



جمهورية العراق
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة كربلاء
كلية الإدارة والاقتصاد
قسم الاحصاء

بناء أنموذج انحدار شبه معلمي باستعمال بيانات دائرية

أطروحة قدّمت

الى مجلس كلية الإدارة والاقتصاد / جامعة كربلاء
وهي جزء متطلبات نيل درجة الدكتوراه فلسفة في الاحصاء

من قبل الطالبة

صبيحه نعمه زهد السعدون

بأشراف

أ.م.د. أيناس عبد الحافظ محمد

2025 م

1447 هـ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ هُوَ الَّذِي جَعَلَ الشَّمْسَ ضِيَاءً وَالْقَمَرَ نُورًا وَقَدَّرَهُ

مَنَازِلَ لِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ وَالْحِسَابَ ﴾

صدق الله العلي العظيم

سورة يونس: الآية (٥)

إقرار المشرف

أشهد بأن إعداد هذه الأطروحة الموسومة بـ (بناء أنموذج انحدار شبه مطمي باستعمال بيانات دائرية) والتي تقدمت بها الطالبة - صبيحة نعمه ضهد* قد جرى بإشرافي في قسم الاحصاء - كلية الادارة والاقتصاد - جامعة كربلاء ، وهي جزء من متطلبات نيل درجة دكتوراه فلسفة في الاحصاء .

أ.م. د. أيناك عبد الحافظ محمد

التاريخ: / / ٢٠٢٥

توصية رئيس قسم الاحصاء

بناءً على توصية الاستاذ المشرف، أرشح الأطروحة للمناقشة.

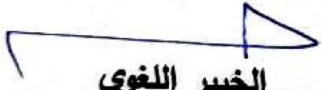
م. م. بشار خالد علي

رئيس قسم الاحصاء

التاريخ: / / ٢٠٢٥

إقرار الخبير اللغوي

أشهد بأن الأطروحة الموسومة (بناء أنموذج أنحدار شبة معلمي بأستعمال بيانات دائرية) للطالبة (صبيحة نعمة زهد) قسم الاحصاء قد جرى مراجعتها من الناحية اللغوية أصبحت خالية من الاخطاء اللغوية والاسلوبية ولأجله وقعت.


الخبير اللغوي
م.د. صلاح مهدي جابر

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على اقرار الخبيرين العلميين والخبير اللغوي على أطروحة الطالبه " صبيحه نعمه ضهد " الموسومة بـ (بناء أنموذج أنحدار شبه معلمي بأستعمال بيانات دائرية) ارشح هذه الأطروحة للمناقشة.



أ.م.د. حيدر عباس الجنابي


رئيس لجنة الدراسات العليا

معاون العميد للشؤون العلمية والدراسات العليا

مصادقة مجلس الكلية

صادق مجلس كلية الادارة والاقتصاد/ جامعة كربلاء على قرار لجنة

المناقشة.



أ.م.د. هاشم جبار الحسيني

عميد كلية الادارة والاقتصاد- جامعة كربلاء

٢٠٢٥ / /

إقرار لجنة المناقشة

نشهد نحن رئيس وأعضاء لجنة المناقشة بأننا قد اطلعنا على الأطروحة الموسومة بـ (بناء أنموذج أنحدار شبه معلمي باستعمال بيانات دائرية) والمقدمة من قبل الطالبه " صبيحه نعمه ضهد" وناقشنا الطالبه في محتوياتها وفيما له علاقة بها , ووجدنا بأنها جديرة بنيل درجة دكتوراه فلسفة في علوم الإحصاء بتقدير () .


أ.د باسم شلبية مسلم


عضواً

2025 / /


أ. م. د. صدى فايز محمد

عضواً

2025 / /


أ.م. د. ايناس عبد الحافظ محمد

عضواً ومشرفاً

2025 / /


أ. د. لقاء علي محمد الطوي

رئيساً

2025 / /


أ. د. جاسم ناصر حسين

عضواً

2025 / /


أ. م. د. سكيانة شامل جاسم

عضواً

2025 / /

الاهداء

إلى سيد البشرية أبي القاسم محمد (صلى الله عليه وسلم) وآل بيته
الطاهرين وصحبه المنتجبين

إلى من إنحنى ظهره من أجلي... والدي رَحِمَهُ اللهُ

إلى مَنْ طالتها يد الغدر والارهاب الشهيدة... والدتي رحمها الله.

إخوتي وأخواتي وأبنائهم حفظكم الله.

أساتيدي مع أمتناني... ولكل المهتمين بنشر العلم.

صبيحه

الشكر والامتنان

الحمد لله حمدا بعد حمد والصلاة والسلام على خاتم النبيين ومن بعث رحمة للعالمين (محمد الأمين) وعلى آله الطيبين الطاهرين وصحبه المنتجبين ومن والاه بخير من الأولين والآخرين. أنّ واجب الوفاء يُحتم عليّ أن أرفع أسمى آيات الشكر والعرفان إلى جميع أساتذتي الفضلاء ومثلي الأعلى الأستاذ المساعد الدكتور (أيّناش عبد الحافظ محمد)، وأنه لفخر لي، أن أنال إشرافها على اطروحتي لرعايتها ودعمها المتواصلين لي، فأسال الله سبحانه وتعالى أن يمد في عمرها بالصحة والعافية وأن يبقيها لدروب العلم منارا للباحثين انه قدير وبالإجابة جدير.

كما اتوجه بالشكر والتقدير والاحترام إلى جميع أفراد عائلتي، ومن كانت سندي في رحلت العمر والدراسة شقيقتي (الدكتورة زيتون نعمه السعدون) حفظها الله لي.

ويسعدني ان أتقدم بالشكر والامتنان إلى عمادة كلية الإدارة والاقتصاد متمثلةً بالأستاذ المساعد الدكتور (هاشم جبار الحسيني) والمعاون العلمي الأستاذ الدكتور (عبد الحسين جاسم) لدعمهم ومساندتهم المستمرة لطلبة الدراسات العليا. كما أتقدم بالشكر والامتنان إلى كل أساتذتي طوال مشواري الدراسي، وإلى السادة رئيس واعضاء لجنة المناقشة الاجلاء لتفضلهم بالموافقة على قبول مناقشة هذه الاطروحة، لما سيقدمونه من آراء تسهم في إثرائها، وإلى السادة المحكمين المحترمين من جميع الجامعات العراقية، وإلى الخبراء الفضلاء (الخبير اللغوي، والخبيرين العلميين) لهم مني عظيم الامتنان والاحترام.

الباحثة

المستخلص

تعد دراسة الظواهر التي تمثل ببيانات ذات طبيعة دائرية (زاوية) من الجوانب المهمة في الوقت الحاضر لوجود الكثير من الظواهر ذات الطبيعة الدائرية، يعد الانحدار شبه المعلمي من الأساليب الإحصائية المناسبة لدراسة الظواهر ذات الطبيعة الدائرية. تضمنت الدراسة بناء أنموذج انحدار شبه معلمي (دائري - خطي - دائري)، الأنموذج تم صياغته عن طريق توظيف نوعين من نماذج الانحدار الدائري هما (Linear + Circular) و (Circular + Circular) وجمعهما عن طريق معلمة دمج (Combin Parameter)، أذ تم بناء أنموذج الانحدار شبه المعلمي المدمج (the Combined semi parametric Circular -Linear- circular regression). عن طريق المفاضلة بين ثلاثة أنواع من النماذج شبه المعلمية (الدائرية - الخطية - الدائرية) في أنموذجين تم استعمال أنموذج الانحدار شبه المعلمي المدمج وبواسطة معلمة الدمج (Combin Parameter)، تم تقدير الجزء المعلمي (خطي - دائري) بطريقة الأماكن الأعظم (Maximum Likelihood) وتقدير الجزء اللامعلمي بطريقة دالة النواة الدائرية (circuler Kernel Function) باستعمال دالة النواة فون ميزس (Von Mises) ودالة النواة كوشي الملتف (Wrapped Cauchy)، أيضاً تم تقدير الأنموذج أنموذج الانحدار شبه المعلمي بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (Paritial Least Squares) وبتمثيل سلسلة فوريير (Fourier Series) للجزء اللامعلمي. استعمل أسلوب المحاكاة (Monte Carlo) وبواسطة برنامج (MATLAB) لتنفيذ برمجة البيانات الدائرية، تم توليد أربعة أحجام للعينة (100 , 200 , 300, 400). تمت المفاضلة بين النماذج المقدره باستعمال معايير المعلومات (AIC , BIC)، وتقييم أداء الأنموذج عن طريق معامل التحديد (R^2) ومتوسط مربع الخطأ (MSE). استعملت في الجانب التطبيقي البيانات الحقيقية لمرضى الخطأ الانكساري للعين المتضمن (قصر النظر، ومد النظر، اللابؤرية ومد النظر الشيوخوي) التي تم الحصول عليها من (مركز النور التخصصي لطب وجراحة العيون) في محافظة ذي قار وباستعمال جهاز (Auto Kerato – Refracto Tonometer TOPCON TRK.) .(2P)

تضمنت عينة الدراسة (400 حالة) تمثل بيانات قياس العين اليمنى (OD cyl axis) والعين اليسرى (OD cyl axis) وعمر المريض (Patient Age) لأشخاص يعانون من الخطأ الانكساري (Refractive Error).

وتم بناء أفضل أنموذج شبه معلمي دائري - خطي - دائري (Semi parametric Circular -Linear- circular Regression)، إذ ان الأنموذج حقق اقل (AIC , BIC) واعلى (R^2) واقل (MSE).

توصلت الدراسة إلى عدم استقرار نتائج الأنموذج شبه المعلمي الدائري -الخطي - الدائري في العينات الصغيرة، إذ نلاحظ تذبذب قيمة معامل التحديد (R^2) وكذلك متوسط مربع الخطأ (MSE) بين الارتفاع والانخفاض، قد يكون ذلك بسبب تغيير معلمة التمهيد الخاصة بدالة النواة أو بسبب تغيير التباين، أن افضل أنموذج شبه المعلمي باستعمال البيانات الدائرية عند تمثيل الجزء اللامعلمي باستعمال سلسلة فوريير

أوصت الباحثة بأجراء دراسات عن أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي- الدائري باعتماد عينات كبيرة لتحسين استقرار النتائج ودراسة أنواع أخرى من نماذج الانحدار الدائري.

قائمة المحتويات

ب	الآية القرآنية.....
خ	الاهداء.....
د	الشكر والامتنان.....
ذ	المستخلص.....
ز	قائمة المحتويات.....
ص	قائمة الأشكال.....
ض	قائمة الجداول.....
ط	قائمة الرموز والمختصرات العربية والإنكليزية.....
1	الفصل الأول : منهجية الأطروحة والاستعراض المرجعي.....
1-1	1-1 المقدمة:.....
2-1	2-1 مشكلة الأطروحة:.....
3-1	3-1 أهمية الأطروحة:.....
4-1	4-1 هدف الأطروحة:.....
5-1	5-1 الاستعراض المرجعي.....
9	الفصل الثاني: الجانب النظري.....
9	1-2 التمهيد:.....
9	2-2 مفاهيم أساسية:.....
9	1-2-2 مفهوم البيانات الدائرية:.....
11	2-2-2 دائرة الوحدة:.....
13	3-2-2 وحدات القياس الدائرية:.....
15	4-2-2 الاحصاء الدائري:.....
16	5-2-2 الاحصاء الوصفي الدائري:.....
19	2-2-2 توزيع البيانات الدائرية.....
19	1-2-2-1 مفهوم التوزيع الدائري :.....
20	2-2-2-2 بعض التوزيعات الاحتمالية الدائرية.....
20	1-2-2-2 توزيع فون ميزس (μ, ν) :.....
22	3-2-2-2- التوزيعات الدائرية الملتفة.....

- 231-3-2-2 توزيع كوشي
- 244-2-2 التوزيع الدائري - الخطي
- 272-2 الانحدار
- 271-2-2 انواع الانحدار
- 271-1-2-2 الانحدار المعلمي:
- 282-1-2-2 الانحدار اللامعلمي
- 283-1-2-2 الانحدار شبه المعلمي:
- 294-1-2-2 الانحدار الدائري
- 305-1-2-2 الانحدار الدائري-الخطي
- 323-2 طرائق تقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي-الدائري
- 331-3-2 تقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي-الدائري المدمج
- 351-1-3-2 تقدير الجزء المعلمي بطريقة الإمكان الأعظم
- 392-1-3-2 تقدير الجزء اللامعلمي بطريقة المقدر اللبي
- 433-1-3-2 معلمة التركيز (v)
- 432-3-2 تقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزئية¹
- 451-2-3-2 متسلسلة فوريير:
- 462-2-3-2 التقاطع الشرعي :
- 473-2-3-2 معايير المفاضلة
- 51الفصل الثالث: الجانب التجريبي والتطبيقي
- 51المبحث الأول (الجانب التجريبي)
- 511-1-3 التمهيد
- 512-1-3 المحاكاة
- 523-1-3 توليد البيانات :
- 552-2-1-3 تحليل النتائج :
- 64المبحث الثاني: الجانب التطبيقي
- 641-2-3 التمهيد
- 652-2-3 الخطأ الانكساري
- 673-2-3 أسباب الأخطاء الانكسارية

67	4-2-3 علاج الخطأ الانكساري (تصحيح النظر):
67	5-2-3 البيانات الحقيقية
68	6-2-3 اختبار ريلي
71	6-2-3 تقدير معلمات الأنموذج:
76	7-2-3 المفاضلة بين النماذج المقدر للبيانات الحقيقية:
78	الفصل الرابع: الاستنتاجات والتوصيات
78	1-4 الاستنتاجات
79	2-4 التوصيات
80	المصادر والمراجع
86	الملاحق

قائمة الأشكال

- شكل (1-2): علاقة الإحداثيات المثلثية والمستطيلة 11
- شكل (2-2): دائرة الوحدة 12
- شكل (3-2): تمثيل الموجه بالزاوية θ 12
- شكل (4-2): قياس زاوية الراديان 14
- شكل (5-2): يمثل المتوسط الحسابي للبيانات الزاوية 16
- شكل (1-3): آلية المحاكاة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج 54
- شكل (2-3): المقدرات المعلمية واللامعلمية لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج
باستعمال دالة النواة فون ميزس (VM) لتقدير الجزء المعلمي ومعلمة الدمج لحجم (200) 57
- شكل (3-3): المقدرات المعلمية واللامعلمية لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج
باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) لتقدير الجزء اللامعلمي ومعلمة الدمج لحجم (400) 60
- شكل (4-3): العلاقة بين القيم الحقيقية والقيم المتوقعة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري
باستعمال سلسلة فوريير لحجم (400) 63
- شكل (5-3): أنواع الأخطاء الانكسارية 65
- شكل (6-3): البيانات الحقيقية للعين اليمنى لمرضى الخطأ الانكساري 69
- شكل (7-3): البيانات الحقيقية للعين اليسرى لمرضى الخطأ الانكساري 70
- شكل (8-3): البيانات العمرية الحقيقية لمرضى الخطأ الانكساري 70
- شكل (9-3): القيمة المقدرة لمعلمة الدمج (α) بأستعمال دالة النواة Von Mises 72
- شكل (10-3): القيمة المقدرة لمعلمة الدمج (α) بأستعمال دالة النواة Wrapped Cauch 72
- شكل (11-3): معامل التحديد (R^2) لأنموذج الأنحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج 73
- شكل (12-3): العلاقة بين القيم الحقيقية والقيم المتوقعة للدالة اللامعلمية 75
- شكل (13-3): العلاقة بين القيم الحقيقية والقيم المتوقعة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري
باستعمال سلسلة فوريير 75
- شكل (14-3): مقارنة القيم المتوقعة والقيم الفعلية 76

قائمة الجداول

- 29..... جدول (1-2): نماذج الانحدار الدائري
- 30..... جدول (2-2): أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري
- 52..... جدول (1-3): القيم الافتراضية لمعاملات الجزء المعلمي
- 53..... جدول (2-3): القيم الافتراضية لمعلمة الدمج لكل تجربة
- جدول (3-3): مقارنة نماذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج المقدر باستخدام دالة النواة فون ميزس (VM) لتقدير الجزء اللامعلمي لحجوم عينات (100,200,300,400)..... 55
- جدول (4-3): مقارنة أنموذجات الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج المقدر باستخدام دالة النواة كوشي المغلف (WC) لتقدير الجزء اللامعلمي لحجوم عينات (100,200,300,400)..... 57
- جدول (5-3): مقارنة أنموذجات الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المقدر بطريقة المربعات الصغرى الجزائرية لحجوم عينات (100,200,300,400) وتحديد القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) 61
- جدول (6-3): معايير المفاضلة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي - الدائري..... 63
- جدول (7-3): الاحصاء الوصفي لبيانات العينة مقاسة بالراديان..... 67
- جدول (8-3): المعلمات المقدره الجزء المعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج. 71
- جدول (9-3): المعلمات المقدره للجزء المعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائرية(PLS)..... 73
- جدول (10-3): اختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R2)، (MSE) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائرية (PLS)..... 73
- جدول (11-3): تقدير معاملات فوريير للجزء اللامعلمي في أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي-الدائري وباستعمال سلسلة فوريير بمعلمة جزء $(\lambda = 5)$ 74
- جدول (12-3): معايير المفاضلة لمقدرات أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي - الدائري..... 76

قائمة الرموز والمختصرات العربية والإنكليزية

Random Variable Combin Parameter	θ	متغير عشوائي يمثل الزاوية
Circular Arithmetic Mean	$\bar{\theta}$	الوسط الحسابي الدائري
Circular Direction Mean	\bar{R}	متوسط الاتجاه الدائري
Circular Varianc	V	التباين الدائري
Circular Standard Deviation	S_{citre}	الانحراف المعياري الدائري
Probability Density Function	$f(\theta)$	دالة الكثافة الاحتمالية
Cumulative Distribution Function	$F(\theta)$	دالة التوزيع التراكمية
Von Mises Distribution	VM	توزيع فون ميزس
Wrapped Cauchy Distribution	WC	توزيع كوشي الملفت
Von Mises Kernal Density Parametar	v	معلمة تركيز دالة النواة فون ميزس
Wrapped Cauchy Density Parametar	ρ	معلمة تركيز دالة النواة كوشي الملفت
Combin Parametar	α	معلمة الدمج
Penalty Parametar	λ	معلمة الجزاء
Penalized Least Square	PLS	المربعات الصغرى الجزائية
Akaikes Information Criterion	AIC	معيار المعلومات أكايكي
Bayesion Information Criterion	BIC	معيار المعلومات البيزي
Mean Square Error MSE	MSE	متوسط مربع الخطأ
Coefficient Of Determination	R^2	معامل التحديد
Cross – Validation	CV	التقاطع الشرعي
Generalized Cross – Validation	GCV	التقاطع الشرعي المعمم

الفصل الأول

منهجية الأطروحة والاستعراض

المرجعي



الفصل الأول : منهجية الأطروحة والاستعراض المرجعي

1-1 المقدمة: Introduction

دراسة وتحليل أي ظاهرة من الظواهر الاقتصادية والبيئية والمالية يتطلب اعتماد تحليل مناسب يمكن عن طريقه اتخاذ القرارات المناسبة لفهم الظاهرة وجمع المعلومات ذات الصلة كافة وإمكانية تمثيلها وكشف العلاقات بين عواملها، لذا فبناء أنموذج انحدار يكون بالاعتماد على صيغة رياضية واختيار طريقة لحل هذا الأنموذج الرياضي، لبناء أنموذج انحدار شبه معلمي باستعمال بيانات دائرية من المفترض الأخذ بنظر الاعتبار الطبيعة الدورية للبيانات وعدم استعمال أساليب إحصائية تقليدية كون ذلك يؤدي إلى نتائج مضللة، أيضاً تحديد صيغة الأنموذج الرياضي المناسبة لمتغيرات الدراسة، تم اختيار الأنموذج شبه المعلمي بمتغير معتمد دائري و متغير خطي توضيحي و متغير دائري توضيحي لهذا الأنموذج ميزات إيجابية فو يأخذ بنظر الاعتبار القيود الصارمة على الجزء المعلمي والمرونة العالية للجزء اللامعلمي، وتضمنت هيكلة الأطروحة أربع فصول: الفصل الأول خاص بمنهجية الأطروحة وضم المقدمة، المشكلة، الهدف، والاستعراض المرجعي.

الفصل الثاني تضمن الجانب النظري وضم مفهوم البيانات الدائرية والاحصاء الوصفي الدائري، والتوزيعات الدائرية، وطرائق التقدير المستعملة لتقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي المدمج الدائري - الخطي - الدائري (الامكان الأعظم ML لتقدير الجزء المعلمي ودالة النواة Kernel Function لتقدير الجزء اللامعلمي)، والأنموذج شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المقدر بطريقة المربعات الصغرى الجزئية.

تكون الفصل الثالث من مبحثين الأول هو الجانب التجريبي للأطروحة تضمن تجربة أسلوب المحاكاة (مونت - كارلو)، والمبحث الثاني تم فيه استعمال بيانات دائرية حقيقية تمثل الخطأ الانكساري للعين أذ تمثل المتغير المعتمد ببيانات الخطأ الانكساري للعين اليمنى، و متغير تفسيري مثل بيانات الخطأ الانكساري للعين اليسرى فضلاً عن المتغير الخطي التفسيري المتمثل بالبيانات العمرية.

شمل الفصل الرابع الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل لها من الجانبين (التجريبي والتطبيقي).

1-2 مشكلة الأطروحة: Problem of thesis

تكمن مشكلة الأطروحة بوجود العديد من الظواهر في الواقع التطبيقي التي لها خاصية دورية وتكون بياناتها ضمن المدى $(0, 2\pi)$ ، أذ أن البيانات الدائرية تتكرر كل 360° مما يجعل صعوبة في التفسير لقرب القيمتين 0° و 360° ولهما نفس الاتجاه، وهي من البيانات التي لها أهمية في مجالات عدة ويواجه تحليل هذه البيانات العديد من التحديات المرتبطة بتحليل البيانات الدائرية كاختلاف التوزيع للبيانات الدائرية والخطية التي أعتمد عليها الأنموذج، أيضاً تكمن مشكلة الأطروحة بوجود العديد من النماذج التقليدية لكنها غالباً لا تحقق دقة عالية في تمثيل البيانات ذات الطبيعة الدورية مما يؤثر على دقة التقدير.

ذلك يتطلب بناء أنموذج انحدار شبه معلمي لهذه البيانات ذات الطبيعة الدورية لتحليل العلاقة بين المتغيرات المستعملة في الأطروحة، يعتمد تقدير معاملات هذا الأنموذج على توزيعات حدية وأخرى مشتركة (خطية -دائرية).

1-3 أهمية الأطروحة Importance of thesis:

تكمن أهمية الأطروحة ببناء أنموذج انحدار شبه معلمي يجمع بين المرونة والدقة وتحقيق موثوقية عالية في نتائج التقدير والتنبؤ بما يتوافق مع طبيعة البيانات الدائرية - الخطية. وتقديم أطار نظري وتطبيقي للنماذج شبه المعلمية في مجال البيانات الدائرية، للأطروحة أهمية في تصميم الأنموذج شبه المعلمي لأنواع مختلفة من البيانات الدائرية.

1-4 هدف الأطروحة: Aim of thesis

تهدف الأطروحة إلى معرفة خصائص البيانات الدائرية، وبناء أنموذج انحدار شبه معلمي يدمج بين المتغيرات الدائرية والمتغيرات الخطية ويكون قادر على معالجة البيانات الدائرية بكفاءة ودقة عالية، أيضاً دراسة بعض التوزيعات الحدية والتوزيعات المشتركة (خطية-دائرية) التي تم الاعتماد عليها لتقدير الجزء المعلمي والجزء اللامعلمي.

5-1 الاستعراض المرجعي Review of Literatur

اهتم مجموعة من الباحثين بدراسة الانحدار لمتغيرات دائرية او خطية - دائرية نستعرض جزء من هذه الدراسات :-

- في عام (2006) قدم الباحثان ^[55] SenGupta, A., & Ugwuowo, F. I. دراسة بعنوان (Asymmetric circular-linear multivariate regression models with applications) تم فيها اقتراح نماذج انحدار متعدد المتغيرات الزاوية الخطية غير المتماثلة وذلك بسبب الحاجة إلى التنبؤ ببعض الخصائص البيئية بناءً على بعض المتنبئات الدائرية الخطية وباستعمال بيانات من تجربة اشعاع الطاقة الشمسية وطاقة الرياح، تم التركيز في هذه الدراسة على ملائمة نماذج الانحدار للمتغيرات الخطية الزاوية غير المتماثلة، تم الاعتماد على دالة جيب التمام البسيط لبيانات الطاقة الشمسية وطاقة الرياح، وبالاعتماد على اربع إجراءات لتشخيص وتحديد طبيعة ملائمة النماذج. ويبرز من هذه الأساليب ان النماذج أعطت تناسباً جيداً لمجموعة البيانات أي فعاليتها في تحليل العلاقات المعقدة بين المتغيرات الدائرية والخطية.
- عام (2009) قدم الباحثان ^[19] Bhattacharya & SenGupta دراسة بعنوان (Bayesian Analysis of Semiparametric Linear—Circular Models) ركزت الدراسة على تحليل بيانات لمتغيرات عشوائية خطية - دائرية تم تحليل البيانات ضمن إطار الانحدار الكلاسيكي. تم اقتراح أطواراً هرمياً بيزياً لمعالجة جميع أشكال عدم اليقين التي تنشأ في البيانات الخطية - الدائرية، تميز الأنموذج انه يفترض أن يكون المكون الدائري يتبع إنموذج خليط (Mixture Model) لعدد غير معروف من توزيعات فون ميزس (Von Mises Distribution) (التوزيعات الطبيعية الدائرية) واستعمل الباحثان عملية (Dirichlet) لإدخال المرونة في أبعاد الأنموذج، وتطوير خوارزمية أخذ عينات (Gibbs) بسيطة لمحاكاة مكونات الخليط، قدم الأنموذج المقترح حلاً مرناً وفعالاً لتحليل الخطية- الدائرية المعقدة.
- قدمت الباحثة ^[8] عيسى، اسيل مسلم.رسالة ماجستير عام (2011م) بعنوان "مقارنة بعض المقدرات شبه المعلمية لتقدير دالة استهلاك الطاقة الكهربائية لمدينة بغداد" هدفت

الى بيان أهمية تقدير دالة الانحدار شبه المعلمي، وتم مقارنة بعض الطرائق المقترحة لتقدير دالة الانحدار ومقارنتها عن طريق أسلوب المحاكاة، وتم تقدير دالة الانحدار باستعمال مقدر مدمج شبه معلمي وأثبت أفضليته في الأنموذج.

- قدم الباحث^[5] حسن، رعد فاضل رسالة ماجستير عام (2013 م) بعنوان " نماذج الانحدار المعلمي وشبه المعلمي (دراسة مقارنة)" أذ قارن الباحثان عدداً من انموذجات الانحدار المعلمي (الخطية او اللاخطية)، انموذجات الانحدار اللامعلمية وانموذجات الانحدار شبه المعلمي (الانحدار الخطي الجزئي والانحدار الخطي الجزئي الموسع)، تم بناء عدد من الأنموذجات لكل نوع من أنواع الانحدار وأجراء مقارنة فيما بينهم وتم اعتماد ثلاثة معايير للمقارنة بين الأنموذجات هي (AIC , BIC , R^2).

- العام (2014) قدم الباحثون Oliveira, M., Crujeiras, R. M., & Rodríguez-Casal,^[46] دراسة بعنوان (CircSiZer: an exploratory tool for circular data) تم تقدير الانحدار اللامعلمي الدائري- الدائري باستخدام برنامج R ومن خلال الحزمة Npcirc، تحتوي هذه الحزمة على دوال لحساب مقدر دالة الكثافة الدائرية للنواة غير المعلمية ومقدرات الانحدار اللامعلمي الدائري-الدائري، تم في هذه الدراسة تطوير تقنية Sizer للبيانات الدائرية وهي Circsizer، وتم تقدير الانحدار باستخدام دالة كيرنل الدائري فون ميزس (VM) وبمعلمة تركيز v .

- وفي العام نفسه (2014م) قدم الباحثان Johnson, R. A., & Wehrly, T. E.^[35] دراسة بعنوان (Some angular-linear distributions and related regression models) اقترح الباحثان نماذج معلمية لتوزيع مشترك للمتغيرات العشوائية في حال يكون أحد المتغيرات زاوي والمتغير الآخر كمي، كما ناقشا انموذج الانحدار البسيط القائم على هذه التوزيعات، ركزت الدراسة على تطوير نماذج معلمية جديدة للتوزيعات الزاوية- الخطية وباستعمال التوزيعات الشرطية في نماذج الانحدار. شملت الدراسة على تطبيق عملي بمتغير تابع زاوي (اتجاه الرياح) ومتغيرين تفسيريين هما (درجة الحرارة) و(مقياس التلوث).

- وفي العام نفسه (2014 م) قدم الباحث Pane, R.^[47] دراسة بعنوان (Parametric and nonparametric estimators in fourier series semiparametric regression and their

(characteristics) تمت دراسة تقدير أنموذج انحدار شبه معلمي وتم تقريب المكون اللامعلمي بواسطة سلسلة فوريير، واستعملت طريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) Penalized Least Square في التقدير.

- عام (2015) قدم^[13] (Abuzaid & Allahham) دراسة بعنوان (ON THE SIMPLE ANGULAR REGRESSION MODEL) اقترح فيها أنموذج انحدار بسيط (دائري - خطي) لمتغير عشوائي يتبع توزيع كوشي المغلف (Wrapped Cauchy distribution) تم تقدير معاملات الأنموذج باستعمال طريقة الأماكن الأعظم (Maximum Likelihood Estimator) وحساب الانحراف المعياري (Standard deviation) وفترات الثقة (Confidence interval) واستعملا المحاكاة للتأكد من عدم التحيز والاتساق والامتانة.
- عام (2016) قدم الباحث^[43] Mutwiri دراسة بعنوان (Application of multiple Liner-Circular regression models to animal movement data with covariates) استعمل الباحث انموذج الانحدار الدائري - الخطي (Liner-Circular regression model) تضمن متغير دائري معتمد ومتغيرات خطية تفسيرية، استعمل الباحث طريقة الامكان الأعظم للتقدير، توصل إلى انموذج احصائي لفهم حركة الحيوانات.
- عام (2018 م) قدم الباحثان^[60] Tsuruta, Y., & Sagae, M. دراسة بعنوان (Properties for circular nonparametric regressions by von Mises and wrapped Cauchy kernels) تضمنت دراسة خصائص الانحدار الدائري غير المعلمية باستخدام دالة نواة فون ميزس (Von Mises) ودالة نواة كوشي الملتف (Wrapped Cauchy) استنتجت الدراسة القيم التطبيقية التقاربية ومعدل التقارب للأخطاء التربيعية المتكاملة للمتوسط الشرطي الموزون لنوى فون ميزس ونوى كوشي الملتف، وظهرت التجربة العددية أن نواة فون ميزس تتفوق على نواة كوشي الملتف في العينات الصغيرة، وان الخصائص النظرية مدعومة في العينات الكبيرة.

* في عام (2020 م) قدم الباحثان^[23] Chamidah, N., & Budiantara, I. N دراسة بعنوان (Theoretical Study of Fourier Series Estimator in Semiparametric Regression for Longitudinal Data Based on Weighted Least Square Optimization)، قام الباحثان بتحديد مقدر معاملات الانحدار شبه المعلمي للبيانات الطولية وباستعمال طريقة المربعات الصغرى

(WLS) وبالاعتماد على مقدر سلسلة فوريير للبيانات الطولية، وتم اختيار معامل التذبذب الأمثل K للحصول على تقدير معاملات الأنموذج، استعملت طريقة (GCV) لتحديد K الأمثل، بعد الحصول على معاملات التذبذب الأمثل من الحد الأدنى ل (GCV) وتم استعمال معاملات التذبذب مرة أخرى في نمذجة الانحدار شبه المعلمي بسلسلة فوريير، استعملت معايير جودة الأنموذج في تحديد أفضل أنموذج وهي القيمة العالية ل (R^2) والقيمة الصغيرة ل (MSE).

* عام (2021 م) قدم الباحث ^[38] Kustianingsih وآخرون دراسة بعنوان (Fourier series estimator in semiparametric regression to predict criminal rate in Indonesia) هدفت الدراسة الى تقديم الأنموذج الأفضل من بين ثلاثة انموذجات تم تقديرها باستعمال سلسلة فوريير، انموذج الجيب وانموذج الجيب تمام والأخير يجمع بين الجيب وجيب التمام أي المقدر الكامل للبيانات الطولية، تم اختيار افضل انموذج وهو مقدر فوريير الذي حقق أقل معامل التحقق المتبادل المعمم (GCV) ومتوسط مربعات الخطأ (MSE) واكبر قيمة لمعامل التحديد (R^2).

* في العام نفسه (2021) قدم الباحث ^[42] Mohammad وآخرون دراسة بعنوان (مراجعة نماذج الانحدار الدائري-الخطي) عن طريقها أعاد تشكيل إنموذج الانحدار الخطي الكلاسيكي بأنموذج انحدار دائري - خطي يتعامل مع البيانات الدائرية كونها تتأثر بالاتجاه والزوايا، فضلاً عن ذلك بين خصائص البيانات الدائرية وتأثيرها في الوصف والاستدلال عند اجراء التحليل الإحصائي وسلط الضوء على مزايا وقيود واستكشاف إنموذج الانحدار الدائري - الخطي.

* في عام (2022) قدم الباحث ^[33] Hussein دراسة بعنوان (Using a semi-parametric regression model to study the most important factors affecting the gross domestic product of oil prices for the period 1980-2020) هدفت الدراسة لبناء أنموذج انحدار جزئي شبه معلمي يتكون من جزئين جزء معلمي وجزء لامعلمي تطبق فيه الطرق المعلمية واللامعلمية، أذ يحتوي أنموذج الانحدار على قيود صارمة للجزء المعلمي ومرونة عالية للجزء اللامعلمي، وتم دمجهما بأنموذج شبه معلمي، وتم تقدير معاملاته بطريقة المربعات الصغرى العامة (GDBL) وطريقة الانحدار المزدوج (DR) اما بالنسبة للجزء اللامعلمي تم تقديره عن طريق ناداريا واتسون وطرق تنعيم المنحنيات المختلفة.

* عام (2023م) قدم الباحث^[3] جواد، علي محمد دراسة بعنوان (بناء وتقدير انموذج انحدار زاوي للبيانات الدائرية مع تطبيق عملي) هدفت الدراسة إلى بناء انموذج انحدار زاوي بسيط عن طريق المفاضلة بين ثلاثة انموذجات انحدار زاوي بخطأ عشوائي مختلف وهي انموذج انحدار بخطأ فون ميزس (Von Mises) وانموذج انحدار بخطأ كوشي الملتف (Wrapped Cauchy) وانموذج الانحدار الزاوي البسيط المقترح من الباحث بتوزيع الخطأ العشوائي الطبيعي الملتف (Wrapped normal)، وتم تقدير معلمات هذه الأنموذجات بطريقة الإمكان الأعظم وتمت المفاضلة بين الأنموذجات بمعايير المفاضلة (AIC , BIC , AICC) وتم اختيار الأنموذج المقترح من الباحث لأنه اخذ افضل المعايير، طبقت الدراسة باستعمال متغيرين دائريين هما اتجاه الرياح كمتغير معتمد واتجاه الضغط الجوي كمتغير تفسيري في مدينة الناصرية.

* عام (2024 م) قدم الباحثان^[45] Nazer, R. S., & Ali, O. A دراسة بعنوان (Nadaraya-Watson estimation of a circular regression model on peak systolic blood pressure data) تناولت تطوير أنموذج انحدار مع مراعاة الطبيعة الدورية للمتغير المعتمد والمتغيرات التفسيرية أو كليهما. طبقت طريقتان للتقدير، انموذج معلمي (الانحدار الدائري البسيط SCR) وأنموذج انحدار لامعلمي (أنموذج الانحدار الدائري لناداريا-واتسون Nadaraya-Watson) أستنتج من الدراسة تفوق الأنموذج اللامعلمي على الأنموذج المعلمي في تقدير معاملات أنموذج الانحدار الدائري، أوصى الباحث على استعمال طريقة ناداريا واتسون لرصد اللاخطية في البيانات.

أهتمت الدراسات والبحوث السابقة بدراسة الانحدار الدائري والبيانات الدائرية والتوزيعات الملائمة لهذه البيانات، قدم العديد من الباحثين دراسة الانحدار الدائري- الخطي، الانحدار الخطي - الدائري والانحدار الدائري - الدائري، تم دراسة الانحدار شبه المعلمي لمتغيرات خطية وتضمنت هذه الدراسات السابقة الانحدار شبه المعلمي الدائري إذ استعمل الباحث طريقة بيز في التقدير.

اوجه الاختلاف في هذه الأطروحة عن الدراسات السابقة هي بناء انموذج الانحدار شبه المعلمي (دائري - خطي - دائري) ولبيانات دائرية وخطية، إذ تم تقدير الجزء المعلمي وهو عبارة عن انحدار خطي - دائري وبفرض ان الخطأ له توزيع خطي - دائري، وتقدير الجزء

اللامعلمي وهو انحدار دائري -دائري عن طريق دالة النواة (Kernel Function) وجمع الجزء المعلمي والجزء اللامعلمي عن طريق معلمة دمج. أيضاً تم استعمال أسلوب آخر لبناء أنموذج الانحدار شبه المعلمي (دائري - خطي - دائري) عن طريق سلسلة فوريير لتمثيل الجزء اللامعلمي وتقديره بطريقة المربعات الصغرى الجزئية والمفاضلة بينه وبين انموذج الانحدار شبه المعلمي (دائري - خطي - دائري) المدمج.

الفصل الثاني

الجانب النظري



الفصل الثاني: الجانب النظري

1-2 التمهيد: Introduction

لبناء انموذج احصائي نستعمل تحليل الانحدار كأداة إحصائية لهذا الغرض عن طريق تقدير العلاقة بين متغيرات الأنموذج المتكونة من المتغير المعتمد ومتغير تفسيري واحد او مجموعة من المتغيرات التفسيرية بحيث تنتج معادلة احصائية توضح العلاقة بين هذه المتغيرات، تطورت انموذجات الانحدار بمرور الزمن وتطور علم الاحصاء منها النماذج المعلمية (الخطية والاحطية) وتتميز هذه النماذج بأنها مقيدة بفرض ان العينة موضوع الدراسة المأخوذة من مجتمع له توزيع محدد، ويتم تقدير معلمات الأنموذج بطريقة الامكان الأعظم او المربعات الصغرى وغيرها، استمر تطور هذه النماذج فظهرت النماذج اللامعلمية والنماذج شبه المعلمية لتكون كحل وسط بين النماذج المعلمية واللامعلمية.

2-2 مفاهيم أساسية: Basic principles

1-2-2 مفهوم البيانات الدائرية: The concept of circular data [42] [22] [34]

البيانات الدائرية هي نوع من البيانات التي تمثل نقاطاً على محيط دائرة الوحدة المقاسة بالدرجات أو بالراديان. على مدى القرن الماضي، تم التركيز بشكل كبير على البيانات الدائرية في أنواع مختلفة من المجالات مثل الفيزياء وعلم النفس والأرصاد الجوية والجيولوجيا وعلم الحفريات وعلم الأحياء وعلم الفلك وغيرها الكثير. يمكن تعريف البيانات الدائرية في أنواع مختلفة من التوزيعات مثل التوزيعات النقطية والقلبية والمثلثية وتوزيعات فون ميزس (VM) Von Mises والطبيعية الملتفة (WN) Wrapped Normal و بواسون الملتف (WP) Wrapped Poisson. توزيع (VM) Von Mises هو التوزيع الأكثر شيوعاً للبيانات الدائرية؛ لأنه يأخذ الدور الذي يؤديه التوزيع الطبيعي في الإحصاءات الخطية القياسية. في الواقع، يتشكل مثل التوزيع الطبيعي، فيما عدا أن ذيوله مقطوعة. على عكس البيانات الخطية، أصل البيانات الدائرية غير محدد لأنها موجودة على الأسطح المحيطية والكروية. يمكن أن يؤثر الاختلاف في خصائص البيانات على الوصف والاستدلال في التحليل الإحصائي. لذلك، لم تعد طريقة الاحصاء الخطي الكلاسيكية مناسبة عند معالجة البيانات الدائرية.

يتم جمع البيانات الدائرية عندما يكون موضوع الاهتمام هو اتجاه أو وقت من اليوم. تظهر هذه البيانات الخاصة في العديد من التطبيقات: علوم الأرض (مثل اتجاهات الرياح)، والطب (مثل إيقاع الساعة البيولوجية)، والبيئة (مثل حركات الحيوانات)، والطب الشرعي (وقوع الجريمة)

البيانات الدائرية هي البيانات التي يمكن تمثيلها كنقاط على محيط دائرة الوحدة أو كمتجه وحدة في المستوى. باختيار مناسب للمنشأ (أو الأصل وهو النقطة المرجعية لقياس الزوايا على الدائرة) والشعور بالدوران (أما موجباً أو سالباً) يمكن تحويل هذه البيانات إلى زوايا. للبيانات الدائرية خصائص رئيسية هي :

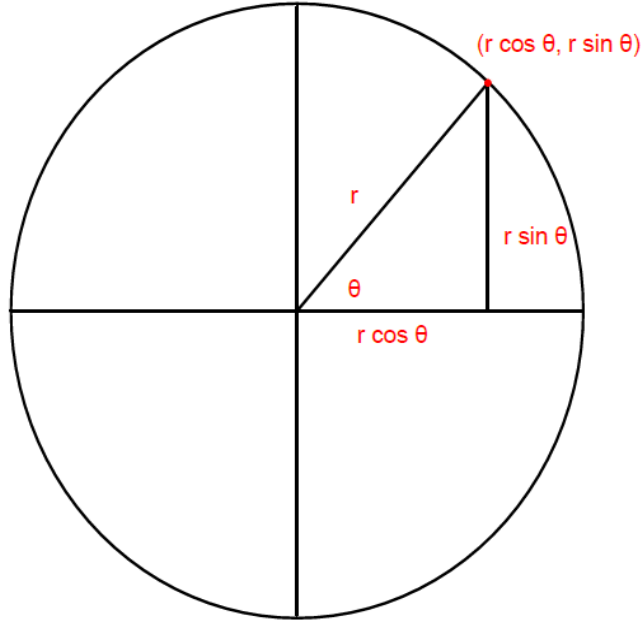
الخاصية الأولى هي اعتماد القيمة على الأصل واتجاه الدوران أن الأصول المختلفة أو الإحساس المختلف بالدوران يعطي قيماً مختلفة للملاحظة نفسها.

الخاصية الثانية هي الدورية، لو كان لدينا ملاحظة زاوية مقدارها (θ) ، فإن أي دوران بمضاعفات (2π) حول الدائرة يعيد النقطة إلى موقعها الأصلي على الدائرة. الخاصية الثالثة ويمكن التعبير عن الزاوية المكافئة ل (θ) رياضياً بالعلاقة :

$$\theta = \text{mod} (\theta + 2p\pi, 2\pi) \quad \text{أذ} \quad p \in \mathbb{N} \quad , \quad N = 0, 1, 2 \dots \infty$$

أي أن الزوايا (θ) و $(\theta + 2p\pi)$ تمثل نفس الموقع على الدائرة.

أن طرائق تحليل هذا النوع من البيانات يعتمد على كيفية قياس المسافة بين أي مشاهدين، يمكن تمثيل البيانات الدائرية كزوايا أو نقاط على محيط (دائرة الوحدة) يحدد الاتجاه من خلال احداثيين، يمكن استخدام نظام الإحداثيات المستطيلة من نقطة الأصل ومحورين أو ثلاث متعامدين خلال نقطة الأصل، أي نقطة مثل $(r \cos \theta, r \sin \theta)$ يمكن تمثيلها كمستطيل (x,y) أو كإحداثيات قطبية (r,θ) حيث r هي المسافة بين محيط الدائرة ونقطة الأصل ويتم التركيز وطول المتجه r ويمكن تحويل الإحداثيات القطبية إلى مستطيل والعكس صحيح عن طريق الدوال المثلثية (sine , cosine) كما في الشكل (1-2).



شكل (1-2): علاقة الإحداثيات المثلثية والمستطيلة [33]

إذا كانت $(r \cos \theta, r \sin \theta)$ واقعة على محيط دائرة الوحدة يكون التحويل بين الإحداثيات القطبية والمستطيلة بالشكل الآتي:

$$(1, \theta) \leftrightarrow (x = \cos \theta, y = \sin \theta)$$

لتحليل الاتجاه يكون الاهتمام بالاتجاه وليس بحجم المتجه، نأخذ هذه المتجهات لتكون بطول الوحدة يعني $(r=1)$ لذا فإن كل اتجاه يتوافق مع النقطة $(r \cos \theta, r \sin \theta)$ الواقعة على محيط دائرة الوحدة يمكن تحديد هذه النقطة على محيط دائرة الوحدة بالزاوية فقط.

2-2-2 دائرة الوحدة: Unit Circle [36]

مصطلح يستعمل في الرياضيات في علم المثلثات، يشير إلى دائرة نصف قطرها يساوي الواحد الصحيح ومركزها هو نقطة الأصل $(0,0)$ ، تقسم هذه الدائرة إلى أربعة أقسام، أذ الربع الأول يضم الزوايا $(360^\circ | 0^\circ)$ إلى 90° أي $(\frac{\pi}{2})$ ، الربع الثاني يضم الزوايا $(180^\circ - 90^\circ)$ أي (π) ، الربع الثالث يضم الزوايا $(270^\circ - 180^\circ)$ أي $(\frac{3\pi}{2})$ والربع الأخير يضم الزوايا $(360^\circ | 0^\circ - 270^\circ)$ أي (2π) ، كما في الشكل ادناه:

ببساطة يمكن تعريف الدوال المثلثية بواسطة دائرة الوحدة، أذ النقطة $p(\cos \theta , \sin \theta)$ يمثل الأحدثائي العمودي لها هو $\sin \theta$ والإحدثائي الأفقي لها يمثل $\cos \theta$ كل نقطة على دائرة الوحدة يجب ان تحقق الآتي :

$$\text{Cos}(\theta) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{x}{1} = x$$

$$\text{Sin}(\theta) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{y}{1} = y$$

بما ان قانون معادلة الدائرة هو:

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1 \quad \dots \text{ أي ان: } (1 - 2)$$

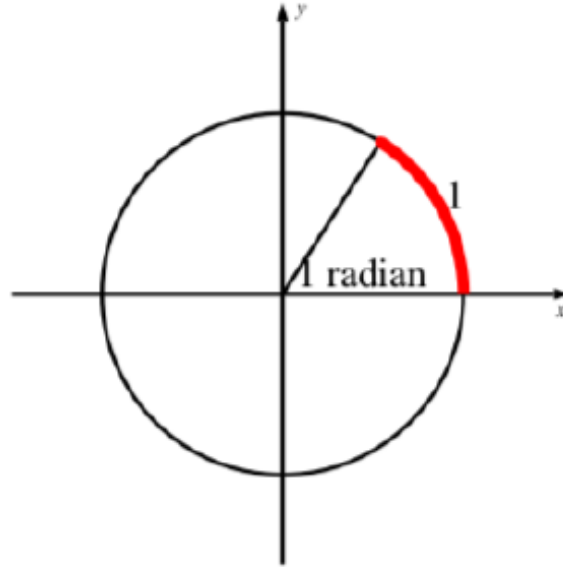
3-2-2 وحدات القياس الدائرية circular units of measurement : [40] [36] [41]

- **البيانات الزاوية Angle $(360-0)^\circ$:** هي البيانات التي تكون ضمن النطاق $(360-0)^\circ$ تحول البيانات السالبة إلى موجبة بطرحها من 360° ، على سبيل المثال، (-20°) تطرح من 360° تتحول إلى 340° ، أي بيانات خارج النطاق $(360-0)^\circ$ تصبح ضمن النطاق عن طريق تحويلها بطرح أو إضافة 360° لتكون ضمن النطاق.
- **الراديان $(0-2\pi)$ Radian:** تكون القيم ضمن النطاق $(0-2\pi)$ وتحويل القيم السالبة إلى موجبة عن طريق طرحها من 2π ، يعرف الراديان بأنه الزاوية المركزية للدائرة المقابلة لقرس طوله يكون مساوياً لطول نصف قطر هذه الدائرة، الراديان وحدة قياس للزوايا المستوية وتعد وحدة رسمية معتمدة ضمن النظام الدولي للوحدات، تحتوي الدائرة على (2π) زاوية نصف قطرية وذلك؛ لأن النسبة بين محيط الدائرة ونصف قطرها هو (2π) ويستنتج من ذلك ان الزاوية النصف قطرية تقدر ب $(2\pi \text{ rad})$ ويمكن تحويلها الى زاوية مقاسة بالدرجات تساوي 360° أي ان :

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57.3^\circ$$

الزاوية المركزية التي تقابل القوس بالدرجات النصف قطرية (θ) = $\frac{\text{طول القوس}}{\text{نصف القطر}}$



شكل (2-4): قياس زاوية الراديان^[58]

يتضح ان القياس بالراديان لا تقسم الدائرة إلى أجزاء محددة وانما يعتمد على طول القوس.

