^{2x\lambda}\left(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^2}+\frac{x}{\theta+\lambda}\right)\left(1-e^{-x\lambda}\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^2}{\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^3}\right) \\ \left(-1+e^{\frac{e^{2x\lambda}\left(1-e^{-x\lambda}\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^2}{\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^2}}\right)\left(\frac{2e^{x\lambda}\left(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^2}+\frac{x}{\theta+\lambda}\right)\left(1-e^{-x\lambda}\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)}{\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^2}\right) \end{pmatrix} \dots (٤٤ - ٢)$$

$$\frac{dLnlf(x;\alpha,\boldsymbol{\lambda},\theta)}{d\boldsymbol{\lambda}} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{n\lambda}{\theta+\lambda} + \frac{2\theta(\theta+x\theta+\lambda-e^{x\lambda}(\theta+\lambda))^2}{(\theta+\lambda)(\theta+x\theta+\lambda)^3} + \frac{2(\theta+x\theta+\lambda-e^{x\lambda}(\theta+\lambda))^2}{(\theta+x\theta+\lambda)^2} + 3n\left(\frac{\theta}{(\theta+\lambda)(\theta+x\theta+\lambda)}\right) \\ -\frac{2(\theta+x\theta+\lambda-e^{x\lambda}(\theta+\lambda))(\theta+(\theta+\lambda)(\theta+x\theta+\lambda)\text{Log}[e])}{(\theta+\lambda)(\theta+x\theta+\lambda)^2} + \frac{n(\theta+(\theta+\lambda)(\theta+x\theta+\lambda)\text{Log}[e])}{e^{x\lambda}(\theta+\lambda)^2-(\theta+\lambda)(\theta+x\theta+\lambda)} \\ +\frac{2e^{x\lambda}n(-1+\alpha)(-((1+x)\theta)-\lambda+e^{x\lambda}(\theta+\lambda))\text{Log}[e](\theta+(\theta+\lambda)(\theta+x\theta+\lambda))}{\frac{(\theta+x\theta+\lambda-e^{x\lambda}(\theta+\lambda))^2}{(\theta+x\theta+\lambda)^2}}\left(-1+e^{\frac{(\theta+x\theta+\lambda-e^{x\lambda}(\theta+\lambda))^2}{(\theta+x\theta+\lambda)^2}}\right)(\theta+x\theta+\lambda)^3 \end{pmatrix} \dots (٤٥ - ٢)$$

عادةً لا تؤدي المعادلات(٢ – ٤٣) (٢ – ٤٤)إ(٢ – ٤٥)الى حلول ذات صيغة مغلقة، لذلك تُستعمل تقنيات التحسين العددي (مثل طريقة نيوتن-رافسون) لحل القيم المثلى للمعلمات $\hat{\alpha}_{mle}$،$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{mle}$،$\hat{\lambda}_{1mle}$ التي تزيد عن دالة اللوغاريتم الطبيعي لأقصى حد ممكن.

٢-٦-٢ طريقة كرايمر فون مايسز Method of Cramer-Von Mises Minimum

تعتمد طريقة كريمر فون مايسز على مقدرات الحد الأدنى للمسافة اذ يمكننا الحصول على تقديرات المسافة الدنيا لطريقة *Cramer-Von Mises Minimum* وذلك بتقليل المسافة بين الدالة $c(\alpha,\lambda,\theta,x)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ويمكننا الحصول على المقدرات وذلك بالاشتقاق الجزئي$c(\alpha,\lambda,\theta,x)$ بالنسبة للمعلمات غير المعروفة ومساواتها للصفر وكالاتي . [٣] [٢٢]

$$\boldsymbol{c}(\lambda,\theta,\alpha,x)=\frac{١}{١٢n}+\sum_{i=١}^{n}\left[F(\lambda,\theta,\alpha,x)-\frac{٢i-١}{٢n}\right]^{٢} \quad \dots \quad (٤٦-٢)$$

اذ ان $F(\alpha,\lambda,\theta,x)$ تمثل الدالة التجميعية لتوزيع *(BXL)* المحول وبتطبيق المعادلة (٢-٤٥) نحصل على:

ولتصغير المسافة الدنيا يتم اشتقاق جزئي بالنسية للصيغة السابقة ومساواتها للصفر وبحسب ما يأتي :

الاشتقاقα للحصول على المقدر $\hat{\alpha}_{Cvm}$وكالاتي :

$$\boldsymbol{c}(\lambda,\theta,\alpha,x)=\frac{١}{١٢n}+\sum_{i=١}^{n}\left[\left(\boldsymbol{1-e}^{-\left(\frac{\boldsymbol{1-\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}}}{\boldsymbol{\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}}}\right)^{2}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}}-\frac{٢i-١}{٢n}\right]^{٢} \dots (٤٧-٢)$$

$$\frac{\partial c}{\partial\alpha}=٢\sum_{i=١}^{n}\left(\begin{array}{l}\left(\left(\left(١-e^{-\frac{e^{٢x\lambda}(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}}\right)^{\alpha}-\frac{٢i-١}{٢n}\right)\right.\\ \left.\left(١-e^{-\frac{((١-e^{x\lambda}+x)\theta+\lambda-e^{x\lambda}\lambda)^{٢}}{(\theta+x\theta+\lambda)^{٢}}}\right)^{\alpha}\mathrm{Log}[١-e^{-\frac{((١-e^{x\lambda}+x)\theta+\lambda-e^{x\lambda}\lambda)^{٢}}{(\theta+x\theta+\lambda)^{٢}}}]\right)\end{array}\right) \quad (٤٨-٢)$$

الاشتقاق بالنسبةθ للحصول على المقدر $\hat{\theta}_{Cvm}$وكالاتي :

$$\frac{\partial c}{\partial \lambda} = ٢\sum_{i=١}^{n}\left(\begin{array}{l}\left(\left(\left(١-e^{-\frac{e^{٢x\lambda}(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}}\right)^{\alpha}-\frac{٢i-١}{٢n}\right)\right. \\ \left(e^{-\frac{e^{٢x\lambda}(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}}\right)\left(١-e^{-\frac{e^{٢x\lambda}(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}}\right)^{\alpha-١} \\ \alpha\left(\frac{٢e^{x\lambda}\left(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^{٢}}+\frac{x}{\theta+\lambda}\right)\left(١-e^{-x\lambda}\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)}{\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^{٢}}\right. \\ \left.\left.+\frac{٢e^{٢x\lambda}(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^{٢}}+\frac{x}{\theta+\lambda})(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٣}}\right)\right)\end{array}\right. \quad (٤٩$$

$$-٢)$$

الاشتقاق بالنسبةλ للحصول على المقدر $\hat{\lambda}_{cvm}$وكالاتي :

$$\frac{\partial c}{\partial \theta}$$

$$= ٢\sum_{i=١}^{n}\left(\begin{array}{c}\left(\left(\left(١-e^{-\frac{e^{٢x\lambda}(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}}\right)^{\alpha}-\frac{٢i-١}{٢n}\right)\right. \\ \left(e^{-\frac{e^{٢x\lambda}(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}}\right)\left(١-e^{-\frac{e^{٢x\lambda}(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}}\right)^{\alpha-١} \\ \alpha\left(-\frac{٢e^{٢x\lambda}x\theta(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(\theta+\lambda)^{٢}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٣}}\right. \\ -\frac{٢e^{٢x\lambda}x\left(١-e^{-x\lambda}\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^{٢}}{\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^{٢}} \\ \left.\left.-\frac{٢e^{٢x\lambda}\left(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))(\frac{e^{-x\lambda}x\theta}{(\theta+\lambda)^{٢}}+e^{-x\lambda}x(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})\right)}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}}\right)\right)\end{array}\right. \quad (٥٠$$

$$-٢)$$

المعادلات معادلات (٢ – ٤٨) (٢ – ٤٩) (٢٥ – ٥٠) غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق التحليأتية الاعتيادية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية (نيوتن رافسون) للحصول على مقدرات طريقة كرايمر فون مايسز . $\hat{\lambda}_{CVM}$، $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{CVM}$، $\hat{\alpha}_{CVM}$ المقدرة.

٢-٦-٣ طريقة المربعات الصغرى الموزونة (Weighted Least square (Method

مقدرات طريقة المربعات الصغرى الموزونة تعتمد التقنية ذاتها الواردة بطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية والفارق هو استعمال الوزن.

في حالة الأنموذج الخطي العام يمكن كتابة منظومة المعادلات بصيغة المربعات الصغرى الموزونة باستعمال المصفوفات وكالاتي: [١٥] [٣] [٢]

$$p^{-١}y = p^{-١}\, x\, p + P^{-١}u \qquad \ldots (٥١ - ٢)$$

وللتحقق من الفروض الاساسية اللازمة لتطبيق اسلوب المربعات الصغرى على النحو الآتي:

$$E(u\,.u') = E\left[(p^{-١}u)(p^{-١}u)'\right] = \sigma^{٢}\, p^{-١}\, p\, p'\, p^{|-١} = \sigma^{٢}\, I_p \ldots (٥٢ - ٢)$$

وهذه النتيجة تحقق فرضيتي تجانس تباين الخطأ وانعدام وجود الارتباط الذاتي (التباين المشترك)، وعليه فإن الفرضيات الاساسية بأنموذج الانحدار متحققة.

ومن ثم يمكن اتباع اسلوب المربعات الصغرى . للحصول على مقدرات متجه المعلمات في الأنموذج .

وباستعمال الوزن الاتي :

$$W_i = \frac{(n+١)^{٢}(n+٢)}{i(n-i+١)} \qquad \ldots (٥٣ - ٢)$$

عليه يمكن صياغة معادلة مجموع مربعات الخطأ على النحو الآتي:

$$Q = \sum_{i=١}^{n} W_i \left[F(x_i) - \frac{i}{n+١}\right]^{٢}$$

$$Q = \sum_{i=١}^{n} W_i \left[\left(\mathbf{1} - \boldsymbol{e}^{-\left(\frac{\mathbf{1}-\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\boldsymbol{e}^{-\lambda x}}{\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda+\theta}}\right)\boldsymbol{e}^{-\lambda x}}\right)^{2}}\right)^{\boldsymbol{\alpha}} - \frac{i}{n+١}\right]^{٢}$$

$$Q = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[\left(\mathbf{1} - \mathbf{e}^{-\left(\frac{\mathbf{1}-\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}}{\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}} \right)^{\mathbf{2}}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}} - \frac{i}{n+1} \right]^2 \right\} \quad \ldots (٥٤ - ٢)$$

وباشتقاق المقدار السابق بالنسبة الى λ، $\boldsymbol{\theta}$، α فان المعادلات الطبيعية ستكون على النحو الآتي:

$$\frac{dQ}{d\alpha} = 2\sum_{i=1}^{n} \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \begin{pmatrix} \left[\left(\mathbf{1} - \mathbf{e}^{-\left(\frac{\mathbf{1}-\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}}{\left(\mathbf{1}+\frac{\boldsymbol{\theta x}}{\boldsymbol{\lambda}+\boldsymbol{\theta}}\right)\mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda x}}} \right)^{\mathbf{2}}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}} - \frac{i}{n+1} \right] \\ \left(1 - e^{-\frac{e^{2x\lambda}\left(1-e^{-x\lambda}\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^2}{\left(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^2}} \right)^{\alpha} \\ \mathrm{Log}\left[1 - e^{-\frac{e^{2x\lambda}(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^2}{(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^2}}\right] \end{pmatrix} \quad (٥٥ - ٢)$$

$$\frac{dQ}{d_\theta}$$

$$= ٢\sum_{i=١}^{n} \frac{(n+١)^{٢}(n+٢)}{i(n-i+١)} \left(\left[\left(\mathbf{1-e}^{-\left(\frac{\mathbf{1-\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}}}{\mathbf{\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}}} \right)^{2}} \right)^{\alpha} - \frac{i}{n+١} \right] \left(١ - e^{-\frac{e^{٢x\lambda}\left(١-e^{-x\lambda}\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^{٢}}{\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^{٢}}} \right)^{\alpha} \right.$$

$$\left. \alpha \left(\frac{2e^{x\lambda}(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^2}+\frac{x}{\theta+\lambda})(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))}{(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^2} + \frac{٢e^{٢x\lambda}(-\frac{x\theta}{(\theta+\lambda)^{٢}}+\frac{x}{\theta+\lambda})(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{٢}}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٣}} \right) \right) \quad (٥٦$$

$-٢)$

$$\frac{dQ}{d\lambda}$$

$$= ٢\sum_{i=١}^{n} \frac{(n+١)^{٢}(n+٢)}{i(n-i+١)} \left(\left[\left(\mathbf{1-e}^{-\left(\frac{\mathbf{1-\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}}}{\mathbf{\left(1+\frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right)e^{-\lambda x}}} \right)^{2}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}} - \frac{i}{n+١} \right] \left(١ - e^{-\frac{e^{٢x\lambda}\left(١-e^{-x\lambda}\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^{٢}}{\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^{٢}}} \right)^{\alpha} e^{-\frac{e^{2x\lambda}(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{2}}{(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{2}}} \alpha \left(-\frac{2e^{2x\lambda}x\theta(1-e^{-x\lambda}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))^{2}}{(\theta+\lambda)^{2}(1+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{3}} - \frac{٢e^{٢x\lambda}x\left(١-e^{-x\lambda}\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)\right)^{٢}\text{Log[e]}}{\left(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}\right)^{٢}} - \frac{٢e^{٢x\lambda}(١-e^{-x\lambda}(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda}))(\frac{e^{-x\lambda}x\theta}{(\theta+\lambda)^{٢}}+e^{-x\lambda}x(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})}{(١+\frac{x\theta}{\theta+\lambda})^{٢}} \right) \right)$$

$$(٥٧-٢)$$

المعادلات معادلات (٢ – ٥٥) (٢ – ٥٦) (٢٥ – ٥٧) غير خطية لا يمكن حلها بالطرائق التحليأتية الاعتيادية ولذلك تم حلها باستعمال الطريقة العددية (نيوتن رافسون) للحصول على مقدرات طريقة المربعات الصغرى لموزونة .$\hat{\alpha}_{WLS}$،$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{WLS}$،$\hat{\lambda}_{WLS}$ المقدرة.

٢-٧ معايير مقارنة طرائق التقدير (Criteria for comparing estimation methods)

١- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لمعلمات توزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution:- [٦]

$$MSE[\theta] = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{R}\left(\hat{\theta}_i - \theta\right)^2 \qquad \ldots(58-2)$$

إذ أن:

θ : تمثل القيم الافتراضية لمعلمات التوزيع المقترح، ($\theta = (\alpha, \theta, \lambda$.

$\hat{\theta}_i$: تمثل القيم المقدرة لمعلمات بحسب الطريقة المستعملة للتقدير.

R: تمثل عدد تكرارات التجربة والمساوية الى (١٠٠٠).

٢- متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة البقاء لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution:-

$$MSE\left[\hat{S}(x_j)\right] = \frac{1}{R}\sum_{i=1}^{R}\left(\hat{S}_i(x_j) - S_i(x_j)\right)^2 \qquad \ldots(59-2)$$

إذ ان:

$S_i(x_j)$ تمثل القيم الحقيقية لدالة بقاء التوزيع.

$\hat{S}_i(x_j)$: تمثل القيم المقدرة لدالة بقاء التوزيع بحسب الطريقة المستعملة للتقدير.

R: تمثل عدد تكرارات التجربة والمساوية الى (١٠٠٠).

K: تمثل عدد مشاهدات التجربة (قيم t_j).

٢-٨ اختبار حسن المطابقة : (Good Ness of Fit)

لمعرفة أن البيانات الحقيقية تتبع التوزيع المدروس (ZD) فقد تم استعمال اختبار حسن المطابقة Good Ness of Fit)) وحسب الفرضية الاحصائية الأتية:[٣١] [٣]

H_0: The data have BurrX − LindleyTwoParameter distribution

H_1: The data dont have BurrX − LindleyTwoParameter distribution

يمكن استعمال اختبار فرضية حسن المطابقة الفرضية باستعمال قانون Chi –Squared التي نكون صيغته العامة:

$$\chi^2 = \frac{(Di - Ei)^2}{(Ei)} \sim \chi^2_{(k-1)} \qquad (٦٠ - ٢)$$

ونتبع الخطوات الاتية لاحتساب إحصاءه اختبار حسن المطابقة χ^2_c كالآتي:

١. تبويب البيانات الى فئات وتحدد Di تمثل التكرارات المشاهدة الحقيقية.
٢. حساب احتمالات تكرارات المشاهدة الحقيقية P_i عن طريق دالة الكثافة التجميعية (cdf).
٣. حساب التكرار المتوقع E_i لكل تكرار مشاهد Di أذ أن $E_i = P_i \sum_{i=1}^{n} Di$ وهي تمثل القيمة المتوقعة التي تم احتسابها من التوزيع النظري المستعمل .
٤. احتساب إحصاءه الاختبار χ^2 عند درجة حرية $(K - 1)$ و التي تم فيها تعريف دالة التوزيع التراكمية النظرية للتوزيع (cdf) ومقارنتها مع دالة التوزيع التراكمية المقدرة للبيانات الحقيقية (cdf) أذ أن k تمثل عدد الفئات التي يتم طرحها من درجة الحرية وبما اننا استعملنا تقديرات توزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution فان درجة الحرية تصبح $k - 1 - 1 = K - 2$.

يتم قبول فرضية العدم أذ ا كانت قيمة إحصاءه الاختبار المحسوبة.

(χ^2_{tabl}) اقل من قيمة مربع كاي الجدولية (χ^2_c)

٢-٩ معاييرالدقة: (Criteria comparing and accuracy):

يتم استعمال المعايير الأتية لغرض احتساب الدقة لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution لبيان هل هذا التوزيع مناسب بالنسبة للبيانات الحقيقية التي ستطبق في الجانب العملي من هذه الرسالة وكما يأتي: [١٢] [٤]

٢-٩-١اختبار أكايكىAIC:(Akaike Test)

الصيغة العامة لإحصائه معيار كأيكي(AIC) كما يأتي:

$$A\,IC = -٢L(\hat{\theta} \setminus X) + ٢P \qquad (٦١ - ٢)$$

P : عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

$L(\hat{\theta} \setminus X)$: لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

٢-٩-٢ معلومة اكايكى البيزيBIC (Bayesian Akaike Test)

إحدى معاير اختبار حسن المطابقة ويرمز له اختصارا(BIC) في عام(١٩٧٨ م)اقترح العالم (Sawa)هذا المعيار التي اشتق من معيار (AIC) والانموذج التي تكون فيه قيمة (BIC)هي الأصغر هو الانموذج الأفضل من بين النماذج وأن صيغته العامة تكون كما يأتي:[١٩] [٥]

$$BIC = -٢L(\hat{\theta} \setminus x) + P\,Log(n) \qquad (٦٢ - ٢)$$

$L(\hat{\theta} \setminus X)$**:** تمثل لوغاريتم دالة الترجيح (Log Likelihood Function) لمشاهدات بيانات العينة.

P: عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

n: حجم العينة.

٢-٩- ٣ اختبار أكايكي المتسقCAIC :

صيغة اختبار حســن المطابقة كأيكي المتسق **(CAIC)** هي كما يأتي:

$$CAIC = -٢L(\hat{\theta} \setminus x) + \frac{٢nP}{n - P - ١} \qquad (٦٣ - ٢)$$

اذ أن:

n: حجم العينة.

P : عدد المعلمات في دالة التوزيع الاحتمالية النظرية.

الفصل الثالث

الجانب التجريبي

٣-١ تمهيد(Preface):

لغرض تنفيذ المفاهيم التي تم ذكرها في الجانب النظري فقدتضمن هذا الفصل إيضاحاً لمفاهيم المحاكاة وما هية المحاكاة وكذلك أسلوب توظيف محاكاة مونت-كارلو – (Monte Carlo) من حيث احجام المشاهدات المولدة وكذلك النماذج الافتراضية المطبقة وعرض نتائج تجارب المحاكاة التي تم الحصول عليها في الحصول مقدرات معلمات و دالة البقاء باستعمال طرائق التقدير التي تم ذكرها في الجانب النظري من هذه الرسالة ، اذتضمن هذا الفصل وصفا دقيقا لتجارب المحاكاة من حيث توليد البيانات التي تتبع توزيع(BurrX-LindleyTwoParameter distribution)، باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) للتوصل الى افضلية مقدرات المعلمات و دالة البقاء.

٣-٢ مفهوم المحاكاة (Simulation) :

تعد المحاكاة بأنها أسلوب رقمي يستعمل في عملية تقليدو تمثيل للواقع الحقيقي أي تكوين انموذج مماثل الى الاانموذج الحقيقي من دون محاولة أخذ ذلك ألأانموذج او النظام نفسه ، ويمكن القول ان أساليب المحاكاة هي نوع من العمليات الرياضية و المنطقية تقليداً وتمثيل الواقع الحقيقي لغرض وصف سلوك عدد من الظواهر الحقيقية والواقعية المعقدة وصعبة الفهم والتحليل وكذلك وصف سلوكها في مدة زمنية محدد ، عن طريق الحصول على مشاهدات تقريبية لدراسة وفهم تلك الظاهرة في حال تعذر الحصول على تلك المشاهدات او عدم توفرها بشكل كافٍ ، وان المحاكاة توفر على الباحثين الكثير من الوقت والجهد والمال عن طريق الحصول على البيانات المطلوبة من دون اللجوء للحصول عليها بشكل ميداني لذلك شاع صيتها لأنها الطريقة الانسب التي يمكننا التعامل معها لمساعد ة الباحثين في الدراسة .[٥][١]

ويعتمد أسلوب المحاكاة على توليد سلسلة من البيانات العشوائية في التجربة الأولى تكون مستقلة عن سلسلة البيانات العشوائية في التجربة الثانية مما يمنحها خاصية فريدة في العشوائية المتبعة لتوليد الأرقام العشوائية فضلا عن احجام العينات المختلفة، وكذلك القيم الافتراضية للمعلمات التي يتم تناولها بنظر الاعتبار بهدف التحليل الاحصائي الدقيق ، أي ان تجارب المحاكاة ماهي الاعبارة عن شكل معين من اشكال المعاينة إذيتم توليد هذه العينة من المجتمع الافتراضي الممثل لتلك الظاهرة المدروسة بدلا من أن يتم سحبها من المجتمع الحقيقي ومن ثم يتم

تطبيقها على الأساليب الإحصائية المناسبة للتحقيق النتائج المطلوبة لغرض اجراء التحليل و المقارنة.

وتوجد هنالك اكثر من طريقة للمحاكاة مثل (المختلطة Mixed،و التناظرية Analog، وطريقة مونت كارلو Monte Carlo) ومن اكثر الطرائق استعمالا هي طريقة مونت كارلو (Monte Carlo)اكثر استعمالا لانها تمتاز بالمرونة عن طريق طريقة تكرار العملية لعدة مرات و التي عن طريقها يتم توليد عينة من المشاهدات التي تتبع سلوك توزيع احتمالي معين وتكون هذه المشاهدات تستمتع بخاصية الاستقلالية.

و تم صياغة نماذج المحاكاة لغرض اجراء المقارنة بين طرائق التقدير التي تم دراستها في الجانب النظري لغرض تحديد افضلية طرائق التقدير لتقدير دالة البقاء بحيث يمكن افتراض الكثير من الحالات المحتمل وجودها في الواقع العملي وذلك عن طريق إظهار كيفية تأثر طرائق التقدير نحو التغير في احجام العينات وكذلك التغير في قيم المعلمات للانموذج المدروس ، وان بناء تجارب المحاكاة التي يتم الحصول عن طريقها على الإجابة لعدد التساؤلات تبنى على عدد من المراحل.

٣-٢-١ وصف مراحل تجربة المحاكاة: (Description Simulation experiments

لقد تضمن تجربة المحاكاة عدد المراحل الرئيسة لتقدير المعلمات ودالة البقاء لتوزيع (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) وتكون على النحو الاتي:

المرحلة الاولى:

اولا: تحديد القيم الافتراضية للمعلمات (Initial Values determination) :

تم أختيار قيم أفتراضية مختلفة للمعلمات$(\theta, \lambda, \alpha)$ وكما مبين في الجدول (٣-١) ادناه، وسيكون هناك خمسة نماذج موضحة في الجداول انفا وتكون مفترضة بحسب القيمة الافتراضية للمعلمات$(\theta, \lambda, \alpha)$ ويعود سبب في اختيار هذه القيم المختلفة للمعلمات هو أن التغير في قيم المعلمات والأحجام المختلفة للعينة سيتم زيادة المعرفة اعطاء فكرة واضحة في سلوك الطرائق المدروسة وتأثرها أزاء التغير الحاصل في قيم المعلمات واحجام العينات المختلفة.[٨] [٢]

جدول (٣-١)

قيم المعلمات والنماذج المفترضة

Model	θ	λ	α
١	١.٣	٠.٠١	٢
٢	٠. ٥	٠.٥	١.٥
٣	٠.٧	٠.٩	٠.٧
٤	١.٥	١.٥	١.٥
٥	٠.٩	١	٠.٥

المرحلة الثانية:اختيار حجم العينات

لغرض بيان مدى تاثير حجم العينة في دقة النتائج المستحصلة من طرائق التقديرلتقدير معلمات ودالة البقاء ، اذ تم اختيار أربعة حجوم مختلفة للعينات هي (n=٥٠, ٧٥, ١٠٠,١٥٠).

ثالثا: تكرار التجربة

تكرار التجربة (r =١٠٠٠) مرة وذلك بهدف الحصول على تجانس عال.

المرحلة الثالثة: مرحلة توليد البيانات (Data Generation):

يتم في هذه المرحلة توليد البيانات التي تتبع توزيع (BurrX– LindleyTwoParameter distribution) بالمعلمات $(\theta, \lambda, \alpha)$ على وفق الخطوات الأتية:

١- توليد البيانات العشوائية التي تتبع التوزيع(Uniform Distribution) التي تقع ضمن الفترة[٠ .١] بالاعتماد على الدلة (Rand) في برنامج ما تلاب .

٢- بالاعتماد على طريقة التحويل المعكوس عن طريق استعمال دالة الكثافة التجميعية لتوزيع$(\theta, \lambda, \alpha)$ ذي الثلاثة معلمات بمساواة دالة التوزيع التراكمية للتوزيع بالرقم العشوائي التي تم توليده في الخطوة(١) وكالآتي:

$$u = F(x, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\lambda}, \alpha)$$

$$u = \left(\mathbf{1} - e^{-\left(\frac{\left(1 - e^{-\lambda x} - \frac{\theta x}{\lambda+\theta} e^{-\lambda x}\right)}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right) e^{-\lambda x}} \right)^{2}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}} \qquad (1-3)$$

ومن معادلة (٣-١) نجد قيم المتغير العشوائي x التي يتبع توزيع BurrX-LindleyTwoParameter distribution معلمات وكالآتي:

$$t = Q(u) = F^{-1}(u) \qquad ; 0 < u < 1$$

$$u = \left(\left(\mathbf{1} - e^{-\left(\frac{\left(1 - e^{-\lambda x} - \frac{\theta x}{\lambda+\theta} e^{-\lambda x}\right)}{\left(1 + \frac{\theta x}{\lambda+\theta}\right) e^{-\lambda x}} \right)^{2}} \right)^{\boldsymbol{\alpha}} \right)^{\mathbf{-1}}$$

وبالاعتماد على دالة التوليد التي تم ذكرها في المعادلة السابقة :-

$$x = \frac{ProductLog[-\frac{3(1-u)^{-\frac{1}{2}/\alpha}\lambda(\theta+\lambda)^{3}}{\theta}]}{3\lambda} \qquad (2-3)$$

المرحلة الرابعة: مرحلة تقدير المعلمات ودالة البقاء

في هذه المرحلة يتم تقدير المعلمات ثم دالة البقاء لتوزيع (BurrX- LindleyTwoParameter distribution)على وفق طرائق التقدير المبينة في الجانب النظري الموضحة ادناه:

١- طريقة الامكان الاعظم (ML).
٢- طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS).
٣- طريقة كريمر فون مايسز (CVM).

المرحلةالخامسة: المقارنة بين طرائق التقدير

و في هذه المرحلة يتم تحدد أفضلية طرائق التقدير المستعملة لتقدير دالة البقاء بعد ان تم حساب مقدرات المعلمات باستعمال طرائق التقدير الاربعة المستعملة ، ومقارنة تلك المقدرات لطرائق التقدير باستعمال المعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) لكون المتوسط وصيغة المقياسيين تكون على النحو الاتي:

$$\mathrm{MSE}\left(\hat{S}(t)\right) = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}\left(\hat{S}_j(t) - S(t)\right)^2 \qquad (3-3)$$

اذ ان:

r : تمثل عدد تكرارت التجربة.

n_t : تمثل حدود المتغير t_i.

$S(t)$: دالة البقاء الحقيقية وفقا للقيم الافتراضية.

$\hat{S}_j(t)$:مقدر دالة البقاء.

$$\mathrm{MSE}(\hat{\theta}) = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}(\hat{\theta}_j - \hat{\theta})^2 \qquad (4-3)$$

اذ ان:

r : تمثل عدد تكرارت التجربة.

n_t : تمثل حدود المتغير t_i.

θ: المعلمة الحقيقية وفقا للقيم الافتراضية.

$\hat{\theta}$:المعلمة المقدرة .

٣-٢-٢ مناقشة نتائج تجربة المحاكاة

سيتم تحليل نتائج عملية تجربة المحاكاة للوصول الى أفضل الطرائق لتقدير دالة البقاء لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution بالاعتماد على متوسط مربعات الخطأ MSE.

اذ يتضح من الجداول المرقمة من (١) الى (١٠) والاشكال المرقمة من (١) الى (٢٥) الواردة انفا المتضمنه نتائج تقدير معلمات توزيعBurrX- LindleyTwoParameter distribution ، ولحجوم العينات المختلفة (الصغيرة، والمتوسطة، والكبيرة) والحالات المختلفة للقيم الافتراضية أن تقديرات المعلمات باستعمال طرائق التقدير المعتمدة كافة قد أظهرت قيم المعلمات المقدرة اقرب الى القيم الحقيقية بالنسبة للنماذج وأحجام العينات المفترضة كافة وهذا ما يؤكد ملاءمة طرائق التقدير المستعملة لتقديرمعلمات للتوزيع المقترح، ولغرض الوصول للمقدر الأفضل عن طريق المفاضلة بين طرائق التقدير المدروسة (ML, WOLS, CVM)، فقد تم الاعتماد بشكل عام في هذه الرسالة على المقياس الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) الموضحة نتائجه ايضا في الجداول المذكورة انفاً فضلاً عن ذلك نلحظ تناقص قيم متوسط مربعات الخطأMSE بزيادة حجم العينة تدريجا وهذا السلوك يتوافق مع خصائص هذا المعيار بكونه يتناقص مع زيادة حجم العينة .