للراديان تطبيقات في مجال الفيزياء والرياضيات والهندسة والفلك فهو يوفر وحدة طبيعية لقياس الزوايا.

- **أكسيال (0-180) Axial**: هذه البيانات ثنائية الاتجاه، إذ يعد كل اتجاه مكافئاً للاتجاه المعاكس له وتكون الزوايا متكافئة، أي الزاوية (θ) مكافئة للزاوية $(\theta + 180^\circ)$ الطريقة الفضلى للتعامل مع البيانات المحورية تحويلها إلى بيانات دائرية عن طريق ضربها في (2) لتصبح البيانات المحورية ضمن النطاق $(0-360)$ أي ان الزاوية (θ) تكون مساوية إلى (2θ) .

- **البوصلة Compass**: تكون البيانات نصية تمثل 16 نقطة من البوصلة تحول إلى درجات عن طريق إعادة الترميز $(N=0, E=90, S=180, W=270)$ ، باستعمال حرفين أو أكثر مثلاً: (NNW) شمال شمال غرب، من الظواهر التي يتم قياسها بواسطة البوصلة مثلاً، اتجاه الرياح واتجاه الطيور المهاجرة

- **التاريخ The date**: يكون تحويل أي تاريخ (شهر أو أسبوع أو يوم أو ساعة) إلى زاوية ثم رسم المشاهدات في تلك الزوايا، مثلاً، إذا كانت المشاهدات شهرية فأن البيانات الدائرية تقسم نطاق ال (360°) إلى (12 مجموعة) تتوافق مع أشهر السنة أذ يتوافق شهر واحد من السنة مع (30°) أي $\frac{360^\circ}{12}$ من الدائرة
مثلاً اعتبار الشهر الأول هو الدرجة الأدنى (15°) والشهر الثاني (45°)... وشهر الحادي عشر (345°)، وإذا كانت البيانات يومية تمثل حدثاً يومياً تقسم قيم الوقت بين (24-0)، وهكذا يمكن تحويل أي وحدة زمنية مثل (x) إلى زاوية بالصيغة :

$$\theta = \frac{(360^\circ)(x)}{k}$$

إذ: θ تمثل الزاوية

k تمثل عدد وحدات الزمن الإجمالية في الدورة الكاملة

يتم قياس المشاهدات بواسطة التاريخ كالساعات مثلاً، أوقات وصول المرضى إلى وحدة الطوارئ بالمستشفى، وتنشأ بيانات مماثلة في أوقات السنة لأحداث يومية، شهرية أو سنوية.

4-2-2 الاحصاء الدائري Circular Statistics : [11] [32] [31] [13]

يعد الاحصاء الدائري فرعاً من فروع علم الاحصاء يتعامل مع البيانات الدائرية التي تمثل بشكل نقاط على محيط دائرة الوحدة (Unit circle) او زوايا، بعض الظواهر الدورية يمكن التعبير عنها ببيانات دورية، ان تطبيق الأساليب الخطية التقليدية في تحليل البيانات الدورية يؤدي إلى مفارقات، ازداد الاهتمام بتحليل البيانات الدائرية بمرور الوقت أذ ظهرت التوزيعات الاحتمالية الدائرية في الظهور في أدبيات الخمسينات من القرن العشرين أذ قدم (Waston&Williams,1956) الاستدلال الإحصائي لمتوسط الاتجاه والتشتت للعينات ذات التوزيع فون ميزس (VM)، وصدر كتاب متخصص من قبل (Mardia, 1972)، ثم كتاب متخصص في الاحصاء الدائري ل (Bat) وقدم فيشر وآخرون (Fisher, 1987) كتاب في الاحصاءات الاتجاهية و (Fisher,1993)، نشر (Jupp&Mardia,1987) ورقة لمراجعة احصاءات البيانات الاتجاهية تناولت التطورات في تحليل البيانات الدائرية على مر السنين.

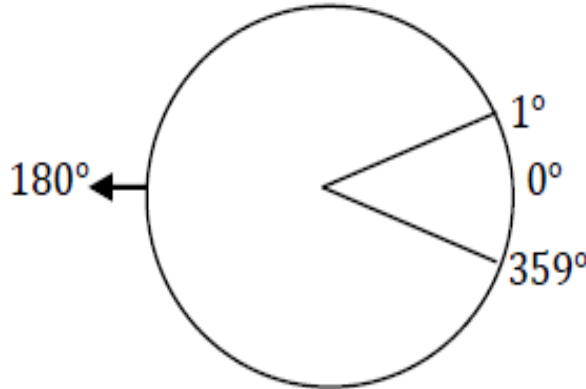
تتكون البيانات الدائرية من متغير واحد أو أكثر، يحتوي كل متغير على مجموعة من القيم الزاوية، يتم إنشاء البيانات الزاوية المسجلة بالدرجات أو الراديان. يتضمن هذا الأجراء إحصاءات موجزة ويولد مخططات بيانية دائرية.

5-2-2 الاحصاء الوصفي الدائري Descriptive Statistics circular : [31] [13] [11] [42] [43] [28]

الاحصاء الوصفي لعينة عشوائية لبيانات دائرية مثل $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ هي :

1- الوسط الحسابي الدائري: Circular arithmetic mean

هناك حاجة لتقنيات إحصائية خاصة بتحليل البيانات الدورية، يراعى فيها البنية الدائرية لفضاء العينة، مثلاً، لدينا الزاويتين $(1^\circ, 359^\circ)$ يكون المتوسط الحسابي للزاويتين عند معاملة البيانات كبيانات خطية يكون (180°) اما عند معاملة البيانات كبيانات زاوية يكون المتوسط الاتجاهي (0°) ، كما في الشكل (5-2).



شكل (5-2): يمثل المتوسط الحسابي للبيانات الزاوية [31]

لحساب المتوسط الحسابي للبيانات الدائرية $(\theta_1 \dots \theta_n)$ ستكون كل مشاهدة عبارة عن متجه وحدة ويكون طول المتجه بحسب الصيغة :

$$R = \sqrt{C^2 + S^2}$$

$$C = \sum_{i=1}^n \cos \theta_i, \quad S = \sum_{i=1}^n \sin \theta_i \quad \text{أذ :}$$

يمكن الحصول على متوسط الاتجاه $\bar{\theta}$ بحل المعادلتين :

$$\cos \bar{\theta} = \frac{C}{R} \Rightarrow \bar{\theta} = \cos^{-1} \frac{C}{R} \quad \dots (2-2)$$

$$\sin \bar{\theta} = \frac{S}{R} \quad \dots (3-2) \Rightarrow \bar{\theta} = \sin^{-1} \frac{S}{R}$$

$$C = R \cos \bar{\theta} \quad \dots (4-2)$$

$$S = R \sin \bar{\theta} \quad \dots (5-2)$$

وأيضاً باستعمال

$$\bar{\theta} = \begin{cases} \tan^{-1} \left(\frac{S}{C} \right) & \text{if } S \geq 0, C > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } S \geq 0, C = 0 \\ \tan^{-1} \left(\frac{S}{C} \right) + \pi & \text{if } C < 0 \quad \dots (6-2) \\ \tan^{-1} \left(\frac{S}{C} \right) + 2\pi & \text{if } S < 0, C \geq 0 \\ \text{undefined} & \text{if } S = 0, C = 0 \end{cases}$$

المتوسط الدائري له خواص مناظرة لخواص المتوسط الخطي منها :

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0 \quad \dots (7-2)$$

أذ \bar{x} هو متوسط العينة

إذ تكون الخاصية للمتوسط الدائري بالشكل الآتي :

$$\sum_{i=1}^n \sin(\theta_i - \bar{\theta}) = 0 \quad \dots (8-2)$$

ويمكن برهنة هذه الخاصية بواسطة العلاقة الآتية:

$$\sum_{i=1}^n \sin(X - Y) = \sum_{i=1}^n (\sin X \cos Y - \cos X \sin Y) \quad \dots (9-2)$$

$$\sum_{i=1}^n \sin(\theta_i - \bar{\theta}) = \sum_{i=1}^n (\sin \theta_i \cos \bar{\theta} - \cos \theta_i \sin \bar{\theta}) \quad \dots (10-2)$$

$$= \cos \bar{\theta} \sum_{i=1}^n \sin \theta_i - \sin \bar{\theta} \sum_{i=1}^n \cos \theta_i$$

$$= \cos \bar{\theta} S - \sin \bar{\theta} C$$

نعوض بالمعادلة (10-2) عن C و S من المعادلتين (4-2) و (5-2) نحصل على :

$$\sum_{i=1}^n \sin(\theta_i - \bar{\theta}) = \cos \bar{\theta} \sin \bar{\theta} R - \sin \bar{\theta} \cos \bar{\theta} R$$

$$\sum_{i=1}^n \sin(\theta_i - \bar{\theta}) = 0$$

2- متوسط الاتجاه الدائري (\bar{R}) Circular Direction mean :

يعرف متوسط الطول الناتج الذي يشار له ب (\bar{R}) بأنه طول مركز المتجه او هو الأتجاه

المتوسط للعديد من المتجهات ويعرف بالشكل الآتي:

$$\bar{R} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin \theta_i , \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos \theta_i \right) = (\bar{S}_n, \bar{C}_n)$$

$$0 \leq \bar{R} \leq 1 \quad \text{أذ}$$

3- الوسيط الدائري (Circular median) :

حدد فيشر (Fisher,1993) الوسيط للمتغير الدائري هو محور متوسط يقسم البيانات الدائرية إلى مجموعتين متساويتين، أي هو المتجه الذي تقع فيه نقاط البيانات على كلا الجانبين، وهو نقطة نهاية القطر الأقرب إلى مركز كتلة البيانات، إذا كان حجم العينة فردياً فإن الوسيط يقسم البيانات إلى قسمين متساويين، وإذا كان حجم العينة زوجي يقع المتوسط الاتجاهي في منتصف اقرب نقطتين للبيانات.

4- التباين الدائري والانحراف المعياري الدائري (Circular Variance (V) and Standard

:(deviation circular($S_{circular}$)

معروف ان التباين من مقاييس التشتت وقياس تشتت البيانات عن وسطها الحسابي، في الاحصاء الدائري يقيس تشتت البيانات عن الدائرة، كلما قل التباين الدائري زاد تجانس العينات، من النادر استخدام هذا المقياس مقارنةً بمقياس معامل التركيز.

يعرف التباين بالصيغة الآتية:

$$V = 1 - \int_0^{2\pi} \cos \cos(\theta - \bar{\theta}) d\theta$$

$$V = 1 - R \quad \dots (11 - 2)$$

أذ V رمز ألتباين الدائري ، $0 \leq V \leq 1$

في الاحصاء الدائري لا يعبر عن الانحراف المعياري للبيانات الدائرية بجذر التباين وانما يعرف بالصيغة :

$$S_{cire} = \sqrt{-2 \log(1 - V)} \quad (\text{الانحراف المعياري الدائري})$$

$$S_{cire} = \sqrt{-2 \log(R)} \quad \dots (12 - 2)$$

أذ V التباين الدائري وأن $S_{cire} \in (0, 1)$ (الانحراف المعياري الدائري)

تعريف الانحراف المعياري الدائري (S_{cire}) بهذه الصيغة بدلاً من الجذر التربيعي للتباين الدائري للعينة، هو الحصول على بعض التقريبات المعقولة لنسبة توزيع فون ميزس. وهو توزيع أحادي النمط متماثل وغير مشتت.

2-2- توزيع البيانات الدائرية [34] [22] [13]

Circular Data Distribution:

1-2-2- مفهوم التوزيع الدائري Circular Distribution Concept :

التوزيع الدائري هو توزيع الاحتمال الاجمالي له يتركز على محيط دائرة الوحدة، كل نقطة على المحيط تمثل اتجاهًا، يقاس مدى المتغير العشوائي الدائري (θ) بالراديان ويكون (, 0 2π) او ($-\pi$, π)، التوزيعات الدائرية نوعين، توزيعات منفصلة تمثل بكتل احتمالية لعدد لا يحصى من الاتجاهات، وتوزيعات متصلة تماماً فيما يتعلق بالقياس على محيط دائرة الوحدة.

تعرف دالة الكثافة لمتغير عشوائي دائري (θ)، بالشكل الآتي:

$$1) f(\theta) \geq 0 \quad 0 \leq \theta < 2\pi$$

$$2) \int_0^{2\pi} f(\theta) d\theta = 1$$

$$3) f(\theta) = f(\theta + 2\pi k)$$

إذ k أي عدد صحيح

للتوزيع الدائري دالة كثافة تراكمية c.d.f (Cumulative density function) وتوصف بالشكل الآتي:

$$F(r) = p(0 \leq \theta \leq r) = \int_0^r f(\theta) d\theta \quad 0 \leq r < 2\pi \dots (13 - 2)$$

r : تمثل زاوية حدية (حد أعلى) في التوزيع الدائري

للمتغير العشوائي الدائري (θ) دالة مميزة بالشكل الآتي:

$$\varphi(p) = E(e^{ip\theta}) \quad \text{إذ } p = 0, 1, \pm 2, \dots$$

$$= \int_0^{2\pi} e^{ip\theta} f(\theta) d\theta$$

$$\varphi(p) = E(\cos p\theta) + i \sin p\theta$$

$$= E(\cos p\theta) + i E(\sin p\theta)$$

$$= \alpha_p + i \beta_p$$

$$\alpha_p = E(\cos p\theta)$$

$$\beta_p = E(\sin p\theta)$$

إذ α_p و β_p تدعى بالعزوم المثلثية ل $x = e^i$

i : تمثل عدد تخيلي (غير حقيقي) ويساوي $(\sqrt{-1})$ يستخدم لتمثيل الأعداد المركبة

2-2-2 بعض التوزيعات الاحتمالية الدائرية [43] [59] [13]

Some Circular Random Distributions:

1-2-2-2 توزيع فون ميزس $VM(\mu, v)$: Von Mises distribution

هو أهم التوزيعات للبيانات الدائرية، وهو توزيع متماثل عن اتجاه المتوسط (μ) له دالة

كثافة احتمالية pdf يعبر عنها بالصيغة :

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi I_0(v)} \exp\{v \cos(\theta - \mu)\} \dots (14 - 2)$$

إذ $2\pi I_0(v)$ ثابت

$I_0(v)$ دالة Bessel المعدلة من النوع الأول والرتبة صفر وتعرف :

$$I_0(v) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\{v \cos(\theta - \mu)\} d\theta = \sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{v}{2}\right)^{2r} \left(\frac{1}{r!}\right)^2 \dots (15-2)$$

$\mu \in \{-\pi, \pi\}$ معلمة الاتجاه المتوسط

$v \in \{0, \infty\}$ معلمة التركيز للتوزيع.

اما الدالة التراكمية للتوزيع (c.d.f) لها صيغة بالشكل الآتي:

$$F(\theta) = \frac{1}{I_0(v)} \int_0^\theta \exp\{v \cos(u)\} du \dots (16 - 2)$$

إذ : $\theta \in (0, 2\pi)$ و $v \in (0, \infty)$

يمكن تحديد الدالة المميزة للتوزيع بالشكل الآتي:

$$\beta_p = E(\sin p(\theta - \mu)) = 0$$

$$\alpha_p = E(\cos p(\theta - \mu)) = \frac{1}{2\pi I_0(v)} \int_0^{2\pi} \cos p(\theta - \mu) e^{v \cos(\theta - \mu)} d\theta$$

إذ : α_p و β_p هي المركبات المكونة للدالة المميزة ل $(\theta - \mu)$

$$\varphi(p) = \alpha_p + \beta_p$$

$$\alpha_p = \frac{I_p(v)}{I_0(v)} \quad \text{ومن ثم}$$

إذ :

$$I_p(v) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos p\theta e^{v \cos \theta} d\theta$$

وهي دالة ببسل المعدلة (modified Bessel function) من النوع الأول والرتبة p ولها

توسعة في سلسلة القوى

$$I_p(v) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{\Gamma(p+r+1)\Gamma(r+1)} \left(\frac{v}{2}\right)^{2r+p}$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad x > 0$$

وهي دالة كاما، ويمكن كتابة الدالة المميزة بالاستخدام الأسي المركب :

$$\varphi(p) = E(e^{ip(\theta-\mu)}) = e^{-ip\mu} E(e^{ip\theta})$$

وبما أن :

$$E(e^{ip\theta}) = e^{ip\mu} E(e^{ip(\theta-\mu)})$$

فأن :

$$\varphi(p) = e^{ip\mu} \frac{I_p(\nu)}{I_0(\nu)} \quad p = 0. \pm 1. \pm 2$$

$\varphi(p)$ هذه العلاقة تعطي عزوم مثلثية.

3-2-2- التوزيعات الدائرية الملتفة^[59]

Circular Wraparound Distribution

يمكن الحصول على التوزيعات الدائرية الملتفة عن طريق لف التوزيع على الخط الحقيقي حول دائرة الوحدة، مثلاً؛ على سبيل المثال إذا كان لدينا (X) متغير عشوائي s r.v. على الخط الحقيقي له دالة كثافة احتمالية p.d.f هي $g(x)$ ودالة توزيع تراكمية c.d.f هي $G(x)$ يمكن الحصول على المتغيرات العشوائية الدائرية عن طريق التعريف الآتي:

$$\theta = X(\text{mod } 2\pi)$$

يمكن الحصول على دالة الكثافة الاحتمالية p.d.f للمتغير θ عن طريق لف $g(x)$ حول محيط دائرة الوحدة وجمع النقاط المتداخلة :

$$f(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(\theta + 2\pi k) \quad \theta \in (0, 2\pi) \dots (17 - 2)$$

ايضاً يمكن الحصول على الدالة التراكمية للتوزيع الملتف c.d.f وهي :

$$F(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} [G(\theta + 2\pi k) - G(2\pi k)] \dots (18 - 2)$$

الدالة $f(\theta)$ التي تشير إلى p.d.f للمتغير θ الذي له فترة 2π يمكن كتابتها كمجموع لانهائي من دوال الجيب والجيب تمام للفترة $(0, 2\pi)$:

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left[1 + 2 \sum_{p=1}^{\infty} \{ \alpha_p \cos p\theta + \beta_p \sin p\theta \} \right] \dots (19 - 2)$$

إذ α_p و β_p يمثلان معاملات متسلسلة فوريير وانها تمثل العزوم المثلثية ويمكن صياغتها على النحو الآتي:

$$\alpha_p = \int_0^{2\pi} \cos p\theta dF(\theta) \dots (20 - 2)$$

$$\beta_p = \int_0^{2\pi} \sin p\theta dF(\theta) \dots (21 - 2)$$

$$\phi_p = \alpha_p + i\beta_p \dots (22 - 2)$$

1-3-2-2 توزيع كوشي الملفف [34] [60] Wrapped Cauchy distribution

يتم الحصول على توزيع كوشي الملفف (wc) بتغليف توزيع كوشي على الخط الحقيقي والمتمثل بالصيغة :

$$f(x) = \left(\frac{1}{x} \right) \frac{\sigma}{\sigma^2 + (x - \mu)^2} - \infty < x, \mu < \infty \dots (23 - 2)$$

حول الدائرة وتصبح صيغة توزيع كوشي الملفف بالصيغة الآتية:

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} p^k \cos k(\theta - \mu) \right) 0 \leq \theta, \mu < 2\pi \dots (24 - 2)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{1 - p^2}{1 + p^2 - 2p \cos(\theta - \mu)} 0 \leq \theta < 2\pi \dots (25 - 2)$$

من ذلك يتم تعريف نواة كوشي الملفف (Wrapped Cauchy Kernel) بالصيغة الآتية:

$$K_p(\theta) = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - p^2}{1 + p^2 - 2p \cos(\theta - \mu)} \quad 0 < p < 1 \dots (26 - 2)$$

إذ p معلمة التركيز

ويتم اعطاء معاملات نواة كوشي الملفف (WC Kernel) بواسطة :

$$\gamma_j(p) = p^j$$

إذ $\gamma_j(p)$ لها صيغ أبسط جداً من صيغ فون ميزس (VM).

4-2-2 التوزيع الدائري - الخطي [55] [27] [35] Circular Linear Distribution

للتعامل مع المتغيرات احدهما زاوي والأخر عدد حقيقي يكون من خلال توزيعات زاوية - خطية، إذ لاحظ جونسون وويرلي (1978م) ان إحدى الطرائق الممكنة للتعبير عن كثافة مشتركة لمتغير عشوائي دائري و متغير عشوائي خطي يكون على أساس الأنتروبيا العظمى وعلى أساس تغليف احد التوزيعات من المتغيرات العشوائية وبحسب النظرية الآتية:

$$f(y, x) = 2\pi g(2\pi F_1(y) - F_2(x)) f_1(y) f_2(x) \quad \dots (27 - 2)$$

$f(y, x)$ دالة كثافة مشتركة لتوزيع زاوي - خطي له دوال أحادية $f_1(y)$ و $f_2(x)$

بفرض: $f_1(y)$ هي دالة الكثافة الحدية للمتغير الدائري (y) مع دالة توزيع تراكمي $F_1(y)$

$f_2(x)$ دالة الكثافة الحدية للمتغير الخطي (x) مع دالة توزيع تراكمي $F_2(x)$

$g(.)$ دالة كثافة دائرية يشار اليها بكثافة الارتباط، وهي دالة تصف تباين وارتباط المتغير الدائري (y) والمتغير الخطي (x) يعتمد عليها في تحليل العلاقة بين المتغير الدائري والخطي، إذا كانت قيمة الدالة $g(.) = 1$ ذلك يعني ان المتغيرين مستقلان، من هذه التوزيعات دالة الكثافة المشتركة للمتغير الزاوي (y) والمتغير الخطي (x) لها الصيغة:

$$f(y, x) = C \cdot \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda x}{\sigma^2} + \frac{vx}{\sigma^2} \cos(y - \mu) \right\} \quad \dots (28 - 2)$$

إذ: $C > 0$ ثابت التكامل

$$-\infty < x < \infty$$

$$0 \leq y < 2\pi$$

$$-\infty < \lambda < \infty$$

$$v > 0$$

$$0 \leq \mu < 2\pi$$

يمكن الحصول على الدوال الشرطية من التوزيع المشترك في المعادلة (25 - 2) بالشكل التالي :

$$f(y/x) = \frac{f(y, x)}{f(x)} \quad \dots (29 - 2)$$

$$f(x) = \int_{-\pi}^{\pi} f(y, x) dy$$

نفرض $u = y - \mu$

$$f(x) = C. \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda x}{\sigma^2} \right\} \int_{-\pi}^{\pi} \exp \left\{ \frac{vx}{\sigma^2} \cos(u) \right\} du$$

نحسب التكامل الآتي: $\int_{-\pi}^{\pi} \exp \left\{ \frac{vx}{\sigma^2} \cos(u) \right\} du$ وهو

$$\int_{-\pi}^{\pi} \exp \left\{ \frac{vx}{\sigma^2} \cos(u) \right\} du = 2\pi I_0 \left(\frac{vx}{\sigma^2} \right) \quad \dots (30 - 2)$$

المعادلة (30 - 2) هي تكامل الدالة الأسية الذي يساوي دالة Bessel المعدلة من النوع

الأول والرتبة صفر أذن :

$$f(x) = C. \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda x}{\sigma^2} \right\} \cdot 2\pi I_0 \left(\frac{vx}{\sigma^2} \right) \quad \dots (31 - 2)$$

$$f(y/x) = \frac{f(y, x)}{f(x)}$$

$$f(y/x) = \frac{C. \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda x}{\sigma^2} + \frac{vx}{\sigma^2} \cos(y - \mu) \right\}}{C. \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda x}{\sigma^2} \right\} \cdot 2\pi I_0 \left(\frac{vx}{\sigma^2} \right)}$$

$$f(y/x) = \frac{1}{2\pi I_0 \left(\frac{vx}{\sigma^2} \right)} \cdot \exp \left\{ \frac{vx}{\sigma^2} \cos(y - \mu) \right\} \quad \dots (32 - 2)$$

تمثل المعادلة (32 - 2) توزيع فون ميزس (Von Mises (VM) الشرطي إلى y

بالنسبة إلى x .

لاشتقاق التوزيع الشرطي إلى x بالنسبة إلى y :

$$f(x/y) = \frac{f(y, x)}{f(y)}$$

$$f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y, x) dx$$

$$f(y) = C \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda x}{\sigma^2} + \frac{vx}{\sigma^2} \cos(y - \mu) \right\} dx \quad \dots (33 - 2)$$

$$f(y) = C \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda + v \cos(y - \mu)x}{\sigma^2} \right\} dx$$

نأخذ الأس :

$$-\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda + v \cos(y - \mu)x}{\sigma^2} = \frac{-1}{2\sigma^2} [x^2 - 2(\lambda + v \cos(y - \mu)x)]$$

نعمل للمقدار السابق أكمل مربع :

$$\begin{aligned} &= \frac{-1}{2\sigma^2} [x^2 - 2(\lambda + v \cos(y - \mu)x) + (\lambda + v \cos(y - \mu))^2 - (\lambda + v \cos(y - \mu))^2] \\ &= \frac{-1}{2\sigma^2} [x - (\lambda + v \cos(y - \mu))]^2 + (\lambda + v \cos(y - \mu))^2 \end{aligned}$$

أذن :

$$f(y) = C \cdot \exp (\lambda + v \cos(y - \mu))^2 \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ \frac{-1}{2\sigma^2} [x - (\lambda + v \cos(y - \mu))]^2 \right\} dx$$

$$f(y) = C \cdot \exp (\lambda + v \cos(y - \mu))^2 \cdot \sqrt{2\pi\sigma}$$

نعوض في الدالة الشرطية :

$$f(x/y) = \frac{C \cdot \exp \left\{ -\frac{x^2}{2\sigma^2} + \frac{\lambda x}{\sigma^2} + \frac{vx}{\sigma^2} \cos(y - \mu) \right\}}{C \cdot \exp (\lambda + v \cos(y - \mu))^2 \cdot \sqrt{2\pi\sigma}}$$

$$f(x/y) = \frac{C \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (x^2 - 2(\lambda + v \cos(y - \mu)x)) \right\}}{C \cdot \exp (\lambda + v \cos(y - \mu))^2 \cdot \sqrt{2\pi\sigma^2}}$$

$$f(x/y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (x^2 - 2(\lambda + v \cos(y - \mu)x)) - (\lambda + v \cos(y - \mu))^2 \right\}$$

$$f(x/y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} (x - \lambda + v \cos(y - \mu))^2 \right\} \quad \dots (34 - 2)$$

المعادلة (34 - 2) تمثل التوزيع الشرطي الطبيعي بمتوسط $(\lambda + v \cos(y - \mu))$

2-2 الانحدار^[7] (Regression)

الانحدار هو اداة إحصائية تستعمل لبناء انموذج رياضي لتقدير علاقة بين متغير معتمد وعدة متغيرات تفسيرية بحيث ينتج معادلة احصائية تبين نوع العلاقة بين المتغير المعتمد وبين المتغيرات التفسيرية عن طريق تقدير الأنموذج، إذا كانت العلاقة بين متغير معتمد واحد ومتغير تفسيري واحد يدعى الأنموذج بالخطي البسيط (Simple Linear Regression) وإذا كانت المتغيرات التفسيرية اكثر من واحد يدعى بأنموذج الانحدار المتعدد (Multiple Regression)، في كثير من الأحيان تكون العلاقة بين المتغيرات غير خطية مما دعا الباحثين عن ايجاد اسلوب آخر أكثر تطوراً هو الانحدار اللامعلمي، بالوقت نفسه الانحدار اللامعلمي ايضا له مشكلات متعددة منها مشكلة الأبعاد (the curse of dimensionality) التي تظهر عند زيادة عدد المتغيرات التفسيرية ولتلافي مشكلة الأبعاد ظهرت اساليب حديثة في نماذج الانحدار مثل الانحدار شبه المعلمي (Semi parametric Regression) الذي يجمع بين مزايا النماذج المعلمية والمرونة في النماذج اللامعلمية.

1-2-2 انواع الانحدار Regression types

تختلف نماذج الانحدار باختلاف الظواهر الاقتصادية والاجتماعية...، هناك نماذج كمية، ونوعية ونماذج التصميم.

1-1-2-2 الانحدار المعلمي^[5] (Parametric Regression) :

يدرس طبيعة العلاقة بين مجموعة من المتغيرات المختلفة لظاهرة معينة من ظواهر الحياة، تتمثل بأنموذج انحدار يدرس العلاقة بين متغير (معتمد) ومتغيرات (تفسيرية) ترتبط بمعلمات (parameters).

الفكرة الأساسية للانحدار هي استعمال واحد أو أكثر من المتغيرات التفسيرية، أو المتغيرات الانحدارية، (X_1, X_2, \dots, X_k) ولشرح استجابة المتغير y . يكون أنموذج الانحدار هو:

$$Y = f(X_i ; \beta) + \varepsilon \quad \dots (35 - 2)$$

أذ X_i متغيرات تفسيرية

Y متغير معتمد

دالة خطية $f(X_i ; \beta)$

β معاملات .

ε_i الخطأ العشوائي

عنا عدد المتغيرات التفسيرية واحد يكون الأنموذج بالصيغة الآتية :

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon_i \quad \dots (36 - 2)$$

يتطلب الانحدار بعض الافتراضات: يجب على المرء أن يفترض أن x_i غير عشوائية ولو حظ مع وجود خطأ ضئيل في القياس، في حين أن شروط الخطأ، متغيرات عشوائية كذلك افتراض تجانس التباين $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ نفترض أنها غير مرتبطة

2-1-2-2 الانحدار اللامعلمي^[5] (Non- Parametric Regression)

يختلف الانحدار اللامعلمي عن المعلمي لا يملك فيه المتنبأ أي شكل دالي سابق ولكن من الممكن استدلاله من البيانات، ايضاً لا توجد فرضيات ولا توجد شروط صارمة عن توزيع المتغير المعتمد والخطأ تحكم علاقة المتغير المعتمد (y) والمتغير التفسيري (θ)، يتمتع المقدر اللامعلمي بمرونة عالية، في هذه الدراسة مثل الانحدار اللامعلمي البسيط كجزء من الأنموذج شبه المعلمي المستعمل في الدراسة الحالية، أن تقدير دالة الانحدار اللامعلمي يعبر عنه بالصيغة العامة الآتية :

$$\left. \begin{array}{l} y = g(\theta_i) + \varepsilon_i \\ E(y|\theta) = g(\theta_i) \end{array} \right\} \quad \dots (37 - 2)$$

هنا الخطأ يخضع للتوزيع الطبيعي $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

إذ $g(\theta_i)$ دالة غير محددة الشكل، والطريقة التي تستعمل لتقدير هذه الدالة تسمى التمهيد (smoothing) وهو تقنية إحصائية لتقدير دالة الانحدار اللامعلمي عن طريق مشاهدات معينة.

3-1-2-2 الانحدار شبه المعلمي^[8] the semi parametric regression :

عرف (عيسى، 2011) الانحدار شبه المعلمي (semi parametric) بأنه أسلوب إحصائي يحقق خصائص عامة للانحدار المعلمي (Parametric) واللامعلمي (Nonparametric)

ويحقق الهدف نفسه وهو الحصول على منحنى للبيانات يطابق او يقترب من التطابق لمنحنى المتغير المعتمد وذلك بدمج اساليب التقدير المعلمية واللامعلمية، ويعبر عن الأنموذج شبه المعلمي بالآتي:

$$y_i = f(x_i, B) + g(\theta_i) + \varepsilon_i \quad \dots (38 - 2)$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_n + g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

إذ :

y_i المتغير التابع

$f(x_i, B)$ الجزء المعلمي

$g(\theta_i)$ الجزء اللامعلمي

ε_i الخطأ العشوائي

يجمع الانحدار شبه المعلمي بين مكونات الانحدار المعلمي واللامعلمي، بذلك يضمن سهولة التفسير من الجزء المعلمي ويحتفظ بالمرونة من الجزء اللامعلمي.

4-1-2-2 الانحدار الدائري ^[53] (Circular regression)

هو أنموذج رياضي يمثل العلاقة بين متغير معتمد ومتغير واحد أو أكثر من المتغيرات التفسيرية، ويعتمد تحديد نوع الأنموذج على نوع البيانات التي يأخذها كل من المتغير المعتمد والمتغيرات التفسيرية وبالتالي يصبح لدينا ثلاث أنواع من الانحدار الدائري موضحة في الجدول ادناه :

جدول (1-2): نماذج الانحدار الدائري

Regression category	Regression Variable	Explanatory Variable
Linear – Circular	Linear	Circular
Circular- Linear	Circular	Linear
Circular- Circular	Circular	Circular

لبناء أنموذج الانحدار شبه المعلمي المدمج باستعمال بيانات دائرية إذ وظّف نوعان من الانحدار في الجدول السابق في صياغة انموذج الأطروحة الحالية، إذ تضمن الجزء المعلمي انموذج انحدار من النوع (Circular - Linear Regression) اما الجزء اللامعلمي تضمن أنموذج انحدار من النوع (Circular - Circular Regression)، تم جمع الأنموذجين المعلمي واللامعلمي للحصول على الأنموذج شبه المعلمي الدائري-الخطي- الدائري بالجدول ادناه:

جدول (2-2): أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري

Regression category	Dependent Variable	Explanatory Variable	
Circular = Linear + Circular	Circular	Linear	Circular

الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي- الدائري (Semi parametric Circular - Linear- circular Regression)، الانحدار شبه المعلمي أحد اشكال الانحدار التي من الممكن توظيف البيانات الدائرية لهذا النوع من النماذج، يتكون من دالتين احدهما دالة (Circular - Linear Regression) هي $(y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i)$ بمتغير معتمد دائري (y_i) ومتغيرتوضيحي خطي (x_i) اما الدالة الثانية (Circular- Circular Regression) هي $(y_i = g(\theta))$ بمتغير معتمد دائري ومتغير تفسيري دائري، أنموذج الانحدار شبه المعلمي من النوع (Circular= Linear + Circular) هو من الأنموذجات التجميعية، في أدناه توضيح لكل جزء من أجزاء أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي- الدائري (Semi parametric Circular -Linear- circular Regression) :

5-1-2-2 الانحدار الدائري-الخطي (Circular- Linear Regression) [52] [48] [28] [34]

يمثل الجزء المعلمي للأنموذج شبه المعلمي في الدراسة الحالية بالأنموذج المقترح في عام (1969م) من قبل الباحث Gould بحسب الصيغة :

$$\mu = \mu_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j x_{ij} \quad \dots (39 - 2)$$

إذ μ هو متغير تابع دائري يتوزع توزيع دائري

μ_0 و β_j معاملات غير معلومة إذ : $i = 1, 2, \dots, n$ و $j = 1, 2, \dots, m$

أعطى Gould طريقة تكرارية لحساب المقدرات بطريقة الإمكان الأعظم (MLE's)، أشار (Johnson & Wehrly, 1978) إلى ان الدالة الاحتمالية في انموذج Gould لها عدد لانهائي من القيم العظمى المتساوية مما يؤدي إلى عدم تحديد مقدرات الأمكان الأعظم بشكل واضح وكبديل لحالة المتغير التفسيري الواحد اقترحوا جونسون - ويرلي (Johnson & Wehrly) توزيع مشترك محدد للمتغيرات، ومتغير خطي (x) بدالة توزيع احتمالية $(F(x))$ وتوزيع شرطي $(y|x)$ وهو توزيع فون ميزس $VM(\mu + 2\pi F(x), v)$.

بفرض (y_1, y_2, \dots, y_n) متغير معتمد يتوزع توزيع فون ميزس الدائري (VM) Von Mises بمتوسط اتجاهات $(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ ومعلمات تركيز (v_1, v_2, \dots, v_n) يفترض في هذا الأنموذج ان جميع معلمات التركيز متساوية $(v_1 = v_2 = \dots = v_n)$ وان μ 's مرتبطة بالمتغيرات المشتركة عن طريق دالة ارتباط g بحيث:

$$y_i = \mu + g(\hat{B}x_i) \quad \dots (40 - 2)$$

يستعمل الانحدار الخطي - الدائري لنمذجة العلاقة بين المتغير المعتمد الزاوي (الدائري) ومتغير تفسيري خطي واحد او اكثر من المتغيرات المشتركة وذلك عن طريق دالة الارتباط $g(x)$ حسب الصيغة :

$$g(x) = 2 \tan^{-1}(x) \quad \dots (41 - 2)$$

تقوم دالة الارتباط بتحويل القيم على الخط الحقيقي التي تتراوح بالفترة $(-\infty \leq x \leq \infty)$ الى الفترة الدائرية $(-\pi, \pi)$.

تعد هذه المحاولة الأولى لتقدير انموذج انحدار زاوي، استعمل الباحث المتغير الدائري كمتغير معتمد هو (y) يتبع توزيع فون ميزس (Von Mises) بمتوسط (μ) ومعلمة تركيز (v) ، تم نمذجة اعتماد y على مجموعة من المتغيرات المستقلة الخطية (X_1, X_2, \dots, X_n) ، وتقدير معلمات الأنموذج بطريقة الإمكان الأعظم (MLE).

اقترح (Johnson & Wehrly, 1978) إنموذجاً محدداً للتوزيع المشترك من θ ومتغير خطي x ، مع توزيع حدي $F(x)$ ، التوزيع المشروط $(\theta|x)$ يعطى عن طريق التوزيع الطبيعي الدائري :

$$(\theta|x) \sim CN(M + 2\pi F(x), v)$$

أذ CN التوزيع الطبيعي الدائري

وهو إنموذج يسمح بالتقدير المباشر ل μ, v وبطريقة (ML)

وفي حالة وجود متغير توضيحي واحد (x) يمكن اعتبار دالة الانحدار :

$$y(x) = E(y|x) \quad \dots (42 - 2)$$

ويكون المتوسط الشرطي هو :

$$E(y|X = x) = 2 \tan^{-1}(Bx) \quad \dots (43 - 2)$$

يمثل السطح الناتج اسطوانة لا نهائية، تدور مرة واحدة حول محورها.

لهذا النوع من الانحدار تطبيقات في مجالات متعددة مثل اعتماد اتجاه الرياح على سرعة الرياح كذلك تحليل حركة الحيوان كدالة للمسافة التي قطعها.

3-2 طرائق تقدير انموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي- الدائري^[5]

Methods for estimating the semi parametric Circular -Linear- circular regression model.

انموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي- الدائري متكونة من جزئين، الجزء الأول (دالة الانحدار المعلمية) تأخذ هذه الدالة شكل الانحدار البسيط الخطي - الدائري (Circular- Linear Regrssion) ومن الممكن تقديرها بطريقة المربعات الصغرى او طريقة الإمكان الأعظم، تم استعمال طريقة التقدير بالإمكان الأعظم للجزء المعلمي اما الجزء الثاني (دالة الانحدار اللامعلمية) وهي من نوع الانحدار الدائري - الدائري (Circular- Circular regression) يتم تقدير الجزء اللامعلمي بطرائق تمهيد مختلفة.

في العديد من السياقات يكون الجزء غير المعلمي هو المتوسط الشرطي أو التباين أو الكثافة أو دالة التوزيع. هناك سياقات لتقدير الأنموذج شبه المعلمي منها استعمال طريقة المقدر شبه المعلمي المدمج (the Combined semi parametric) إذ يتم تقدير الجزء المعلمي بإهمال تأثير الجزء اللامعلمي يكون ذلك بفرض معلمة الدمج تساوي (صفرًا) ومن ثم تقدير الجزء

اللامعلمي بإهمال تأثير الجزء المعلمي بفرض معلمة الدمج تساوي (واحداً) ومن ثم يتم إجراء تقدير الأنموذج الكلي، لكن هناك سياقات أخرى يتم تقدير الجزء المعلمي والجزء اللامعلمي بشكل مشترك، وتم استعمال هذين السياقين في هذه الأطروحة.

1-3-2 تقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج [8] [50] [26] [61]

Estimating the parameters of the Combined semi parametric Circular -Linear-circular regression model

استعملت هذه الطريقة بالتقدير من قبل الباحثين (Olkin&Spiegelman,1987) فقد تم دمج الصيغة المعلمية واللامعلمية لدالة الكثافة الاحتمالية.

قدم الباحثان (Burman&Chaudhuri,1992) تقدير لدالة الانحدار باستعمال خليط من مقدرات معلمية ولامعلمية، ثم قدم الباحث (Wooldridge , 1992) اقتراح خاص بهذا النوع من المقدرات، ايضاً قدم الباحثون (Rahman, Gokhale & Ullah, 1993) مقترحاً للتقدير المدمج، قدمت الباحثة (اسيل عام 2011) مقترحاً للتقدير شبه المعلمي المدمج، تستخدم هذه الطريقة لتمثيل البيانات بالشكل الصحيح ومحاولة تمثيل المجتمع تمثيلاً أمثل، تمثل هذه الطريقة الانحدار الهجين بين الأنموذج ذي الصيغة المعلومة والمعلمات المجهولة، والأنموذج ذي دالة الانحدار غير معلومة الصيغة، تم في هذه الأطروحة تقدير دالة الانحدار المدمج على وفق طريقة (Burman&Chaudhuri,1992) وبحسب الصيغة:

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i \quad \dots (44 - 2)$$

إذ $0 < \alpha < 1$ تمثل معلمة الدمج (Combin Parameter)

تم التقدير وفقاً للخطوات الآتية:

- 1- تقدير الجزء المعلمي بطريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimator)
- 2- تقدير الجزء اللامعلمي بواسطة المقدر اللبي (Kernel Estimator)
- 3- تقدير معلمة الدمج (Combin Parameter) بطريقة المربعات الصغرى عن طريق

تعويض كل من المقدرين المعلمي واللامعلمي بالشكل الآتي:

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \hat{B}) + \alpha \hat{g}(\theta_i) + \varepsilon_i \quad \dots (45 - 2)$$

تعد معلمة الدمج (Combin Parameter) من المعلمات المهمة في تكوين الانحدار شبه المعلمي، إذ انها تعطي وزناً لكل من الجزء المعلمي والجزء اللامعلمي في الأنموذج شبه المعلمي، وتم استعمالها في الدراسة الحالية لتكوين انموذج انحدار شبه معلمي لبيانات دائرية ويستوجب تقديرها ومن المتعارف عليه يمكن تقدير معلمة الدمج بطريقة المربعات الصغرى:

$$y_i = f(x_i, \hat{B}) - \alpha f(x_i, \hat{B}) + \alpha \hat{g}(\theta_i) + \varepsilon_i$$

$$y_i - f(x_i, \hat{B}) = -\alpha f(x_i, \hat{B}) + \alpha \hat{g}(\theta_i) + \varepsilon_i$$

$$y_i - f(x_i, \hat{B}) = \alpha (\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B})) + \varepsilon_i$$

$$\varepsilon_i = (y_i - f(x_i, \hat{B})) - \alpha (\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B}))$$

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \hat{B}) - \alpha (\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B}))]^2$$

$$\frac{\partial \sum \varepsilon_i^2}{\partial \alpha} = 2 \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \hat{B}) - \alpha (\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B}))] (- (\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B})))$$

$$= -2 \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \hat{B}) - \alpha (\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B}))] (\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B}))$$

عندما نساوي المشتقة بالصفر ونضرب ب $(-\frac{1}{2})$ نحصل على :

$$\sum_{i=1}^n [(y_i - f(x_i, \hat{B})) (\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B}))] - \hat{\alpha} [\hat{g}(\theta_i) - f(x_i, \hat{B})]^2$$

نحصل على الصيغة الآتية لمعلمة الدمج المقدر :

$$\hat{\alpha}_{BC} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f(\hat{B}, x_i)) (\hat{g}(\theta_i) - f(\hat{B}, x_i))}{\sum_{i=1}^n (\hat{g}(\theta_i) - f(\hat{B}, x_i))^2} \quad \dots (46 - 2)$$

$$f(\hat{B}, x_i) \neq \hat{g}(\theta_i) \text{ إذ}$$

$\hat{\alpha}$ تمثل مقدر المربعات الصغرى للمعلمة α ، في حالة $\hat{\alpha} = 0$ فإن الصيغة في المعادلة

(45 - 2) تمثل مقدر دالة انحدار معلمي، اما إذا كانت $\hat{\alpha} = 1$ فإن الصيغة تمثل مقدر دالة

انحدار لامعلمي.

1-1-3-2 تقدير الجزء المعلمي بطريقة الإمكان الأعظم [11] [13] [3] [53]

(Maximum Likelihood)

تتميز طريقة الإمكان الأعظم بانها أكثر الطرائق شيوعاً وتتميز بالكفاءة، الكفاية، الاتساق وتتميز بخاصية الثبات.