ولتفسير النتائج بالنسبة لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) بأسلوب سهل وواضح تم اعتماد اسلوب الرتب، اذ تم اعطاء رتبة لكل قيمة من قيم متوسط مربعات الخطأ التكاملي (MSE)، اذ ان الرتبة الاولى (١) تعطى لاقل قيمة من MSE والرتبة الثالثة (٣) تعطى لاكبر قيمة MSE ويتم هذا بحسب كل حجم عينة ولجميع النماذج كما مبين في الجدول (٣-٢) ادناه:

جدول (٣-٢)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع قيم المعلمات الافتراضية وأحجام العينات كافة

Models	n	MLE	WLSE	CVME
Model ١	٥٠	١	٣	١
	٧٥	٢.٥	٢.٥	١
	١٠٠	٢	٣	١
	١٥٠	١.٥	٣	١.٥
Model ٢	٥٠	١.٥	١.٥	٣
	٧٥	١	٢	٣
	١٠٠	٢	١	٣
	١٥٠	١.٥	٣	١.٥
Model ٣	٥٠	٢	١	٣
	٧٥	١	٢	٣
	١٠٠	٢	١	٣
	١٥٠	١.٥	١.٥	٣
Model ٤	٥٠	١	٢	٣
	٧٥	١	٢	٣
	١٠٠	١	٢	٣
	١٥٠	١	٣	٢
Model ٥	٥٠	١	٢	٣
	٧٥	١	٢	٣

	١٠٠	٢	٣	١
	١٥٠	١	٢	٣
$\sum Ranks$		٢٨.٥	٤٢.٥	٤٨
Overall Ranks		١	٢	٣

جدول (٣-٣)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية بحسب حجم العينة

n	Sum of Ranks	MLE	WLSE	CVME
٥٠	$\sum Ranks$	٦.٥	٩.٥	١٣
	Overall Ranks	١	٢	٣
٧٥	$\sum Ranks$	٦.٥	١٠.٥	١٣
	Overall Ranks	١	٢	٣
١٠٠	$\sum Ranks$	٩	١٠	١١
	Overall Ranks	١	٢	٣
١٥٠	$\sum Ranks$	٦.٥	١٢.٥	١١
	Overall Ranks	١	٣	٢

من الجدولين (٣-٢) و(٣-٣) أنفا يتضح ما يأتي:

١- افضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير معلمات التوزيع المقترح وذلك لكونها اخذت الرتبة الأولى عند جميع احجام العينات(٧٥،١٠٠،١٥٠، ٥٠) في حين اخذت المرتبة الاولى في الافضلية من بين طرائق التقدير أي انها تناسب في تقدير معلمات التوزيع عند احجام العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة .

٢- طريقة المربعات الصغرى الموزونة (WOLS) احتلت المرتبة الثانية في تقدير معلمات التوزيع المقترح بصورة عامة ,وبالنسبة لحجوم العينات إذ احتلت المرتبة الثانية عند حجم العينة (٥٠,٧٥,١٠٠) في حين احتلت المرتبة الثالثة عند حجم العينة (١٥٠) أي انها لا تناسب في تقديرات احجام العينات الكبيرة والمتوسطة.

٣- كريمر فون مايسز (CVME) احتلت المرتبة الثالثة من بين طرائق التقدير بصورة عامة و وكذلك احتلت المرتبة الثالثة بالنسبة لحجوم العينات (١٠٠,٥٠,٧٥) أي انها لا تتناسب تقديرات حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة ومن ثم المرتبة الثانية عند حجم العينة (١٥٠).

٤- الجداول من (١) الى (٥) نلحظ بأن قيم المعلمات المقدرة تقترب من قيم المعلمات الحقيقية وتزداد اقترابا كلما زاد حجم العينة (n) ولجميع طرائق التقدير المستعملة.

٥- من الجداول الموجودة في الملحق (A) نلحظ تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر.

٦- من الجداول الخاصة بتقدير معلمات التوزيع المقترح نلحظ افضلية الانموذج الخامس من بين النماذج الأخرى في تقدير المعلمات الافتراضية إذ كانت المقدرات مقاربة للقيم الافتراضية الخاصة بالانموذج الخامس وكذلك يمتلك اقل قيم من متوسط مربعات الخطأ (MSE).

جدول (٣-٤)

يمثل مجموع الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطأ (MSE) لطرائق تقدير دالة البقاء بحسب حجم العينة.

Models	n	MLE	WLSE	CVME
Model ١	٥٠	٢	٣	١
	٧٥	١	٣	٢
	١٠٠	١	٣	٢
	١٥٠	١	٣	٢
Model ٢	٥٠	١	٢	٣
	٧٥	١	٣	٢
	١٠٠	١	٣	٢
	١٥٠	٢	١	٣
Model ٣	٥٠	٢	١	٣

	٧٥	٢	١	٣
	١٠٠	٣	١	٢
	١٥٠	٣	١	٢
Model ٤	٥٠	١	٢	٣
	٧٥	١	٣	٢
	١٠٠	١	٣	٢
	١٥٠	١	٢	٣
Model ٥	٥٠	١	٣	٢
	٧٥	٣	١	٢
	١٠٠	٢	١	٣
	١٥٠	١	٢	٣
$\sum Ranks$		٣١	٤٢	٤٧
Overall Ranks		١	٢	٣

جدول (٣-٥)

يمثل الرتب الكلية لمتوسط مربعات الخطا MSE لطرائق التقدير كافة ولجميع انظمة قيم المعلمات الافتراضية حسب حجم العينة

n	Sum of Ranks	MLE	WLSE	CVME
٥٠	$\sum Ranks$	٧	١١	١٢
	Overall Ranks	١	٢	٣
٧٥	$\sum Ranks$	٨	١١	١١
	Overall Ranks	١	٢.٥	٢.٥
١٠٠	$\sum Ranks$	٨	١١	١١
	Overall Ranks	١	٢.٥	٢.٥

١٥٠	$\sum Ranks$	٨	٩	١٣
	Overall Ranks	١	٢	٣

من الجدول (٣-٤) والجدول (٣-٥) أنفاً نلحظ ما يأتي:

١- تكون الأفضلية لطريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير دالة البقاء للأنموذج الاحتمالي الجديد إذ اخذت الرتبة الجزئية الأولى عند حجوم العينات كافة واثبتت كفاءتها في التقدير عند حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة وقد اخذت المرتبة الاولى من بين طرائق التقدير لدالة البقاء كافة وبصورة عامة.

٢- تكون الأفضلية لطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLSE) لتقدير دالة البقاء الانموذج الاحتمالي المقترح عندما تكون حجوم العينات (٥٠,١٥٠) إذ اخذت الرتبة الجزئية الثانية اي انها تكون اكثر ملائمة عند حجوم العنات الكبيرة بينما اخذت الرتبة الجزئية ٢.٥عند حجوم العينات (٧٥,١٠٠) وقد اخذت المرتبة الثانية من بين طرائق التقدير لدالة البقاء كافة وبصورة عامة.

٣- ان طريقة كريمر فون مايسز(CVME)اخذت الرتبة الجزئية الثالثة لتقدير دالة البقاء بالنسبة لحجوم العينات (٥٠,١٥٠)والرتبة الجزئية ٢.٥بالنسبة لحجوم العينات(١٥٠) اخذت المرتبة الثالثة من بين طرائق التقدير لدالة البقاء كافة وبصورة عامة.

٤- من الرسوم البيانية لكل انموذج نلحظ ان طريقة المربعات الصغرى الموزونة تكون تقديراتها متقاربة جدا من القيم الحقيقية (الافتراضية) عندما يكون حجم العينة (١٥٠،١٠٠) في حين تبتعد تقديراتها عن القيم الحقيقية عندما يكون حجم العينة (٥٠،٧٥).

٧- من جداول مقدرات دالة البقاء تناقص القيم الخاصة بالمعيار الاحصائي متوسط مربعات الخطأ (MSE) بالنسبة لدالة البقاء كلما زاد حجم العينة وهذا يطابق النظرية الخاصة بهذا المؤشر.

الفصل الرابع

الجانب التطبيقي

٤-١تمهيد(Preface) :

يتضمن هذا الفصل الجانب التطبيقي من هذه الدراسة لتقدير معلمات ودالة البقاء اذ تم استعمال بيانات حقيقية للأشخاص المصابين بمرض سرطان الثدي في المدة(٢٠١٨/٢/٨) ولغاية (٢٠٢٠/٧/٣) وبحجم ١٥٠ مشاهدة ولكلا الجنسين إذ تم اختيار مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة موقعاً لجمع البيانات الحقيقية التي تخص هذه الدراسة بهدف تطبيقها على توزيع BurrX-LindleyTwoParameter distribution ذي الثلاثة معلمات بعد ان تم اجراء تطبيق اختبار حسن المطابقة لبيان مدى ملائمة البيانات الحقيقية المستعملة مع توزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution المستعمل ثم تقدير دالة البقاء باستعمال الامكان الاعظم (MLE) التي ظهرت افضليتها في التقديرفي الجانب التجريبي عن طريق مخرجات المحاكات بالاعتماد على البرامج التي كُتِبت بلغة (Matlab١٢) المدرج في الملحق (١).

٤-٢ نبذة مختصرة سرطان الثدي

سرطان الثدي هو أحد أخطر أنواع السرطانات التي تصيب النساء والرجال على حد سواء. في هذا المقال ، ستجد شرحًا مفصلًا عن كل الجوانب المتعلقة بهذا المرض ، مثل أسبابه وأعراضه وتشخيصه وعلاجه والوقاية منه، إذ كان الكشف عن سرطان الثدي سابقًا يعني استئصال الثدي بالكامل، أما اليوم فإن هذه العمليات لا تُجري إلا في حالات نادرة، إذ توجد مجموعة واسعة من العلاجات المتوفرة. و ستتعرف أيضًا على أحدث الأبحاث والإحصاءات والمصادر الموثوقة التي تساعدك على فهم هذا الموضوع بشكل أفضل.[٨] [٧]

٤-٣تصنيف الورم السرطاني

❖ **الدرجة ٠**

تسمى أيضًا سرطان ثدي غير غازٍ أو محلي، وعلى الرغم من أن هذه الأورام لا تملك القدرة على غزو الأنسجة السليمة في الثدي أو الانتشار إلى أعضاء أخرى في الجسم، إلا أنه من المهم استئصالها وإزالتها؛ لأنها قد تتحول إلى أورام غازية في المستقبل.

❖ **الدرجات من ١ - ٤**

هي أورام غازية لديها القدرة على غزو أنسجة سليمة في الثدي ثم الانتشار إلى أعضاء أخرى في الجسم، الورم السرطاني في الدرجة الأولى هو ورم صغير ومحلي وفرص الشفاء التام منه كبيرة جدًا، لكن كلما ارتفعت الدرجة قلّت فرص الشفاء.

❖ **الدرجة ٤**

هو ورم سرطانيّ انتقل إلى خارج نسيج الثدي وانتشر في أعضاء أخرى من الجسم، مثل: الرئتين والعظام والكبد، وعلى الرغم من أنه لا يمكن الشفاء منه في هذه المرحلة، إلا أن هناك احتمالًا بأن يستجيب بطريقة جيدة لعلاجات متنوعة من شأنها أن تسبب انكماشاً وتضاؤل الورم وإبقاءه تحت السيطرة لمدة طويلة من الزمن .[٧] [٨]

٤-٤ اسباب مرض سرطان الثدي

ينجم سرطان الثدي جراء حدوث طفرة جينية في الحمض النووي لبعض الخلايا في الثدي ما يؤدي إلى نموها وانقسامها بشكل خارج عن السيطرة وتحولها إلى خلايا سرطانية ولم يعرف السبب الدقيق وراء حدوث هذه الطفرات وتطور سرطان الثدي، ولكن هناك مجموعة من الأسباب والعوامل التي قد تزيد من احتمالية إصابة الشخص به.[٧] [٨]

تشمل أسباب سرطان الثدي وعوامل الخطر ما يأتي :

- ❖ العمر، إذ يزيد خطر الإصابة مع التقدم في العمر.
- ❖ الجنس، تعد النساء أكثر عرضة للإصابة من الرجال.
- ❖ الجينات الوراثية، قد يرتفع خطر الإصابة لدى الأشخاص التي ن لديهم تاريخ عائلي لسرطان الثدي، مثل تاريخ لإصابة الأم أو الأخت.
- ❖ تاريخ شخصي من الإصابة بسرطان الثدي.
- ❖ امتلاك أنسجة ثدي عالية الكثافة.
- ❖ بدء الحيض في عمر مبكر قبل ١٢ عامًا أو انقطاعه في عمر متأخر بعد ٥٥ عامًا.
- ❖ عدم الإنجاب أو الإنجاب أول مرة في عمر متأخر.
- ❖ العلاج بالهرمونات البديلة أو استعمال حبوب منع الحمل.
- ❖ التعرض للعلاج الإشعاعي كما في حالات علاج سرطان الغدد اللمفاوية.

- ❖ اتباع نمط حياة غير صحي، مثل التدخين، أو شرب الكحول، أو قلة النشاط وعدم ممارسة الرياضة.
- ❖ زيادة الوزن أو السمنة بعد انقطاع الطمث.

٤-٥ أعراض مرض سرطان الثدي

- ❖ زيادة سماكة أنسجة الثدي أو الإحساس بكتلة غير طبيعية في الثدي أو تحت الإبط، ويعد ذلك من أول علامات سرطان الثدي ظهورًا[٨] [٧].
- ❖ زيادة حجم الثدي .
- ❖ تورم في أجزاء الثدي، أو تورم الثدي بأكمله.
- ❖ تغير لون الثدي أو مظهره، أو تغير الجلد ليصبح منقرًا يشبه قشر البرتقال.
- ❖ تغير في الإحساس عند لمس الثدي، قد يصبح قاسيًا، أو طريًا، أو دافئًا.
- ❖ تهيج الثدي، أو الشعور بحكة فيه.
- ❖ ألم في الثدي أو الحلمة.
- ❖ خروج إفرازات من حلمة الثدي.

٤-٦ تشخيص مرض سرطان الثدي

تبداء رحلة تشخيص سرطان الثدي عند ملاحظة وجود تغيرات أثناء عمل فحص ذاتي للثدي أو ظهور علامات سرطان الثدي على الشخص، أو عندما يعطي فحص الماموجرام الروتيني نتائج غير طبيعية و يعتمد التشخيص على معرفة التاريخ الطبي، وإجراء فحص بدني مع تقييم الأعراض التي يعاني منها المريض، ومن ثم إجراء بعض الفحوصات، منها:

- ❖ فحص الماموجرام: هو تصوير الثدي بالأشعة السينية لرؤية أنسجة الثدي، وغالبًا ما يستعمل في مرحلة التشخيص الأولية[٨] [٧].
- ❖ تصوير الثدي بالموجات فوق الصوتية: يساعد هذا الفحص على إعطاء صور لأنسجة الثدي العميقة، الأمر التي يسهم في التفريق بين الكتل الصلبة والأكياس المملوءة بالسوائل.
- ❖ تصوير الثدي بالرنين المغناطيسي: يساعد هذا النوع من التصوير على الكشف عن وجود خلايا سرطانية وغيرها من الاعتلالات، وقد يتم استعماله في الكشف المبكر عن سرطان الثدي عند الأشخاص الأكثر عرضة للإصابة به.
- ❖ الخزعة: هي عبارة عن أخذ عينة من أنسجة الثدي وفحصها تحت المجهر، إذ يساعد هذا الأمر على تحديد ما إذا كانت هذه الخلايا سرطانية أم لا.

٤-٧ الأساليب العلاجلة مرض سرطان الثدي:

يعتمد علاج سرطان الثدي على عدة عوامل، منهانوع السرطان ومرحلته و درجة السرطان ومدى قدرته على النمو والانتشارو حساسية السرطان للهرمونات. عمر المريض وصحته العامة و تتضمن طرائق علاج سرطان الثدي الشائعة ما يأتي:

❖ العلاج الجراحي

يعد العلاج الجراحي لسرطان الثدي أكثر أنواع العلاج شيوعًا، ويوجد عدة أنواع من العمليات الجراحية، مثل:

- استئصال الورم السرطاني: يتم في هذه العملية إزالة الورم وبعض الأنسجة الطبيعية المحيطة به، وعادة ما تستعمل لعلاج الأورام الصغيرة.
- استئصال الثدي: يتم إزالة الثدي المصاب بالكامل في هذه العملية، كما قد يتم في بعض الأحيان إزالة العقد الليمفاوية والعضلات الموجودة في جدار الصدر. يمكن أن يتبع هذه االاجراءات الجراحة مباشرة جراحة إعادة بناء الثدي أو ترميم الثدي.
- قد تجرى جراحات أخرى لاستئصال العقد اللمفاوية المصابة من خزعة العقدة الليمفاوية الحارسة وتشريح العقدة الليمفاوية الإبطية و العلاج الإشعاعي.

❖ العلاج الإشعاعي هو طريقة فعالة لتدمير الخلايا السرطانية التي قد تبقى في الثدي بعد إجراء العمليات الجراحية، كما يمكن استعمال العلاج الإشعاعي الموضعي و التي يتضمن وضع مواد مشعة تشبه الب ذير أو الكريات داخل الجسم بالقرب من موقع الورم لتدمير الخلايا السرطانية.

❖ العلاج الكيميائي

العلاج الكيميائي هو علاج يتضمن استعمال الأدوية لإضعاف وتدمير الخلايا السرطانية في الجسم، ويستعمل للأغراض الآتية:

علاج المراحل المبكرة لسرطان الثدي الغازي للتخلص من أي خلايا سرطانية قد تكون موجودة بعد العلاج الجراحي، والتقليل من خطر عودة السرطان وتقليص حجم الورم قبل الجراحة ليسهل استئصاله وتدمير الخلايا السرطانية في مختلف أجزاء الجسم في المراحل المتقدمة.

❖ العلاج الهرموني

يتم اللجوء إلى العلاج الهرموني للمرضى التي ن يعانون من سرطان الثدي الحساس للهرمونات؛ لمنع السرطان من العودة بعد العلاج الجراحي، أو للمساعدة على تقليص أو إبطاء عملية نمو السرطان المنتشر في المراحل المتقدمة. [٧] [٨]

٤-٨جمع البيانات الحقيقية المتعلقة بالرسالة (Real Data Collection):

لقد تم جمع البيانات المتعلقة بالدراسة لعدد من المصابين بمرض سرطان الثدي من سجلات دائرة مستشفى الحسين التعليمي في محافظة كربلاء المقدسة والبالغ عددها (١٥٠) مشاهدة تمثل أوقات بقاء المرضى بالاسابيع تحت المراقبة والعلاج لحين الوفاء وتم تبويب البيانات للأشخاص المصابين لغرض الحصول على أوقات الحياة (Survival Time)وذالك بطرح تاريخ الإصابة المرض من تاريخ الوفاة وكما يأتي :

حجم العينة (n= ١٥٠).

جدول(٤-١)

تمثل اوقات البقاء للاشخاص المصابين بمرض سرطان الثدي

١.٦٣	١.٤٦	١.٣٨	١.٢٤	١.١٣	١.٠١	٠.٨٥	٠.٧٢	٠.٦٢	٠.١٥
١.٦٣	١.٤٧	١.٣٨	١.٢٥	١.١٥	١.٠١	٠.٨٥	٠.٧٤	٠.٦٣	٠.٢٤
١.٦٦	١.٤٧	١.٣٩	١.٢٧	١.١٥	١.٠٢	٠.٨٧	٠.٧٤	٠.٦٤	٠.٣٦
١.٦٧	١.٤٨	١.٣٩	١.٢٨	١.١٦	١.٠٤	٠.٨٧	٠.٧٤	٠.٦٤	٠.٣٧
١.٦٧	١.٤٨	١.٣٩	١.٢٨	١.١٧	١.٠٥	٠.٨٧	٠.٧٦	٠.٦٦	٠.٣٨
١.٧١	١.٥	١.٣٩	١.٢٨	١.١٧	١.٠٦	٠.٨٨	٠.٨	٠.٦٦	٠.٤٢
١.٧٣	١.٥١	١.٤	١.٢٨	١.١٧	١.٠٦	٠.٩١	٠.٨١	٠.٦٧	٠.٤٥
١.٧٣	١.٥٢	١.٤١	١.٣	١.١٧	١.٠٦	٠.٩٢	٠.٨٢	٠.٦٧	٠.٥٢
١.٧٤	١.٥٤	١.٤٢	١.٣	١.١٩	١.٠٧	٠.٩٤	٠.٨٢	٠.٦٧	٠.٥٢
١.٧٤	١.٥٤	١.٤٣	١.٣١	١.١٩	١.٠٩	٠.٩٥	٠.٨٣	٠.٦٨	٠.٥٢

٠.٥٤	٠.٦٩	٠.٨٤	٠.٩٦	١.٠٩	١.٢	١.٣٢	١.٤٤	١.٥٨	١.٧٤
٠.٥٤	٠.٧	٠.٨٤	٠.٩٦	١.١	١.٢١	١.٣٢	١.٤٤	١.٦١	١.٧٥
٠.٥٧	٠.٧	٠.٨٤	٠.٩٦	١.١١	١.٢١	١.٣٣	١.٤٤	١.٦٢	١.٧٦
٠.٥٧	٠.٧	٠.٨٥	٠.٩٩	١.١٢	١.٢٢	١.٣٤	١.٤٤	١.٦٢	١.٧٩
٠.٥٩	٠.٧١	٠.٨٥	٠.٩٩	١.١٣	١.٢٤	١.٣٧	١.٤٦	١.٦٢	٢

٤-٩ اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit)

عن طريق استعمال هذا الاختبار لمعرفة ما اذا كانت البيانات الواردة في الجدول (١-٤) تتبع التوزيعات قيد الدراسة ام لا. فقد تم اجراء اختبار حسن المطابقة للبيانات الحقيقية عن طريق الاختبارات (Chi Square) التي تم الاشارة اليها في الفصل لثاني في المعادلات (٢-٧٣) بحسب الفرضية الآتية :

H.: DistribThe data have BurrX- LindleyTwoParameter distribution

H١: DistribThe data don't have BurrX- LindleyTwoParameter distribution

جدول(٤-٢)

يمثل نتائج اختبار حسن المطابقة

Distributions	Parameter			Pearson X^2		
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\lambda}$	statistic	P-Value	
BX-L٢	٠.٦٨٨٠	٠.٨٧٤٦٢	١.٢٢٤٩	٠.٠٥٨٠٠٦	٠.٦٧١٨	Best
Lindley	--------	١.٨٥٩٣٤	١.٨٠٧٦-	٠.٢٠٩٤٤٣	٠.٠٠٠٠٠٣٠٣	

و ظهرت النتائج بحسب الجدول (٤-٢)

١- ان قيمة P-Value للاختبارات (Chi Square test) اكبر من مستوى المعنوية (٠.٠٥) وهذا يؤدي الى عدم رفض فرضية العدم ما يدل ملاءمة البيانات الحقيقية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة.

٢- إنّ قيمة P-Value للتوزيع الاساسي (LindleyTwoParameter distribution) أصغر من قيمتها عند التوزيع المحول (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) هذا يعني ان التوزيع المحول اكثر ملائمة للعينة قيد الدراسة.

٤-١٠ معايير المفاضلة بين التوزيعات Criteria for differentiation between distributions

سيتم استعمال معيار معلومات اكايكي (AIC) ومعيار معلومات بيز اكايكي (BIC) ومعيار معلومات اكايكي المصحح (AICc) التي تم الإشارة اليها في الفصل الثاني في المعادلة (٢ -٧٤) و(٢-٧٥) و (٢-٧٦) لغرض تحديد أفضل توزيع يمثل ويصف البيانات الحقيقية لعينة الدراسة وحصلنا على قيم المعايير الموضحة في الجدول (٤-٣) أدناه باستعمال برنامج (الماتلاب).

جدول (٤-٣)

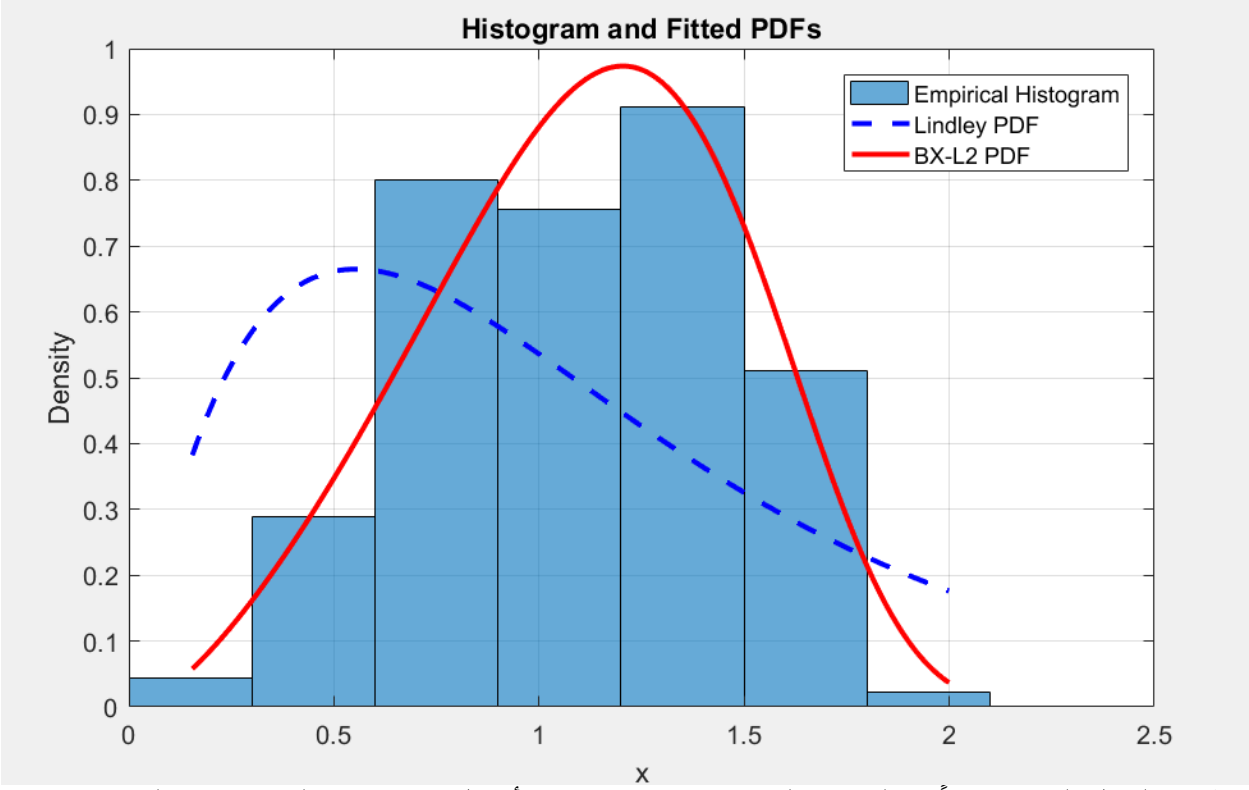
يمثل معايير المفاضلة بين التوزيعات في تمثيل البيانات الحقيقية

Distributions	AIC	BIC	CAIC
BurrX- LindleyTwoParameter distribution	١٤٠.٤٦٦٩	١٤٩.٤٩٨٨	١٥٢.٤٩٨٨
LindleyTwoParameter distribution	٢٤١.٣٣٤٠	٢٤٧.٣٥٥٢	٢٤٩.٣٥٥٢

يتضح من الجدول (٤-٣) المذكورة انفاً افضلية توزيع (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) مقارنة بالتوزيع الأصلي قيد الدراسة نتيجة امتلاكه أقل قيمة للمعايير (AIC، AICc، BIC)، وبذلك يعد هذا التوزيع الأفضل في تمثيل تنفيذ ووصف عينة الدراسة المتمثلة ببيانات البقاء لعينة من المرضى المصابين بسرطان الثدي ومضاعفته من تاريخ دخولهم المستشفى لحين الوفاة مقاسة بالأسابيع في محافظة كربلاء المقدسة.

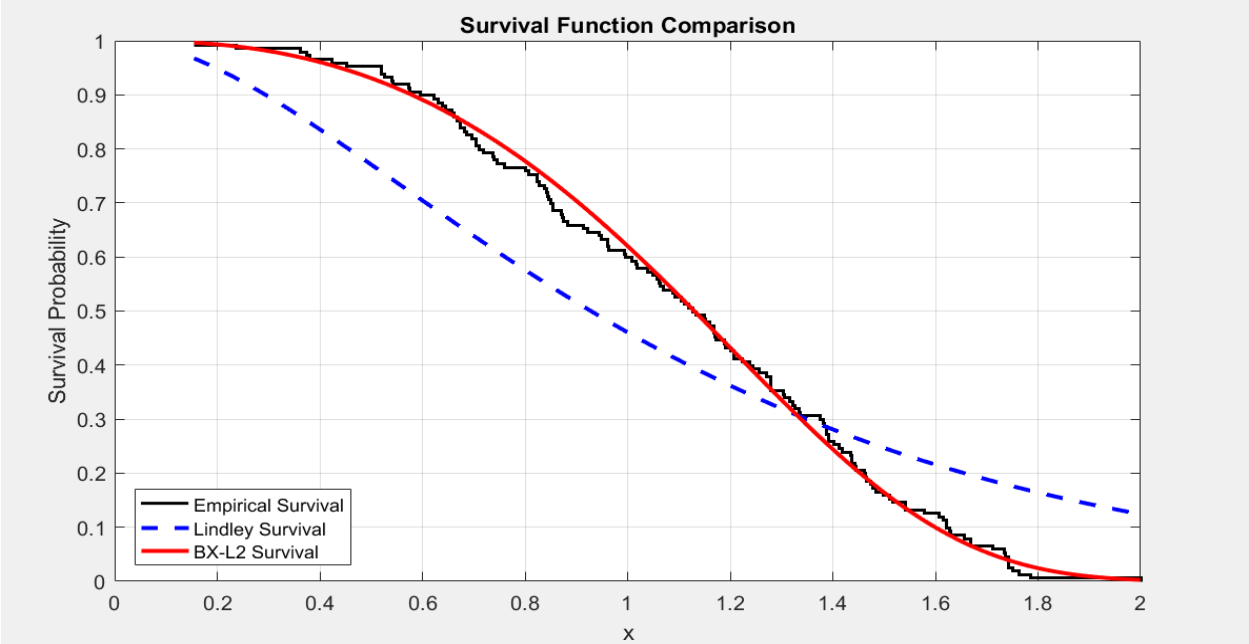
والشكل الاتي يبين ملائمة التوزيع (BurrX- LindleyTwoParameter distribution) مقارنة بالتوزيع الأصلي

والشكل (٤-١) أدناه يوضح دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيعات الاحتمالية قيد الدراسة.



نلحظ من الشكل المذكور انفاً ان التوزيع المقترح يكون ذا قمة والأفضل مقارنة من التوزيع الاصلي للبيانات الحقيقية(من اعداد الباحث).

والشكل (٤-٢) يوضح منحني دالة البقاء التجريبية مقارنة بمنحني التوزيع المقترح وتوزيع لندلي **الاساس**



والشكل (٤-٢) يوضح منحني دالة البقاء التجريبية مقارنة بمنحني التوزيع المقترح وتوزيع لندلي الاساس للبيانات الحقيقية (من اعداد الباحث).

٤-١١ تقدير دالة البقاء للتوزيع المقترح Estimation of survival function of Distribution

عن طريق ما توصلنا اليه في الجانب التجريبي وبيان افضلية طريقة الامكان الاعظم (MLE) في تقدير دالة البقاء لتوزيع BurrX- LindleyTwoParameter distribution من بين طرائق التقدير الاخرى ، فقد تم استعمالها لتقدير دالة البقاء بالنسبة للبيانات الحقيقية وباستعمال برنامج (الماتلاب) والجدول (٤-٤) يوضح قيم مقدرات دالة البقاء و (pdf).

جدول (٤-٤)

يمثل مقدرات دالة البقاء ودالة الكثافة الاحتمالي للبيانات الحقيقية

i	xi	f (t)	S(x)
١	٠.١٥	٠.٠٥٧٧٢٣	٠.٩٩٦٥٩٥
٢	٠.٢٤	٠.٠٦٥٢٠٣	٠.٩٩٥٨٣٤

٠.٩٩٤٩٧٩	٠.٠٧٢٩٧١	٠.٣٦	٣
٠.٩٩٤٠٢٦	٠.٠٨١٠١٥	٠.٣٧	٤
٠.٩٩٢٩٧٢	٠.٠٨٩٣٢	٠.٣٨	٥
٠.٩٩١٨١٤	٠.٠٩٧٨٧٥	٠.٤٢	٦
٠.٩٩٠٥٤٨	٠.١٠٦٦٧١	٠.٤٥	٧
٠.٩٨٩١٧٢	٠.١١٥٦٩٨	٠.٥٢	٨
٠.٩٨٩١٧٢	٠.١١٥٦٩٨	٠.٥٢	٩
٠.٩٨٩١٧٢	٠.١١٥٦٩٨	٠.٥٢	١٠
٠.٩٨٤٣٥٣	٠.١٤٤٠٩١	٠.٥٤	١١
٠.٩٨٤٣٥٣	٠.١٤٤٠٩١	٠.٥٤	١٢
٠.٩٨٠٥٤	٠.١٦٤٠٤٨	٠.٥٧	١٣
٠.٩٨٠٥٤	٠.١٦٤٠٤٨	٠.٥٧	١٤
٠.٩٧٦٢٢٣	٠.١٨٤٧٧٨	٠.٥٩	١٥
٠.٩٧٣٨٧	٠.١٩٥٤٢١	٠.٦٢	١٦
٠.٩٧١٣٨٣	٠.٢٠٦٢٤٤	٠.٦٣	١٧
٠.٩٦٨٧٦٢	٠.٢١٧٢٤٣	٠.٦٤	١٨
٠.٩٦٨٧٦٢	٠.٢١٧٢٤٣	٠.٦٤	١٩
٠.٩٦٣١٠٦	٠.٢٣٩٧٥٣	٠.٦٦	٢٠
٠.٩٦٣١٠٦	٠.٢٣٩٧٥٣	٠.٦٦	٢١
٠.٩٥٦٨٨٤	٠.٢٦٢٩٢٥	٠.٦٧	٢٢
٠.٩٥٦٨٨٤	٠.٢٦٢٩٢٥	٠.٦٧	٢٣
٠.٩٥٦٨٨٤	٠.٢٦٢٩٢٥	٠.٦٧	٢٤
٠.٩٤٦٤٥٦	٠.٢٩٨٨٦١	٠.٦٨	٢٥
٠.٩٤٢٦٨	٠.٣١١١٤	٠.٦٩	٢٦
٠.٩٣٨٧٥١	٠.٣٢٣٥٦٢	٠.٧	٢٧
٠.٩٣٨٧٥١	٠.٣٢٣٥٦٢	٠.٧	٢٨
٠.٩٣٨٧٥١	٠.٣٢٣٥٦٢	٠.٧	٢٩

٣٠	٠.٧١	٠.٣٦١٦٥٣	٠.٩٢٦٠٣
٣١	٠.٧٢	٠.٣٧٤٦١١	٠.٩٢١٤٧٣
٣٢	٠.٧٤	٠.٣٨٧٦٩١	٠.٩١٦٧٥٤
٣٣	٠.٧٤	٠.٣٨٧٦٩١	٠.٩١٦٧٥٤
٣٤	٠.٧٤	٠.٣٨٧٦٩١	٠.٩١٦٧٥٤
٣٥	٠.٧٦	٠.٤٢٧٦١٦	٠.٩٠١٦١٦
٣٦	٠.٨	٠.٤٤١١٣٥	٠.٨٩٦٢٣٩
٣٧	٠.٨١	٠.٤٥٤٧٤٨	٠.٨٩٠٦٩٣
٣٨	٠.٨٢	٠.٤٦٨٤٤٩	٠.٨٨٤٩٧٩
٣٩	٠.٨٢	٠.٤٦٨٤٤٩	٠.٨٨٤٩٧٩
٤٠	٠.٨٣	٠.٤٩٦٠٨٩	٠.٨٧٣٠٣٨
٤١	٠.٨٤	٠.٥١٠٠١٢	٠.٨٦٦٨١
٤٢	٠.٨٤	٠.٥١٠٠١٢	٠.٨٦٦٨١
٤٣	٠.٨٤	٠.٥١٠٠١٢	٠.٨٦٦٨١
٤٤	٠.٨٥	٠.٥٥٢٠٩٤	٠.٨٤٧٠٨٨
٤٥	٠.٨٥	٠.٥٥٢٠٩٤	٠.٨٤٧٠٨٨
٤٦	٠.٨٥	٠.٥٥٢٠٩٤	٠.٨٤٧٠٨٨
٤٧	٠.٨٥	٠.٥٥٢٠٩٤	٠.٨٤٧٠٨٨
٤٨	٠.٨٧	٠.٦٠٨٥٧٣	٠.٨١٨٣٥
٤٩	٠.٨٧	٠.٦٠٨٥٧٣	٠.٨١٨٣٥
٥٠	٠.٨٧	٠.٦٠٨٥٧٣	٠.٨١٨٣٥
٥١	٠.٨٨	٠.٦٥٠٨٢٣	٠.٧٩٤٩٦١
٥٢	٠.٩١	٠.٦٦٤٨١٨	٠.٧٨٦٨١٧
٥٣	٠.٩٢	٠.٦٧٨٧٤٦	٠.٧٧٨٥
٥٤	٠.٩٤	٠.٦٩٢٥٩١	٠.٧٧٠٠١٢
٥٥	٠.٩٥	٠.٧٠٦٣٣٩	٠.٧٦١٣٥٢

٥٦	٠.٩٦	٠.٧١٩٩٧٣	٠.٧٥٢٥٢٣
٥٧	٠.٩٦	٠.٧١٩٩٧٣	٠.٧٥٢٥٢٣
٥٨	٠.٩٦	٠.٧١٩٩٧٣	٠.٧٥٢٥٢٣
٥٩	٠.٩٩	٠.٧٦٠٠٢	٠.٧٢٥٠٣٤
٦٠	٠.٩٩	٠.٧٦٠٠٢	٠.٧٢٥٠٣٤
٦١	١.٠١	٠.٧٨٥٨٢٥	٠.٧٠٥٨٩٥
٦٢	١.٠١	٠.٧٨٥٨٢٥	٠.٧٠٥٨٩٥
٦٣	١.٠٢	٠.٨١٠٧٣٣	٠.٦٨٦١٢٧
٦٤	١.٠٤	٠.٨٢٢٧٩٩	٠.٦٧٦٠١٥
٦٥	١.٠٥	٠.٨٣٤٥٧٩	٠.٦٦٥٧٥٥
٦٦	١.٠٦	٠.٨٤٦٠٤٩	٠.٦٥٥٣٥٢
٦٧	١.٠٦	٠.٨٤٦٠٤٩	٠.٦٥٥٣٥٢
٦٨	١.٠٦	٠.٨٤٦٠٤٩	٠.٦٥٥٣٥٢
٦٩	١.٠٧	٠.٨٧٨٣٧٦	٠.٦٢٣٣١٨
٧٠	١.٠٩	٠.٨٨٨٣٧٨	٠.٦١٢٣٨١
٧١	١.٠٩	٠.٨٨٨٣٧٨	٠.٦١٢٣٨١
٧٢	١.١	٠.٩٠٧٠٧٩	٠.٥٩٠١٤٩
٧٣	١.١١	٠.٩١٥٧٢٧	٠.٥٧٨٨٦٥
٧٤	١.١٢	٠.٩٢٣٨٧٥	٠.٥٦٧٤٧٨
٧٥	١.١٣	٠.٩٣١٤٩٦	٠.٥٥٥٩٩٢
٧٦	١.١٣	٠.٩٣١٤٩٦	٠.٥٥٥٩٩٢
٧٧	١.١٥	٠.٩٤٥٠٥٩	٠.٥٣٢٧٥٥
٧٨	١.١٥	٠.٩٤٥٠٥٩	٠.٥٣٢٧٥٥
٧٩	١.١٦	٠.٩٥٦٢١٨	٠.٥٠٩٢١٢
٨٠	١.١٧	٠.٩٦٠٨٣٤	٠.٤٩٧٣٤٤
٨١	١.١٧	٠.٩٦٠٨٣٤	٠.٤٩٧٣٤٤
٨٢	١.١٧	٠.٩٦٠٨٣٤	٠.٤٩٧٣٤٤

٠.٤٩٧٣٤٤	٠.٩٦٠٨٣٤	١.١٧	٨٣
٠.٤٤٩٤٣١	٠.٩٧٢٣٢١	١.١٩	٨٤
٠.٤٤٩٤٣١	٠.٩٧٢٣٢١	١.١٩	٨٥
٠.٤٢٥٣٣٤	٠.٩٧٣٥٦٩	١.٢	٨٦
٠.٤١٣٢٨٣	٠.٩٧٢٩٩٨	١.٢١	٨٧
٠.٤١٣٢٨٣	٠.٩٧٢٩٩٨	١.٢١	٨٨
٠.٣٨٩٢٢٩	٠.٩٦٩٣٧٨	١.٢٢	٨٩
٠.٣٧٧٢٤٦	٠.٩٦٦٢٩٧	١.٢٤	٩٠
٠.٣٧٧٢٤٦	٠.٩٦٦٢٩٧	١.٢٤	٩١
٠.٣٥٣٤٢٢	٠.٩٥٧٥٣	١.٢٥	٩٢
٠.٣٤١٦٠٢	٠.٩٥١٨٢٣	١.٢٧	٩٣
٠.٣٢٩٨٥٨	٠.٩٤٥٢٢٤	١.٢٨	٩٤
٠.٣٢٩٨٥٨	٠.٩٤٥٢٢٤	١.٢٨	٩٥
٠.٣٢٩٨٥٨	٠.٩٤٥٢٢٤	١.٢٨	٩٦
٠.٣٢٩٨٥٨	٠.٩٤٥٢٢٤	١.٢٨	٩٧
٠.٢٨٣٨٦٦	٠.٩٠٩٨٥	١.٣	٩٨
٠.٢٨٣٨٦٦	٠.٩٠٩٨٥	١.٣	٩٩
٠.٢٦١٦١٥	٠.٨٨٦٨٠٩	١.٣١	١٠٠
٠.٢٥٠٧١٥	٠.٨٧٣٩٧٨	١.٣٢	١٠١
٠.٢٥٠٧١٥	٠.٨٧٣٩٧٨	١.٣٢	١٠٢
٠.٢٢٩٤١٧	٠.٨٤٥٧٧١	١.٣٣	١٠٣
٠.٢١٩٠٤١	٠.٨٣٠٤٣٤	١.٣٤	١٠٤
٠.٢٠٨٨٥٩	٠.٨١٤٣٠٧	١.٣٧	١٠٥
٠.٢٠٨٨٥٩	٠.٧٩٧٤١٨	١.٣٨	١٠٦
٠.٢٠٨٨٥٩	٠.٧٩٧٤١٨	١.٣٨	١٠٧
٠.١٧٩٥٧٦	٠.٧٦١٤٨١	١.٣٩	١٠٨
٠.١٧٩٥٧٦	٠.٧٦١٤٨١	١.٣٩	١٠٩

١١٠	١.٣٩	٠.٧٦١٤٨١	٠.١٧٩٥٧٦
١١١	١.٣٩	٠.٧٦١٤٨١	٠.١٧٩٥٧٦
١١٢	١.٤	٠.٦٨٢٠٦	٠.١٤٣٧٩٥
١١٣	١.٤١	٠.٦٦٠٨٩٦	٠.١٣٥٤٨٢
١١٤	١.٤٢	٠.٦٣٩٣١	٠.١٢٧٤٣٣
١١٥	١.٤٣	٠.٦١٧٣٥٧	٠.١١٩٦٥٤
١١٦	١.٤٤	٠.٥٩٥٠٩٥	٠.١١٢١٤٨
١١٧	١.٤٤	٠.٥٩٥٠٩٥	٠.١١٢١٤٨
١١٨	١.٤٤	٠.٥٩٥٠٩٥	٠.١١٢١٤٨
١١٩	١.٤٤	٠.٥٩٥٠٩٥	٠.١١٢١٤٨
١٢٠	١.٤٦	٠.٥٠٤١٧١	٠.٠٨٤٩٢١
١٢١	١.٤٦	٠.٥٠٤١٧١	٠.٠٨٤٩٢١
١٢٢	١.٤٧	٠.٤٥٨٤٦٨	٠.٠٧٣٠٠٤
١٢٣	١.٤٧	٠.٤٥٨٤٦٨	٠.٠٧٣٠٠٤
١٢٤	١.٤٨	٠.٤١٣٢٨٩	٠.٠٦٢٢١٣
١٢٥	١.٤٨	٠.٤١٣٢٨٩	٠.٠٦٢٢١٣
١٢٦	١.٥	٠.٣٦٩١٣٧	٠.٠٥٢٥٢٩
١٢٧	١.٥١	٠.٣٤٧٥٩٨	٠.٠٤٨٠٩٣
١٢٨	١.٥٢	٠.٣٢٦٤٩٤	٠.٠٤٣٩٢١
١٢٩	١.٥٤	٠.٣٠٥٨٧٩	٠.٠٤٠٠٠٧
١٣٠	١.٥٤	٠.٣٠٥٨٧٩	٠.٠٤٠٠٠٧
١٣١	١.٥٨	٠.٢٦٦٣١٥	٠.٠٣٢٩٢٨
١٣٢	١.٦١	٠.٢٤٧٤٥٧	٠.٠٢٩٧٤٨
١٣٣	١.٦٢	٠.٢٢٩٢٦٨	٠.٠٢٦٧٩٨
١٣٤	١.٦٢	٠.٢٢٩٢٦٨	٠.٠٢٦٧٩٨
١٣٥	١.٦٢	٠.٢٢٩٢٦٨	٠.٠٢٦٧٩٨
١٣٦	١.٦٣	٠.١٧٩٠٤٣	٠.٠١٩٢٣٦

١٣٧	١.٦٣	٠.١٧٩٠٤٣	٠.٠١٩٢٣٦
١٣٨	١.٦٦	٠.١٤٩٤١	٠.٠١٥١٧٦
١٣٩	١.٦٧	٠.١٣٥٧٩٣	٠.٠١٣٤١٢
١٤٠	١.٦٧	٠.١٣٥٧٩٣	٠.٠١٣٤١٢
١٤١	١.٧١	٠.١١٠٩٧٦	٠.٠١٠٣٦٣
١٤٢	١.٧٣	٠.٠٩٩٧٦٩	٠.٠٠٩٠٦
١٤٣	١.٧٣	٠.٠٩٩٧٦٩	٠.٠٠٩٠٦
١٤٤	١.٧٤	٠.٠٧٩٧٠٦	٠.٠٠٦٨٤٤
١٤٥	١.٧٤	٠.٠٧٩٧٠٦	٠.٠٠٦٨٤٤
١٤٦	١.٧٤	٠.٠٧٩٧٠٦	٠.٠٠٦٨٤٤
١٤٧	١.٧٥	٠.٠٥٥١٩٦	٠.٠٠٤٣٥٩
١٤٨	١.٧٦	٠.٠٤٨٤١٤	٠.٠٠٣٧١٨
١٤٩	١.٧٩	٠.٠٤٢٢٧٣	٠.٠٠٣١٥٧
١٥٠	٢	٠.٠٣٦٧٤١	٠.٠٠٢٦٦٩
sum	١٦٥.٩٦	٨٠.٣٢٩٣٨	٧٧.٥٩٦٧٧
mean	١.١٠٦	٠.٥٣٥٥٢٩	٠.٥١٧٣١٢

١- ان العلاقة بين دالة البقاء S (t) والزمن علاقة عكسية، كلما زاد الزمن قلت قيمة دالة البقاء وهذا ما نلحظه بصورة واضحة في العمود التي يمثل دالة البقاء، وان هذا السلوك يطابق سلوك دالة البقاء لكونها متناقصة مع الزمن.

٢- ان قيم pdf تكون متزايدة مع الزمن اي ان العلاقة بينهما تكون طردية وهذا ما نلحظه في العمود التي يمثل f (t).

٣- متوسط أوقات البقاء هو(٠.٥٣٥٥٢٩) اي ان احتمال بقاء المصاب بمرض سرطان الثدي على قيد الحياة هو ٥٣ % تقريبا.

٤- انّ مجموع قيم دالة البقاء(S(t) وقيم دالة الكثافة التجميعيةCDF يساوي واحداً أي إن أحدهما متمم للآخر

٥- ان دالة البقاء S (t) كانت ما يقارب ٩٩% ولكن بمرور الوقت فأن عدد التي ن فارقوا الحياة قد ازداد ومن ثَمَّ فان دالة البقاء قد انخفضت واصبحت قريبة من٢ % عندما حصلت الوفاة (١٥٠).

٦- ان متوسط الوقت للوفاة يبلغ (٠.٥١٧٣١٢) متوسط وقت وفاة المصاب بسرطان الثدي في مدة (١٥) شهر تقريباً.

٧- بالامكان احتمال الحصول على احتمال بقاء المريض على قيد الحياة بعد مدة محددة من الزمن على سبيل المثال احتمال البقاء على قيد الحياة بعد الشهر الثامن ٠.٩٨٧٦٨٢٤ =(٨<t)P.

الفصل الخامس

الاستنتاجات

والتوصيات

٥-١ الأستنتاجات (Conclusions)

استنادا الى النتائج المستحصلة من الجانبي التجريبي و التطبيقي (الحقيقي) يمكن عرض الاستنتاجات كما يأتي:

١ -طريقة الأمكان الاعظم قد اخذت المرتبة الاولى في الافضلية عند حساب مقدرات دالة البقاء لتوزيع **BurrX- LindleyTwoParameter distributio** ذي ثلاث معلمات عند احجام العينات المتوسطة والكبيرة وهذا يعني انها تلائم حجوم العينات الصغيرة والمتوسطة والكبيرة.

٢-عند المقارنة بين طرائق التقدير كانت الأفضلية كل من طريقة الامكان الاعظم **(MLE)** لتقدير دالة البقاء كونها قد أمتلكت اقل متوسط مربعات الخطأ. في حين جاءت طريقة المربعات الصغرى الموزونة **(WLSE)** بالمرتبة الثانية واخذت طريقة كريمر فون مايسز **(CVME)** المرتبة الثالثة بالاعتماد على ترتيب متوسط مربعات الخطأ مرتبة من الأقل الى الأكثر.

-٣عند ما كان حجم العينة (٥٠) كانت طريقة الإمكان الأعظم (**MLE**) تحتل المرتبة الأولى في افضلية التقدير لدالة البقاء وتليها طريقة المربعات الصغرى الموزونة (**WLSE**) بالمرتبة الثانية وكانت المرتبة الثالثة لطريقة كريمر فون مايسز (**CVME**) بالاعتماد على قيم متوسط مربعات الخطأ مرتبة من الأقل الى الأكثر. اما عند احجام العينات (٧٥,١٠٠) كانت طريقة الإمكان الأعظم (**MLE**) تحتل المرتبة الأولى في افضلية التقدير لدالة البقاء وتساوت في الافضلية كل من طريقة المربعات الصغرى الموزونة (**WLSE**) وطريقة كريمر فون مايسز (**CVME**) إذ اخذت الرتبة الجزئية (٢.٥)بالاعتماد على قيم متوسط مربعات الخطأ مرتبة من الأقل الى الأكثر. اما عند حجم العينة (١٥٠) كانت طريقة الإمكان الأعظم (**MLE**) تحتل المرتبة الأولى في افضلية التقدير

لدالة البقاء ثم تليها في الافضلية كل من طريقة المربعات الصغرى الموزونة (**WLSE**) ومن ثم طريقة كريمر فون مايسز (**CVME**) إذ اخذت الرتبة الجزئية (٣)بالاعتماد على قيم متوسط مربعات الخطأ مرتبة من الأقل الى الأكثر.

٤-دالة البقاء متناقصة وهذا يتناسب عكسيا مع الزمن ولجميع طرائق التقدير وهذا يتوافق مع مأتم عرضة في الجانب النظري.

٥-ان قيم متوسط مربعات الخطأ MSEلتقدير دالة البقاء للتوزيع المقترح تتناقص بزيادة حجم العينة ولجميع طرائق التقدير وهذا ما ينسجم مع النظرية الإحصائية الخاصة بهذا المؤشر.

٦-اظهر الجانب التجريبي ان تقديرات دالة البقاء للتوزيع المقترح للبيانات الحقيقية كانت متقاربة مع القيم الحقيقية لدالة المخاطرة في الجانب التطبيقي .

٧-من نتائج التطبيق العملي وعن طريق اختبارات حسن المطابقة (Goodness of fit) وجد أن التوزيع الاحتمالي المقترح يصف البيانات الحقيقية افضل من التوزيع الاساس، وهذا يعكس أهمية التوزيع الاحتمالي المحول مقارنة بالتوزيع الاحتمالي الاصلي.

٨-ان قيم pdf للفشل تكون متزايدة مع الزمن اي ان العلاقة بينهما تكون طردية.

٩-لوحظ زيادة حجم العينة يودي الى الى تحسيندير المعلمات ويقلل من قيمة متوسط مربعات الخطأ.

ثانيا :- التوصيات : **Recommendations**

١-استعمال طريقة الإمكان الأعظم في تقدير معلمات ودالة المخاطرة لاي توزيع مقترح ضمن قاعدة BurrX-family .

٢-تطبيق توزيع BurrX- LindleyTwoParameter المقترح في دراسات تتعلق بتقدير والمخاطرة ودراسات اخرى لانه يعد اكثر دقه ومرونة في وصف البيانات.

٣- يمكن اجراء مقارنة بين توزيع BurrX- LindleyTwoParameter وتوزيعات أخرى .

٤- استعمال طرائق أخرى لتقدير معلمات توزيع BurrX- LindleyTwoParameter وبالخصوص الطرائق اللامعلمية عند حجوم عينات مختلفة .

٥- بأمكان الجهات ذات العلاقة ان تأخذ بنظر الاعتبار نتائج هذه الدراسة للافادة منها في مجال المخاطرة او مجالات أخرى.

٦- يوصي الباحث بتطوير استعمال توزيع انموذج BurrX- LindleyTwoParameter ذي الثلاثة معلمات لكي يصبح بالإمكان ان يستعمل في دراسات أخرى.

٨- بامكان الجهات ذات العلاقة أن تأخذ بنظر الأعتبار نتائج هذه الدراسة لتوظيفها في مجالات اخرى.

٩- نوصي باستعمال قاعدة Gamma-G وقاعدة Beta-G للحصول على نماذج مرنة اذ كانت البيانات معقدة وتتطلب ذلك.

١٠- استعمال قاعدة BurrX مع توزيعات غير مدروسة .

المصادر

المصادر العربية

القرآن الكريم

١. الدريعي ، مهدي علي عبد الحسين (٢٠١٦)" بعض طرائق تقدير معلمات دالة المعولية لانموذج أحتمالي مركب مع تطبيق عملي " رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد ــ جامعة بغداد.

٢. الحديثي ، اخلاص علي حمودي (٢٠١٠)،" مقارنة مقدرات بيز القياسية لمعلمة توزيع باريتو بأستعمال دوال خسارة مختلفة" رسالة ماجستير في ألاحصاء ،كلية ألادارة والاقتصاد ،جامعة بغداد.

٣. الشمري، نجاة عبد الجبار رجب(٢٠٠٨)، (استعمال المحاكاة في مقارنة مقدرات التقلص لمعلمة الشكل لتوزيع وايبل لبيانات المراقبة)، أطروحة دكتوراه فلسفة في الأحصاء مقدمة الى كلية الأدارة والأقتصاد في جامعة بغداد .

٤. عبد الأحد، عطاف اداور(٢٠٠٧)، (تقديرات المعولية للتوزيع الأسي بمعلمتين – دراسة مقارنة)، رسالة ماجستير مقدمة الى كلية الأدارة والأقتصاد في جامعة بغداد .

٥. عبد الامير ، صفا نجاح (٢٠٢٢)، " ا بناء توزيع احتمالي Inverted Topp Leone-exponentinal مع تطبيق عملي" رسالة ماجستير مقدمة الى كلية الأدارة والأقتصاد في جامعة كربلاء.

٦. مجلي،احمد عاجل ،(٢٠١٩) " تقدير دالة البقاء لتوزيع احتمالي مركب(ويبل-رايلي) مع تطبيق عملي" ،رسالة ماجستير ، كلية الادارة والاقتصاد – جامعة كربلاء.

٧. د. حبيب جربوع. (٢٠٢٣). تقييم اختلاف الواسمات الحيوية في سرطان الثدي الناكس .*مجلة جامعة دمشق للعلوم الطبية*.(٤)٣٩ ,

٨. محمد صبري، إيمان، عويس، خلود & ,ليسي. (٢٠٢٣). السيطرة الدماغية وعلاقتها بالضغوط النفسية لدى مريضات سرطان الثدى .مجلة العلوم المتقدمة للصحة النفسية والتربية الخاصة.٣٢٧-٢٧٦ ,(٤)٢ ,

المصادر الأجنبية

٩. Abdul-Moniem، I. B.، & Seham، M. (٢٠١٥). Transmuted gompertz distribution. Computational and Applied Mathematics Journal، ١(٣)، ٨٨-٩٦.

١٠. Abouelmagd, T. H. M., Hamed, M. S., Afify, A. Z., Al-Mofleh, H., & Iqbal, Z. (٢٠١٨). The Burr X Fréchet distribution with its properties and applications. *Journal of Applied Probability and Statistics*, ١٣(١), ٢٣-٥١.

١١. Ali, S. (٢٠١٥). On the Bayesian estimation of the weighted Lindley distribution. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, ٨٥(٥), ٨٥٥-٨٨٠.

١٢. Ali, S., Aslam, M., & Kazmi, S. M. A. (٢٠١٣). A study of the effect of the loss function on Bayes estimate, posterior risk and hazard function for Lindley distribution. *Applied Mathematical Modelling*, ٣٧(٨), ٦٠٦٨-٦٠٧٨.

١٣. Asgharzadeh, A., Bakouch, H. S., Nadarajah, S., & Sharafi, F. (٢٠١٦). A new weighted Lindley distribution with application.

١٤. Basalamah, D., & Alruwaili, B. (٢٠٢٣). The weighted Lindley exponential distribution and its related properties. AIMS Mathematics, ٨(١٠), ٢٤٩٨٤-٢٤٩٩٨.

١٥. Bhatti, F. A., Hamedani, G. G., Yousof, H. M., Ali, A., & Ahmad, M. (٢٠٢٠). On modified burr xii-inverse weibull distribution: development, properties, characterizations and applications. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, ٧٢١-٧٣٥.

١٦. Chen ،D.G.; Lio ،Y.; (٢٠٠٩) ;" A Note on the Maximum Likelihood Estimation for the Generalized Gamma Distribution Parameters under Progressive Type-II Censoring"; International Journal

of Intelligent Technology and Applied Statistics،Vol.٢٠ No.٢٠ pp.٥٧-٦٤.

١٧. Chhetri, S., Mdziniso, N., & Ball, C. (٢٠٢٢). Extended lindley distribution with applications. *Revista Colombiana de Estadística*, *٤٥*(١), ٦٥.

١٨. Cordeiro, G. M., Afify, A. Z., Yousof, H. M., Cakmakyapan, S., & Ozel, G. (٢٠١٨). The Lindley Weibull distribution: properties and applications. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, *٩٠*, ٢٥٧٩-٢٥٩٨.

١٩. Dube, M., Garg, R., & Krishna, H. (٢٠١٥). On progressively first failure censored Lindley distribution. *Computational statistics*, *٣١*, ١٣٩-١٦٣.

٢٠. Dubey, S. D. (١٩٦٨). A compound Weibull distribution. Naval Research Logistics Quarterly, ١٥(٢), ١٧٩-١٨٨.

٢١. El-Sheikh, A. M., Alqawba, M., El-Sherpieny, E. S. A., & Afify, A. Z. (٢٠٢٤). AN EXTENDED SYMMETRICAL AND ASYMMETRICAL GENERATOR: PROPERTIES, INFERENCE, ACTUARIAL MEASURES, AND APPLICATIONS. *Pakistan Journal of Statistics*, *٤٠*(٤).

٢٢. Martynov, G. (٢٠٢٠, April). New Procedure for Applying the Cramér–von Mises Test for Parametric Families of Distributions. In International Scientific Conference (on) Modern Methods, Problems and Applications of Operator Theory and Harmonic Analysis (pp. ٢٩٣-٣٠٨). Cham: Springer International Publishing.

٢٣. Ghitany, M. E., & Al-Mutairi, D. K. (٢٠٠٩). Estimation methods for the discrete Poisson–Lindley distribution. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, *٧٩*(١), ١-٩.

٢٤. Ghitany, M. E., Al-Mutairi, D. K., Al-Awadhi, F. A., & Al-Burais, M. M. (٢٠١٢). Marshall-Olkin extended Lindley distribution and its application. *International Journal of Applied Mathematics*, ٢٥(٥), ٧٠٩-٧٢١.

٢٥. Ghitany, M. E., Al-Mutairi, D. K., Balakrishnan, N., & Al-Enezi, L. J. (٢٠١٣). Power Lindley distribution and associated inference. *Computational Statistics & Data Analysis*, ٦٤, ٢٠-٣٣.

٢٦. Ghitany, M. E., Alqallaf, F., Al-Mutairi, D. K., & Husain, H. A. (٢٠١١). A two-parameter weighted Lindley distribution and its applications to survival data. *Mathematics and Computers in simulation*, ٨١(٦), ١١٩٠-١٢٠١.

٢٧. Ghitany, M. E., Atieh, B., & Nadarajah, S. (٢٠٠٨). Lindley distribution and its application. *Mathematics and computers in simulation*, ٧٨(٤), ٤٩٣-٥٠٦.

٢٨. Jodrá, P. (٢٠١٠). Computer generation of random variables with Lindley or Poisson–Lindley distribution via the Lambert W function. *Mathematics and Computers in Simulation*, ٨١(٤), ٨٥١-٨٥٩.

٢٩. Khalil, M. G., Hamedani, G. G., & Yousof, H. M. (٢٠١٩). The Burr X exponentiated Weibull model: Characterizations, mathematical properties and applications to failure and survival times data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, ١٤١-١٦٠.

٣٠. Krishna, H., & Kumar, K. (٢٠١١). Reliability estimation in Lindley distribution with progressively type II right censored sample. *Mathematics and Computers in Simulation*, ٨٢(٢), ٢٨١-٢٩٤.

٣١. Maurya، R. K.، Tripathi، Y. M.، & Rastogi، M. K. (٢٠١٧). Transmuted Burr XII Distribution. Journal of the Indian Society for Probability and Statistics، ١٨(٢)، ١٧٧-١٩٣.

٣٢. Mazucheli, J., & Achcar, J. A. (٢٠١١). The Lindley distribution applied to competing risks lifetime data. *Computer methods and programs in biomedicine*, ١٠٤(٢), ١٨٨-١٩٢.

٣٣. Merovci, F., & Sharma, V. K. (٢٠١٤). The Beta-Lindley Distribution: Properties and Applications. *Journal of applied mathematics*, ٢٠١٤(١), ١٩٨٩٥١.

٣٤. Mesfioui, M., & Abouammoh, A. M. (٢٠١٨). On a multivariate Lindley distribution. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, ٤٦(١٦), ٨٠٢٧-٨٠٤٥.

٣٥. Metiri, F., Zeghdoudi, H., & Remita, M. R. (٢٠١٦). On Bayes estimates of Lindley distribution under Linux loss function: informative and non informative priors. *Global journal of Putre and Applied Mathematics*, ١٢, ٣٩١-٤٠٠.