انموذج الجزء المعلمي مشابه لأنموذج الانحدار البسيط إذ يشترط في الأنموذج الخطي البسيط ان يتوزع الخطأ توزيعاً طبيعياً، وبما ان توزيع فون ميزس (Von Mises (VM للبيانات الدائرية بمثابة التوزيع الطبيعي للبيانات الكمية ويمكن صياغة الأنموذج بالصيغة الآتية:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \pmod{2\pi} \quad \dots (47 - 2)$$

y_i : المتغير المعتمد الدائري Dependent Variable

x_i : المتغير التفسيري المستقل inDependent Variable

β_0 : الحد الثابت للأنموذج

β_1 : الميل الحدي للأنموذج

ε_i : الخطأ العشوائي الذي يتبع توزيع فون ميزس الشرطي (VM) بمتوسط اتجاه صفر ومعلمة التركيز $(\frac{vx}{\sigma^2})$

بما ان المتغير (y_1, y_2, \dots, y_n) يتوزع توزيع فون ميزس الدائري له دالة كثافة احتمالية

(pdf) لكل مشاهدة في العينة n، يمكن تعريف دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع فون ميزس (Von

(Mises (VM للخطأ العشوائي الدائري لأنموذج الانحدار كالاتي :

$$f(y|x; \beta_0, \beta_1, \sigma^2, v) = \frac{1}{2\pi I_0(\frac{vx}{\sigma^2})} \exp\left\{\frac{vx}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)\right\}$$

$$L(y_i, x_i; \beta_0, \beta_1, \sigma^2, v) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{2\pi I_0(\frac{vx}{\sigma^2})} \exp\left\{\frac{vx}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)\right\}$$

نأخذ اللوغاريتم لدالة الإمكان الأعظم :

$$\begin{aligned}
 \ln L(y_i, x_i; \beta_0, \beta_1, \sigma^2, v) &= \sum_{i=1}^n \ln f(y|x; \beta_0, \beta_1, \sigma^2, v) \\
 &= \sum_{i=1}^n \ln \left\{ \frac{1}{2\pi I_0\left(\frac{vx}{\sigma^2}\right)} \exp\left(\frac{vx}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta x_i)\right) \right\} = \\
 &= \sum_{i=1}^n \left\{ \ln \frac{1}{2\pi I_0\left(\frac{vx}{\sigma^2}\right)} \exp\left(\frac{vx}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta x_i)\right) \right\} \\
 &= \sum_{i=1}^n \left\{ -\ln(2\pi) - \ln\left(I_0\left(\frac{vx}{\sigma^2}\right)\right) + \frac{vx}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta x_i) \right\}
 \end{aligned}$$

نقوم بأجراء الاشتقاق الجزئي لكل من المعلمات $(\beta_0, \beta_1, \sigma^2, v)$ المطلوب تقديرها :

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_0} = \sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \dots (48 - 2)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta_1} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i \right] \dots (49 - 2)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial v} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{-x_i I_1\left(\frac{vx_i}{\sigma^2}\right)}{\sigma^2 I_0\left(\frac{vx_i}{\sigma^2}\right)} + \frac{x_i}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \right] \dots (50 - 2)$$

$I_1\left(\frac{vx_i}{\sigma^2}\right)$ هي المشتقة الأولى ل $I_0\left(\frac{vx_i}{\sigma^2}\right)$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{vx_i^2 I_1\left(\frac{vx_i}{\sigma^2}\right)}{(\sigma^2)^2 I_0\left(\frac{vx_i}{\sigma^2}\right)} - \frac{vx_i^2}{2(\sigma^2)^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \right] \dots (51 - 2)$$

نجعل المعادلات (74-2) و(84-2) و(49-2) و(50-2) مساوية للصفر نحصل :

$$\sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0 \dots (52 - 2)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_1 - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i \right] = 0 \dots (53 - 2)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[-x_i I_1 \left(\frac{vx_i}{\sigma^2} \right) + \frac{x_i}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \right] = 0 \dots (54 - 2)$$

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{vx_i^2 I_1 \left(\frac{vx_i}{\sigma^2} \right)}{(\sigma^2)^2 I_0 \left(\frac{vx_i}{\sigma^2} \right)} - \frac{vx_i^2}{2(\sigma^2)^2} \cos(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) \right] = 0 \dots (55 - 2)$$

وبتطبيق خاصية الوسط الحسابي المذكور في المعادلة (9-2) على المعادلة (52-2) نحصل على :

$$\sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} [\sin(y_i - \beta_1 x_i) \cos \beta_0 - \cos(y_i - \beta_1 x_i) \sin \beta_0]$$

$$\cos \beta_0 \sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_i - \beta_1 x_i) - \sin \beta_0 \sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_1 x_i) = 0$$

بالقسمة على $\cos \beta_0$

$$\sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_i - \beta_1 x_i) - \frac{\sin \beta_0}{\cos \beta_0} \sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_1 x_i) = 0$$

$$\tan \beta_0 = \frac{\sin \beta_0}{\cos \beta_0}$$

اذن

$$\sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_i - \beta_1 x_i) - \tan \beta_0 \sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_1 x_i) = 0$$

$$\tan \beta_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_i - \beta_1 x_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_1 x_i)}$$

$$\beta_0 = \tan^{-1} \frac{\sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \sin(y_i - \beta_1 x_i)}{\sum_{i=1}^n \frac{vx_i}{\sigma^2} \cos(y_i - \beta_1 x_i)}$$

$$\hat{\beta}_0 = \begin{cases} \tan^{-1}\left(\frac{S}{C}\right) & \text{if } S \geq 0, C > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } S \geq 0, C = 0 \\ \tan^{-1}\left(\frac{S}{C}\right) + \pi & \text{if } C < 0 \dots (56 - 2) \\ \tan^{-1}\left(\frac{S}{C}\right) + 2\pi & \text{if } S < 0, C \geq 0 \\ \text{undefined} & \text{if } S = 0, C = 0 \end{cases}$$

إذ:

$$S = \sum_{i=1}^n \sin(y_i - \beta^0 x_i)$$

$$C = \sum_{i=1}^n \cos(y_i - \beta^0 x_i)$$

β^0 تمثل القيم الأولية للمعاملات المقدرة

أما $\hat{\beta}$ يمكن الحصول عليها من الصيغة الآتية:

$$\hat{\beta} \approx \beta^0 + \frac{\sum_{i=1}^n x_i \sin(y_i - \hat{\beta}_0 - \beta^0 x_i)}{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cos(y_i - \hat{\beta}_0 - \beta^0 x_i)} \dots (57 - 2)$$

أما \hat{v} يمكن الحصول عليها بحسب القانون الآتي:

$$\hat{v} = A^{-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{n=1}^n \cos(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta} x_i) \right) \dots (58 - 2)$$

$$\hat{v} = A^{-1}(R)$$

إذ: $R = \left(\frac{1}{n} \sum_{n=1}^n \cos(y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta} x_i) \right)$ متوسط الاتجاه الدائري

$$R = \frac{I_1(v)}{I_0(v)}$$

A^{-1} هي نسبة دالة بيسل (modified Bessel) من النوع الأول ومن الترتيب الصفري

لمعلمة التركيز v في توزيع فون ميزس (Von Mises (VM) وقد اعطى (Dodson 1978)

تقديرات تقريبية بسيطة للحصول على $A^{-1}(R)$ عن طريق طريقة الأماكن الأعظم (MLS)

وهي:

$$A^{-1}(R) = \begin{cases} 2R + R^3 + 0.833R^5 & R > 0.53 \\ -0.4 + 1.39R + 0.43(1 - R)^{-1} & 0.53 \leq R < 0.85 \\ (R^3 - 4R^2 + 3R)^{-1} & R \geq 0.85 \end{cases} \dots (59 - 2)$$

2-1-3-2 تقدير الجزء اللامعلمي بطريقة المقدر اللبي^[25] [2] (Kernel Estimator)

يعد المقدر اللبي (Kernel Estimator) أسلوباً لامعلمياً يستعمل لتقدير الدوال الإحصائية بالاعتماد على البيانات، يتميز بالبساطة وسهولة البرمجة ورسم القيم المقدرة بيانياً وتقدير دالة الانحدار اللامعلمية، تم اقتراح هذا المقدر من قبل الباحثين (Rosenblat,1956) و (Parzen,1962)

بفرض (y_i, θ_i) إذ $i = 1, 2, \dots, n$ تمثل عينة عشوائية لمتغيرين دائريين (y, θ) يمكن تمثيل العلاقة بين المتغيريين عن طريق أنموذج الانحدار الآتي:

$$y_i = [g(\theta_i) + \varepsilon_i](\text{mod } 2\pi) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \dots (60 - 2)$$

إذ ε_i تتوزع بشكل زوايا عشوائية بمتوسط اتجاهي صفر وتركيز محدود ومستقل عن θ_i .

تم تقدير الجزء اللامعلمي بواسطة النواة (Kernel).

بفرض ان المتغير العشوائي $(X=x_1, x_2, \dots, x_n)$ له دالة كثافة احتمالية غير معلومة $f_x(x)$ فإن المقدر اللبي لهذه الدالة يوضح بالشكل الآتي:

$$\hat{f}_x(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \dots (61 - 2)$$

إذ $h > 0$ عرض النافذة

أما $K(\cdot)$ هي دالة لبية تسمى دالة النافذة.

وهي دالة رياضية حقيقية محددة تعمل على تنقية المقدر من التعرجات ويجب ان يتحقق الشرطان:

- 1) $K(x) \geq 0$
- 2) $\int_{-\infty}^{\infty} K(x) dx = 1$

لدالة كيرنل التقليدية عدة أنواع منها:

1- المنتظم Uniform :

$$K(x) = \frac{1}{2} |\{ |x| \leq 1 \}|$$

2- الغاوسي Gaussian :

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

3 - Epanechnikov :

$$K(x) = \frac{3}{4} (1 - x^2)$$

مقدر اللب (**Kernel**) تأتي فكرة هذا المقدر عن طريق أعمام فكرة المعدل الموضوعي ويسمى المعدل الموضوعي الموزون، تعتمد فكرة هذا المعدل بإعطاء أوزاناً أكبر إلى المشاهدات الأقرب للنقطة المراد تقديرها وباستعمال (معلمة التمهيد) وهي بديل لعرض النافذة المستخدم مع المعدل الموضوعي.

اما (**Circular Kernel** النواة الدائرية) يرمز لها (K_v) مع معلمة التركيز $v > 0$ هي دالة حقيقية، عرف (Marzio et,al.2009) النواة الدائرية هي نواة الجيب (\sin) ذات الرتبة r ومعلمة تركيز (تمهيد) $v > 0$ بأنها دالة حقيقية أي $R \rightarrow (0,2\pi) \in K_v$ بحيث :

1- يمكن تمثيل $\theta \in (0,2\pi)$ بمتسلسلة فوريير المتقاربة المتمثلة بالصيغة :

$$\frac{1}{2\pi} \left[1 \pm 2 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j(v) \cos(j\theta) \right]$$

إذ : $\gamma_j(v) = E_v[\cos(j\theta)]$ وهي من الدوال الرتيبة من v

يحدد هذا الشرط ان النواة متماثلة حول متوسط الاتجاه الصفري.

$$2- \text{تشير} : \eta_j(k_v) = \int_0^{2\pi} \sin^j(\theta) k_v(\theta) d\theta$$

إذ :

$$\left. \begin{aligned} \eta_0(k_v) &= 1 \\ \eta_j(k_v) &= 0 \\ \eta_r(k_v) &\neq 0 \end{aligned} \right\} 0 < j < r$$

لبيانات المتغير التوضيحي الدائري والمتغير التابع الدائري ممكن تقدير دالة الانحدار اللامعلمية عن طريق تقدير دالة كثافة النواة الدائرية (Kernel circular density estimator)، يمكن التعبير عن مقدر دالة النواة الدائرية بالشكل الآتي:

$$\hat{f}(\theta; v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_v(\theta - \theta_i), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad \dots (62 - 2)$$

إذ $K_v(\theta - \theta_i)$ تمثل دالة النواة الدائرية (Kernel circular)

$v > 0$ تمثل معلمة التركيز (معامل التجانس)

أما بالنسبة لأنواع النواة الدائرية من الممكن توظيف دوال الكثافة الدائرية، وفي هذه الدراسة الحالية استعملت الدالتان :

1- فون ميزس (VM) (Von Mises) : [56][46] فهو يستعمل على نطاق واسع بسبب احاديته وشكله المتماثل ومعادلته الآتية :

$$f(\theta; \mu, v) = \frac{1}{2\pi I_0(v)} \exp\{v \cos(\theta - \mu)\} \quad \dots (63 - 2) \quad K_v =$$

إذ $0 \leq \theta \leq 2\pi$

مع هذه النواة المحددة يتم إعطاء مقدر دالة الكثافة في المعادلة (59-2)، وهي عبارة عن مجموعة من توزيعات فون ميزس (Von Mesis) المتمركزة في θ_i ومع معلمة التركيز v ، عند استعمال هذا المقدر من الناحية العملية يكون اختيار معلمة التجانس أمراً مهماً جداً، عندما تكون v كبيرة يؤدي ذلك إلى مقدرات قليلة التجانس (تباين كبير) في حين إذا كانت v صغيرة يؤدي ذلك إلى انخفاض تركيز النواة عند المشاهدات وتجانس كبير (تباين قليل) المسألة المهمة هنا هي كيفية اختيار النطاق الترددي، لمعلمة النطاق الترددي تأثير في تقليل بعض معايير الخطأ بين الدالة الحقيقية اللامعلمية والدالة التقديرية.

$$\hat{f}(\theta; v) = \frac{1}{n2\pi I_0(v)} \sum_{i=1}^n \exp\{v \cos(\theta - \theta_i)\}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \quad \dots (64 - 2)$$

2- كوشي الملفت [39][46][24] (Wrapped Cauchy) :

$$K_{wc} = f(\theta; \mu, p) \frac{1}{2\pi} \frac{1 - p^2}{1 + p^2 - 2p \cos(\theta)} \quad 0 < p < 1 \quad \dots (65 - 2)$$

إذ p هي معلمة التركيز

يمكن كتابة المقدر اللامعلمي لدالة الانحدار $f(\theta_i)$ عند النقطة الدائرية (δ) بالشكل

الآتي:

$$\hat{f}(\delta) = \text{atan}^2[\hat{g}_1(\delta) \cdot \hat{g}_2(\delta)] \quad \dots (66 - 2)$$

حيث تمثل الدالة $\text{atan}^2[\hat{g}_1(\delta) \cdot \hat{g}_2(\delta)]$ انحدار الزاوية بين المحور والمتجه من

الأصل يمكن حسابها بالشكل الآتي:

$$\text{atan}^2[\hat{g}_1(\delta) \cdot \hat{g}_2(\delta)] = \begin{cases} \text{atan}\left(\frac{\hat{g}_2(\delta)}{\hat{g}_1(\delta)}\right) & \text{if } \theta > 0 \\ \pi + \text{atan}\left(\frac{\hat{g}_2(\delta)}{\hat{g}_1(\delta)}\right) & \text{if } \hat{g}_2(\delta) \geq 0 \cdot \hat{g}_1(\delta) < 0 \\ -\pi + \text{atan}\left(\frac{\hat{g}_2(\delta)}{\hat{g}_1(\delta)}\right) & \text{if } \hat{g}_2(\delta) < 0 \cdot \hat{g}_1(\delta) < 0 \quad \dots (67 - 2) \\ \frac{\pi}{2} & \text{if } \hat{g}_2(\delta) > 0 \cdot \hat{g}_1(\delta) = 0 \\ \frac{-\pi}{2} & \text{if } \hat{g}_2(\delta) < 0 \cdot \hat{g}_1(\delta) = 0 \\ \text{undefined} & \text{if } \hat{g}_2(\delta) = 0 \cdot \hat{g}_1(\delta) = 0 \end{cases}$$

$$\hat{g}_1(\delta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sin(y_i) W(\theta_i - \delta) \quad \dots (68 - 2)$$

$$\hat{g}_2(\delta) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(y_i) W(\theta_i - \delta) \quad \dots (69 - 2)$$

W تمثل الوزن.

يمكن إعطاء أوزان النواة عن طريق أخذ نواة دائرية كدالة للوزن :

$$W(\theta_i - \delta) = n^{-1} K_v(\theta_i - \delta) \left\{ \sum_{i=1}^n K_v(\theta_i - \delta) \sin^2(\theta_i - \delta) - \sin(\theta_i - \delta) \sum_{i=1}^n K_v(\theta_i - \delta) \sin(\theta_i - \delta) \right\} \quad \dots (70 - 2)$$

تشير: K_v إلى النواة الدائرية و v معلمة التمهيد

3-1-3-2 معلمة التركيز (v) [46] [63] Smoothing Parameter

تدعى ايضاً معلمة التمهيد او عرض النطاق او حجم النافذة، تتحكم هذه المعلمة بعرض الدوال اللبية Kernel لكل نقطة من البيانات في عملية التقدير.، مسألة اختيار عرض النطاق الترددي المناسب او ما يسمى معلمة التركيز حساسة وحرجة، تؤثر معلمة التركيز بشكل كبير في تمهيد المنحنى المقدر واقتربه من المنحنى الحقيقي، كلما ازدادت هذه المعلمة نحصل على تحيز اكبر وتباين أقل ويحدث العكس عند تصغير المعلمة. توجد عدة أساليب لاختيار قيمة معلمة التركيز (v) منها :

1- الأسلوب التجريبي

2- طريقة التحقق المتبادل (Cross- Validation)

تم استعمال الأسلوب التجريبي في الدراسة الحالية.

2-3-2 تقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري بطريقة المربعات الصغرى

الجزائية [30] [47] [9]

Estimating the parameters of the semi parametric Circular -Linear- circular regression model by Penalized Least Square(PLS) method.

يتم تقدير الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بالخطوات أدناه ووفق

المعادلة الآتية :

$$y_i = Bx_i + g(\theta_i) + \varepsilon_i \quad i = 1 2 \dots n \quad \dots (71 - 2)$$

1- استعمال سلسلة فوريير لتمثيل الجزء اللامعلمي في الأنموذج شبه معلمي الدائري-

الخطي-الدائري وتقريب منحنى الانحدار $g(\theta_i)$ بواسطة المعادلة الآتية :

$$g(\theta_i) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^K a_k \cos k\theta_i + b_k \sin k\theta_i \quad \dots (72 - 2)$$

$$i = 1.2 \dots n$$

تم الحصول على تقديرات المنحنى $g(\theta_i)$ بواسطة التكامل العددي.

2- تقدير الأنموذج شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري باستعمال طريقة المربعات الصغرى الجزئية Penalized Least Square(PLS) وبحسب الصيغة :

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i B - g(\theta_i))^2 + \lambda J_2(g) \quad \dots (73 - 2)$$

إذ :

$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i B - g(\theta_i))^2$ يمثل دقة التوفيق للبيانات

$\lambda J_2(g)$ يمثل حد الجزاء يمثل لضمان مرونة الدالة.

$J_2(g)$ تمثل تكامل مربع المشتقة الثانية إلى $g(\theta_i)$ أي $[\int \{g''(\theta)\}^2 d\theta]$

$1 \leq \lambda \leq \infty$ تمثل الوزن تسمى معلمة الجزاء

يكون التقدير للمكون المعلمي B والمكون اللامعلمي $g(\theta)$ بتقليل مجموع مربعات البواقي

أي بحسب الصيغة:

$$\sum \varepsilon_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - x_i B - g(\theta_i))^2, \quad i = 1.2 \dots n \quad \dots (74 - 2)$$

إذ y_i متغير تابع

x_i متغيرات الانحدار

B معلمات غير معلومة

g الدالة الممهدة

θ_i متغير التمهيد

$\varepsilon_i \sim VM(0, v)$ بشرط تكون مستقلة

بهذه الطريقة يمكن الحصول على تقدير يوافق البيانات بشكل جيد ويكون المقدر على

درجة معينة من التمهيد ايضاً، إذ ان هذه الطريقة هي الحل الوسط بين حسن المطابقة

goodness-of-fit والتمهيد (Smoothing)، يمكن الحصول على التوازن بين التمهيد وحسن المطابقة من معلمة الجزء (λ) فهي تتحكم بالمفاضلة بينهما، عندما تكون معلمة الجزء كبيرة فالتركيز يكون على التمهيد اما إذا كانت صغيرة يكون التركيز على حسن المطابقة.

1-2-3-2 متسلسلة فوريير [9] [1] [23] :Fourier Series

متسلسلة فوريير هي متعدد حدود مثلثية تتمتع بالمرونة ويمكنها التكييف بشكل فعال مع طبيعة البيانات تستعمل لوصف المنحنى الذي يظهر موجة الجيب وجيب التمام، قبل استعمال متسلسلة فوريير في تمثيل المركبة اللامعلمية في هذه الدراسة لابد من الالمام ببعض المفاهيم والتعاريف :

1- الدوال $\cos(\theta)$ و $\sin(\theta)$ دوال دورية حيث العدد (2π) يمثل دورة لكل منهما.

2- توصف الدالة $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ بانها دالة دورية كون العدد (2π) يمثل دورة.

3- الدوال $\cos(n\theta)$ و $\sin(n\theta)$ دوال دورية ؛ لأنه العدد (2π) يمثل دورة لكل منهما لكل $n \neq 0$.

4- تدعى الدالة $g(\theta) = \sum_{n=-N}^N C_n e^{in\theta}$ بالدالة الدورية لأن العدد (2π) يمثل دورة لها. وتسمى الدالة $g(\theta)$ بكثيرة الحدود المثلثية.

ومن خصائص كثيرة الحدود المثلثية يمكن صياغتها بالشكل الآتي:

$$g(\theta) = \sum_{n=-N}^N C_n e^{in\theta} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N a_n \cos(n\theta) + b_n \sin(n\theta)$$

إذ : C_n تمثل المعاملات الأسية لكثيرة الحدود $g(\theta)$

a_n, b_n تمثل المعاملات المثلثية لكثيرة الحدود المثلثية $g(\theta)$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta) d\theta \quad \dots (75 - 2)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta) \cos(n\theta) d\theta \quad \dots (76 - 2)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g(\theta) \sin(n\theta) d\theta \quad \dots (77 - 2)$$

التكامل العددي^[37] Numerical Integration

يستعمل التكامل العددي مع الدوال الصعبة والمعقدة أو الدوال التي شكلها الرياضي غير معروف، لذا يقدم التكامل العددي لسلسلة فوريير طرائق تقديرية عددية للتعامل مع هذا النوع من الدوال للحصول على قيم تقريبية لمعاملاتها عن طريق التكامل العددي، ولتقريب هذه الدوال يكون باستبدال الدالة بأية كثيرة حدود تقريبية مثل (كثيرة حدود ماكلورين، كثيرة حدود المربعات الصغرى) ثم تجري عملية التكامل لكثيرة الحدود التقريبية، إذ يحول التكامل إلى قيمة تقريبية. يكون الحصول على هذه القيمة التقريبية عن طريق تجزئة مجال الدالة المراد تكاملها إلى أقسام صغيرة وحساب قيم المساحات المحدودة وجمع هذه المساحات للحصول على قيمة تقريبية للتكامل الكلي، هذه التقنيات العددية لغرض حساب التكامل تؤول إلى صيغ رياضية مثل قاعدة المستطيلات^١ (Rectangular Rule) وقاعدة شبه المنحرف (Trapezoidal Rule) وقاعدة سيمبسون (Simpson Rule) وطريقة التكيف التلقائي (Automatic adaptation) والتي تم استعمالها في الأطروحة الحالية

يعتمد مقدر الجزء المعلمي \hat{B} والجزء اللامعلمي $\hat{g}_\lambda(\theta_i)$ على معلمة الجزء (λ) وهي معلمة التجانس تتحكم بجودة الملائمة ومرونة الدالة، ان المعلمة المثالية في مقدر فوريير تقدر بطريقة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)).

2-2-3-2 التقاطع الشرعي^{[15][21][12][17]} : cross-validation (CV)

وهي احدى طرائق اختيار معلمات التجانس الأمثل وان المبدأ الأساس لاستعمال التحقق المتبادل هو ترك نقطة من البيانات واحدة تلو الأخرى وتحديد قيمة معلمة الجزء (λ) التي تقلل مجموع مربعات الخطأ وتقدير مربعات الخطأ عند النقطة التي تم استبعادها بالاعتماد على النقاط $(n-1)$ ثم التنبؤ بالنقاط المفقودة للبيانات عن طريق هذه المعلمة بشكل أفضل وباستعمال بقية البيانات، وهو أسلوب تلقائي يعتمد على البيانات

$$CV(\lambda) = - \sum_{i=1}^n \cos(y_i - \hat{f}_{-i}(\theta_i)) \quad \dots (78 - 2)$$

إذ \hat{f}_{-i} تشير إلى القيمة المقدرة بترك المشاهدة i

إذ ان قيمة المعلمة (λ) المثلى يتم اختيارها عن طريق تصغير دالة التقاطع الشرعي Cross-Validation function، تم اقتراح مصطلح التقاطع الشرعي المعمم (Generalized cross validation (GCV) (cross validation(GCV)

كبدل للتقاطع الشرعي وهو أكثر شيوعاً لاختيار معلمة الجزء وتعرف على النحو الآتي:

$$GCV(\lambda) = \frac{MSE(\lambda)}{[n^{-1} \text{trace}(1-B(\lambda))]^2} \quad \dots \quad (79 - 2)$$

إذ :

$$\begin{aligned} MSE(\lambda) &= n^{-1} y'(1-B(\lambda))'(1-B(\lambda))y \\ &= \frac{SSE(\lambda)}{n} = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \end{aligned}$$

$(y_i - \hat{y}_i)$: تمثل البواقي التي لا يمكن تفسيرها عند التمهيد إذ (\hat{y}) هي القيم التقديرية لقيم المتغير التابع الحقيقية (y_i) .

$SSE(\lambda)$ (Sum of squared error): مجموع مربعات الخطأ أحد مقاييس حسن المطابقة للبيانات الحقيقية عند قيمة يتم اختيارها لمعلمة الجزء (λ) ، ان $SSE(\lambda)$ عند قيم مختلفة من قيم معلمة الجزء (λ) يشير إلى اقتراب القيم المقدرة للمتغير المعتمد (\hat{y}) من القيم الحقيقية (y_i) ، وفي حالة $(\lambda = 0)$ ذلك يعني عدم وجود تمهيد.

يكون الأنموذج جيداً إذا تم الحصول على معلمة الجزء المثلى (λ) عن طريق الحد الأدنى لمجموع مربعات الخطأ $SSE(\lambda)$ ، وعلى قيمة متوسط مربع الخطأ الصغيرة وقيمة مرتفعة لمعامل التحديد (R^2) .

3-2-3-2 معايير المفاضلة [64] [6]:

تعد دقة بناء الأنموذج واختيار الأنموذج الأفضل جزءاً مهماً في التحليل الإحصائي، يمثل الأنموذج الأفضل هو الأنموذج الذي تفسر فيه المتغيرات المستقلة التغير الذي يحدث للمتغير التابع بشكل صحيح، وهو انموذج يحصل منه على توفيق جيد للبيانات.

فقد استعملت معايير المفاضلة للحصول على أنموذج الانحدار شبه المعلمي الذي له أفضل المقدرات، اختلفت نتائج التقدير لثلاث نماذج باختلاف طرق التقدير واختلاف توزيع الخطأ العشوائي واختلاف دالة النواة في الجزء اللامعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي المدمج بفرض دالة النواة فون ميزس (VM) لأنموذج وافترض دالة نواة كوشي الملتف (WC) لأنموذج الأخر. تم تحديد الأنموذج المناسب لنمذجة البيانات الدائرية بواسطة معايير المعلومات الآتية:

1- معيار اكاكي (Akaike's Information Criterion (AIC)

اقترح (Akaike , 1974) هذا المعيار لغرض قياس مدى ملائمة الأنموذج الإحصائي بواسطة مقدار انحراف التوزيع الحقيقي عن التوزيع المتوقع للأنموذج، لمعيار المعلومات (AIC) خصائص فريدة يمتاز بالدقة التنبؤية يستعمل للمقارنة بين النماذج وايضاً مع النماذج المعقدة والتحليل الاستكشافي ويفضل استعماله مع العينات الصغيرة. وهو من المعايير القيمة وذلك لمرونته وتركيزه على تقليل فقدان المعلومات. للحصول على الأنموذج الأفضل يتم تجريب عدد من النماذج الممكنة يتم اختيار الأنموذج الذي له أقل قيمة لمعيار المعلومات (AIC) وهو الأنموذج الأقرب للأنموذج الحقيقي ويوصف معيار المعلومات (AIC) بالصيغة الآتية :

$$AIC(p) = -2\log(L|\hat{\theta}) + 2p \quad \dots (80 - 2)$$

إذ :

$\log(L|\hat{\theta})$ تمثل لوغاريتم الإمكان الأعظم

P تمثل عدد المعلمات

2- معيار المعلومات البيزي: Bayesian Information Criterion(BIC)

أقترح شوارتز نهجاً آخر لتقدير النظام النموذجي واطلق عليه شوارتز للمعلومات Schwarz Information Criterion ويرمز له (SIC) وعرف (Judd&Mees , 1996) معيار المعلومات البيزي Bayesian Information Criterion(BIC) ويعبر عنه :

$$BIC(P) = -2\log(L|\hat{\theta}) + p \log(n) \quad \dots (81 - 2)$$

3- متوسط مربع الخطأ ^[33] (MSE) Mean Square Error

يعد متوسط مربع الخطأ (MSE) من أكثر المعايير استعمالاً لأجراء مقارنة بين النماذج الإحصائية، تم استعماله في هذه الدراسة لغرض تقييم أداء النماذج الإحصائية المقدرة ولمعرفة أفضل نموذج له خصائص المقدر الجيد، يمثل هذا المعيار الفرق بين القيم الحقيقية والقيم المقدرة لكل مشاهدة من البيانات ويمكن التعبير عنه بالشكل الآتي:

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \quad \dots (82 - 2)$$

4- معامل التحديد: ^[23] (R²) Coefficient of Determination

هو قيمة او مقياس يستعمل لقياس مدى تطابق خط الانحدار مع البيانات الفعلية، يمكن الحصول على قيمة معامل التحديد حسب الصيغة:

$$R^2 = \frac{(\hat{y} - \bar{y})'(\hat{y} - \bar{y})}{(y - \bar{y})'(y - \bar{y})} .100 \quad \dots (83 - 2)$$

تتراوح قيمو معامل التحديد بين (0-1)، يشير الواحد الى ملائمة مثالية ويشير الصفر الى عدم وجود ملائمة إطلاقاً.

5- اختبار ريلي لملائمة البيانات : ^[49] Rayleigh Test

نجري اختبار رايلي للبيانات الدائرية لمعرفة هل البيانات تظهر اتجاهية مفضلة نحو زاوية معينة؟، وفقاً للفرضية الآتية:

H₀: البيانات موزعة بشكل متساوٍ حول الدائرة :

H₁: البيانات ليست موزعة بشكل متساوٍ حول الدائرة :

أحصاءة الاختبار هي متوسط الاتجاه الدائري (\bar{R}) وحسب الصيغة :

$$\bar{R} = \frac{R}{n} \quad \dots (84 - 2)$$

أذ \bar{R} متوسط الأتجاه الدائري

n حجم العينة

$$R = \sqrt{C^2 + S^2}$$

بما أن $0 \leq \bar{R} \leq 1$ ، إذا كانت قيمة (\bar{R}) قريبة من الواحد يزداد تركيز البيانات حول متوسط الأتجاه وأذا اقتربت من الصفر يدل ذلك على ان البيانات موزعة عشوائياً.

يمكن مقارنة (\bar{R}) بقيمة حرجة من جداول توزيع ريلي وحسب حجم العينة ومستوى الدلالة (0.05)، إذا كانت نتيجة الاختبار تشير إلى رفض فرضية العدم (يوجد أتجاه)، إذا كانت النتيجة تشير الى عدم رفض فرضية العدم (لا يوجد أتجاه).

الفصل الثالث

الجانب التجريبي والتطبيقي



الفصل الثالث: الجانب التجريبي والتطبيقي

المبحث الأول (الجانب التجريبي)

1-1-3 التمهيد The Introduction

تم في الفصل الثاني تغطية الجانب النظري للأطروحة من مناقشة بعض المفاهيم الإحصائية كالإحصاء الوصفي، الاحتمال الدائري وبعض التوزيعات الدائرية، تم تقديم ثلاثاً أنموذجات للانحدار شبه المعلمي، منها أنموذجين للانحدار شبه المعلمي المدمج يختلف كل أنموذج عن الآخر باختلاف **Circular Kernel** (النواة الدائرية) واختلاف معلمة الدمج، وتقديم أنموذج ثالث تم تقديره باستعمال طريقة المربعات الصغرى الجزئية وتمثيل الجزء اللامعلمي بواسطة سلسلة فوريير.

2-1-3 المحاكاة Simulation^[3] [4]

وهي عملية تصميم أنموذج مشابه للنظام الحقيقي في المعطيات والفرضيات لغرض معرفة سلوك النظام الحقيقي والحصول على نتائج تساعد في اتخاذ القرار، يعرف أيضاً بأنها أحد الأساليب التي تستعمل لتوليد بيانات لغرض تحليلها من دون الحاجة إلى إجراء تجربة حقيقية ومراقبتها وتسجيل البيانات. وهي أيضاً أسلوب يستعمل أنموذجاً رياضياً نظرياً شبيهاً أو أنموذجاً بديلاً للأنموذج الحقيقي من دون المحاولة للحصول على الأنموذج الحقيقي.

يعود أسلوب المحاكاة إلى بداية الأربعينيات عن طريق دراسة سلوك دقائق النترونات ولغرض البحث في مشكلة القنبلة الذرية خلال الحرب العالمية الثانية وإجراء تجربة أقيمت في معامل بحوث الذرة وتم إطلاق أسم مونت كارلو Monte Carlo على هذه التجربة، تعتمد هذه التجربة على توليد بيانات عشوائية تستعمل لتوليد بيانات ضمن شروط ومواصفات معينة، ينماز أسلوب المحاكاة بالتكرار لتحليل الأنموذج العشوائي قيد الدراسة وبهذا الأسلوب يمكن مقارنة الخصائص والطرائق ثم الحصول على استنتاجات عامة، لذا تضمن هذا الفصل استعمال أسلوب المحاكاة لتوليد البيانات باستعمال برنامج MATLAB وتقدير الأنموذجات التي تم ذكرها في الجانب النظري.

3-1-3 توليد البيانات :

تم توليد اربعة أحجام للعينة (n= 100 , 150 , 300 , 400) ولكل تجربة محاكاة تكرارات (1500).

• الجانب التجريبي للجزء المعلمي :

1- اختيار أنموذج الانحدار البسيط :

$$y_i = \beta_0 + \beta x_i + \varepsilon_i \pmod{2\pi}$$

واختيار قيم افتراضية للمعاملات كما في الجدول ادناه :

جدول (1-3): القيم الافتراضية لمعاملات الجزء المعلمي

رقم التجربة	B_0	B_1
1	1.5	1
2	0.9	1.9
3	0.05	2.5

2- توليد المتغير التفسيري (x_i) يتوزع التوزيع الشرطي الطبيعي بحسب الدالة :

$$f(x|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x - \lambda + v \cos(y - \mu))^2\right\}$$

بفرض: $\sigma^2 = 1$ و $\lambda, v = 0$ يكون توزيع المتغير التفسيري (x_i) هو التوزيع الطبيعي القياسي.

$$f(x|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2}(x)^2\right\}$$

3- توليد الأخطاء العشوائية بفرض انها تتوزع توزيع دائري وتم افتراض توزيع فون

ميزس (VM)، $\varepsilon_i \sim VN(\mu, v)$ ، بفرض: $\mu=0$ و $v = 1$

4- تحسب بيانات المتغير المعتمد (y_i) باستعمال دالة الانحدار في الفقرة (1) وبدلالة المتغير

التفسيري (x) الذي تم توليده بالفقرة (2) مضافاً له الخطأ الذي تم توليده بالفقرة (3)

بأستعمال التوزيع الخطي - الدائري ، وتم استعمال التوزيع الشرطي وهو توزيع فون ميزس

(بأستعمال التوزيع الخطي - الدائري ، وتم استعمال التوزيع الشرطي وهو توزيع فون ميزس):

$$(\varepsilon_i \sim VN(\mu, \frac{vx}{\sigma^2}))$$

$$f(y|x) = \frac{1}{2\pi I_0\left(\frac{vx}{\sigma^2}\right)} \cdot \exp\left\{\frac{vx}{\sigma^2} \cos(y - \mu)\right\}$$

بفرض: $\mu=0$ و $x, v, \sigma^2 = 1$

• الجانب التجريبي للجزء اللامعلمي :

1- اختيار أنموذج الانحدار اللامعلمي :

$$y_i = g(\theta_i) + \varepsilon_i \pmod{2\pi}$$

يكون تقدير الانحدار اللامعلمي عن طريق تقدير دالة كثافة النواة الدائرية (Kernel

Density Estimation) وتم استعمال نوعان من دوال النواة الدائرية :

1- فون ميزس (Von Mises) :

بفرض معلمة تركيز تأخذ ثلاث قيم (0.25 , 0.50 , 0.75) (v =

توليد بيانات المتغير الدائري (θ_i) يتوزع توزيع فون ميزس (Von Mises (VM) بحسب الدالة :

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi I_0(v)} \exp\{v \cos(\theta - \mu)\}$$

2- كوشي المغلف (Wrapped Cauchy) :

بفرض معلمة تركيز تأخذ ثلاث قيم (0.05 , 0.20 , 0.80) (p =

توليد بيانات المتغير الدائري (θ_i) يتوزع توزيع كوشي الملفت (WC) بحسب الدالة :

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi} \frac{1 - p^2}{1 + p^2 - 2p \cos(\theta - \mu)}$$

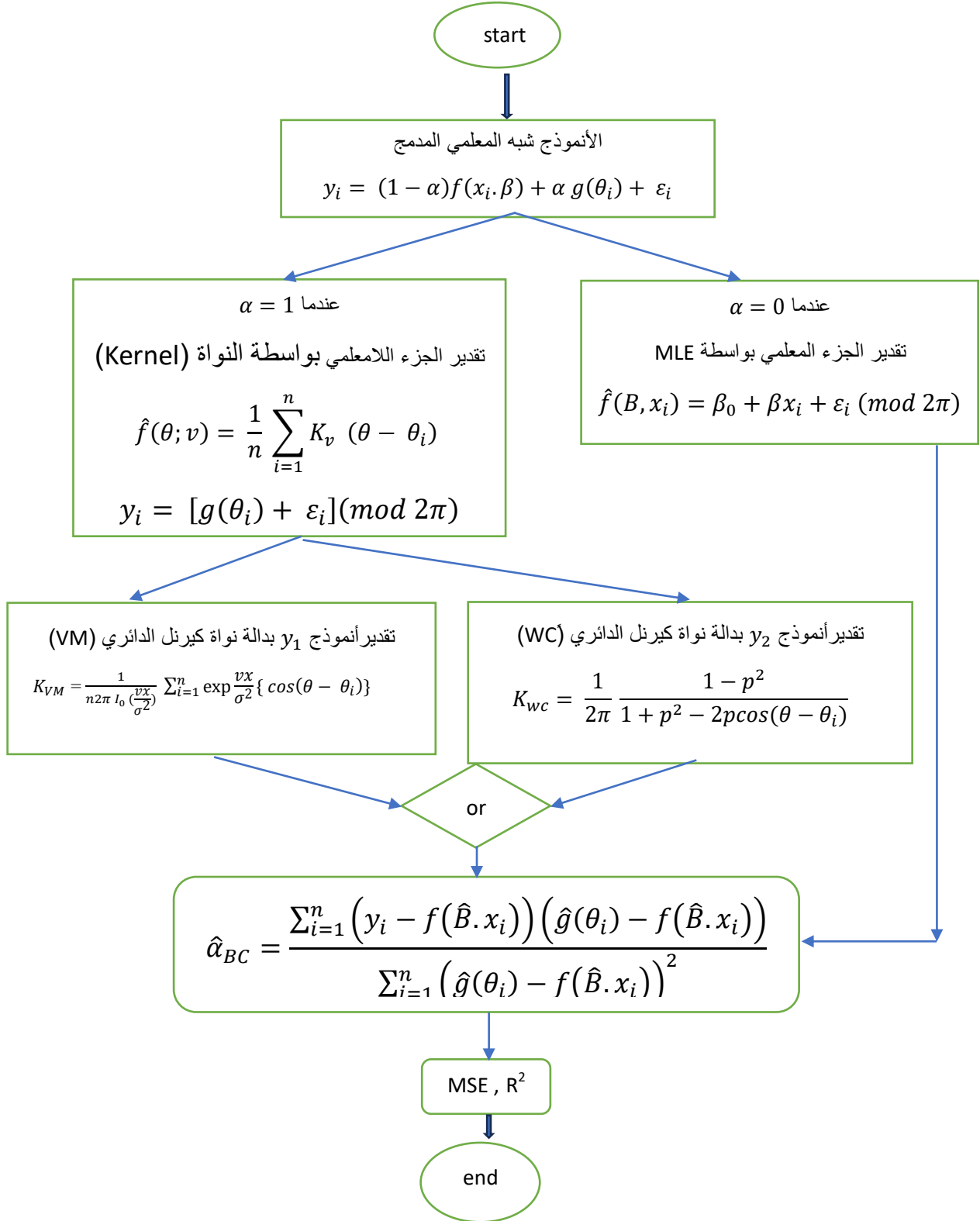
الجانب التجريبي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج :

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i \cdot \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

وتم اختيار معلمة دمج بثلاث قيم لكل تجربة :

جدول (2-3): القيم الافتراضية لمعلمة الدمج لكل تجربة

رقم التجربة	قيم معلمة الدمج α		
1	0.05	0.01	0.1
2	0.2	0.5	0.7
3	0.3	0.6	0.9



شكل (1-3): آلية المحاكاة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

الشكل من عمل الباحثة

3-1-2-2 تحليل النتائج :

- الجانب التجريبي لبناء انموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي الدائري المدمج باستعمال دوال نواة مختلفة

تم اختيار الأنموذج شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج الأفضل وبحسب الصيغة :

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i \cdot \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

عن طريق بناء العديد من النماذج شبه المعلمي الدائري -الخطي الدائري المدمج بأجراء العديد من تجارب المحاكاة المذكورة في الجداول ضمن (الملحق 2) وتسجيل النتائج بجدول لكل تجربة يتضمن كل جدول (27 case) أي (27 أنموذج) وباستعمال طريقة الإمكان الأعظم في تقدير الجزء المعلمي واستعمال طريقة تقدير دالة النواة الدائرية (Kernel Density Estimation) في تقدير الجزء اللامعلمي واستعمل نوعين من دوال النواة الدائرية هما، دالة النواة الدائرية فون ميزس (Von Mesis) ودالة نواة كوشي الملتف (Wrapped Cauchy)، إذ تم تغيير القيم الافتراضية لمعاملات كل أنموذج واختيار الأنموذج الأفضل على أساس معيار المعلومات أكايكي (AIC) ومعيار المعلومات البيزي (BIC)، وتم إعادة بناء كل انموذج باستعمال حجوم عينات مختلفة (100,200,300,400)، تمت المقارنة بين النماذج الأفضل التي تم بناؤها من كل تجربة بحسب نوع دالة النواة المختارة كما يأتي:

1- باستعمال دالة نواة فون ميزس (Von Mesis)

جدول (3-3): مقارنة نماذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج المقدر

باستعمال دالة النواة فون ميزس (VM) لتقدير الجزء اللامعلمي لحجوم عينات

(100,200,300,400)

حجم العينة	الأنموذج شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج	AIC	BIC
100	$\hat{y}_1 = 0.79 (2.00 + 1.10x_i) + 0.21\hat{g}(\theta_i)$	142.357	148.093
	$\hat{y}_2 = 0.09 (1.45 + 1.90x_i) + 0.91\hat{g}(\theta_i)$	161.710	167.446
	$\hat{y}_3 = 0.99 (0.77 + 2.59x_i) + 0.01\hat{g}(\theta_i)$	222.501	228.237
200	$\hat{y}_1 = 0.71 (3.32 + 1.17x_i) + 0.29\hat{g}(\theta_i)$	137.644	143.380
	$\hat{y}_2 = 0.87 (1.35 + 1.91x_i) + 0.13\hat{g}(\theta_i)$	197.327	203.063
	$\hat{y}_3 = 0.42 (0.75 + 2.48x_i) + 0.58\hat{g}(\theta_i)$	202.357	208.524

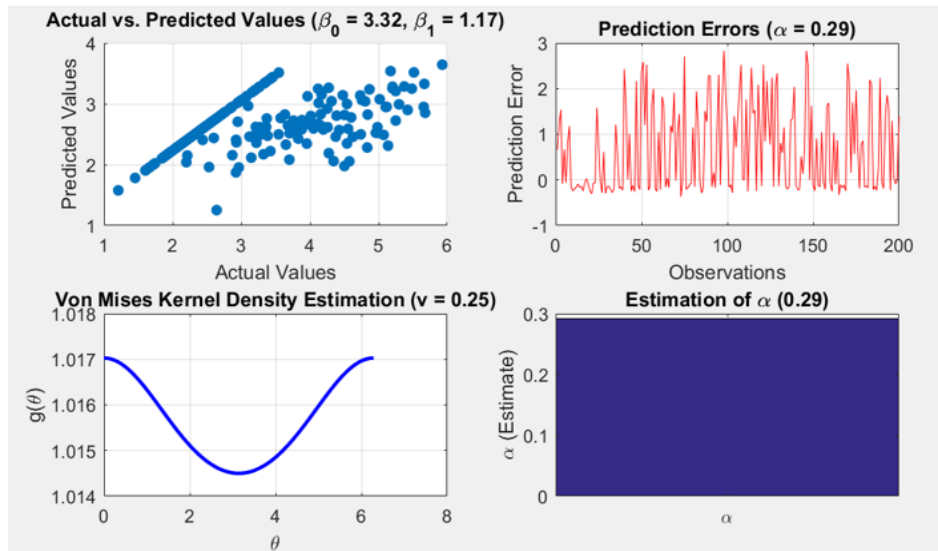
حجم العينة	الأنموذج شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج	AIC	BIC
300	$\hat{y}_1 = 0.94 (1.27 + 1.53x_i) + 0.06\hat{g}(\theta_i)$	202.787	208.524
	$\hat{y}_2 = 0.29 (1.79 + 1.83x_i) + 0.71\hat{g}(\theta_i)$	164.270	170.006
	$\hat{y}_3 = 0.28 (0.89 + 2.49x_i) + 0.72\hat{g}(\theta_i)$	201.761	207.497
400	$\hat{y}_1 = 0.78 (2.26 + 1.00x_i) + 0.22\hat{g}(\theta_i)$	143.253	148.989
	$\hat{y}_2 = 0.86 (1.63 + 1.82x_i) + 0.14\hat{g}(\theta_i)$	157.066	162.802
	$\hat{y}_3 = 0.28 (0.86 + 2.48x_i) + 0.72\hat{g}(\theta_i)$	175.059	180.795

يتبين من الجدول (3-3) العديد من نماذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج المقدر وفقاً لحجوم عينات مختلفة (100,200,300,400) تم الحصول على ثلاث نماذج من كل حجم وتحديد الأنموذج الأفضل من كل تجربة وباستعمال دالة نواة فون ميزس (Von Mises (VM)، تم الحصول على كل إنموذج في الجدول المذكور آنفاً عن طريق اختيار إنموذج واحد من كل تجربة موضحة بجدول يتضمن (case 27) اختلفت كل حالة عن الحالات الأخرى بالقيم الافتراضية لمعلمة التركيز لدالة نواة فون ميزس (v) وقيم المعلمات للجزء المعلمي (b_0 و b_1) ومعلمة الدمج (α)، حققت التجربة الأولى عند الحالة (case 25) وحجم 200 أفضل أنموذج كما في الجدول (4) في الملحق (2) يتضح :

- تأثير الجزء المعلمي (المتغير الخطي) قوي جداً وضعف تأثير الجزء اللامعلمي (المتغير الدائري) لجميع النماذج المختارة من الجداول الممثلة لكل تجربة.
- الأنموذج الأفضل هو الذي حقق اقل قيم لمعايير المعلومات (AIC= 137.6445) و (BIC= 143.3806) وبمعلمة الدمج المقدر ($\alpha = 0.29$) وهي تمثل مقدار تأثير الجزء اللامعلمي في الأنموذج. وتظهر مقدرات الأنموذج بالشكل (2-3) التالي :
- المخطط في الجهة العليا الأيسر (Actual vs. Predicted Values) المحور الأفقي يمثل القيم الفعلية (Actual Values) للبيانات المستهدفة، والمحور الرأسي يمثل المتنبأ بها (Predicted Values) يتضح أن هناك علاقة خطية بين القيم الفعلية والقيم المتنبأ بها حيث كانت النقاط تتبع خطاً قطعياً من اليسار إلى اليمين (زاوية 45 درجة تقريباً) هذا يعني ان الأنموذج يحقق تنبؤاً جيداً مع وجود بعض الانحرافات الصغيرة في التنبؤات عند المقدرات ($b_0 = 3.32, b_1 = 1.17$).
- المخطط العلوي في الجهة اليمنى يشير إلى أخطاء التنبؤ (Prediction Error) عند قيمة ($\hat{\alpha} = 0.29$). مثل المحور الأفقي المشاهدات (Observations) والمحور الرأسي يمثل

أخطاء التنبؤ لكل ملاحظة تتراوح بين قيم سالبة وقيم موجبة فهي موزعة بشكل عشوائي حول الصفر ما يعني وجود بعض الانحرافات عن القيم الفعلية.