٣٦. Nasir, M. A., Korkmaz, M. C., Jamal, F., & Yousof, H. M. (٢٠١٨). On a new Weibull Burr XII distribution for lifetime data. *Sohag Journal of Mathematics*, ٥(٢), ٤٧-٥٦.

٣٧. Refaie, M. K. (٢٠١٨). Burr X exponentiated exponential distribution. *Journal of Statistics and Applications*, ١(٢), ٧١-٨٨.

٣٨. Satheesh Kumar, C., & Jose, R. (٢٠١٩). On double Lindley distribution and some of its properties. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, ٣٨(١), ٢٣-٤٣.

٣٩. Shanker, R., Shukla, K. K., Shanker, R., & Leonida, T. A. (٢٠١٧). A three-parameter Lindley distribution. *American Journal of Mathematics and Statistics*, ٧(١), ١٥-٢٦.

٤٠. Sharm, V. K., Singh, S. K., & Singh, U. (٢٠١٧). Classical and Bayesian methods of estimation for power Lindley distribution with application to

waiting time data. *Communications for statistical applications and methods*, ٢٤(٣), ١٩٣-٢٠٩.

٤١. Shrahili, M., Elbatal, M., & Muhammad, M. (٢٠١٩). The type I half-logistic Burr X distribution: Theory and practice. *J. Nonlinear Sci. Appl*, ١٢, ٢٦٢-٢٧٧.

٤٢. Thomas, S. P., Tomy, L., & Jose, K. K. (٢٠٢١). Harris extended two parameter Lindley distribution and applications in reliability. *Reliability: Theory & Applications*, ١٦(٣ (٦٣)), ٣٠٢-٣٢١.

٤٣. Terna, G. I., & Adamu, A. U. (٢٠٢٥, April). A BURR X-PERKS DISTRIBUTION: PROPERTIES AND APPLICATIONS. In *Royal Statistical Society Nigeria Local Group Annual Conference Proceedings* (pp. ٤٦٦-٤٨٨).

٤٤. Yousof, H. M., Afify, A. Z., Hamedani, G. G., & Aryal, G. (٢٠١٧). The Burr X generator of distributions for lifetime data. *Journal of Statistical Theory and Applications*, ١٦(٣), ٢٨٨-٣٠٥.

٤٥. Zakerzadeh, H., & Dolati, A. (٢٠٠٩). Generalized lindley distribution.

٤٦. Zakerzadeh, H., & Mahmoudi, E. (٢٠١٢). A new two parameter lifetime distribution: model and properties. *arXiv preprint arXiv:١٢٠٤.٤٢٤٨*.

٤٧. Zamani, H., & Ismail, N. (٢٠١٠). Negative binomial-Lindley distribution and its application. *Journal of mathematics and statistics*, ٦(١), ٤-٩.

٤٨. Aryuyuen, S., Bodhisuwan, W., & Volodin, A. (٢٠٢٠). Discrete generalized Odd Lindley–Weibull distribution with applications. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, ٤١, ٩٤٥-٩٥٥.

الملاحق

جدول (١)
متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الاول (Model ١) (α=٢، λ=٠.٠١ ، θ=١.٣)

n	Est.Par / MSE	MLE	WLSE	CVME
٥٠	$\hat{\theta}$	١.٣٩١٨٢٨٤١٧	١.٣٠٥٣٦٤١٠٣	١.٣٧٨٣٨٢٤٨٧
	MSE	٠.١٠٨١٧١٥٨٣	٠.١٩٤٦٣٥٨٩٧	٠.١٢١٦١٧٥١٣
	Rank	١	٣	٢
	$\hat{\lambda}$	٠.٠٠٨١٢٧٩٥	٠.٠١٠٢٧١١٨٦	٠.٠٠٦٤٠٨٣٧٤
	MSE	١.٩٩١٨٧٢٠٥	١.٩٨٩٧٢٨٨١٤	١.٩٩٣٥٩١٦٢٦
	Rank	٢	١	٣
	$\hat{\alpha}$	٢.٦٢٨٨١٣٠٠٣	١.٨٦٨٥٦١٢٧٣	٢.٥٢٢٦٠٢٧٧٩
	MSE	٠.٠٠٠١٣٧٠١٧	٠.٠٠٠٥٧٥٨٢١	٦.٥٨٨٤٥E-٠٥
	Rank	٢	٣	١
	$\sum MSE$			
	$\sum Ranks$	٥(١)	٧(٣)	٦(٢)
٧٥	$\hat{\theta}$	١.٣٣٦٣٤٥٤٧٦	١.٣٦٤٣٩١٩٦٩	١.٣٥٦٣٠٨٣٢٧
	MSE	٠.٠٠١٣٢٠٩٩٤	٠.٠٠٤١٤٦٣٢٦	٠.٠٠٣١٧٠٦٢٨
	Rank	١	٣	٢
	$\hat{\lambda}$	٢.٥٧٩٩٧E-٠٥	٠.٠٠٩٦٧٥٥٨٦	٠.٠٠٩٩٩٠١٨٨
	MSE	٩.٩٤٨٤٧E-٠٥	١.٠٥٢٤٥E-٠٧	٩.٦٢٧٧٩E-١١
	Rank	٣	٢	١
	$\hat{\alpha}$	٢.١٦٣٤٤٤٦١٩	٢.١٦٢١٨٧٩٢٣	٢.١٥٤٧٠٣٧٧٨
	MSE	٠.٠٢٦٧١٤١٤٤	٠.٠٢٦٣٠٤٩٢٢	٠.٠٢٣٩٣٣٢٥٩
	Rank	٣	٢	١
	$\sum MSE$	٦.٧٦٥٨٧E-٠٥	٠.٠٠٠٣٢٢٩٢١	٠.٠٠٠٠١٨٥٧٦
	$\sum Ranks$	٧(٢.٥)	٧(٢.٥)	٤(١)
١٠٠	$\hat{\theta}$	١.٣٣٣١٩٤٢٣٧	١.٣٠٩٥٦٣٥٠٢	١.٣٣٢٢٦١٧٦٨

	Mse$^{(Rank)}$	٠.٠٠١١٠١٨٥٧	٩.١٤٦٠٦E-٠٥	٠.٠٠١٠٤٠٨٢٢
	Rank	٣	١	٢
	$\widehat{\lambda}$	٠.٠١٠٥٦٧٣٠٣	٠.٠١٠٨٠٥٣٣٢	٠.٠١٠٤١٢٠٩٤
	MSE)	٣.٢١٨٣٣E-٠٧	٦.٤٨٥٦E-٠٧	١.٦٩٨٢٢E-٠٧
	Rank	٢	٣	١
	$\widehat{\alpha}$	١.٨٦٢٤٥٤٠٨١	١.٦٣٧٣٠٨٦١١	١.٧٩٨٣٨٦٦٩٤
	MSE	٠.٠١٨٩١٨٨٨	٠.١٣١٥٤٥٠٤٤	٠.٠٤٠٦٤٧٩٢٥
	Rank	١	٣	٢
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠٩٨٣٨١٤	٠.٠٠٢٢٤٠٤٢٧	٠.٠٠١٤٨٠٣١٧
	$\sum Ranks$	٦(٢)	٧(٣)	٥(١)
١٥٠	$\widehat{\theta}$	١.٣١٦٢٠٣٨٨٣	١.٢٨٩١٦٢٣٦٧	١.٣٠٠٦٤٢٧٥٧
	Mse$^{(Rank)}$	٠.٠٠٠٢٦٢٥٦٦	٠.٠٠٠١١٧٤٥٤	٤.١٣١٣٧E-٠٧
	Rank	٣	٢	١
	$\widehat{\lambda}$	٠.٠١٠٣٨٦٨٣٢	٠.٠١٠٧٥٨٠٣١	٠.٠١٠٧١٢٤٨٥
	Mse$^{(Rank)}$	١.٤٩٦٣٩E-٠٧	٥.٧٤٦١١E-٠٧	٥.٠٧٦٣٤E-٠٧
	Rank	١	٣	٢
	$\widehat{\alpha}$	١.٩٤٣٢٦٦٨٩٤	١.٧٨٥٧٣٧٦٦٢	١.٨٥٢٧٧٧٩٧١
	Mse$^{(Rank)}$	٠.٠٠٣٢١٨٦٤٥	٠.٠٤٥٩٠٨٣٤٩	٠.٠٠٢١٦٧٤٣٢٦
	Rank	١	٣	٢
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠٣٠٧٩٩٥	٠.٠٠٠٦٥١٠٢٦	٠.٠٠٠٤٨٠٣١٦
	$\sum Ranks$	٥(١.٥)	٨(٣)	٥(١.٥)

جدول (٢)

متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني (Model ٢) (α=١.٥، λ =٠.٥، θ=٠.٥)

n	Est.Par / MSE	MLE	WLSE	CVME
٥٠	$\widehat{\theta}$	٠.٧٥٣٩٣١٤٠٧	٠.٦١٦٢٦٢٤٤٧	٠.٦٢٦٦٢٦٠٣٢

	MSE	٠٠٠٦٤٤٨١١٥٩	٠.٠١٣٥١٦٩٥٧	٠.٠١٦٠٣٤١٥٢
	Rank	٣	١	٢
	$\widehat{\lambda}$	٠.١٤٦٢٦٩٦٣٨	٠.٠٠٠٢٤٨٤٢٣١	١.١٠٢٢٤E-٠٥
	MSE	٠.١٢٥١٢٥١٦٩	٠.٢٤٧٥٢١٩٤	٠.٢٤٩٩٨٨٩٧٨
	Rank	١	٢	٣
	$\widehat{\alpha}$	١.٠٢٨٤١٨٧٨٣	٠.٩٨٠٩١٤٤٤٣	٠.٨٠٣٨٣١٥٣٨
	MSE	٠.٢٢٢٣٨٨٨٤٥	٠.٢٦٩٤٤٩٨١٦	٠.٤٨٤٦٥٠٥٢٨
	Rank	١	٢	٣
	$\sum MSE$	٠.٠٣٧٣٠١١٨٧	٠.٠٣٣٤٦٤٩٠١	٠.٠٣٦٧٦٥٤٩٦
	$\sum Ranks$	٥(١.٥)	٥(١.٥)	٨(٣)
٧٥	$\widehat{\theta}$	٠.٥٢٢٣٠٥١٨٧	٠.٤٦٢٧٩٨٢٠٢	٠.٤٥٠٧٩٥٧٨٧
	MSE	٠.٠٠٠٤٩٧٥٢١	٠.٠٠٠١٣٨٣٩٧٤	٠.٠٠٠٢٤٢١٠٥٥
	Rank	١	٢	٣
	$\widehat{\lambda}$	٠.٦٥٣٨٤٥٥٣٨	٠.٤٥١٢٦٤٤٩١	٠.٧٠٧٤٠٦٤٤٦
	MSE	٠.٠٢٣٦٦٨٤٤٩	٠.٠٠٢٣٧٥١٥	٠.٠٤٣٠١٧٤٣٤
	Rank	٢	١	٣
	$\widehat{\alpha}$	١.٠٤٤٤٢٢٢٤	١.٠١٩٣٦٣٦٢٩	٠.٩١٥٠٣٢٢٤١
	MSE	٠.٢٠٧٥٥١٠٩٦	٠.٢٣١٠١١٣٢١	٠.٣٤٢١٨٧٢٧٨
	Rank	١	٢	٣
	$\sum MSE$	٠.٠٠٧٣٠٣٦٦٢	٠.٠٠٠٣٦٣٧٧٠١	٠.٠٠٧٦٥٩٧٣٩٥
	$\sum Ranks$	٤(١)	٥(٢)	٩(٣)
١٠٠	$\widehat{\theta}$	٠.٤٨٠٨٠١٨٧٣	٠.٤٨٩٧٦٠٢٨٨	٠.٥٤١٨٨٦٣٦٨
	MSE	٠.٠٠٠٠٣٦٨٥٦٨	٠.٠٠٠٠١٠٤٨٥٢	٠.٠٠٠١٧٥٤٤٦٨
	Rank	٢	١	٣
	$\widehat{\lambda}$	٠.٦٠٠٠٧٨٦١٦	٠.٥٠٦٧٩٦٦٥٦	٠.٩١٥٩٢١٥٤٤
	MSE	٠.٠٠١٠٠١٥٧٢٩	٤.٦١٩٤٥E-٠٥	٠.١٧٢٩٩٠٧٣١
	Rank	٢	١	٣
	$\widehat{\alpha}$	١.٠٤٩١٦٧٣٩	١.١٠٥٠٥٤٩	١.٠٨٩١٤٢٧٣

	MSE	٠.٢٠٣٢٥٠٠٤٢	٠.١٥٥٩٨١٦٣٢	٠.١٦٨٨٠٣٦٩٦
	Rank	٣	١	٢
	$\sum MSE$	٠.٠٠٢٩٧٥٩٦٧	٠.٠٠٠٠١١٢٦٩	٠.٠٠٠٣١١٦١٨٤
	$\sum Ranks$	٧(٢)	٣(١)	٨(٣)
١٥٠	$\hat{\theta}$	٠.٥١٤٢٩١٠٨٨	٠.٥٢٨٧٥٠٠١١	٠.٤٩٥٤٨٠٠٥٨
	MSE	٠.٠٠٠٠٢٠٤٢٣٥	٠.٠٠٠٠٨٢٦٥٦٣	٢.٠٤٢٩٩E-٠٥
	Rank	٢	٣	١
	$\hat{\lambda}$	٠.٦١٢٦١٤٢٦١	٠.٧٤٦٢٦٩٨٥٨	٠.٤٦٨٩٢٤٨٨٢
	MSE	٠.٠٠١٢٦٨١٩٧٢	٠.٠٠٦٠٦٤٨٨٤٣	٠.٠٠٠٠٩٦٥٦٦٣
	Rank	٢	٣	١
	$\hat{\alpha}$	١.٣٠٩٥٢٨٦٢٥	١.٢٦٧٦١٩٩٣٤	١.٢٠٥٧٧٠٣٩٢
	MSE	٠.٠٣٦٢٧٩٣٤٥	٠.٠٥٤٠٠٠٤٩٥	٠.٠٨٦٥٧١٠٦٢
	Rank	١	٢	٣
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠٢٣٢٥١٣	٠.٠٠٠٠١٥٨٨٤٣	٠.٠٠٠٠٢٥٧٠٩٨
	$\sum Ranks$	٥(١.٥)	٨(٣)	٥(١.٥)

جدول (٣)

متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث (Model ٣) (α=٠.٧ ، λ=٠.٩ ، θ=٠.٧)

n	Est.Par / MSE	MLE	WLSE	CVME
٥٠	$\hat{\theta}$	٠.٣٦٣٥٦٩٣٢٧	٠.٦٠٢٥١٥٧٧٩	٠.٣٢٩٠٩٨٢٣٧
	MSE	٠.١١٣١٨٥٥٩٨	٠.٠٠٠٩٥٠٣١٧٣	٠.١٣٧٥٦٨١١٨
	Rank	٢	١	٣
	$\hat{\lambda}$	٠.٠٣٨٢٤٥٩٧١	١.٢٣٦٩٧٠٨٩٥	٢.٠٩٤٤٦E-٠٥
	MSE	٠.٧٤٢٦٢٠٠٠٧	٠.١١٣٥٤٩٣٨٤	٠.٨٠٩٩٦٢٣
	Rank	٢	١	٣

	$\widehat{\alpha}$	١.٣٢٧١٧٣٣٨١	١.٠٣٠٣٥٩١٢١	١.٢٨٦٤٠٦٠٣
	MSE	٠.٣٩٣٣٤٦٤٥	٠.١٠٩١٣٧١٤٩	٠.٣٤٣٨٧٢٠٣٢
	Rank	٣	١	٢
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠٢٧١٣٦٦	٠.٠٠٠٨٣١٢٨٣	٠.٠٠٠٢٢٣١٥١
	$\sum Ranks$	٧(٢)	٣(١)	٨(٣)
٧٥	$\widehat{\theta}$	٠.٨٩٧٩٥٤٨٩٥	٠.٨٢٦٣٢٦٥٩٣	٠.٤٧٦٣٥٦٠١٥
	MSE	٠.٠٣٩١٨٦١٤	٠.٠١٥٩٥٨٤٠٨	٠.٠٥٠٠١٦٦٣٢
	Rank	٢	١	٣
	$\widehat{\lambda}$	٠.٩٥٣٢٥٠١٥١	٠.٨٢٩٣٧٦٣٥٦	٢.٨٤٤٤٧E-٠٥
	MSE	٠.٠٠٢٨٣٥٥٧٩	٠.٠٠٤٩٨٧٦٩٩	٠.٨٠٩٩٤٨٨
	Rank	١	٢	٣
	$\widehat{\alpha}$	٠.٦٦٦٨٢٨٧٢٥	٠.٧٣٨٦٣٠٩٥٨	٠.٢٣٠٥٧١١٩٦
	MSE	٠.٠٠١١٠٠٣٣٣	٠.٠٠١٤٩٢٣٥١	٠.٢٢٠٣٦٣٤٠٢
	Rank	١	٢	٣
	$\sum MSE$	٠.٠٤٥٢٤٢٧٦	٠.٠٣١٠٣٢١٢٩	٠.٢٠٦٤١٦٧٤٣
	$\sum Ranks$	٤(١)	٥(٢)	٩(٣)
١٠٠	$\widehat{\theta}$	٠.٧٣١٤٩٧٣٥٧	١.١٦٣٧٧٧٨٣٣	٠.٧٤٣٦١٧٧٣١
	MSE	٠.٠٠٠٩٩٢٠٨٣	٠.٢١٥٠٨٩٨٧٩	٠.٠٠١٩٠٢٥٠٦
	Rank	١	٣	٢
	$\widehat{\lambda}$	٠.٨٨٢٥٣٣٦١٣	٠.٩١٦٤٨٤٢٦١	٠.٩٤٧٩٦٨٣١٩
	MSE	٠.٠٠٠٣٠٥٠٧٥	٠.٠٠٠٢٧١٧٣١	٠.٠٠٠٢٣٠٠٩٦
	Rank	٢	١	٣
	$\widehat{\alpha}$	٠.٨٩٢٣٤٤٣٤٨	٠.٦٤٦٠٦٦٥٩٨	٠.٨١٥٦٢٧٤٢٨
	MSE	٠.٠٣٦٩٩٦٣٤٨	٠.٠٠٠٢٩٠٨٨١٢	٠.٠١٣٣٦٩٧٠٢
	Rank	٣	١	٢
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠٤٧٣١٦٧	٠.٠٠٠٩٩٤٧٨٩	٠.٠٠٠٧٨٦٦٧
	$\sum Ranks$	٦(٢)	٥(١)	٧(٣)
١٥٠	$\widehat{\theta}$	٠.٧٠٣٣٠٦١١٧	٠.٧٣٩٤٠٧٦٤٦	٠.٦٨٨٢٣٧٢٩٧

	MSE	١.٠٩٣٠٤E-٠٥	٠.٠٠١٥٥٢٩٦٣	٠.٠٠٠١٣٨٣٦١
	Rank	١	٣	٢
	$\widehat{\lambda}$	٠.٩١٠٩٧٧٨٦٩	٠.٩٠١١٨٢٦٧٣	٠.٩٦٥٥٢٦٤٠٧
	MSE	٠.٠٠٠١٢٠٥١٤	١.٣٩٨٧١E-٠٦	٠.٠٠٤٢٩٣٧١
	Rank	٢	١	٣
	$\widehat{\alpha}$	٠.٧٥١٨٤٠٧٨٥	٠.٧٤٨٢٢٦٧٩	٠.٧٦٠١٣٣٤٦٤
	MSE	٠.٠٠٢٦٨٧٤٦٧	٠.٠٠٢٣٢٥٨٢٣	٠.٠٠٣٦١٦٠٣٣
	Rank	٢	١	٣
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠١٤١٢٢	٠.٠٠٠٣٠١٣٧٣	٠.٠٠٠١٦٦٥٩
	$\sum Ranks$	٥(١.٥)	٥(١.٥)	٨(٣)

جدول (٤)

متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع (Model٤)(α=١.٥، λ =١.٥ ، θ=١.٥)

n	Est.Par / MSE	MLE	WLSE	CVME
٥٠	$\widehat{\theta}$	١.٥٦٥٦٢٥	١.٥١٦٦٧٨	١.٥٧٥٣٢٧
	MSE	٠.٠٠٤٣٠٧	٠.٠٠٠٢٧٨	٠.٠٠٠٥٦٧٤
	Rank	٢	١	٣
	$\widehat{\lambda}$	١.٤٥٣٤٨٦	١.١٣٠٤٦	١.٧٣٨٩٧١
	MSE	٠.٠٠٢١٦٤	٠.١٣٦٥٦	٠.٠٥٧١٠٧
	Rank	١	٣	٢
	$\widehat{\alpha}$	١.٥٤٢١٨٨	١.٠٠٧٠٢٤	٠.٩٣٤٨١٧
	MSE	٠.٠٠٠١٧٨	٠.٢٤٣٠٢٥	٠.٣١٩٤٣٢
	Rank	١	٢	٣
	$\sum MSE$	٠.٠١٣٧٥١	٠.٠٢٢١١٢	٠.٠٣٤٨٦٩
	$\sum Ranks$	٤(١)	٦(٢)	٨(٣)
٧٥	$\widehat{\theta}$	١.٥١٢٢٢٥	١.٤٧٩٣٩٧	١.٥٥٧٣١٥

	MSE	٠.٠٠٠١٤٩	٠.٠٠٠٤٢٤	٠.٠٠٣٢٨٥
	Rank	١	٢	٣
	$\widehat{\lambda}$	١.٤١٧٠٧١	١.٢٧٥٢٠٩	١.٧٥٨٤٦٢
	MSE	٠.٠٠٦٨٧٧	٠.٠٥٠٥٣١	٠.٠٦٦٨٠٣
	Rank	١	٢	٣
	$\widehat{\alpha}$	١.٥٠٩٣٧٥	١.٠٨٦٩٨٨	٠.٩٨٨٥٣١
	MSE	٨.٧٩E-٠٥	٠.١٧٠٥٧٩	٠.٢٦١٦٠١
	Rank	١	٢	٣
	$\sum MSE$	٠.٠٠١٩٤٧	٠.٠٠٣٢٤١	٠.٠٠٢١٧٧
	$\sum Ranks$	٣(١)	٦(٢)	٩(٣)
١٠٠	$\widehat{\theta}$	١.٥٠٤٣٢٦	١.٤٨٠٢١٥	١.٥٤٩٠٥٧
	MSE	١.٨٧E-٠٥	٠.٠٠٠٣٩١	٠.٠٠٠٢٤٠٧
	Rank	١	٢	٣
	$\widehat{\lambda}$	١.٤٨٢٦٣٢	١.٢٧٢٢٥١	١.٥١٨٧٩٩
	MSE	٠.٠٠٠٣٠٢	٠.٠٥١٨٦٩	٠.٠٠٠٣٥٣
	Rank	١	٣	٢
	$\widehat{\alpha}$	١.٤٩٤٢١٥	١.٨٦٣٨٠٧	١.١٩٤٢٥٢
	MSE	٣.٣٥E-٠٥	٠.١٣٢٣٥٦	٠.٠٠٩٣٤٨٢
	Rank	١	٣	٢
	$\sum MSE$	٠.٠٠٨٥٠٦	٠.٠١٤٠٦٢	٠.٠٠٢٢٠٥
	$\sum Ranks$	٣(١)	٨(٢)	٧(٣)
١٥٠	$\widehat{\theta}$	١.٤٩٧٨٥٦	١.٤٩٦٥٢٩	١.٥٠٠٤٩٢
	MSE	٤.٦E-٠٦	١.٢E-٠٥	٢.٤٢E-٠٧
	Rank	٢	٣	١
	$\widehat{\lambda}$	١.٤٩٣٧٥	١.٤٤٨٥٧٩	١.٥١٣٩٣٨
	MSE	٣.٩١E-٠٥	٠.٠٠٠٢٦٤٤	٠.٠٠٠٠١٩٤
	Rank	١	٣	٢
	$\widehat{\alpha}$	١.٤٩٩٠٦٢	١.٢٣٩١٩١	١.٥١١٨٧١

	MSE	٨.٧٩E-٠٧	٠.٠٦٨٠٢١	٠.٠٠٠١٤١
	Rank	١	٣	٢
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠٧٧٩	٠.٠٠٠٦٩٨	٠.٠٠٠٧٣
	$\sum Ranks$	٤(١)	٩(٣)	٥(٢)

جدول (٥)

متوسط القيم التقديرية للمعلمات وMSE والرتب الجزئية لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس (Model٥)(α=٠.٥، λ=١ ، θ=٠.٩)

n	Est.Par / MSE	MLE	WLSE	CVME
٥٠	$\hat{\theta}$	٠.٩٥٠٨٦٧	٠.٩٣٨١٧٦	١.١٧٠٦٤١
	MSE	٠.٠٠٢٥٨٧	٠.٠٠١٤٥٧	٠.٠٧٣٢٤٧
	Rank	٢	١	٣
	$\hat{\lambda}$	١.٠٦٠١٣٧	١.٠٦٩٤٨	١.٠٧٩٧٥٤
	MSE	٠.٠٠٠٣٦١٦	٠.٠٠٠٤٨٢٧	٠.٠٠٠٦٣٦١
	Rank	١	٢	٣
	$\hat{\alpha}$	٠.٤٤٧١٧٦	٠.٢٣١٣٨٢	٠.١٣٧٤٤
	MSE	٠.٠٠٠٢٧٩	٠.٠٠٧٢١٥٥	٠.١٣١٤٤٩
	Rank	١	٢	٣
	$\sum MSE$	٠.٠٠٨٠١٧٣	٠.٠٠٩٤٥٦٩	٠.٣٦٠٩٣٣
	$\sum Ranks$	٤(١)	٥(٢)	٩(٣)
٧٥	$\hat{\theta}$	٠.٩٥٠٢٣٧	٠.٩٦٤٠٠٢	٠.٩٩٤٦٥٣
	MSE	٠.٠٠٠٢٥٢٤	٠.٠٠٠٤٠٩٦	٠.٠٠٠٨٩٥٩
	Rank	١	٢	٣
	$\hat{\lambda}$	١.٠٥٤١٧٥	١.٠٦٦٠٨٤	١.٠٦٧٤٧٢
	MSE	٠.٠٠٠٢٩٣٥	٠.٠٠٠٤٣٦٧	٠.٠٠٠٤٥٥٢
	Rank	١	٢	٣
	$\hat{\alpha}$	٠.٤٤٨٧٨	٠.٢٥٢٥٣٣	٠.٤٣٤٤٦٣

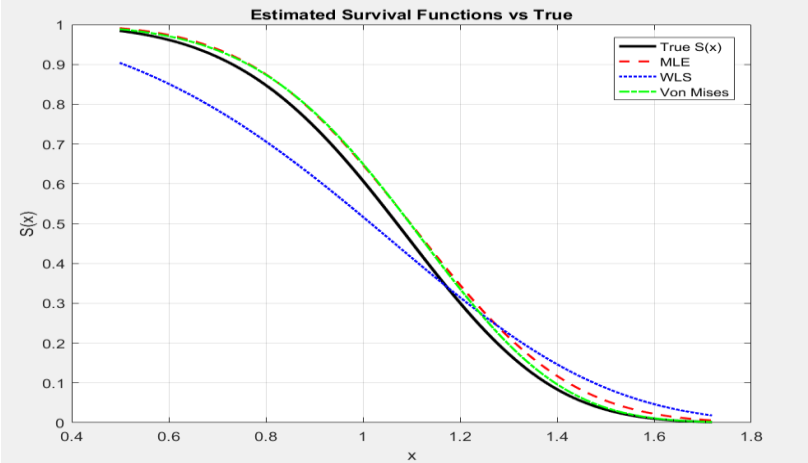
	MSE	٠.٠٠٢٦٢٣	٠.٠٦١٢٤	٠.٠٠٤٢٩٥
	Rank	١	٣	٢
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠٢٥١٣٩٩	٠.٠٠٠١٦٥٠٦٦	٠.٠٠٠١٨٩٦٣١
	$\sum Ranks$	٣(١)	٧(٢)	٨(٣)
١٠٠	$\hat{\theta}$	٠.٩٤٩١١٤	٠.٩٥٣٣٠٨	٠.٩٢٢٧٩٤
	MSE	٠.٠٠٢٤١٢	٠.٠٠٢٨٤٢	٠.٠٠٠٥٢
	Rank	٢	٣	١
	$\widehat{\lambda}$	١.٠٧١٥٤٢	١.٠٨٠٨٨١	١.٠٦٣٣١٣
	MSE	٠.٠٠٥١١٨	٠.٠٠٦٥٤٢	٠.٠٠٤٠٠٩
	Rank	٢	٣	١
	$\hat{\alpha}$	٠.٣٤٨٦٢٣	٠.٣٧٢٦٠٨	٠.٣٢٧٠٦٦
	MSE	٠.٠٢٢٩١٥	٠.٠١٦٢٢٩	٠.٠٢٩٩٠٦
	Rank	٢	١	٣
	$\sum MSE$	٠.٠٠٠٢٥١٠٠١	٠.٠٠٠٧٢٥٢٩١	٠.٠٠٠٤٧٧٦٤٨
	$\sum Ranks$	٦(٢)	٧(٣)	٥(١)
١٥٠	$\hat{\theta}$	٠.٩١١٩٠٢	٠.٨٨٢٤٠٢	٠.٩١٣٧٥١
	MSE	٠.٠٠٠١٤٢	٠.٠٠٠٣١	٠.٠٠٠١٨٩
	Rank	١	٣	٢
	$\widehat{\lambda}$	٠.٩٧٢٧٠١	٠.٩٦٥٢٥٨	١.٠٦٧٨٦
	MSE	٠.٠٠٠٧٤٥	٠.٠٠١٢٠٧	٠.٠٠٤٦٠٥
	Rank	١	٢	٣
	$\hat{\alpha}$	٠.٥٠٤٥٩١	٠.٣٩٤٩٥٢	٠.٣٧٤٣٦٧
	MSE	٢.١١E-٠٥	٠.٠١١٠٣٥	٠.٠١٥٧٨٤
	Rank	١	٢	٣
	$\sum MSE$	٤.٠١٩٣E-٠٥	٠.٠٠٠١٤٦١٣١	٧.٣٠٢٠٣E-٠٥
	$\sum Ranks$	٣(١)	٧(٢)	٨(٣)

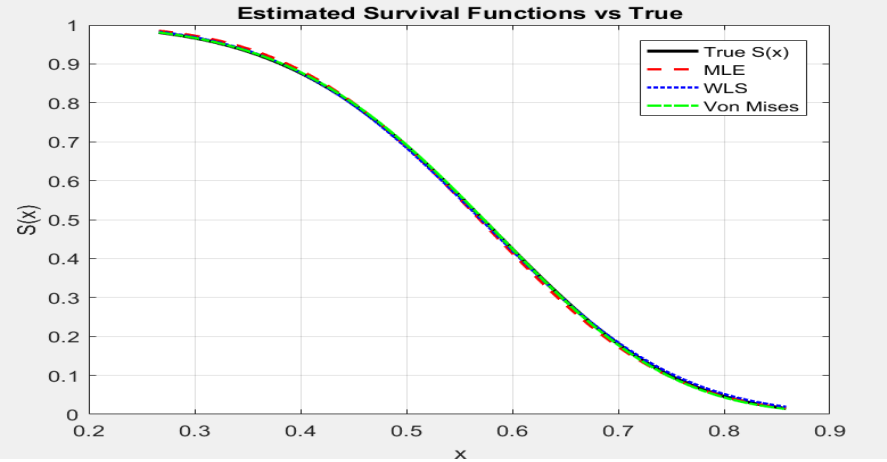
جدول (٦) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الاول