- المخطط السفلي الأيسر يعرض تقدير كثافة النواة (Kernel Density Estimation) بأستعمال دالة نواة فون ميزس (VM) Von Mises (VM) للجزء اللامعلمي في النموذج إذ تمثل المحور الأفقي قيم المتغير الدائري (θ) والمحور الرأسي مثل قيمة دالة الكثافة $g(\theta)$ وهي تأخذ شكل المنحنى وبأستعمال معلمة التركيز الافتراضية ($\nu = 0.25$) تشير إلى التشتت في تقدير الكثافة وهي تتحكم بشكل المنحنى إذ تمثل مدى دقة النواة في تقدير القيم حول θ .
- المخطط السفلي الأيمن (Estimation of α) يعرض قيمة ($\hat{\alpha} = 0.29$) المقدره وهي تمثل معلمة الدمج وتدل القيمة على مقدار تأثير الجزء اللامعلمي في النموذج، أما تأثير الجزء المعلمي بلغ ($1 - \hat{\alpha} = 0.71$) في النموذج التنبؤي.



Case 25

شكل (3-2): المقدرات المعلمية واللامعلمية للنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج بأستعمال دالة النواة فون ميزس (VM) لتقدير الجزء المعلمي ومعلمة الدمج لحجم (200)

يمكن صياغة النموذج بالمعادلة ادناه:

$$\hat{y}_3 = 0.71 (3.32 + 1.17x_i) + 0.29\hat{g}(\theta_i) \dots (1 - 3)$$

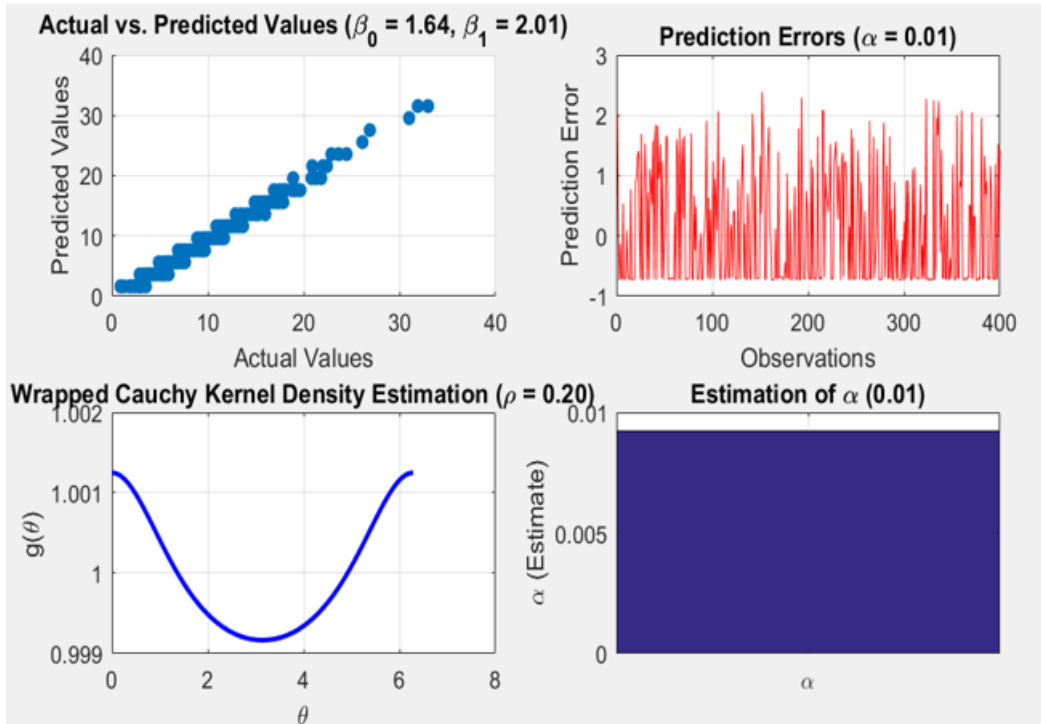
جدول (3-4): مقارنة أنموذجات الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج المقدره باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) لتقدير الجزء اللامعلمي لحجوم عينات (100,200,300,400)

حجم العينة	الأنموذج شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج	AIC	BIC
100	$\hat{y}_1 = 0.97 (2.28 + 0.61x_i) + 0.03\hat{g}(\theta_i)$	155.210	160.946
	$\hat{y}_2 = 0.93 (1.54 + 2.03x_i) + 0.07\hat{g}(\theta_i)$	216.939	222.675
	$\hat{y}_3 = 0.69 (1.04 + 2.34x_i) + 0.31\hat{g}(\theta_i)$	246.590	252.326
200	$\hat{y}_1 = 0.98 (0.85 + 0.53x_i) + 0.02\hat{g}(\theta_i)$	862.111	872.005
	$\hat{y}_2 = 0.92 (1.64 + 1.93x_i) + 0.08\hat{g}(\theta_i)$	249.064	254.800
	$\hat{y}_3 = 0.81 (0.83 + 2.53x_i) + 0.19\hat{g}(\theta_i)$	543.841	553.730
300	$\hat{y}_1 = 0.99(2.88 + 0.91x_i) + 0.01\hat{g}(\theta_i)$	892.644	903.756
	$\hat{y}_2 = 0.96 (2.92 + 0.99x_i) + 0.04\hat{g}(\theta_i)$	109.340	120.451
	$\hat{y}_3 = 0.90 (0.89 + 1.19x_i) + 0.10\hat{g}(\theta_i)$	507.748	514.894
400	$\hat{y}_1 = 0.97 (2.23 + 0.99x_i) + 0.03\hat{g}(\theta_i)$	393.515	405.490
	$\hat{y}_2 = 0.99 (1.64 + 2.01x_i) + 0.01\hat{g}(\theta_i)$	100.292	112.267
	$\hat{y}_3 = 0.69 (1.60 + 3.01x_i) + 0.31\hat{g}(\theta_i)$	216.402	328.377

يتبين من الجدول (3-4) العديد من نماذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج المقدره وفقاً لحجوم عينات مختلفة وباستعمال دالة نواة كوشي المغلف (WC) تم الحصول على كل انموذج في الجدول المذكور آنفاً عن طريق اختيار إنموذج واحد من كل تجربة موضحة بجداول في الملاحق (2) يتضمن كل جدول (27 case) تتفاوت كل حالة عن الأخرى بالقيمة الافتراضية لمعلمة التركيز لدالة النواة كوشي الملتف (ρ) وقيم معاملات الجزء المعلمي الافتراضية (b_0 و b_1) ومعلمة الدمج (α)، وعند مقارنة النماذج نلاحظ أن التجربة الثانية عند الحالة (2 case) وحجم 400 حققت أفضل أنموذج كما في الجدول (23) في الملحق (2) يتضح الآتي:

- يتبين من الجدول ان تأثير الجزء المعلمي (المتغير الخطي) قوي جداً وضعف تأثير الجزء اللامعلمي (المتغير الدائري) لجميع النماذج المختارة من الجداول الممثلة لكل تجربة ولكافة حجوم العينات.
- الأنموذج الأفضل هو أذني حقق اقل قيم لمعايير المعلومات (AIC= 100.2927) و (BIC= 112.2671) وبمعلمة دمج ($\alpha = 0.01$) وهي تمثل مقدار تأثير الجزء اللامعلمي في الأنموذج. وتظهر مقدرات الأنموذج بالشكل (3-3) التالي :

- المخطط في الجهة العليا الأيسر (Actual vs. Predicted Values) المحور الأفقي يمثل القيم الفعلية (Actual Values) للبيانات المستهدفة، والمحور الرأسي يمثل المتنبأ بها (Predicted Values) يتضح أن هناك علاقة خطية بين القيم الفعلية والقيم المتنبأ بها إذ كانت النقاط تتبع خطاً قطرياً من اليسار إلى اليمين (زاوية 45 درجة تقريباً) هذا يعني ان الأنموذج يحقق تنبؤاً جيداً مع وجود بعض الانحرافات الصغيرة في التنبؤات عند المقدرات $(b_0 = 1.64, b_1 = 2.01)$.
- المخطط العلوي في الجهة اليمنى يشير إلى أخطاء التنبؤ (Prediction Error) عند قيمة $(\hat{\alpha} = 0.01)$ مثل المحور الأفقي المشاهدات (Observations) والمحور الرأسي أخطاء التنبؤ لكل ملاحظة تتراوح بين قيم سالبة وقيم موجبة فهي موزعة بشكل عشوائي حول الصفر ما يعني وجود بعض الانحرافات عن القيم الفعلية.
- المخطط السفلي الأيسر يعرض تقدير كثافة النواة (Kernel Density Estimation) بأستعمال دالة نواة كوشي الملتفّ (WC) Wrapped Cauchy للجزء اللامعلمي في الأنموذج إذ مثل المحور الأفقي قيم المتغير الدائري (θ) والمحور الرأسي مثل قيمة دالة الكثافة $g(\theta)$ وهي تأخذ شكل المنحنى وبأستعمال معلمة التركيز الافتراضية لدالة نواة كوشي الملتف $(\rho = 0.20)$ تشير إلى التشتت في تقدير الكثافة وهي تتحكم بشكل المنحنى إذ تمثل مدى دقة النواة في تقدير القيم حول θ .
- المخطط السفلي الأيمن (Estimation of α) يعرض قيمة معلمة الدمج المقدرة إذ بلغت $(\hat{\alpha} = 0.01)$ وهي تمثل مقدار تأثير الجزء اللامعلمي في الأنموذج، أما تأثير الجزء المعلمي بلغ $(1 - \hat{\alpha} = 0.99)$ المحور الرأسي يعرض قيمة $(\hat{\alpha})$ في الأنموذج التنبؤي.



Case 2

شكل (3-3): المقدرات المعلمية واللامعلمية للأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) لتقدير الجزء اللامعلمي ومعلمة الدمج لحجم (400)

يمكن صياغة الأنموذج بالمعادلة ادناه :

$$\hat{y}_3 = 0.99 (1.64 + 2.01x_i) + 0.01\hat{g}(\theta_i) \dots (2 - 3)$$

• الجانب التجريبي لتقدير انموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري

بطريقة المربعات الصغرى الجزائية

تم اختيار الأنموذج شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري وباستعمال سلسلة فوريير

لتمثيل الجزء اللامعلمي وبحسب صيغ المعادلات (2-73) و(2-74) التي تم ذكرها

سابقاً :

$$y_i = Bx_i + g(\theta_i) + \varepsilon_i \quad i = 1 \ 2 \ \dots \ n$$

$$g(\theta_i) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^K a_k \cos k\theta_i + b_k \sin k\theta_i$$

عن طريق بناء العديد من النماذج شبه المعلمي الدائري - الخطي الدائري بأجراء العديد من تجارب المحاكاة المذكورة في الجداول ضمن (الملحق 2) وتسجيل النتائج بجدول لكل تجربة، يتضمن كل جدول (case 20) أي (20 أنموذجاً)، وتقدير معلمات سلسلة فوريير بواسطة التكامل العددي بفرض $(k = 1)$ وتم تقدير نماذج الانحدار باستعمال طريقة المربعات الصغرى الجزئية بقيم افتراضية لمعاملات كل أنموذج واختيار الأنموذج الأفضل لمعاملات الجزء المعلمي وتحديد القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) من خلال معيار التقاطع الشرعي (Generalized Cross Validation)، وتم إعادة بناء كل انموذج باستعمال حجوم عينات مختلفة (100,200,300,400)، للحصول على افضل انموذج، تمت المقارنة بين النماذج الأفضل التي تم بناءها من كل تجربة كما في الجدول أدناه:

جدول (3-5): مقارنة أنموذجات الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المقدر بطريقة المربعات الصغرى الجزئية لحجوم عينات (100,200,300,400) وتحديد القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ)

n	λ	GCV	Estimated Parameters		Estimated Non-Parameters		
			B_0	B_1	a_0	a_1	b_1
100	5	0.0269	$B_0 = 0.3622$		$a_0 = 0.0055$		
			$B_1 = 3.0483$		$a_1 = 1.1273$		
					$b_1 = 0.9792$		
100	6	0.0238	$B_0 = 0.6112$		0.0022-		
			$B_1 = 2.7687$		0.9125		
					0.8928		
100	10	0.0172	$B_0 = 0.6458$		0.0098-		
			$B_1 = 3.0055$		1.0180		
					1.0738		
200	19	0.0073	$B_0 = 0.4552$		0.0015		
			$B_1 = 2.9742$		1.0364		
					1.0073		
200	13	0.0067	$B_0 = 0.4524$		0.0091-		
			$B_1 = 3.0358$		0.8857		
					0.9536		
200	4	0.0065	$B_0 = 0.4787$		0.0055-		
			$B_1 = 2.9938$		0.9829		
					1.0733		
300	5	0.0048	$B_0 = 0.4804$		0.0035-		
			$B_1 = 3.0324$		0.9947		
					1.0689		

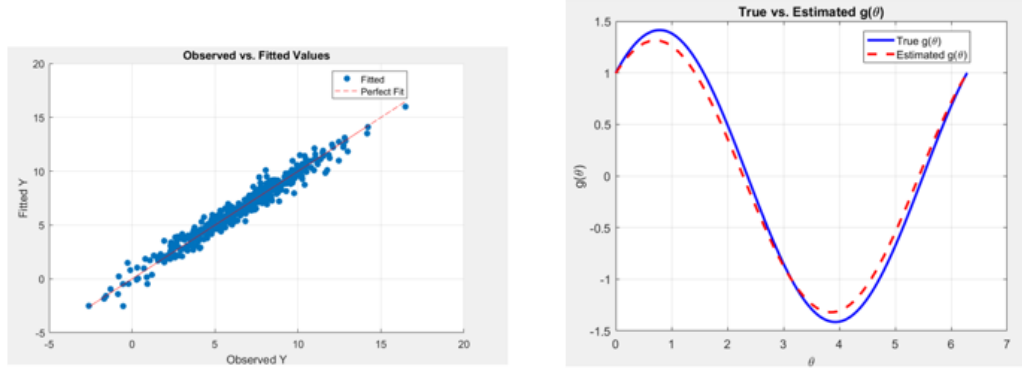
n	λ	GCV	Estimated Parameters		Estimated Non-Parameters		
			B_0	B_1	a_0	a_1	b_1
	4	0.0045	$B_0 = 0.4677$ $B_1 = 2.9365$		0.0002 1.0198 0.9625		
	19	0.0050	$B_0 = 0.5285$ $B_1 = 3.0082$		0.0021- 1.0462 1.0024		
400	12	0.0036	$B_0 = 0.4879$ $B_1 = 3.0474$		0.0030- 0.9986 0.8585		
	4	0.0035	$B_0 = 0.4597$ $B_1 = 3.0030$		0.0019- 0.9246 0.9990		
	19	0.0037	$B_0 = 0.4866$ $B_1 = 2.9821$		0.0031- 0.9623 1.0354		

أشارت النتائج في الجدول (3-5) تم الحصول على نتائج العديد من القيم المثلى الدنيا لمعامل التقاطع الشرعي المعمم (GCV) في العديد من النماذج وحقق أصغر قيمة (GCV)، إذ بلغت (0.0035) عند معلمة جزاء (4)، يمكن صياغة الأنموذج بالمعادلة الآتية:

$$\hat{y} = 0.4597 + 3.003x_i - 0.0019 + 0.9246 \cos \theta_i + 0.999 \sin \theta_i \dots (3-3)$$

- تُظهر من الشكل (3-4) في الجهة اليمنى العلاقة بين القيم الحقيقية (True Values) والقيم المتوقعة (Fitted Values) للجزء اللامعلمي من الأنموذج أذ مثل المحور الأفقي قيمة (θ) والمحور الرأسي قيمة ($g(\theta)$) للقيم الحقيقية والقيم المتنبأ بها . الخط الأحمر المنقط يمثل الخط المرجعي (Reference Line) ، إذ تشير النقاط القريبة من هذا الخط إلى أن الأنموذج ينتبأ بدقة عالية.
- الشكل (3-4) في الجهة اليسرى يمثل القيم الحقيقية والقيم المتنبأ بها لأنموذج الانحدار أن معظم النقاط تقع بالقرب من الخط المرجعي، ما يشير إلى أن الأنموذج لديه قدرة جيدة على التنبؤ بالقيم الحقيقية. ومع ذلك، هناك بعض النقاط التي تتحرف عن الخط، مما قد يشير إلى وجود قيم شاذة أو مناطق يحتاج النموذج إلى تحسينها.
- الأداء العام للأنموذج يبدو جيداً، إذ إن النقاط تتبع بشكل عام اتجاه الخط المرجعي. هذا يشير إلى أن الأنموذج قادر على تفسير جزء كبير من التباين في البيانات.

- هناك بعض النقاط التي تبتعد بشكل ملحوظ عن الخط المرجعي، ما قد يشير إلى وجود قيم شاذة في البيانات أو أن النموذج يحتاج إلى تحسين في هذه المناطق".
- دقة النموذج تبدو معقولة، إذ إن معظم النقاط تقع بالقرب من الخط المرجعي. ومع ذلك، يمكن تحسين الدقة عن طريق تحسين معاملات الأنموذج أو إضافة ميزات إضافية



شكل (3-4): العلاقة بين القيم الحقيقية والقيم المتوقعة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي

الدائري-الخطي-الدائري باستعمال سلسلة فوريير لحجم (400)

المفاضلة بين النماذج المقدره :

لمعرفة أي النماذج يتفوق في الكفاءة على الأنموذجين الآخرين في حسابها على متوسط مربع الخطأ (MSE) ومعامل التحديد (R^2) يمكن تلخيص النتائج بالجدول أدناه:

جدول (3-6): معايير المفاضلة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي - الدائري

الأنموذج شبه المعلمي الدائري -خطي - دائري	MSE	R^2
مقدر باستعمال دالة كثافة نواة VM	0.6564	0.5864
مقدر باستعمال دالة كثافة نواة WC	0.5379	0.9764
مقدر بطريقة المربعات الصغرى الجزئية	0.3682	0.9200

نلاحظ من الجدول (3-6) أن أقل قيم لمتوسط مربع الخطأ بلغت ($MSE= 0.3682$) هي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي -الدائري عند استعمال سلسلة فوريير في تمثيل الجزء اللامعلمي وتقدير الأنموذج بواسطة طريقة المربعات الصغرى الجزئية، كذلك، أيضاً حقق الأنموذج نفسه قيمة مرتفعة لمعامل التحديد ($R^2 = 0.92$) ذلك يعني الأنموذج الأفضل هو أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي -الدائري عند استعمال سلسلة فوريير وتقدير الأنموذج بطريقة المربعات الصغرى الجزئية، يليه الأنموذج شبه المعلمي الدائري - الخطي -

الدائري المدمج المقدر باستعمال دالة النواة كوشي الملتف (WC) Wrapped Cauchy أذ بلغت قيمة متوسط مربع الخطأ (0.5379) ومعامل تحديد ($R^2 = 0.97$)، حقق الأنموذج شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج و أعلى قيمة لمتوسط مربع الخطأ بلغت (0.6564) حققها الأنموذج المقدر باستعمال دالة النواة فون ميزس (VM) Von Mises حقق أيضاً أقل قيمة لمعامل التحديد ($R^2 = 0.5864$) .

المبحث الثاني: الجانب التطبيقي

1-2-3 التمهيد The Introduction^[44]

الهدف من هذا الفصل هو الحصول على أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري يعطي صورة واضحة لتأثير الاصابة بمرض الخطأ الانكساري للعين اليسرى وتأثير العمر في الاصابة بالخطأ الانكساري للعين اليمنى.

يتطلب الحفاظ على الوظيفة البصرية تحسينها بفهم الخطأ الانكساري (Refractive Error) والتغيرات المرتبطة بالعمر، تعمل العين البشرية كنظام بصري يركز الصور المرئية على الشبكية، إذ ان الخطأ الانكساري هو أحد الأسباب الرئيسة لتدهور صورة الشبكية في العيون غير المصححة.

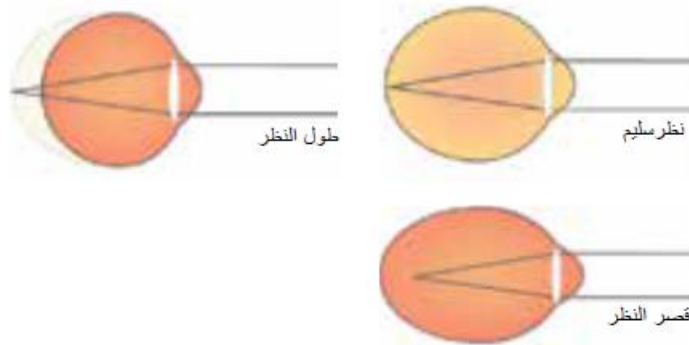
تم في هذا الفصل بناء أنموذج انحدار شبه معلمي باستعمال الأنموذج شبه المعلمي المدمج عن طريق دمج الجزء المعلمي المقدر بطريقة الإمكان الأعظم وبفرض الخطأ العشوائي بتوزيع مشترك (خطي-دائري) والجزء اللامعلمي المقدر باستعمال دوال نواة دائرية (Circular Kernel) مختلفة بواسطة معلمة الدمج (λ)، كما تم تقدير الأنموذج شبه المعلمي باستعمال طريقة المربعات الصغرى الجزئية بعد تمثيل الجزء اللامعلمي بسلسلة فوريير، تم استعمال بيانات خاصة بالبصر وتم الحصول عليها من (مركز النور التخصصي لطب وجراحة العيون) في محافظة ذي قار وباستعمال جهاز (Auto Kerato - Refracto Tonometer TOPCON TRK.) (2P).

تضمنت عينة الدراسة (400 حالة) تمثل لبيانات قياس العين اليمنى (OD cyl axis) والعين اليسرى (OD cyl axis) وعمر الحالة (Patient Age) لأشخاص يعانون من الخطأ الانكساري (Refractive Error).

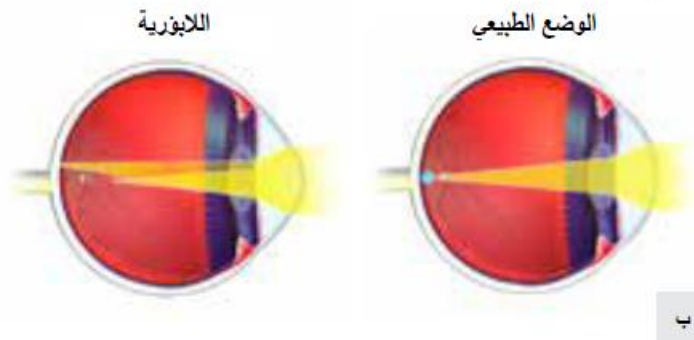
2-2-3 الخطأ الانكساري Refractive Error [18] [29] [16] [20] [51] [57] [54]

يعرف خطأ الانكسار بناءً على التصنيف الدولي للأمراض بأنه خلل في تركيز الضوء على شبكية العين ما يسبب عدم وضوح الرؤية، وهناك أربعة أنواع للخطأ الانكساري هي :

- 1- قصر النظر Myopia: ضبابية عند النظر للأشياء البعيدة.
- 2- طول النظر Hyperopia: ضبابية عند النظر للأشياء القريبة.
- 3- اللابؤرية (الإستجماتزم) Astigmatism: ضبابية عند النظر للأشياء القريبة والبعيدة.
- 4- طول النظر الشيخوخي Presbyopia: وهو صعوبة رؤية الأشياء عن قرب يحصل هذا النوع من الخطأ الانكساري للأشخاص البالغين بعمر (40 فأكثر)، إذ ان العين تفقد مرونتها بتقدم العمر وهذا يفسر فقدان التكيف مع تطور طول النظر الشيخوخي.



أ



ب

شكل (3-5): أنواع الأخطاء الانكسارية

الشكل (3-5) يوضح أنواع الخطاء الانكسارية، في الجزء (أ) نلاحظ في طول النظر أن الصورة خلف شبكية العين وفي شكل قصر النظر تكون الصورة أمام شبكية العين، وفي حالة العين السليمة تكون الصورة على الشبكية، الرسم (ب) رسم توضيحي لحالة اللابؤرية (الإستجماتزم) نلاحظ عدم التقاء الأشعة الضوئية العمودية الأفقية في النقطة.

أظهرت دراسة (Atchison, D. A(2008) وآخرون يكون الانكسار مستقرًا في العشرينات إلى الأربعينات ثم يتحرك في اتجاه فرط الطول، ومن المرجح إصابة العديد من الشباب بقصر النظر مع تقدمهم في السن، ومن المحتمل أن يكون بعض كبار السن مصابين بقصر النظر عندما كانوا أصغر سنًا.

من الممكن يؤثر وجود الخطأ الانكساري بشكل كبير في جودة حياة الشخص إذا لم يتم تصحيحها بصريًا أو جراحياً، فإن الأخطاء الانكسارية قد تبدأ في وقت مبكر من الطفولة وتؤثر في نشاط الأفراد لسنوات عدة، الذي إذا لم يتم تصحيحه، يمكن عده أحد الأسباب الرئيسة لفقدان البصر.

ويُقدَّر أن هناك 36 مليون شخص مصابين بالعمى، و216.6 مليون شخص يعانون من ضعف بصري متوسط إلى شديد و188.5 مليون شخص يعانون من ضعف بصري خفيف. والسبب الرئيسي لضعف البصر هو الخطأ الانكساري (Refractive Error) غير المصحح، الذي يمكن أن يؤدي إلى ضعف البصر و/أو الحول.

فضلاً عن ذلك تظهر الأخطاء الانكسارية (اختلال الانكسار) كقضايا متعلقة بالرؤية تنتج عن عدم قدرة العينين على تركيز الضوء على الشبكية بعد عبور المكونات الانكسارية للعين عندما يكون التكيف في حالة راحة . وعندما يكون طول العين (كرة العين القصيرة أو الطويلة)، أو انحناء القرنية عن المعدل الطبيعي، أو تكون قوة العدسة ضعيفة جدًا أو قوية جدًا، أو في وجود أمراض الشبكية، لا يتقارب الضوء الذي يدخل العين بشكل صحيح على الشبكية. يؤدي هذا الاختلال إلى عدم وضوح الرؤية أو تشويهاها، مما قد يؤثر في الأشياء القريبة والبعيدة، ما يسبب عدم الراحة أو الإزعاج في الأنشطة اليومية ، قد يختلف مقدار الخطأ الانكساري بين العين اليمنى والعين اليسرى ويدعى ذلك بتباين الانكسار (Anisometropia)، وجود هذا التباين

في الانكسار يؤثر في الرؤيا الكلية ومن ثم يؤثر في تفاعل الدماغ مع المعلومات البصرية الواردة من العينين فتسبب كسل العين أو الإجهاد البصري أو تسبب الرؤيا المزدوجة، وهناك أسباب لتباين الانكسار منها نمو العين، إذ ممكن ان يكون نمو العين اليمنى أسرع من نمو العين اليسرى وبالعكس، والسبب الآخر هو قد يكون هناك اختلاف بشكل القرنية لكل من العين اليمنى واليسرى وهناك أسباب أخرى كإصابة أحدهم بأحد الأمراض.

3-2-3 أسباب الأخطاء الانكسارية

- 1- طول كرة العين: نمو كرة العين بشكل كبير جداً أو بشكل صغير جداً.
- 2- شكل القرنية: القرنية هي الطبقة الخارجية الشفافة للعين
- 3-3- شيوخوخة عدسة العين: يعني عدسة العين الجزء الداخلي للعين يكون شفافاً ويساعد الشخص على التركيز.

3-2-4 علاج الخطأ الانكساري (تصحيح النظر):^[10]

يصحح النظر من لدن أطباء العيون باستعمال النظارات أو العدسات اللاصقة أو اصلاح الخطأ الانكساري بتدخل جراحي، يتم صنع النظارات او العدسات اللاصقة على شكل منحنيات دقيقة لكسر الضوء إلى الدرجة المطلوبة ولتعويض الخلل الذي تسبب بالخطأ الانكساري وجعل التركيز اكبر على شبكية العين، أما تصحيح الأخطاء الانكسارية بواسطة الجراحة كأجراء الليزك ويكون بتغيير شكل قرنية العين بجعل اشعة الضوء تنحني إلى نقطة بتركيز كبير على الشبكية.

3-2-5 البيانات الحقيقية Real Data

تكونت البيانات الحقيقية للخطأ الانكساري (Refractive Error) للعين اليمنى (OD) مثل المتغير المعتمد (y) وبيانات العين اليسرى (OS) مثل المتغير التوضيحي (θ) والمتغير التوضيحي (X) مثل العمر لمرضى الخطأ الانكساري لعينة مكونة من (400) حالة كما في الجدول في الملحق (1).

جدول (3-7): الاحصاء الوصفي لبيانات العينة مقاسة بالراديان

Variable	S	C	R	Average Trend	Median	Variance	S.D
Dependet OD Cyl axi	2.3465e-05	0.0059	0.0767	3.62	180.00	0.9233	2.2662
Independent OS Cyl axis	1.7715e-04	0.0085	0.0932	-8.21	190.00	0.9068	2.1786
Independent Patien Age	لا يحسب لأنه خطي	لا يحسب لأنه خطي	--	49.8262	50	23.5328	4.8511

نلاحظ في الجدول (3-7) ان المتوسط الدائري لبيانات الخطأ الانكساري للعين اليمنى تظهر اتجاهها مركزي ضعيف اذ بلغ المتوسط الدائري (3.62) راديان وبتشتت كبير حول المتوسط إذ بلغت قيمة R (0.0767) راديان ذلك يعني ان المشاهدات للعين اليمنى موزعة بشكل عشوائي من الاتجاهات. ايضاً بلغ المتوسط الدائري لبيانات الخطأ الانكساري للعين اليسرى (-8.21) راديان، القيمة السالبة هي خارج النطاق القياسي للراديان لذا يجب تحويلها الى القيمة الموجبة لنحصل على قيمة ذات معنى ذلك بإضافة مضاعفات النطاق، فتصبح القيمة المقابلة للمتوسط الدائري للخطأ الانكساري للعين اليسرى (4.3564) وعند تحويلها الى الدرجات :

$$4.3564 \times \frac{180^\circ}{3.14} = 249.6^\circ$$

يظهر ضعف الاتجاه المركزي للمتوسط الدائري، وبلغت قيمة R (0.0932) راديان ذلك يعني ان المشاهدات للعين اليسرى موزعة بشكل عشوائي من الاتجاهات

3-2-6 اختبار ريلي Rayleigh Test

نجري اختبار ريلي للبيانات الدائرية وفقاً للفرضية الآتية :

H_0 : البيانات موزعة بشكل متساوٍ حول الدائرة

H_1 : البيانات ليست موزعة بشكل متساوٍ حول الدائرة

$$\bar{R} = \frac{R}{n} \quad \text{وأحصاء الاختبار :}$$

عند تطبيق الاختبار على المتغير التفسيري الدائري حصلنا على قيمة (p_value =)

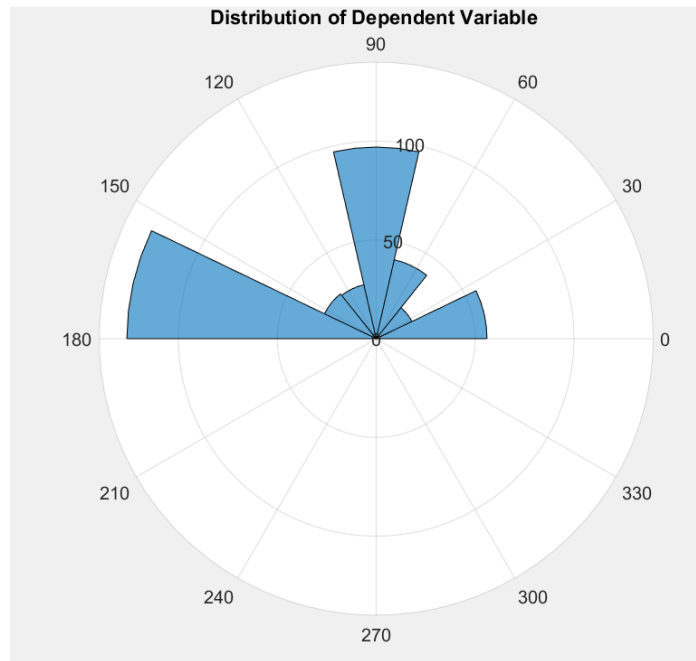
(0.1738)

وهي قيمة اكبر من مستوى دلالة عند مستوى دلالة (0.05) لذا لا نرفض فرضية العدم

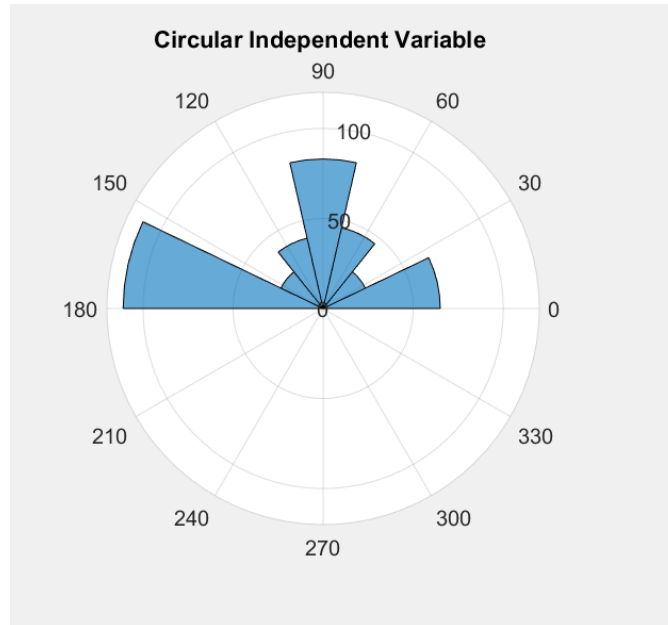
ذلك يعني عدم وجود اتجاهية مفضلة او ميل للتجمع نحو زاوية معينة

عند تطبيق الاختبار على المتغير المعتمد الدائري حصلنا على قيمة $p_value = 0.3806$ ، وهي قيمة أكبر من مستوى دلالة عند مستوى دلالة (0.05) لذا لا نرفض فرضية العدم ذلك يعني عدم وجود اتجاهية مفضلة او ميل للتجمع نحو زاوية معينة من النتائج المذكورة آنفاً فإن البيانات الدائرية تتوزع بشكل عشوائي حول الدائرة. وتم تمثيل البيانات بالأشكال أدناه :

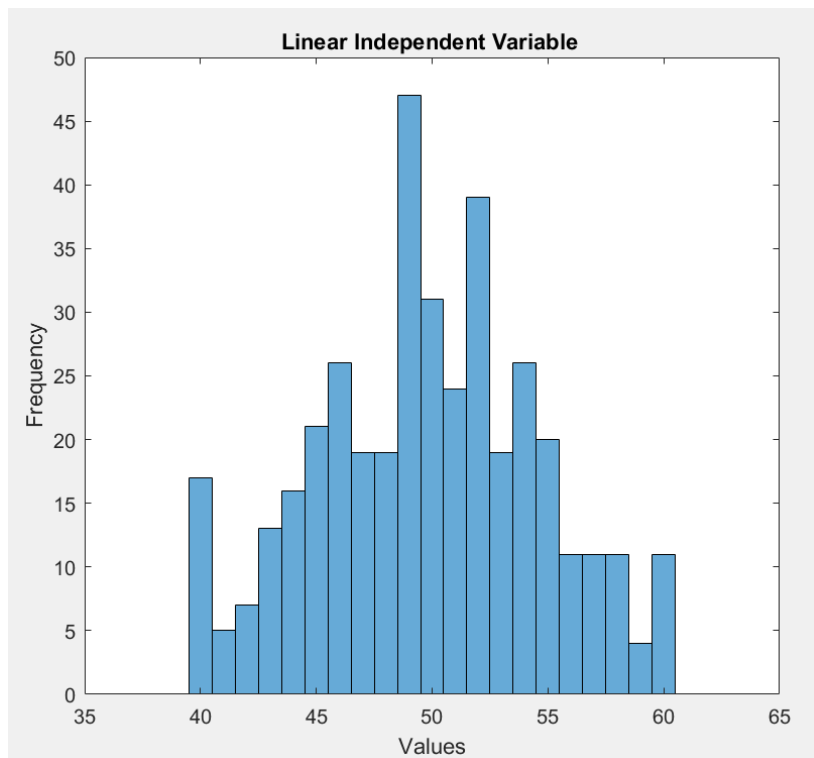
يتضح من الشكل (3-6) توزيع البيانات الحقيقية ضمن دائرة الوحدة للمتغير لبيانات الخطأ الانكساري للعين اليمنى الذي يمثل المتغير المعتمد. أيضاً نلاحظ من الشكل (3-7) البيانات الحقيقية لمتغير الخطأ الانكساري للعين اليسرى وهي موزعة ضمن دائرة الوحدة وتمثل المتغير التوضيحي للجزء اللامعلمي للأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري ويبين الشكل (3-8) التوزيع الطبيعي لمتغير العمر لحالات الخطأ الانكساري.



شكل (3-6): البيانات الحقيقية للعين اليمنى لمرضى الخطأ الانكساري



شكل (3-7): البيانات الحقيقية للمعين اليسرى لمرضى الخطأ الانكساري



شكل (3-8): البيانات العمرية الحقيقية لمرضى الخطأ الانكساري

3-2-6 تقدير معاملات الأنموذج : Estimation of model Parameters

- الجانب التطبيقي لتقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج

تم تقدير معاملات الجزء المعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج، إذ مثل المتغير المعتمد (y) بيانات مرضى الخطأ الانكساري للعين اليمنى، ومثل المتغير (x) البيانات العمرية لمرضى الخطأ الانكساري والنتائج كما في الجدول أدناه :

- جدول (3-8): المعلمات المقدرة الجزء المعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج

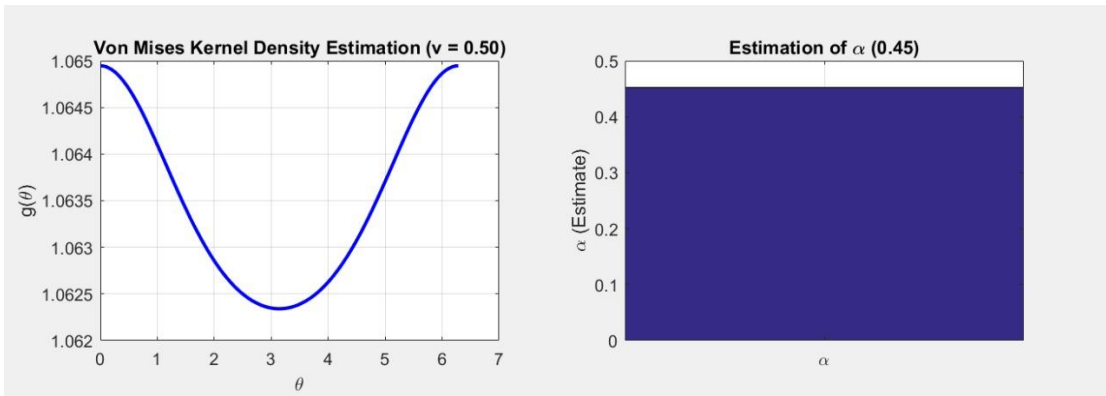
Method \ Parameter	\hat{B}_0	\hat{B}_1
MLE الإمكان الأعظم	0.9632	2.6412

- نلاحظ من الجدول (3-8) معلمات الجزء المعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج بطريقة الإمكان الأعظم (MLE)، المتغير المعتمد (y) يزداد بمقدار (2.6412) راديان كلما زاد العمر سنة واحدة، نرى انها متقاربة مع القيم المقدرة باستعمال البيانات المولدة في الجانب التجريبي

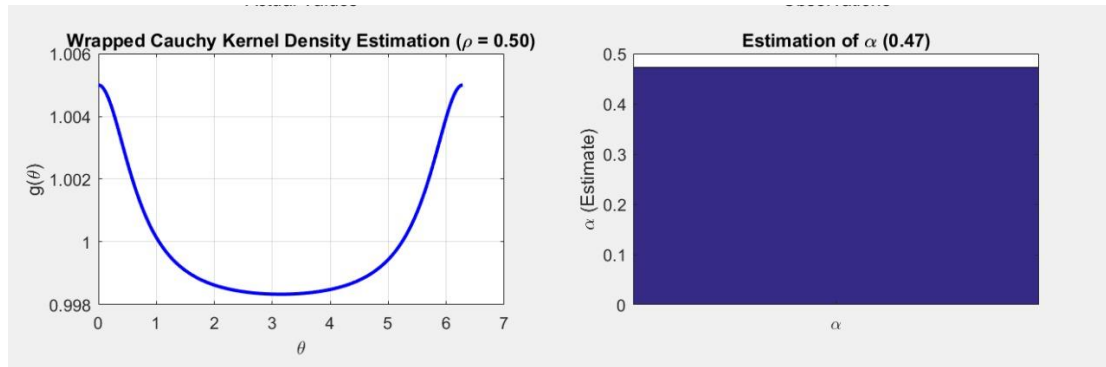
قيم المعلمات التي تم تقديرها للجزء المعلمي هي متقاربة مع القيم المقدرة باستعمال بيانات المولدة في الجانب التجريبي (المحاكاة)

- الشكل (3-9) المخطط الأيسر يعرض تقدير كثافة النواة (Kernel Density Estimation) بأستعمال دالة نواة Von Mises للجزء اللامعلمي في الأنموذج إذ مثل المحور الأفقي قيم المتغير الدائري (θ) الممثلة لبيانات الخطأ الأنكساري للعين اليسرى والمحور الرأسي مثل قيمة دالة الكثافة المقدرة للبيانات الحقيقية ($g(\theta)$) وهي تأخذ شكل منحنى وبأستعمال معلمة التركيز ($v = 0.50$) تشير إلى التشتت في تقدير الكثافة وهي تتحكم بشكل المنحنى إذ تمثل مدى دقة النواة في تقدير القيم حول θ .

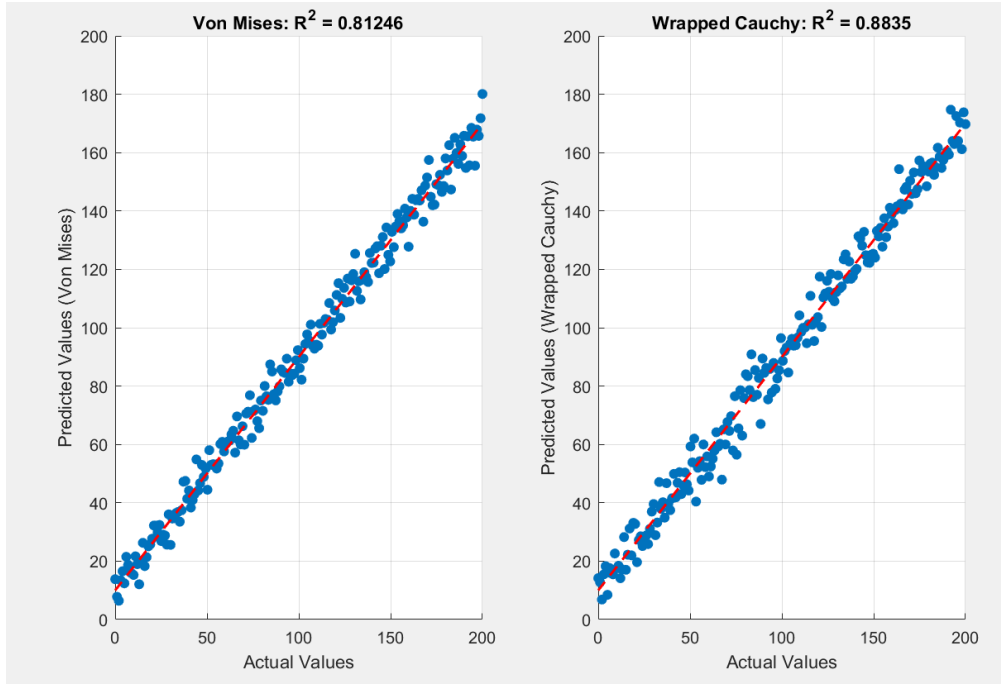
- المخطط الأيمن يمثل قيمة معلمة الدمج المقدرة للبيانات الحقيقية (Estimation of α)، المحور الرأسي يعرض قيمة (α) المقدرة ما يشير إلى مقدار إسهام الجزء اللامعلمي في الأنموذج التنبؤي، إذ بلغت $(\hat{\alpha} = 0.45)$.
- الشكل (3-10) المخطط الأيسر يعرض تقدير كثافة النواة (Kernel Density Estimation) بأستعمال دالة نواة Wrapped Cauchy (WC) للجزء اللامعلمي في الأنموذج إذ مثل المحور الأفقي قيم المتغير الدائري (θ) والمحور الرأسي مثل قيمة دالة الكثافة $g(\theta)$ وهي تأخذ شكل منحنى وبأستعمال معلمة التركيز المقدرة $(\rho = 0.50)$ تشير إلى التشتت في تقدير الكثافة وهي تتحكم بشكل المنحنى إذ تمثل مدى دقة النواة في تقدير القيم حول θ .
- المخطط الأيمن (Estimation of α) يعرض قيمة معلمة الدمج المقدرة وهي تمثل معلمة دمج الجزء المعلمي واللامعلمي في الأنموذج، المحور الرأسي يعرض قيمة (α) المقدرة مما يشير إلى مقدار إسهام الجزء اللامعلمي في الأنموذج التنبؤي بلغت $(\hat{\alpha} = 0.47)$.



شكل (3-9): القيمة المقدرة لمعلمة الدمج (α) بأستعمال دالة النواة Von Mises



شكل (3-10): القيمة المقدرة لمعلمة الدمج (α) بأستعمال دالة النواة Wrapped Cauch



شكل (3-11): معامل التحديد (R^2) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج

- الجانب التطبيقي لتقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS)

جدول (3-9): المعلمات المقدرة للجزء المعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS)

Method \ Parameter	\hat{B}_0	\hat{B}_1
المربعات الصغرى الجزائية (PLS)	0.8411	2.1763

- نلاحظ من الجدول (3-9) معلمات الجزء المعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) المتغير المعتمد (y) يزداد بمقدار (2.1763) راديان كلما زاد العمر سنة واحدة، نرى أنها متقاربة مع القيم في الجانب التجريبي.

جدول (3-10): اختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation (GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2)، (MSE)

لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية
(PLS)

معامل التحقق المتقاطع المعمم (GCV)	معلمة الجزء (λ)	R^2	MSE
0.9775	5	0.9290	0.5985

جدول (11-3): تقدير معاملات فوريير للجزء اللامعلمي في أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري وباستعمال سلسلة فوريير بمعلمة جزء ($\lambda = 5$)

Estimated Non-Parameters		
a_0	a_1	b_1
- 0.026	0.9999	1.0049

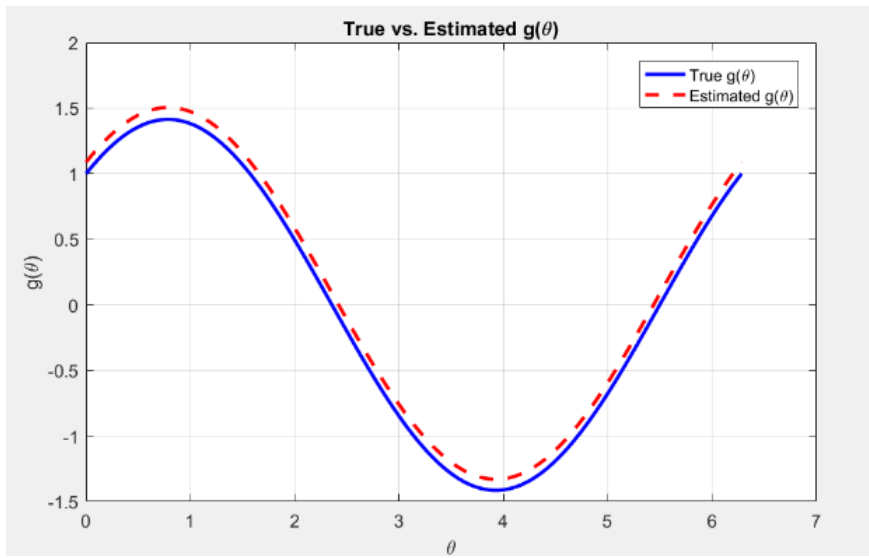
نلاحظ من الجدول (11-3) قيم معاملات فوريير المقدرة للجزء اللامعلمي في أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري وباستعمال سلسلة فوريير عند ($k = 1$) بواسطة التكامل العددي وبطريقة التكييف التلقائي بمعلمة جزء ($\lambda = 5$) وهي القيمة المثلى التي تأخذ بعين الاعتبار عند تقدير معاملات فوريير، ان قيمة (a_1) تشير إلى تأثير جيب التمام البالغة (0.9999) وقيمة (b_1) تشير إلى تأثير المكون الجيبي.

يمكن كتابة الأنموذج النهائي بحسب المعادلة الآتية :

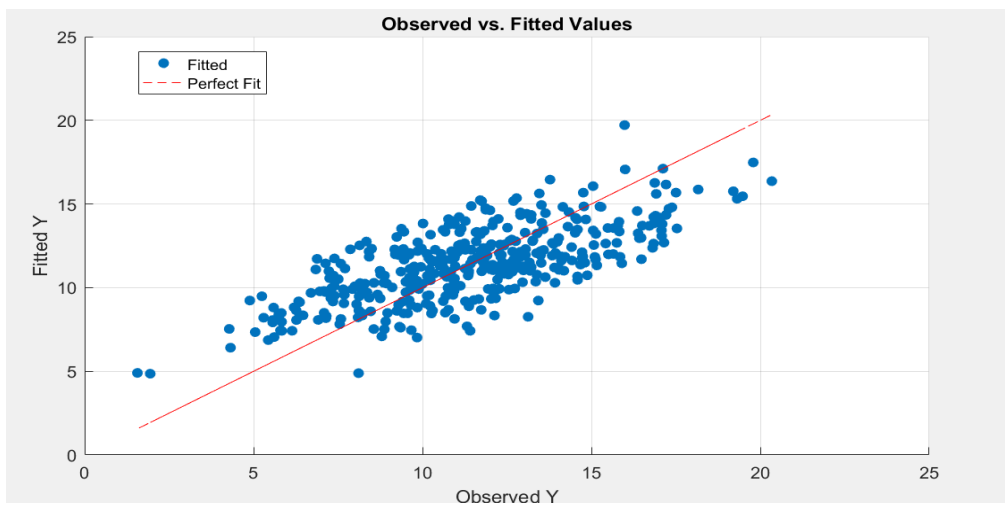
$$\hat{y} = 0.8411 + 2.1763x_i - 0.0026 + 0.9999 \cos \theta_i + 1.0049 \sin \theta_i \dots (1 - 3)$$

- تُظهر من الشكل (12-3) العلاقة بين القيم الحقيقية (True Values) على المحور الأفقي والقيم المتوقعة (Fitted Values) على المحور الرأسي للجزء اللامعلمي يتضح من الشكل من النموذج. الخط الأحمر المنقط يمثل الخط المرجعي (Reference Line)، إذ تشير النقاط القريبة من هذا الخط إلى أن الأنموذج يتنبأ بدقة عالية.
- في الشكل (13-3) يمكن ملاحظة أن معظم النقاط تقع بالقرب من الخط المرجعي، مما يشير إلى أن الأنموذج لديه قدرة جيدة على التنبؤ بالقيم الحقيقية. ومع ذلك، هناك بعض النقاط التي تنحرف عن الخط، ما قد يشير إلى وجود قيم شاذة أو مناطق يحتاج الأنموذج إلى تحسينها.

- الأداء العام للنموذج يبدو جيداً، حيث إن النقاط تتبع بشكل عام اتجاه الخط المرجعي. هذا يشير إلى أن النموذج قادر على تفسير جزء كبير من التباين في البيانات.
- هناك بعض النقاط التي تبعد بشكل ملحوظ عن الخط المرجعي، مما قد يشير إلى وجود قيم شاذة في البيانات أو أن النموذج يحتاج إلى تحسين في هذه المناطق".
- دقة النموذج تبدو معقولة، إذ إن معظم النقاط تقع بالقرب من الخط المرجعي. ومع ذلك، يمكن تحسين الدقة عن طريق تحسين معاملات النموذج أو إضافة ميزات إضافية يتضح ذلك في الشكل (3-14) .

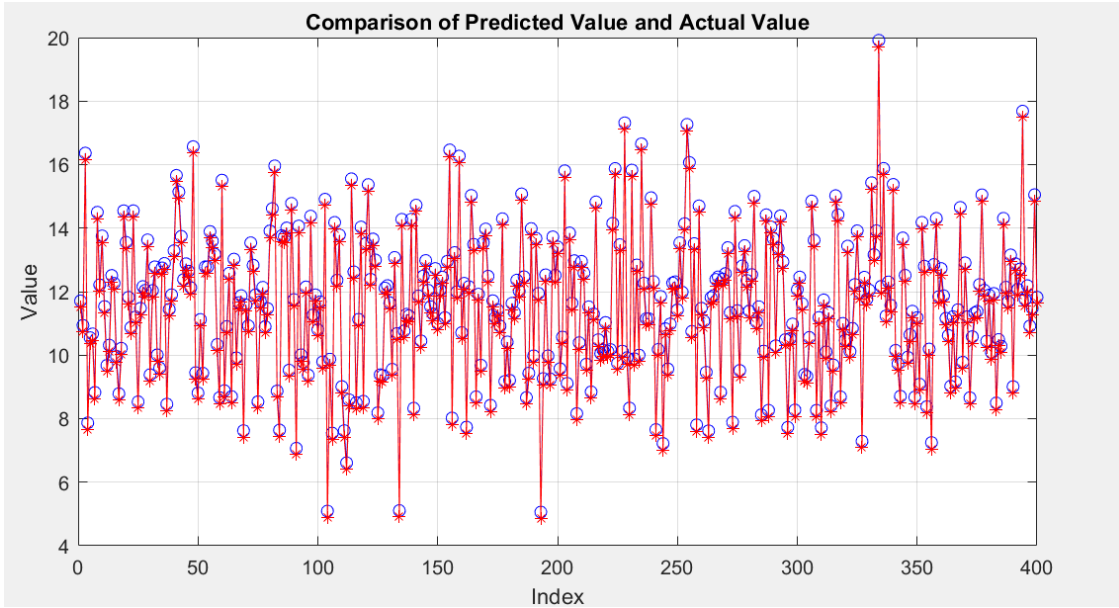


شكل (3-12): العلاقة بين القيم الحقيقية والقيم المتوقعة للدالة اللامعلمية



شكل (3-6): العلاقة بين القيم الحقيقية والقيم المتوقعة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي

الدائري - الخطي - الدائري باستخدام سلسلة فوريير



شكل (3-14): مقارنة القيم المتوقعة والقيم الفعلية

3-2-7 المفاضلة بين النماذج المقدرة للبيانات الحقيقية:

لمعرفة أي الأنموذجات يتفوق في الكفاءة على الأنموذجين الآخرين سنستعمل معايير المعلومات للمفاضلة بينها وهما معيار المعلومات أكايكي (AIC) ومعيار المعلومات (BIC)، إذ تعتمد هذه المعايير في حسابها على متوسط مربع الخطأ (MSE)، يمكن تلخيص نتائج هذه المعايير مع متوسط مربع الخطأ بالجدول أدناه:

جدول (3-3): معايير المفاضلة لمقدرات أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي -
الدائري

الأنموذج شبه المعلمي الدائري - خطي - دائري	MSE	المعايير	
		AIC	BIC
دالة كثافة نواة VM	0.8937	319.0389	324.7749
دالة كثافة نواة WC	0.7832	292.4276	298.1637
سلسلة فوريير	0.5985	197.6217	217.5790

نلاحظ من الجدول (3-12) أن أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي -
الدائري باستعمال سلسلة فوريير لتمثيل الجزء اللامعلمي تفوق على الأنموذجين الآخرين، إذ حقق أقل قيم لكل من متوسط مربع الخطأ (MSE) ومعيار المعلومات (AIC) و(BIC) لذا يعد أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري باستعمال سلسلة فوريير والمقدر

بطريقة المربعات الصغرى الجزائية بمعلمة جزاء (Penalty Parameter=5) هو الأفضل يتبعه أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج المقدر باستعمال دالة نواة كوشي الملتف (WC) بمعلمة الدمج المقدر (0.47 = α)، في حين حقق أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري المدمج المقدر باستعمال دالة نواة فون ميزس (VM) أعلى القيم بالنسبة لمتوسط مربع الخطأ (MSE) ومعيار المعلومات (AIC) ومعيار المعلومات (BIC)، جاءت هذه النتائج متفقة مع نتائج الجانب التجريبي (المحاكاة) في الفصل الثالث عند الحجم (400) حيث كانت الأفضلية لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري باستعمال سلسلة فوريير. ذلك يعني أن أنموذج الانحدار شبه المعلمي عند استعمال بيانات دائرية يزداد كفاءة كلما كبر حجم العينة.

الفصل الرابع

الاستنتاجات والتوصيات



الفصل الرابع: الاستنتاجات والتوصيات

1-4 الاستنتاجات

- لكافة أنموذجات الانحدار شبه المعلمي الدائري تزداد كفاءة ودقة الأنموذج بزيادة حجم العينة
- بالنسبة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي-الدائري المدمج نستنتج الآتي:
 1. يجمع أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي-الدائري المدمج بين المرونة والدقة وتحقيق موثوقية في التقدير والتنبؤ بما يتلاءم وطبيعة البيانات الدائرية.
 2. بشكل عام كان تأثير الجزء المعلمي أكبر من تأثير الجزء اللامعلمي، يعني تأثير متغير العمر في حالات الخطأ الانكساري أكبر من تأثير العين اليسرى على العين اليمنى.
 3. عدم استقرار نتائج الأنموذج شبه المعلمي الدائري -الخطي- الدائري المدمج في العينات الصغيرة، إذ نلاحظ تذبذب قيمة معامل التحديد (R^2) وكذلك متوسط مربع الخطأ (MSE) بين الارتفاع والانخفاض، قد يكون ذلك بسبب تغيير معلمة التركيز الخاصة بدالة النواة .
 4. استعمال دالة النواة كوشي الملتف (Wrapped Cauchy) في تقدير الجزء اللامعلمي لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي-الدائري المدمج أفضل من استعمال دالة نواة فون ميزس (Von Mesis) وفقاً لمعيارَي المعلومات (AIC) و(BIC).
- أما بالنسبة لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي-الدائري المقدر بطريقة المربعات الصغرى وباستعمال سلسلة فوريير للجزء المعلمي نستنتج الآتي :
 1. انموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المقدر بواسطة طريقة المربعات الصغرى الجزائية وباستعمال سلسلة فوريير لتمثيل الجزء اللامعلمي تفوق على الأنموذجين الآخرين، إذ حقق أقل قيم لكل من متوسط مربع الخطأ (MSE) ومعيارَي المعلومات (AIC) و(BIC) لذا يعد هو أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي- الدائري الأفضل لتمثيل العلاقة بين مرض الخطأ الانكساري للعين اليمنى كمتغير معتمد وبين المتغيرين التفسيريين (العمر والخطأ الانكساري للعين اليسرى).
 2. يفهم من خلال أنموذج الانحدار المدروس ديناميكية الخطأ الانكساري، إذ يمكن عن طريقه تحسين حياة المرضى وتجنب المضاعفات.

3. حقق الأنموذج الأفضل المقدر بطريقة المربعات الصغرى الجزائية أداء جيد ودقة معقولة عند التنبؤ به، مع ذلك يحتاج الى تحسين.

2-4 التوصيات

بناءً لما تم التوصل من استنتاجات فيما يأتي التوصيات :

1. أجراء دراسات عن أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري -الخطي-الدائري باعتماد عينات كبيرة لتحسين استقرار النتائج وأجراء دراسات باعتماد عينات صغيرة لكشف المشاكل في الأنموذج.
2. اعتماد طريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) في تقدير أنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري كونها أعطت نتائج جيدة.
3. اعتماد تمثيل الجزء اللامعلمي بواسطة سلسلة فوريير وتقدير معاملاتها بواسطة التكييف التلقائي؛ لأنه اثبت كفاءة عالية.
4. يمكن تحسين الأنموذج الأفضل في هذه الدراسة بواسطة زيادة عدد معاملات سلسلة فوريير أكبر من واحد ($k > 1$) لزيادة دقة التقدير. يمكن أيضاً تحسين الأنموذج بدراسة متغيرات إضافية.
5. نوصي بأعمام الأنموذج ودراسة تأثير عوامل اخرى مثل الجنس او عامل الوراثة والأمراض المزمنة (كالسكري).
6. دراسة أنواع أخرى من أنموذجات الانحدار الدائري.

المصادر

و

المراجع



المصادر والمراجع

القرآن الكريم

1. أحلام، لمقدم، (2020 م) "سلاسل فورييه وبعض تطبيقاتها" رسالة ماجستير في الرياضيات، كلية العلوم الدقيقة، جامعة الشهيد حمه لخضر - الوادي.
2. بان احمد متراس، آلاء محمود محمد، (2013)، استخدام المقدّر اللبي وأسلوب العنقدة بمعدل k-للتعرف على إيماءة اليد AL-Rafidain Journal of Computer Sciences and Mathematics, 10(1).
3. جواد، علي محمد، 2023م "بناء وتقدير انحدار زاوي للبيانات الدائرية مع تطبيق عملي" أطروحة دكتوراه في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة كربلاء.
4. رشيد، ظافر حسين ورشيد، حسام عبد الرزاق، (2014م) "المهديات اللامعلمية لأنموذج المعاملات المتغيرة والمتغيرة جزئياً" أطروحة دكتوراه في الإحصاء، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد.
5. حسن، رعد فاضل، 2013م "نماذج الانحدار المعلمي وشبه المعلمي (دراسة مقارنة)"، رسالة ماجستير في الإحصاء، الجامعة المستنصرية، كلية الإدارة والاقتصاد.
6. على، س. م.، سمية محمد، ابو زيد، نوال أحمد، محمود، وشيماء عبد الفتاح، (2023م)، مقارنة بين معيار AIC المتين لتقدير القياس بنقطة تحطم عالية ومعيار BIC المتين للوصول لأفضل توفيق للنموذج. *المجلة العلمية للبحوث الإدارية والمحاسبية والاقتصادية والقانونية*، 1(2)، 145-160.
7. علي محمد عبد العاطي، فاطمة، أشرف أحمد عبد العليم، and منى محمد أحمد بصل. "تقديرات النماذج شبه المعلمية بالتطبيق على بيانات العشارى". *المجلة المصرية للدراسات التجارية*. 44.3 (2020): 389-417.
8. عيسى، أسيل مسلم، (2011)، "مقارنة بعض المقدرات شبه المعلمية لتقدير دالة استهلاك الطاقة الكهربائية لمدينة بغداد". رسالة ماجستير في الإحصاء. كلية الإدارة والاقتصاد جامعة بغداد.

9. مزاحم محمد يحيى الهاشمي، (2019)، اثر المشاهدات الشاردة وذات القوة الرافعة في

بناء فترات الثقة البيزية و بوتستراب، *IRAQI JOURNAL OF STATISTICAL*

SCIENCES, 16(28).

10. Alswailmi, F., Mohamed, A., Gomma, S., Khalafallah, H., & Mohamed, H. (2018). Attitude of female undergraduates towards spectacle correction of refractive errors. *COJ Nurs Healthcare*, 4, 422-426.
11. Abuzaid, A. H. (2010). *Some problems of outliers in circular data*. University of Malaya (Malaysia).
12. Adams, S. O., & Yahaya, H. U. (2020). Comparative study of GCV-MCP hybrid smoothing methods for predicting time series observations. *American Journal of Theoretical and Applied Statistics*, 9(5), 219-227.
13. Allahham, N. (2015). ON THE SIMPLE ANGULAR REGRESSION MODEL WITH WRAPPED CAUCHY ERROR (Doctoral dissertation, Al Azhar University-Gaza).
14. Alonso-Pena, M., Ameijeiras-Alonso, J., & Crujeiras, R. M. (2021). Nonparametric tests for circular regression. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 91(3), 477-500.
15. Asrini, L. J., & Budiantara, I. N. (2014). Fourier series semiparametric regression models (Case study: The production of lowland rice irrigation in Central Java). *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 9(9), 1501-1506.
16. Atchison, D. A., Markwell, E. L., Kasthurirangan, S., Pope, J. M., Smith, G., & Swann, P. G. (2008). Age-related changes in optical and biometric characteristics of emmetropic eyes. *Journal of vision*, 8(4), 29-29.
17. Aydın, D., Günerib, Ö. İ., & Fitç, A. (2016). Choice of bandwidth for nonparametric regression models using kernel smoothing: A simulation study. *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR)*, 26(1), 47-61.
18. Barrett, B. T., Bradley, A., & Candy, T. R. (2013). The relationship between anisometropia and amblyopia. *Progress in retinal and eye research*, 36, 120-158.
19. Bhattacharya, Sourabh, and Ashis Sengupta. "Bayesian Analysis of Semiparametric Linear—Circular Models." *Journal of agricultural, biological, and environmental statistics* (2009): 33-65.

20. Bourne RRA, Flaxman SR, Braithwaite T, Cicinelli MV, Das A, Jonas JB et al. Magnitude, temporal trends, and projections of the global prevalence of blindness and distance and near vision impairment: a systematic review and meta-analysis. *Lancet Glob Health*. 2017;5(9): e888–97. [http://dx.doi.org/10.1016/S2214-109X\(17\)30293-0](http://dx.doi.org/10.1016/S2214-109X(17)30293-0) PMID:28779882.
21. Budiantara, I. N. (2020, May). Three form fourier series estimator semiparametric regression for longitudinal data. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1538, No. 1, p. 012058). IOP Publishing.
22. Carrano, J. A. C. Semi-parametric and non-parametric methods for directional data. Diss. PhD thesis, Universidad Carlos III de Madrid.[URL] <http://hdl.handle.net/10016/12600>, 2011.
23. Chamidah, N., & Budiantara, I. N. (2020, March). Theoretical Study of Fourier Series Estimator in Semiparametric Regression for Longitudinal Data Based on Weighted Least Square Optimization. In 1st International Multidisciplinary Conference on Education, Technology, and Engineering (IMCETE 2019) (pp. 264-267). Atlantis Press.
24. Di Marzio, M., Fensore, S., & Taylor, C. C. (2023). Kernel regression for errors-in-variables problems in the circular domain. *Statistical Methods & Applications*, 32(4), 1217-1237.
25. Di Marzio, M., Panzera, A., & Taylor, C. C. (2013). Non-parametric regression for circular responses. *Scandinavian Journal of Statistics*, 40(2), 238-255.
26. Fan, Y., & Ullah, A. (1999). Asymptotic normality of a combined regression estimator. *Journal of Multivariate Analysis*, 71(2), 191-240.
27. Fernández-Durán, J. J. (2007). Models for circular–linear and circular–circular data constructed from circular distributions based on nonnegative trigonometric sums. *Biometrics*, 63(2), 579-585.
28. Fisher, N. I. (1995). *Statistical analysis of circular data*. cambridge university press.
29. Glasser, A., & Campbell, M. C. (1999). Biometric, optical and physical changes in the isolated human crystalline lens with age in relation to presbyopia. *Vision research*, 39(11), 1991-2015.
30. Green, P. J., & Silverman, B. W. (1993). *Nonparametric regression and generalized linear models: a roughness penalty approach*. Crc Press.
31. Hassan, S. F. (2015). Confidence Intervals (Ci) for Concentration Parameter in Von Mises Distribution and Analysis of Missing Values for Circular Data. University of Malaya (Malaysia).

32. https://www.academia.edu/33355497/NCSS_Statistical_Software_Circular_Data_Analysis
33. Hussein, Namarq Qassem. Mohammed, Laith Ali & Hasan , Rammah Oday. (2022) " Using a semi-parametric regression model to study the most important factors affecting the gross domestic product of oil prices for the period (1980-2020)". Journal of Algebraic ststistic. Volume 13,No.2 , 2022 , P. 1024-1036.<https://publishoa.com> , ISSN:1309-3452
34. Jammalamadaka, S. R., & Sengupta, A. (2001). *Topics in circular statistics* (Vol. 5). world scientific.
35. Johnson, R. A., & Wehrly, T. E. (2014). Some angular-linear distributions and related regression models. Journal of the American Statistical Association, 73(363), 602-606.
36. Jupp,P.E,& Mardia,K.V. (2009). Directional Statistics. John&Sons
37. Karris, S. T. (2007). *Numerical analysis using MATLAB and Excel*. Orchard Publications.
38. Kustianingsih, R., Mardianto, M., Ardhani, B. A., Kuzairi, K., Thohari, A., Andriawan, R., & Yulianto, T. (2021, February). Fourier series estimator in semiparametric regression to predict criminal rate in Indonesia. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2329, No. 1). AIP Publishing.
39. Meilán-Vila, A. (2020). Nonparametric inference for regression models with spatially correlated errors.
40. Mohr, P. J., & Phillips, W. D. (2014). Dimensionless units in the SI. *Metrologia*, 52(1), 40.
41. Morellato, L. P. C., Alberti, L. F., & Hudson, I. L. (2010). *Applications of circular statistics in plant phenology: a case studies approach* (pp. 339-359). Springer Netherlands.
42. Muhammet, Burak, Kiliç. (2016). 1. Dairesel Veri Analizinde İki-Tepeli ve Karma İstatistiksel Dağılımlar. *Türkiye Klinikleri Journal of Biostatistics*, doi: 10.5336/BIOSTATIC.2016-51329
43. Mutwiri, R. M. (2016). Application of multiple circular-linear regression models to animal movement data with covariates.
44. Namba, H., Sugano, A., Murakami, T., Utsunomiya, H., Nishitsuka, K., Ishizawa, K.,... & Yamashita, H. (2020). Age-related changes in astigmatism and potential causes. *Cornea*, 39, S34-S38.
45. Nazer, R. S., & Ali, O. A. (2024). Nadaraya-Watson estimation of a circular regression model on peak systolic blood pressure data. *Journal of Economics and Administrative Sciences*, 30(144), 473-484.

46. Oliveira, M., Crujeiras, R. M., & Rodríguez-Casal, A. (2014). CircSiZer: an exploratory tool for circular data. *Environmental and ecological statistics*, 21, 143-159.
47. Pane, R. (2014). Parametric and nonparametric estimators in fourier series semiparametric regression and their characteristics (Doctoral dissertation, Department of Statistics, Sepuluh Nopember Institute of Technology).
48. Pewsey, A., & García-Portugués, E. (2021). Recent advances in directional statistics. *Test*, 30(1), 1-58.
49. Pewsey, A., Neuhäuser, M., & Ruxton, G. D. (2013). Circular statistics in R. OUP Oxford) .
50. Rahman, M., Gokhale, D. V., & Ullah, A. (1997). A note on combining parametric and non-parametric regression. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 26(2), 519-529.
51. Rajabpour, M., Kangari, H., Pesudovs, K., Khorrami-Nejad, M., Rahmani, S., Mohaghegh, S., & Moradnejad, S. (2024). Refractive error and vision related quality of life. *BMC ophthalmology*, 24(1), 83.
52. Ramlee, I. M., Ibrahim, S., Leow, W. Z., & Yusoff, M. I. (2020, February). A review of detecting outlier in a circular regression model. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 767, No. 1, p. 012048). IOP Publishing.
53. Scott, A. (2002). Circular Data: An Overview with Discussion of One-Sample Tests.
54. Seema S, Vashisht B, Meenakshi K and Manish G (2009) Magnitude of refractive errors among school children in a rural block of Haryana. *The Internet J. Epidemiol.* 2(6), 21-24.
55. SenGupta, A., & Ugwuowo, F. I. (2006). Asymmetric circular-linear multivariate regression models with applications to environmental data. *Environmental and Ecological Statistics*, 13, 299-309.
56. Sikaroudi, A. E. (2017). *Regressing Over Linear-Circular Data Using a Mixture of Linear-Linear Regression Models* (Doctoral dissertation, The Florida State University).
57. Sonam Sethi and Kartha GP (2010) Prevalence of refractive errors in school children (12-17 years) of Ahmedabad City. *Indian J. Community Medicine.*4(25),16-20.
58. Sundstrom, T., & Schlicker, S. (2016). Trigonometry.
59. Sun, Z. (2009). *Comparing measures of fit for circular distributions* (Doctoral dissertation).

60. Tsuruta, Y., & Sagae, M. (2018). Properties for circular nonparametric regressions by von Mises and wrapped Cauchy kernels.
61. Ullah, A., & Vinod, H. D. (1993). 4 General nonparametric regression estimation and testing in econometrics.
62. World Health Organization. International statistical classification of diseases, injuries and causes of death. tenth revision. Geneva: World Health Organization; 2010.
63. Xu, D. (2022). *Nonparametric Modelling for Directional Data* (Doctoral dissertation, The University of Auckland).
64. Zhang, J., Yang, Y., & Ding, J. (2023). Information criteria for model selection. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 15(5), e1607.

الملاحق



الملاحق

ملحق (1): البيانات الحقيقية

NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)	NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)
1	85	90	40	46	95	80	53
2	130	10	80	47	10	160	60
3	150	30	42	48	165	160	20
4	54	135	25	49	90	90	5.8
5	155	25	24	50	115	65	20
6	10	165	24	51	15	165	60
7	15	160	25	52	155	30	20
8	80	95	30	53	180	160	65
9	85	100	25	54	90	60	50
10	165	10	42	55	60	150	60
11	60	135	6	56	90	90	6
12	180	180	27	57	30	180	21
13	170	10	48	58	40	140	43
14	130	50	22	59	180	10	26
15	170	10	50	60	180	25	13
16	75	100	21	61	165	15	18
17	85	95	19	62	85	95	30
18	25	150	26	63	80	140	11
19	175	170	10	64	180	180	45
20	175	180	8	65	80	110	63
21	80	95	37	66	180	180	45
22	150	30	38	67	170	175	52
23	180	10	48	68	180	170	56
24	10	150	74	69	165	60	29
25	75	85	31	70	15	180	21
26	90	70	49	71	95	70	64
27	90	115	8	72	100	70	6
28	75	95	19	73	115	60	12
29	90	60	22	74	175	180	60
30	170	10	29	75	65	85	25
31	85	90	50	76	120	60	43
32	165	180	55	77	70	115	9
33	135	75	30	78	105	90	26
34	175	10	49	79	165	175	36
35	180	120	41	80	55	105	62
36	85	95	24	81	60	110	25
37	170	170	11	82	15	130	60

NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)	NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)
38	150	25	23	83	80	95	32
39	170	10	36	84	110	60	15
40	130	40	36	85	180	180	60
41	10	160	22	86	95	60	15
42	125	65	27	87	130	40	37
43	10	160	26	88	40	110	14
44	180	180	20	89	170	10	15
45	170	10	17	90	150	30	60
91	175	160	40	137	160	170	11
92	170	10	21	138	150	30	41
93	125	60	44	139	90	120	8
94	90	15	10	140	175	180	60
95	90	90	4	141	170	10	35
96	105	45	33	142	100	105	60
97	80	90	43	143	180	175	65
98	10	170	55	144	130	130	70
99	45	140	16	145	180	175	8
100	10	160	35	146	90	90	4
101	15	175	64	147	95	35	60
102	85	105	70	148	150	45	17
103	105	80	65	149	110	60	20
104	70	100	20	150	35	125	27
105	85	75	42	151	75	75	70
106	10	180	20	152	80	90	6
107	85	105	44	153	85	95	14
108	15	170	18	154	90	90	4
109	170	180	28	155	110	85	35
110	10	165	49	156	105	170	7
111	60	90	70	157	5	5	28
112	110	120	65	158	85	90	15
113	95	145	40	159	10	180	8
114	15	160	30	160	95	85	16
115	60	120	40	161	175	130	68
116	175	170	60	162	100	65	37
117	85	120	60	163	90	90	3.6
118	175	180	40	164	50	120	38
119	175	160	19	165	165	105	55
120	180	180	5	166	10	20	10
121	90	100	70	167	85	90	5
122	175	170	50	168	175	180	55

NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)	NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)
123	1056	80	65	169	150	30	60
124	25	175	31	170	10	170	49
125	10	165	46	171	180	10	5
126	80	100	6	172	45	110	12
127	80	85	30	173	175	175	7
128	170	10	15	174	100	80	50
129	160	20	12	175	175	180	22
130	30	155	33	176	35	85	65
131	90	90	6	177	85	115	68
132	85	90	63	178	180	175	19
133	90	90	4	179	80	120	21
134	90	90	5	180	180	180	14
135	90	90	5.8	181	15	20	11
136	180	170	7	182	165	15	15
183	70	90	22	229	65	105	6
184	95	105	55	230	95	90	67
185	180	11	40	231	85	90	42
186	160	115	65	232	85	110	13
187	85	95	50	233	75	95	17
188	95	75	60	234	175	125	58
189	40	140	70	235	140	54	4
190	180	180	60	236	175	165	8
191	110	75	60	237	180	180	35
192	100	90	70	238	75	80	61
193	75	95	7	239	180	150	61
194	170	10	5	240	180	165	60
195	70	100	38	241	85	80	9
196	85	90	31	242	170	45	60
197	85	75	17	243	180	5	67
198	180	170	35	244	165	15	30
199	125	25	15	245	165	5	23
200	125	105	61	246	110	70	47
201	55	65	72	247	10	170	8
202	75	95	9	248	90	80	8
203	165	180	11	249	140	25	24
204	80	65	13	250	75	90	4
205	145	5	62	251	75	50	50
206	100	80	66	252	90	90	8
207	160	180	22	253	80	160	66
208	70	105	57	254	85	50	60

NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)	NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)
209	65	105	56	255	70	105	68
210	70	75	65	256	65	100	77
211	80	75	6	257	155	30	17
212	75	90	60	258	175	165	70
213	145	25	49	260	10	10	52
214	160	10	11	261	170	20	28
215	30	165	65	261	85	86	8
216	45	45	25	262	145	30	60
217	145	75	16	263	155	15	80
218	175	160	65	264	180	30	12
219	70	125	58	265	165	5	18
220	130	25	58	266	50	90	13
221	175	165	70	267	145	20	41
222	5	165	45	268	15	145	16
223	55	70	60	269	175	10	27
224	175	175	14	270	10	160	41
225	30	150	26	271	135	175	25
226	180	145	7	272	85	80	27
227	180	175	11	273	80	85	70
228	60	90	6	274	95	80	60
275	60	125	50	321	150	30	26
276	155	10	21	322	80	20	9
277	160	10	6	323	170	180	13
278	5	20	50	324	100	70	6
279	165	10	64	325	175	180	12
280	60	95	18	326	10	160	20
281	50	25	45	327	175	165	5
282	10	140	37	328	145	25	18
283	100	85	3	329	100	65	11
284	150	5	8	330	165	5	17
285	5	10	17	231	5	160	60
286	115	60	70	332	170	160	60
287	180	175	15	333	85	75	62
288	155	165	55	334	10	160	55
289	80	70	46	335	5	130	45
290	20	160	65	336	170	175	15
291	170	165	11	337	180	175	27
292	105	80	70	338	10	150	55
293	15	120	55	339	85	65	66
294	40	110	23	340	180	170	11

NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)	NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)
295	170	175	4	341	80	85	6
296	180	175	17	342	70	110	15
297	35	115	20	343	15	80	42
298	95	95	64	344	110	150	57
299	80	60	55	345	5	150	60
300	80	85	65	346	180	175	59
301	90	80	11	347	165	145	43
302	10	165	13	348	25	10	272
303	100	85	73	349	5	170	30
304	75	75	25	350	90	70	31
305	175	30	18	351	180	170	30
306	150	110	26	352	75	80	79
307	100	75	55	353	170	75	37
308	180	10	21	354	170	180	25
309	160	30	14	355	15	155	55
310	10	90	70	356	5	175	14
311	90	170	3	357	60	105	34
312	175	110	65	358	90	90	55
313	5	170	43	359	45	140	32
314	155	10	65	360	95	165	60
315	70	160	55	361	165	180	12
316	155	10	13	362	85	65	80
317	175	170	14	363	110	50	19
318	40	115	16	364	80	75	38
319	25	16	37	365	180	165	53
320	55	110	41	366	85	80	26
367	150	20	43	383	180	170	22
368	105	60	44	384	170	175	17
369	5	175	17	385	115	25	45
370	85	90	34	386	165	175	18
371	165	5	27	387	10	10	55
372	10	175	12	388	95	90	60
373	165	10	35	389	135	55	21
374	110	90	65	390	20	130	35
375	10	65	65	391	30	130	12
376	110	55	30	392	180	175	66
377	5	5	55	393	115	50	7
378	20	170	29	394	120	35	13
379	160	25	23	395	135	45	11
380	165	175	13	396	175	5	14

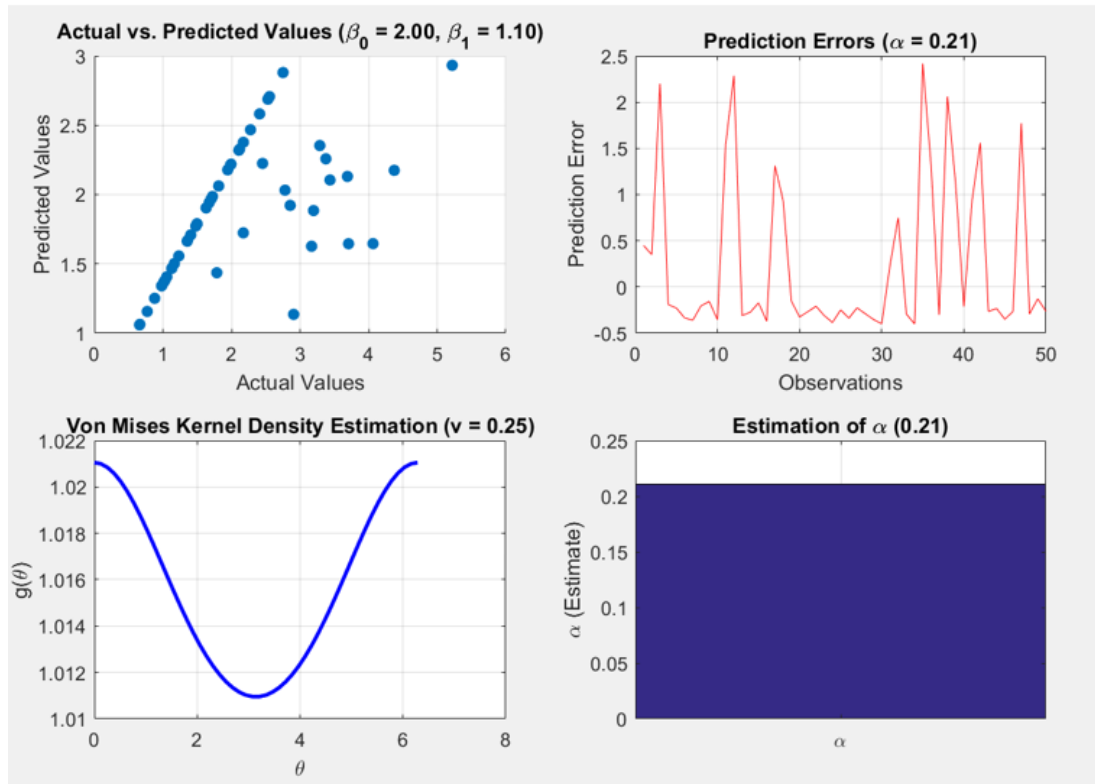
NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)	NO.	Os (θ_i)	Od (y_i)	Age (x_i)
381	175	175	24	397	85	90	14
382	175	180	14	398	115	25	44
399	5	175	22				
400	180	170	20				

ملحق (2): التجارب

جدول (1): التجربة الأولى باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (100) يبين (R^2 , MSE) للمقدرات بتباين مفروض (0.25, 0.5, 1) وقيم معلمة الدمج (0.1, 0.01, 0.05) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	Case1	0.25	0.6210	0.7435	205.7430	211.4791
			Case2	0.50	0.5969	0.7132	212.0272	217.7633
			Case3	0.75	0.6743	0.7179	212.0414	217.7775
		0.01	Case4	0.25	0.8419	0.7493	221.9647	227.7008
			Case5	0.50	0.8208	0.7514	213.6716	219.4076
			Case6	0.75	0.8000	0.7402	239.0090	244.7451
		0.1	Case7	0.25	0.7694	0.6822	197.9191	203.6552
			Case8	0.50	0.6818	0.7148	211.3010	217.0370
			Case9	0.75	0.5944	0.7163	199.4210	205.1570
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	Case10	0.25	0.9708	0.5501	209.7366	215.4727
			Case11	0.50	0.5869	0.5309	191.1870	196.9230
			Case12	0.75	0.7632	0.6060	208.0470	213.7830
		0.01	Case13	0.25	0.5356	0.6518	223.1848	228.9208
			Case14	0.50	0.6318	0.6388	234.2187	239.9548
			Case15	0.75	0.5248	0.6588	220.7534	226.4895
		0.1	Case16	0.25	0.7897	0.5742	197.5836	203.3197
			Case17	0.50	0.5082	0.5800	184.0708	189.8068
			Case18	0.75	0.5907	0.6160	198.2325	203.9685
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 0.1$	0.05	Case19	0.25	0.6791	0.5219	247.2166	252.9526
			Case20	0.50	0.5493	0.5128	216.9105	222.6466
			Case21	0.75	0.5917	0.5256	213.0663	218.8024
		0.01	Case22	0.25	0.5354	0.5251	237.5742	243.3102
			Case23	0.50	0.6740	0.5390	273.7556	279.4916
			Case24	0.75	0.7466	0.5446	248.1469	253.8829
		0.1	Case25	0.25	0.6579	0.5811	142.3575	148.0935
			Case26	0.50	0.6888	0.3677	199.1035	204.8396
			Case27	0.75	0.7113	0.4382	195.5987	201.3348



Case 25

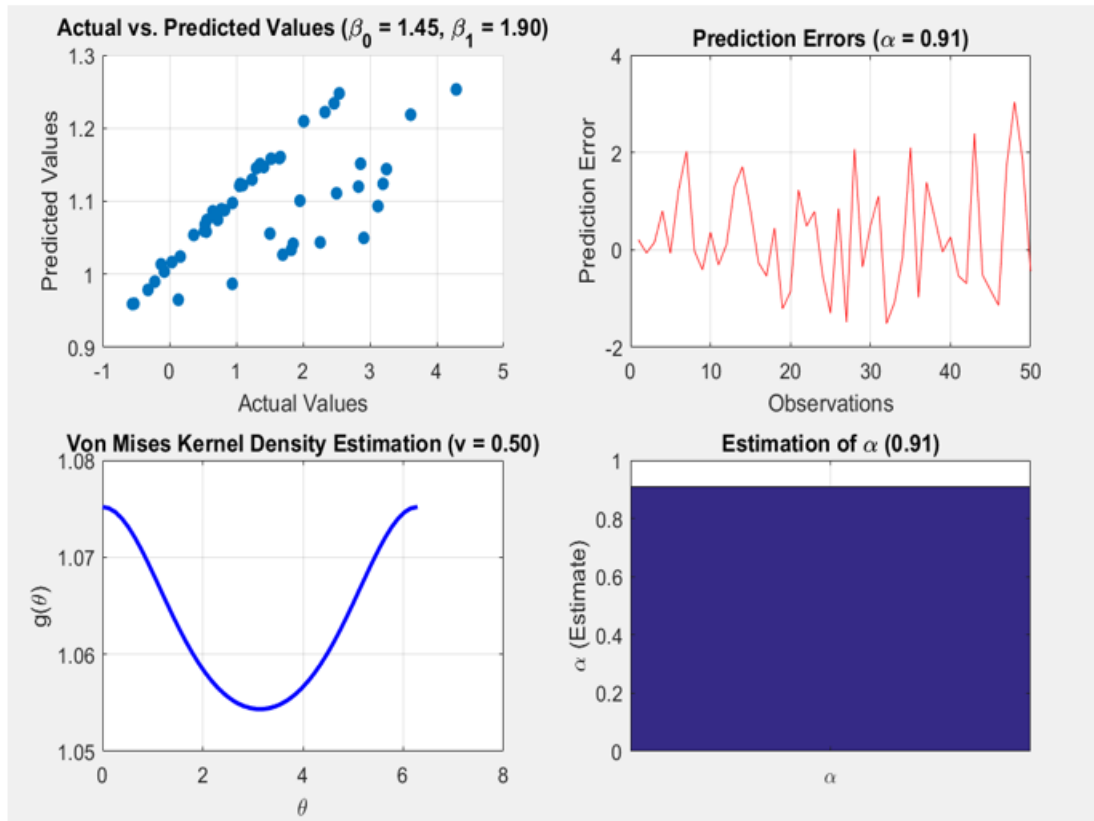
شكل (1): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (100)

جدول (2): التجربة الثانية باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (100) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.2 , 0.5 , 0.7) لأنموذج الانحدار شبه

المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R ²	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case1	0.25	0.7256	0.8129	237.0735	242.8096
			Case2	0.50	0.7640	0.8528	251.3457	257.0818
			Case3	0.75	0.8218	0.8186	262.7264	268.4625
		0.5	Case4	0.25	1.5130	0.5269	217.6769	223.4130
			Case5	0.50	1.4864	0.5226	218.2916	224.0277
			Case6	0.75	1.5179	0.6573	245.5048	251.2408
		.7	Case7	0.25	1.8538	0.5022	231.8634	237.5995
			Case8	0.50	2.0537	0.5710	243.7009	249.4370
			Case9	0.75	2.6149	0.5095	239.3681	245.1042
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case10	0.25	0.6782	0.7101	234.2848	240.0208
			Case11	0.50	0.6688	0.7981	227.0231	232.7591
			Case12	0.75	0.8513	0.7958	250.9635	256.6996
		0.5	Case13	0.25	1.1034	0.5415	211.1034	213.1707
			Case14	0.50	1.3542	0.5080	210.1012	215.8373
			Case15	0.75	1.0027	0.5569	205.930	211.6661
		.7	Case16	0.25	2.1388	0.4377	201.8728	207.6089
			Case17	0.50	1.2514	0.4421	173.5719	179.3079
			Case18	0.75	1.0653	0.4520	187.5095	193.2456
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case19	0.25	0.6801	0.6388	260.9781	255.2421
			Case20	0.50	0.6101	0.6628	228.6016	234.3377
			Case21	0.75	0.6151	0.6941	254.1682	259.9043
		0.5	Case22	0.25	1.1261	0.3098	178.1180	183.8541
			Case23	0.50	0.8539	0.4467	201.3825	207.1186
			Case24	0.75	1.0282	0.4637	203.1721	208.9082
		.7	Case25	0.25	1.3409	0.5187	163.6826	169.4187
			Case26	0.50	1.2745	0.4270	161.7103	167.4464
			Case27	0.75	1.3088	0.3019	185.8819	191.6180



Case 26

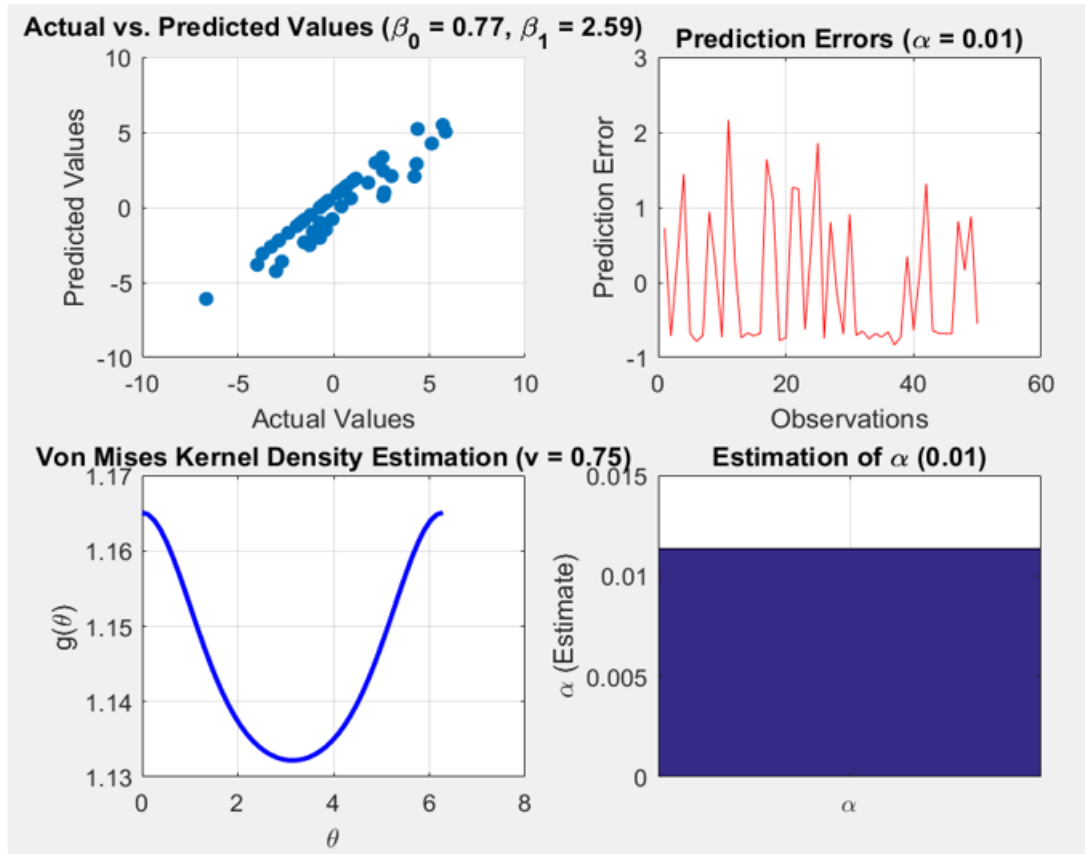
شكل (2): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية النموذج الثاني بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (100)