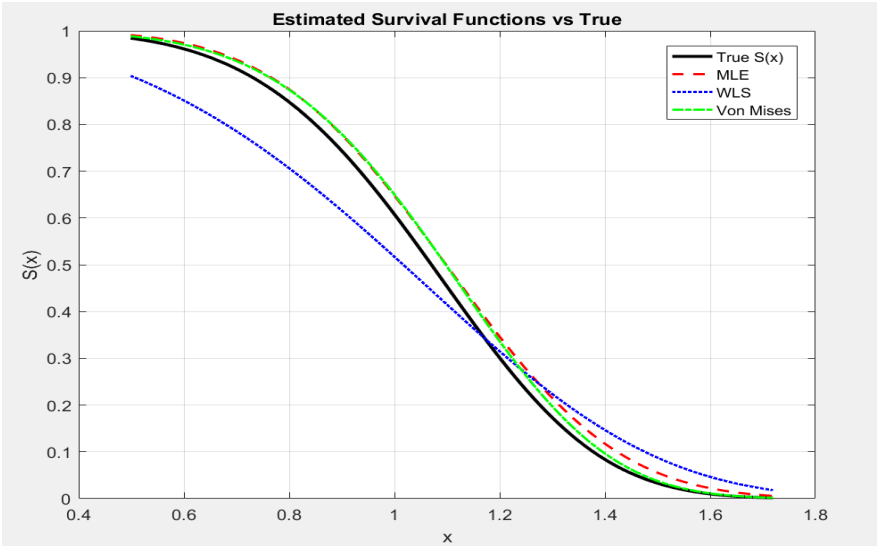
n		S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE
٥٠		٠.٨٠٥٣٢	٠.٩٥٦٩٨٩٦٤٢	٠.٠١٦٠٠٦٣١٦	٠.٩١٧٥٧٢٦٨٣	٠.٠٢٣٤١٠٦٤٣	٠.٩٥٣٣٠١٣١٦	٠.٠١٢٣١٧٩٩
		٠.٨٢٤٠٢٨	٠.٩٤٩١٨١٩٩٦	٠.٠١٧٠٠٨٦٥٦	٠.٩٠٧٠١٨٦٦١	٠.٠٢٥١٥٤٦٧٩	٠.٩٤٥١٧٤٢	٠.٠١٣٠٠٠٨٦
		٠.٨٤١٥٤١	٠.٩٤٠٣٤٠٣٦٨	٠.٠١٧٩٢٠٢٤٥	٠.٨٩٥٥٦٩٣١٩	٠.٠٢٦٨٥٠٨٠٤	٠.٩٣٦٠٢٤٧٤	٠.٠١٣٦٠٤٦١٧
		٠.٨٥٧٨٦٥	٠.٩٣٠٣٩١٠٦٢	٠.٠١٨٧١٨٤٦٧	٠.٨٨٣١٩٩٩٢٧	٠.٠٢٨٤٧٢٦٦٨	٠.٩٢٥٧٨٦١٣	٠.٠١٤١١٣٥٣٦
		٠.٨٧٣٠١٣	٠.٩١٩٢٦٤٥٤٤	٠.٠١٩٣٨١٢٧٦	٠.٨٦٩٨٩٠٥٦١	٠.٠٢٩٩٩٢٧٠٦	٠.٩١٤٣٩٦٠٢٦	٠.٠١٤٥١٢٧٥٨
		٠.٨٨٧٠٠٩	٠.٩٠٦٨٩٧٠٧	٠.٠١٩٨٨٧٨٢٢	٠.٨٥٥٦٢٦٦٧٣	٠.٠٣١٣٨٢٥٧٦	٠.٩٠١٧٩٨٠٠٥	٠.٠١٤٧٨٨٧٥٧
		٠.٨٩٩٨٨٣	٠.٨٩٣٢٣٢٣٧٤	٠.٠٢٠٢١٩١٠٦	٠.٨٤٠٣٩٩٦٢٦	٠.٠٣٢٦١٣٦٤٢	٠.٨٨٧٩٤٣٠٦٥	٠.٠١٤٩٢٩٧٩٦
		٠.٩١١٦٧٣	٠.٨٧٨٢٢٣٣٨٤	٠.٠٢٠٣٥٨٦٣٨	٠.٨٢٤٢٠٧٢١٣	٠.٠٣٣٦٥٧٥٣٣	٠.٨٧٢٧٩١١٣١	٠.٠١٤٩٢٦٣٨٥
		٠.٩٢٢٤٢	٠.٨٦١٨٣٣٩١٣	٠.٠٢٠٢٩٣٠٧١	٠.٨٠٧٠٥٤١٠٨	٠.٠٣٤٤٨٦٧٣٤	٠.٨٥٦٣١٢٥٣١	٠.٠١٤٧٧١٦٨٩
		٠.٩٣٢١٧٣	٠.٨٤٤٠٤٠٢٩٣	٠.٠٢٠٠١٢٧٨٤	٠.٧٨٨٩٥٢٢٨	٠.٠٣٥٠٧٥٢٢٩	٠.٨٣٨٤٨٩٤٠٤	٠.٠١٤٤٦١٨٩٥
		٠.٩٤٠٩٨٣	٠.٨٢٤٨٣٢٨٨٢	٠.٠١٩٥١٢٤٠٤	٠.٧٦٩٩٢١٣٢٢	٠.٠٣٥٣٩٩١٥٧	٠.٨١٩٣١٦٩٨٩	٠.٠١٣٩٩٦٥١
		MSE		**٠.٢٠٩٣١٨٧٨**		**٠.٣٣٦٤٩٦٣٧**		**٠.١٥٥٤٢٤٧٩٣**
		Rank		**٢**		**٣**		**١**
٧٥		٠.٩٣٢٢٨٣	٠.٩٨٣٣٨١٠٢٦	٠.٠٠١١٣١٨٤٩	٠.٩٨٢٢٣٢٤٤٩	٠.٠٠٢٢٨٠٤٢٥	٠.٩٨٢٤٩٨٨٧٨	٠.٠٠٢٠١٣٩٩٧
		٠.٩٤٠٣٣٨	٠.٩٨٠٢١٣١١٩	٠.٠٠١٤٠٦٤٣١	٠.٩٧٨٨٥٠١٠١	٠.٠٠٢٧٦٩٤٤٩	٠.٩٧٩١٧٨٧١٥	٠.٠٠٢٤٤٠٨٣٥
		٠.٩٤٧٦٥١	٠.٩٧٦٥٩٥٦٥٤	٠.٠٠١٧٢١٤٤٨	٠.٩٧٤٩٨٩٤٥٥	٠.٠٠٣٣٢٧٦٤٧	٠.٩٧٥٣٩٠٦٩٣	٠.٠٠٢٩٢٦٤١
		٠.٩٥٤٢٦٤	٠.٩٧٢٤٨٧٨٠٩	٠.٠٠٢٠٧٨٨٤	٠.٩٧٠٦٠٧٥٩٧	٠.٠٠٣٩٥٩٠٥٢	٠.٩٧١٠٩٢٩٣١	٠.٠٠٣٤٧٣٧١٧
		٠.٩٦٠٢١٩	٠.٩٦٧٨٤٧٨٩٤	٠.٠٠٢٤٨٠٠٢٧	٠.٩٦٥٦٦٠٨٤	٠.٠٠٤٦٦٧٠٨١	٠.٩٦٦٢٤٢٧٧١	٠.٠٠٤٠٨٥١٤٩
		٠.٩٦٥٥٦	٠.٩٦٢٦٣٣٦٩٦	٠.٠٠٢٩٢٥٨١٦	٠.٩٦٠١٠٥١١	٠.٠٠٥٤٥٤٤٠٢	٠.٩٦٠٧٩٧١٤٥	٠.٠٠٤٧٦٢٣٦٨
		٠.٩٧٠٣٢٨	٠.٩٥٦٨٠٢٨٦٤	٠.٠٠٣٤١٦٣٠١	٠.٩٥٣٨٩٦٣٧٨	٠.٠٠٦٣٢٢٧٨٨	٠.٩٥٤٧١٢٩٨١	٠.٠٠٥٥٠٦١٨٥
		٠.٩٧٤٥٦٧	٠.٩٥٠٣١٣٣٣١	٠.٠٠٣٩٥٠٧٦٩	٠.٩٤٦٩٩١١٢٩	٠.٠٠٧٢٧٢٩٧١	٠.٩٤٧٩٤٧٦٥٩	٠.٠٠٦٣١٦٤٤١
		٠.٩٧٨٣١٧	٠.٩٤٣١٢٣٧٨	٠.٠٠٤٥٢٧٦١٣	٠.٩٣٩٣٤٦٨٨٢	٠.٠٠٨٣٠٤٥١١	٠.٩٤٠٤٥٩٥	٠.٠٠٧١٩١٨٩٣
		٠.٩٨١٦٢	٠.٩٣٥١٩٤١٤٧	٠.٠٠٥١٤٤٢٥٦	٠.٩٣٠٩٢٢٧٤١	٠.٠٠٩٤١٥٦٦٣	٠.٩٣٢٢٠٨٢٩٣	٠.٠٠٨١٣٠١١١
		٠.٩٨٤٥١٣	٠.٩٢٦٤٨٦١٥١	٠.٠٠٥٧٩٧٠٩١	٠.٩٢١٦٧٩٩٧٧	٠.٠٠١٠٦٠٣٢٦٦	٠.٩٢٣١٥٥٨٥٥	٠.٠٠٩١٢٧٣٨٧
		MSE		**٠.٠٣٤٥٨٠٤٤**		**٠.٠٠٦٤٣٧٧٢٥**		**٠.٠٠٥٥٩٧٤٤٩٣**
		Rank		**١**		**٣**		**٢**
١٠٠		٠.٩٦٢٠٧٥	٠.٩٨٠٢٤٩٩٢٢	٠.٠٠٠٩٤١٣٤٦	٠.٩٧٠٢٥٣١٠٨	٠.٠٠١٩٤١٠٢٧٣	٠.٩٧٧٤٤٧٣٣٥	٠.٠٠١٢٢١٦٠٤٦

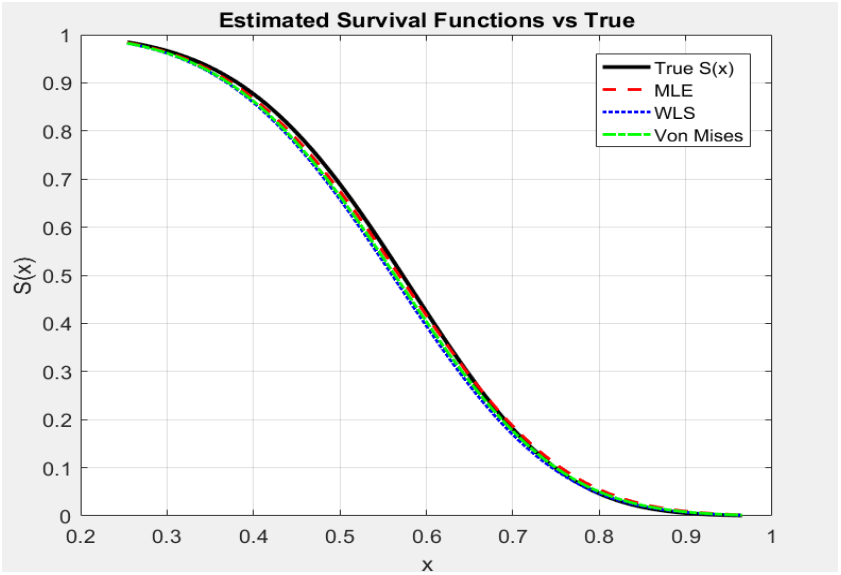
	٠.٠١٣٥٩١٤٩٣	٠.٩٧٤٤٢٩٨٦٤	٠.٠٢١٣٧١٧٢٧	٠.٩٦٦٦٤٩٦٣	٠.٠١٠٥١٤٣٠٧	٠.٩٧٧٥٠٧٠٥	٠.٩٦٦١٨
	٠.٠١٥٠٥٥٩٥٦	٠.٩٧١١٢٣٤٦٥	٠.٠٢٣٤٣٥٥٦٨	٠.٩٦٢٧٤٣٨٥٤	٠.٠١١٦٩١١١١	٠.٩٧٤٤٨٨٣١١	٠.٩٦٩٩٣٣
	٠.٠١٦٦٠٨٧٠٦	٠.٩٦٧٥١١٩٠٧	٠.٠٢٥٥٩٨٤١٧	٠.٩٥٨٥٢٢١٩٦	٠.٠١٢٩٤٣٧١٢	٠.٩٧١١٧٦٩	٠.٩٧٣٣٥٤
	٠.٠١٨٢٤٨٣٠٧	٠.٩٦٣٥٧٨٩٥	٠.٠٢٧٨٥٥٩٨٦	٠.٩٥٣٩٧١٢٧١	٠.٠١٤٢٧١٣٥٥	٠.٩٦٧٥٥٥٩٠٣	٠.٩٧٦٤٦٣
	٠.٠١٩٩٧٢٥٨٦	٠.٩٥٩٣٠٨٤٣٢	٠.٠٣٠٢٠٣٠٥	٠.٩٤٩٠٧٧٩٦٨	٠.٠١٥٦٧٢٦٥١	٠.٩٦٣٦٠٨٣٦٧	٠.٩٧٩٢٨١
	٠.٠٢١٧٧٨٥٨٨	٠.٩٥٤٦٨٤٣٥	٠.٠٣٢٦٣٣٤٢٥	٠.٩٤٣٨٢٩٥١٣	٠.٠١٧١٤٥٥٤٢	٠.٩٥٩٣١٧٣٩٦	٠.٩٨١٨٢٧
	٠.٠٢٣٦٦٢٥٥	٠.٩٤٩٦٩٠٩٥٢	٠.٠٣٥١٣٩٩٥٤	٠.٩٣٨٢١٣٥٤٨	٠.٠١٨٦٨٧٢٦٦	٠.٩٥٤٦٦٦٢٣٥	٠.٩٨٤١٢١
	٠.٠٢٥٦١٩٨٧٤	٠.٩٤٤٣١٢٨٣١	٠.٠٣٧٧١٤٤٩٩	٠.٩٣٢٢١٨٢٠٥	٠.٠٢٠٢٩٤٣٣٢	٠.٩٤٩٦٣٨٣٧٣	٠.٩٨٦١٧٩
	٠.٠٢٧٦٤٥١٠٧	٠.٩٣٨٥٣٥٠٢٤	٠.٠٤٠٣٤٧٩٤٧	٠.٩٢٥٨٣٢١٨٥	٠.٠٢١٩٦٢٤٩	٠.٩٤٤٢١٧٦٤١	٠.٩٨٨٠٢١
	٠.٠٢٩٧٣١٩٣	٠.٩٣٢٣٤٣١١٣	٠.٠٤٣٠٣٠٢١١	٠.٩١٩٠٤٤٨٣٣	٠.٠٢٣٦٨٦٧٢٤	٠.٩٣٨٣٨٨٣٢	٠.٩٨٩٦٦٣
	٠.٠٢٢٤١٣١١٤٣		٠.٠٣٣٦٧٤١٠٥		٠.٠١٧٦٢٨٢٩٥		MSE
	٢		٣		١		*Rank*
١٥٠	٠.٠٠٤٦٢٥٤١٣	٠.٩٩٠٣٤٥٧٠٣	٠.٠٠٠٥٩٩٩٩١٣	٠.٩٨٨٩٧١٢٠٤	٠.٠٠٣٠٧٥٥٦٧	٠.٩٩١٨٩٥٥٥	٠.٩٨٦٢٢٤
	٠.٠٠٠٥٠٢٩٧٧٤	٠.٩٨٩٣٥٢٥٦٨	٠.٠٠٠٦٥٠٢٤٠٨	٠.٩٨٧٨٧٩٩٣٤	٠.٠٠٣٣٦٣٥٩٣	٠.٩٩١٠١٨٧٤٩	٠.٩٨٧٤٣٣
	٠.٠٠٠٥٤٥٦٠٧٦	٠.٩٨٨٢٨٣٩٦٣	٠.٠٠٠٧٠٣٠٢٠٩	٠.٩٨٦٧٠٩٨٣	٠.٠٠٣٦٦٩١٧٤	٠.٩٩٠٠٧٠٨٦٦	٠.٩٨٨٥٥٦
	٠.٠٠٠٥٩٠٤٥٢٨	٠.٩٨٧١٣٦١٦٩	٠.٠٠٠٧٥٨٣٤١	٠.٩٨٥٤٥٧٢٨٧	٠.٠٠٣٩٩٢٦٤٦	٠.٩٨٩٠٤٨٠٥١	٠.٩٨٩٥٩٨
	٠.٠٠٠٦٣٧٥٢٧٢	٠.٩٨٥٩٠٥٣٩٢	٠.٠٠٠٨١٦٢٠٢٢	٠.٩٨٤١١٨٦٤٢	٠.٠٠٤٣٣٤٣٠١	٠.٩٨٧٩٤٦٣٦٣	٠.٩٩٠٥٦٣
	٠.٠٠٠٦٨٦٨٣٧٩	٠.٩٨٤٥٨٧٧٧٥	٠.٠٠٠٨٧٦٥٩٦٦	٠.٩٨٢٦٩٠١٨٧	٠.٠٠٤٦٩٤٣٨	٠.٩٨٦٧٦١٧٧٤	٠.٩٩١٤٥٦
	٠.٠٠٠٧٣٨٣٨٤٣	٠.٩٨٣١٧٩٤٠١	٠.٠٠٠٩٣٩٥٠٧٦	٠.٩٨١١٦٨١٦٧	٠.٠٠٥٠٧٣٠٧١	٠.٩٨٥٤٩٠١٧٣	٠.٩٩٢٢٨١
	٠.٠٠٠٧٩٢١٥٧٨	٠.٩٨١٦٧٦٢٩٥	٠.٠٠١٠٠٤٩٠٨٧	٠.٩٧٩٥٤٨٧٨٦	٠.٠٠٥٤٧٠٥٠٣	٠.٩٨٤١٢٧٣٧	٠.٩٩٣٠٤١
	٠.٠٠٠٨٤٨١٤١٨	٠.٩٨٠٠٧٤٤٣٤	٠.٠٠١٠٧٢٧٦٣٦	٠.٩٧٧٨٢٨٢١٦	٠.٠٠٥٨٨٦٧٤٦	٠.٩٨٢٦٦٩١٠٦	٠.٩٩٣٧٤
	٠.٠٠٠٩٠٦٣١٠٥	٠.٩٧٨٣٦٩٧٤٩	٠.٠٠١١٤٣٠٢٥٦	٠.٩٧٦٠٠٢٥٩٨	٠.٠٠٦٣٢١٨٠٣	٠.٩٨١١١١٠٥١	٠.٩٩٤٣٨٢
	٠.٠٠٠٩٦٦٦٢٩٣	٠.٩٧٦٥٥٨١٣٣	٠.٠٠١٢١٥٦٣٧٥	٠.٩٧٤٠٦٨٠٥	٠.٠٠٦٧٧٥٦٠٩	٠.٩٧٩٤٤٨٨١٧	٠.٩٩٤٩٧١
	٠.٠٠٢٦٧٧٥٦	٠.٠٠٢٧٨٠٢٣٥		٠.٠٠١٢٦٥٧٣٩		MSE	
	٢	٣		١		*Rank*	

الشكل (١) يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الأول وعند احجام العينات (١٥٠-١٠٠-٧٥-٥٠)


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x

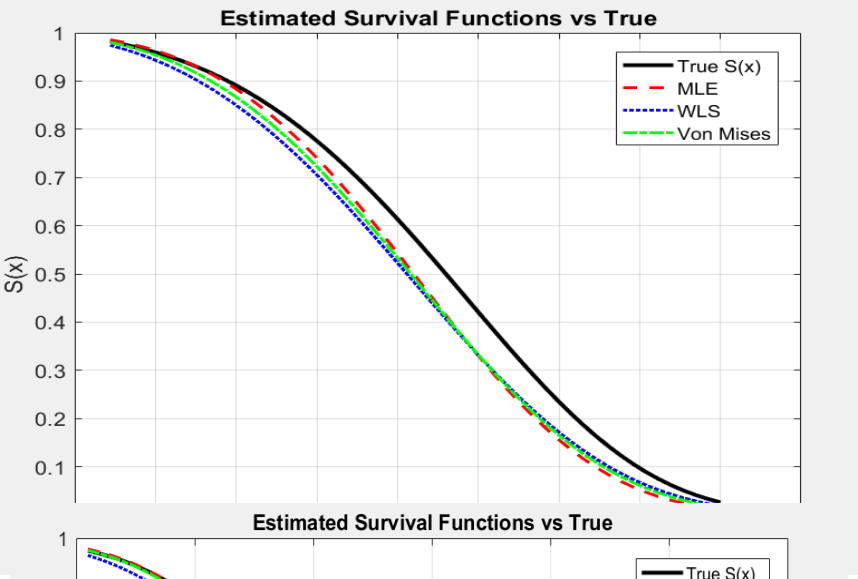

Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x

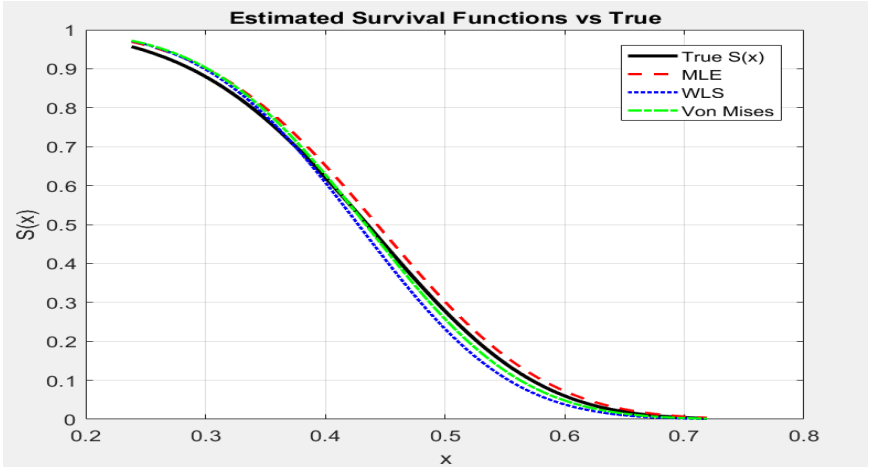
جدول (٧) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثاني

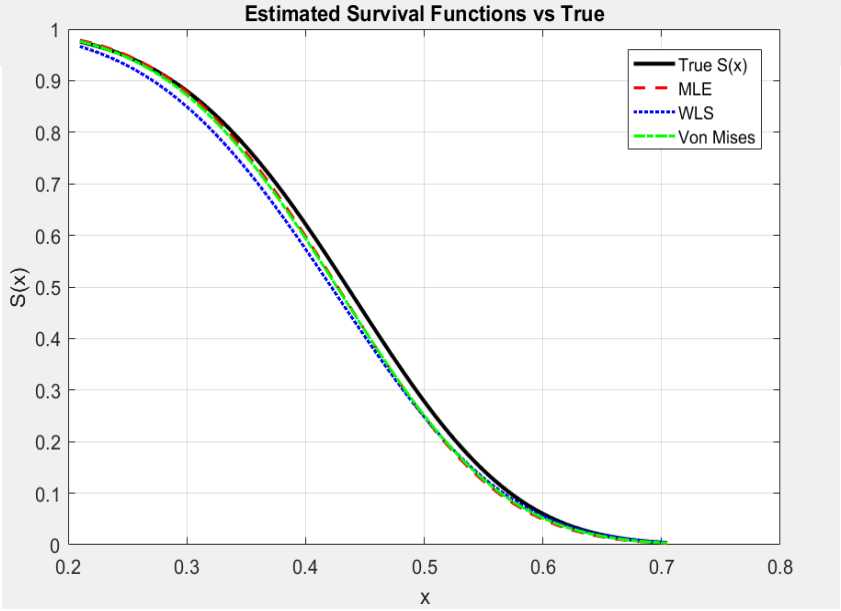
n	ti	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE
٥٠	٠.٢٨٣٩٨	٠.٩٥٦٦٩١٩٠٤	٠.٩٦٩٠٨٢٣٥	٠.٠١٢٣٩٠٤٤٧	٠.٩٧١٦٤٠٧٥	٠.٠١٤٩٤٨٨٤٦	٠.٩٧٢٢٨٣١٣	٠.٠١٥٥٩١٢٢٧
	٠.٣٤١٨٠١	٠.٩٥١١٢١٢٢٧	٠.٩٦٤٥٠٩٧٨١	٠.٠١٣٣٨٨٥٥٤	٠.٩٦٦٩٣٥٣٢٨	٠.٠١٥٨١٤١٠١	٠.٩٦٧٧٨٤٠٨٧	٠.٠١٦٦٦٢٨٦
	٠.٣٥٣٤٤٤	٠.٩٤٥٠٢٥٩١٥	٠.٩٥٩٤٣٢٦٧١	٠.٠١٤٤٠٦٧٥٦	٠.٩٦١٦٣٨٧١٢	٠.٠١٦٦١٢٧٩٧	٠.٩٦٢٧٣٢٣٠٩	٠.٠١٧٧٠٦٣٩٤
	٠.٣٩٩٩٠٣	٠.٩٣٨٣٧٧٨٥٢	٠.٩٥٣٨١٧٥١	٠.٠١٥٤٣٩٦٥٨	٠.٩٥٥٧٠٤٨٤٢	٠.٠١٧٣٢٦٩٨٩	٠.٩٥٧٠٨٥٥٤	٠.٠١٨٧٠٧٦٨٨
	٠.٤٠١١٦٩	٠.٩٣١١٤٩٥٧٢	٠.٩٤٧٦٣١٠٩	٠.٠١٦٤٨١٥١٧	٠.٩٤٩٠٨٧٧٩٧	٠.٠١٧٩٣٨٢٢٥	٠.٩٥٠٨٠١٥٧٩	٠.٠١٩٦٥٢٠٠٧
	٠.٤٣٢٠٧٤	٠.٩٢٣٣١٤٥٣١	٠.٩٤٠٨٤٠٨٣	٠.٠١٧٥٢٦٢٩٩	٠.٩٤١٧٤٢٣٥٥	٠.٠١٨٤٢٧٨٢٤	٠.٩٤٣٨٣٨٧٤٤	٠.٠٢٠٥٢٤٢١٢
	٠.٤٤٠٢٤٣	٠.٩١٤٨٤٧٣٩٧	٠.٩٣٣٤١٥١٣٨	٠.٠١٨٥٦٧٧٤٢	٠.٩٣٣٦٢٤٥٨٧	٠.٠١٨٧٧٧١٩	٠.٩٣٦١٥٦٣٨٢	٠.٠٢١٣٠٨٩٨٦
	٠.٤٨٠٩٩٩	٠.٩٠٥٧٢٤٣٥	٠.٩٢٥٣٢٣٧٨٣	٠.٠١٩٥٩٩٤٣٣	٠.٩٢٤٦٩٢٥٠٣	٠.٠١٨٩٦٨١٥٣	٠.٩٢٧٧١٥٤٢٣	٠.٠٢١٩٩١٠٧٣
	٠.٥١٢١٠٧	٠.٨٩٥٩٢٣٤٠٣	٠.٩١٦٥٣٨٢٨٧	٠.٠٢٠٦١٤٨٨٣	٠.٩١٤٩٠٦٧٣١	٠.٠١٨٩٨٣٣٢٧	٠.٩١٨٤٧٨٩٤٨	٠.٠٢٢٥٥٥٥٤٥
	٠.٥٢٩٣٤٥	٠.٨٨٥٤٢٤٧٢٤	٠.٩٠٧٠٣٢٣٣	٠.٠٢١٦٠٧٦٠٦	٠.٩٠٤٢٣١٢١٨	٠.٠١٨٨٠٦٤٩٤	٠.٩٠٨٤١٢٧٩٧	٠.٠٢٢٩٨٨٠٧٣
	٠.٥٧٨٠٦٦	٠.٨٧٤٢١٠٩٦٤	٠.٨٩٦٧٨٢١٦٧	٠.٠٢٢٥٧١٢٠٣	٠.٨٩٢٦٣٣٩٥٢	٠.٠١٨٤٢٢٩٨٨	٠.٨٩٧٤٨٦١٨١	٠.٠٢٣٢٧٥٢١٧
	MSE			**٠.١٩٢٥٩٤٠٩٨**		**٠.١٩٥٠٢٦٩٣٤**		**٠.٢٢٠٩٦٣٢٨٢**
	Rank			**١**		**٢**		**٣**
٧٥	٠.٣٥٧٧٨١	٠.٩٩٠٦١٤٦٤٢	٠.٩٩٤٣٩٤٧١	٠.٠٠٠٣٧٨٠٠٦٩	٠.٩٦٨٢٧٠٣٢٥	٠.٠٠٢٢٣٤٤٣١٧	٠.٩٩٤٣٧٩٠١٧	٠.٠٠٠٣٧٦٤٣٧٥
	٠.٣٥٩٩٦٥	٠.٩٨٧٩١٩١١	٠.٩٩٢٤٨١٨٤٧	٠.٠٠٠٤٥٦٢٧٣٧	٠.٩٦٢٧٢٩٧٢٢	٠.٠٠٢٥١٨٩٣٨٩	٠.٩٩٢٤٦٧٥٤٩	٠.٠٠٠٤٥٤٨٤٣٩
	٠.٣٧٠٤١١	٠.٩٨٤٦٤٩٥١	٠.٩٩٠٠٦٥١٣٤	٠.٠٠٠٥٤١٥٦٢٤	٠.٩٥٦٥٣٥٩٠٢	٠.٠٠٢٨١١٣٦٠٨	٠.٩٩٠٠٥٦٥٩٢	٠.٠٠٠٥٤٠٧٠٨٢
	٠.٣٧١٦٥٥	٠.٩٨٠٧٢٤١٤٢	٠.٩٨٧٠٤٩١١٦	٠.٠٠٠٦٣٢٤٩٧٤	٠.٩٤٩٦٤١٦٨٧	٠.٠٠٣١٠٨٢٤٥٤	٠.٩٨٧٠٥٢٧٣٢	٠.٠٠٠٦٣٢٨٥٩١
	٠.٣٧٧١١	٠.٩٧٦٠٥٦٢٨٩	٠.٩٨٣٣٢٨٠٢	٠.٠٠٠٧٢٧١٧٣٢	٠.٩٤١٩٩٨٣٨٦	٠.٠٠٣٤٠٥٧٩٠٣	٠.٩٨٣٣٥٢٦	٠.٠٠٠٧٢٩٦٣١١
	٠.٣٩٣٩٣١	٠.٩٧٠٥٥٤٩٤٥	٠.٩٧٨٧٨٦١٣٩	٠.٠٠٠٨٢٣١١٩٥	٠.٩٣٣٥٥٥٩٦٩	٠.٠٠٣٦٩٩٨٩٧٥	٠.٩٧٨٨٤٣٢٠٢	٠.٠٠٠٨٢٨٨٢٥٨
	٠.٤١٠٩٤٤	٠.٩٦٤١٢٥٧٥٤	٠.٩٧٣٢٩٨٥٩٩	٠.٠٠٠٩١٧٢٨٤٥	٠.٩٢٤٢٦٣٣٠٣	٠.٠٠٣٩٨٦٢٤٥١	٠.٩٧٣٤٠٢٦٠٣	٠.٠٠٠٩٢٧٦٨٤٩
	٠.٤٤٣٤٨٦	٠.٩٥٦٦٧٢١٧٢	٠.٩٦٦٧٣٢٥٦٦	٠.٠٠١٠٠٦٠٣٩٤	٠.٩١٤٠٦٨٤٤٢	٠.٠٠٤٢٦٠٣٧٣	٠.٩٦٦٩٠٠٩٩١	٠.٠٠١٠٢٢٨٨١٩
	٠.٤٥٢٠٢٥	٠.٩٤٨٠٩٦٨٦٣	٠.٩٥٨٩٤٨٩٤٥	٠.٠٠١٠٨٥٢٠٨٢	٠.٩٠٢٩١٩٠٠١	٠.٠٠٤٥١٧٧٨٦٢	٠.٩٥٩٢٠٢٢	٠.٠٠١١١٠٥٣٣٧
	٠.٤٧٧٨٧٨	٠.٩٣٨٣٠٣٣٢١	٠.٩٤٩٨٠٤٥٩٩	٠.٠٠١١٥٠١٢٧٨	٠.٨٩٠٧٦٢٥٩٥	٠.٠٠٤٧٥٤٠٧٢٥	٠.٩٥٠١٦٥٧٠٥	٠.٠٠١١٨٦٢٣٨٤
	٠.٥٧٥٩٨٢	٠.٩٢٧١٩٧٧٢٣	٠.٩٣٩١٥٥١٢٤	٠.٠٠١١٩٥٧٤	٠.٨٧٧٥٤٧٣٨٩	٠.٠٠٤٩٦٥٠٣٣٤	٠.٩٣٩٦٤٩١٣٦	٠.٠٠١٢٤٥١٤١٣
	MSE			**٠.٠٠٨٩١٣٠٣٣**		**٠.١٠٢٦٢١٧٤٨**		**٠.٠٠٩٠٥٥٧٨٥٨**
	Rank			**١**		**٣**		**٢**
١٠٠	٠.٢٩٩٧٨٧	٠.٩٩٠١٢٩٩٧٣	٠.٩٩٤٥١٣٥٩٤	٠.٠٠٠٤٣٨٣٦٢١	٠.٩٩٣٤٠٦٧٥٣	٠.٠٠٠٣٢٧٦٧٨	٠.٩٩٤١٦٣٩٨٣	٠.٠٠٠٤٠٣٤٠١

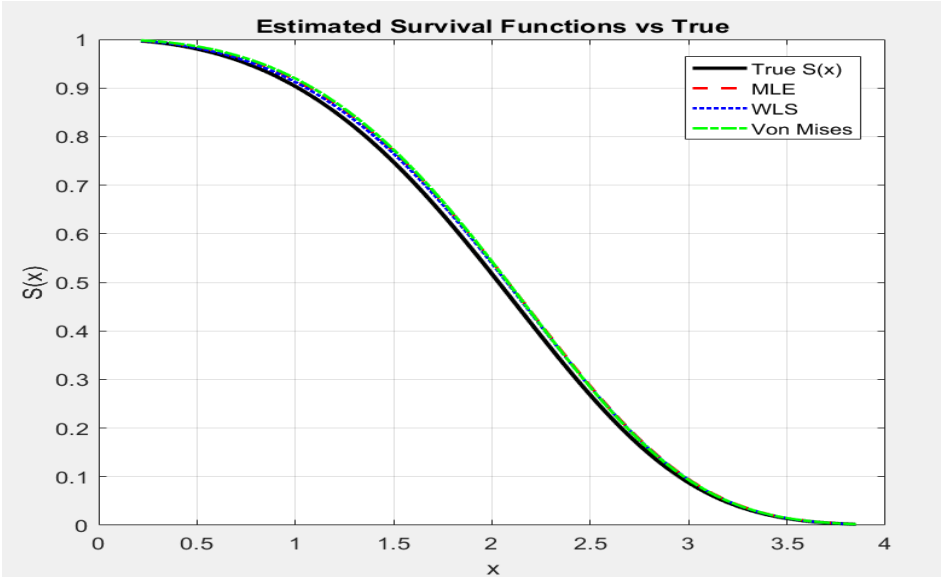
	٠.٣٤٦٨٤	٠.٩٨٨٨٢٩٠١٤	٠.٩٩٣٦٨٨٣٢١	٠.٠٠٠٤٨٥٩٣٠٧	٠.٩٩٢٤٤٣٧٧٢	٠.٠٠٠٣٦١٤٧٥٨	٠.٩٩٣٢٩٠٥٣٥	٠.٠٠٠٤٤٦١٥٢١
	٠.٣٥٨٠٨٣	٠.٩٨٧٣٩٦٨٢٢	٠.٩٩٢٧٦٤٧٨٤	٠.٠٠٠٥٣٦٧٩٦٣	٠.٩٩١٣٧٠٥٨	٠.٠٠٠٣٩٧٣٧٥٨	٠.٩٩٢٣١٣٩٨٦	٠.٠٠٠٤٩١٧١٦٥
	٠.٣٧٥٩٢٥	٠.٩٨٥٨٢٤٢٠٧	٠.٩٩١٧٣٤٣٠٥	٠.٠٠٠٥٩١٠٠٩٨	٠.٩٩٠١٧٨٠١١	٠.٠٠٠٤٣٥٣٨٠٤	٠.٩٩١٢٢٥٣٨٣	٠.٠٠٠٥٤٠١١٧٦
	٠.٣٨٣٨٩٦	٠.٩٨٤١٠١٦٦٩	٠.٩٩٠٥٨٧٧٢٥	٠.٠٠٠٦٤٨٦٠٥٦	٠.٩٨٨٨٥٦٤٥٧	٠.٠٠٠٤٧٥٤٧٨٨	٠.٩٩٠٠١٥٣٠٢	٠.٠٠٠٥٩١٣٦٣٤
	٠.٣٨٤٣٣٥	٠.٩٨٢٢١٩٤٠٥	٠.٩٨٩٣١٥٤٠٩	٠.٠٠٠٧٠٩٦٠٠٤	٠.٩٨٧٣٩٥٨٧٢	٠.٠٠٠٥١٧٦٤٦٧	٠.٩٨٨٦٧٣٨٥	٠.٠٠٠٦٤٥٤٤٤٥
	٠.٤٤٩٣١١	٠.٩٨٠١٦٧٣٣٢	٠.٩٨٧٩٠٧٢٤١	٠.٠٠٠٧٧٣٩٩٠٨	٠.٩٨٥٧٨٥٧٧٨	٠.٠٠٠٥٦١٨٤٤٦	٠.٩٨٧١٩٠٦٦٨	٠.٠٠٠٧٠٢٣٣٣٥
	٠.٤٨٢٤٦٩	٠.٩٧٧٩٣٥١٠٤	٠.٩٨٦٣٥٢٦٣١	٠.٠٠٠٨٤١٧٥٢٧	٠.٩٨٤٠١٥٢٨	٠.٠٠٠٦٠٨٠١٧٦	٠.٩٨٥٥٥٤٩٣٩	٠.٠٠٠٧٦١٩٨٣٥
	٠.٥٣٧٠١٧	٠.٩٧٥٥١٢١٣٢	٠.٩٨٤٦٤٠٥٢٢	٠.٠٠٠٩١٢٨٣٩	٠.٩٨٢٠٧٣٠٧٥	٠.٠٠٠٦٥٦٠٩٤٢	٠.٩٨٣٧٥٥٤٠١	٠.٠٠٠٨٢٤٣٢٦٨
	٠.٥٦٧٠٧١	٠.٩٧٢٨٨٧٦١٦	٠.٩٨٢٧٥٩٣٩٨	٠.٠٠٠٩٨٧١٧٨٢	٠.٩٧٩٩٤٧٤٧٣	٠.٠٠٠٧٠٥٩٨٥٨	٠.٩٨١٧٨٠٣٥٤	٠.٠٠٠٨٨٩٢٧٣٩
	٠.٥٧٠٦٩١	٠.٩٧٠٠٥٠٥٦٤	٠.٩٨٠٦٩٧٢٩٩	٠.٠٠١٠٦٤٦٧٣٥	٠.٩٧٧٦٢٦٤٢١	٠.٠٠٠٧٥٧٥٨٥٦	٠.٩٧٩٦١٧٦٨٧	٠.٠٠٠٩٥٦٧١٢٣
	MSE			٠.٠٧٢٩٠٧٣٩١		٠.٠٥٨٠٤٥٦٣٣		٠.٠٧٩٥٢٨٢٥١
	Rank			١		٣		٢
١٥٠	٠.٣٤٠٠٤٦	٠.٩٩٦٨٢٣١٣٧	٠.٩٩٧٥٩٧٢٦٧	٠.٠٠٠٠٧٧٤١٣	٠.٩٩٧١٧٤١٨٧	٠.٠٠٠٠٣٥١٠٥	٠.٩٩٨٠٢٨٧١٤	٠.٠٠٠١٢٠٥٥٧٧
	٢.٢٩٣٧٩٤	٠.٩٩٦٠١١٢١٦	٠.٩٩٦٩٥٩٠٨٨	٠.٠٠٠٠٩٤٧٨٧٢	٠.٩٩٦٤٥٦٠٣	٠.٠٠٠٠٤٤٤٨١٤	٠.٩٩٧٤٧٥٢٣٢	٠.٠٠٠١٤٦٤٠١٦
	٢.٣٩٠٠٦٥	٠.٩٩٥٠٩٦٥٤٣	٠.٩٩٦٢٣٤٢٣٨	٠.٠٠٠١١٣٧٦٩٥	٠.٩٩٥٦٤٦٧٧٧	٠.٠٠٠٠٥٥٠٢٣٣	٠.٩٩٦٨٣٩٩٣	٠.٠٠٠١٧٤٣٣٨٧
	٢.٥٢٤٧٩٨	٠.٩٩٤٠٧٦٠٥٤	٠.٩٩٥٤١٩٣٦	٠.٠٠٠١٣٤٣٣٠٦	٠.٩٩٤٧٤٣٤٢٤	٠.٠٠٠٠٦٦٧٣٧	٠.٩٩٦١١٨٩٦٧	٠.٠٠٠٢٠٤٢٩١٣
	٢.٥٦٥٥٩٣	٠.٩٩٢٩٤٦٦٥٨	٠.٩٩٤٥١١٠٧٦	٠.٠٠٠١٥٦٤٤١٧	٠.٩٩٣٧٤٢٩٢٣	٠.٠٠٠٠٧٩٦٢٦٥	٠.٩٩٥٣٠٨٥١	٠.٠٠٠٢٣٦١٨٥٢
	٢.٦٠٩٨٩٢	٠.٩٩١٧٠٥٢٤٥	٠.٩٩٣٥٠٥٩٩	٠.٠٠٠١٨٠٠٧٤٥	٠.٩٩٢٦٤٢١٨٧	٠.٠٠٠٠٩٣٦٩٤٢	٠.٩٩٤٤٠٤٧٢٣	٠.٠٠٠٢٦٩٩٤٧٨
	٢.٦٣٩٠١	٠.٩٩٠٣٤٨٦٨٤	٠.٩٩٢٤٠٠٦٨٦	٠.٠٠٠٢٠٥٢٠٠٢	٠.٩٩١٤٣٨٠٨٩	٠.٠٠٠١٠٨٩٤٠٦	٠.٩٩٣٤٠٣٧٦٧	٠.٠٠٠٣٠٥٥٠٨٤
	٢.٦٩٢٣٧٩	٠.٩٨٨٨٧٣٨٢٦	٠.٩٩١١٩١٧٢٤	٠.٠٠٠٢٣١٧٨٩٨	٠.٩٩٠١٢٧٤٧٢	٠.٠٠٠١٢٥٣٦٤٧	٠.٩٩٢٣٠١٧٩٥	٠.٠٠٠٣٤٢٧٩٦٩
	٢.٩٩٦٨٠٣	٠.٩٨٧٢٧٧٥١	٠.٩٨٩٨٧٥٦٤٥	٠.٠٠٠٢٥٩٨١٣٥	٠.٩٨٨٧٠٧١٤٨	٠.٠٠٠١٤٢٩٦٣٩	٠.٩٩١٠٩٤٩٤٨	٠.٠٠٠٣٨١٧٤٣٨
	٣.٠٢٩٩٦٥	٠.٩٨٥٥٥٦٥٦٢	٠.٩٨٨٤٤٨٩٧١	٠.٠٠٠٢٨٩٢٤٠٩	٠.٩٨٧١٧٣٩٠٢	٠.٠٠٠١٦١٧٣٤	٠.٩٨٩٧٧٩٣٥٦	٠.٠٠٠٤٢٢٢٧٩٥
	٣.٤١٠٦١٩	٠.٩٨٣٧٠٧٨٠١	٠.٩٨٦٩٠٨٢٠٦	٠.٠٠٠٣٢٠٠٤٠٥	٠.٩٨٥٥٢٤٤٩٤	٠.٠٠٠١٨١٦٦٩٣	٠.٩٨٨٣٥١١٤١	٠.٠٠٠٤٦٤٣٣٤
	MSE			٠.٠٢٠٦٢٩٠١٤		٠.٠١٠٩٥٣٣٩٩		٠.٠٣٠٦٨٣٨٤٩
	Rank			٢		١		٣

الشكل (٢) يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثاني وعند احجام العينات (١٥٠-١٠٠-٧٥-٥٠)


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x

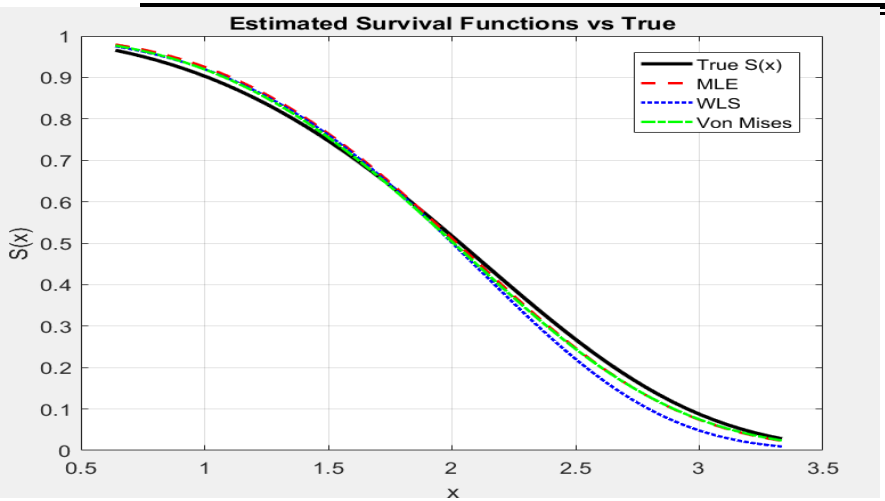

Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x

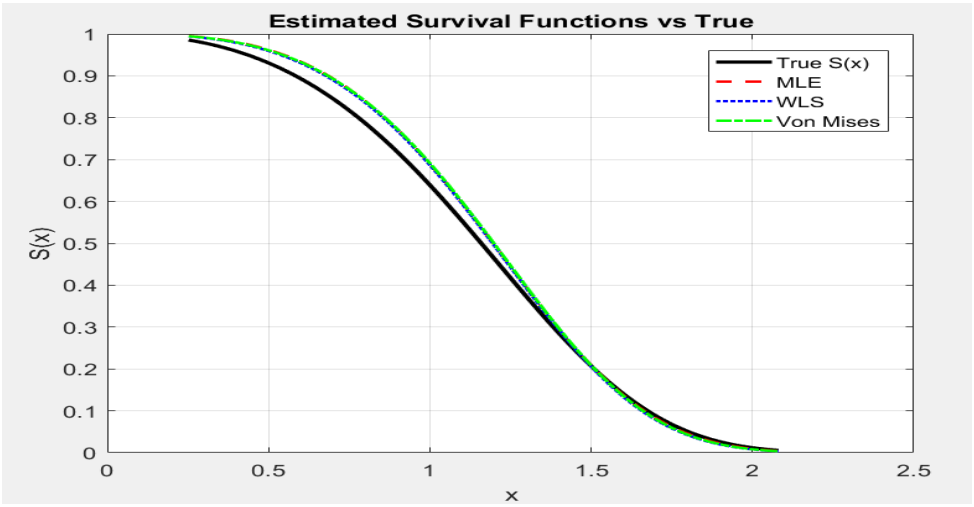
جدول (٨) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الثالث

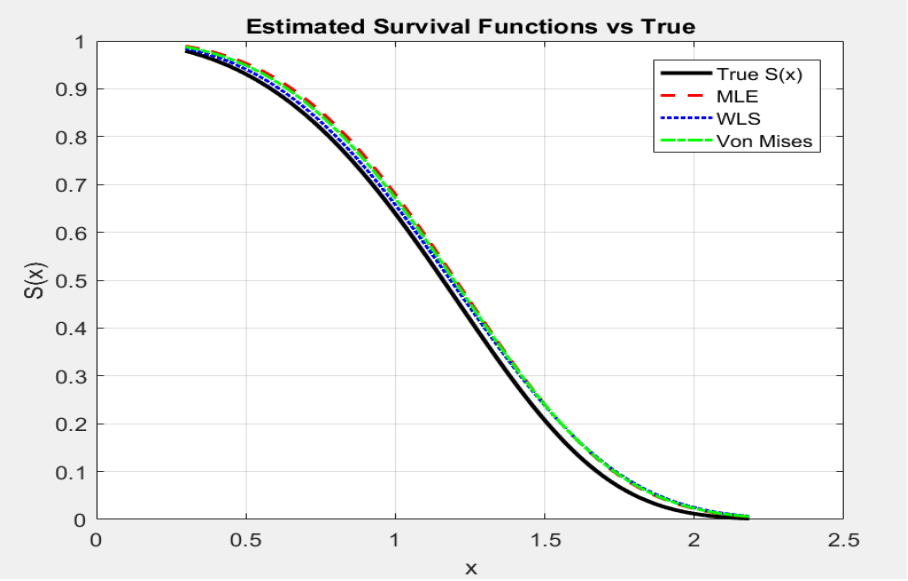
n	ti	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE
٥٠	٠.١١٩٦٠٣٠٤٤	٠.٩٧١٤٠٥٥٤٧	٠.٩٧٥٣٧٧٩٢٩	٠.٠٠٠٣٩٧٢٣٨٣	٠.٩٧٥٣٥١٢٦٨	٠.٠٠٠٣٩٤٥٧٢١	٠.٥٦٢٥٠٤٦١٩	٠.٤٠٨٩٠٠٩٢٨
	٠.٢٠٠١٢٩٩٥٩	٠.٩٧٥٠٨٩٧٥٣	٠.٩٧٨١٧٥٦٨٨	٠.٠٠٠٣٠٨٥٩٣٥	٠.٩٨٠٠٢٩٣٣	٠.٠٠٠٤٩٣٩٥٧٧	٠.٥٤٧٣٥٦٥١١	٠.٠ ٢٧٧٣٣٢٤٢
	٠.٢١٥٧٠٤٩٠٨	٠.١٠٦١٢٧١١٥	٠.٠٨٣٢٦٤٦٦٣	٠.٠٢٢٨٦٢٤٥٢	٠.١٠٤٦٦١٢٦٤	٠.٠٠٠١٤٦٥٨٥١	٠.٠٢٩٩٦٧٥١٢	٠.٠٧٦١٥٩٦٠٣
	٠.٢٦٧١٩٧٨٧٦	٠.٨٣٥٢٧٧٠١٨	٠.٨٣٨٧٨٦٣٩٣	٠.٠٠٠٣٥٠٩٣٧٥	٠.٨٤٦٧٦٣٩٠٤	٠.٠١١٤٨٦٨٨٦	٠.٣٣٦٢٦٥٩٧٦	٠.٠٤٩٩٠١١٠٤
	٠.٤٩٦٦٨٥٨	٠.٢٥٣٠٩٨٢٩٤	٠.٢٢٤٠٧٢٧٣٢	٠.٠٢٩٠٢٥٥٦١	٠.٢٥٥٨٣٦١٢	٠.٠٠٢٧٣٧٨٢٦	٠.٠٦٨٢٦١٢١٢	٠.٠ ٨٤٨٣٧٠٨١
	٠.٥٩٢٣٣١٥٨٩	٠.٠٦٣٤٦٤٠٩٤	٠.٠٤٦١٨٥٤٦٧	٠.٠١٧٢٧٨٦٢٧	٠.٠٦١٤٤٣٨٥٥	٠.٠٠٢٠٢٠٢٣٩	٠.٠١٩١٥١٨١٩	٠.٠٤٤٣١٢٢٧٥
	٠.٦٣٩٣٩١٥١٩	٠.٠٢٨٢٥٣٥٥١	٠.٠٢٣٠٠٩٦١٥	٠.٠٠٥٢٤٣٩٣٦	٠.٠٠٠٩٢٥٣٧٥	٠.٠١٨٩٩٩٨٠٢	٠.٠٢٣٩٢٢٠٠٢	٠.٠٠٤٣٣١٥٤٩
	٠.٧٢٤٠٢٠٢١٦	٠.٨٢٠٠٨١٩٠١	٠.٨٤٢٢١٩٤٨٧	٠.٠٢٢١٣٧٥٨٦	٠.٨٣٧٨٢٤٢٩٩	٠.٠١٧٧٤٢٣٩٧	٠.٨٣٣٨٩٨١٢٦	٠.٠١٣٨١٦٢٢٥
	٠.٧٥٥٧٤٩٥٨٥	٠.٩٣٢١٨٨٠٤٢	٠.٩٥١٩٣٥٣٢٥	٠.٠١٩٧٤٧٢٨٣	٠.٩٤٦٦٢١٥٢٩	٠.٠١٤٤٣٣٤٨٨	٠.٩٤٧٤١٣٥٨٨	٠.٠١٥٢٢٥٥٤٦
	٠.٨٠٦٣١٦٨٤٦	٠.٧٤٠٦٧٠٠٣٨	٠.٧٣٨٨٤٢١٧٣	٠.٠٠١٨٢٧٨٦٥	٠.٧٥٣٦٣٦٨٦١	٠.٠١٢٩٦٦٨٢٣	٠.٢٦٣٤٢١٠٦٥	٠.٠٤٧٧٢٤٨٩٧
	٠.٩١٤٥٦٧١٠٢	٠.٩٩٧٤٦٥٣٢٢	٠.٩٩٨١٩٤٤٩٦	٠.٠٠٠٧٢٩١٧٣	٠.٩٩٨٠٠٩٦٣٤	٠.٠٠٠٠٥٤٤٣١٢	٠.٧٦٠٠٢٧٢٣٨	٠.٠٠٢٣٧٤٣٨٠٨
	MSE			٠.٠١٢٩٤٢٠١٧٦		٠.٠٠٩١٢٨٢٩٢٢		٠.٣٧٧٣٦٢١٣٣
	Rank			٢		١		٣
٧٥	٠.١٤٦٧١٤٩٤٢	٠.٩٧٩٠٦٠٧٨٣	٠.٩٨٩٣٠٨٨١٢	٠.٠١٠٢٤٨٠٢٨	٠.٩٨٤٣٨٨٤٣٣	٠.٠٠٠٥٣٢٧٦٥	٠.٩٨٧٥٧٧١٧٩	٠.٠٠٠٨٥١٦٣٩٦
	٠.٢٩٧٢٩٥٧٩٧	٠.٩٧٥٩١٦٤٦٩	٠.٩٨٧٢٧٦١٠٢	٠.٠١١٣٥٩٦٣٣	٠.٩٨١٧١٨٩١	٠.٠٠٠٥٨٠٢٤٤١	٠.٩٨٥٣١٠٤١٤	٠.٠٠٠٩٣٩٣٩٤٤
	٠.٣٠٦٤٧٧١٨١	٠.٩٧٢٥٠٥٣٩٩	٠.٩٨٥٠٠٣٦٨٤	٠.٠١٢٤٩٨٢٨٤	٠.٩٧٨٧٨١١٣٣	٠.٠٠٠٦٢٧٥٧٣٣	٠.٩٨٢٧٩٢١٦٣	٠.٠١٠٢٨٦٧٦٣
	٠.٣١٠٦٥٢٢٥٩	٠.٩٦٨٨١٩٠٣٣	٠.٩٨٢٤٧٨٣٩	٠.٠١٣٦٥٩٣٥٧	٠.٩٧٥٥٦٤٥٨٦	٠.٠٠٠٦٧٤٥٥٥٣	٠.٩٨٠٠١٠١٩٩	٠.٠١١١٩١١٦٦
	٠.٣٢٥٣٥١٤٦١	٠.٩٦٤٨٤٨٨٨٧	٠.٩٧٩٦٨٧١٣٢	٠.٠١٤٨٣٨٢٤٦	٠.٩٧٢٠٥٨٩٨٤	٠.٠٠٠٧٢١٠٠٩٨	٠.٩٧٦٩٥٢٤٤٢	٠.٠١٢١٠٣٥٥٥
	٠.٤٣٦٤٧٤٣٢٨	٠.٩٦٠٥٨٦٥٦	٠.٩٧٦٦١٦٩٣١	٠.٠١٦٠٣٠٣٧٢	٠.٩٦٨٢٥٤٣	٠.٠٠٠٧٦٦٧٧٤	٠.٩٧٣٦٠٦٩٩٢	٠.٠١٣٠٢٠٤٣٢
	٠.٤٤٣٣٩٦٥٤	٠.٩٥٦٠٢٣٧٦١	٠.٩٧٣٢٥٤٩٥٧	٠.٠١٧٢٣١١٩٦	٠.٩٦٤١٤٠٧٨٧	٠.٠٠٠٨١١٧٠٢٦	٠.٩٦٩٩٦٢١٦١	٠.٠١٣٩٣٨٤
	٠.٥٦٧٥٠٣	٠.٩٥١١٥٢٣٣٨	٠.٩٦٩٥٨٨٥٧	٠.٠١٨٤٣٦٢٣٢	٠.٩٥٩٧٠٩٠١٧	٠.٠٠٠٨٥٥٦٦٧٩	٠.٩٦٦٠٠٦٥١١	٠.٠١٤٨٥٤١٧٤
	٠.٦٠١٥٢٩٤	٠.٩٤٥٩٦٤٣٠٢	٠.٩٦٥٦٠٥٣٦١	٠.٠١٩٦٤١٠٥٩	٠.٩٥٤٩٤٩٩٠٤	٠.٠٠٠٨٩٨٥٦٠٢	٠.٩٦١٧٢٨٨٩٢	٠.٠١٥٧٦٤٥٩
	٠.٦١٤٤٤٧٩٣	٠.٩٤٠٤٥١٨٦٩	٠.٩٦١٢٩٣٢٠١	٠.٠٢٠٨٤١٣٣٢	٠.٩٤٩٨٥٤٧٤٧	٠.٠٠٠٩٤٠٢٨٧٨	٠.٩٥٧١١٨٤٨١	٠.٠١٦٦٦٦٦١٢
	٠.٦٣٥٤٤١٢٠٧	٠.٩٣٤٦٠٧٤٨٤	٠.٩٥٦٦٤٠٢٨٨	٠.٠٢٢٠٣٢٨٠٤	٠.٩٤٤٤١٥٢٦١	٠.٠٠٠٩٨٠٧٧٧٧	٠.٩٥٢١٦٤٨٣٢	٠.٠١٧٥٥٧٣٤٨
				٠.٠١١٦٨١٦٥٤٣		٠.٠٠٨٣٨٩٩١٧٧		٠.١٤٣٢٩٣٣٨
				٢		١		٣
١٠٠	٠.٢٢٨٨٩٤٤٦٤	٠.٩٨٨٢٨٢٨٩٤	٠.٩٩١١٧٢٢٤٤	٠.٠٠٠٢٨٨٩٣٥	٠.٩٨٩٩٦٤٩٣	٠.٠٠٠١٦٨٢٠٣٦	٠.٩٩٠٥٧٩٩٥٤	٠.٠٠٠٢٢٩٧٠٦