جدول (3): يبين التجربة الثالثة باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (100) يبين (MSE , R^2) للمقدرات بتباين مفروض (0.25, 0.5, 1) وقيم معلمة الدمج (0.3, 0.6, 0.9) لأنموذج الانحدار

شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case1	0.25	0.8817	0.8966	290.7048	296.4409
			Case2	0.50	0.9508	0.8614	286.4717	292.2078
			Case3	0.75	0.8914	0.8639	279.3741	285.1102
		0.6	Case4	0.25	0.8175	0.8294	300.0017	305.7378
			Case5	0.50	0.8937	0.8527	317.0869	322.8230
			Case6	0.75	0.7563	0.8916	222.5015	228.2376
		.9	Case7	0.25	0.7717	0.8194	287.6261	293.3622
			Case8	0.50	0.8975	0.8838	287.5805	293.3166
			Case9	0.75	0.8658	0.8876	299.9119	305.6480
	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case10	0.25	0.8970	0.8336	274.1370	279.8731
			Case11	0.50	0.8814	0.8390	264.2401	269.9761
			Case12	0.75	0.8411	0.8548	260.0879	265.8240
		0.6	Case13	0.25	0.8360	0.8749	283.8815	289.6175
			Case14	0.50	0.8390	0.8664	297.1395	302.8756
			Case15	0.75	0.8017	0.8001	288.5871	294.3232
		.9	Case16	0.25	0.9471	0.8314	283.4952	289.2312
			Case17	0.50	0.7587	0.8159	298.2985	304.0346
			Case18	0.75	0.9602	0.8230	289.2754	295.0115
	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case19	0.25	0.9319	0.8050	269.7191	275.4552
			Case20	0.50	0.6863	0.8350	288.5538	294.2898
			Case21	0.75	0.6795	0.8599	254.3124	260.0484
		0.6	Case22	0.25	0.8394	0.8340	289.2023	294.9383
			Case23	0.50	0.7363	0.8027	283.1853	288.9214
			Case24	0.75	0.7041	0.8361	280.3182	280.3182
		.9	Case25	0.25	0.9379	0.8684	291.5756	297.3117
			Case26	0.50	0.9037	0.7261	284.3523	290.0884
			Case27	0.75	0.7799	0.8296	293.1238	298.8599



Case 6

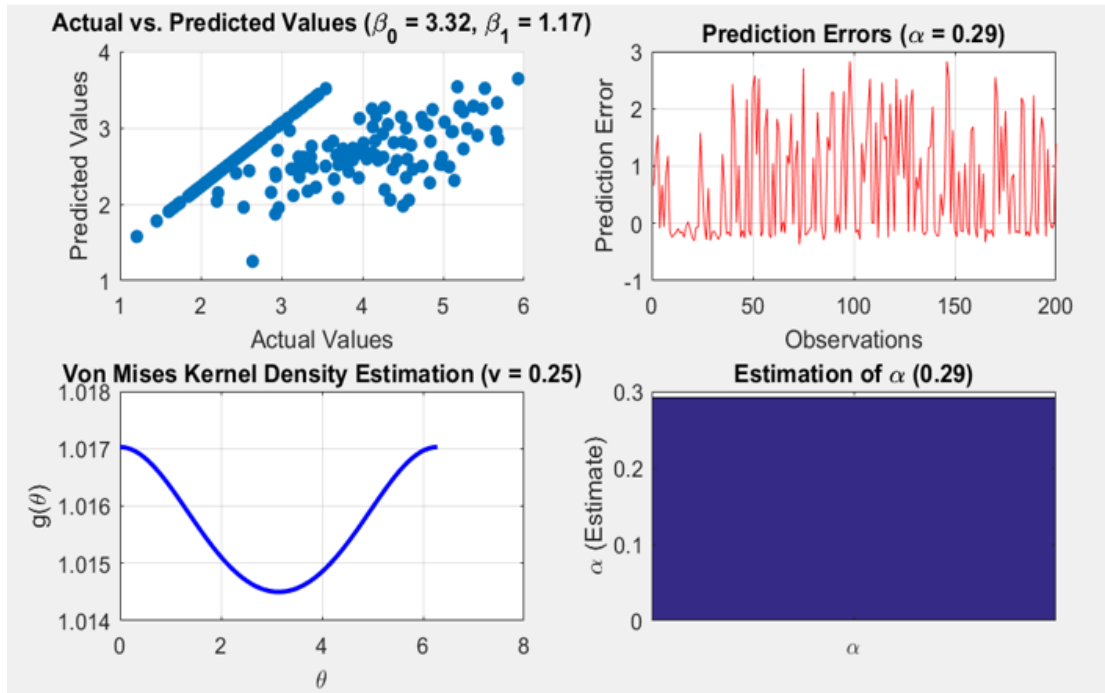
شكل (3): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثالث بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (100)

جدول (4): التجربة الأولى باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (200) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.1 , 0.01 , 0.05) لأنموذج الانحدار شبه

المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R ²	AIC	BIC
1	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	Case1	0.25	0.6176	0.7475	187.0052	192.7413
			Case2	0.50	0.5812	0.71733	171.3135	177.0496
			Case3	0.75	0.6735	0.7196	190.9104	196.6464
		0.01	Case4	0.25	0.8391	0.75112	183.0969	188.8330
			Case5	0.50	0.8188	0.75684	189.2123	194.9484
			Case6	0.75	0.7831	0.74389	173.1933	178.9293
		0.1	Case7	0.25	0.76711	0.68647	197.9191	179.5455
			Case8	0.50	0.68111	0.72096	179.0959	184.8320
			Case9	0.75	0.59301	0.72348	199.4210	205.1570
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	Case10	0.25	0.9692	0.55473	192.8597	198.5957
			Case11	0.50	0.58551	0.53468	168.1062	173.8423
			Case12	0.75	0.76421	0.61743	146.8299	152.5659
		0.01	Case13	0.25	0.53441	0.65437	170.8619	176.5980
			Case14	0.50	0.6301	0.64173	170.0976	175.8337
			Case15	0.75	0.52311	0.65922	153.7061	159.4421
		0.1	Case16	0.25	0.78721	0.5756	175.6274	181.3634
			Case17	0.50	0.5011	0.58417	159.4342	165.1703
			Case18	0.75	0.5879	0.6293	171.1697	176.9058
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 0.1$	0.05	Case19	0.25	0.67803	0.5274	151.5052	157.2412
			Case20	0.50	0.54766	0.5371	161.4435	167.1796
			Case21	0.75	0.5896	0.5285	153.5153	159.2514
		0.01	Case22	0.25	0.53271	0.52641	195.0155	200.7516
			Case23	0.50	0.67294	0.54088	138.7945	144.5305
			Case24	0.75	43880.7	0.54713	159.8606	253.8829
		0.1	Case25	0.25	0.6564	0.5864	137.6445	143.3806
			Case26	0.50	0.68633	0.3752	142.6290	148.3651
			Case27	0.75	0.7009	0.4393	172.7439	178.4800



Case 25

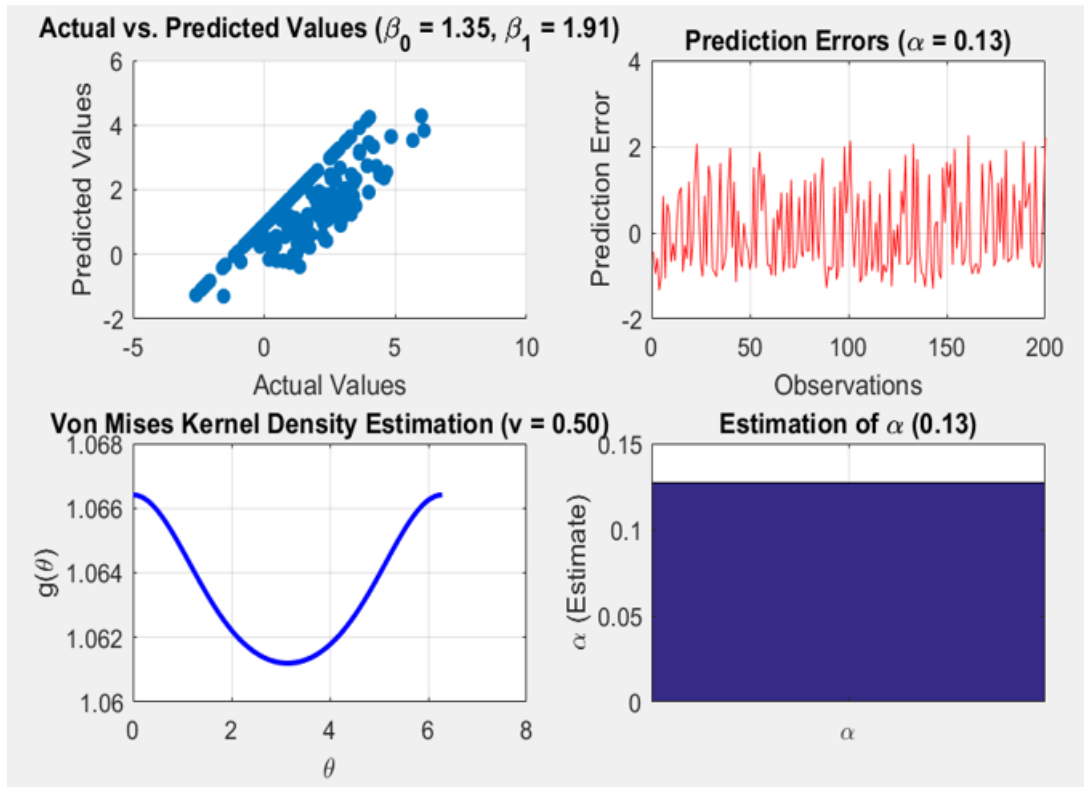
شكل (4): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الأول بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (200)

جدول (5): التجربة الثانية باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (200) يبين (MSE, R^2) للمقدرات بتباين مفروض (1, 0.5, 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.2, 0.5, 0.7) لأنموذج الانحدار شبه

المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case1	0.25	0.7249	0.8145	246.1602	251.8962
			Case2	0.50	0.7653	0.8574	217.4992	223.2352
			Case3	0.75	0.8207	0.8207	238.5651	268.4625
		0.5	Case4	0.25	1.1781	0.5278	229.9912	223.4130
			Case5	0.50	1.1077	0.5274	233.5488	239.2849
			Case6	0.75	1.2761	0.6591	227.6124	233.3485
		.7	Case7	0.25	1.3574	0.5174	218.2294	223.9655
			Case8	0.50	1.6145	0.5734	226.8022	232.5383
			Case9	0.75	1.7465	0.51822	224.9742	230.7103
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case10	0.25	0.67544	0.7249	225.8116	231.5477
			Case11	0.50	0.64715	0.7986	211.3958	217.1319
			Case12	0.75	0.8483	0.7961	216.4766	222.2127
		0.5	Case13	0.25	0.74531	0.5472	222.2127	231.4302
			Case14	0.50	1.2744	0.5188	231.5933	237.3294
			Case15	0.75	0.92761	0.5573	211.1131	216.8492
		.7	Case16	0.25	1.5124	0.43971	209.1734	214.9095
			Case17	0.50	1.1465	0.4483	210.5248	216.2608
			Case18	0.75	0.9774	0.4752	231.1523	236.8884
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case19	0.25	0.67099	0.6564	219.6543	225.3903
			Case20	0.50	0.6072	0.6681	197.3276	203.0637
			Case21	0.75	0.6115	0.6974	225.0399	230.7759
		0.5	Case22	0.25	0.9493	0.3173	210.8285	216.5645
			Case23	0.50	0.83811	0.4840	202.0499	207.7859
			Case24	0.75	0.8433	0.4709	224.0038	229.7398
		.7	Case25	0.25	1.1557	0.5284	204.7692	210.5052
			Case26	0.50	1.1074	0.4374	217.5439	223.2800
			Case27	0.75	1.2116	0.3277	211.0570	216.7931



Case 20

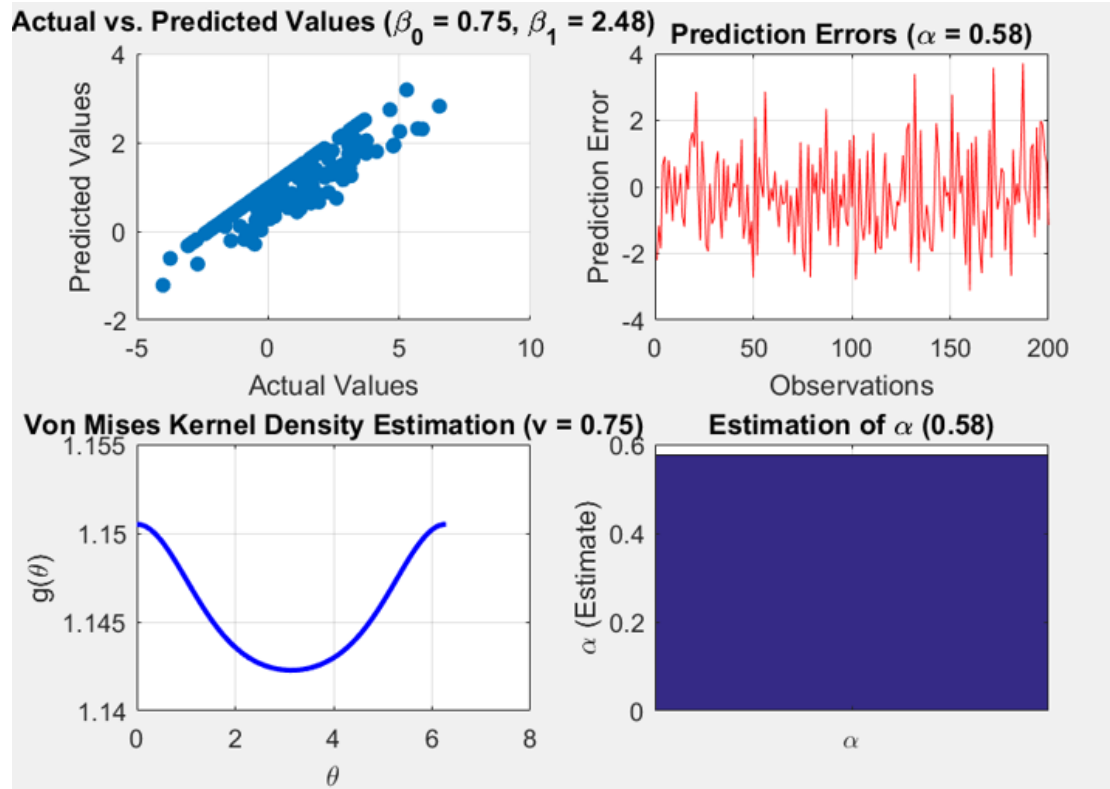
شكل (5): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للأنموذج الثاني بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (200)

جدول (6): التجربة الثالثة باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (200) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.3 , 0.6 , 0.9) لأنموذج الانحدار شبه

المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R ²	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case1	0.25	0.8543	0.8978	255.2207	260.9568
			Case2	0.50	0.92566	0.8677	276.6747	282.4107
			Case3	0.75	0.8561	0.8683	282.0035	287.7396
		0.6	Case4	0.25	0.8088	0.8746	222.9458	228.6819
			Case5	0.50	0.86741	0.8671	247.3243	253.0604
			Case6	0.75	0.74328	0.8922	270.2738	276.0098
		.9	Case7	0.25	0.75743	0.8237	265.2248	270.9609
			Case8	0.50	0.87461	0.8869	246.9579	252.6940
			Case9	0.75	0.8374	0.8882	244.1484	249.8845
	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case10	0.25	0.84769	0.8339	216.9890	245.1338
			Case11	0.50	0.8463	0.8482	222.7658	228.5019
			Case12	0.75	0.81394	0.8571	256.7519	262.4880
		0.6	Case13	0.25	0.8194	0.8783	237.4097	243.1458
			Case14	0.50	0.8176	0.8783	216.0596	221.7957
			Case15	0.75	0.8011	0.8073	246.9244	252.6605
		.9	Case16	0.25	0.89431	0.8473	213.7499	219.4860
			Case17	0.50	0.7366	0.8437	217.1074	222.8435
			Case18	0.75	0.9108	0.8471	224.7909	230.5270
	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case19	0.25	0.9264	0.8273	257.5183	263.2544
			Case20	0.50	0.6563	0.8544	235.6702	241.4063
			Case21	0.75	0.6751	0.8719	202.3579	208.0939
		0.6	Case22	0.25	0.8237	0.8571	260.6630	266.3991
			Case23	0.50	0.7309	0.8352	211.2406	216.9766
			Case24	0.75	0.6844	0.8611	211.0621	216.7982
		.9	Case25	0.25	0.8740	0.8707	288.7637	294.4997
			Case26	0.50	0.8831	0.7429	208.8811	214.6172
			Case27	0.75	0.7591	0.8439	209.9982	215.7343



Case 21

شكل (6): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للأنموذج الثالث بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم

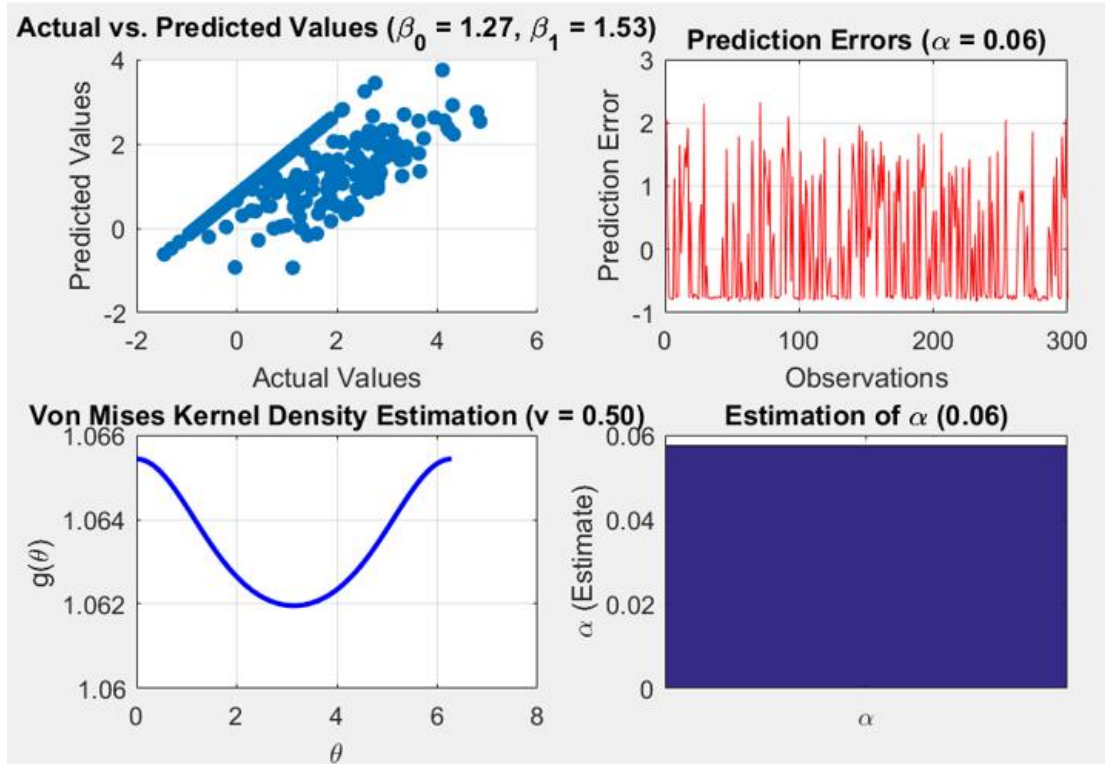
(200)

جدول (7): التجربة الأولى باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (300) يبين (R^2 , MSE) للمقدرات بتباين مفروض (0.25, 0.5, 1) وقيم معلمة الدمج (0.1, 0.01, 0.05) لأنموذج الانحدار شبه

المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.01	Case1	0.25	0.7121	0.7651	211.5296	217.2656
			Case2	0.50	0.5768	0.7354	240.8980	246.6341
			Case3	0.75	0.6639	0.7485	212.9704	218.7065
		0.05	Case4	0.25	0.8346	0.7647	228.6111	234.3472
			Case5	0.50	0.5107	0.7538	216.7412	222.4773
			Case6	0.75	.07764	0.7477	233.7886	239.5247
		0.1	Case7	0.25	0.76537	0.6891	238.6211	244.3571
			Case8	0.50	0.6890	0.7431	213.0568	218.7929
			Case9	0.75	0.59277	0.7394	232.0293	237.7653
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	Case10	0.25	0.9617	0.5582	219.8223	219.8223
			Case11	0.50	0.58432	0.5387	258.7135	264.4496
			Case12	0.75	0.76107	0.6477	238.2615	243.9975
		0.01	Case13	0.25	0.52761	0.6660	231.1617	236.8978
			Case14	0.50	0.6149	0.6487	227.5391	233.2751
			Case15	0.75	0.5176	0.6604	224.8666	230.6026
		0.1	Case16	0.25	0.7763	0.5777	204.4423	210.1784
			Case17	0.50	0.5009	0.5903	270.5417	276.2778
			Case18	0.75	0.5452	0.6344	218.8209	224.5570
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 0.1$	0.01	Case19	0.25	0.6647	0.5409	282.6961	288.4321
			Case20	0.50	0.5394	0.5536	250.3292	256.0653
			Case21	0.75	0.5651	0.5291	262.1009	267.8370
		0.05	Case22	0.25	0.5274	0.5297	254.8666	260.6027
			Case23	0.50	0.6437	0.5428	202.7879	208.5240
			Case24	0.75	0.73807	0.5494	246.0315	251.7676
		0.1	Case25	0.25	0.6504	0.5671	229.0921	234.8282
			Case26	0.50	0.6652	0.5466	213.4378	219.1739
			Case27	0.75	0.63174	0.5473	249.8437	255.5798



Case 23

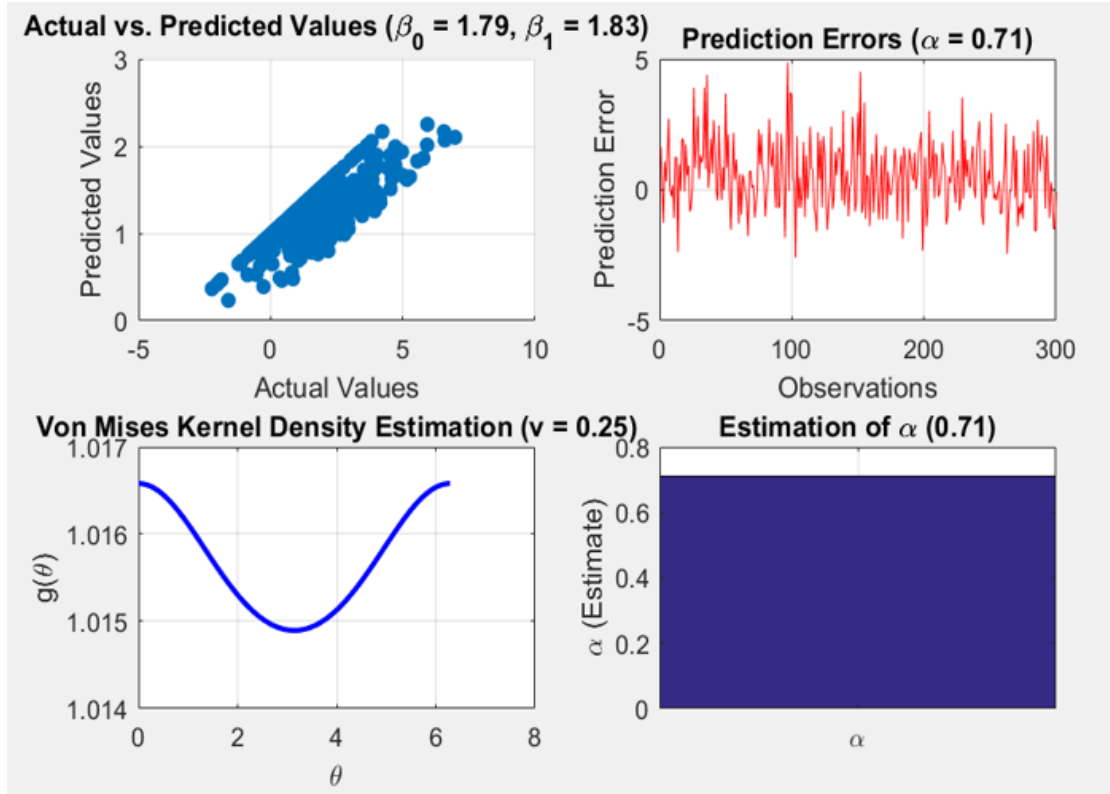
شكل (6): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية نموذج اول بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (300)

جدول (8): التجربة الثانية باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (300) يبين (R^2 , MSE) للمقدرات بتباين مفروض (1, 0.5, 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.2, 0.5, 0.7) لأنموذج الانحدار شبه

المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case1	0.25	0.7173	0.8513	228.8414	234.5775
			Case2	0.50	0.7422	0.8581	242.1862	247.9223
			Case3	0.75	0.8119	0.8461	226.2396	231.9757
		0.5	Case4	0.25	0.9427	0.6471	236.2791	242.0152
			Case5	0.50	0.9713	0.6741	233.8929	239.6289
			Case6	0.75	0.9714	0.6734	227.2332	232.9693
		.7	Case7	0.25	0.9447	0.5418	241.0906	246.8267
			Case8	0.50	0.9415	0.5764	227.2107	232.9467
			Case9	0.75	0.94237	0.54761	236.3852	242.1213
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case10	0.25	0.65214	0.7647	203.2554	208.9915
			Case11	0.50	0.62167	0.8063	190.7711	196.5072
			Case12	0.75	0.8217	0.8074	204.4626	216.1753
		0.5	Case13	0.25	0.7274	0.5764	164.2708	170.0068
			Case14	0.50	0.92462	0.5726	198.9681	204.7041
			Case15	0.75	0.9174	0.5842	205.4612	211.1973
		.7	Case16	0.25	0.9162	0.5562	218.1515	188.0764
			Case17	0.50	0.9134	0.5496	200.5947	206.3308
			Case18	0.75	0.94312	0.5043	196.4856	202.2216
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case19	0.25	0.6247	0.68541	176.5202	175.7951
			Case20	0.50	0.5731	0.68711	179.3434	185.0794
			Case21	0.75	0.5642	0.70547	172.9895	178.7256
		0.5	Case22	0.25	0.8548	0.7641	170.7089	176.4450
			Case23	0.50	0.8104	0.6217	187.2088	192.9448
			Case24	0.75	0.8217	0.6247	191.7664	197.5025
		.7	Case25	0.25	0.8491	0.6722	169.1930	174.9291
			Case26	0.50	0.8427	0.6745	172.9572	178.6933
			Case27	0.75	0.875	0.5217	181.8132	187.5493



Case 13

شكل (7): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثاني بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم

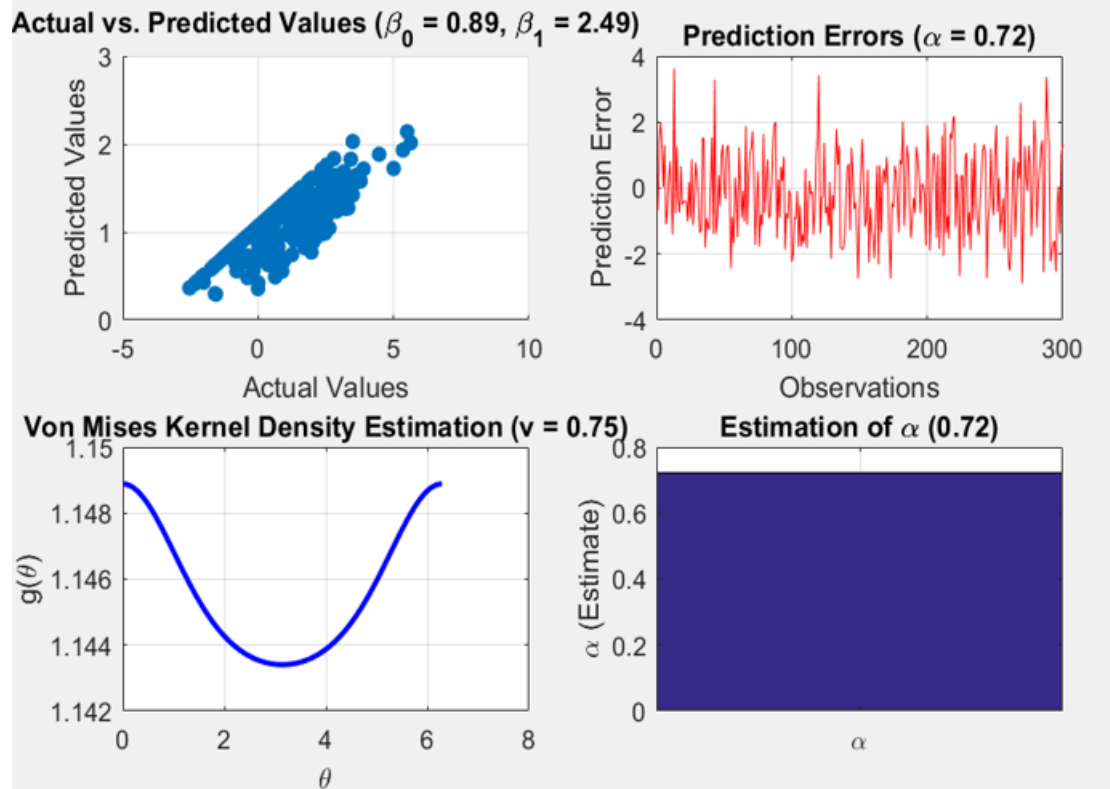
(300)

جدول (9): التجربة الثالثة باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (300) يبين (R^2 , MSE) للمقدرات بتباين مفروض (0.25, 0.5, 1) وقيم معلمة الدمج (0.3, 0.6, 0.9) لأنموذج الانحدار شبه

المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case1	0.25	0.8337	0.8991	237.8386	243.5747
			Case2	0.50	0.8441	0.8713	213.3522	219.0882
			Case3	0.75	0.8246	0.8741	262.1043	267.8404
		0.6	Case4	0.25	0.8051	0.8709	301.5217	307.2577
			Case5	0.50	0.8269	0.8703	252.8477	258.5837
			Case6	0.75	0.7166	0.8982	248.6017	254.3378
		.9	Case7	0.25	0.7447	0.8566	262.7746	268.5107
			Case8	0.50	0.8382	0.8879	265.5766	271.3127
			Case9	0.75	0.8074	0.8890	244.2183	262.7258
	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case10	0.25	0.8117	0.8563	219.6800	225.4160
			Case11	0.50	0.8239	0.8557	277.8058	283.5419
			Case12	0.75	0.8099	0.8591	221.3337	227.0697
		0.6	Case13	0.25	0.8043	0.8846	227.4331	233.1692
			Case14	0.50	0.8014	0.8837	214.8219	220.5580
			Case15	0.75	0.8003	0.8539	243.9864	249.7225
		.9	Case16	0.25	0.8624	0.8544	275.3400	252.4294
			Case17	0.50	0.7071	0.8591	258.1386	263.8747
			Case18	0.75	0.9092	0.8595	267.4183	273.1544
	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case19	0.25	0.9081	0.8596	221.7438	227.4799
			Case20	0.50	0.6273	0.8573	210.1860	215.9220
			Case21	0.75	0.6209	0.8756	232.2520	237.9881
		0.6	Case22	0.25	0.7581	0.8582	219.0089	224.7450
			Case23	0.50	0.7244	0.8507	212.0388	217.7749
			Case24	0.75	0.6864	0.8746	206.6273	212.3634
		.9	Case25	0.25	0.8075	0.8769	209.2758	215.0119
			Case26	0.50	0.8267	0.8011	212.7784	218.5145
			Case27	0.75	0.7339	0.8479	201.7615	207.4975



Case 27

شكل (8): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثالث بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم

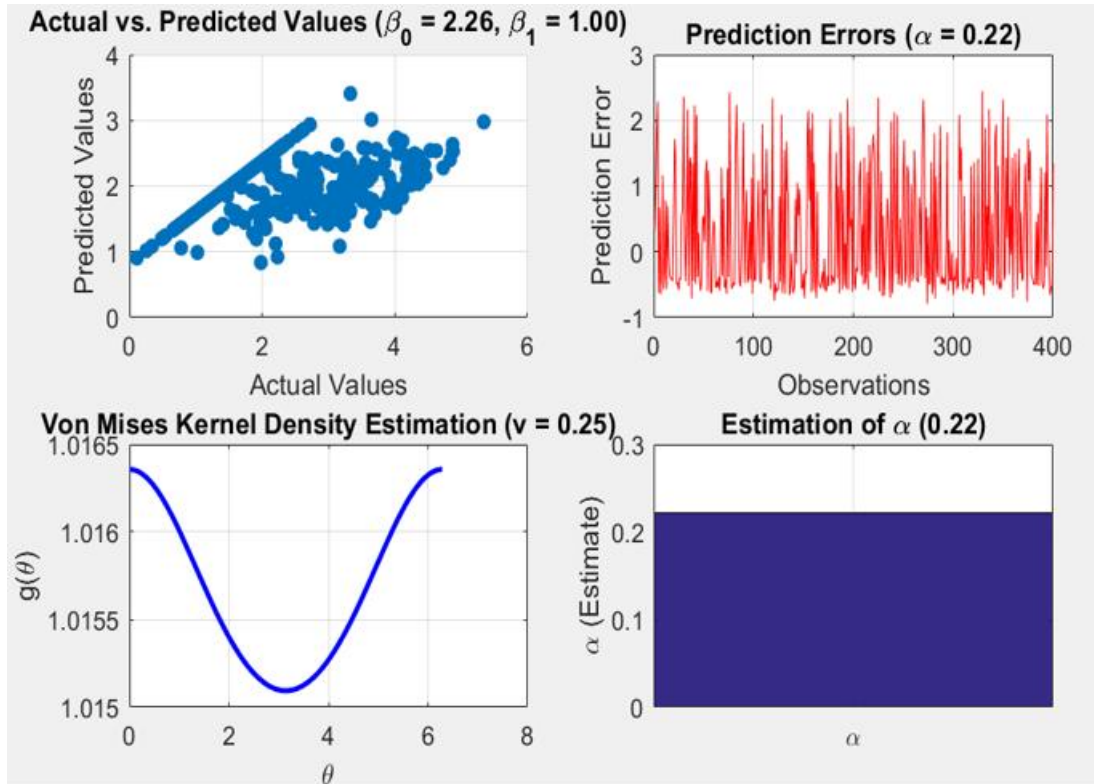
(300)

جدول (10): التجربة الأولى باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (400) يبين (MSE , R^2) للمقدرات بتباين مفروض (0.25, 0.5, 1) وقيم معلمة الدمج (0.1, 0.01, 0.05) لأنموذج الانحدار

شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.01	Case1	0.25	0.7043	0.7943	188.1213	185.8369
			Case2	0.50	0.5574	0.7967	183.2496	188.9857
			Case3	0.75	0.7381	0.7977	195.9288	201.6649
		0.05	Case4	0.25	0.5379	0.7931	198.2122	203.9483
			Case5	0.50	0.5073	0.7876	186.4666	192.2026
			Case6	0.75	0.5634	0.7746	179.8885	185.6246
		0.1	Case7	0.25	0.5671	0.7139	170.6477	176.3838
			Case8	0.50	0.5694	0.7674	200.6923	206.4283
			Case9	0.75	0.50674	0.7475	196.1958	201.9319
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	Case10	0.25	0.5637	0.6348	159.6140	169.1556
			Case11	0.50	0.5049	0.6317	143.4812	149.2172
			Case12	0.75	0.5347	0.6874	182.7167	188.4528
		0.01	Case13	0.25	0.51045	0.6831	182.5107	188.2468
			Case14	0.50	0.5644	0.6964	148.8454	154.5815
			Case15	0.75	0.5096	0.6970	161.8421	167.5781
		0.1	Case16	0.25	0.5674	0.6741	163.2218	168.9578
			Case17	0.50	0.4763	0.6317	195.9038	201.6399
			Case18	0.75	0.51479	0.6746	149.1173	154.8534
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 0.1$	0.01	Case19	0.25	0.5374	0.6433	179.2897	185.0258
			Case20	0.50	0.5164	0.5985	171.7916	177.5277
			Case21	0.75	0.5394	0.5641	171.3946	177.1307
		0.05	Case22	0.25	0.5074	0.5364	220.3978	226.1339
			Case23	0.50	0.6034	0.5746	172.8582	178.5943
			Case24	0.75	0.6211	0.5651	188.9649	194.7010
		0.1	Case25	0.25	0.6109	0.5785	143.2530	148.9891
			Case26	0.50	0.6451	0.5531	188.1796	193.9157
			Case27	0.75	0.60492	0.5547	182.5599	188.2960



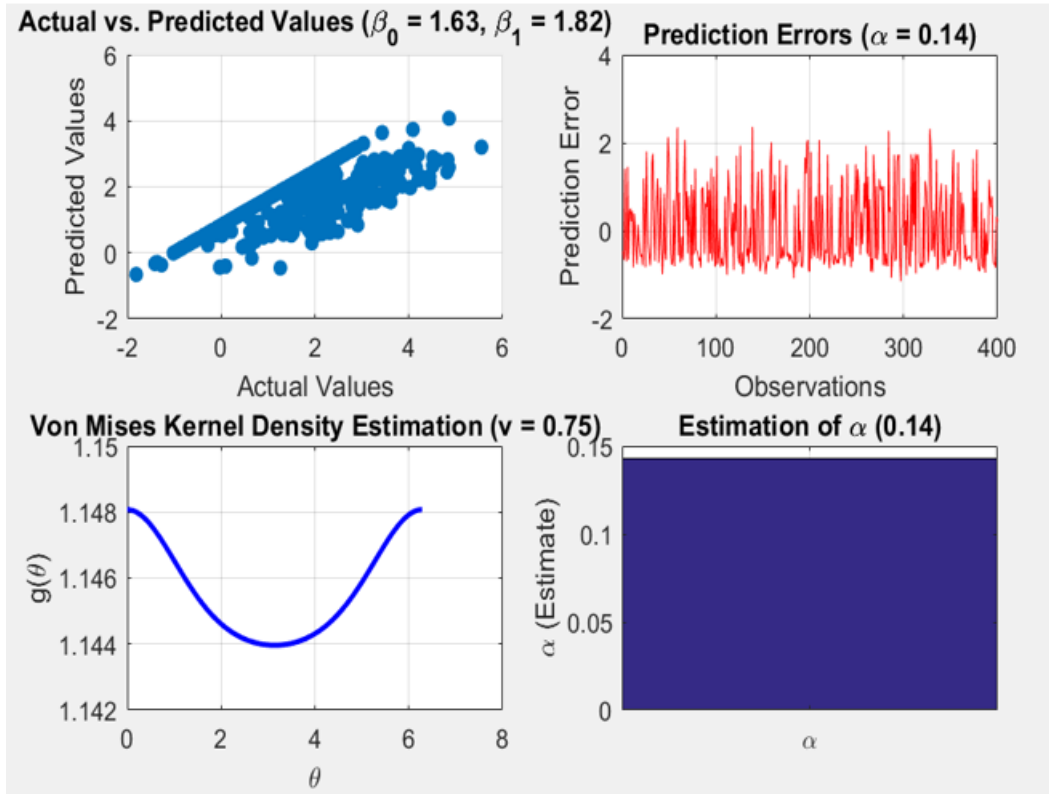
Case 25

شكل (9): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الأول بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (400)

جدول (11): التجربة الثانية باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (400) يبين (, MSE , R^2) للمقدرات بتباين مفروض (0.25, 0.5, 1) وقيم معلمة الدمج (0.3, 0.6, 0.9) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case1	0.25	0.7046	0.8571	247.4390	253.1751
			Case2	0.50	0.7157	0.8587	227.1698	232.9059
			Case3	0.75	.07521	0.8596	223.8866	229.6227
		0.5	Case4	0.25	0.7346	0.7463	224.3561	230.0922
			Case5	0.50	0.7617	0.7612	213.1977	218.9338
			Case6	0.75	0.7392	0.7637	223.9040	229.6401
		.7	Case7	0.25	0.7314	0.7361	231.2359	236.9720
			Case8	0.50	0.7636	0.74563	235.3457	241.0818
			Case9	0.75	0.7361	0.7641	208.5694	214.3055
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case10	0.25	.0.7622	0.7964	190.9919	196.7280
			Case11	0.50	.0.7051	0.8745	197.5708	203.3069
			Case12	0.75	.0.7063	0.8964	186.5741	192.3102
		0.5	Case13	0.25	0.7274	0.7854	221.2033	226.9394
			Case14	0.50	0.7234	0.7463	203.5612	209.2973
			Case15	0.75	.0.7422	0.6941	192.4457	198.1818
		.7	Case16	0.25	0.7641	0.6317	189.3321	195.0682
			Case17	0.50	0.7969	0.6341	192.8612	198.5972
			Case18	0.75	0.7631	0.6749	203.7524	209.4885
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	Case19	0.25	0.7521	0.69271	175.1141	180.8502
			Case20	0.50	0.7631	0.6965	170.6303	176.3663
			Case21	0.75	0.7639	0.71763	157.0661	162.8022
		0.5	Case22	0.25	0.8693	0.7809	168.6881	174.4242
			Case23	0.50	0.8746	0.6317	175.0662	180.8022
			Case24	0.75	0.8361	0.6379	190.5900	196.3260
		.7	Case25	0.25	0.8439	0.6746	172.1443	177.8804
			Case26	0.50	0.8471	0.6788	194.6742	200.4103
			Case27	0.75	0.83611	0.5652	180.5090	186.2451



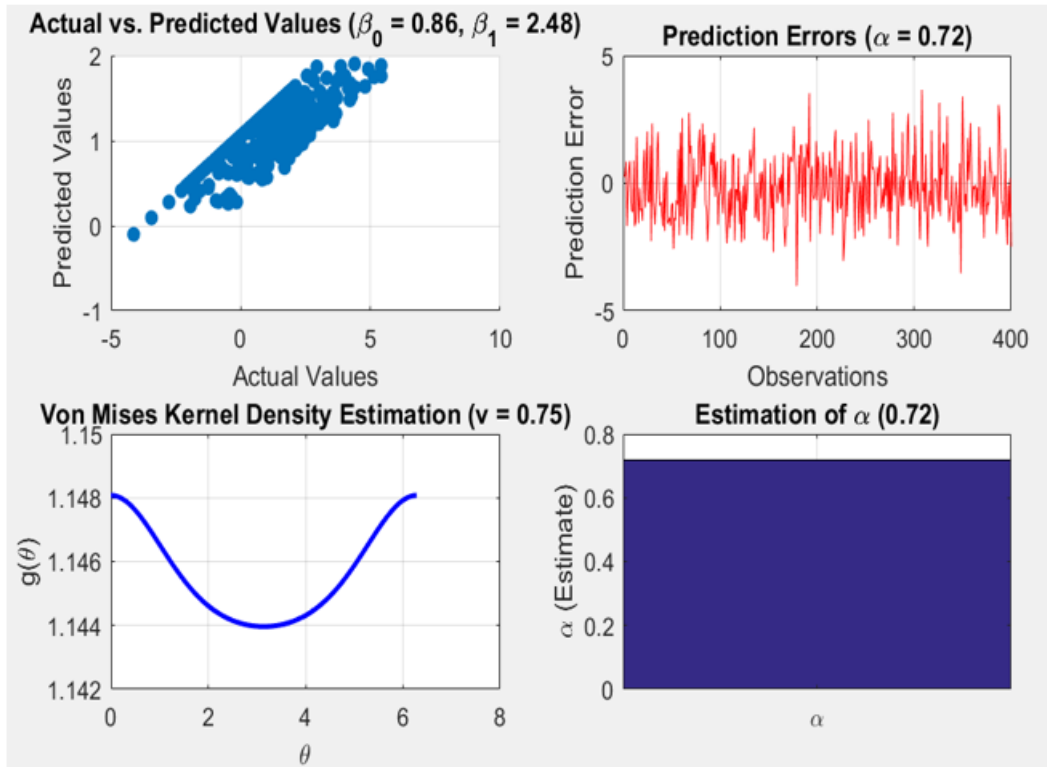
Case 21

شكل (10): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثاني بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (400)

جدول (12): التجربة الثالثة باستعمال دالة النواة (VM) للجزء اللامعلمي ولحجم (400) يبين (MSE , R^2) للمقدرات بتباين مفروض (0.25, 0.5, 1) وقيم معلمة الدمج (0.3, 0.6, 0.9) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α		معلمة التمهيد ν	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case1	0.25	0.7513	0.8869	211.1671	216.9032
			Case2	0.50	0.7465	0.8749	243.1603	248.8964
			Case3	0.75	0.7463	0.8896	279.5580	285.2941
		0.6	Case4	0.25	0.7134	0.8837	256.9184	262.6544
			Case5	0.50	0.7639	0.8846	254.2894	260.0254
			Case6	0.75	0.7047	0.8997	260.6818	266.4178
		.9	Case7	0.25	0.7347	0.8782	246.6177	252.3537
			Case8	0.50	0.7431	0.8893	248.8353	254.5713
			Case9	0.75	0.7641	0.8907	245.6719	251.4080
	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case10	0.25	0.7663	0.8674	259.9763	265.7124
			Case11	0.50	0.7966	0.8683	246.9906	252.7266
			Case12	0.75	0.7419	0.8597	284.7892	290.5253
		0.6	Case13	0.25	0.7349	0.8871	236.0632	241.7993
			Case14	0.50	0.7431	0.8897	233.0760	238.8120
			Case15	0.75	0.7984	0.8649	230.2907	236.0268
		.9	Case16	0.25	0.7410	0.8607	220.6163	226.3524
			Case17	0.50	0.7361	0.8649	236.6690	242.4051
			Case18	0.75	0.7448	0.8673	254.4712	260.2073
	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	Case19	0.25	0.7407	0.8671	232.8040	238.5400
			Case20	0.50	0.7009	0.8698	218.6306	224.3666
			Case21	0.75	0.60647	0.8807	254.2429	259.9790
		0.6	Case22	0.25	0.7128	0.8764	240.1654	245.9014
			Case23	0.50	0.7079	0.8708	219.6933	225.4294
			Case24	0.75	0.6647	0.8797	197.6301	203.3662
		.9	Case25	0.25	0.7962	0.8782	231.8463	237.5824
			Case26	0.50	0.7461	0.8074	222.0312	227.7672
			Case27	0.75	0.7076	0.8797	175.0593	180.7954