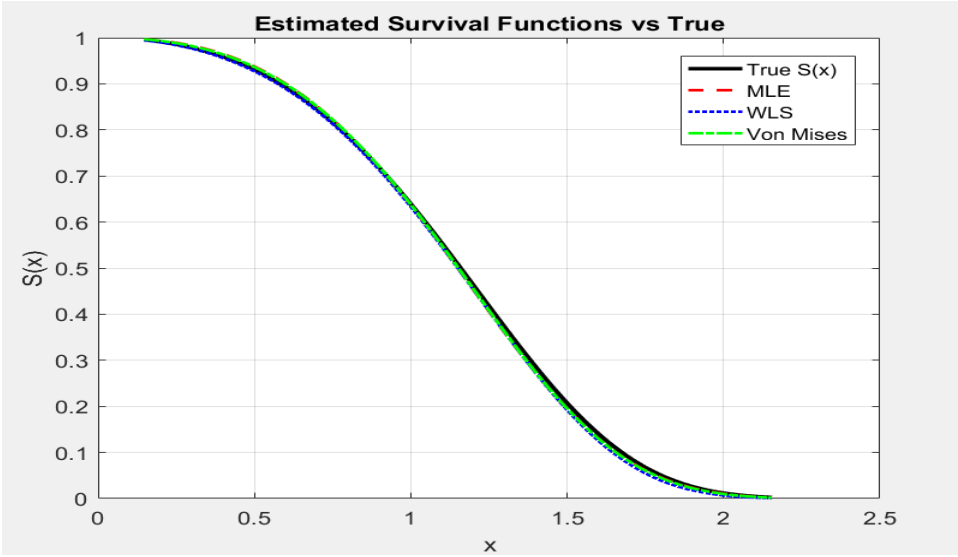
	٠.٢٥٢٠٧١٣٥٢	٠.٩٨٥٦٤٨٢٨٤	٠.٩٨٨٩٢٥٤٥٧	٠.٠٠٠٣٢٧٧١٧٣	٠.٩٨٧٥٧٨٤٧	٠.٠٠٠١٩٣٠١٨٦	٠.٩٨٨٢٩٨١٩٨	٠.٠٠٠٢٦٤٩٩١٥
	٠.٣١٨٠٦٨٧٩١	٠.٩٨٢٦٩٥٦٣٧	٠.٩٨٦٣٥٨٩٦٤	٠.٠٠٠٣٦٦٣٣٢٧	٠.٩٨٤٨٨١٣١٢	٠.٠٠٠٢١٨٥٦٧٥	٠.٩٨٥٧١١٣٢٧	٠.٠٠٠٣٠١٥٦٩١
	٠.٣٢٤٧٦٥٣٦٣	٠.٩٧٩٤١١٦٤٦	٠.٩٨٣٤٥٦٢٤	٠.٠٠٠٤٠٤٤٥٩٤	٠.٩٨١٨٥٩٠٣٩	٠.٠٠٠٢٤٤٧٣٩٣	٠.٩٨٢٨٠٤٤٦١	٠.٠٠٠٣٣٩٢٨١٥
	٠.٣٥٧٩٦٤٤٨٣	٠.٩٧٥٧٨٢٩٨٤	٠.٩٨٠٢٠١١١	٠.٠٠٠٤٤١٨١٢٦	٠.٩٧٨٤٩٧٣٢٤	٠.٠٠٠٢٧١٤٣٣٩	٠.٩٧٩٥٦٢٨٢٣	٠.٠٠٠٣٧٧٩٨٣٩
	٠.٤٩٢٥٥٥٣٨٦	٠.٩٧١٧٩٦٣٤٥	٠.٩٧٦٥٧٧٧٨	٠.٠٠٠٤٧٨١٤٣٥	٠.٩٧٤٧٨١٩٥٩	٠.٠٠٠٢٩٨٥٦١٤	٠.٩٧٥٩٧١٧٧١	٠.٠٠٠٤١٧٥٤٢٦
	٠.٥١١٨٧٦٩٥	٠.٩٦٧٤٣٨٤٨٧	٠.٩٧٢٥٧٠٨٦٩	٠.٠٠٠٥١٣٢٣٨٣	٠.٩٧٠٦٩٨٨٩١	٠.٠٠٠٣٢٦٠٤٠٤	٠.٩٧٢٠١٦٨٢٤	٠.٠٠٠٤٥٧٨٣٣٧
	٠.٥٢٢٩٨٥٢٩٨	٠.٩٦٢٦٩٦٢٨	٠.٩٦٨١٦٥٤٥٧	٠.٠٠٠٥٤٦٩١٧٧	٠.٩٦٦٢٣٤٢٦٤	٠.٠٠٠٣٥٣٧٩٨٤	٠.٩٦٧٦٨٣٧٠٨	٠.٠٠٠٤٩٨٧٤٢٧
	٠.٦١٧٥١٢٩٤٦	٠.٩٥٧٥٥٦٧٦٣	٠.٩٦٣٣٤٧١٣٥	٠.٠٠٠٥٧٩٠٣٧٣	٠.٩٦١٣٧٤٤٦٥	٠.٠٠٠٣٨١٧٧٠٢	٠.٩٦٢٩٥٨٤	٠.٠٠٠٥٤٠١٦٣٧
	٠.٦٥٧٣٥٢٠٣٧	٠.٩٥٢٠٠٧١٩٢	٠.٩٥٨١٠٢٠٦٤	٠.٠٠٠٦٠٩٤٨٧٢	٠.٩٥٦١٠٦١٧٩	٠.٠٠٠٤٠٩٨٩٨٧	٠.٩٥٧٨٢٧١٨٤	٠.٠٠٠٥٨١٩٩٩٢
	٠.٦٧١٩٠٠٧٦٢	٠.٩٤٦٠٣٥١١	٠.٩٥٢٤١٧٠٣٥	٠.٠٠٠٦٣٨١٩٢٤	٠.٩٥٠٤١٦٤٤٨	٠.٠٠٠٤٣٨١٣٣٨	٠.٩٥٢٢٧٦٧٠٦	٠.٠٠٠٦٢٤١٥٩٦
	MSE			٠.٠٥١٩٤٢٧٣٤		٠.٠٣٣٠٤١٦٥٨		٠.٠٤٦٣٣٩٧٣٥
	Rank			٣		١		٢
	٠.١٨٦٦٩١١٢٧	٠.٩٩٢٤٨٥٥١١	٠.٩٩٥٥٦١٩٥٤	٠.٠٠٣٠٧٦٤٤٢	٠.٩٩٢٢٧٩٥٢٢	٠.٠٠٠٢٠٥٩٨٩	٠.٩٩٥٣٠٢١٠٢	٠.٠٠٠٢٨١٦٥٩١
	٠.٢١١٣٠٧٣٦٥	٠.٩٩١٢١٧٤٣٧	٠.٩٩٤٦٦١٣١٢	٠.٠٠٠٣٤٤٣٨٧٤	٠.٩٩١٠٣٤٤٧٩	٠.٠٠٠٠١٨٢٩٥٨	٠.٩٩٤٣٨٤٦٥٨	٠.٠٠٠٣١٦٧٢٢١
	٠.٢٩٩٨٤٧٢٠٦	٠.٩٨٩٨٣٤٧٧	٠.٩٩٣٦٥٣٩٦٨	٠.٠٠٠٣٨١٩١٩٨	٠.٩٨٩٦٨١٥٥	٠.٠٠٠٠١٥٣٢٢	٠.٩٩٣٣٦٣٨٥١	٠.٠٠٠٣٥٢٩٠٨١
	٠.٣٤٩١٦٩١٤٥	٠.٩٨٨٣٣٤٢١٨	٠.٩٩٢٥٣٤٨٢٥	٠.٠٠٠٤٢٠٠٦٠٧	٠.٩٨٨٢١٧٤٦٢	٠.٠٠٠٠١١٦٧٥٥	٠.٩٩٢٢٣٥٠٤٧	٠.٠٠٠٣٩٠٠٨٣
	٠.٣٦٩٠٥٤٩٥٢	٠.٩٨٦٧١٢٤٧	٠.٩٩١٢٩٨٨١٩	٠.٠٠٠٤٥٨٦٣٤٩	٠.٩٨٦٦٣٨٩٠٦	٧.٣٥٦٣٥E-٠٥	٠.٩٩٠٩٩٣٦١٧	٠.٠٠٠٤٢٨١١٤٧
١٥٠	٠.٣٧٧٦٤٤٤١٧	٠.٩٨٤٩٦٦٢٠٣	٠.٩٨٩٩٤٠٩٢١	٠.٠٠٠٤٩٧٤٧١٧	٠.٩٨٤٩٤٢٥٤٢	٢.٣٦٦٢E-٠٥	٠.٩٨٩٦٣٤٩٣٧	٠.٠٠٠٤٦٦٨٧٣٤
	٠.٤٤٩٣١٣٤٣٤	٠.٩٨٣٠٩٢٠٨٣	٠.٩٨٨٤٥٦١٣٨	٠.٠٠٠٥٣٦٤٠٥٥	٠.٩٨٣١٢٥	٣.٢٩١٦٦E-٠٥	٠.٩٨٨١٥٤٣٩	٠.٠٠٠٥٠٦٢٣٠٦
	٠.٤٥٩٤٨٥٣٥٦	٠.٩٨١٠٨٦٧٦٧	٠.٩٨٦٨٣٩٥١٦	٠.٠٠٠٥٧٥٢٧٤٨	٠.٩٨١١٨٢٨٩٢	٩.٦١٢٥١E-٠٥	٠.٩٨٦٥٤٧٣٦٢	٠.٠٠٠٥٤٦٠٥٩٥
	٠.٤٧٠١٢١٤١٣	٠.٩٧٨٩٤٦٩٠٨	٠.٩٨٥٠٨٦١٣٩	٠.٠٠٠٦١٣٩٢٣	٠.٩٧٩١١٢٨١	٠.٠٠٠٠١٦٥٩٠٢	٠.٩٨٤٨٠٩٢٥٢	٠.٠٠٠٥٨٦٢٣٤٤
	٠.٥٠٤٣٠٩٥٣٥	٠.٩٧٦٦٦٩١٦	٠.٩٨٣١٩١١٣٧	٠.٠٠٠٦٥٢١٩٧٧	٠.٩٧٦٩١١٣٣٣	٠.٠٠٠٠٢٤٢١٧٣	٠.٩٨٢٩٣٥٤٦٧	٠.٠٠٠٦٢٦٦٣٠٧
	٠.٥٠٧٥٦٨٨٢١	٠.٩٧٤٢٥٠١٨	٠.٩٨١١٤٩٦٩	٠.٠٠٠٦٨٩٩٥١	٠.٩٧٤٥٧٥٠٣	٠.٠٠٠٠٣٢٤٨٥	٠.٩٨٠٩٢١٤٣١	٠.٠٠٠٦٦٧١٢٥٢
	MSE			٠.٠٤٤٧٧٨٧٠٧		٠.٠٠٠١٦١٨١١٤		٠.٠٤١٦٨٦٤٠٨
	Rank			٣		١		٢

الشكل (٣) يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الثالث وعند احجام العينات (١٥٠-١٠٠-٧٥-٥٠)


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x

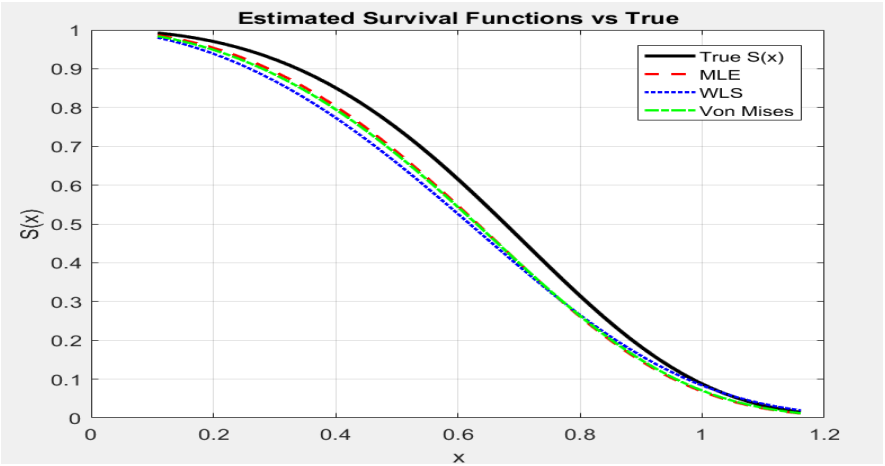
جدول (٩) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الرابع

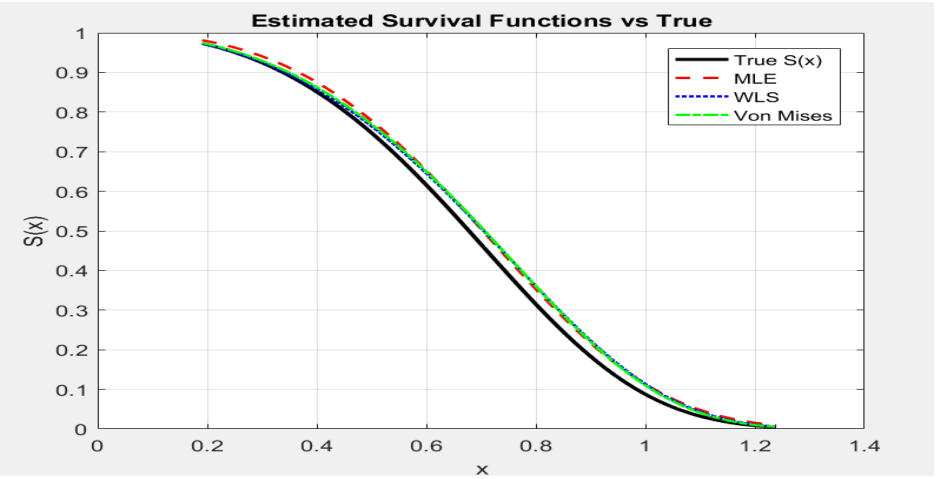
n	ti	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE
٥٠	٠.١٠٨٩٠٨٦٠١	٠.٩٩٢١٨٩٦٢٨	٠.٩٨٦٥٤١٠٠٤	٠.٠٠٠٥٦٤٨٦٢٤	٠.٩٧٩٩٧٩٩٩٨	٠.٠١٢٢٠٩٦٣١	٠.٩٨٣٩٦٧٧٧٥	٠.٠٠٠٨٢٢١٨٥٣
	٠.١٢٥٩٤٠٨٠٦	٠.٩٨٨٤٦٩٠٧٣	٠.٩٨٠٧٣١٤٦٩	٠.٠٠٧٧٣٧٦٠٤	٠.٩٧٢٢١٤٧٧٤	٠.٠١٦٢٥٤٢٩٩	٠.٩٧٧٤٨٩٢٠٦	٠.٠١٠٩٧٩٨٦٧
	٠.١٥٧٣٩٤٧٣٧	٠.٩٨٣٨٩٥٩٥٨	٠.٩٧٣٨١١٤٨	٠.٠١٠٠٨٤٤٧٨	٠.٩٦٣٢٤٨٢٠١	٠.٠٢٠٦٤٧٧٥٧	٠.٩٦٩٩٠٢٠٢٨	٠.٠١٣٩٩٣٩٣
	٠.١٦٢٦٣٩٩٣٩	٠.٩٧٨٤١١٧٥٨	٠.٩٦٥٧٤٤٥٠٣	٠.٠١٢٦٦٧٢٥٥	٠.٩٥٣٠٨١٤١٩	٠.٠٢٥٣٣٠٣٤	٠.٩٦١١٨٣٤١٦	٠.٠١٧٢٢٨٣٤٢
	٠.١٦٢٦٤٣١٧٨	٠.٩٧١٩٥٧٨٨٧	٠.٩٥٦٤٩٤٥١٦	٠.٠١٥٤٦٣٣٧١	٠.٩٤١٧١٤٠٧٤	٠.٠٣٠٢٤٣٨١٣	٠.٩٥١٣٠٩٤٥٣	٠.٠٢٠٦٤٨٤٣٣
	٠.١٩٦٦٢٤١٦٧	٠.٩٦٤٤٧٦٢٠٢	٠.٩٤٦٠٢٧٠٤٧	٠.٠١٨٤٤٩١٥٥	٠.٩٢٩١٤٦٠٦٥	٠.٠٣٥٣٣٠١٣٧	٠.٩٤٠٢٥٦٥٢٨	٠.٠٢٤٢١٩٦٧٤
	٠.٢٠١٤٨١٥٢١	٠.٩٥٥٩٠٩٥٩٣	٠.٩٣٤٣١٠١١٨	٠.٠٢١٥٩٩٤٧٥	٠.٩١٥٣٧٨٨٤١	٠.٠٤٠٥٣٠٧٥٢	٠.٩٢٨٠٠٢٤٧٤	٠.٠٢٧٩٠٧١١٩
	٠.٢٠٥٧٢٢٣٣٨	٠.٩٤٦٢٠٢٦٤٤	٠.٩٢١٣١٥١٥٤	٠.٠٢٤٨٨٧٤٩	٠.٩٠٠٤١٦٤٥	٠.٠٤٥٧٨٦١٩٤	٠.٩١٤٥٢٧٥٦٨	٠.٠٣١٦٧٥٠٧٧
	٠.٢٠٦٢٠٠٩٦٧	٠.٩٣٥٣٠٢٣٨٩	٠.٩٠٧٠١٧٨٨٩	٠.٠٢٨٢٨٤٤٩٩	٠.٨٨٤٢٦٦٤٢٣	٠.٠٥١٠٣٥٩٦٦	٠.٨٩٩٨١٥٤٥٧	٠.٠٣٥٤٨٦٩٣٢
	٠.٢٣٢٦٠٩٥٣٨	٠.٩٢٣١٥٩١٣٩	٠.٨٩١٣٩٩٢٨٤	٠.٠٣١٧٥٩٨٥٥	٠.٨٦٦٩٤٠٥٥١	٠.٠٥٦٢١٨٥٨٨	٠.٨٨٣٨٥٤٠٥٩	٠.٠٣٩٣٠٥٠٨
	٠.٢٤٢٥٦١١٦	٠.٩٠٩٧٢٧٤١١	٠.٨٧٤٤٤٦٤٥٣	٠.٠٣٥٢٨٠٩٥٨	٠.٨٤٨٤٥٥٥٩	٠.٠٦١٢٧١٨٢١	٠.٨٦٦٦٣٦٤٤٢	٠.٠٤٣٠٩٠٩٦٩
	MSE			**٠.٢١١٨٦٢٧٦٤**		**٠.٣٩٤٨٥٩٢٩٨**		**٠.٢٧٢٧٥٧٢٧٦**
	Rank			**١**		**٢**		**٣**
٧٥	٠.١٩٠٤٤١١٩٢	٠.٩٧٣٣٥٤١٩٦	٠.٩٨١٣٨١٩٩٤	٠.٠٠٨٠٢٧٧٩٨	٠.٩٧٢٦١٣٣٠٣	٠.٠٠٠٧٤٠٨٩٣	٠.٩٧٤٦٩٠١٥٢	٠.٠٠٠١٣٣٥٩٥٦
	٠.١٩٨٣٢٢٢٦٨	٠.٩٦٨٦٧٨٤٧٩	٠.٩٧٧٦٩٢٧٢٢	٠.٠٠٠٩٠١٤٢٤٣	٠.٩٦٨٠١٩٠٠٩	٠.٠٠٠٠٦٥٩٤٧	٠.٩٧٠٣١٣٥٩	٠.٠٠٠١٦٣٥١١١
	٠.٢٧٥١٥٧٦٨٢	٠.٩٦٣٥٤٤٢٢٩	٠.٩٧٣٥٧٤٨٢٢	٠.٠٠١٠٠٣٠٥٩٣	٠.٩٦٣٠٠٦٤٤٨	٠.٠٠٠٠٥٣٧٧٨١	٠.٩٦٥٥١٩٥٣١	٠.٠٠٠١٩٧٥٣٠٢
	٠.٢٨٦١٠٩٩٥٢	٠.٩٥٧٩٣٥١٦٥	٠.٩٦٩٠٠٨١	٠.٠٠١١٠٧٢٩٣٦	٠.٩٥٧٥٦٥١١٤	٠.٠٠٠٠٣٧٠٠٥١	٠.٩٦٠٢٩٦٠٤١	٠.٠٠٠٢٣٦٠٨٧٦
	٠.٢٩٢٥٩٠٠٥١	٠.٩٥١٨٣٥٣٤	٠.٩٦٣٩٧٢٧٦٨	٠.٠٠١٢١٣٧٤٢٨	٠.٩٥١٦٨٤٨٦٥	٠.٠٠٠٠١٥٠٤٧٦	٠.٩٥٤٦٣١٥٧	٠.٠٠٠٢٧٩٦٢٣
	٠.٣٠٣٢١٢٧٩٣	٠.٩٤٥٢٢٩٢٣٧	٠.٩٥٨٤٤٩٥٣٤	٠.٠٠١٣٢٢٠٢٩٧	٠.٩٤٥٣٥٥٩٢٧	٠.٠٠٠٠١٢٦٦٩	٠.٩٤٨٥١٤٩٥٣	٠.٠٠٠٣٢٨٥٧١٦
	٠.٣٢٠٧٦٣٤٧	٠.٩٣٨١٠١٨٦٥	٠.٩٥٢٤١٩٧٠١	٠.٠٠١٤٣١٧٨٣٦	٠.٩٣٨٥٦٨٩١	٠.٠٠٠٤٦٧٠٤٥	٠.٩٤١٩٣٥٤١٩	٠.٠٠٠٣٨٣٣٥٥٤
	٠.٣٢٩٣٣٦٤٣٣	٠.٩٣٠٤٣٨٨٦٩	٠.٩٤٥٨٦٥٢٧٣	٠.٠٠١٥٤٢٦٤٠٤	٠.٩٣١٣١٤٨٢٢	٠.٠٠٠٠٨٧٥٩٥٣	٠.٩٣٤٨٨٢٦١٩	٠.٠٠٠٤٤٤٣٧٥
	٠.٣٤٤٦٥١٣١٣	٠.٩٢٢٢٢٦٦٤٥	٠.٩٣٨٧٦٩٠٧٦	٠.٠٠١٦٥٤٢٤٣٢	٠.٩٢٣٥٨٥١٠٩	٠.٠٠٠١٣٥٨٤٦٥	٠.٩٢٧٣٤٦٦٥١	٠.٠٠٠٥١٢٠٠٠٧
	٠.٣٤٥٨٩٤٢٦٨	٠.٩١٣٤٥٢٤٥٦	٠.٩٣١١١٤٨٧٨	٠.٠٠١٧٦٦٢٤٢٢	٠.٩١٥٣٧١٦٨٦	٠.٠٠٠١٩١٩٢٣	٠.٩١٩٣١٨١٠٧	٠.٠٠٠٥٨٦٥٦٥١
	٠.٤٠١٣٨٦٣٠٥	٠.٩٠٤١٠٤٥٦٥	٠.٩٢٢٨٨٧٥٢١	٠.٠٠١٨٧٨٢٩٥٧	٠.٩٠٦٦٦٦٩٨٦	٠.٠٠٠٢٥٦٢٤٢٢	٠.٩١٠٧٨٨١١٥	٠.٠٠٠٦٦٨٣٥٥
	MSE			**٠.٠١٤٦٢٣٥٣٤**		**٠.٠٩٧٦٨٤٧٦**		**٠.٠٣٩٣٣٥٧٠٣**
	Rank			**١**		**٣**		**٢**
١٠٠	٠.٠٧٠٢٧٤١٧٧	٠.٩٩٦٩٢٠٦٢٩	٠.٩٩٦٤٦١٢٤٧	٠.٠٠٠٤٥٩٣٨٢	٠.٩٩٣٣٧٧٥٢	٠.٠٠٣٥٤٣١٠	٠.٩٩٥٠١١٦٢٤	٠.٠٠١٩٠٩٠٠٥

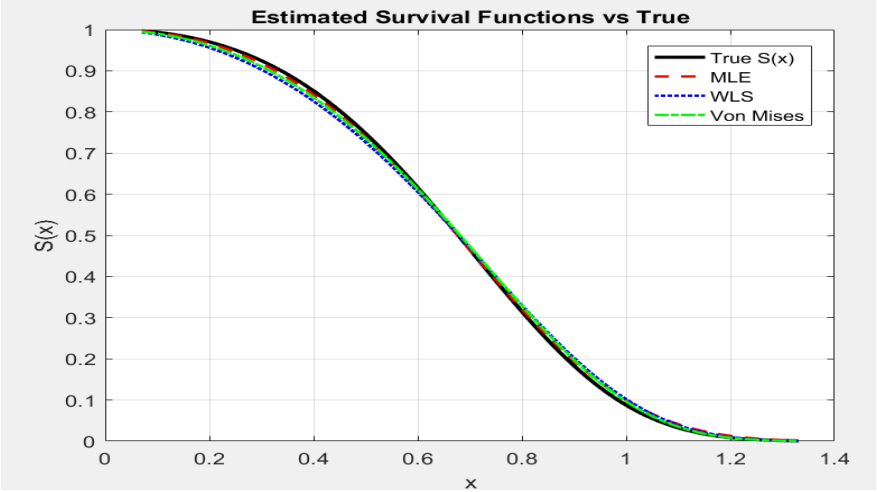
					٩			
	٠.١٥١٤٠٨٦٩٧	٠.٩٩٥٦٢٤٥١٩	٠.٩٩٤٩٨٦٧٤٧	٠.٠٠٠٦٣٧٧٧٢	٠.٩٩١١٩٧٣٦	٠.٠٠٤٤٢٧١٥٩	٠.٩٩٣٢٠٤٦٢١	٠.٠٠٢٤١٩٨٩٨
	٠.١٨٦١٧٦٧٣٤	٠.٩٩٤٠٧٣١٧٨	٠.٩٩٣٢٣٠١٧٨	٠.٠٠٠٨٤٣	٠.٩٨٨٧٠٦٢١٨	٠.٠٠٥٣٦٦٩٦	٠.٩٩١٠٩٦٠٢٦	٠.٠٠٢٩٧٧١٥١
	٠.٢٠٩٨٦٨٩٤١	٠.٩٩٢٢٥٤٧٧	٠.٩٩١١٨٠٩٤٣	٠.٠٠١٠٧٣٨٢٧	٠.٩٨٥٨٩٨٦٣٨	٠.٠٠٦٣٥٦١٣١	٠.٩٨٨٦٧٧٢٩٨	٠.٠٠٣٥٧٧٤٧٢
	٠.٢٤٣٧٦٠٥٤٣	٠.٩٩٠١٥٧٣٢٨	٠.٩٨٨٨٢٨٤٣١	٠.٠٠١٣٢٨٨٩٨	٠.٩٨٢٧٦٩٤٦٤	٠.٠٠٧٣٨٧٨٦٤	٠.٩٨٥٩٤٠٦٠٧	٠.٠٠٤٢١٦٧٢١
	٠.٢٤٧٧٦٥٧٦٥	٠.٩٨٧٧٦٨٧٧٨	٠.٩٨٦١٦٢٠٣٩	٠.٠٠١٦٠٦٧٣٨	٠.٩٧٩٣١٣٨١٤	٠.٠٠٨٤٥٤٩٦٤	٠.٩٨٢٨٧٨٧١٣	٠.٠٠٤٨٩٠٠٦٤
	٠.٢٥٤١٧٠٩٢٤	٠.٩٨٥٠٧٦٩٥٩	٠.٩٨٣١٧١٢٠٣	٠.٠٠١٩٠٥٧٥٦	٠.٩٧٥٥٢٧٠٥٤	٠.٠٠٩٥٤٩٩٠٦	٠.٩٧٩٤٨٤٨٦٧	٠.٠٠٥٥٩٢٠٩٣
	٠.٢٦٨١٠٧٩٧	٠.٩٨٢٠٦٩٦٦١	٠.٩٧٩٨٤٥٤٢١	٠.٠٠٢٢٢٤٢٤	٠.٩٧١٤٠٤٧٦٨	٠.٠١٠٦٦٤٨٩٣	٠.٩٧٥٧٥٢٧٢٧	٠.٠٠٦٣١٦٩٣٤
	٠.٣٠٤٩٠٧٣٧٥	٠.٩٧٨٧٣٤٦٤٨	٠.٩٧٦١٧٤٢٨٦	٠.٠٠٢٥٦٠٣٦٢	٠.٩٦٦٩٤٢٧٣٥	٠.٠١١٧٩١٩١٣	٠.٩٧١٦٧٦٢٩٨	٠.٠٠٧٠٥٨٣٥
	٠.٣٢٤٩٨٢٨٨٢	٠.٩٧٥٠٥٩٦٩٨	٠.٩٧٢١٤٧٥٢٥	٠.٠٠٢٩١٢١٧٣	٠.٩٦٢١٣٦٩٠٥	٠.٠١٢٩٢٢٧٩٢	٠.٩٦٧٢٤٩٨٨١	٠.٠٠٧٨٠٩٨١٧
	٠.٣٣٦٥٥٨١٨٢	٠.٩٧١٠٣٢٦٣٨	٠.٩٦٧٧٥٥٠٣١	٠.٠٠٣٢٧٧٦٠٧	٠.٩٥٦٩٨٣٣٩	٠.٠١٤٠٤٩٢٤٨	٠.٩٦٢٤٦٨٠٣٩	٠.٠٠٨٥٦٤٥٩٩
	MSE			٠.٠١٢٨٢٩٧٥٥		٠.٠٩٤٥١٤٩٣٩		٠.٠٣٥٣٣٢١٠٤
	Rank			١		٣		٢
١٥٠	٠.٠٧١٧٩١٦٩٤	٠.٩٩٦٧٧٩٢١٦	٠.٩٩٥١١٤٦٤٢	٠.٠٠١٦٦٤٥٧٤	٠.٩٩٤٤٢٧٥٩٣	٠.٠٠٠٢٣٥١٦٢٢	٠.٩٩٤٦١٨٤٧٤	٠.٠٠٠٢١٦٠٧٤١
	٠.١٠٩٢٦٠١٨٦	٠.٩٩٥٩٨٣١٣٧	٠.٩٩٣٩٩١٢٦٦	٠.٠٠٠١٩٩١٨٧١	٠.٩٩٣٢١٦١١٧	٠.٠٠٠٢٧٦٧٠٢	٠.٩٩٣٤١٤٧١٧	٠.٠٠٠٢٥٦٨٤١٩
	٠.١١٧٧٥٠٧١٨	٠.٩٩٥٠٨٩٢٨١	٠.٩٩٢٧٤٧٨٣٥	٠.٠٠٠٢٣٤١٤٤٦	٠.٩٩١٨٨٦٢٨١	٠.٠٠٠٣٢٠٢٩٩٩	٠.٩٩٢٠٨٨٤٨٣	٠.٠٠٠٣٠٠٠٧٩٧
	٠.١٥٩٥٠٦١٧٦	٠.٩٩٤٠٩٤٨٠٥	٠.٩٩١٣٨٢٧٣٥	٠.٠٠٠٢٧١٢٠٧	٠.٩٩٠٤٣٦٩٣٣	٠.٠٠٠٣٦٥٧٨٧٢	٠.٩٩٠٦٣٨٥٦٢	٠.٠٠٠٣٤٥٦٢٤٤
	٠.٢٠١٣٠٦٨٩٩	٠.٩٩٢٩٩٦٨٤٧	٠.٩٨٩٨٩٤٢٨٢	٠.٠٠٠٣١٠٢٥٦٥	٠.٩٨٨٨٦٦٧٧٥	٠.٠٠٠٤١٣٠٠٧٢	٠.٩٨٩٠٦٣٦٣٤	٠.٠٠٠٣٩٣٣٢١٣
	٠.٢١٥٢٤٠٣٧٢	٠.٩٩١٧٩٢٥٢٣	٠.٩٨٨٢٨٠٧٣٧	٠.٠٠٠٣٥١١٧٨٥	٠.٩٨٧١٧٤٣٨٨	٠.٠٠٠٤٦١٨١٣٤	٠.٩٨٧٣٦٢٢٩٦	٠.٠٠٠٤٤٣٠٢٢٧
	٠.٢٢٥٨٠٢٣٤٥	٠.٩٩٠٤٧٨٩٣١	٠.٩٨٦٥٤٠٣١٩	٠.٠٠٠٣٩٣٨٦١٣	٠.٩٨٥٣٥٨٢٦٥	٠.٠٠٠٥١٢٠٦٦٦	٠.٩٨٥٥٣٣٠٧٥	٠.٠٠٠٤٩٤٥٨٥٦
	٠.٢٣٨٣٧١١٠٩	٠.٩٨٩٠٥٣١٥٦	٠.٩٨٤٦٧١٢١٢	٠.٠٠٠٤٣٨١٩٤٣	٠.٩٨٣٤١٦٨١٧	٠.٠٠٠٥٦٣٦٣٣٨	٠.٩٨٣٥٧٤٤٤٥	٠.٠٠٠٥٤٧٨٧١
	٠.٢٦٦٩٧٤٦٦٤	٠.٩٨٧٥١٢٢٦٦	٠.٩٨٢٦٧١٥٨	٠.٠٠٠٤٨٤٠٦٨٦	٠.٩٨١٣٤٨٣٩٩	٠.٠٠٠٦١٦٣٨٦٧	٠.٩٨١٤٨٤٨٣٨	٠.٠٠٠٦٠٢٧٤٢٨
	٠.٢٦٨٧٣٩٠٠٢	٠.٩٨٥٨٥٣٣٢٢	٠.٩٨٠٥٣٩٥٦٧	٠.٠٠٠٥٣١٣٧٥٥	٠.٩٧٩١٥١٣١٣	٠.٠٠٠٦٧٠٢٠١	٠.٩٧٩٢٦٢٦٥٣	٠.٠٠٠٦٥٩٠٦٦٩

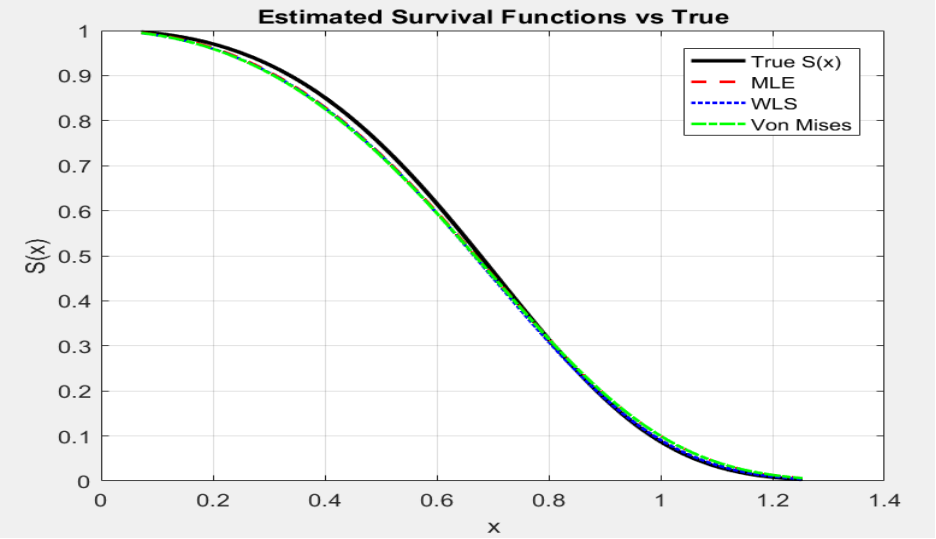
	٠.٢٦٩٨٠٣٧٣	٠.٩٨٤٠٧٣٣٧٧	٠.٩٧٨٢٧٣٣١١	٠.٠٠٠٥٨٠٠٠٦٦	٠.٩٧٦٨٢٣٨٢٤	٠.٠٠٠٧٢٤٩٥٥٣	٠.٩٧٦٩٠٦٢٦٨	٠.٠٠٠٧١٦٧١٠٩
	MSE			٠.٠١١٥٩٩٣٧٤		٠.٠٢١٦٠٠١٥٣		٠.٠٤٢٧٥٩٤١٣
	Rank			١		٢		٣