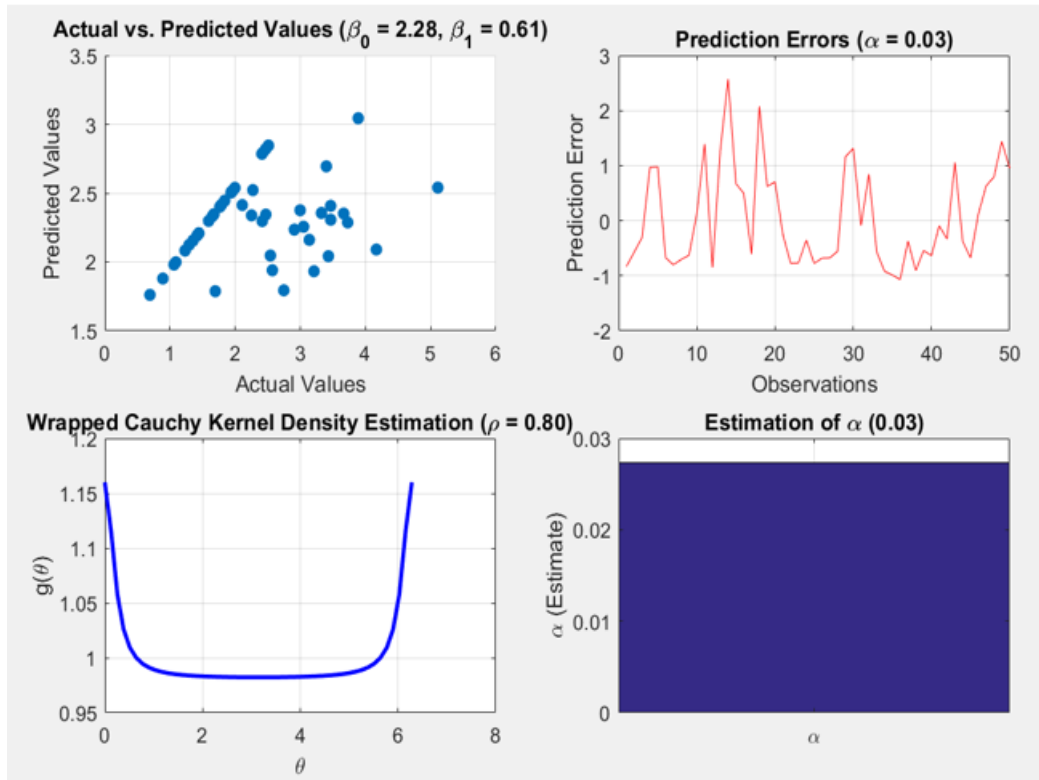
Case 27

شكل (11): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثالث بواسطة (VM) ومعلمة الدمج لحجم (400)

جدول (13): التجربة الأولى باستعمال دالة النواة كوشي المغلف Wrapped Cauchy (WC) للجزء اللامعلمي ولحجم (100) يبين (R^2 , MSE) للمقدرات بتباين مفروض (0.25, 0.5, 1) وقيم معلمة الدمج (0.05, 0.01, 0.1) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	ρ معلمة التركيز	cases	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case1	0.8492	0.8114	244.0546	249.7907
			0.2	Case2	1.3150	0.7204	231.4699	237.2060
			0.8	Case3	1.4390	0.8325	283.6150	289.3511
		0.01	0.05	Case4	0.7204	0.8704	158.6488	164.3849
			0.2	Case5	0.2095	0.7879	159.9879	165.7239
			0.8	Case6	0.8590	0.6037	216.2046	221.9406
		0.1	0.05	Case7	0.7951	0.6822	214.9935	220.7296
			0.2	Case8	0.8889	0.6108	199.5830	205.3191
			0.8	Case9	0.5331	0.7228	206.4197	212.1557
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case10	0.6241	0.5708	192.7504	198.4865
			0.2	Case11	0.5413	0.5805	210.9325	216.6686
			0.8	Case12	0.7046	0.5928	210.5768	216.3129
		0.01	0.05	Case13	0.6752	0.5675	218.6291	224.3651
			0.2	Case14	0.7976	0.5333	227.6973	233.4334
			0.8	Case15	0.6137	0.5765	212.7847	218.5208
		0.1	0.05	Case16	0.6394	0.5100	171.3497	177.0858
			0.2	Case17	0.5824	0.6347	218.7728	218.7728
			0.8	Case18	0.7174	0.5101	189.6551	195.3912
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case19	0.7308	0.5568	197.6770	203.4130
			0.2	Case20	0.6973	0.5896	175.2245	180.9606
			0.8	Case21	0.9281	0.5570	181.6656	187.4016
		0.01	0.05	Case22	0.5314	0.53004	0.3004	178.4161
			0.2	Case23	0.9397	0.51700	181.1262	186.8623
			0.8	Case24	0.7992	0.5927	155.2101	160.9462
		0.1	0.05	Case25	0.8102	0.51162	184.6515	190.3876
			0.2	Case26	0.8822	0.51404	161.0923	166.8284
			0.8	Case27	0.6878	0.52188	166.9540	172.6901



Case 24

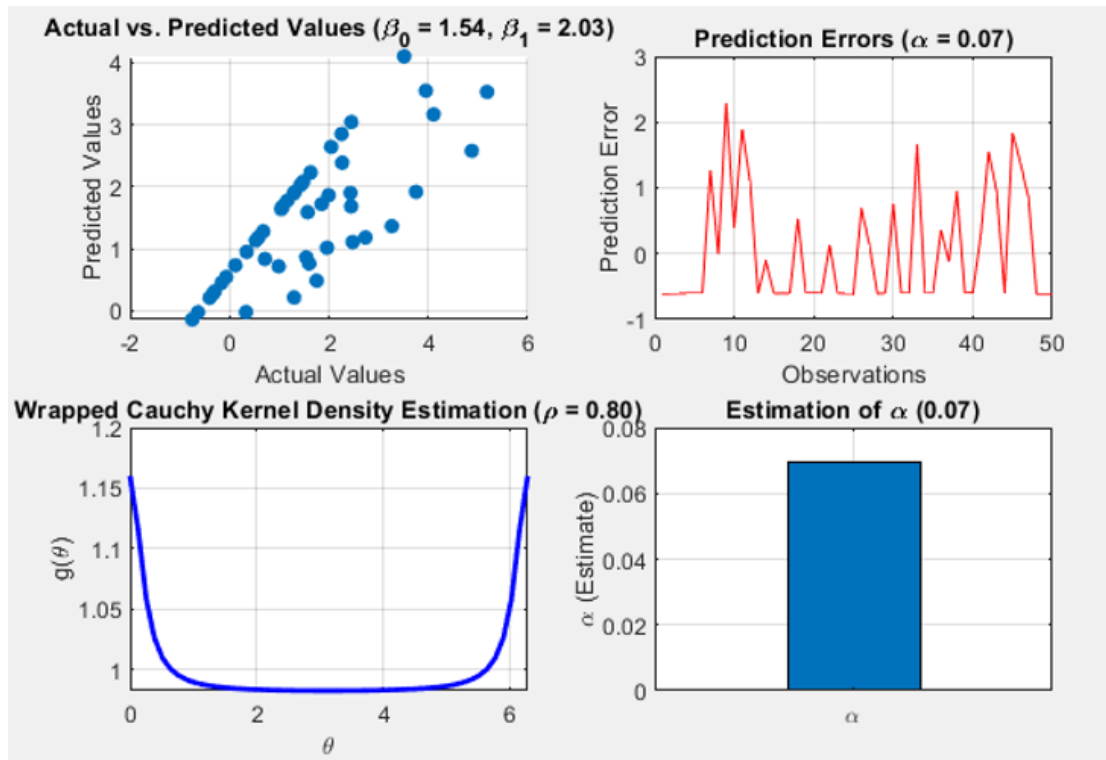
شكل (12): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الأول بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم (100)

جدول (14): التجربة الثانية باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) للجزء اللامعلمي ولحجم (100) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.7 , 0.5 , 0.2) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i \cdot \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	0.05	Case1	0.8618	0.7841	237.6991	243.4351
			0.2	Case2	0.6995	0.8709	266.0552	271.7913
			0.8	Case3	0.5212	0.8356	255.3468	261.0828
		0.5	0.05	Case4	0.7801	0.8073	250.8651	256.6012
			0.2	Case5	0.8991	0.8236	268.5979	274.3339
			0.8	Case6	0.8772	0.8366	260.1466	265.8826
		0.7	0.05	Case7	0.9383	0.7778	250.6565	256.3926
			0.2	Case8	0.9917	0.7734	245.5156	251.2517
			0.8	Case9	0.8050	0.7783	260.8621	266.5982
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	0.05	Case10	0.7100	0.7195	259.1424	264.8785
			0.2	Case11	0.8807	0.7474	281.5336	287.2697
			0.8	Case12	0.8229	0.6345	311.1835	316.9196
		0.5	0.05	Case13	0.9129	0.7132	227.2485	232.9846
			0.2	Case14	0.7405	0.6653	238.8327	244.5688
			0.8	Case15	0.6745	0.7491	241.0088	246.7449
		0.7	0.05	Case16	0.7520	0.7265	268.4895	274.2256
			0.2	Case17	0.7123	0.7298	287.5813	293.3174
			0.8	Case18	0.6493	0.7699	238.2664	244.0025
	$B_0 = 0.9$ $B_1 = 1.9$	0.2	0.05	Case19	0.6788	0.7000	351.3270	357.0630
			0.2	Case20	0.6528	0.6916	296.8060	302.5421
			0.8	Case21	0.7712	0.6711	284.8886	290.6247
		0.5	0.05	Case22	0.7594	0.6326	310.4894	316.2255
			0.2	Case23	0.7666	0.6745	291.4771	297.2131
			0.8	Case24	0.2818	0.8226	216.9396	222.6756
		0.7	0.05	Case25	0.7537	0.6113	264.6818	270.4178
			0.2	Case26	0.7301	0.6031	268.7731	274.5092
			0.8	Case27	0.7931	0.6577	271.7859	277.5219



Case 24

شكل (13): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثاني بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

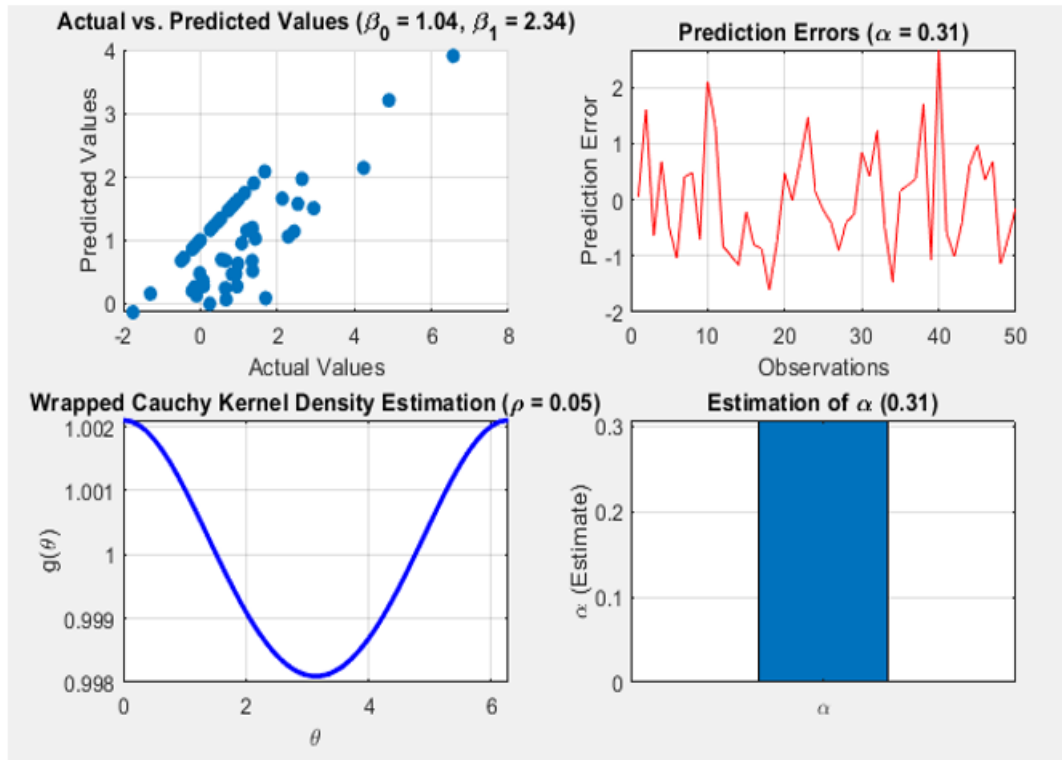
(100)

جدول (15): التجربة الثالثة باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) للجزء اللامعلمي ولحجم (100) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.3 , 0.6 , 0.9) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC	
1	$B_0 = 0.05$ $B_1 = 2.5$	0.3	0.05	Case1	0.7003	0.7791	293.8968	299.6329	
			0.2	Case2	0.7509	0.8950	282.3754	288.1115	
			0.8	Case3	0.6525	0.9155	295.4789	301.2150	
		0.6	0.05	Case4	0.8475	0.8984	288.8822	294.6182	
			0.2	Case5	0.8051	0.8955	301.7179	307.4540	
			0.8	Case6	0.8215	0.8328	288.0431	293.7791	
		0.9	0.05	Case7	0.8481	0.8741	291.2422	296.9783	
				Case8		0.7596	0.8477	331.4650	337.2011
				Case9		0.8248	0.8392	299.9864	305.7225
	$0.05B_0 =$ $B_1 = 2.5$	0.3	0.05	Case10	0.9332	0.7414	254.1346	259.8707	
			0.2	Case11	0.8975	0.8115	296.2778	302.0139	
			0.8	Case12	0.7301	0.8385	298.6867	304.4227	
		0.06	0.05	Case13	0.6978	0.7540	309.5596	315.2956	
			0.2	Case14	0.8460	0.7463	349.7823	355.5183	
			0.8	Case15	0.8908	0.6052	284.9451	290.6812	
		0.9	0.05	Case16	0.9657	0.7629	284.1613	289.8974	
			0.2	Case17	0.9172	0.6983	274.5568	280.2929	
			0.8	Case18	0.7314	0.7777	330.6711	336.4071	
	$0.05B_0 =$ $B_1 = 2.5$	0.3	0.05	Case19	0.8957	0.5678	246.5906	252.3267	
			0.2	Case20	0.8444	0.6435	270.7711	276.5072	
			0.8	Case21	0.8894	0.6540	258.4189	264.1550	
		0.06	0.05	Case22	0.8118	0.6291	275.6060	281.3421	
			0.2	Case23	0.9680	0.5838	300.7401	306.4762	
			0.8	Case24	0.8730	0.6691	271.6192	277.3553	
		0.9	0.05	Case25	0.8509	0.5379	257.4324	263.1685	
			0.2	Case26	0.8331	0.5953	256.7680	262.5040	
			0.8	Case27	0.9302	0.4702	259.3727	265.1088	



Case 19

شكل (14): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثالث بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

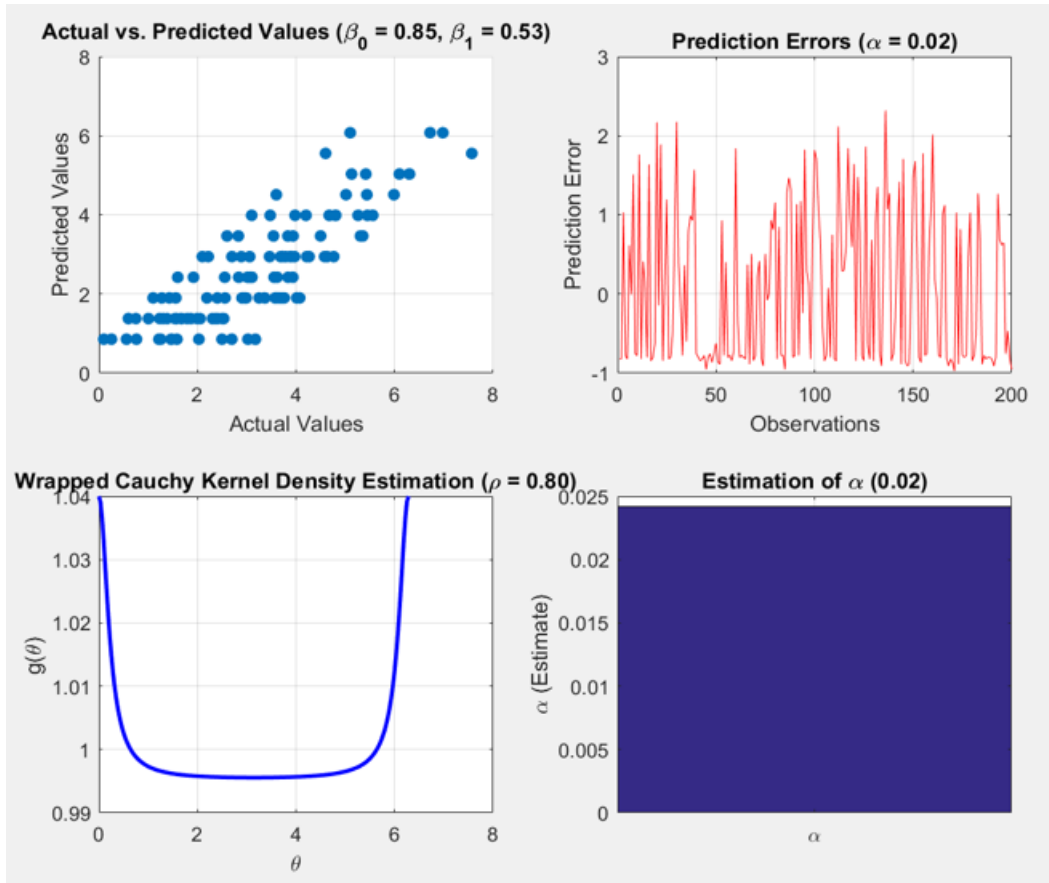
(100)

جدول (16): التجربة الأولى باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) للجزء اللامعلمي ولحجم (200) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.1 , 0.01 , 0.05) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case1	0.8758	0.7247	1159.2621	1169.1570
			0.2	Case2	0.8747	0.7249	1159.2375	1169.1325
			0.8	Case3	0.8683	0.7258	1159.0870	1168.9819
		0.01	0.05	Case4	0.9665	0.8582	1127.8188	1137.7138
			0.2	Case5	0.9663	0.8582	1127.7961	1137.6911
			0.8	Case6	0.9650	0.8584	1127.6633	1137.5582
		0.1	0.05	Case7	1.2440	0.5638	924.5090	934.4040
			0.2	Case8	1.2438	0.5639	924.5019	934.3969
			0.8	Case9	1.2421	0.5644	924.4498	934.3448
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case10	1.0075	0.6467	917.3843	927.2792
			0.2	Case11	0.9825	0.6138	866.7041	876.5990
			0.8	Case12	1.0027	0.6494	898.0277	907.9226
		0.01	0.05	Case13	0.9324	0.6739	891.7715	901.6665
			0.2	Case14	0.9328	0.6738	892.1790	902.0739
			0.8	Case15	0.9318	0.6337	862.0611	871.9560
		0.1	0.05	Case16	1.1743	0.5384	877.8954	887.7903
			0.2	Case17	1.1740	0.5385	877.8865	887.7814
			0.8	Case18	1.1728	0.5390	877.8240	887.7189
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case19	0.9907	0.6106	868.9930	878.8880
			0.2	Case20	0.9915	0.6102	869.2509	879.1458
			0.8	Case21	0.9909	0.6105	869.1923	879.0872
		0.01	0.05	Case22	0.9320	0.6336	862.1749	872.0699
			0.2	Case23	0.9319	0.6336	862.1656	872.0605
			0.8	Case24	0.9318	0.6337	862.1110	872.0059
		0.1	0.05	Case25	1.1781	0.5369	878.4514	888.3464
			0.2	Case26	1.1449	0.5500	873.6231	883.5181
			0.8	Case27	1.1437	0.5504	873.5745	883.4694



Case 24

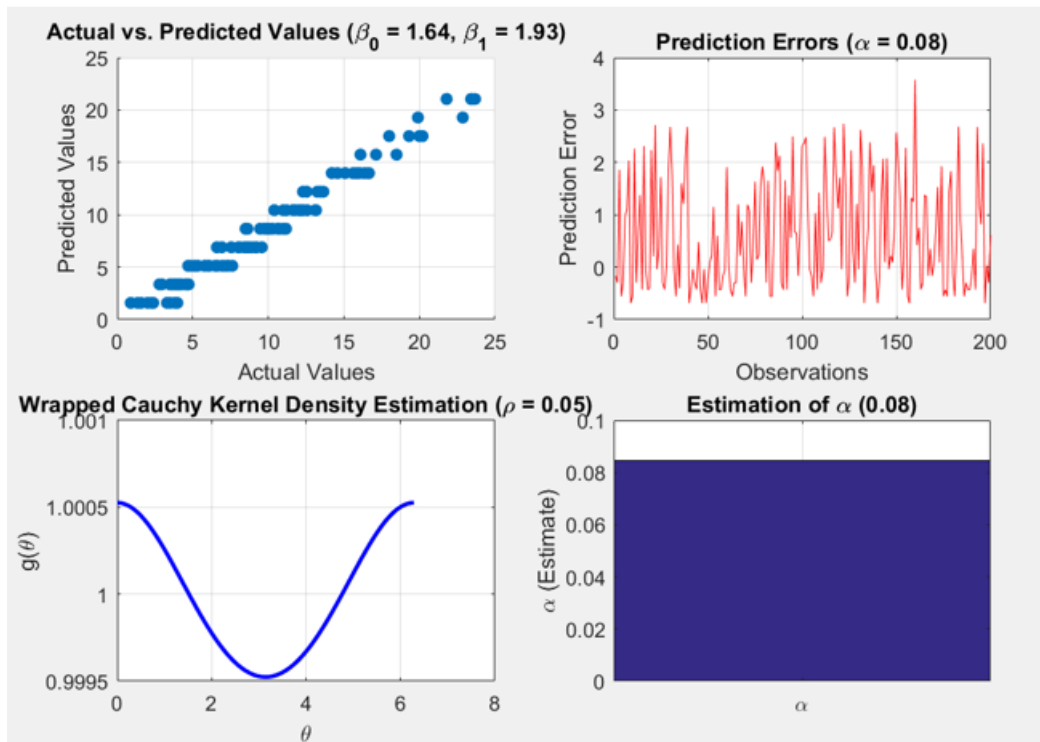
شكل (15): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الأول بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم (200)

جدول (17): التجربة الثانية باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) للجزء اللامعلمي ولحجم (200) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.7 , 0.5 , 0.2) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i \cdot \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case1	0.5892	0.8333	249.0645	254.8005
			0.2	Case2	0.57388	0.9285	253.7727	1055.4626
			0.8	Case3	0.58673	0.8740	1045.4015	1055.2964
		0.05	0.05	Case4	0.7622	0.7737	1069.8632	1079.758
			0.2	Case5	0.7718	0.7741	1069.8395	1079.7344
			0.8	Case6	0.7711	0.7746	1069.6918	1079.5867
		0.1	0.05	Case7	0.4096	0.9424	425.0951	434.9900
			0.2	Case8	0.4100	0.96214	421.5178	484.6245
			0.8	Case9	0.4121	0.9418	498.4820	508.3770
	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case10	0.5089	0.9423	425.1008	434.9958
			0.2	Case11	0.5071	0.9424	425.0735	434.9685
			0.8	Case12	0.4964	0.9428	424.9138	434.8088
		0.05	0.05	Case13	0.5845	0.7418	498.7019	508.5969
			0.2	Case14	0.6524	0.7423	498.6713	508.5663
			0.8	Case15	0.4121	0.7587	498.4820	508.3770
		0.1	0.05	Case16	0.56478	0.7418	606.9829	616.8779
			0.2	Case17	0.7454	0.7650	460.4253	470.3202
			0.8	Case18	0.7214	0.7662	460.2502	470.1451
	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case19	0.7854	0.6094	479.2163	489.1113
			0.2	Case20	0.7652	0.6097	479.1865	489.0814
			0.8	Case21	0.7524	0.6114	479.0042	488.8991
		0.05	0.05	Case22	0.6954	0.9423	425.1008	434.9958
			0.2	Case23	0.6627	0.9424	425.0735	434.9685
			0.8	Case24	0.6234	0.8767	442.2201	452.1150
		0.1	0.05	Case25	0.75621	0.6094	479.2163	489.1113
			0.2	Case26	0.7418	0.6097	479.1865	489.0814
			0.8	Case27	0.7254	0.6114	479.0042	488.8991



Case 1

شكل (16): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثاني بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

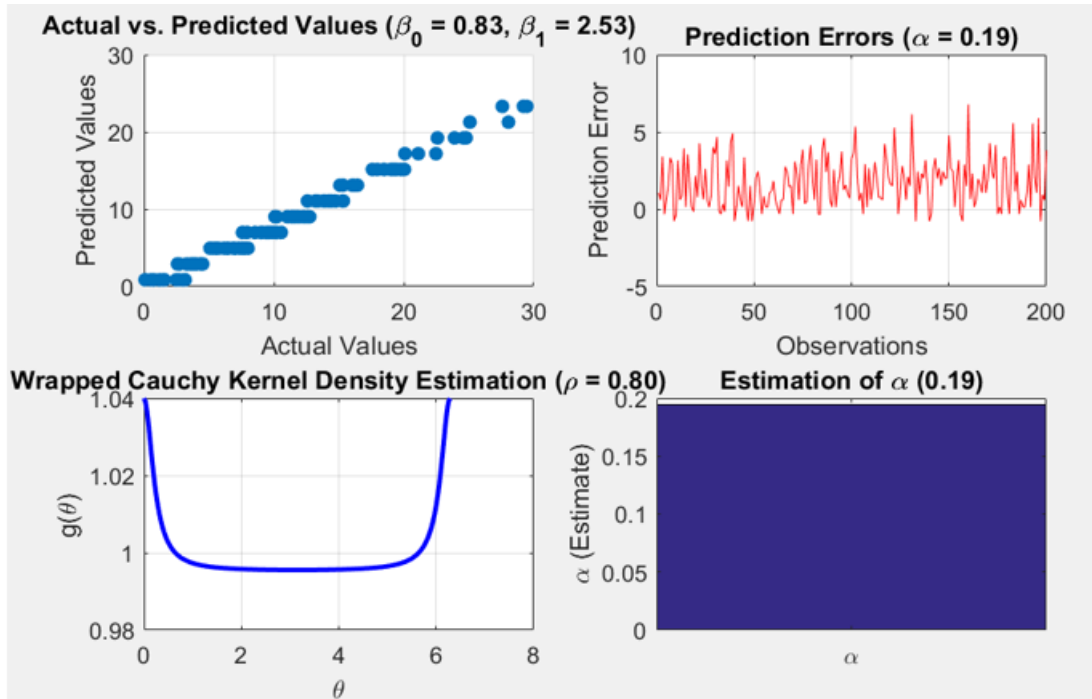
(200)

جدول (18): التجربة الثالثة باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) للجزء اللامعطي ولحجم (200) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.3 , 0.6 , 0.9) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case1	0.7376	0.9564	625.9847	635.8797
			0.2	Case2	0.7351	0.9564	625.9682	635.8632
			0.8	Case3	0.7337	0.9569	625.8713	635.7662
		0.6	0.05	Case4	0.7302	0.9725	621.7981	631.6931
			0.2	Case5	0.7271	0.9726	621.7817	631.6767
			0.8	Case6	0.7253	0.9729	621.6858	631.5807
		0.9	0.05	Case7	0.7788	0.9564	625.9847	635.8797
			0.2	Case8	0.7740	0.9564	625.9682	635.8632
			0.8	Case9	0.7459	0.9569	625.8713	635.7662
	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case10	0.9579	0.7452	558.5159	568.4108
			0.2	Case11	0.9573	0.7454	558.4959	568.3909
			0.8	Case12	0.9568	0.7467	558.3752	568.2702
		0.0.6	0.05	Case13	0.9076	0.8761	543.8457	553.7406
			0.2	Case14	0.9054	0.8773	543.9624	553.8573
			0.8	Case15	0.9048	0.8861	543.8417	553.7306
		0.9	0.05	Case16	0.8399	0.8179	551.0503	560.9452
			0.2	Case17	0.7418	0.8168	551.1690	561.0640
			0.8	Case18	0.7352	0.8192	551.0503	560.9452
	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case19	1.0548	0.6607	565.9632	575.8581
			0.2	Case20	0.92511	0.6610	565.9431	575.8380
			0.8	Case21	0.9398	0.6624	565.8205	575.7154
		0.0.6	0.05	Case22	0.7622	0.7238	598.4044	608.2993
			0.2	Case23	0.74950	0.7240	598.5342	608.4292
			0.8	Case24	0.7461	0.7251	598.5549	608.4499
		0.9	0.05	Case25	0.9285	0.7464	872.2466	882.1416
			0.2	Case26	0.9279	0.7466	872.8507	882.7456
			0.8	Case27	0.9277	0.7471	873.0803	882.9753



Case 15

شكل (17): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثالث بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

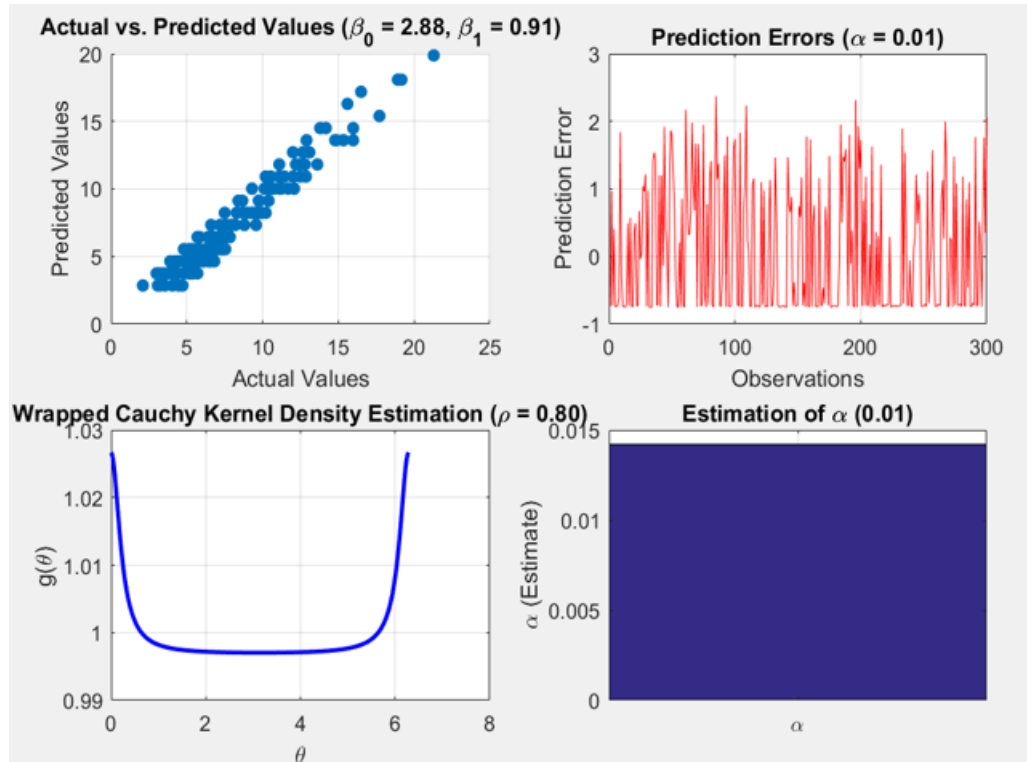
(200)

جدول (19): التجربة الأولى باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) للجزء اللامعطي ولحجم (300) يبين (MSE, R^2) للمقدرات بتباين مفروض (1, 0.5, 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.1, 0.01, 0.05) لأنموذج

الانحدار شبه المعطي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R^2	AIC	BIC
1	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case1	0.9265	0.9190	896.2799	907.3913
			0.2	Case2	0.9236	0.9192	895.5615	906.6729
			0.8	Case3	0.9220	0.9194	895.1418	906.2531
		0.01	0.05	Case4	0.9439	0.9175	899.8716	910.9830
			0.2	Case5	0.9439	0.9175	899.8692	910.9805
			0.8	Case6	0.9435	0.9175	899.8065	910.9178
		0.1	0.05	Case7	0.9141	0.9201	892.7090	903.8204
			0.2	Case8	0.9140	0.9199	892.7065	903.8178
			0.8	Case9	0.9139	0.9201	892.6446	903.7560
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case10	0.9141	0.9201	892.7090	903.8204
			0.2	Case11	0.9345	0.9183	898.0707	909.1820
			0.8	Case12	0.9342	0.9183	898.0082	909.1195
		0.01	0.05	Case13	0.9439	0.9175	899.8716	910.9830
			0.2	Case14	0.9544	0.9166	901.6729	912.7842
			0.8	Case15	0.9540	0.9166	901.6100	912.7213
		0.1	0.05	Case16	0.9936	0.9131	907.1175	918.2289
			0.2	Case17	1.0190	0.9109	910.0370	921.1483
			0.8	Case18	1.0184	0.9110	909.9731	909.9731
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case19	0.9265	0.9190	896.2799	907.3913
			0.2	Case20	0.9265	0.9190	896.2774	907.3887
			0.8	Case21	0.9262	0.9190	896.2151	907.3265
		0.01	0.05	Case22	0.9439	0.9175	899.8716	910.9830
			0.2	Case23	0.9439	0.9175	899.8692	910.9805
			0.8	Case24	0.9435	0.9175	899.8065	910.9178
		0.1	0.05	Case25	0.9936	0.9131	907.1175	918.2289
			0.2	Case26	0.9935	0.9131	907.1152	918.2266
			0.8	Case27	0.9930	0.9132	907.0517	918.1631



Case 9

شكل (18): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الأول بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

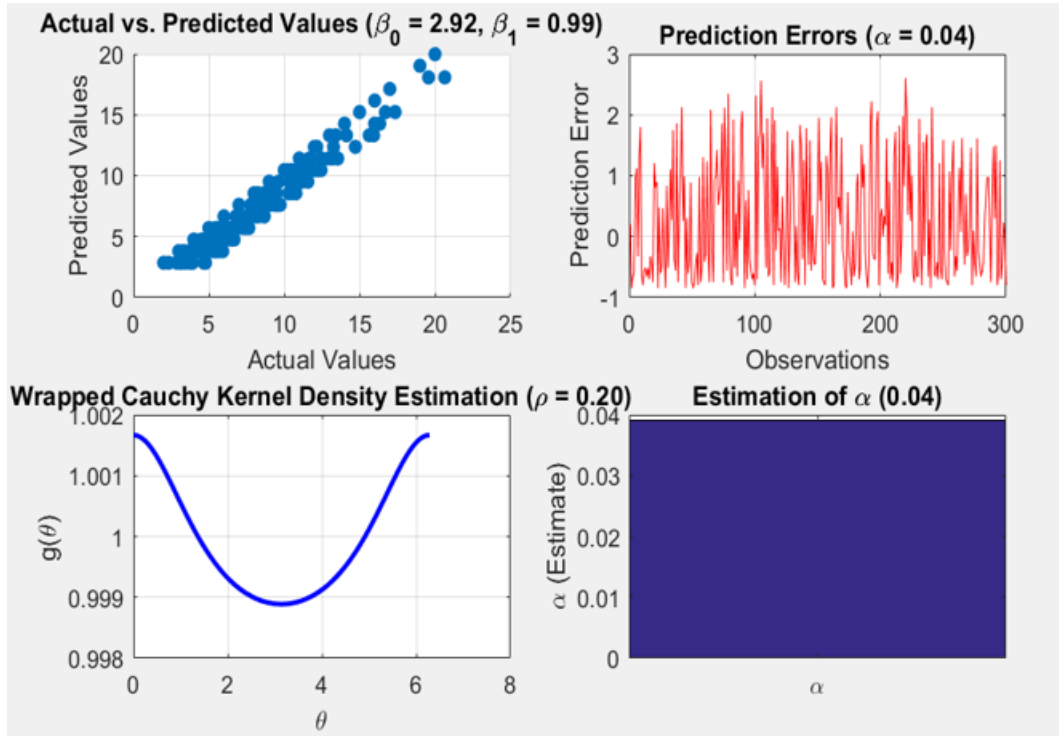
(300)

جدول (20): التجربة الثانية باستعمال دالة النواة كوشي الملتف (WC) للجزء اللامعلمي ولحجم (300) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.7 , 0.5 , 0.2) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i \cdot \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case1	0.5815	0.9366	145.6403	156.7517
			0.2	Case2	0.5691	0.9374	160.0247	171.1360
			0.8	Case3	0.5483	0.9460	173.6035	184.7148
		0.05	0.05	Case4	0.5422	0.9475	116.4349	127.5462
			0.2	Case5	0.7637	0.9278	150.9443	162.0556
			0.8	Case6	0.7619	0.9307	181.6659	192.7772
		0.1	0.05	Case7	0.4045	0.8745	139.0330	150.1444
			0.2	Case8	0.489	0.8375	251.6367	262.7480
			0.8	Case9	0.4119	0.8354	236.2149	247.3262
	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case10	0.5046	0.9467	205.3527	216.4640
			0.2	Case11	0.5026	0.9498	160.9440	172.0554
			0.8	Case12	0.47524	0.9548	134.6353	145.7467
		0.05	0.05	Case13	0.57521	0.9279	203.8795	214.9909
			0.2	Case14	0.6312	0.9164	109.3405	120.4518
			0.8	Case15	0.4121	0.9387	141.9080	153.0193
		0.1	0.05	Case16	0.5426	0.8471	199.6133	210.7246
			0.2	Case17	0.5382	0.8526	201.9738	213.0852
			0.8	Case18	0.5414	0.8504	218.6172	229.7286
	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case19	0.7425	0.9382	214.5952	225.7066
			0.2	Case20	0.7413	0.9474	209.7650	220.8763
			0.8	Case21	0.7524	0.9375	265.2338	276.3452
		0.05	0.05	Case22	0.6211	0.9215	393.2918	394.4031
			0.2	Case23	0.6156	0.9248	391.0587	392.1701
			0.8	Case24	0.61382	0.9453	373.8006	384.9119
		0.1	0.05	Case25	0.71856	0.8520	624.6897	635.8010
			0.2	Case26	0.7146	0.8566	626.9362	638.0475
			0.8	Case27	0.71543	0.8451	644.2491	655.3604



Case 14

شكل (19): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للنموذج الثاني بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

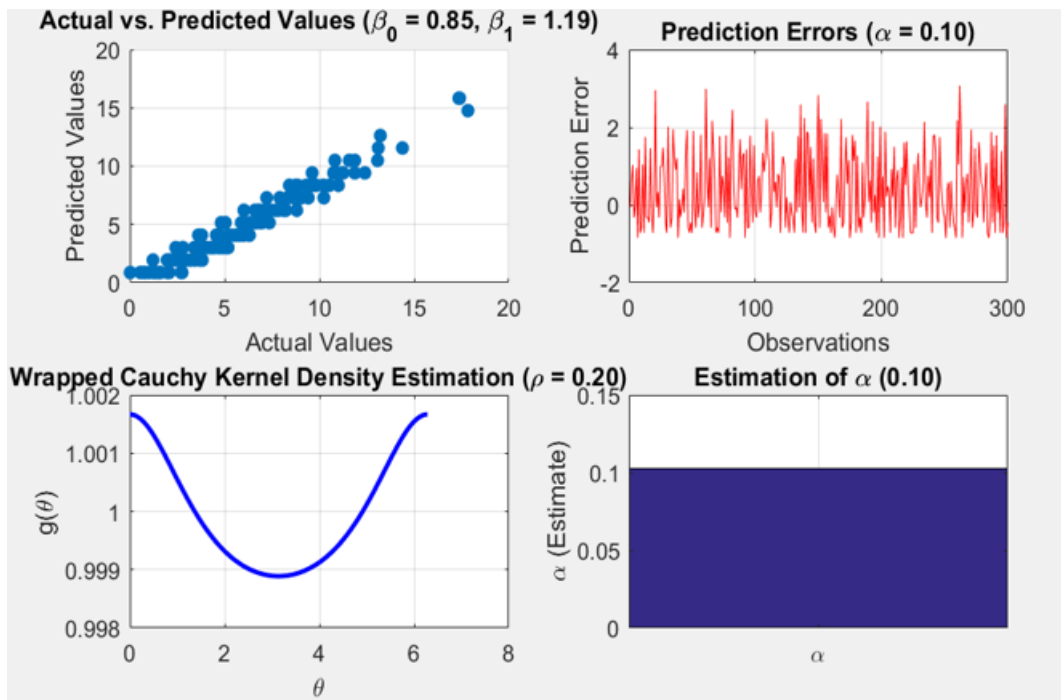
(300)

جدول (21): التجربة الثالثة باستعمال دالة النواة كوشي الملتف (WC) للجزء اللامعطي ولحجم (300) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.3 , 0.6 , 0.9) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case1	0.7215	0.9542	515.8183	522.9644
			0.2	Case2	0.7341	0.9548	527.1908	534.3369
			0.8	Case3	0.7313	0.9553	522.8809	530.0270
		0.6	0.05	Case4	0.7298	0.9721	508.2894	515.4355
			0.2	Case5	0.7259	0.9722	512.9913	520.1374
			0.8	Case6	0.7243	0.9723	546.6606	553.8067
		0.9	0.05	Case7	0.7751	0.9547	537.6712	544.8173
			0.2	Case8	0.7733	0.9543	475.2813	482.4274
			0.8	Case9	0.7438	0.9551	549.8505	556.9965
	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case10	0.9564	0.7491	488.6644	495.8105
			0.2	Case11	0.9466	0.7498	541.7702	548.9163
			0.8	Case12	0.9551	0.7487	523.5432	568.2702
		0.6	0.05	Case13	0.967	0.8794	547.4762	554.6223
			0.2	Case14	0.9041	0.8781	523.0068	530.1529
			0.8	Case15	0.9043	0.8879	541.2727	548.4187
		0.9	0.05	Case16	0.8371	0.8243	555.7830	562.9291
			0.2	Case17	0.7374	0.8246	562.9291	562.9291
			0.8	Case18	0.7339	0.8247	553.2189	560.3650
	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case19	1.0213	0.6684	541.2703	548.4164
			0.2	Case20	0.9243	0.6647	507.7481	514.8942
			0.8	Case21	0.9351	0.6685	529.8642	537.0103
		0.6	0.05	Case22	0.7578	0.7247	538.1552	545.3012
			0.2	Case23	0.7431	0.7315	527.9316	535.0777
			0.8	Case24	0.7367	0.7279	539.7747	539.7747
		0.9	0.05	Case25	0.9145	0.7478	534.5142	541.6602
			0.2	Case26	0.9225	0.7491	562.0290	569.1750
			0.8	Case27	0.9187	0.7498	579.3460	586.4921



Case 20

شكل (20): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للأنموذج الثالثة بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

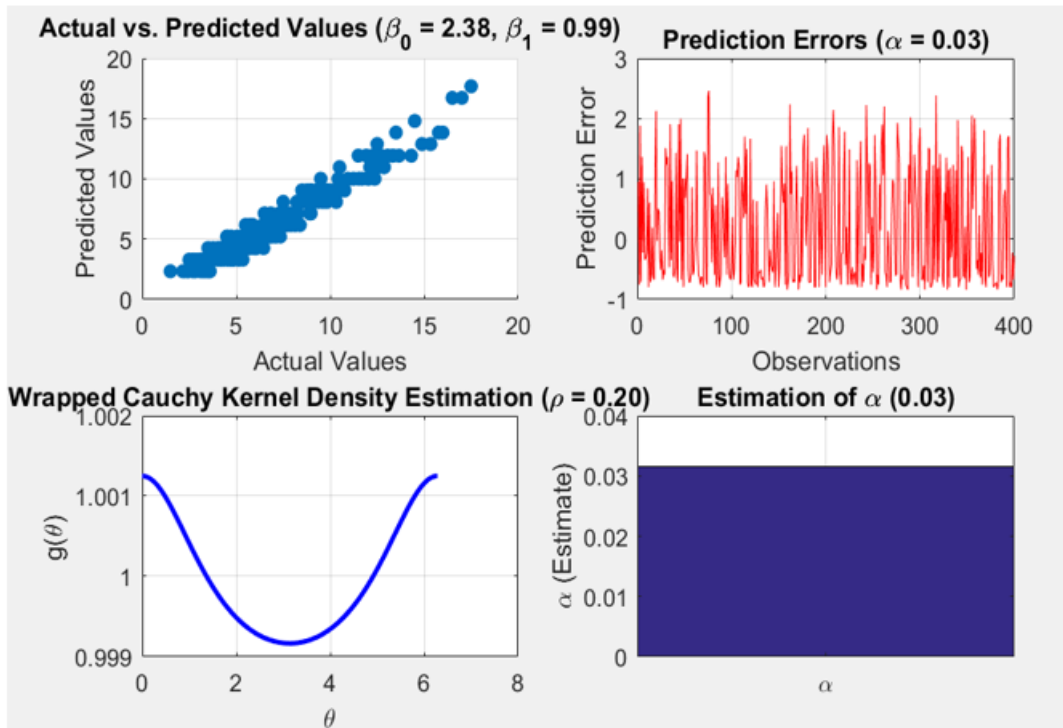
(300)

جدول (22): التجربة الأولى باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) للجزء اللامعلمي ولحجم (400) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1, 0.5, 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.1, 0.01, 0.05) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case1	0.8536	0.9374	395.5118	407.4861
			0.2	Case2	0.8527	0.9376	493.4313	505.4057
			0.8	Case3	0.8664	0.9384	417.7872	429.7616
		0.01	0.05	Case4	0.9374	0.9274	465.0013	476.9757
			0.2	Case5	0.9349	0.9279	393.5156	405.4900
			0.8	Case6	0.9367	0.9367	408.3022	420.2766
		0.1	0.05	Case7	0.9063	0.9476	868.0871	880.0615
			0.2	Case8	0.9058	0.9496	754.4782	766.4526
			0.8	Case9	0.9041	0.9511	719.7795	731.7539
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case10	0.9139	0.9250	424.8611	436.8355
			0.2	Case11	0.9276	0.9249	402.1015	414.0759
			0.8	Case12	0.9274	0.9273	463.7049	475.6793
		0.01	0.05	Case13	0.9349	0.9279	400.8728	412.8472
			0.2	Case14	0.9428	0.9255	496.6154	484.6410
			0.8	Case15	0.9463	0.9253	445.3361	457.3105
		0.1	0.05	Case16	0.9513	0.9417	886.5921	898.5665
			0.2	Case17	0.9471	0.9247	713.6543	725.6287
			0.8	Case18	0.9746	0.9423	771.4056	783.3800
	$B_0 = 1.5$ $B_1 = 1$	0.05	0.05	Case19	0.9207	0.9237	472.5624	460.5880
			0.2	Case20	0.9217	0.9247	426.9683	414.9939
			0.8	Case21	0.9174	0.9245	448.0073	436.0329
		0.01	0.05	Case22	0.9411	0.9274	484.1522	496.1266
			0.2	Case23	0.9411	0.9249	431.8768	443.8512
			0.8	Case24	0.9417	0.9274	480.6947	492.6691
		0.1	0.05	Case25	0.9719	0.9173	801.5230	813.4974
			0.2	Case26	0.9831	0.9148	749.2951	761.2695
			0.8	Case27	0.9513	0.9157	838.2210	850.1954



Case 5

شكل (21): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للأنموذج الأول بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