الشكل (٤) يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الرابع وعند احجام العينات (١٥٠-١٠٠-٧٥-٥٠)


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x

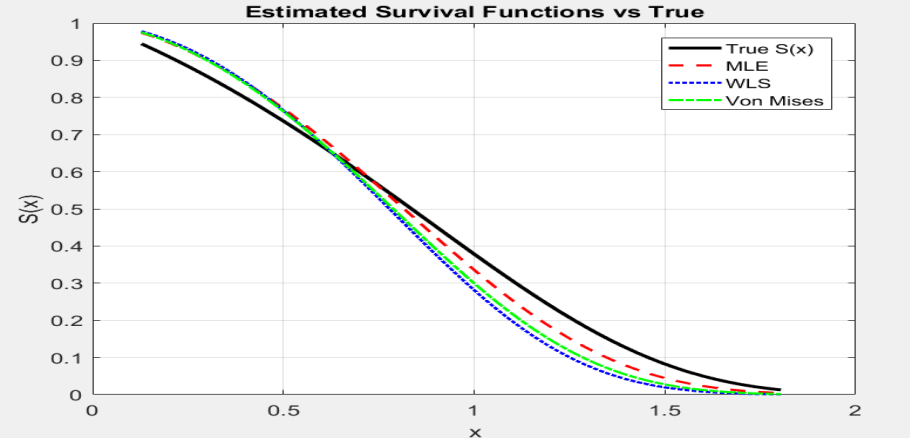
جدول (١٠) القيم الحقيقية لدالة البقاء ومقدراتها و MSE و الرتب الجزئية لـMSE لطرائق التقدير كافة وأحجام العينات للإنموذج الخامس

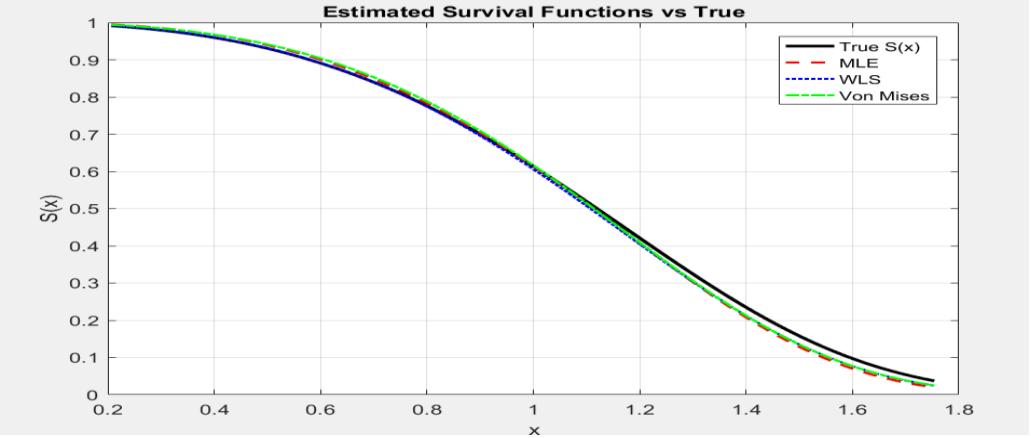
n	ti	S-real	S-ml	MSE	S-ols	MSE	S-wls	MSE
٥٠	٠.١٢٨١٠٠٦٣٦	٠.٩٤٤٥٠٤٤٩	٠.٩٧٣٩٩٦٨٨٥	٠..٠٢٩٤٩٢٣٩٥	٠.٩٧٨٢٧٩١٢٨	٠..٠٣٣٧٧٤٦٣٨	٠.٩٧٥٤٠٥٣١٦	٠..٠٣٠٩٠٠٨٢٦
	٠.١٥٤٨٠٢٧٧٩	٠.٩٢٨٢٥٥٨٠٩	٠.٩٦٢٣٤٥٩٠٧	٠..٠٣٤٠٩٠٠٩٨	٠.٩٦٧٤٤٢٨٢٥	٠..٠٣٩١٨٧٠١٦	٠.٩٦٣٨٤٣٨٤	٠..٠٣٥٥٨٨٠٣١
	٠.١٦٨٢٨٦٦٠٩	٠.٩١١٤٠٧٠٣٩	٠.٩٤٩٠٨٨٣١٧	٠..٠٣٧٦٨١٢٧٩	٠.٩٥٤٧١٨٩٦	٠..٠٤٣٣١١٩٢٢	٠.٩٥٠٥٠٤٩٨٩	٠..٠٣٩٠٩٧٩٥١
	٠.١٩٩٥١٠٦٧٣	٠.٨٩٣٩٦١٤٤	٠.٩٣٤٢٩٨٤٥١	٠..٠٤٠٣٣٧٠١٢	٠.٩٤٠١٤٩٠٩	٠..٠٤٦١٨٧٦٥	٠.٩٣٥٤٥٢٤٥٥	٠..٠٤١٤٩١٠١٦
	٠.٢٨٩٩٣٥٨٠٨	٠.٨٧٥٩٢٣٢٧٦	٠.٩١٨٠٣٣٩١٧	٠..٠٤٢١١٠٦٤	٠.٩٢٣٧٦٥٨٣٤	٠..٠٤٧٨٤٢٥٥٧	٠.٩١٨٧٣٦٢٥٥	٠..٠٤٢٨١٢٩٧٩
	٠.٣٧٦٥٤٤٥٤٤	٠.٨٥٧٢٩٨٠٣١	٠.٩٠٠٣٤٣٨٤٣	٠..٠٤٣٠٤٥٨١٢	٠.٩٠٥٥٩٩٦٦٣	٠..٠٤٨٣٠١٦٣٢	٠.٩٠٠٤٠٠٥٨٦	٠..٠٤٣١٠٢٥٥٥
	٠.٣٨٢٠٤٨٤٤٦	٠.٨٣٨٠٩٢٦٢٧	٠.٨٨١٢٧٣٨٣٨	٠..٠٤٣١٨١٢١١	٠.٨٨٥٦٨٣٣٢٧	٠..٠٤٧٥٩٠٧	٠.٨٨٠٤٨٨٦٩٦	٠..٠٤٢٣٩٦٠٦٩
	٠.٣٩٣٥٨٦٥٩٤	٠.٨١٨٣١٥٦٦	٠.٨٦٠٨٦٩٢٥٨	٠..٠٤٢٥٥٣٥٩٨	٠.٨٦٤٠٥٥٠٣٩	٠..٠٤٥٧٣٩٣٧٩	٠.٨٥٩٠٤٦٢٢٣	٠..٠٤٠٧٣٠٥٦٣
	٠.٤١٠٦٧٠٧٢٧	٠.٧٩٧٩٧٧٦٣٤	٠.٨٣٩١٧٧٥٣	٠..٠٤١١٩٩٨٩٥	٠.٨٤٠٧٦٠٩٤٦	٠..٠٤٢٧٨٣٣١٢	٠.٨٣٦١٢٣٦٣٩	٠..٠٣٨١٤٦٠٠٥
	٠.٤٣٨٠٧٦٦٢١	٠.٧٧٧٠٩١٢١	٠.٨١٦٢٤٩٨٨٨	٠..٠٣٩١٥٨٦٧٨	٠.٨١٥٨٥٧١٣	٠..٠٣٨٧٦٥٩٢	٠.٨١١٧٧٨١٥٩	٠..٠٣٤٦٨٦٩٤٩
	٠.٤٥٤٤٤٦٦٦	٠.٧٥٥٦٧١٤٥	٠.٧٩٢١٤٢٧٢٩	٠..٠٣٦٤٧١٢٧٩	٠.٧٨٩٤١١٢٦٧	٠..٠٣٣٧٣٩٨١٨	٠.٧٨٦٠٧٥٢٥٢	٠..٠٣٠٤٠٣٨٠٣
	MSE			**٠.٤١٩٣٢١٨٩٧**		**٠.٤٦٧٢٢٤٥٤٤**		**٠.٤٢٩٣٥٦٧٤٧**
	Rank			**١**		**٣**		**٢**
٧٥	٠.٢٠٦١١٦٠٦٥	٠.٩٩١٢٦٨٩٢٩	٠.٩٩٤٨٩٦٣٤٢	٠..٠٠٣٦٢٧٤١٣	٠.٩٩١٤٣٩٤٤	٠..٠٠٠١٧٠٥١١	٠.٩٩٣٩٥٨٥٥٨	٠..٠٠٢٦٨٩٦٢٩
	٠.٣٠٣٠٨١٢٣١	٠.٩٨٩١٥٤٥١١	٠.٩٩٣٢٨٩٥٤٦	٠..٠٠٤١٣٥٠٣٦	٠.٩٨٩٣٨٩١٧١	٠..٠٠٠٢٣٤٦٦١	٠.٩٩٢٣٤١٥١٩	٠..٠٠٣١٨٧٠٠٨
	٠.٣٢٨٥٧٨٥٤١	٠.٩٨٦٧٦٠٠٤	٠.٩٩١٣٩٤٩٥٨	٠..٠٠٤٦٣٤٩١٧	٠.٩٨٧٠٦٢٢٦٧	٠..٠٠٠٣٠٢٢٢٧	٠.٩٩٠٤٧٣٠٩٣	٠..٠٠٣٧١٣٠٥٣
	٠.٤٢٧٣٩١٧٨٨	٠.٩٨٤٠٧١٢٧	٠.٩٨٩١٩٣٦١١	٠..٠٠٥١٢٢٣٤٢	٠.٩٨٤٤٤٣٠٢٨	٠..٠٠٠٣٧١٧٥٨	٠.٩٨٨٣٣٥٤٣٦	٠..٠٠٤٢٦٤١٦٦
	٠.٤٤٨٦٨٤٢١٧	٠.٩٨١٠٧٣٨١٢	٠.٩٨٦٦٦٧١٤١	٠..٠٠٥٥٩٣٣٢٨	٠.٩٨١٥١٥٦٤٨	٠..٠٠٠٤٤١٨٣٥	٠.٩٨٥٩١٠٣٦٥	٠..٠٠٤٨٣٦٥٥٢

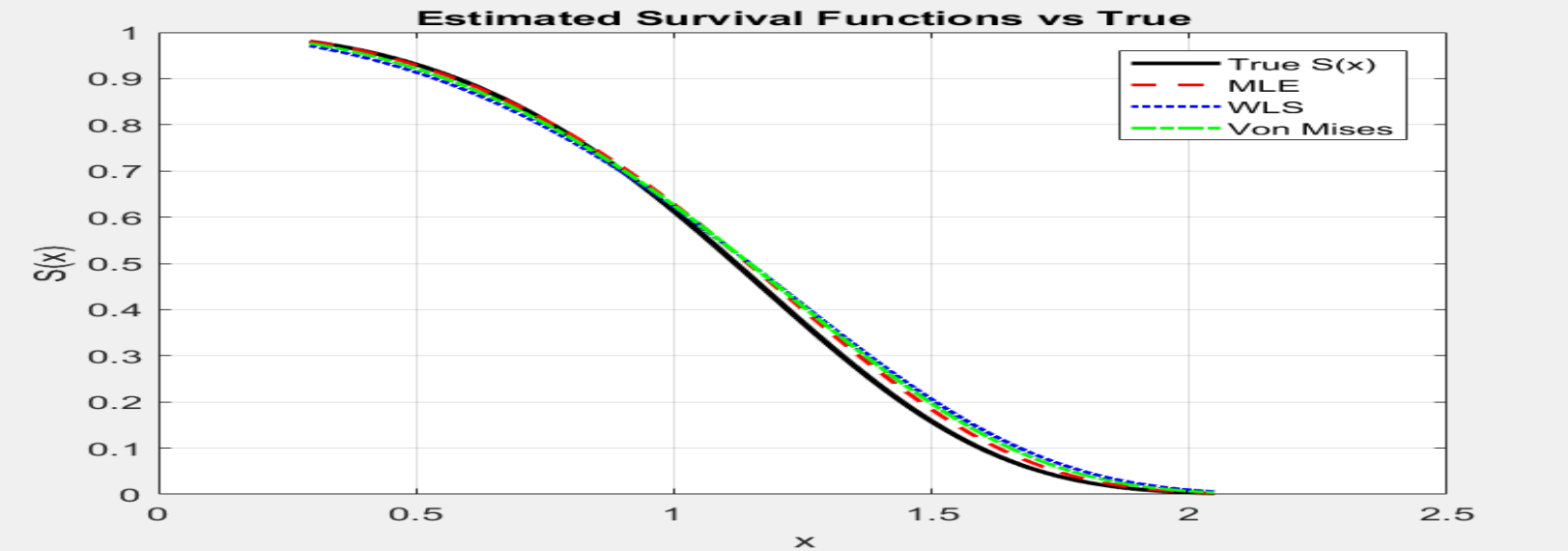
	٠.٦٢٩٥١٤٤٤	٠.٩٧٧٧٥٣١٧٥	٠.٩٨٣٧٩٧٧	٠.٠٠٠٦٠٤٤٥٢٤	٠.٩٧٨٢٦٤٢٤١	٠.٠٠٠٠٥١١٠٦٦	٠.٩٨٣١٧٩٣٨٦	٠.٠٠٠٥٤٢٦٢١
	٠.٦٣٨٥٩٢٢٢٧	٠.٩٧٤٠٩٤٧٩٦	٠.٩٨٠٥٦٧٩٠١	٠.٠٠٠٦٤٧٣١٠٥	٠.٩٧٤٦٧٢٨٧	٠.٠٠٠٠٥٧٨٠٧٤	٠.٩٨٠١٢٣٧٢٤	٠.٠٠٠٦٠٢٨٩٢٨
	٠.٦٨١٤٢٠٢٥٢	٠.٩٧٠٠٨٤٠٨٢	٠.٩٧٦٩٦٠٧٦٩	٠.٠٠٠٦٨٧٦٦٨٧	٠.٩٧٠٧٢٥٥٧٩	٠.٠٠٠٠٦٤١٤٩٧	٠.٩٧٦٧٢٤٣٦٩	٠.٠٠٠٦٦٤٠٢٨٧
	٠.٦٨١٦٢٢٩٣١	٠.٩٦٥٧٠٦٤٥٩	٠.٩٧٢٩٥٩٧١١	٠.٠٠٠٧٢٥٣٢٥٣	٠.٩٦٦٤٠٦٤٣	٠.٠٠٠٠٦٩٩٩٧١	٠.٩٧٢٩٦٢١١٨	٠.٠٠٠٧٢٥٥٦٥٩
	٠.٦٩٦٨٦٧٦٥٣	٠.٩٦٠٩٤٧٤١٥	٠.٩٦٨٥٤٨٤٩٤	٠.٠٠٠٧٦٠١٠٧٩	٠.٩٦١٦٩٩٥٤٢	٠.٠٠٠٠٧٥٢١٢٧	٠.٩٦٨٨١٧٦٣٥	٠.٠٠٠٧٨٧٠٢٢
	٠.٧٠٥٤٤٥١٥٢	٠.٩٥٥٧٩٢٥٦٣	٠.٩٦٣٧١١٢٣٩	٠.٠٠٠٧٩١٨٦٧٥	٠.٩٥٦٥٨٩١٤٢	٠.٠٠٠٠٧٩٦٥٧٩	٠.٩٦٤٢٧١٥١٩	٠.٠٠٠٨٤٧٨٩٥٥
	MSE			**٠.٠٦٥٢٨٠٣٥٩**		**٠.٠٠٥٥٠٠٣٠٦**		**٠.٠٦٠٣٩٠٦٦٧**
	Rank			**٣**		**١**		**٢**
١٠٠	٠.٢٩٣٣٦٢٦٤٥	٠.٩٨٠٥٢٧٩٩٤	٠.٩٨٠٨٩٧٢٤٨	٠.٠٠٠٣٦٩٢٥٥	٠.٩٧٠٤٩٠٧٧	٠.٠١٠٠٣٧٢٢٤	٠.٩٧٦٣٩٦٠٦٣	٠.٠٠٤١٣١٩٣١
	٠.٣٠٧١٩٣٠٨٨	٠.٩٧٧٦٨٦٩٦١	٠.٩٧٧٩٠٢٥٤١	٠.٠٠٠٢١٥٥٨	٠.٩٦٦٩٠٢٤٦	٠.٠١٠٧٨٤٥٠١	٠.٩٧٣٠٨١٢١٨	٠.٠٠٤٦٠٥٧٤٣
	٠.٣١٩٧٩٥٩٩٨	٠.٩٧٤٦٠٣١٠٧	٠.٩٧٤٦٥١٢٥٩	٤.٨١٥٢٦E-٠٥	٠.٩٦٣٠٨٢٤٢٥	٠.٠٠١١٥٢٠٦٨	٠.٩٦٩٥١٦٢٠٣	٠.٠٠٥٠٨٦٩٠٤
	٠.٣٦٤٣٣٦٠٧	٠.٩٧١٢٦٧٥٤٥	٠.٩٧١١٣٧٨٥٤	٠.٠٠٠١٢٩٦٩٢	٠.٩٥٩٠٢٦٥٢٩	٠.٠٠١٢٢٤١٠١	٠.٩٦٥٦٩٦٧٧	٠.٠٠٥٥٧٠٧٧٥
	٠.٤٢٢٣٣١٧٤٨	٠.٩٦٧٦٧١٣٩٧	٠.٩٦٧٣٥٦٩٧٦	٠.٠٠٠٣١٤٤٢١	٠.٩٥٤٧٣٠٧١٦	٠.٠٠١٢٩٤٠٦٨	٠.٩٦١٦١٨٨٢٥	٠.٠٠٦٠٥٢٥٧١
	٠.٤٥٦٦٤٨٣٢٦	٠.٩٦٣٨٠٥٨٠٧	٠.٩٦٣٣٠٣٤٦٤	٠.٠٠٠٥٠٢٣٤٣	٠.٩٥٠١٩١٠١٦	٠.٠٠١٣٦١٤٧٩	٠.٩٥٧٢٧٨٤١٥	٠.٠٠٦٥٢٧٣٩٢
	٠.٤٦٤٢٢٣٢١٤	٠.٩٥٩٦٦١٩٧١	٠.٩٥٨٩٧٢٣٢٨	٠.٠٠٠٦٨٩٦٤٣	٠.٩٤٥٤٠٣٥٤٩	٠.٠٠١٤٢٥٨٤٢	٠.٩٥٢٦٧١٧٢٣	٠.٠٠٦٩٩٠٢٤٩
	٠.٤٦٥٠٧١٨٣٧	٠.٩٥٥٢٣١١٦	٠.٩٥٤٣٥٨٧٤٤	٠.٠٠٠٨٧٢٤١٦	٠.٩٤٠٣٦٤٥٣٩	٠.٠٠٤٨٦٦٦٢١	٠.٩٤٧٧٩٥٠٦٦	٠.٠٠٧٤٣٦٠٩٤
	٠.٤٩٤٥٥٦٢١٩	٠.٩٥٠٥٠٤٧٤٥	٠.٩٤٩٤٥٨٠٤٨	٠.٠٠١٠٤٦٦٩٧	٠.٩٣٥٠٧٠٣١٣	٠.٠٠١٥٤٣٤٤٣	٠.٩٤٢٦٤٤٨٩٢	٠.٠٠٧٨٥٩٨٥٣
	٠.٥٢٥٣٨٨٨٦	٠.٩٤٥٤٧٤٢٢٦	٠.٩٤٤٢٦٥٧٣٧	٠.٠٠١٢٠٨٤٨٩	٠.٩٢٩٥١٧٣٢١	٠.٠٠١٥٩٥٦٩٠	٠.٩٣٧٢١٧٧٨٤	٠.٠٠٨٢٥٦٤٤٢
	٠.٥٢٨٩١٧٠٤٣	٠.٩٤٠١٣١٢٦٧	٠.٩٣٨٧٧٧٤٧١	٠.٠٠١٣٥٣٧٩٦	٠.٩٢٣٧٠٢١٣٨	٠.٠٠١٦٤٢٩١٢	٠.٩٣١٥١٠٤٦٣	٠.٠٠٨٦٢٠٨٠٤

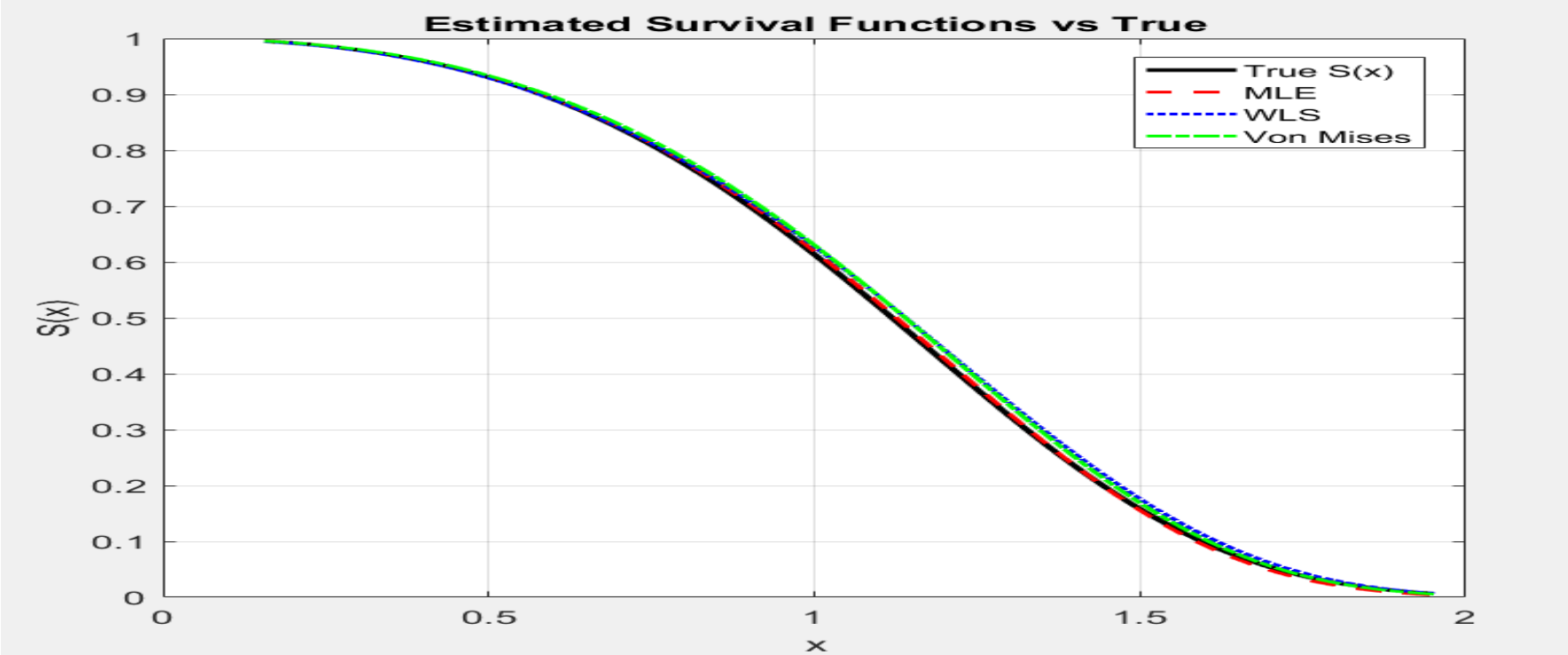
	MSE			٠.٠٠٦٧٥٠٤٨٥		٠.٠٠١٤٨٠٨٤٤٠		٠.٠٧١١٣٨٧٥٨
	Rank			٢		١		٣
١٥٠	٠.٢٠٢٩٢٧٤٦٢	٠.٩٩١٥٦٧٥٦٥	٠.٩٩٥٠٨٧٥٤٨	٠.٠٠٣٥١٩٩٨٣	٠.٩٩٣١٤٢٦٢٣	٠.٠٠١٥٧٥٠٥٨	٠.٩٩٣٦٤٢١٤٣	٠.٠٠٢٠٧٤٥٧٨
	٠.٢٨٦٣٦٧٠٣٦	٠.٩٩٠٤٢٢٥٤٩	٠.٩٩٤٢٦٢٩٨٨	٠.٠٠٣٨٤٠٤٣٩	٠.٩٩٢٠٧٥١٤٩	٠.٠٠١٦٥٢٦	٠.٩٩٢٦٣٧٤٠٤	٠.٠٠٢٢١٤٨٥٥
	٠.٣٩٠٥٠٣٧٠٧	٠.٩٨٩١٨٩٧٢٢	٠.٩٩٣٣٥٣٤٩٥	٠.٠٠٤١٦٣٧٧٣	٠.٩٩٠٩٠٩٦٧٩	٠.٠٠١٧١٩٩٥٧	٠.٩٩١٥٣٨٢٥٣	٠.٠٠٢٣٤٨٥٣١
	٠.٤٤٥٦٥٥٠٧٧	٠.٩٨٧٨٦٦٤٩	٠.٩٩٢٣٥٥٠٨٧	٠.٠٠٤٤٨٨٥٩٨	٠.٩٨٩٦٤٢٦١٣	٠.٠٠١٧٧٦١٢٣	٠.٩٩٠٣٤١٠٣٦	٠.٠٠٢٤٧٤٥٤٦
	٠.٤٥١٣٤٥٦	٠.٩٨٦٤٥٠٢٤٣	٠.٩٩١٢٦٣٧٨٣	٠.٠٠٤٨١٣٥٤	٠.٩٨٨٢٧٠٣٧٩	٠.٠٠١٨٢٠١٣٦	٠.٩٨٩٠٤٢١٢٧	٠.٠٠٢٥٩١٨٨٤
	٠.٤٧٨٣٨١٠٤٥	٠.٩٨٤٩٣٨٣٥٥	٠.٩٩٠٠٧٥٦٠٣	٠.٠٠٥١٣٧٢٤٨	٠.٩٨٦٧٨٩٤٣٧	٠.٠٠١٨٥١٠٨٢	٠.٩٨٧٦٣٧٩٢	٠.٠٠٢٦٩٩٥٦٤
	٠.٤٧٩٨٣٩٧٥٣	٠.٩٨٣٣٢٨١٨٦	٠.٩٨٨٧٨٦٥٧٢	٠.٠٠٥٤٥٨٣٨٥	٠.٩٨٥١٩٦٢٧٦	٠.٠٠١٨٦٨٠٩	٠.٩٨٦١٢٤٨٣٩	٠.٠٠٢٧٩٦٦٥٢
	٠.٥٢٠٩١٤٩٦١	٠.٩٨١٦١٧٠٨٤	٠.٩٨٧٣٩٢٧٢	٠.٠٠٥٧٧٥٦٣٧	٠.٩٨٣٤٨٧٤٢٢	٠.٠٠١٨٧٠٣٣٨	٠.٩٨٤٤٩٩٣٣٥	٠.٠٠٢٨٨٢٢٥١
	٠.٥٢٩٠٨٧٤١٢	٠.٩٧٩٨٠٢٣٨٥	٠.٩٨٥٨٩٠٠٩١	٠.٠٠٦٠٨٧٧٠٧	٠.٩٨١٦٥٩٤٣٢	٠.٠٠١٨٥٧٠٤٨	٠.٩٨٢٧٥٧٨٩	٠.٠٠٢٩٥٥٥٠٥
	٠.٥٣٠١٨٧١٢٨	٠.٩٧٧٨٨١٤١٩	٠.٩٨٤٢٧٤٧٤	٠.٠٠٦٣٩٣٣٢١	٠.٩٧٩٧٠٨٩٠٦	٠.٠٠١٨٢٧٤٨٨	٠.٩٨٠٨٩٧٠٢١	٠.٠٠٣٠١٥٦٠٢
	٠.٥٥٨٨٧١٥٦٣	٠.٩٧٥٨٥١٥٠٩	٠.٩٨٢٥٤٢٧٣٩	٠.٠٠٦٦٩١٢٣	٠.٩٧٧٦٣٢٤٨٣	٠.٠٠١٧٨٠٩٧٤	٠.٩٧٨٩١٣٢٨	٠.٠٠٣٠٦١٧٧١
	MSE			٠.٠٠٥٦٣٦٩٨٦		٠.٠١٣٥٩٨٨٩٤		٠.٠٢٩١١٥٧٣٩
	Rank			١		٢		٣

الشكل (٥) يوضح تغيير دالة البقاء مع الزمن للأنموذج الخامس وعند احجام العينات (١٥٠-١٠٠-٧٥-٥٠)


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x


Estimated Survival Functions vs True
True S(x)
MLE
WLS
Von Mises
S(x)
x
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
0
0.5
1
1.5
2

Abstract

The process of expanding probability distributions is one of the important processes that has increased significantly over the past few decades. This is due to the inability of classical distributions to represent real data in a broader and more accurate way. The process of constructing distributions using derived families and classes is one of the methods used recently in expanding distributions. In this thesis, the Burr X-G Family distribution was used and applied to the one-parameter Lindley Distribution and the two-parameter Lindley Distribution to obtain new, more flexible probability models called the BurrX-Lindley OneParameter Distribution and the BurrX-Lindley TwoParameter Distribution, which are more flexible than the basic distributions under study. Some of its statistical properties were studied, such as the probability density function, the cumulative density function, the survival and risk function, and the generation function for both proposed distributions. The parameters and survival function of the Lindley TwoParameter Distribution were estimated using three estimation methods. (The maximum likelihood method, the Kramer-von-Mies method, and the weighted least squares method were used to obtain the best method for estimating the parameters and the survival function. A brief simulation study was conducted using the Monte-Carlo method. Several experiments were conducted with small, medium, and large sample sizes (١٥٠, ١٠٠, ٧٥, and ٥٠) and five models using different values for the unknown parameters. The statistical criterion, the mean square error (MSE), was used to compare the four estimation methods for the parameter estimates. The researcher concluded that the maximum likelihood method was superior in estimating the unknown parameters and the survival function for all sample sizes.

As for the practical aspect, the new probabilistic model (BurrX-LindleyTwoParameter distribution) was applied to real data of (١٥٠) observations from the Karbala Health Department, Al-Hussein Teaching Hospital, representing the survival times of people with breast cancer until death. The performance of the proposed distribution was compared with the basic Lindley distributions under study. The new model provided more Flexibility and efficiency in representing real data and proven superior in representing complex data.

Republic of Iraq
Ministry of higher Education and Scientific Research
University of Karbala
Faculty of Administration and Economics
Department of statistics

Constructing a new probability distribution based on the G-BurrX-Family rule with practical application

A Thesis Submitted to
Council of The Administration and Economics/ Karbala University as Partial fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Statistics
Presented by

Saad Sajjad Hariz

Supervised By
Asst. Prof .Dr . Enas Abdel-Hafez Mohmmad

١٤٤٧ هـ **٢٠٢٥ م**

Holy Karbal