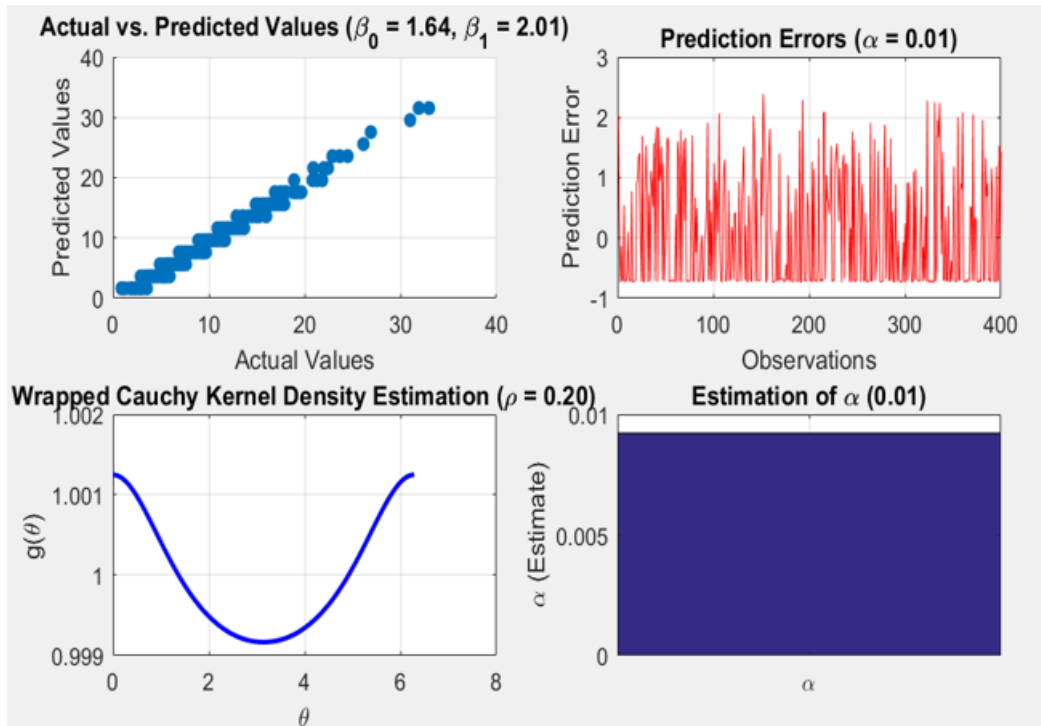
(400)

جدول (23): التجربة الثانية باستعمال دالة النواة كوشي المغلف (WC) للجزء اللامعلمي ولحجم (400) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.7 , 0.5 , 0.2) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i \cdot \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case1	0.5507	0.9412	138.9882	150.9626
			0.2	Case2	0.5516	0.9418	100.2927	112.2671
			0.8	Case3	0.5453	0.9471	140.9894	152.9638
		0.05	0.05	Case4	0.5419	0.9486	199.4739	111.4483
			0.2	Case5	0.7579	0.9346	147.8415	159.8159
			0.8	Case6	0.7549	0.9374	129.4058	141.3802
		0.1	0.05	Case7	0.4041	0.8876	119.4590	131.4333
			0.2	Case8	0.4734	0.8861	150.4714	162.4458
			0.8	Case9	0.4107	0.8473	114.3972	126.3716
	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case10	0.5041	0.9476	197.5264	109.5008
			0.2	Case11	0.5017	0.9516	160.9440	172.0554
			0.8	Case12	0.5647	0.9517	133.3216	145.2960
		0.05	0.05	Case13	0.56278	0.9346	163.7461	175.7205
			0.2	Case14	0.6247	0.9274	123.7548	135.7292
			0.8	Case15	0.4086	0.9394	193.6982	105.6726
		0.1	0.05	Case16	0.5353	0.8483	153.6724	165.6468
			0.2	Case17	0.5349	0.8577	151.7583	163.7327
			0.8	Case18	0.5376	0.8519	177.4051	189.3795
	0.9B ₀ = .9B ₁ = 1	0.01	0.05	Case19	0.7408	0.9397	150.0509	162.0253
			0.2	Case20	0.7388	0.9483	174.0368	186.0112
			0.8	Case21	0.7507	0.9391	163.3926	175.3670
		0.05	0.05	Case22	0.6207	0.9346	109.8053	121.7796
			0.2	Case23	0.6132	0.9273	122.3900	134.3644
			0.8	Case24	0.6127	0.9483	179.4960	191.4704
		0.1	0.05	Case25	0.7119	0.8576	185.2676	197.2420
			0.2	Case26	0.7133	0.8674	114.9564	126.9308
			0.8	Case27	0.7117	0.8471	219.8716	231.8460



Case 2

شكل (6-22): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للأنموذج الثاني بواسطة (WC) ومعلمة الدمج لحجم

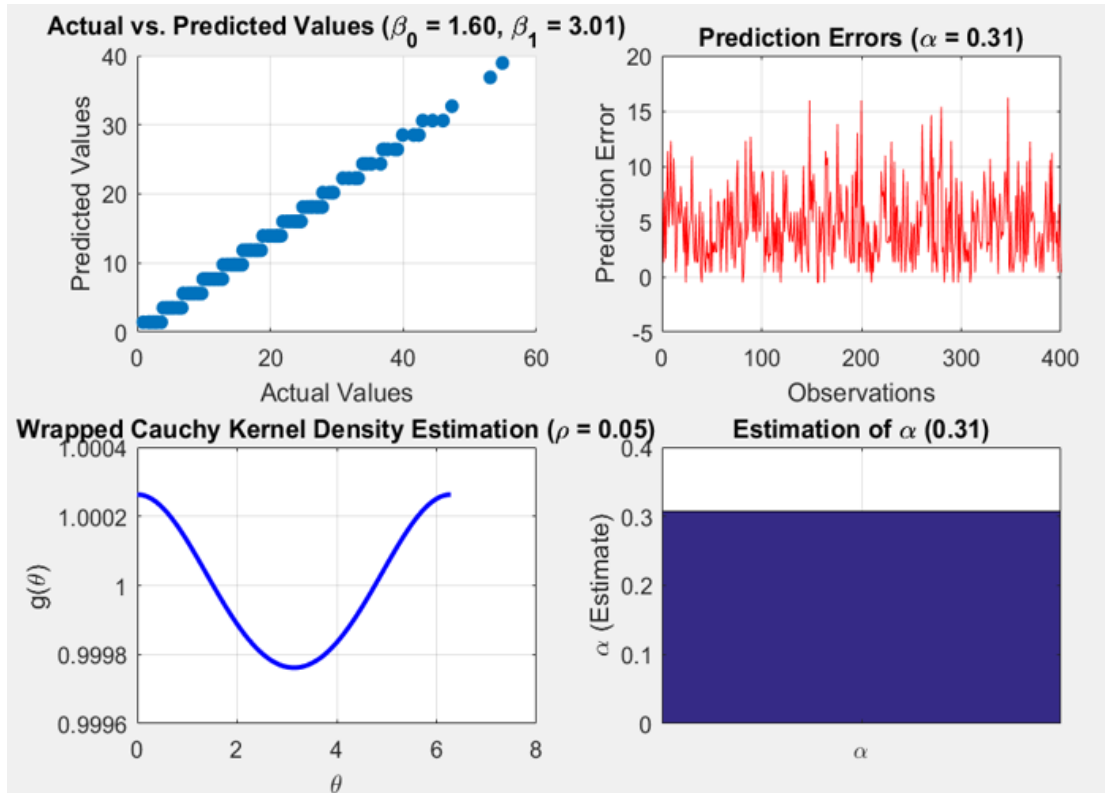
(400)

جدول (24): التجربة الثالثة باستعمال دالة النواة كوشي الملتف (WC) للجزء اللامعطي ولحجم (400) يبين (MSE , R²) للمقدرات بتباين مفروض (1 , 0.5 , 0.25) وقيم معلمة الدمج (0.3 , 0.6 , 0.9) لأنموذج

الانحدار شبه المعلمي الدائري-الخطي-الدائري المدمج

$$y_i = (1 - \alpha)f(x_i, \beta) + \alpha g(\theta_i) + \varepsilon_i$$

σ^2	parameter	معلمة الدمج α	معلمة التركيز ρ	cases	MSE	R ²	AIC	BIC
1	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case1	0.6378	0.95381	416.2929	528.2673
			0.2	Case2	0.6524	0.95374	450.1481	562.1224
			0.8	Case3	0.6488	0.95401	443.4394	555.4137
		0.6	0.05	Case4	0.5611	0.97109	216.4026	328.3770
			0.2	Case5	0.5379	0.9764	233.1953	265.1697
			0.8	Case6	0.5374	0.9749	226.0846	338.0590
		0.9	0.05	Case7	0.6531	0.9559	218.8595	330.8339
			0.2	Case8	0.6855	0.9558	226.6311	338.6055
			0.8	Case9	0.6337	0.9563	295.0826	307.0570
	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case10	0.6176	0.7497	263.8176	375.7920
			0.2	Case11	0.6086	0.7457	317.4650	329.4394
			0.8	Case12	0.6941	0.7593	304.4175	316.3918
		0.6	0.05	Case13	0.5488	0.9077	275.6344	387.6088
			0.2	Case14	0.5434	0.9083	343.1897	355.1640
			0.8	Case15	0.5373	0.9087	375.7797	387.7541
		0.9	0.05	Case16	0.7684	0.8361	342.7767	354.7511
			0.2	Case17	0.7299	0.8393	338.6490	350.6234
			0.8	Case18	0.7107	0.8357	347.1577	359.1321
	0.05B ₀ = B ₁ = 2.5	0.3	0.05	Case19	0.9641	0.69387	349.3817	361.3561
			0.2	Case20	0.9219	0.6693	307.1159	319.0903
			0.8	Case21	0.9277	0.66711	341.0265	353.0009
		0.6	0.05	Case22	0.6814	0.7363	325.2208	337.1952
			0.2	Case23	0.6837	0.7384	371.6459	383.6203
			0.8	Case24	0.7222	0.7364	253.9530	365.9274
		0.9	0.05	Case25	0.8930	0.7479	320.0278	332.0022
			0.2	Case26	0.8674	0.7506	315.3714	327.3458
			0.8	Case27	0.8447	0.7511	264.9523	376.9267

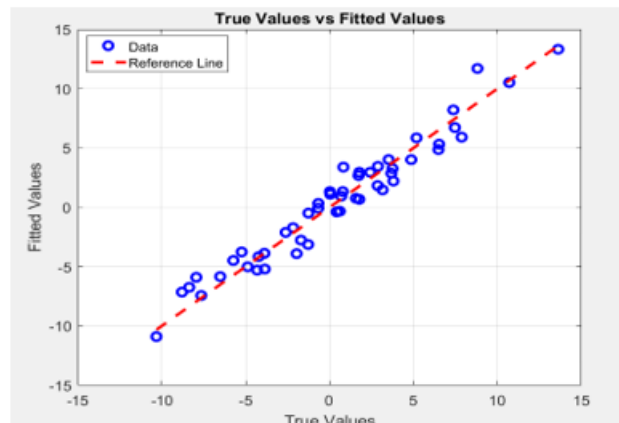


case 4

شكل (6-23): يشير الى المقدرات المعلمية والامعلمية للأنموذج الثالثة بواسطة دالة نواة كوشي المغلف (WC) ومعلمة الدمج لحجم (400)

جدول (25): التجربة الأولى عند $(B_0 = 1.5, B_1 = 1)$ اختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) لحجم (100)

	Lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.036983	0.92414	37.714	41.538
Case2	2	0.033882	0.94815	32.813	36.637
Case3	3	0.035912	0.94763	22.592	26.416
Case4	4	0.039951	0.93109	35.477	39.301
Case5	5	0.02696	0.94872	20.875	24.699
Case6	6	0.031587	0.93686	35.443	39.267
Case7	7	0.041816	0.94581	34.026	37.850
Case8	8	0.03994	0.939	16.502	20.326
Case9	9	0.032323	0.939	16.502	20.326
Case10	10	0.036451	0.923	40.258	44.082
Case11	11	0.042488	0.941	32.201	36.026
Case12	12	0.040221	0.943	23.395	27.219
Case13	13	0.028341	0.948	16.064	19.888
Case14	14	0.035362	0.926	35.719	39.543
Case15	15	0.031511	0.939	44.383	48.207
Case16	16	0.043623	0.933	31.610	35.434
Case17	17	0.034666	0.931	23.533	27.357
Case18	18	0.036952	0.911	26.209	30.033
Case19	19	0.032418	0.929	31.148	34.972
Case20	20	0.039138	0.957	21.466	25.290



Case 5

جدول (26): التجربة الثانية عند ($B_0 = 0.9$, $B_1 = 1.9$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation (GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزئية (PLS) لحجم (100)

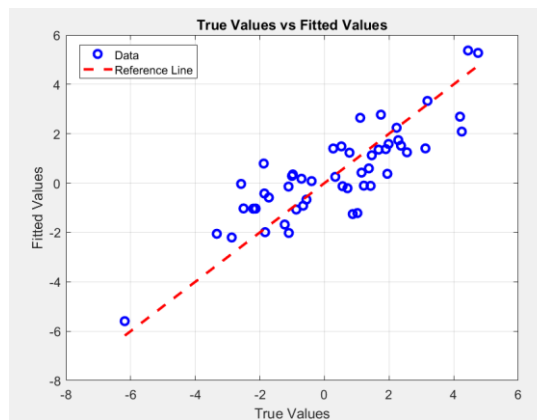
	Lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.029986	0.677	32.450	36.274
Case2	2	0.035095	0.663	22.385	26.209
Case3	3	0.038363	0.670	31.888	35.712
Case4	4	0.029129	0.699	37.344	41.168
Case5	5	0.02709	0.771	21.674	25.498
Case6	6	0.023839	0.637	43.841	47.665
Case7	7	0.028803	0.605	35.300	39.124
Case8	8	0.032467	0.598	25.514	29.338
Case9	9	0.024915	0.689	29.584	33.408
Case10	10	0.045739	0.685	38.310	42.134
Case11	11	0.026826	0.643	43.404	47.228
Case12	12	0.026253	0.698	32.082	35.906
Case13	13	0.0284	0.707	22.510	26.334
Case14	14	0.040139	0.501	45.966	49.790
Case15	15	0.030436	0.489	27.495	31.319
Case16	16	0.025597	0.675	25.844	29.668
Case17	17	0.034143	0.743	29.103	32.927
Case18	18	0.032259	0.720	20.042	23.866
Case19	19	0.042021	0.677	30.008	33.832
Case20	20	0.023995	0.733	34.536	38.360



Case 6

جدول (27): التجربة الثالثة عند ($B_0 = 0.05$, $B_1 = 2.5$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) لحجم (100)

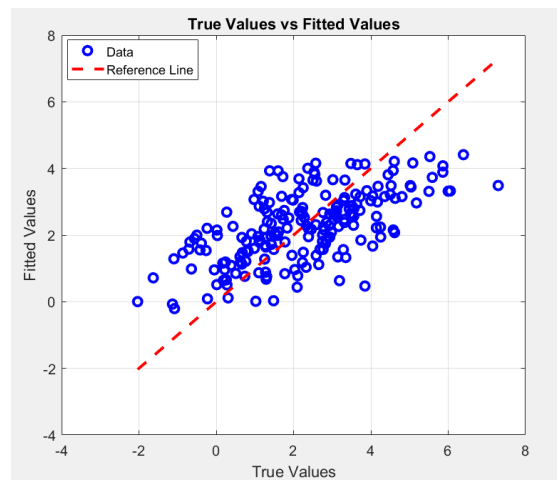
Lambda	GCV	R^2	AIC	BIC	
Case1	1	0.027088	0.800553937540693	37.8270819861420	41.6511279969983
Case2	2	0.027256	0.761753651036111	35.2920392742209	39.1160852850772
Case3	3	0.036014	0.622399187393253	34.8950243354940	38.7190703463503
Case4	4	0.038906	0.717548747588971	20.5165240178968	24.3405700287531
Case5	5	0.028194	0.8012	31.469	35.294
Case6	6	0.025757	0.822245811983266	23.5524838740257	27.3765298848820
Case7	7	0.041337	0.825647046461875	32.6386350058886	36.4626810167449
Case8	8	0.02331	0.740693147882552	34.3874264938065	38.2114725046628
Case9	9	0.033248	0.795716150949361	38.9478148783957	42.7718608892520
Case10	10	0.017216	0.808825826718924	25.0445300481402	28.8685760589965
Case11	11	0.038397	0.819129185426204	38.9805525538350	42.8045985646913
Case12	12	0.042498	0.701349426082762	33.0552934277702	36.8793394386265
Case13	13	0.034211	0.807365839622533	27.0815969325042	30.9056429433605
Case14	14	0.037012	0.738914759039084	27.0865290608786	30.9105750717349
Case15	15	0.034426	0.689493013000339	39.3271057931586	43.1511518040149
Case16	16	0.027855	0.652870828777488	36.7132714001536	40.5373174110099
Case17	17	0.039685	0.792115146154823	35.0679945509346	38.8920405617909
Case18	18	0.033298	0.687580552639734	28.6678795500528	32.4919255609091
Case19	19	0.02273	0.790833916275996	27.4655485275392	31.2895945383955
Case20	20	0.029584	0.767085983394197	24.2707988925219	28.0948449033782



Case 10

جدول (28): التجربة الأولى عند ($B_0 = 1.5$, $B_1 = 1$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) لحجم (200)

	lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.016328	0.661540620632776	24.3814617207848	28.2055077316411
Case2	2	0.014971	0.695191908306151	25.8624666291520	29.6865126400083
Case3	3	0.017088	0.654664037824350	39.6702969062531	43.4943429171094
Case4	4	0.0087382	0.561639287311852	31.4323620794216	35.2564080902779
Case5	5	0.0087888	0.80392	16.67	20.494
Case6	6	0.0085992	0.725604886127247	31.5348814917920	35.3589275026483
Case7	7	0.0079302	0.653216446550992	32.6006393566893	36.4246853675456
Case8	8	0.0086788	0.680528503018951	27.6509182403001	31.4749642511564
Case9	9	0.0081238	0.761685034611524	26.8929443926748	30.7169904035311
Case10	10	0.0078107	0.686103737936386	41.1011109036094	44.9251569144657
Case11	11	0.0083087	0.648617898951368	28.5184837808871	32.3425297917434
Case12	12	0.0077629	0.746617230761758	18.8982825005636	22.7223285114199
Case13	13	0.0080148	0.760885699968806	16.4100820946159	20.2341281054722
Case14	14	0.0091057	0.594865544664024	33.6608377496055	37.4848837604618
Case15	15	0.0086869	0.720919794842627	34.8308388437552	38.6548848546115
Case16	16	0.009504	0.708153210406331	22.5556924503929	26.3797384612492
Case17	17	0.00894	0.719032781928247	36.5085259664187	40.3325719772750
Case18	18	0.0078676	0.745181169640707	27.5298492805169	31.3538952913732
Case19	19	0.0073032	0.609094121941075	33.9420129816333	37.7660589924896
Case20	20	0.0080505	0.626186053092606	36.6235970575657	40.4476430684220



Case 19

جدول (29): التجربة الثانية عند ($B_0 = 0.9$, $B_1 = 1.9$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation (GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) لحجم (200)

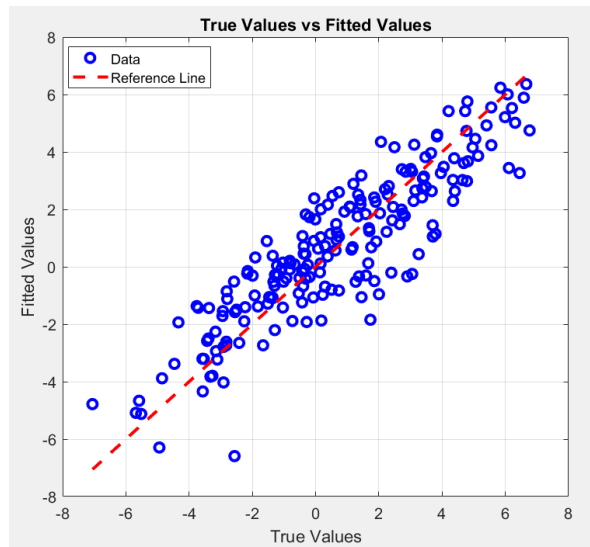
	lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.0094825	0.647546810235793	92.9561589560610	99.5527936891571
Case2	2	0.0090043	0.703086096953986	103.020807399534	109.617442132630
Case3	3	0.0076169	0.599244215063716	142.099510808438	148.696145541534
Case4	4	0.008404	0.655356161561462	118.793158964114	125.389793697210
Case5	5	0.0071889	0.638442043983949	127.314631739451	133.911266472547
Case6	6	0.0094276	0.643785349362907	137.849023604006	144.445658337102
Case7	7	0.0088315	0.712982224608906	110.837514422824	117.434149155920
Case8	8	0.0074303	0.563631554706976	143.941670957622	150.538305690718
Case9	9	0.0086987	0.665935136487335	134.617108839945	141.213743573041
Case10	10	0.0084982	0.654640739943877	105.501633126669	112.098267859765
Case11	11	0.0078916	0.621483520328248	119.929227536684	126.525862269780
Case12	12	0.0074937	0.708222261544313	90.8459030888251	97.4425378219211
Case13	13	0.0067893	0.688239267408771	101.043406234095	107.640040967191
Case14	14	0.0084301	0.639533323261311	92.2004877406776	98.7971224737736
Case15	15	0.0088049	0.652470209978971	136.256739995527	142.853374728623
Case16	16	0.0076538	0.680062405784696	121.324320497607	127.920955230703
Case17	17	0.0082775	0.698307061810615	105.436948677431	112.033583410527
Case18	18	0.008138	0.660429689955387	142.035830436644	148.632465169740
Case19	19	0.0095577	0.673531715621924	103.880411389623	110.477046122719
Case20	20	0.0085257			



Case 13

جدول (30): التجربة الثالثة عند ($B_0 = 0.05$, $B_1 = 2.5$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) لحجم (200)

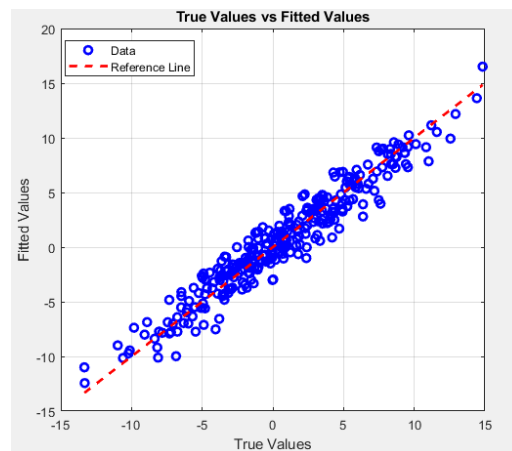
	Lambda	GCV	R^2	AIC	Bic
Case1	1	0.0080206	0.749854436954498	128.877038739437	135.473673472533
Case2	2	0.0091084	0.807645332640602	106.677302726449	113.273937459545
Case3	3	0.0088023	0.797351264735670	117.942103398678	124.538738131774
Case4	4	0.0065834	0.792715643165219	117.531672406338	124.128307139434
Case5	5	0.008486	0.795443664721226	97.9318942500055	104.528528983102
Case6	6	0.0097222	0.800792685511082	124.345204698409	130.941839431505
Case7	7	0.0084519	0.754639982770902	135.587845656063	142.184480389159
Case8	8	0.0092374	0.773655336698303	112.026838568581	118.623473301677
Case9	9	0.0082772	0.771883978334609	120.542000198742	127.138634931838
Case10	10	0.0093173	0.750386440250084	132.476459460873	139.073094193969
Case11	11	0.0079506	0.771876492823290	115.970923732679	122.567558465775
Case12	12	0.0085419	0.751362729768702	132.104426392439	138.701061125535
Case13	13	0.0072161	0.754350657571410	117.578850833292	124.175485566388
Case14	14	0.0093934	0.775027877335616	120.252691905979	126.849326639075
Case15	15	0.0092183	0.795519552836678	126.447203263902	133.043837996998
Case16	16	0.0082694	0.724652182387268	127.911074819625	134.507709552721
Case17	17	0.0080398	0.768560170795856	122.541195778900	129.137830511996
Case18	18	0.008175	0.762940647566413	129.648546399272	136.245181132369
Case19	19	0.0083689	0.801198452729351	113.593839726297	120.190474459393
Case20	20	0.0079262	0.772187564569105	116.224428744152	122.821063477248



Case 4

جدول (31): التجربة الأولى عند ($B_0 = 1.5$, $B_1 = 1$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزاء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) لحجم (300)

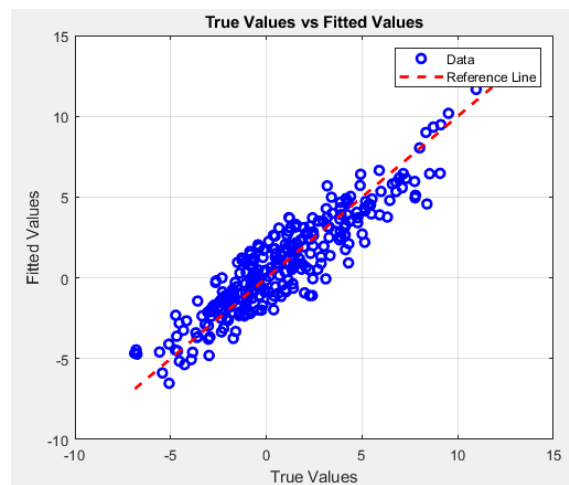
	lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.0052247	0.927150925786253	211.460054143972	218.867619093285
Case2	2	0.0054834	0.926127539281787	220.694395169062	228.101960118374
Case3	3	0.005265	0.921600586502291	175.590623261659	182.998188210972
Case4	4	0.0057725	0.930624879916809	207.827881436491	215.235446385803
Case5	5	0.004808	0.926922539934547	197.685770996511	205.093335945823
Case6	6	0.0053802	0.923083088164721	183.710251676282	191.117816625594
Case7	7	0.005686	0.820194685555431	203.359308454805	210.766873404117
Case8	8	40.005493	0.795343868744354	215.062315536930	222.469880486243
Case9	9	0.0055832	0.808172526831012	178.191597755804	185.599162705116
Case10	10	0.0053746	0.831889377529723	187.936984316855	195.344549266167
Case11	11	0.0053568	0.817705591287705	187.837696017832	195.245260967144
Case12	12	0.0053795	0.821077025992591	193.297416422382	200.704981371694
Case13	13	0.0058122	0.854771494140342	192.238262573980	199.645827523292
Case14	14	0.005244	0.822903211093206	195.106124619732	202.513689569044
Case15	15	0.0053603	0.847564051749922	174.317696000924	181.725260950237
Case16	16	0.0054398	0.848139460321294	180.869412926678	188.276977875990
Case17	17	0.005509	0.823990281284222	186.406242892432	193.813807841744
Case18	18	0.0051483	0.830021711776390	183.296759283294	190.704324232607
Case19	19	0.0058135	0.842761297225931	186.902013845724	194.309578795037
Case20	20	0.0050721	0.833131053570974	174.219969214110	181.627534163422



Case 5

جدول (32): التجربة الثانية عند ($B_0 = 0.9$, $B_1 = 1.9$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS) لحجم (300)

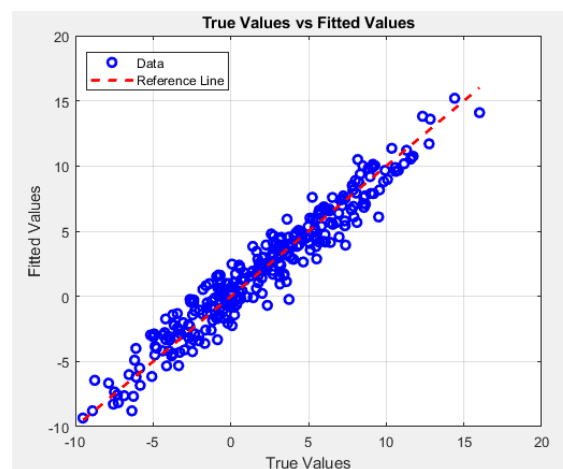
	lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.0055528	0.823921315464005	193.102714332187	200.510279281499
Case2	2	0.0055649	0.833811238219126	181.023710796882	188.431275746195
Case3	3	0.005233	0.825274538605014	187.629827575540	195.037392524852
Case4	4	0.0045454	0.844756029997571	172.240684222645	179.648249171957
Case5	5	0.0056675	0.840685904021574	167.329660422155	174.737225371468
Case6	6	0.0056611	0.827080203346127	193.449162818790	200.856727768102
Case7	7	0.005661	0.831331332803472	205.253395701051	212.660960650363
Case8	8	0.0060026	0.831387890441739	159.825459389584	167.233024338896
Case9	9	0.0056239	0.840733208842238	193.620806479681	201.028371428993
Case10	10	0.0052011	0.809778877279763	195.995822566501	203.403387515813
Case11	11	0.0057458	0.789073265366141	200.511734066838	207.919299016151
Case12	12	0.0056333	0.847776906501170	166.859906264850	174.267471214163
Case13	13	0.0048082	0.823847436360477	171.210521749087	178.618086698399
Case14	14	0.0060013	0.818608492039795	191.565781701770	198.973346651082
Case15	15	0.0056881	0.816835045126775	195.263408388784	202.670973338096
Case16	16	0.0055709	0.832349705562613	191.663492001097	199.071056950410
Case17	17	0.0058767	0.821268715916850	191.415439354400	198.823004303713
Case18	18	0.0051996	0.829440215362231	154.127021733436	161.534586682748
Case19	19	0.0048673	0.845758225479780	180.494912444402	187.902477393715
Case20	20	0.0058005	0.826855514097045	171.049662453359	178.457227402672



Case 4

جدول (33): التجربة الثالثة عند ($B_0 = 0.05$, $B_1 = 2.5$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزئية (PLS) لحجم (300)

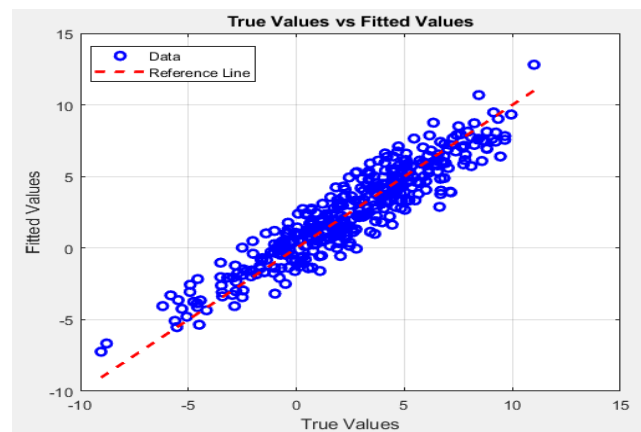
	lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.0056341	0.911607988311046	197.107331319940	204.514896269252
Case2	2	0.0051102	0.931578832708044	161.126469446104	168.534034395417
Case3	3	0.0056819	0.914769839618680	169.683994957057	177.091559906369
Case4	4	0.0058415	0.921795701383814	217.739545322097	225.147110271409
Case5	5	0.0059533	0.903643997459434	189.157413831594	196.564978780906
Case6	6	0.0055118	0.924537504778731	184.641876767794	192.049441717106
Case7	7	0.0057579	0.920414856651936	180.734173857136	188.141738806449
Case8	8	0.0052456	0.907731947568723	185.512961102489	192.920526051801
Case9	9	0.0057749	0.897772228591225	168.571309428284	175.978874377597
Case10	10	0.0061299	0.911948080369380	188.273027190910	195.680592140223
Case11	11	0.0061146	0.923288280537809	162.016248309927	169.423813259239
Case12	12	0.0051597	0.918404382415538	152.608415439587	160.015980388899
Case13	13	0.0055688	0.919362272562534	190.634843037951	198.042407987264
Case14	14	0.0060863	0.931986693366316	137.847198128115	145.254763077428
Case15	15	0.006493	0.920317602360523	194.377771774265	201.785336723578
Case16	16	0.0054076	0.923084887502771	215.690918420212	223.098483369524
Case17	17	0.0053024	0.909233495529635	181.822674895270	189.230239844583
Case18	18	0.0059565	0.914645138218996	177.187665101768	184.595230051081
Case19	19	0.0050846	0.916687870593563	166.731703329758	174.139268279070
Case20	20	0.0052571	0.933425483780905	135.940386117454	143.347951066767



Case 19

جدول (34): التجربة الأولى عند ($B_0 = 1.5$, $B_1 = 1$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزئية (PLS) لحجم (400)

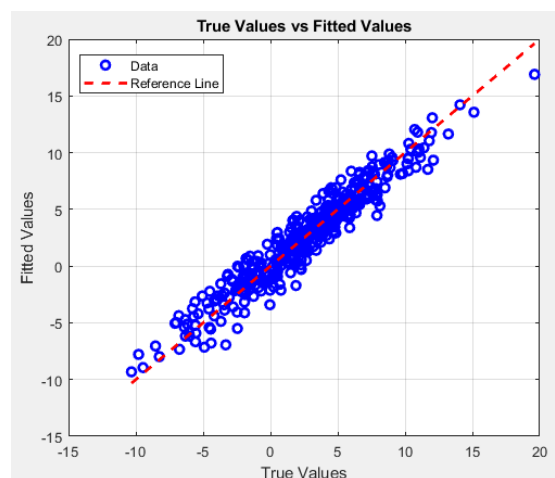
	lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.0041615	0.867407461109948	229.265135144394	237.248064238610
Case2	2	0.004385	0.877414959786606	231.439306208851	239.422235303067
Case3	3	0.0040787	0.869088687133849	221.466178941364	229.449108035580
Case4	4	0.0042307	0.871382401916716	237.332296872786	245.315225967002
Case5	5	0.003866	0.865053640728411	265.064914720234	273.047843814450
Case6	6	0.003980	0.878970512684779	245.501858993910	253.484788088126
Case7	7	0.0039262	0.872211677357096	237.935126662973	245.918055757189
Case8	8	0.0041006	0.863221418213927	204.809265465901	212.792194560116
Case9	9	0.0044835	0.865146210780595	223.125346289910	231.108275384125
Case10	10	0.0041223	0.873064116402444	225.919433433599	233.902362527815
Case11	11	0.0036783	0.867476209609253	239.221585774302	247.204514868518
Case12	12	0.0036	0.866673617371735	266.491745507022	274.474674601238
Case13	13	0.0039982	0.848395770154383	279.878909907974	287.861839002190
Case14	14	0.0041151	0.882383929263405	240.797769180890	248.780698275106
Case15	15	0.0041717	0.877154516437396	254.043034073583	262.025963167798
Case16	16	0.0045228	0.855464068947067	208.365323445377	216.348252539593
Case17	17	0.0041408	0.869695628085308	227.451834179276	235.434763273492
Case18	18	0.0043095	0.871343581964078	204.738379987146	212.721309081362
Case19	19	0.0042111	0.865648907295950	200.083835510838	208.066764605054
Case20	20	0.0042712	0.869296160409706	224.926557279601	232.909486373817



Case 12

جدول (35): التجربة الثانية عند ($B_0 = 0.9$, $B_1 = 1.9$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation (GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزئية (PLS) لحجم (400)

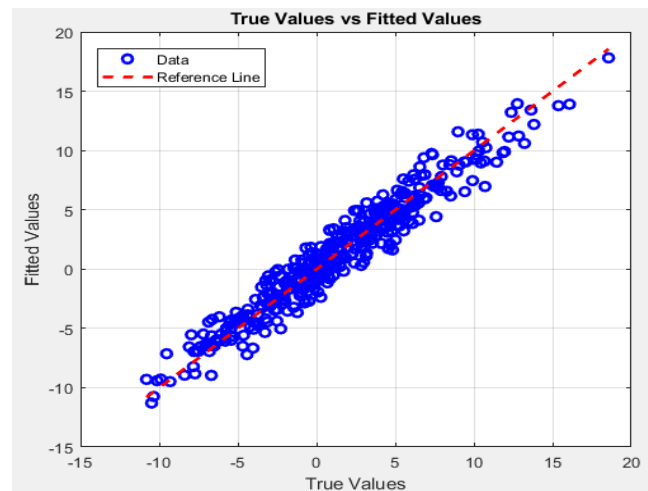
	lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.0039194	0.921753966000725	195.822135287465	203.805064381681
Case2	2	0.0043338	0.907047057723134	235.395178287519	243.378107381735
Case3	3	0.0035439	0.905382171258692	268.664071064044	276.647000158260
Case4	4	0.0035367	0.922432194659213	246.963184439558	254.946113533773
Case5	5	0.0038936	0.895464906645052	277.815068400788	285.797997495004
Case6	6	0.0036644	0.914086870207932	242.976360889914	250.959289984130
Case7	7	0.0040669	0.904686019331001	279.663868313854	287.646797408070
Case8	8	0.0041675	0.936763174755156	211.469227511729	219.452156605945
Case9	9	0.0039867	0.916616397353374	246.732640884538	254.715569978754
Case10	10	0.0037193	0.918753008638280	255.833640774973	263.816569869189
Case11	11	0.0043878	0.916710328947449	227.972038328565	235.954967422781
Case12	12	0.0044876	0.920351593200373	240.713898584395	248.696827678611
Case13	13	0.0039489	0.913099815449458	225.651498542441	233.634427636657
Case14	14	0.0042268	0.919292228894232	262.250525076085	270.233454170301
Case15	15	0.0040339	0.915984885705292	271.758344143124	279.741273237340
	16	0.0038661	0.921784908636491	202.581590489155	210.564519583371
Case16					
Case17	17	0.0044969	0.905225685426040	250.861285215417	258.844214309633
Case18	18	0.0043405	0.917636086259011	253.302311804023	261.285240898239
Case19	19	0.0042583	0.917305122014469	235.078273321428	243.061202415644
Case20	20	0.0040194	0.921198580413911	239.942185289525	247.925114383741



Case 4

جدول (36): التجربة الثالثة عند ($B_0 = 0.05$, $B_1 = 2.5$) لاختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم (Generalized cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزئية (PLS) لحجم (400)

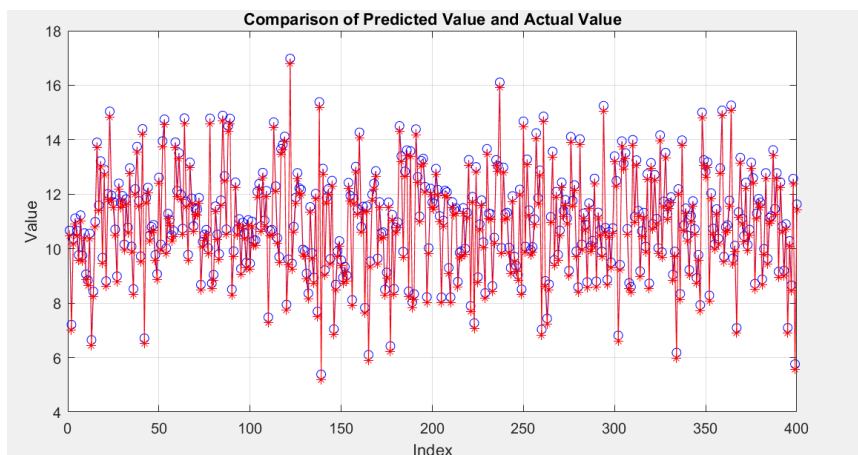
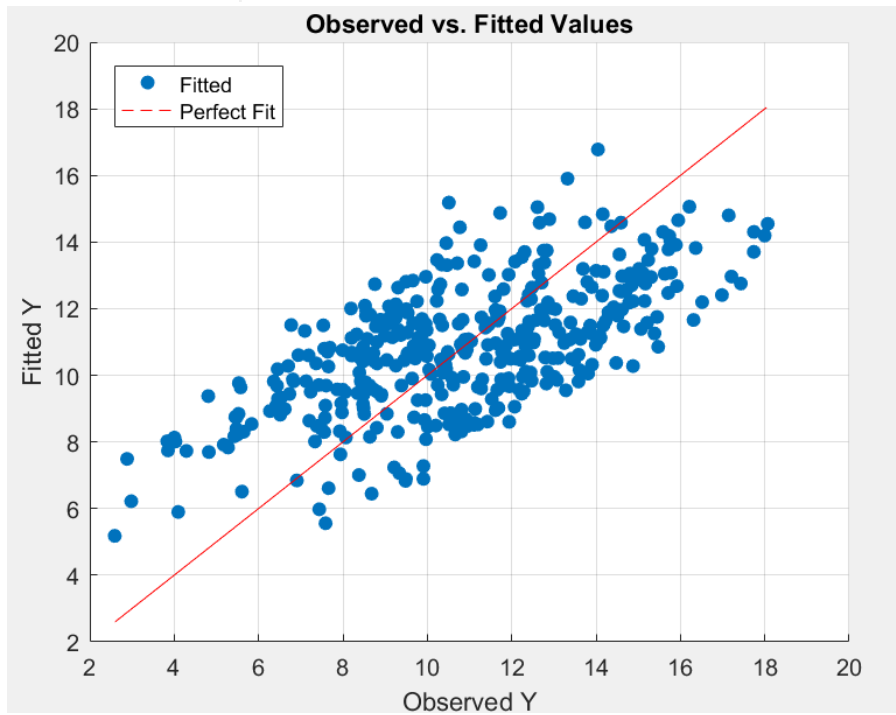
	lambda	GCV	R^2	AIC	BIC
Case1	1	0.0043229	0.931576452214196	254.588543388408	262.571472482624
Case2	2	0.0041382	0.927520942770342	265.692609814995	273.675538909211
Case3	3	0.0043816	0.929257599894939	251.203091204008	259.186020298224
Case4	4	0.0039545	0.929727472711563	253.362233646290	261.345162740506
Case5	5	0.004336	0.934152459042706	274.760833635361	282.743762729577
Case6	6	0.0041296	0.942731171085676	217.944732246858	225.927661341074
Case7	7	0.0042346	0.937135455510123	197.575206516924	205.558135611140
Case8	8	0.0041942	0.928035402818678	248.050256286849	256.033185381065
Case9	9	0.0041624	0.938516305647000	258.299234292507	266.282163386723
Case10	10	0.0047428	0.938556673798219	245.958371778925	253.941300873140
Case11	11	0.004746	0.936160616440379	195.935021821085	203.917950915301
Case12	12	0.0040898	0.918993847459875	297.045829183827	305.028758278043
Case13	13	0.0040489	0.940130511741730	234.231240912478	242.214170006694
Case14	14	0.0040135	0.939216350516977	210.199648243884	218.182577338100
Case15	15	0.0040298	0.939885958652113	253.744657830322	261.727586924538
Case16	16	0.0039524	0.923027919933123	263.991198616479	271.974127710695
Case17	17	0.0040249	0.938145648262553	213.409515872818	221.392444967034
Case18	18	0.0042761	0.930517755186057	242.025382085496	250.008311179712
Case19	19	0.00376	0.928828998674808	218.643768936193	226.626698030409
Case20	20	0.0043151			



Case 19

جدول (37): الجانب التطبيقي لسلسلة فورييه

```
lambda value: 5.0000  
The GCV value: 0.9775  
MSE: 0.5985  
R^2: 0.9290  
AIC: 197.6217  
BIC: 217.5790  
>>
```



جدول (38): اختيار القيمة المثلى لمعلمة الجزء (λ) مع قيمة التحقق المتقاطع المعمم Generalized (cross validation(GCV)) وقيمة معامل التحديد (R^2)، (MSE) ومعايير المعلومات (AIC) و (BIC) لأنموذج الانحدار شبه المعلمي الدائري - الخطي - الدائري بطريقة المربعات الصغرى الجزائية (PLS)

معلمة الجزء (λ)	معامل التحقق المتقاطع المعمم (GCV)	R^2	MSE	AIC	BIC
1	0.9865	0.9551	0.6845	218.5954	238.5528
2	0.9923	0.9835	0.8981	266.3474	286.3047
3	0.9930	0.9858	0.8057	246.3833	266.3406
4	0.9892	0.9647	0.6348	206.6017	226.5591
5	0.9775	0.9290	0.5985	197.6217	217.5790
6	0.9922	0.9823	1.2554	335.3370	355.2943
7	0.9910	0.9771	1.0375	294.6850	314.6423
8	0.9931	0.9872	0.9616	279.4978	299.4551
9	0.9939	0.9888	1.0803	303.0008	322.9582
10	0.9940	0.9860	1.0323	293.6689	313.6262

Abstract

The study of phenomena represented by data of a circular nature (angular) is an important aspect nowadays, as there are many phenomena of a circular nature. Semi-parametric regression is one of the appropriate statistical methods for studying phenomena of a circular nature. The study included the construction of a semi-parametric regression model (circular - linear - circular) , The model was formulated by employing two types of circular regression models, namely (Linear + Circular) and (Circular + Circular), and combining them using the (Combin Parameter). A semi-parametric integrated regression model was built (**the Combined semi parametric Circular -Linear- circulear regression**). By comparing three types of semi-parametric models (circular - linear - circular) in two models, the combined semi-parametric regression model . The parametric part (linear-circular) was estimated by the maximum likelihood method, and the non-parametric part was estimated by the circular kernel function method using the Von Mises kernel function and the wrapped Cauchy kernel function . The parametric part (linear-circular) was estimated by the maximum likelihood method, and the non-parametric part was estimated by the circular kernel function method using the Von Mises kernel function and the wrapped Cauchy kernel function. Also, the semi-parametric regression model was estimated to use the partial least squares method and the Fourier Series representation of the non-parametric part. Monte Carlo simulation method was used, and MATLAB program was used to implement circular data programming. Four sample sizes were generated (300, 200, 100, 400). The estimated models were compared using information criteria (AIC, BIC), and the model performance was evaluated using the coefficient of determination (R^2) and the mean square error (MSE). In the applied aspect, the actual data of patients with refractive error of the eye including (myopia, hyperopia, astigmatism, and presbyopia) were used, which were obtained from (Al-Noor Specialized Center for Ophthalmology and Surgery) in Dhi Qar Governorate, using the (Auto Kerato - Refracto Tonometer TOPCON TRK. 2P) device.

Therefore, a study (400 cases) was created that represents the measurement data of the right eye (OD cyl axis), the dependent eye (OD cyl axis), and the patient's age (patient's age) for people with refractive error (refractive error).

The best semi-parametric circular-linear-circular regression model was built, as the model achieved the lowest (AIC, BIC), highest (R^2) and lowest (MSE).

The study concluded that the results of the circular-linear-circular semi-parametric model are not stable in small samples, as we notice the fluctuation of the value of the coefficient of determination (R^2) as well as the mean square error (MSE) between high and low. This may be due to changing the smoothing parameter of the kernel function or due to changing the variance. The best semi-parametric model using circular data when representing the non-parametric part using Fourier series.

The researcher recommended conducting studies on the circular-linear-circular semi-parametric regression model, adopting large samples to improve the stability of the results, and studying other types of circular regression models.

**Ministry of Higher Education & Scientific
Research
University of Karbala
College of Business and Economics
Department of Statistics**



Construeting a semi parametric regression model using circular data

A Thesis

**submitted to the Council of the College of Administration and
Economic - University of Karbala in Partial fulfillment of the
Requirements for the Degree Doctor of philosophy of Statistics**

By

Sabiha Naama Dhadhud Alsadoon

Supervised by

Assent. Prof. Dr.

Inas Abdel HafZ Mohamed

1447 A.H.

2025 A.D.